

بخش دوم

رفتار سلف و خازن در جریان DC و AC

هدف کلی :

آموزش رفتار سلف و خازن در جریان مستقیم و متناوب

زمان آزمایش			عنوان توانایی	شماره‌ی توانایی	واحد کار
نظری	عملی	جمع			
۶	۸	۱۴	توانایی کار با دستگاه اسیلوسکوپ و انواع منابع تغذیه‌ی آزمایشگاهی	۵	u_p
۷	۲	۹	توانایی اندازه‌گیری و محاسبه‌ی جریان و ولتاژ متناوب	۶	u_p
۱۲	۱۶	۲۸	توانایی بررسی عملکرد خازن در جریان مستقیم و متناوب	۷	u_p
۱۲	۹	۲۱	توانایی بررسی عملکرد سلف در جریان مستقیم و متناوب	۸	u_p
۶	۱۲	۱۸	توانایی بررسی و تجزیه و تحلیل مدارهای هماهنگ	۹	u_p
۴۳	۴۷	۹۰	جمع کل		

فصل پنجم

جریان و ولتاژ متناوب

هدف کلی: آشنایی با مشخصات موج متناوب



هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود که:

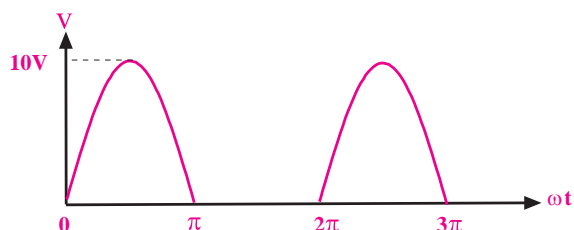
- ۱- منابع تولید الکتریسیته را نام ببرد.
- ۲- ولتاژ متناوب AC را توضیح دهد.
- ۳- انواع موج‌های متناوب را از یکدیگر تمیز دهد.
- ۴- مشخصه‌های یک موج سینوسی را نام ببرد و آن را شرح دهد.
- ۵- مقدار پیک، زمان تناوب و فرکانس یک موج متناوب را تعریف کند.
- ۶- اختلاف فاز را تعریف کند.
- ۷- اختلاف فاز بین دو موج سینوسی را تشخیص دهد.
- ۸- مقدار لحظه‌ای، متوسط و مؤثر یک موج سینوسی را تعریف کند.
- ۹- مقدار متوسط و مؤثر یک موج سینوسی را محاسبه کند.
- ۱۰- معادله‌ی ولتاژ یک موج متناوب سینوسی را بنویسد.
- ۱۱- چگونگی عبور جریان متناوب را از یک مقاومت اهمی توضیح دهد.
- ۱۲- اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ را در یک مقاومت اهمی بیان کند.
- ۱۳- توان تلف شده در یک مقاومت اهمی در جریان متناوب را محاسبه کند.
- ۱۴- قانون جریان و ولتاژ کریشف را در جریان متناوب شرح دهد.
- ۱۵- بردار را تعریف کند.
- ۱۶- هم‌سنگ یک بردار را رسم کند.
- ۱۷- چگونگی نمایش برداری یک موج سینوسی را شرح دهد.
- ۱۸- تفاضل و برآیند دو یا چند بردار را رسم کند.
- ۱۹- ولتاژ متناوب سه‌فاز و شکل موج آن را تعریف کند.
- ۲۰- نحوه‌ی اتصال سیم‌پیچ‌های مدار سه‌فاز را توضیح دهد.
- ۲۱- اتصال ستاره و مثلث را شرح دهد.
- ۲۲- کلیه‌ی هدف‌های رفتاری در حیطه‌ی عاطفی که در فصل اول آمده است را در این فصل نیز اجرا کند.

ساعت آموزش			
توانایی شماره			
جمع	عملی	نظری	۵
۹	۲	۷	



پیش آزمون فصل (۵)

۶- مقدار متوسط موج نشان داده شده در شکل زیر چند ولت است؟ مراحل محاسبه را بنویسید.



۱- ترموکوپل انرژی..... را تبدیل به انرژی می کند.

الف) الکتریکی - حرارتی ب) حرارتی - الکتریکی

ج) الکتریکی - شیمیایی د) شیمیایی - الکتریکی

۲- در پیل ولتاژ انرژی به صورت ذخیره و هنگام

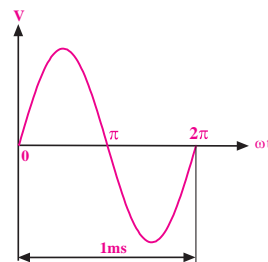
پس دادن، این انرژی به صورت درمی آید.

الف) شیمیایی - الکتریکی ب) الکتریکی - شیمیایی

ج) شیمیایی - شیمیایی د) الکتریکی - الکتریکی

۳- فرکانس شکل موج نشان داده شده چند هرتز است؟

الف) ۱ ب) ۱۰۰ ج) ۱۰۰۰ د) ۱۰۰۰۰



۴- رابطه‌ی بین فرکانس و زمان تناوب کدام است؟

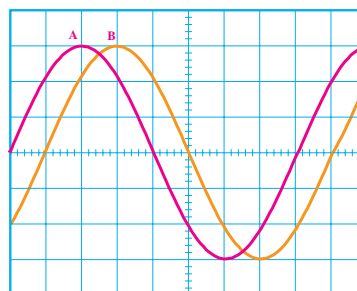
الف) $f = \frac{1}{T}$ ب) $f = T^2$

ج) $f = \frac{1}{T^2}$ د) $f = \frac{1}{T}$

۵- اختلاف فاز در شکل زیر چند درجه است؟

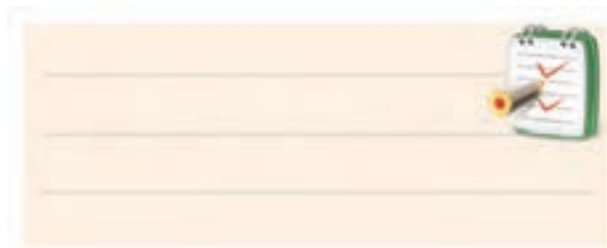
الف) ۴۵ ب) ۹۰

ج) ۱۳۵ د) ۱۸۰



۷- مقدار مؤثر یک شکل موج سینوسی چگونه به دست

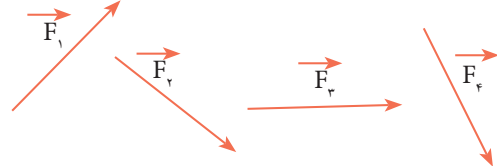
می آید؟ با ذکر روابط شرح دهید.



۸- بردار و هم‌سنگ یک بردار را تعریف کنید.

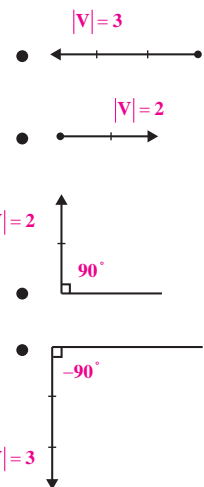


۹- برآیند بردارهای زیر را رسم کنید.



۱۰- پاسخ صحیح را از ستون دوم انتخاب کنید و آن را با

یک خط به ستون اول متصل نمایید.



$$V = r \sin \omega t$$

$$V = r \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$V = r \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$V = r \sin (\omega t - \pi)$$

ذخیره می‌شود.

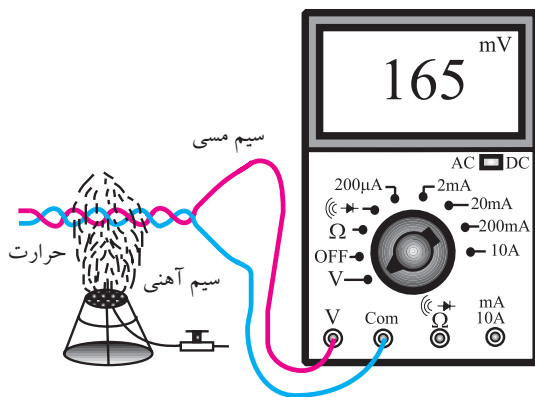
یک پیل انرژی الکتریکی را به صورت شیمیایی در خود ذخیره می‌کند و هنگام پس‌دادن انرژی، آن را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. باتری یک مولد انرژی الکتریکی مستقیم یا DC است.



شکل ۱-۵ باتری قلمی ۱/۵ ولتی

یک ترموکوپل انرژی حرارتی را مستقیماً به انرژی

الکتریکی تبدیل می‌کند، شکل ۲-۵. این مولد نیز یک مولد DC است.



شکل ۲-۵ ترموکوپل

تحقیق کنید:

در کدامیک از لوازم خانگی که در اختیار دارید،

ترموکوپل به کار رفته است؟

شکل ۳-۵ یک سلول خورشیدی را نشان می‌دهد

که انرژی نورانی (مثلاً نور خورشید) را مستقیماً به انرژی الکتریکی (DC) تبدیل می‌کند. تولید الکتریسیته با استفاده از انرژی خورشید در مقیاس کم مقرون به صرفه است.

امروزه برای تولید انرژی الکتریکی در مقیاس بسیار وسیع

طرح‌های گسترده‌ای در دست اقدام و در حال فراگیر شدن

۱-۵ منابع تولید الکتریسیته

۱-۱-۵ ولتاژ مستقیم (DC)

منابع تولید الکتریسیته متنوع است ولی در همه‌ی این

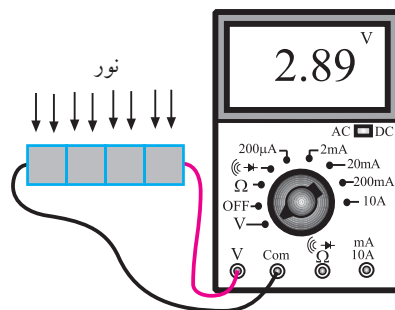
منابع، الکتریسیته از طریق تبدیل انرژی غیر الکتریکی به

انرژی الکتریکی تولید می‌شود. تعدادی از روش‌های تولید

الکتریسیته به شرح زیر است:

در پیل شکل ۱-۵، انرژی الکتریکی از طریق شیمیایی

است.



شکل ۳-۵ سلول خورشیدی

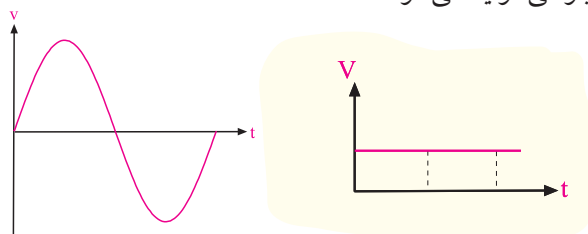
تحقیق کنید:

آیا از سلول خورشیدی در زندگی روزمره شما استفاده می‌شود؟ درباره‌ی آن توضیح دهید.

۲-۱-۵ ولتاژ متناوب (AC)

برای تولید انرژی الکتریکی در مقیاس وسیع مانند تامین برق شهر از روش‌های مختلف تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی استفاده می‌شود. در این حالت ولتاژ یا جریان تولیدی طبق شکل ۴-۵ الف به صورت مستقیم یا DC نیست. شکل ۴-۵ ب یک نمونه ولتاژ AC را نشان می‌دهد.

این نوع ولتاژ را ولتاژ متناوب سینوسی می‌گویند. قابل ذکر است که در نیروگاه‌های تولید برق، ولتاژ متناوب به صورت سینوسی تولید می‌شود.



ب- ولتاژ متناوب سینوسی یا AC

الف- ولتاژ مستقیم یا DC

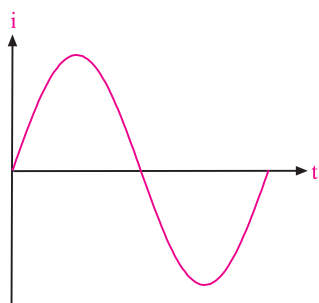
شکل ۴-۵ ولتاژهای AC و DC

در شکل ۴-۵ الف، نمودار تغییرات ولتاژ DC بر حسب تغییرات زمان را نشان داده‌ایم. همان‌طور که ملاحظه می‌شود دامنه‌ی ولتاژ DC با گذشت زمان ثابت باقی می‌ماند.

در شکل ۴-۵ ب، نمودار تغییرات ولتاژ متناوب بر حسب تغییرات زمان نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنه‌ی موج سینوسی با گذر زمان از صفر به تدریج زیاد می‌شود و دوباره به صفر می‌رسد سپس در جهت مخالف زیاد می‌شود و دوباره به صفر می‌رسد و این روند ادامه می‌یابد.

یکی از دلایل تولید ولتاژ به صورت شکل موج سینوسی تولید و انتقال آسان آن است.

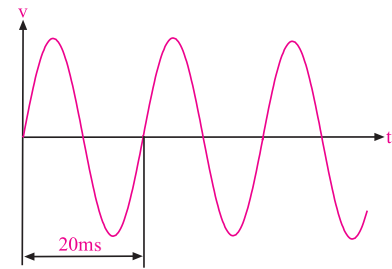
این نوع ولتاژ در مدارهای الکتریکی که حاوی مقاومت اهمی است، جریانی را تولید می‌کند که مانند شکل ۵-۵ از نظر شکل موج، شبیه ولتاژ است. به این شکل موج جریان سینوسی می‌گویند. به عبارت دیگر محور عمودی تغییرات جریان و محور افقی زمان را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۵ جریان سینوسی

اصطلاحاً به شکل موج ولتاژ یا جریان سینوسی، ولتاژ یا جریان متناوب نیز می‌گویند. به طور کلی به هر شکل موجی که در دو جهت مثبت و منفی تغییر کند و در فواصل زمانی معینی دائماً تکرار شود **شکل موج متناوب** می‌گویند. شکل

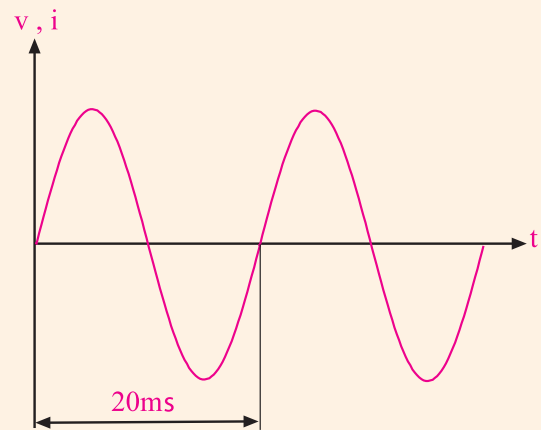
موج نشان داده شده در شکل ۵-۶ در فواصل زمانی ۲۰ ms (بیست میلی ثانیه) دائماً تکرار می شود.



این شکل موج تکرار می شود

شکل ۵-۶ شکل موج ولتاژ متناوب

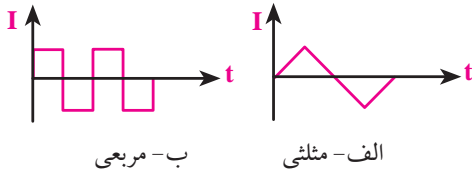
شکل موج ولتاژ برق شهر، مانند شکل ۵-۷ سینوسی است. این موج سینوسی در فواصل زمانی ۲۰ ms (بیست میلی ثانیه) تکرار می شود.



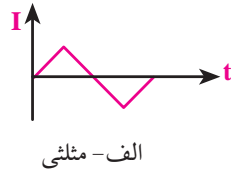
شکل ۵-۷ شکل موج سینوسی ولتاژ برق شهر

۵-۲ انواع موج های متناوب

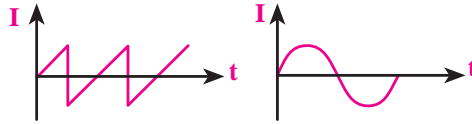
از انواع شکل موج های متناوب می توان شکل موج مربعی، مثلثی، دندانه اره ای و سینوسی را نام برد. در تولید جریان متناوب معمولاً شکل موج سینوسی از سایر انواع موج ها متداول تر است. شکل ۵-۸ نمونه هایی از این امواج AC را نشان می دهد.



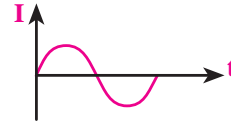
ب- مربعی



الف- مثلثی



د- دندانه اره ای



ج- سینوسی

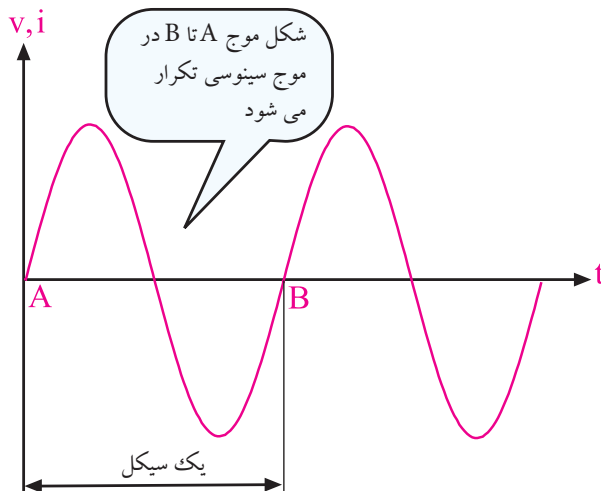
شکل ۵-۸ چهار نمونه شکل موج متناوب (AC)

۵-۳ مشخصات شکل موج سینوسی

شکل موج سینوسی ولتاژ یا جریان، دارای مشخصاتی است که در ادامه به بررسی آنها می پردازیم.

۵-۳-۱ زمان تناوب

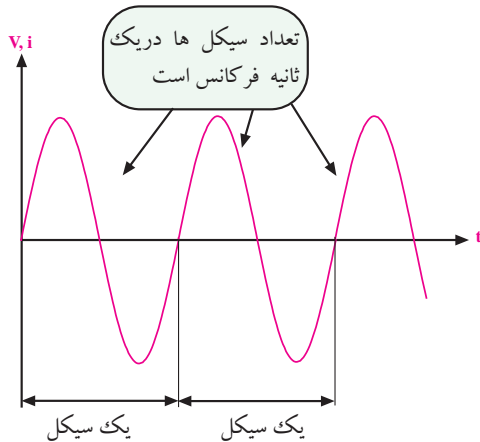
در شکل ۵-۹ شکل موج سینوسی نشان داده شده است.



شکل ۵-۹ موج سینوسی

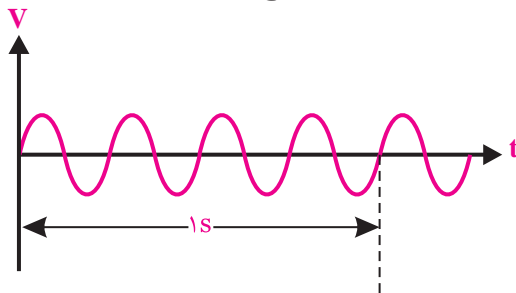
همان طور که مشاهده می شود شکل موج ولتاژ بین دو نقطه A و B، در فواصل بعدی به طور دائم تکرار می شود. شکل موج بین دو نقطه A و B را یک سیکل (دوره) در شکل موج ولتاژ یا جریان می گویند. مدت زمانی که طول

هرتز را با Hz نشان می دهند.



شکل ۵-۱۱ مفهوم فرکانس

مثال ۲: فرکانس شکل موج ۵-۱۲ چند هرتز است؟



شکل ۵-۱۲ مثال

حل:

چون چهار سیکل در مدت زمان یک ثانیه طی می شود پس فرکانس برابر با $F=4\text{Hz}$ است.

$$F=4\text{Hz}$$

زمان تناوب برق شهر 0.02 ثانیه ($T=20\text{ms}$) و فرکانس برق شهر 50Hz است. یعنی در هر ثانیه 50 سیکل یا دوره تناوب تکرار می شود. شکل ۵-۱۳.

می کشد تا ولتاژ یا جریان از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B برسد (طول مدت زمان یک سیکل) را **زمان تناوب** می گویند و آن را با حرف T نشان می دهند.

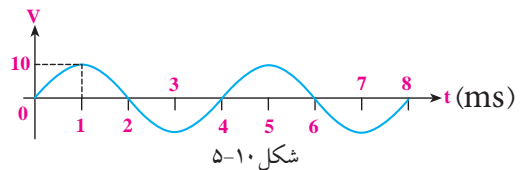
واحد زمان تناوب، ثانیه (sec) است. واحدهای کوچک تر زمان تناوب میلی ثانیه و میکروثانیه است که آن‌ها را با ms و μs نشان می دهند. رابطه‌ی بین میلی ثانیه و میکروثانیه به شرح زیر است:

$$1\text{ms} = 10^{-3}\text{Sec} = \frac{1}{1000} \text{ ثانیه (میلی ثانیه)}$$

$$1\mu\text{s} = 10^{-6}\text{Sec} = \frac{1}{1000000} \text{ ثانیه (میکرو ثانیه)}$$

به دوره‌ی تناوب **پریود (period)** گفته می شود.

مثال ۱: زمان تناوب موج در شکل ۵-۱۰ چند میلی ثانیه است؟



شکل ۵-۱۰

حل:

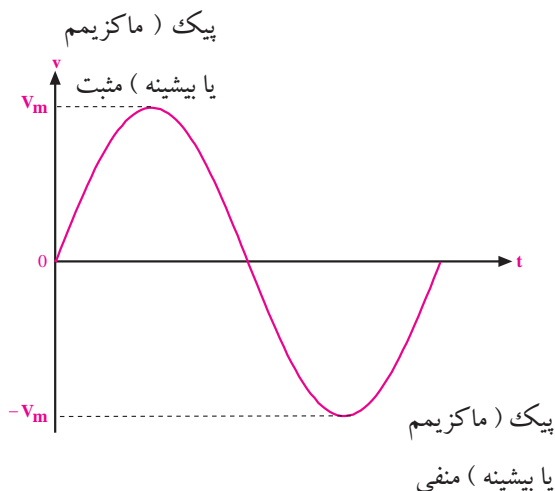
مدت زمان یک سیکل روی شکل برابر با $T=4\text{ms}$ است. زیرا برای کامل شدن یک سیکل 4 میلی ثانیه طی می شود.

$$T=4\text{ms}$$

۲-۳-۵ فرکانس

در شکل موج سینوسی سیکل‌ها دائما تکرار می شوند. تعداد سیکل در یک ثانیه را **فرکانس** می گویند و با حرف F نشان می دهند.

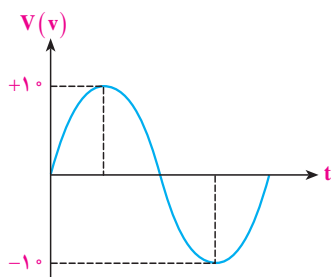
واحد فرکانس، سیکل بر ثانیه یا هرتز است، شکل ۵-۱۱.



شکل ۵-۱۴ مقدار ماکزیمم (پیک یا بیشینه) موج سینوسی

مثال ۳: مقدار دامنه‌ی پیک مثبت و مقدار دامنه‌ی پیک

منفی در شکل ۵-۱۵ چند ولت است؟



شکل ۵-۱۵ مثال

حل:

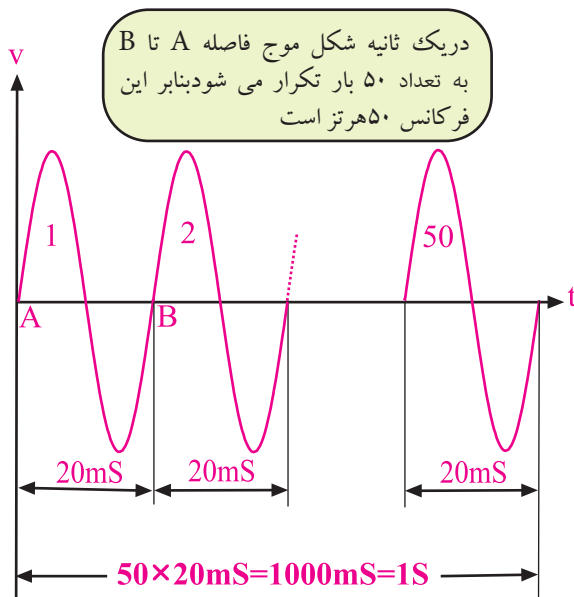
با توجه به شکل، دامنه‌ی پیک مثبت $V_m = +10$ ولت و

مقدار دامنه‌ی پیک منفی $V_m = -10$ ولت است.

پیک مثبت $V_m = +10$

پیک منفی $V_m = -10$

دامنه‌ی ماکزیمم شکل موج سینوسی را با V_m یا V_{peak} یا V_p نشان می‌دهند.



شکل ۵-۱۳ برق شهر

• مدت زمانی که طول می‌کشد تا یک سیکل کامل طی شود را «زمان تناوب» یا «پریود» می‌گویند.

• تعداد سیکل در یک ثانیه را «فرکانس» می‌گویند.

• زمان تناوب و فرکانس عکس یکدیگرند.

$$T = \frac{1}{F} \quad \text{یا} \quad F = \frac{1}{T}$$

• در صورتی که $T = 20 \text{ ms}$ باشد مقدار فرکانس برابر

است با:

$$F = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \times 10^{-3}} = 50 \text{ Hz}$$

در این رابطه زمان را از میلی‌ثانیه به ثانیه تبدیل کرده‌ایم.

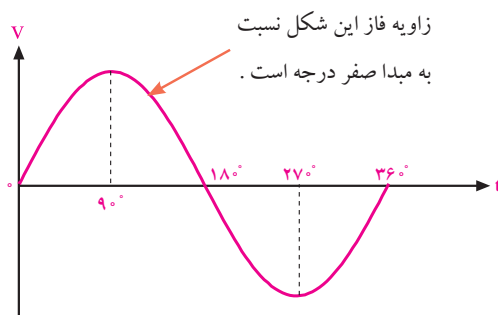
۳-۳-۵ مقدار پیک یا دامنه‌ی ماکزیمم شکل موج سینوسی

همان‌طور که در شکل ۵-۱۴ مشخص است به مقادیر

حداکثر دامنه در جهت مثبت یا منفی دامنه‌ی ماکزیمم (پیک)

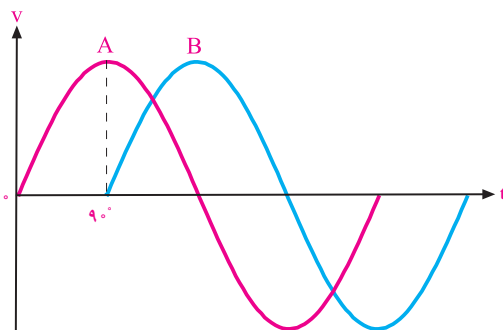
peak یا بیشینه) شکل موج سینوسی می‌گویند و آن را با V_m

نشان می‌دهند.



شکل ۵-۱۶ یک سیکل کامل موج سینوسی

وقتی شکل موج سینوسی نسبت به شکل موج مبدأ به سمت چپ یا راست جابه‌جا شود، فاز به وجود می‌آید. در شکل ۵-۱۷ شکل موج سینوسی B به اندازه‌ی ۹۰ درجه نسبت به شکل موج ولتاژ مبدأ به سمت راست جابه‌جا شده است. بنابراین بین شکل موج A و شکل موج B یک زاویه‌ی فاز یا اختلاف فاز ۹۰ درجه به وجود آمده است.



شکل ۵-۱۷ اختلاف فاز ۹۰ درجه بین شکل موج A و B

در این شکل موج چون پیک ولتاژ (حداکثر دامنه‌ی ولتاژ) موج سینوسی B، بعد از پیک ولتاژ شکل موج سینوسی A به وجود آمده است لذا می‌توان گفت که شکل موج سینوسی B نسبت به شکل موج سینوسی A، ۹۰ درجه تأخیر فاز (پس فاز یا عقب افتادگی) دارد. به عبارت دیگر موج A نسبت به موج B، ۹۰ درجه تقدم فاز (پیش فاز یا جلوفتادگی) دارد. در شکل ۵-۱۸ شکل موج سینوسی B، به اندازه ۹۰ درجه به سمت چپ شیفت پیدا کرده (جابه‌جا شده) و دامنه‌ی شکل

در یک موج متناوب، به فاصله‌ی بین حداکثر دامنه در جهت مثبت تا حداکثر دامنه در جهت منفی، مقدار «پیک تو پیک» (peak to peak) شکل موج می‌گویند.

ولتاژ پیک تو پیک را با V_{P-P} نشان می‌دهند.

مثال ۴: مقدار «پیک تو پیک» شکل موج مثال ۳ (شکل

۵-۱۵) چند ولت است؟

حل:

ولتاژ پیک منفی - ولتاژ پیک مثبت = ولتاژ پیک تو پیک

$$+10 - (-10) = +20$$

$$V_{P-P} = +20$$

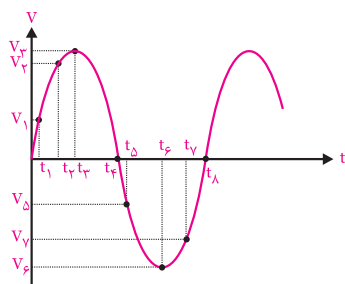
۴-۳-۵ اختلاف فاز و زاویه‌ی فاز در امواج سینوسی

در الکتریسیته موقعیت زمانی یک کمیت الکتریکی را

نسبت به یک مبدأ، فاز (Phase) می‌گویند.

فاز یک موج سینوسی، مقدار زاویه‌ای است که موقعیت یک موج سینوسی را نسبت به مبدأ مشخص می‌کند. در شکل ۵-۱۶ یک سیکل کامل از یک موج سینوسی نشان داده شده است. در شکل موج نشان داده شده، نقطه‌ی (صفر) مبدأ حرکت و نقطه‌ی ۹۰ درجه نقطه‌ی ماکزیمم دامنه‌ی شکل موج در جهت مثبت است. در نقطه‌ی ۱۸۰ درجه مقدار دامنه به صفر می‌رسد، در نقطه‌ی ۲۷۰ درجه مقدار ولتاژ در جهت منفی ماکزیمم می‌شود و در زاویه‌ی ۳۶۰ درجه مقدار دامنه به صفر می‌رسد. در این شکل موج مقدار فاز شکل موج نسبت به مبدأ صفر درجه است.

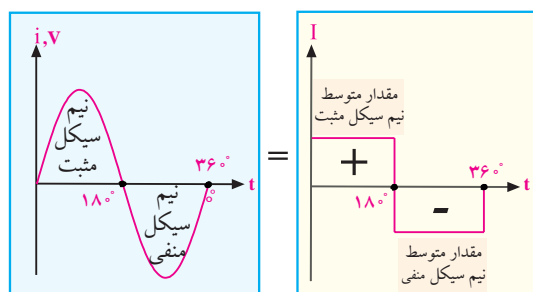
لحظه‌ی صفر، مقدار ولتاژ برابر با صفر، در لحظه‌ی t_1 برابر با V_1 و در لحظه‌ی t_p برابر با V_p و است. به مقادیری مانند V_1 و V_p **مقادیر لحظه‌ای** می‌گویند. معمولاً مقادیر لحظه‌ای را با حروف کوچک v برای ولتاژ و i برای جریان نشان می‌دهند. مقادیر لحظه‌ای را فقط با دستگاه اسیلوسکوپ می‌توان اندازه گرفت.



شکل ۵-۲۰ مقدار لحظه‌ای

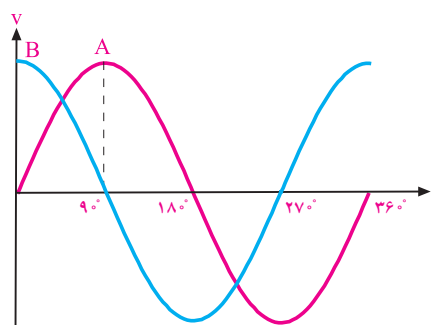
۵-۳-۶ مقدار متوسط

به میانگین مقادیر لحظه‌ای سیگنال متناوب، **متوسط موج** می‌گویند و معمولاً آن را برای یک دوره‌ی تناوب استفاده می‌کنند. مقدار متوسط یک شکل موج سینوسی کامل برابر با صفر است. زیرا در نیم سیکل مثبت بارهای الکتریکی در یک جهت حرکت می‌کنند و در نیم سیکل منفی، در جهت عکس حالت اول به منبع بر می‌گردند. بنابراین در یک سیکل کامل ولتاژ یا جریان سینوسی، مقدار متوسط ولتاژ یا جریان برابر با صفر است، شکل ۵-۲۱.



شکل ۵-۲۱ مقدار متوسط ولتاژ یا جریان سینوسی در یک سیکل کامل برابر با صفر است.

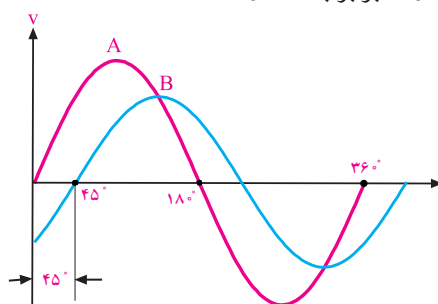
موج سینوسی B ، زودتر از دامنه‌ی شکل موج سینوسی A به ماکزیمم رسیده‌است، لذا شکل موج سینوسی B نسبت به شکل موج سینوسی A به اندازه‌ی 90° درجه تقدم فاز دارد. یا به عبارت دیگر شکل موج سینوسی A نسبت به شکل موج سینوسی B ، 90° درجه تأخیر فاز (عقب افتادگی) دارد.



شکل ۵-۱۸ تقدم فاز شکل موج B نسبت به شکل موج A

به مقدار فاز بین دو شکل موج سینوسی **اختلاف فاز**

می‌گویند. در شکل ۵-۱۹ اختلاف فاز بین دو شکل موج سینوسی A و B برابر با 45° درجه است.



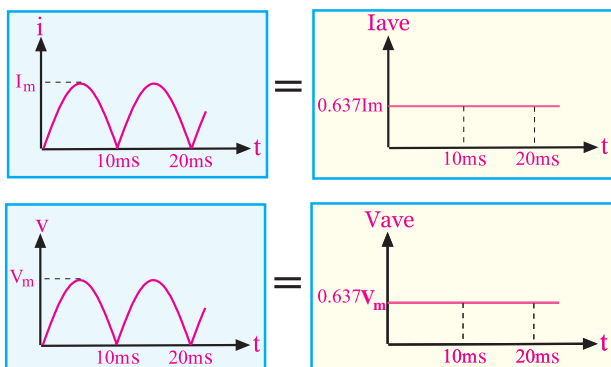
شکل ۵-۱۹ اختلاف فاز 45° درجه

دو شکل موج A و B می‌توانند ولتاژ یا جریان باشند، هم‌چنین می‌تواند شکل موج A مربوط به ولتاژ و شکل موج B مربوط به جریان باشد. عکس این موضوع نیز صادق است.

۵-۳-۵ مقدار لحظه‌ای

در یک شکل موج سینوسی مقدار ولتاژ یا جریان در هر لحظه نسبت به لحظه‌ی قبل تغییر می‌کند. در شکل ۵-۲۰

در شکل ۵-۲۴ شکل موج سینوسی یک سو شده‌ی تمام موج را مشاهده می‌کنید.



شکل ۵-۲۴ مقدار متوسط شکل موج سینوسی یک سو شده تمام موج برابر $0.637 I_m$ است.

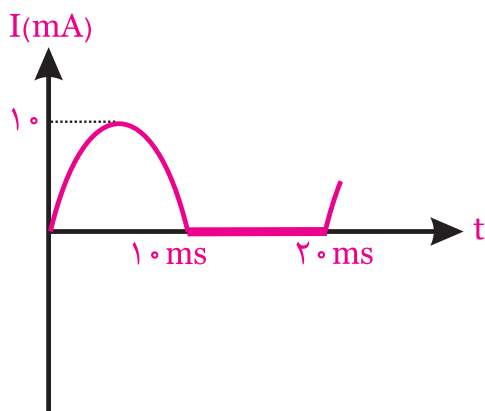
مقدار متوسط شکل موج یک سو شده‌ی سینوسی تمام موج از روابط زیر به دست می‌آید.

$$I_{ave} = \frac{2 I_m}{\pi} = 0.637 I_m$$

$$V_{ave} = \frac{2 V_m}{\pi} = 0.637 V_m$$

تمرین کلاسی ۱: مقدار متوسط شکل

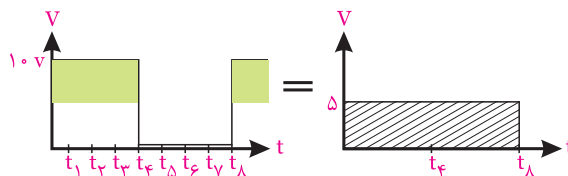
موج سینوسی نیم موج شکل ۵-۲۵ چند میلی آمپر است؟



شکل ۵-۲۵

مقدار متوسط ولتاژ را با V_{dc} یا V_{ave} (Average) و جریان متوسط را با I_{dc} یا I_{ave} نشان می‌دهند.

مقدار متوسط موج مربعی نشان داده شده در شکل ۵-۲۲ در یک سیکل کامل صفر نیست و از جمع مقادیر ولتاژ لحظه‌ای در زمان‌های تعیین شده، تقسیم بر تعداد نمونه‌های گرفته شده به دست می‌آید.

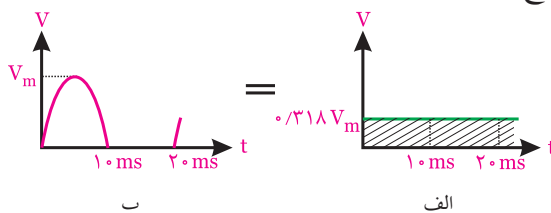


شکل ۵-۲۲ مقدار متوسط موج مربعی

$$V = V_{ave} = \frac{\text{جمع مقدار هر نمونه}}{\text{تعداد نمونه ها}}$$

$$= \frac{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}{8} = 10 \text{ ولت}$$

مقدار متوسط یک نیم سیکل از موج سینوسی شکل ۵-۲۳ ب برای تمام دوره‌ی تناوب T ، دارای مقدار مشخصی مطابق شکل ۵-۲۳ الف است. به سیگنال نشان داده شده در شکل ۵-۲۳ ب موج سینوسی یک سو شده‌ی نیم موج می‌گویند.



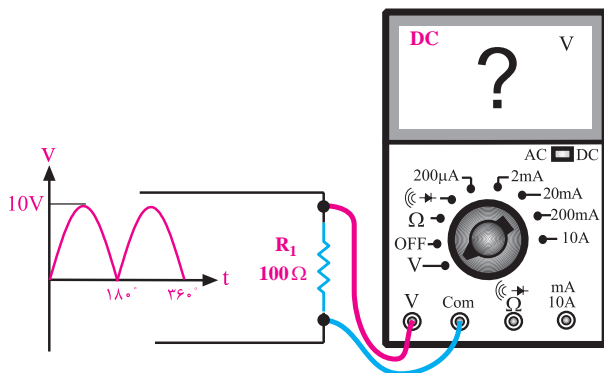
شکل ۵-۲۳ مقدار متوسط شکل موج سینوسی نیم موج

مقدار متوسط شکل موج یک سو شده‌ی نیم موج از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$V = V_{ave} = \frac{V_m}{\pi} = 0.318 V_m$$

مثال ۵: در شکل ۲۷-۵ ولت متر DC چند ولت را نشان

می دهد؟



شکل ۲۷-۵ مثال

حل:

ولت متر DC ولتاژ متوسط را اندازه می گیرد. چون موج مورد نظر، یک سو شده ی تمام موج است بنابراین می توانیم

بنویسیم:

$$V_{DC} = V_{av} = \frac{2V_m}{\pi} = 0.637V_m$$

$$V_{DC} = 0.637 \times 10 = 6.37 \text{ ولت}$$

$$V_{DC} = 6.37 \text{ ولت}$$

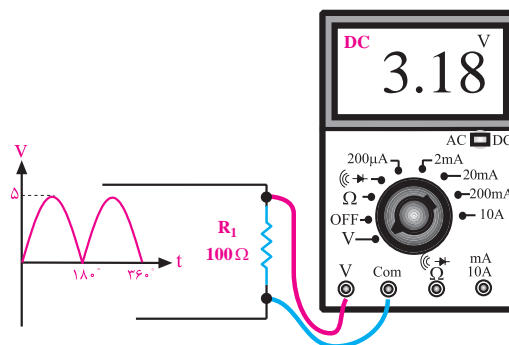
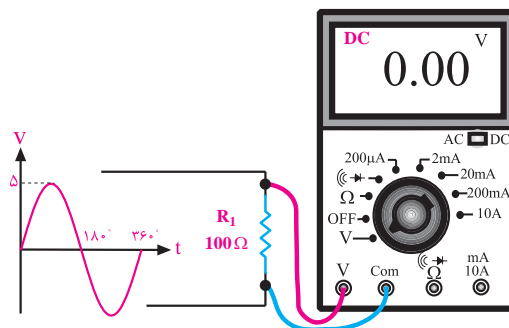
۷-۳-۵ مقدار مؤثر

اگر دو مقاومت ساده را به طور جداگانه به منبع ولتاژ DC و منبع ولتاژ سینوسی اتصال دهیم در اثر عبور جریان از مدار، مقاومت گرم می شود.

چنانچه منبع ولتاژ DC و منبع ولتاژ سینوسی را به گونه ای تنظیم کنیم که میزان گرمای تولید شده توسط دو مقاومت مساوی در هر دو مدار یکسان باشد، در این حالت می گویند مقدار ولتاژ منبع DC برابر با مقدار مؤثر ولتاژ موج سینوسی است.



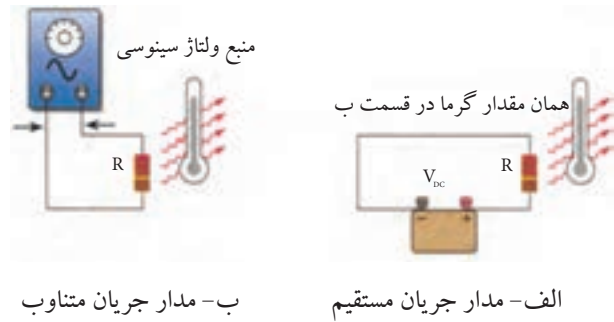
ولت مترهای DC عقربه ای یا دیجیتالی مقدار متوسط ولتاژ را اندازه می گیرند. بنابراین اگر ولت متر را به ولتاژ AC متناوب وصل کنیم، ولت متر مقدار صفر ولت را نشان می دهد، شکل ۲۶-۵.



شکل ۲۶-۵ ولت متر DC مقادیر AC را اندازه نمی گیرد.

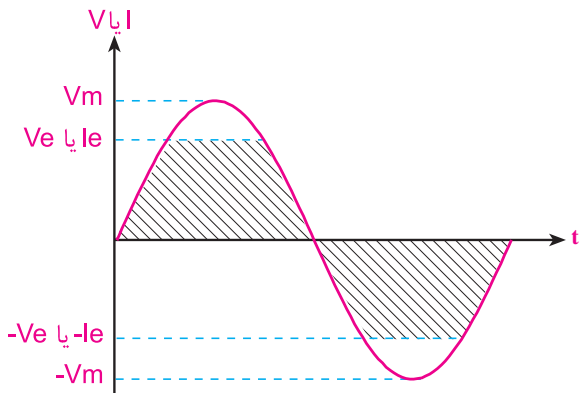
ولت مترهای DC فقط می توانند مقدار متوسط ولتاژ سینوسی را به طور صحیح اندازه بگیرند.

این مطلب در شکل ۵-۲۸ نشان داده شده است.



شکل ۵-۲۸

مقدار ولتاژ موثر را با V_e یا V_{rms} یا V_{eff} نشان می‌دهند. مقدار موثر یک موج سینوسی از روابط زیر قابل محاسبه است، شکل ۵-۲۹.



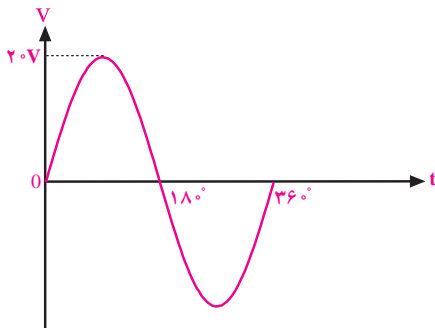
$$V_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \times V_m = 0.707 V_m$$

$$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \times I_m = 0.707 I_m$$

شکل ۵-۲۹ مقدار موثر موج سینوسی

مثال ۶: مقدار موثر شکل موج ولتاژ سینوسی شکل ۵-۳۰

برابر با چند ولت است؟



شکل ۵-۳۰ ولتاژ سینوسی

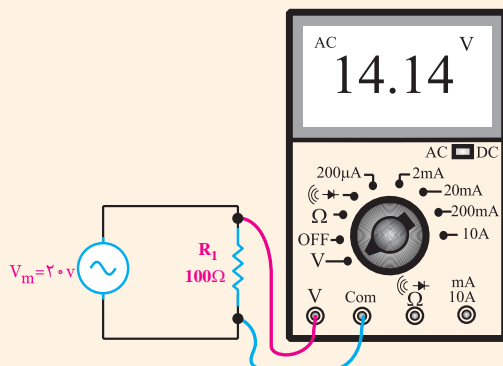
حل:

با استفاده از رابطه‌ی مربوط به ولتاژ موثر، مقدار ولتاژ موثر را به دست می‌آوریم.

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707 V_m = 0.707 \times 20 = 14.14 V$$

$$V_e = 14.14 V$$

به مقدار موثر موج، مقدار rms نیز می‌گویند. ولت‌مترهای AC مقدار موثر ولتاژ سینوسی را اندازه می‌گیرند، شکل ۵-۳۱.



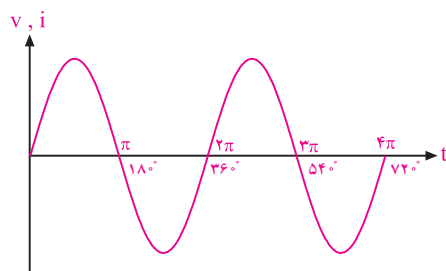
شکل ۵-۳۱ اندازه‌گیری ولتاژ موثر

نکته: این روابط فقط برای موج سینوسی



قابل قبول است.

طی شده برابر با ۷۲۰° یا ۴π رادیان است.



شکل ۵-۳۳ دو سیکل کامل ولتاژ یا جریان

با توجه به اینکه یک سیکل کامل ولتاژ یا جریان ۳۶۰° می باشد می توانیم روابط زیر را برای محاسبه ی ۱° درجه بر حسب رادیان بنویسیم:

$$۲\pi(\text{rad}) = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۱^\circ = \frac{۲\pi}{۳۶۰}$$

$$۱^\circ = \frac{\pi}{۱۸۰} \text{ رادیان}$$

مثال ۷: ۳۰° درجه معادل چند رادیان است؟

حل:

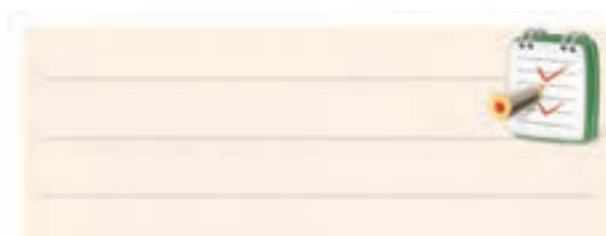
با توجه به اینکه $۱^\circ = \frac{\pi}{۱۸۰}$ رادیان است، پس می توانیم بنویسیم:

$$۳۰^\circ = ۳۰ \times \frac{\pi}{۱۸۰} \Rightarrow ۳۰^\circ = \frac{۳۰\pi}{۱۸۰} = \frac{\pi}{۶}(\text{rad})$$

$$۳۰^\circ = \frac{\pi}{۶} \text{ رادیان}$$

تمرین کلاسی ۲: زاوایای ۹۰° ، ۶۰° ، ۴۵°

۱۳۵° و ۲۷۰° را بر حسب رادیان بنویسید.



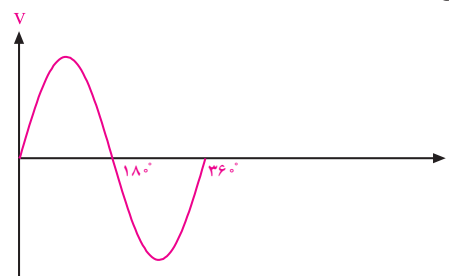
برای جریان نیز مقادیر مؤثر وجود دارد و جریان مؤثر را با

I_e ، I_{eff} یا I_{rms} نشان می دهند.

۸-۳-۵ معادله ی ولتاژ سینوسی

رابطه ی زوایا بر حسب رادیان:

همان طور که در مباحث قبلی مطرح شد، مدت زمانی که طول می کشد تا یک سیکل کامل طی شود را «زمان تناوب» می گویند. در شکل ۵-۳۲ یک سیکل کامل ولتاژ ۳۶۰° درجه را طی می کند.



شکل ۵-۳۲ یک سیکل کامل ولتاژ

در روابط ریاضی زاویه ی ۳۶۰° درجه معادل ۲π رادیان است. رادیان واحد دیگری برای سنجش زاویه به شمار می آید.

$$۳۶۰^\circ = ۲\pi(\text{رادیان})$$

در تئوری های مربوط به الکتریسته اندازه ی زوایا را بیشتر بر حسب رادیان بیان می کنند. ولتاژ یا جریان سینوسی در هر سیکل ۳۶۰° یا ۲π رادیان را طی می کند. یک سیکل کامل مشابه حالتی است که یک دور کامل دایره را طی کرده باشیم.

یک سیکل کامل ولتاژ یا جریان، زاویه ی ۳۶۰° درجه یا ۲π رادیان را طی می کند.

در شکل ۵-۳۳ در دو سیکل کامل ولتاژ یا جریان زاویه

سرعت زاویه‌ای

مقدار زاویه‌ی طی شده توسط ولتاژ یا جریان سینوسی در مدت زمان یک ثانیه را سرعت زاویه‌ی ای می‌نامند و آن را با ω (اُمگا) نشان می‌دهند.

مقدار ω از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

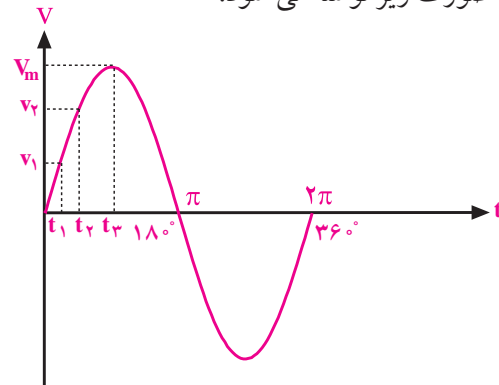
تعداد سیکل در ثانیه \times زاویه‌ی طی شده توسط یک سیکل = مقدار زاویه‌ی طی شده در مدت یک ثانیه

$$\omega = 2\pi \times f$$

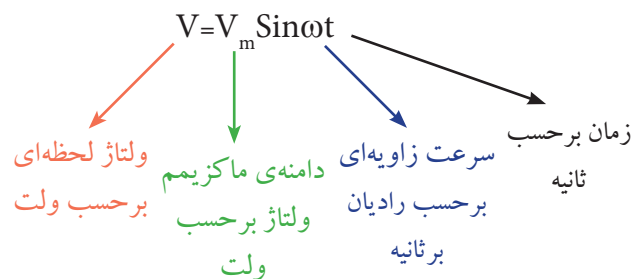
واحد ω ، رادیان بر ثانیه است.

معادله‌ی ولتاژ سینوسی

برای هر شکل موجی می‌توان رابطه‌ی ریاضی نوشت. رابطه‌ی ریاضی شکل موج سینوسی نشان داده شده در شکل ۵-۳۴ به صورت زیر نوشته می‌شود.



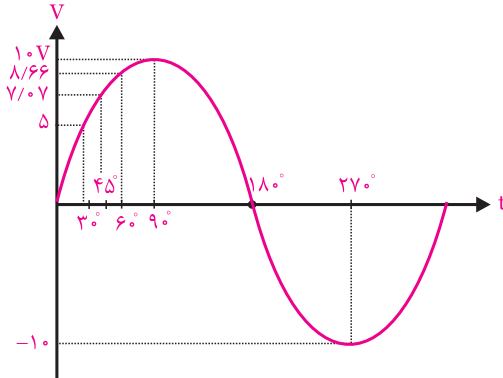
شکل ۵-۳۴ شکل موج ولتاژ سینوسی



رابطه‌ی ریاضی هر موج را معادله‌ی آن موج می‌گویند.

مثال ۸: مقدار ماکزیمم ولتاژ یک موج سینوسی برابر با

۱۰ ولت است. مقدار ولتاژ را در زوایای 30° ، 45° ، 60° ، 90° و 180° و 270° محاسبه کنید.



شکل ۵-۳۵

حل:

با توجه به رابطه‌ی مربوط به موج سینوسی می‌توانیم

بنویسیم:

$$V = 10 \sin \omega t$$

$$V = 10 \sin \theta$$

چون $\theta = \omega t$ است به جای θ مقدار زوایا را در فرمول

$V = 10 \sin \theta$ قرار می‌دهیم و مقدار ولتاژ را محاسبه می‌کنیم.

$$V = 10 \sin 30^\circ \Rightarrow V = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ ولت}$$

$$V = 10 \sin 45^\circ \Rightarrow V = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} = 7.07 \text{ ولت}$$

$$V = 10 \sin 60^\circ \Rightarrow V = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} = 8.66 \text{ ولت}$$

$$V = 10 \sin 90^\circ \Rightarrow V = 10 \times 1 = 10 \text{ ولت}$$

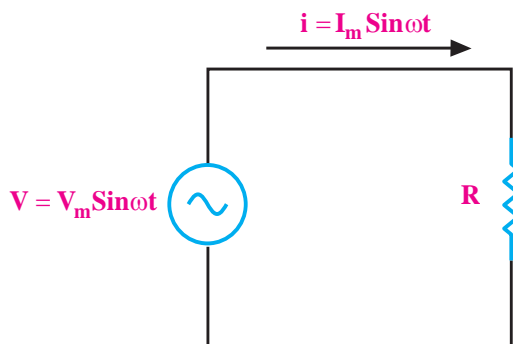
$$V = 10 \sin 180^\circ \Rightarrow V = 10 \times 0 = 0 \text{ ولت}$$

$$V = 10 \sin 270^\circ \Rightarrow V = 10 \times (-1) = -10 \text{ ولت}$$

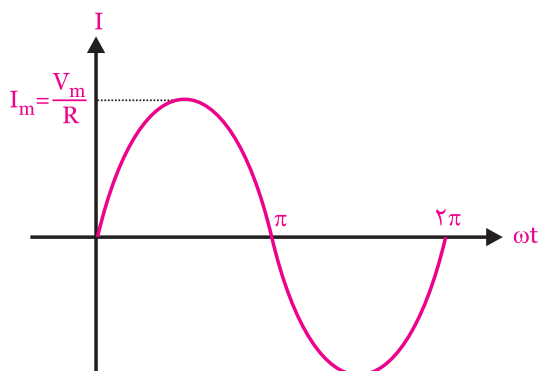
مقدار سینوس زوایا از جدول مثلثاتی قابل استخراج است.

$$i = \frac{V_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

در شکل ۵-۳۷ الف مدار عبور جریان متناوب از مقاومت اهمی و در شکل ۵-۳۸ ب شکل موج جریان سینوسی رسم شده است.



الف- مدار الکتریکی



ب- شکل موج جریان سینوسی

شکل ۵-۳۷ مدار الکتریکی و شکل موج جریان عبوری از آن

اگر یک منبع ولتاژ سینوسی را به دو سر یک مقاومت اهمی وصل کنیم، در مقاومت اهمی جریان سینوسی جاری خواهد شد.

وقتی جریان سینوسی از مقاومت اهمی عبور می کند بین جریان و ولتاژ هیچگونه اختلاف فازی به وجود نمی آید. در شکل ۵-۳۸ شکل موج ولتاژ دو سر مقاومت اهمی و شکل موج جریان عبوری از آن نشان داده شده است.



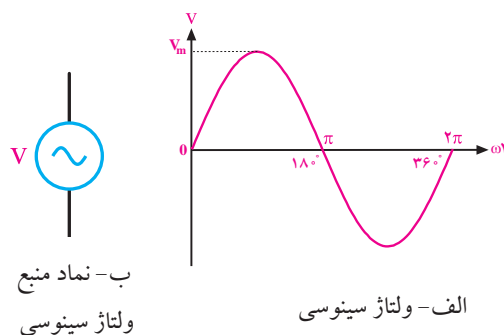
تمرین کلاسی ۳: مقدار ماکزیمم جریان

یک موج سینوسی برابر با ۳ آمپر است. مقدار جریان را در زوایای 30° ، 45° ، 60° ، 90° ، 180° و 270° محاسبه کنید.



۴-۵ رفتار مقاومت اهمی (R) در جریان متناوب

اگر به دو سر یک مقاومت اهمی، یک ولتاژ سینوسی مانند ولتاژ برق شهر را وصل کنیم، جریانی در مدار برقرار خواهد شد که از نظر شکل موج دقیقاً مشابه ولتاژ است. به این جریان، جریان سینوسی می گویند. در شکل ۵-۳۶ الف شکل موج ولتاژ سینوسی و در شکل ۵-۳۶ ب نماد (علامت قراردادی) منبع ولتاژ سینوسی را ملاحظه می کنید.



شکل ۵-۳۶ شکل موج و نماد منبع ولتاژ سینوسی

جریانی که از مقاومت عبور می کند از رابطه ی زیر به دست می آید:

مقاومت از رابطه زیر به دست می آید.

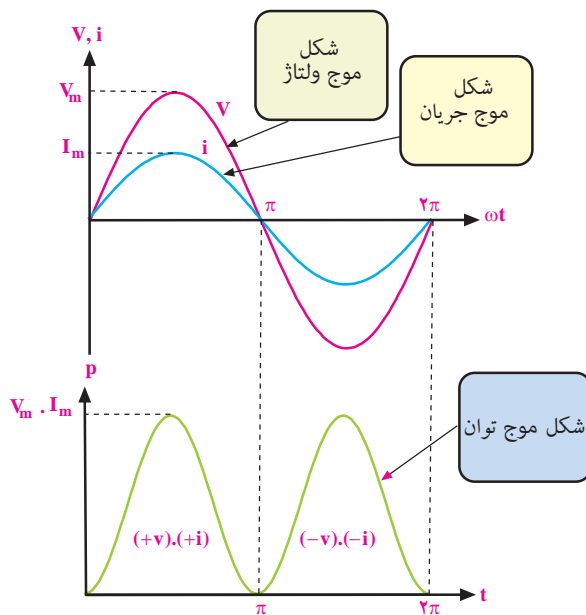
$$P = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

جریان مؤثر ولتاژ مؤثر توان تلف شده

می دانیم $I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ و $V_{\text{eff}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ است. مقدار توان از رابطه ی زیر نیز قابل محاسبه است.

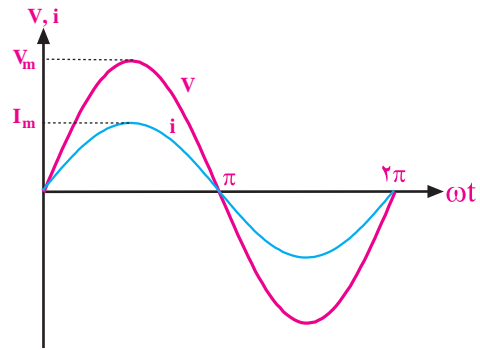
$$P = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = \frac{(V_{\text{eff}})^2}{R}$$

در شکل ۵-۴۱، شکل موج های ولتاژ، جریان و توان تلف شده در مقاومت نشان داده شده است.



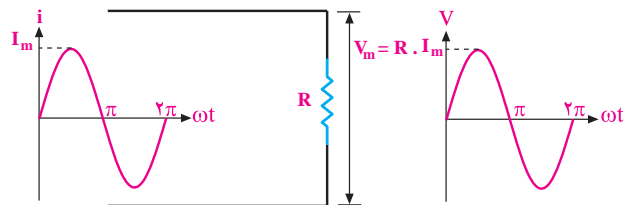
شکل ۵-۴۱ منحنی توان تلف شده در دو سر یک مقاومت اهمی

در نیم سیکل مثبت در فاصله ی صفر تا π مقادیر لحظه ای ولتاژ و جریان مثبت و در نتیجه حاصل ضرب آن ها نیز مثبت است. در نیم سیکل منفی در فاصله ی π تا 2π مقادیر لحظه ای ولتاژ و جریان هر دو منفی هستند که حاصل ضرب آن ها مثبت



شکل ۵-۳۸ شکل موج ولتاژ و جریان در مقاومت اهمی

اگر جریان سینوسی از یک مقاومت اهمی عبور کند در دو سر مقاومت اهمی، یک ولتاژ سینوسی افت می کند که با جریان عبوری از مدار هم فاز است، شکل ۵-۳۹.

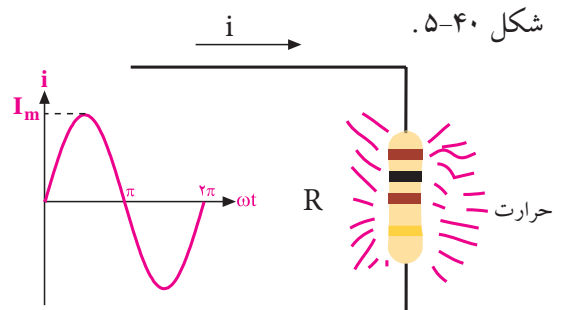


شکل ۵-۳۹ هم فاز بودن جریان و ولتاژ در مقاومت

۵-۵ توان تلف شده در یک مقاومت اهمی در جریان

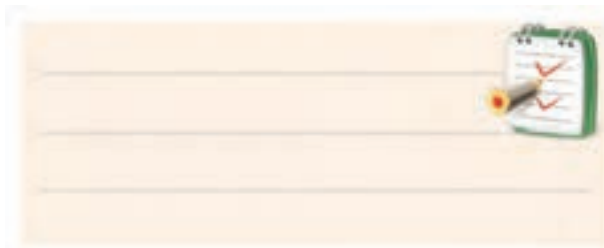
متناوب

در صورتی که از یک مقاومت اهمی جریانی عبور کند، در آن مقاومت توانی به صورت حرارت تلف می شود،



شکل ۵-۴۰ توان تلف شده در مقاومت

مقدار توان تلف شده بستگی به شکل موج جریان دارد. اگر جریان عبوری از مدار، سینوسی باشد توان تلف شده در



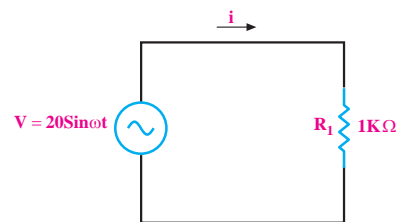
می شود. به این ترتیب در دو سر مقاومت اهمی هیچ گاه مقدار توان، منفی نمی شود. توانی که در مقاومت اهمی تلف می شود توان مؤثر است و آن را با P_{eff} نشان می دهند.

مقدار P_{eff} از حاصل ضرب V_{eff} در I_{eff} به دست می آید.

یعنی:

$$P_{eff} = V_{eff} I_{eff}$$

مثال ۹: به دو سر یک مقاومت اهمی $R = 1\text{ K}\Omega$ ، یک منبع ولتاژ سینوسی مطابق شکل ۴۲-۵ وصل شده است. توان تلف شده و جریان گذرنده از مقاومت اهمی را حساب کنید.



شکل ۴۲-۵ مثال

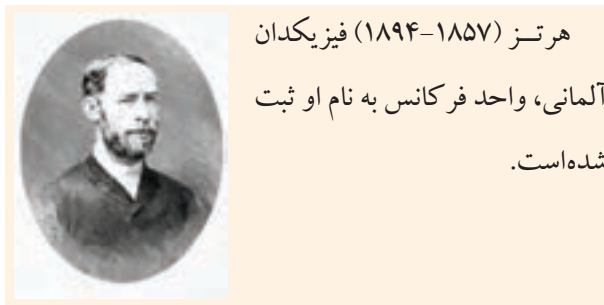
حل:

$$\begin{aligned} V_m &= 20\text{ V} \\ I_m &= \frac{V_m}{R} = \frac{20}{1000} = 0.02 \\ I_{eff} &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{0.02}{\sqrt{2}} = 0.0141\text{ A} \Rightarrow I = 0.0141\text{ A} \\ V_{eff} &= \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14.14\text{ V} \\ P &= V_{eff} \cdot I_{eff} = 14.14 \times 0.0141 = 0.2 \text{ وات} \\ P &= 0.2 \text{ وات} \end{aligned}$$



تمرین کلاسی ۴: دو مقاومت اهمی

$R_1 = 10\text{ K}\Omega$ و $R_2 = 12\text{ K}\Omega$ به صورت سری به یک منبع ولتاژ سینوسی $(V = 10 \sin \omega t)$ وصل شده است. توان تلف شده در هر مقاومت را حساب کنید.

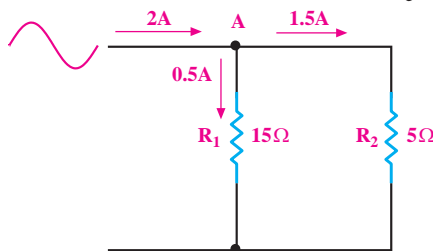


هرتز (۱۸۹۴-۱۸۵۷) فیزیکدان آلمانی، واحد فرکانس به نام او ثبت شده است.

۵-۶ قوانین کریشف در جریان متناوب

قانون جریان کریشف (KCL):

اصول مربوط به قوانین جریان و ولتاژ کریشف در ولتاژها و جریانهای DC و AC تفاوتی با یکدیگر ندارند. طبق قانون جریان کریشف (KCL)، جمع جبری جریانهایی که به یک نقطه از مدار وارد می شوند برابر با صفر است. در شکل ۴۳-۵ جریان ۲A متناوب سینوسی به نقطه‌ای (گره) A وارد می شود و از همان نقطه (گره) جریان $0.5\text{ A} + 1.5\text{ A} = 2\text{ A}$ خارج می شود.



شکل ۴۳-۵ بررسی قانون جریان کریشف

معمولاً چندین جریان به یک نقطه وارد و یا از آن خارج می شوند. جریانهای وارد شده را با علامت + و جریانهای خارج شده را با علامت - مشخص می کنیم.

$$I_{1m} = \frac{V_m}{R_1} = \frac{120V}{10K\Omega} = 12mA$$

$$I_{2m} = \frac{V_m}{R_2} = \frac{120V}{15K\Omega} = 8mA$$

جریان I_T را از مجموع جریان‌های I_1 و I_2 به دست

می‌آوریم.

$$I_T = I_{1m} + I_{2m} \Rightarrow$$

$$I_T = 12 + 8 = 20mA$$

بعد از محاسبه ی مقدار ماکزیمم جریان‌های I_1 و I_2 و I_T

معادله ی جریان‌ها را می‌نویسیم:

$$I_1 = 12\sin\omega t$$

$$I_2 = 8\sin\omega t$$

$$I_T = 20\sin\omega t$$

تمرین کلاسی ۵: رابطه ی جریان عبوری

از مقاومت‌های $R_1 = 4K\Omega$ و $R_2 = 5K\Omega$ که به طور موازی

به منبع ولتاژ سینوسی $V_s = 20\sin\omega t$ وصل می‌باشند را به

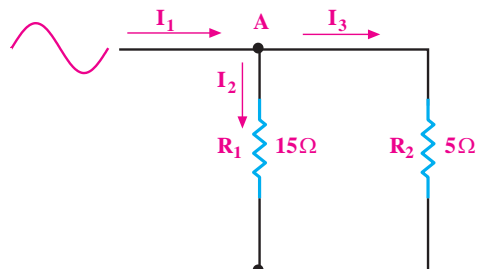
دست آورید.

در شکل ۵-۴۴ اگر جریان(های) ورودی را با علامت

«+» و جریان(های) خروجی را با علامت «-» نشان دهیم،

می‌توانیم در گره A رابطه ی زیر را بنویسیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{جمع جبری جریان‌های ورودی و خروجی} \\ +I_1 - I_2 - I_3 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 = I_2 + I_3$$



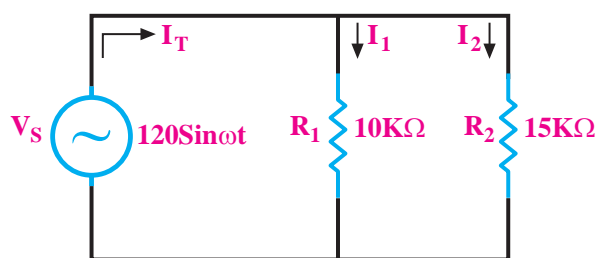
شکل ۵-۴۴ جمع جبری جریان‌های وارد شده و خارج شده

گره A برابر با صفر است.

مثال ۱۰: در شکل ۵-۴۵ رابطه ی جریان عبوری از

مقاومت‌های R_1 و R_2 و جریان خروجی از منبع ولتاژ سینوسی

را به دست آورید.



شکل ۵-۴۵

حل:

چون ولتاژ در مدار ثابت است جریان هر شاخه با استفاده

از قانون اهم محاسبه می‌شود.

$$I_1 = I_{1m} \sin\omega t \quad \text{و} \quad I_2 = I_{2m} \sin\omega t$$

ابتدا مقدار I_{1m} و I_{2m} را محاسبه می‌کنیم:

قانون ولتاژ کریشف (KVL)

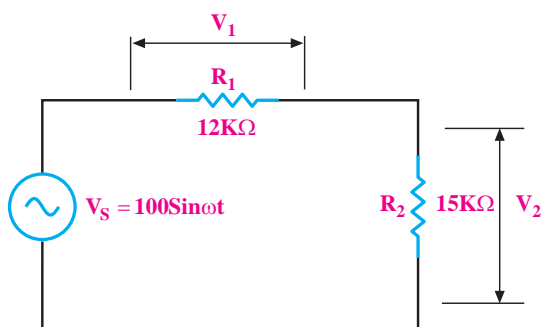
طبق قانون ولتاژ کریشف، در یک مدار بسته با منبع ولتاژ

متناوب یا مستقیم، جمع جبری ولتاژها برابر صفر است. به



نکته مهم: اگر بین ولتاژ و جریان در یک مدار اختلاف فاز وجود داشته باشد در این صورت به جای جمع جبری باید از جمع برداری استفاده شود.

مثال ۱۱: در شکل ۴۷-۵ رابطه‌ی ولتاژ دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 را به دست آورید.



شکل ۴۷-۵ محاسبه‌ی ولتاژ دو سر هر مقاومت

حل:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{1\max} \cdot \sin \omega t, \quad V_2 = V_{2\max} \cdot \sin \omega t \\ V_{1\max} &= I_m \cdot R_1, \quad V_{2\max} = I_m \cdot R_2 \\ I_{\max} &= \frac{V_{\max}}{R_1 + R_2} = \frac{100}{12k + 15k} = 3/7 \text{ mA} \\ V_{1\max} &= 3/7 \times 12 = 44/47 \text{ V} \\ V_{2\max} &= 3/7 \times 15 = 55/56 \text{ V} \\ V_1 &= 44/47 \sin \omega t \\ V_2 &= 55/56 \sin \omega t \end{aligned}$$



تمرین کلاسی ۶: رابطه‌ی ولتاژ دو سر مقاومت‌های $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ و $R_2 = 12 \text{ k}\Omega$ که به طور سری به منبع ولتاژ سینوسی با رابطه‌ی $V_s = 110 \sin \omega t$ اتصال دارند را به دست آورید.

عبارت دیگر در یک مدار بسته ولتاژ منبع باید با مجموع افت ولتاژهای دو سر مقاومت‌ها برابر باشد. با توجه به شکل ۴۶-۵ می‌توانیم رابطه‌ی زیر را بنویسیم.

$$V_1 = \text{افت ولتاژ دو سر مقاومت } R_1$$

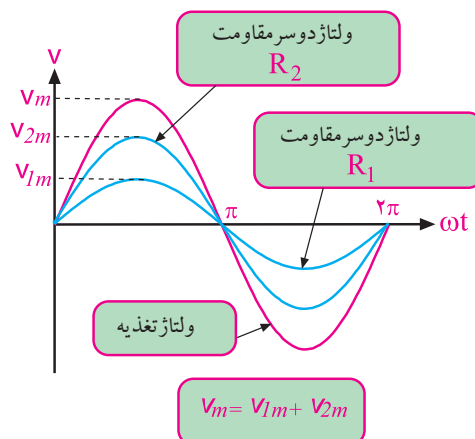
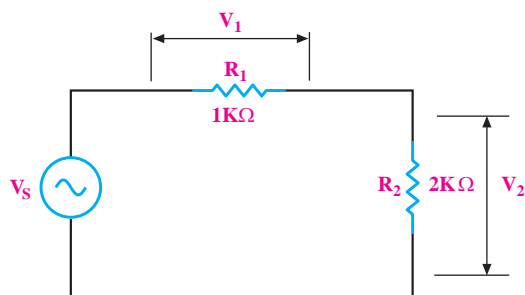
$$V_2 = \text{افت ولتاژ دو سر مقاومت } R_2$$

$$V_s = \text{ولتاژ منبع}$$

$$-V_s + V_1 + V_2 = 0$$

افت ولتاژ دو سر مقاومت R_2 + افت ولتاژ دو سر مقاومت R_1 = ولتاژ منبع

$$V_s = V_1 + V_2$$



شکل ۴۶-۵ قانون ولتاژ کریشهف

۵-۷-۱ هم‌سنگ (هم‌ارز) بردار

هم‌سنگ یک بردار، برداری هم جهت و هم‌اندازه‌ی آن بردار است. برای رسم هم‌سنگ یک بردار ابتدا از یک نقطه‌ی دلخواه خطی را به موازات راستای بردار رسم می‌کنیم. سپس روی این خط، برداری هم طول و هم جهت با بردار اصلی می‌کشیم. در شکل ۵-۵۰ هم‌سنگ بردار \vec{AB} را از نقطه‌ی دلخواه M رسم کرده‌ایم و بردار \vec{MN} را که هم‌سنگ بردار \vec{AB} است به وجود آورده‌ایم.

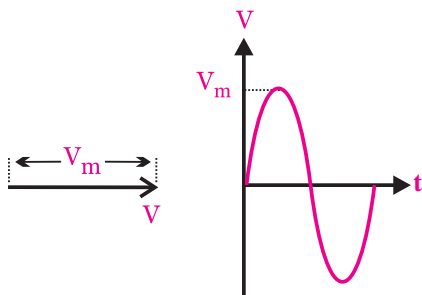


شکل ۵-۵۰ بردار \vec{MN} هم‌سنگ بردار \vec{AB} است.

دو بردار هم‌سنگ دارای اندازه (طول) و جهت یکسان هستند.

۵-۷-۲ نمایش برداری موج سینوسی

برای مقایسه‌ی فاز امواج متناوب می‌توان از بردار استفاده کرد. در شکل ۵-۵۱ موج سینوسی $V = V_m \sin \omega t$ را به صورت برداری رسم کرده‌ایم.

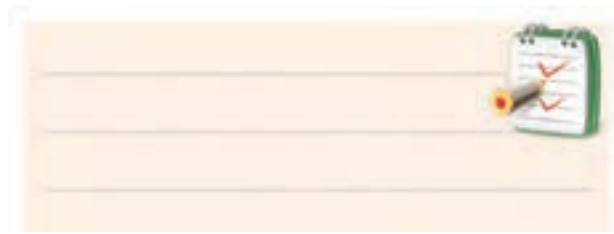


ب- نمایش برداری

الف- شکل موج ولتاژ سینوسی

ج- معادله‌ی ولتاژ سینوسی $V = V_m \sin \omega t$

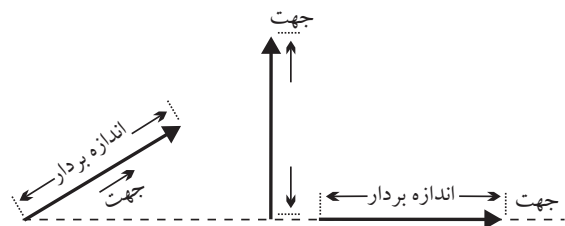
شکل ۵-۵۱ نمایش برداری موج سینوسی



۵-۷ بردار

برداری پاره‌خطی است که دارای اندازه (طول) و جهت است. از بردار در مدارهای الکتریکی به عنوان وسیله‌ای برای نمایش و محاسبه کمیت‌های مختلف الکتریکی مانند ولتاژ، جریان، مقاومت و توان استفاده می‌کنند.

در شکل ۵-۴۸ چند نمونه بردار رسم شده است.



شکل ۵-۴۸ چند نمونه بردار

اگر ابتدای برداری نقطه‌ی A و انتهای آن در نقطه‌ی B باشد آن را بردار \vec{AB} می‌نامند. اندازه‌ی بردار \vec{AB} را با $|\vec{AB}|$ یا \overline{AB} نشان می‌دهند. در شکل ۵-۴۹ دو نمونه بردار رسم شده است.

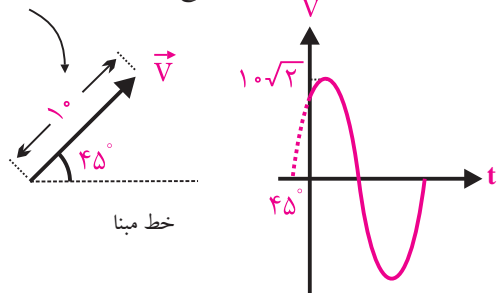


ب- بردار \vec{CD}

الف- بردار \vec{AB}

شکل ۵-۴۹ دو نمونه بردار

موج سینوسی با ۴۵ درجه پیش فاز



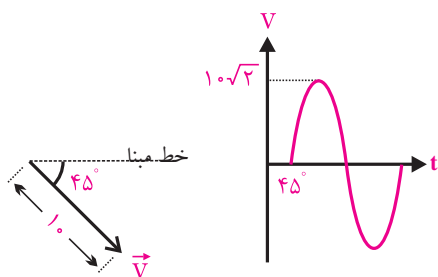
ب- نمایش برداری

الف- شکل موج ولتاژ سینوسی

ج- معادله‌ی ولتاژ سینوسی $V = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$

شکل ۵-۵۲ نمایش موج ولتاژ سینوسی با تقدم فاز

در شکل ۵-۵۳ یک نمونه شکل موج ولتاژ سینوسی که دارای تأخیر فاز است را نشان داده‌ایم.



ب- نمایش برداری

الف- شکل موج ولتاژ سینوسی

ج- معادله‌ی ولتاژ سینوسی $V = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ)$

شکل ۵-۵۳ موج سینوسی با تأخیر فاز ۴۵°

توجه



در شکل ۵-۵۱ برای نشان دادن جریان و ولتاژ سینوسی به صورت برداری، اندازه‌ی بردارها برابر دامنه‌ی ماکزیمم موج جریان یا ولتاژ رسم شده است. از آن جا که در محاسبات معمولاً مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان به کار می‌رود، می‌توان اندازه‌ی این بردارها را برابر با مقدار مؤثر امواج نیز رسم کرد. در این کتاب از مقدار مؤثر برای نمایش اندازه‌ی بردار استفاده خواهد شد.

برای کسب موفقیت، تنها به دست آوردن اطلاعات و دانش کفایت نمی‌کند، بلکه به کارگیری و تمرین مستمر آن اطلاعات است.

توجه



برای تعیین اندازه‌ی بردار موج سینوسی، مقدار مؤثر موج را در نظر می‌گیرند.

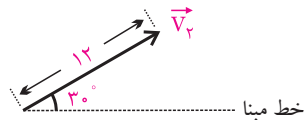
در شکل ۵-۵۲ یک نمونه موج سینوسی که دارای تقدم فاز (پیش فاز) است را مشاهده می‌کنید. برای رسم «نمایش برداری» لازم است میزان اختلاف فاز را با توجه به پیش فاز یا پس فاز بودن در نظر گرفت. اگر بخواهیم حالت پیش فازی را نشان دهیم باید نسبت به محور افقی که خط مبنا است در خلاف حرکت عقربه‌های ساعت زاویه‌ی فاز را انتخاب نماییم و بردار را رسم کنیم. امواج با تأخیر فاز (پس فاز) نیز با زاویه‌ای در جهت حرکت عقربه‌های ساعت رسم می‌شوند.

مثال ۱۲: معادله‌ی ولتاژ سینوسی مربوط به بردارهای

شکل ۵-۵۴ را بنویسید.

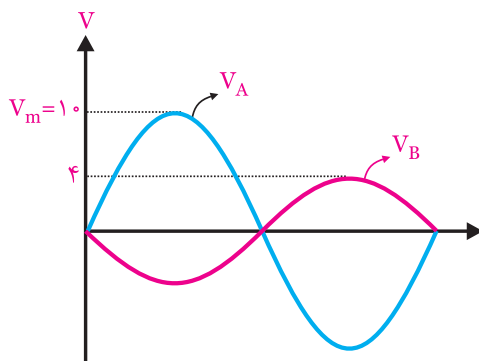
ب: در معادله‌ی (ب) چون علامت 30° درجه مثبت است، پس ولتاژ نسبت به خط مبنا تقدم فاز دارد (جلو افتاده و پیش فاز است). بنابراین بردار آن نیز باید تقدم فاز داشته باشد.

V_p موج ولتاژ با 30° درجه تقدم فاز



شکل ۵-۵۵-ب پاسخ مثال

مثال ۱۴: دو موج رسم شده در شکل ۵-۵۶ را به صورت برداری نمایش دهید.



شکل ۵-۵۶

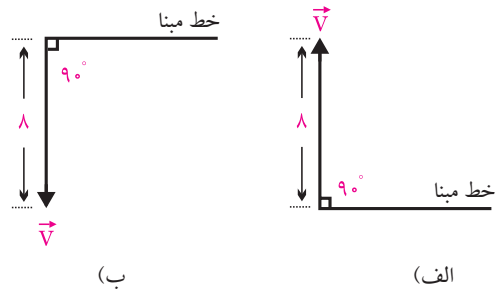
حل: با توجه به اینکه دو موج سینوسی رسم شده دارای 180° درجه اختلاف فاز هستند، بنابراین بردار آنها نیز باید 180° درجه نسبت به یکدیگر اختلاف فاز داشته باشد. اندازه‌ی بردارها مقدار مؤثر موج سینوسی است.

$$\text{مؤثر } V_B = V_{\text{Beff}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{مؤثر } V_A = V_{\text{Aeff}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$



شکل ۵-۵۷-ا پاسخ مثال



شکل ۵-۵۴

حل

الف: چون بردار به اندازه‌ی 90° درجه از خط مبنا جلوتر است، پس موج پیش فاز است و تقدم فاز دارد. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$V = 8\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)$$

ب: چون بردار ولتاژ به اندازه‌ی 90° درجه از خط مبنا عقب‌تر است پس ولتاژ تأخیر فاز دارد و می‌توانیم بنویسیم:

$$V = 8\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

مثال ۱۳: دیاگرام برداری مربوط به معادلات ولتاژ

سینوسی V_1 و V_2 را رسم کنید:

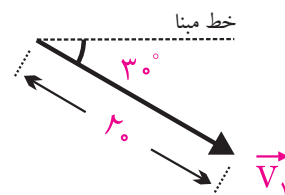
الف - $V_1 = 20\sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ)$

ب - $V_2 = 12\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$

حل:

الف: در معادله‌ی (الف) ولتاژ به اندازه‌ی 30° درجه از خط مبنا عقب‌تر است (تأخیر فاز دارد) پس بردار آن نیز باید تأخیر فاز داشته باشد.

V_1 موج ولتاژ با 30° درجه تأخیر فاز



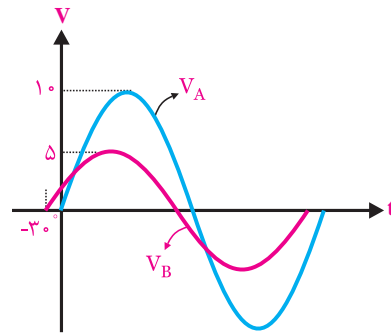
شکل ۵-۵۵-الف پاسخ مثال

مثال ۱۵: در شکل ۵۸-۵ دو موج A و B نشان داده شده است.

الف- امواج A و B را به صورت برداری نمایش دهید.

ب- روابط مربوط به معادله‌ی امواج سینوسی A و B را

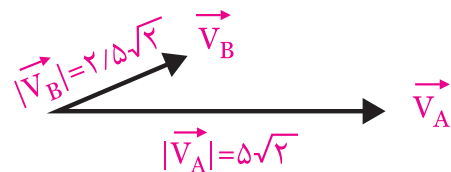
بنویسید.



شکل ۵۸-۵

حل:

الف- چون پیک موج B از پیک موج A جلوتر است پس موج B نسبت به موج A پیش فاز است. از سوی دیگر موج A از مبدا صفر شروع می‌شود پس بردار مربوط به موج A را روی خط مبدا می‌کشیم و بردار B را با 30° تقدم فاز ترسیم می‌کنیم.



اندازه‌ی بردارها نیز مقدار مؤثر موج سینوسی می‌باشد.

$$|\vec{V}_B| = \frac{V_{Bm}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{2}{5\sqrt{2}}$$

$$|\vec{V}_A| = \frac{V_{Am}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

شکل ۵۹-۵ پاسخ قسمت الف

ب- موج A چون از مبدا شروع می‌شود اختلاف فازی ندارد و معادله‌ی آن به صورت زیر است.

$$V_A = 10 \sin \omega t$$

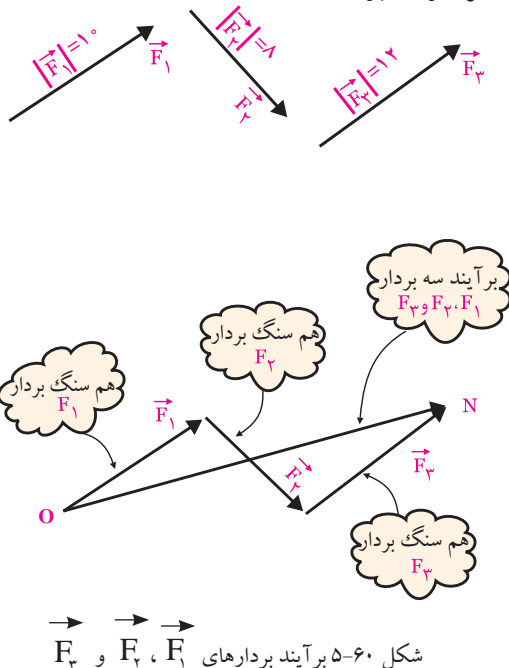
موج B به اندازه‌ی 30° درجه تقدم فاز دارد و معادله‌ی آن به صورت زیر است.

$$V_B = 5 \sin(\omega t + 30^\circ)$$

۳-۷-۵ برآیند دو یا چند بردار

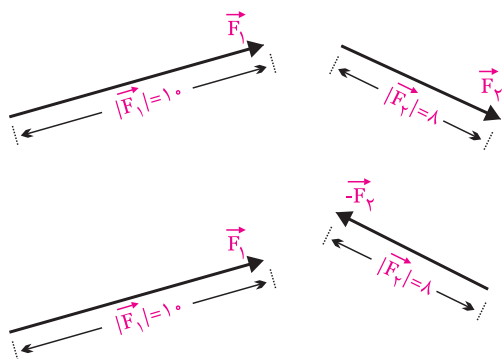
برآیند دو یا چند بردار، برداری است که به تنهایی، خاصیت و تأثیر آن دو یا چند بردار را داشته باشد.

برای تعیین برآیند چند بردار، ابتدا از یک نقطه مانند «O» هم‌سنگ بردار \vec{F}_1 و سپس از انتهای هم‌سنگ بردار \vec{F}_1 ، هم‌سنگ بردار \vec{F}_2 را رسم می‌کنیم. این عمل را برای همه‌ی بردارها ادامه می‌دهیم تا انتهای آخرین بردار هم‌سنگ (نقطه‌ی N) به دست آید. در شکل ۶۰-۵ اگر نقطه‌ی «O» را به نقطه‌ی «N» وصل کنیم، بردار \vec{ON} برآیند بردارهای مورد نظر خواهد بود.



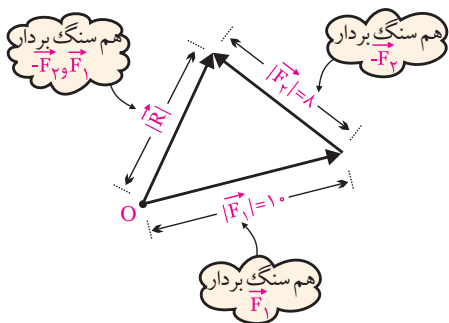
شکل ۶۰-۵ برآیند بردارهای \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 و \vec{F}_3

منفی بردار را رسم می کنیم. منفی یک بردار، هم سنگ آن بردار در جهت مخالف است. در شکل ۶۵-۵ برای رسم بردار $-\vec{F}_1$ ابتدا برداری هم اندازه ولی در جهت مخالف بردار \vec{F}_1 رسم می کنیم.



شکل ۶۵-۵ تفاضل بردارهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2

سپس طبق شکل ۶۶-۵ برآیند دو بردار \vec{F}_1 و $-\vec{F}_2$ را به دست می آوریم.



شکل ۶۶-۵ تفاضل بردارهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2

۵-۷-۵ ضرب یک بردار در یک کمیت عددی

اگر عددی مثل K را در یک بردار مانند \vec{F} ضرب کنیم بردار حاصل ضرب طبق شکل ۶۷-۵ هم جهت با بردار \vec{F} است و اندازه آن K برابر اندازه بردار \vec{F} خواهد شد. اگر K مثبت باشد بردار $K\vec{F}$ هم جهت با بردار \vec{F} و اگر K منفی باشد، بردار $K\vec{F}$ در خلاف جهت بردار \vec{F} است.

برآیند بردارهای \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 و \vec{F}_3 را با \vec{R} نشان می دهند و به صورت زیر نوشته می شود:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

مثال ۱۶: برآیند بردارهای رسم شده در شکل ۶۱-۵ را

رسم کنید.



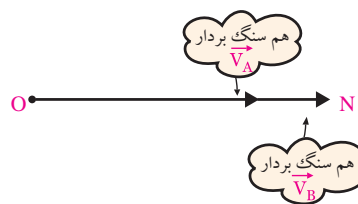
شکل ۶۱-۵

حل: برای رسم برآیند لازم است بردار هم سنگ را رسم کنیم. به این منظور ابتدا هم سنگ بردار \vec{V}_A را از نقطه O رسم می کنیم، شکل ۶۲-۵.



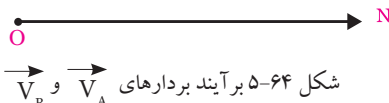
شکل ۶۲-۵ هم سنگ بردار \vec{V}_A

سپس از انتهای بردار \vec{V}_A ، هم سنگ بردار \vec{V}_B را رسم می کنیم و نقطه انتهایی را N می نامیم، شکل ۶۳-۵.



شکل ۶۳-۵ هم سنگ بردار \vec{V}_A و \vec{V}_B

حال از نقطه O به N برداری رسم می کنیم، بردار ON برآیند دو بردار \vec{V}_A و \vec{V}_B است، شکل ۶۴-۵.

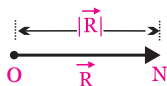


شکل ۶۴-۵ برآیند بردارهای \vec{V}_A و \vec{V}_B

۵-۷-۴ تفاضل بردارها

برای تعیین تفاضل بردارهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 ابتدا

بردار برآیند می‌نامند، شکل ۵-۷۲. $\vec{R} = \vec{ON} = \vec{V}_A + \vec{V}_B$



شکل ۵-۷۲ برآیند بردارهای \vec{V}_A و \vec{V}_B

اندازه‌ی برآیند بردارهای \vec{V}_A و \vec{V}_B از تفاضل اندازه‌ی دو بردار به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} |\vec{R}| &= |\vec{V}_A| - |\vec{V}_B| \\ |\vec{R}| &= 10 - 4 = 6 \\ |\vec{R}| &= 6 \end{aligned}$$

توجه

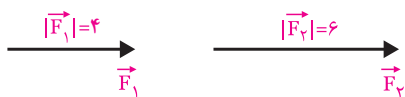
اگر دو بردار در یک جهت باشند اندازه‌ی برآیند دو بردار از جمع جبری اندازه‌ی هر بردار به دست می‌آید.

اگر دو بردار در خلاف جهت یکدیگر باشند اندازه‌ی برآیند دوبردار از تفاضل اندازه‌ی دو بردار به دست می‌آید.



مثال ۱۸: اندازه‌ی برآیند دو بردار هم‌جهت \vec{F}_1 و \vec{F}_2 در

شکل ۵-۷۳ را محاسبه کنید.



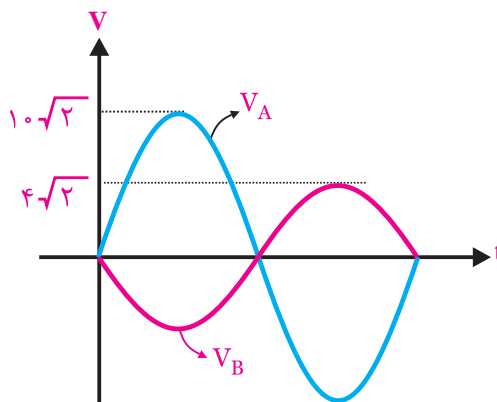
شکل ۵-۷۳



شکل ۵-۶۷ ضرب بردار (K مثبت)

مثال ۱۷: برآیند بردارهای مربوط به شکل موج‌های رسم

شده در شکل ۵-۶۸ را به دست آورید.



شکل ۵-۶۸ مثال

حل: ابتدا بردارهای مربوط به هر دو موج سینوسی را

رسم می‌کنیم، شکل ۵-۶۹.



شکل ۵-۶۹

سپس برای رسم برآیند بردارها، ابتدا هم‌سنگ بردار \vec{V}_A

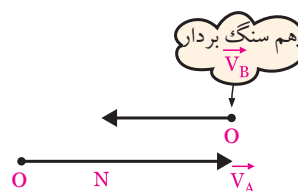
را رسم می‌کنیم، شکل ۵-۷۰.



شکل ۵-۷۰ هم‌سنگ بردار

هم‌سنگ بردار \vec{B} را از انتهای بردار رسم می‌کنیم، شکل ۵-۷۱.

برداری که از وصل دو نقطه‌ی O و N به دست می‌آید را

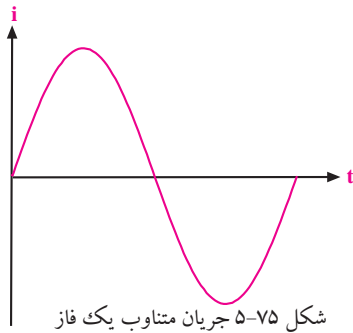


شکل ۵-۷۱

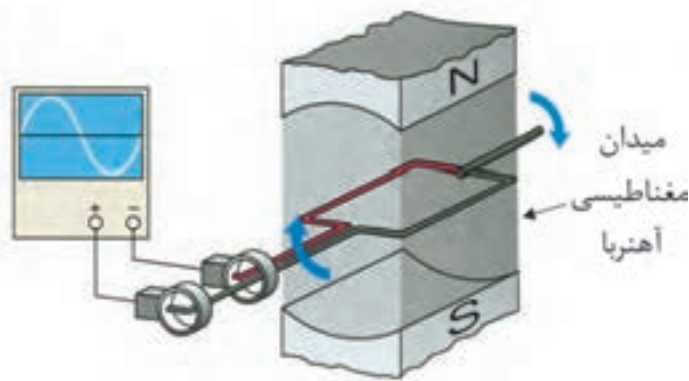
۸-۵ جریان های سه فازه

۸-۵-۱ جريان متناوب يك فازه

همان طور که در قبل گفته شد یکی از دلایل تولید ولتاژ به صورت شکل موج سینوسی، تولید و انتقال آسان آن است. به جريان سینوسی رسم شده در شکل ۵-۷۵ جريان متناوب يك فاز می گویند.



جریان متناوب يك فاز، از حرکت يك مجموعه ی سیم پیچ در داخل میدان مغناطیسی ایجاد می شود. میدان مغناطیسی را می توان توسط آهن ربای طبیعی یا مصنوعی تولید کرد. در شکل ۵-۷۶ حرکت يك مجموعه سیم پیچ در میدان مغناطیسی نشان داده شده است. شکل ۵-۷۶ حرکت سیم پیچ در میدان مغناطیسی



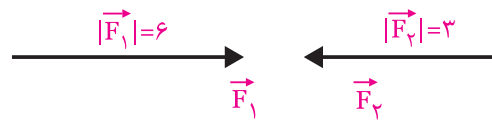
حل: با توجه به هم جهت بودن ۲ بردار اندازه ی برآیند بردارها از جمع جبری اندازه ی هر بردار محاسبه می شود.

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{F_1} + \vec{F_2} \\ |\vec{R}| &= 4 + 6 = 10 \\ \vec{R} &= 10\end{aligned}$$

تمرین کلاسی ۷: اندازه ی برآیند دو بردار



F_1 و F_2 در شکل ۵-۷۴ که در خلاف جهت هم رسم شده اند را به دست آورید.

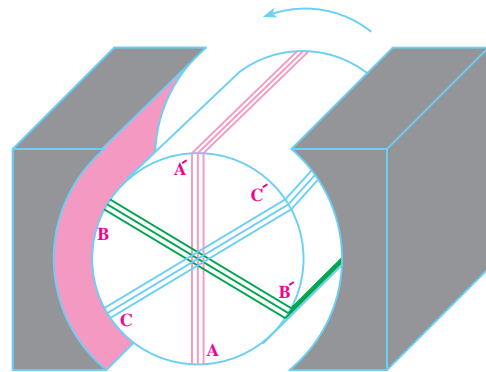


شکل ۵-۷۴



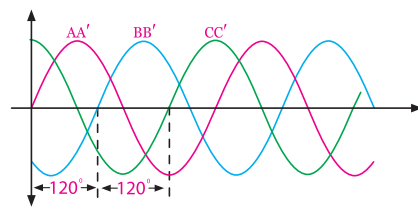
۲-۸-۵ جریان متناوب سه فازه

در صورتی که سه دسته سیم پیچی را در داخل میدان مغناطیسی آهنربا حرکت دهیم، شکل موج جریان متناوب سه فاز ایجاد می شود. در شکل ۵-۷۷ سیم پیچ ها در داخل میدان مغناطیسی نشان داده شده است.



شکل ۵-۷۷ موقعیت سیم پیچ ها در یک نمونه مولد جریان متناوب ۳ فاز

در شکل ۵-۷۷ با چرخش سیم پیچ ها در خلاف جهت عقربه های ساعت، در هر یک از سیم پیچ های AA' ، BB' و CC' ولتاژ سینوسی ایجاد می شود. سیم پیچ های AA' ، BB' و CC' با زاویه ی مکانی 120° درجه نسبت به هم قرار دارند. با توجه به موقعیت مکانی سیم پیچ ها، ولتاژ القایی در سیم پیچ BB' به اندازه ی 120° درجه از ولتاژ القایی در سیم پیچ AA' پس فاز است. هم چنین ولتاژ القا شده در سیم پیچ CC' به اندازه ی 240° درجه نسبت به ولتاژ القا شده در سیم پیچ AA' پس فاز است. در شکل ۵-۷۸ موج های تولید شده توسط سیم پیچ های AA' ، BB' و CC' نشان داده شده است.



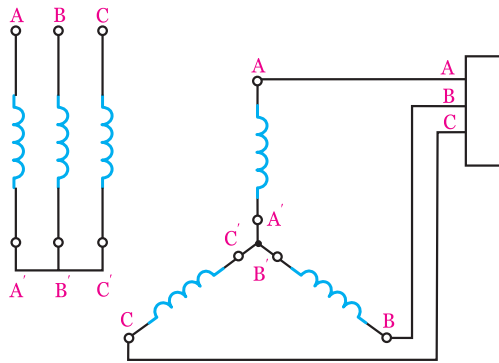
شکل ۵-۷۸ جریان های متناوب سه فازه

همان طور که در شکل ۵-۷۸ مشاهده می کنید شکل موج های $V_{AA'}$ ، $V_{BB'}$ و $V_{CC'}$ نسبت به یکدیگر 120° اختلاف فاز دارند.

۳-۸-۵ اتصال سیم پیچ های مدار سه فاز

سیم پیچ های AA' ، BB' و CC' به دو صورت به هم اتصال داده می شوند.

اتصال ستاره: اگر انتهای سیم پیچ های AA' ، BB' و CC' به یکدیگر اتصال یابند و از ابتدای سیم پیچ ها جریان دریافت شود، این نوع اتصال را «اتصال ستاره» می گویند و با (Y) نشان می دهند. در شکل ۵-۷۹ نحوه ی اتصال ستاره نشان داده شده است.

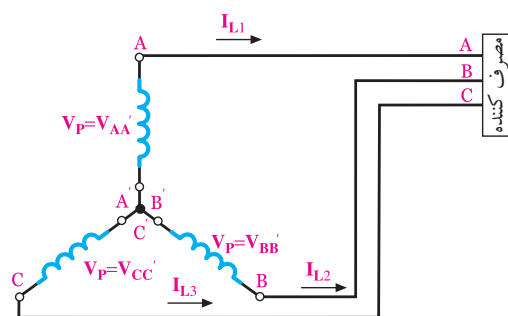
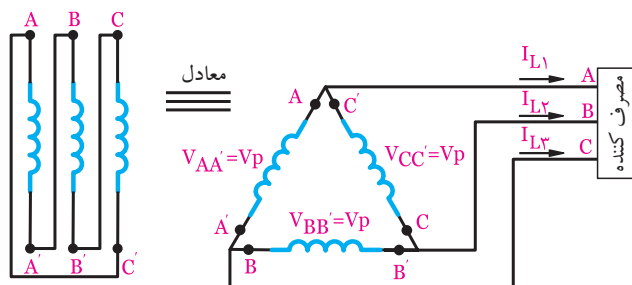


شکل ۵-۷۹ اتصال ستاره

در اتصال ستاره انرژی توسط سیم پیچ های AA' ، BB' و CC' از مولد به مصرف کننده انتقال می یابد. سیم های AA' ، BB' و CC' را به ترتیب S، R یا T یا L_1 ، L_2 و L_3 نام گذاری می کنند و به آنها سیم های فاز A، B و C می گویند.

در شکل ۵-۸۰ ولتاژها و جریان های اتصال ستاره نشان داده شده است.

مثلث می گویند و آن را با علامت (Δ) نشان می دهند. این نوع اتصال در شکل ۸۱-۵ نشان داده شده است.



شکل ۸۰-۵ مشخصات جریان و ولتاژ در اتصال ستاره

اتصال مثلث

شکل ۸۱-۵ اتصال مثلث

در اتصال مثلث ولتاژ دو سر سیم پیچ های AA' ، BB' و CC' را ولتاژ فاز می نامند و آن را با V_p نشان می دهند.

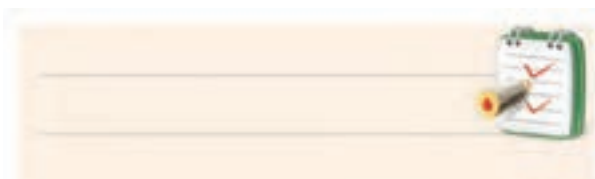
اگر انتهای سیم پیچ اول به ابتدای سیم پیچ دوم، انتهای سیم پیچ دوم به ابتدای سیم پیچ سوم و انتهای سیم پیچ سوم به ابتدای سیم پیچ اول متصل شود این نوع اتصال را اتصال

در زمان اوج مصرف به دلیل نوسانات برق امکان آسیب دیدن وسیله ی برقی شما بیشتر است. در زمان اوج مصرف، از وسایل برقی پرمصرف استفاده نکنید.

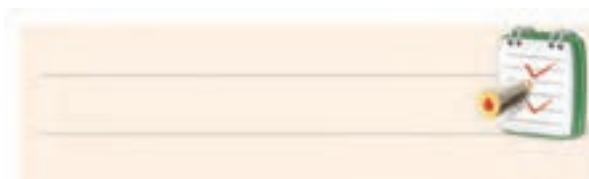


آزمون پایانی فصل (۸)

۶- زمان تناوب را تعریف کنید.



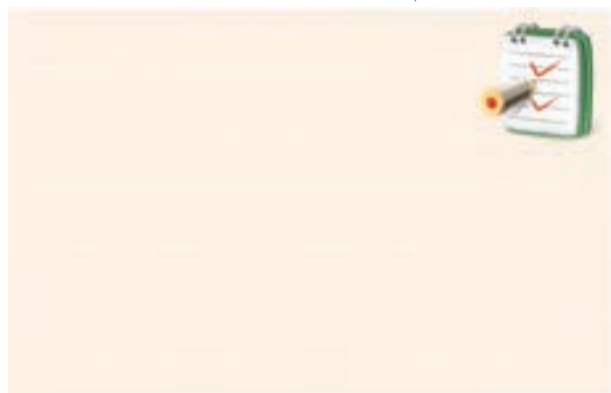
۱- شکل موج ولتاژ متناوب را با رسم شکل شرح دهید.



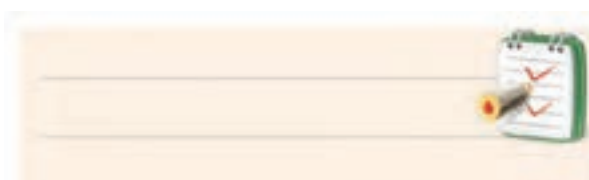
۷- به تعداد سیکل در یک ثانیه می گویند.

۸- مقدار پیک شکل موج سینوسی را تعریف کنید. در

صورتی که مقدار مؤثر موج را داشته باشیم مقدار پیک را چگونه محاسبه کنیم؟

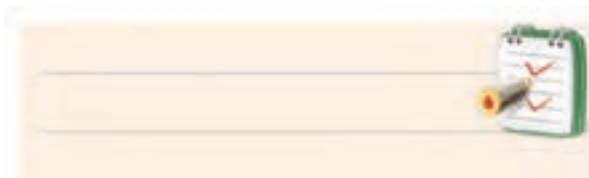


۲- مشخصات یک شکل موج سینوسی را نام ببرید.



۳- مقدار مؤثر و متوسط یک شکل موج سینوسی چگونه

به دست می آید؟ به طور کامل شرح دهید.

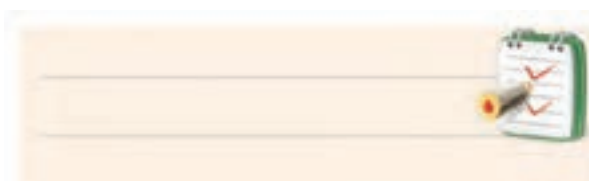


۹- دو موج با ۹۰ درجه اختلاف فاز را رسم کنید.



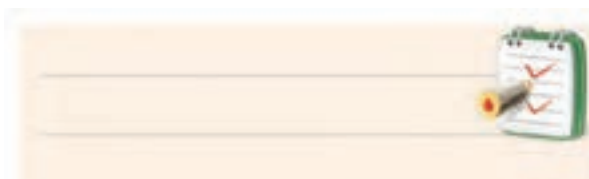
۴- فاز و اختلاف فاز در شکل موج های سینوسی را

توضیح دهید.



۵- چهار نمونه موج متناوب را نام ببرید و شکل موج

آن ها را رسم کنید.



۱۰- در یک موج سینوسی کامل مقدار متوسط ولتاژ

است.

الف) صفر ب) V_m

۱۱- مقدار متوسط موج سینوسی یک سو شده ی نیم موج

از کدام رابطه به دست می‌آید؟

الف) $\frac{V_m}{\pi}$ ب) V_m

ج) $\frac{2V_m}{\pi}$ د) صفر

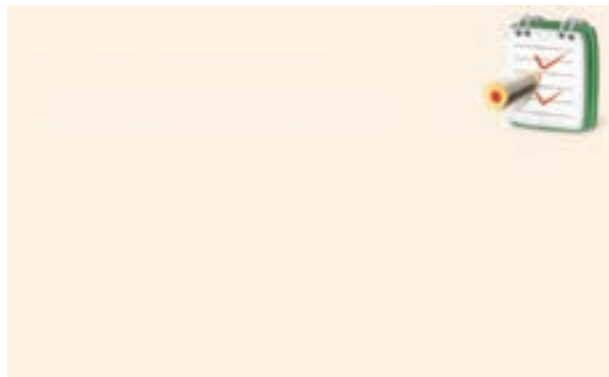
۱۲- مقدار موثر موجی سینوسی با دامنه‌ی ۲۰ ولت را

محاسبه کنید.



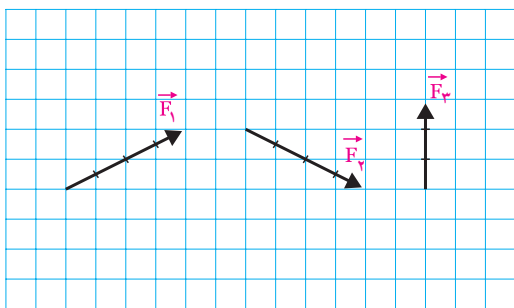
۱۵- هم‌سنگ بردار را چگونه رسم می‌کنند؟ با رسم

شکل توضیح دهید.



۱۶- برآیند بردارهای زیر را به صورت رنگی رسم کنید

و اندازه‌ی آن را به دست آورید.



شکل ۵-۸۲

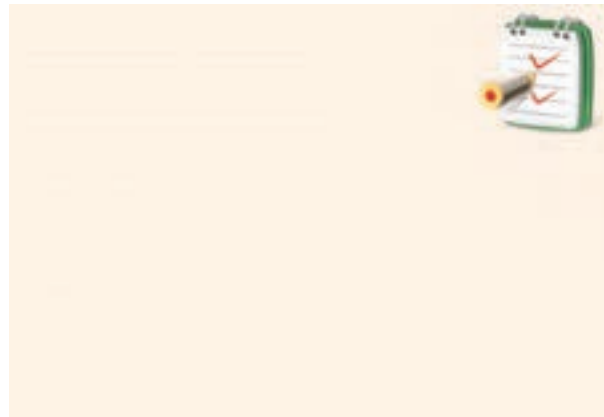
۱۷- چگونگی تعیین تفاضل بردارهای F_1 و F_2 را شرح

دهید.



۱۸- دیاگرام برداری هریک از امواج نشان داده شده در شکل

۵-۸۳ را ترسیم کنید و اختلاف فاز بین آن‌ها را به دست آورید.



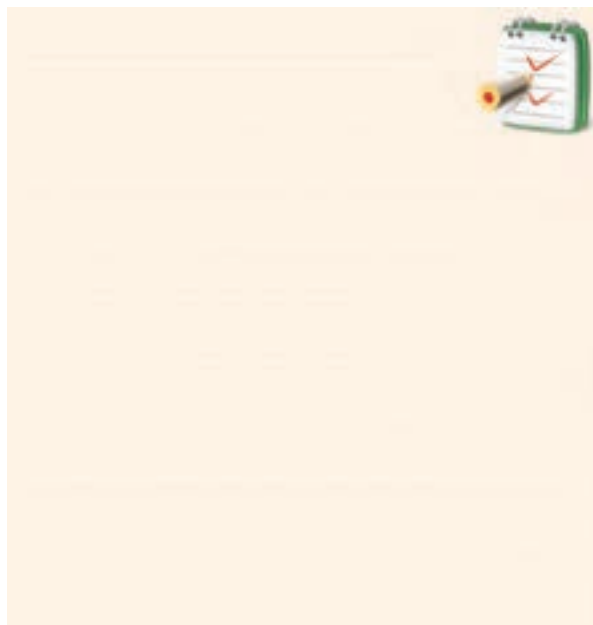
۱۳- کدام رابطه توان تلف شده در مقاومت را نشان

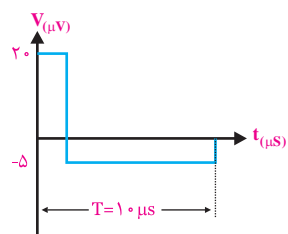
می‌دهد؟

الف- $P = V_{eff} \cdot I_{eff}$ ب- $P = RI_{eff}^2$

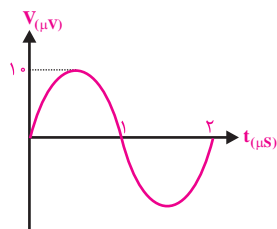
ج- $P = \frac{V_{eff}^2}{R}$ د- همه‌ی موارد

۱۴- بردار را تعریف کنید.



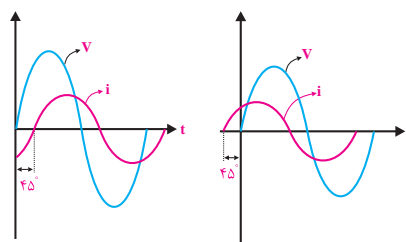


(الف)



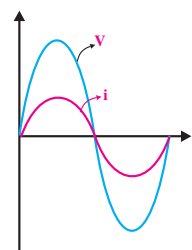
(ب)

شکل ۵-۸۴



(ب)

(الف)



(ج)

شکل ۵-۸۳

۲۰- زوایای 30° ، 180° و 360° را بر حسب رادیان

بنویسید.



۱۹- مقدار پیک تو پیک و فرکانس هر یک از امواج

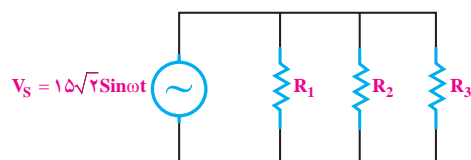
نشان داده شده در شکل ۵-۸۴ را محاسبه کنید.

۲۱- سه مقاومت اهمی $R_1 = 6K\Omega$ ، $R_2 = 10K\Omega$ و

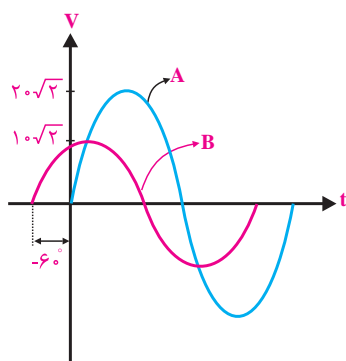
$R_3 = 15K\Omega$ به صورت موازی به یک منبع ولتاژ سینوسی

مطابق شکل ۵-۸۵ وصل شده است. توان تلف شده در هر

مقاومت را حساب کنید.



شکل ۵-۸۵



شکل ۵-۸۷

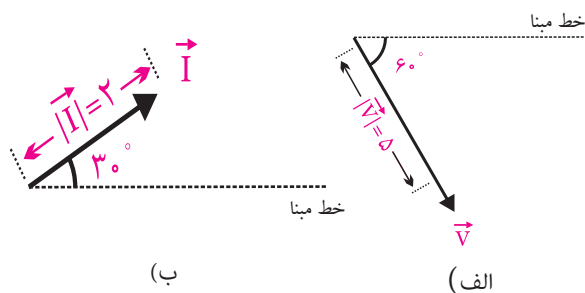
۲۲- معادله‌ی ولتاژ سینوسی مربوط به بردارهای شکل

۵-۸۶ را بنویسید.

۲۴- اندازه‌ی برآیند دو بردار هم‌جهت F_1 و F_2 را محاسبه

کنید.

$$\begin{aligned} |\vec{F}_1| &= 6 \\ |\vec{F}_2| &= 8 \end{aligned}$$



شکل ۵-۸۶

۲۵- اندازه‌ی برآیند دو بردار غیر هم‌جهت (خلاف

جهت) F_1 و F_2 را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} |\vec{F}_1| &= 10 \\ |\vec{F}_2| &= 10 \end{aligned}$$

۲۳- در شکل ۵-۸۷ دو موج A و B نشان داده شده است.

الف- امواج A و B را به صورت برداری نمایش دهید.

ب- روابط مربوط به معادله‌ی امواج سینوسی A و B را

بنویسید.