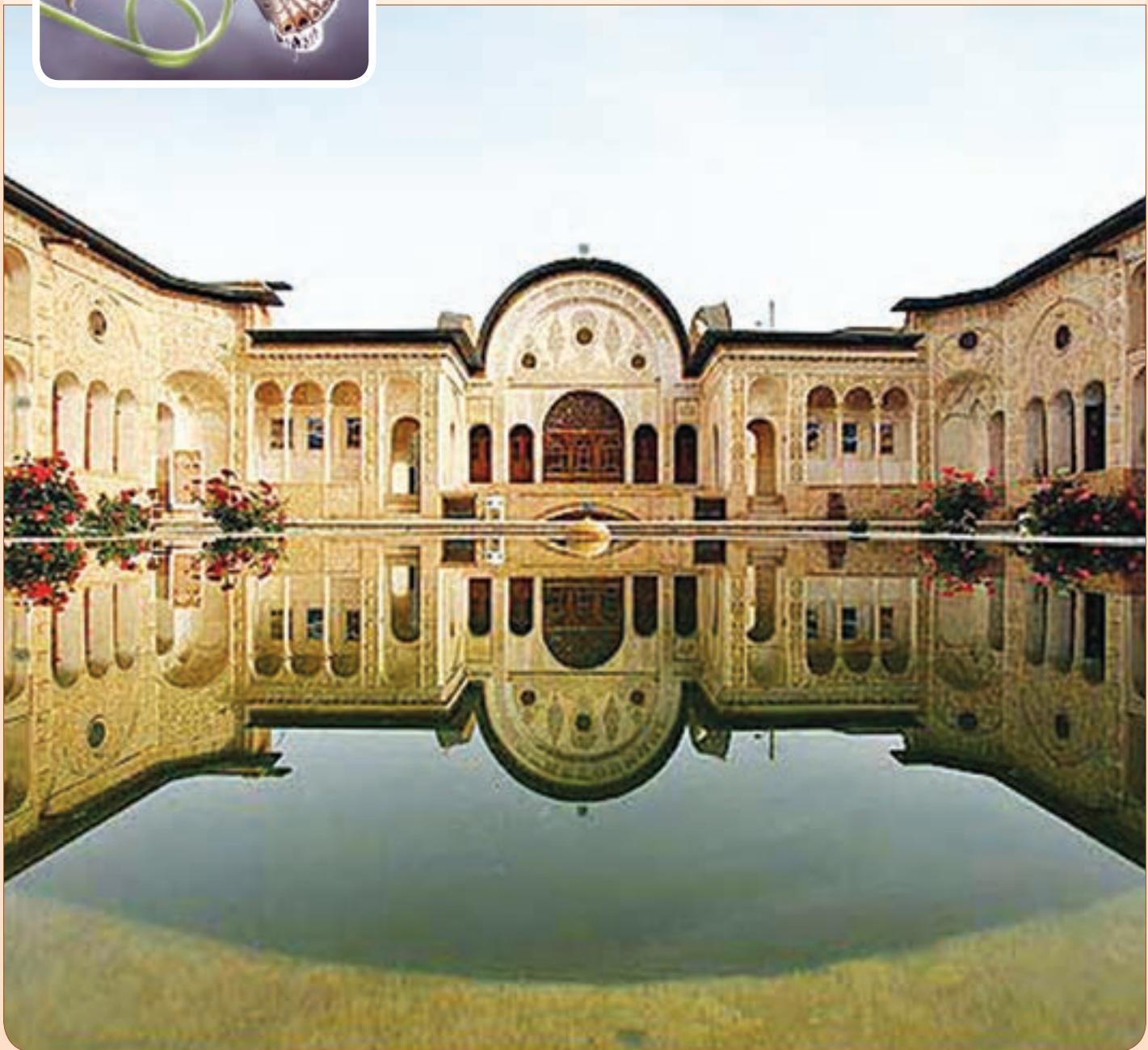


۲۴

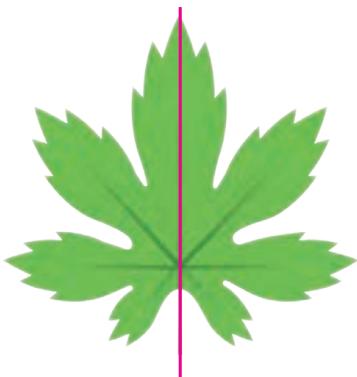
تقارن و چندضلعی ها



خانه طباطبائی‌ها – کاشان

تقارن، نظم و هماهنگی از مهم‌ترین ویژگی‌های هنر ایرانی است.
آیا می‌توانید در شکل‌های بالا تقارن‌ها را مشخص کنید؟

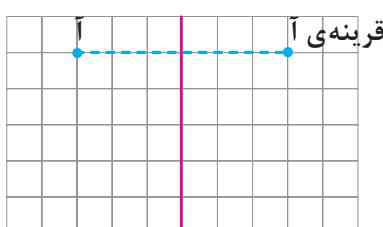
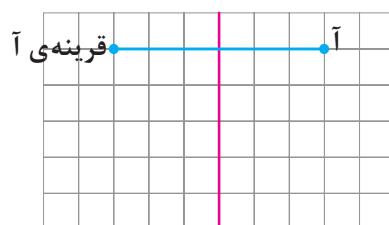
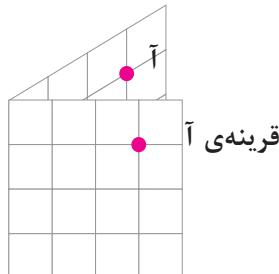
تقارن محوری



برگ‌ها فعالیت‌های زیادی دارند؛ مثلاً اکسیژن تولید می‌کنند. همچنین آب به صورت بخار از سطح برگ‌ها دفع می‌شود. در شکل رو به رو تصویر یک برگ را می‌بینید. به سمت چپ و سمت راست این برگ نگاه کنید. با تاکردن برگ از روی خط قمزرنگ، قسمت چپ و قسمت راست برگ روی هم قرار می‌گیرند. به این خط، خط تقارن می‌گویند. دو طرف این خط قرینه‌ی یکدیگرند.
به اطراف خود نگاه کنید؛ کدام شکل‌ها این ویژگی را دارند؟

فعالیت

- ۱- خانم جلالی از دانشآموزان خواسته بود قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» نسبت به خط تقارن را پیدا کنند. دانشآموزان به روش‌های زیر قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را پیدا کردند :
- محمد مهدی** : من کاغذ را از روی خط تقارن، تا کردم و قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را پیدا کردم.

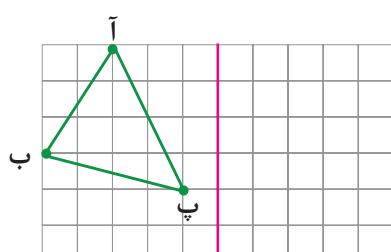


علی : من از نقطه‌ی «آ» روی خط‌های شطرنجی حرکت کردم تا به خط تقارن رسیدم.
سپس به همان اندازه در طرف دیگر ادامه دادم.

این دو روش را با یکدیگر مقایسه کنید.

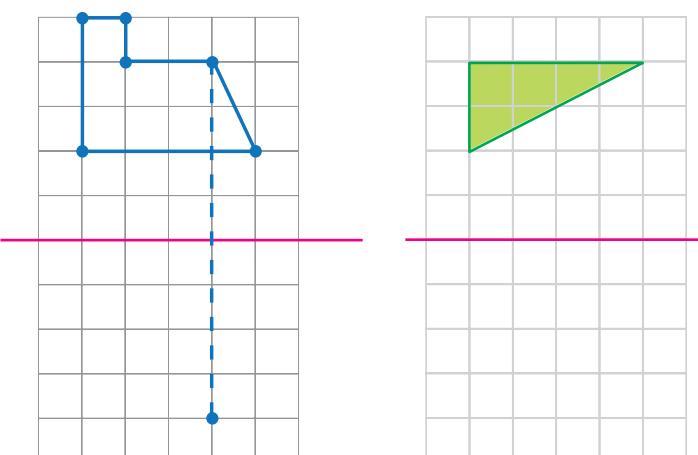


- ۲- قرینه‌ی پاره خط «آ ب» نسبت به خط تقارن را پیدا کنید. توضیح دهید که چگونه این کار را انجام دادید.

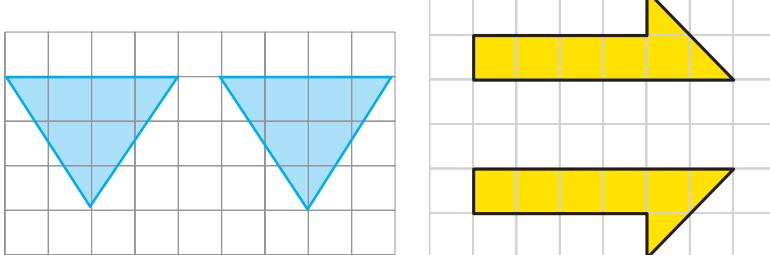


- ۳- قرینه‌ی مثلث «آ ب پ» را نسبت به خط تقارن پیدا کنید.

• فعالیت •



۴- قرینه‌ی شکل‌های روبرو را نسبت به خط تقارن پیدا کنید. برای راهنمایی شما، قرینه‌ی یک نقطه رسم شده است.

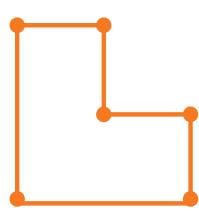
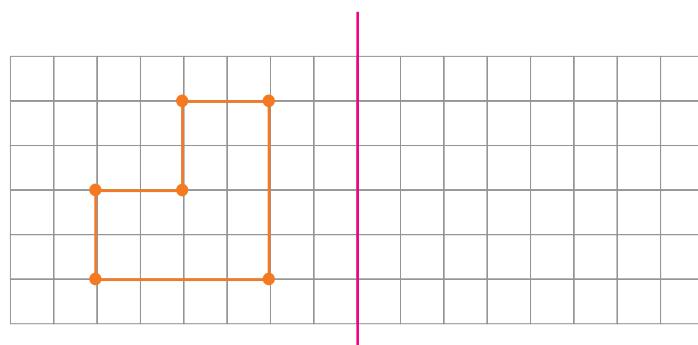


۵- قرینه‌ی هر شکل نسبت به خط تقارن آن رسم شده است. محل خط تقارن را پیدا کنید.

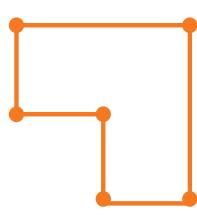
• کار در کلاس •

۱- الف) کدام یک از شکل‌های زیر، قرینه‌ی شکل داده شده است؟ با استفاده از شکل‌ها ابتدا پاسخ را حدس بزنید و سپس آن را رسم کنید.

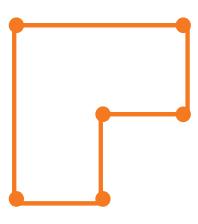
ب) قرینه‌ی شکل داده شده را نسبت به خط تقارن پیدا کنید. توضیح دهید که پیدا کردن قرینه‌ی یک نقطه از شکل، چگونه به رسم قرینه‌ی کل شکل کمک می‌کند.



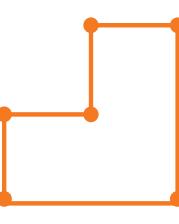
(شکل ۴)



(شکل ۳)

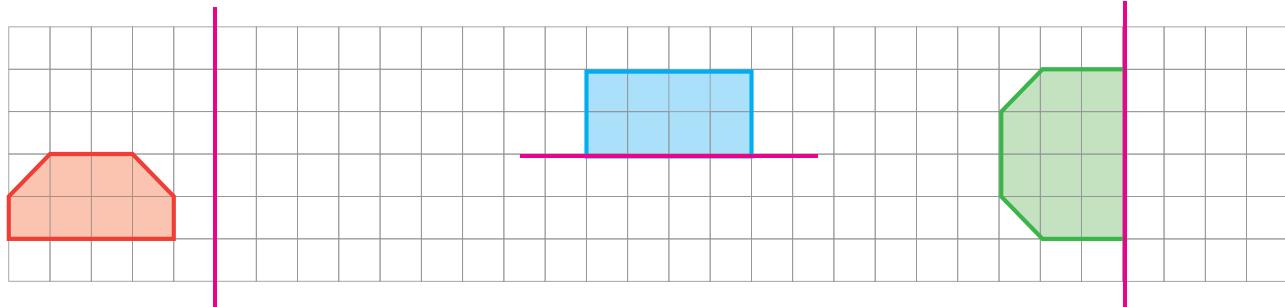


(شکل ۲)



(شکل ۱)

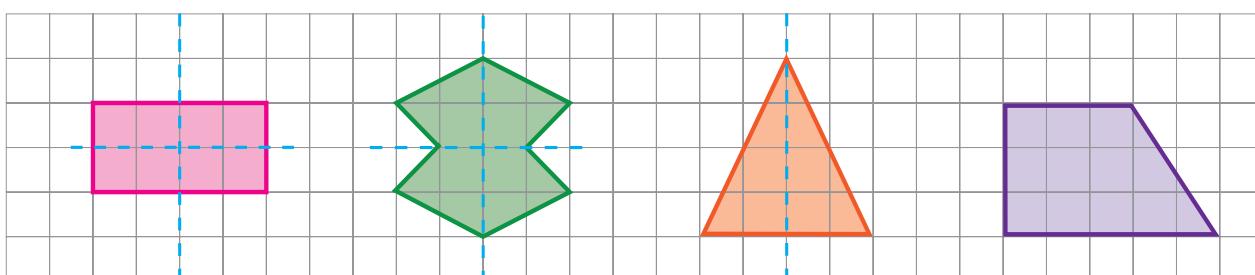
۲- ابتدا قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط تقارن تصویر کنید. سپس آن را رسم کنید.



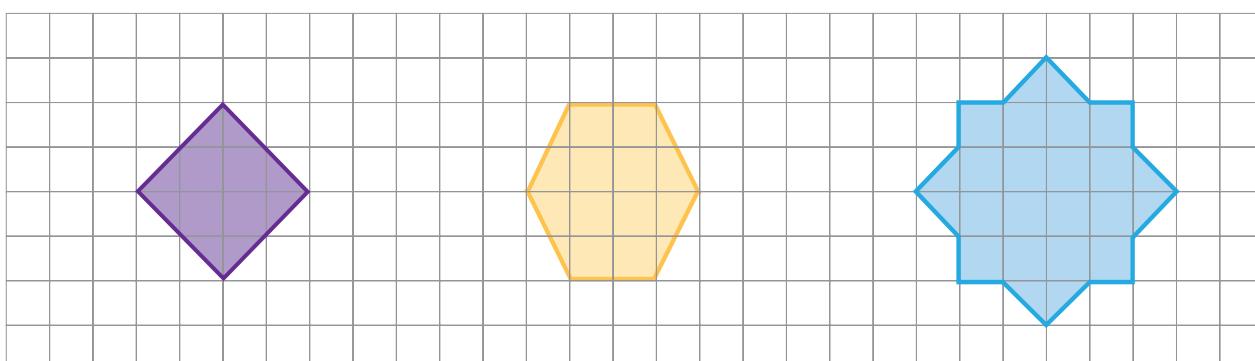
۳- در شکل‌های زیر، خط تقارن را رسم کنید. توضیح دهید که چگونه این کار را انجام می‌دهید.



۴- ممکن است شکلی خط تقارن نداشته باشد یا بیشتر از یک خط تقارن داشته باشد. در شکل‌های زیر، خط‌چین‌ها خط تقارن هستند.

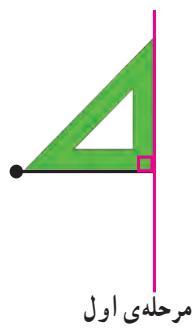


در شکل‌های زیر، همه خط‌های تقارن را رسم کنید.

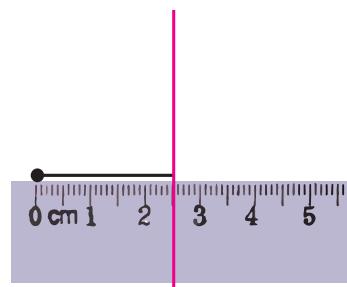


فعالیت

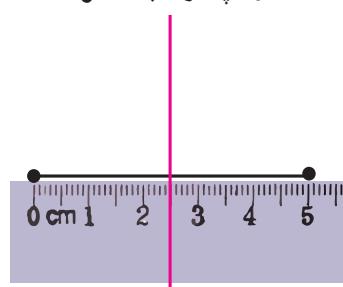
۱- آموزگار برای پیدا کردن قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» نسبت به خط تقارن داده شده، مانند شکل‌های زیر عمل کرد. توضیح دهید که او قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را چگونه پیدا کرده است.



مرحله‌ی اول



مرحله‌ی دوم



مرحله‌ی سوم

آ

ب

آ

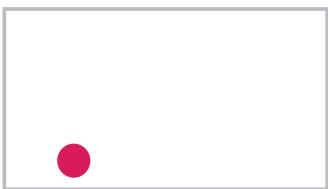
ب

پ

۲- شما هم به روش آموزگار، قرینه‌ی هریک از نقطه‌های «آ» و «ب» را نسبت به خط تقارن داده شده پیدا کنید. توضیح دهید که چگونه این کار را انجام می‌دهید.

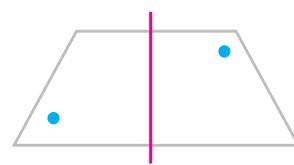
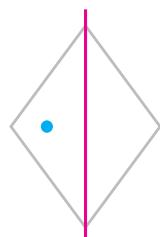
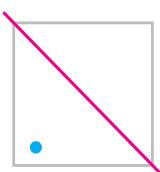
۳- ابتدا سه نقطه‌ی «آ»، «ب» و «پ» را به هم وصل کنید. چه شکلی به دست می‌آید؟ اکنون قرینه‌ی این سه نقطه را پیدا کنید و به هم وصل کنید. چه شکلی به دست می‌آید؟ دو شکلی که در دو طرف خط تقارن به دست می‌آیند، چه رابطه‌ای با هم دارند؟

• کار در کلاس •

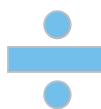
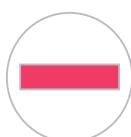


۱- روی کاغذ مستطیل شکل رو به رو، یک نقطه‌ی رنگی قرار دارد. قرینه‌ی این نقطه را نسبت به خط‌های تقارن کاغذ پیدا کنید. چه روش‌های دیگری برای پیدا کردن قرینه‌ی نقطه‌ی رنگی پیشنهاد می‌کنید؟ آنها را توضیح دهید.

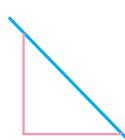
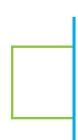
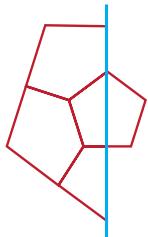
۲- در شکل‌های زیر، قرینه‌ی نقاط رنگی را نسبت به خط تقارن رسم شده پیدا کنید.



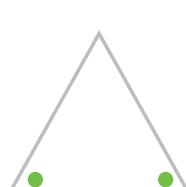
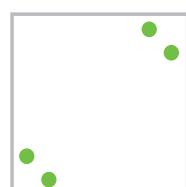
۳- در هر یک از شکل‌های زیر، همه‌ی خط‌های تقارن را پیدا کنید.



۴- نیمه‌ی دیگر هر شکل را طوری بکشد که خط آبی رنگ، خط تقارن آن باشد.

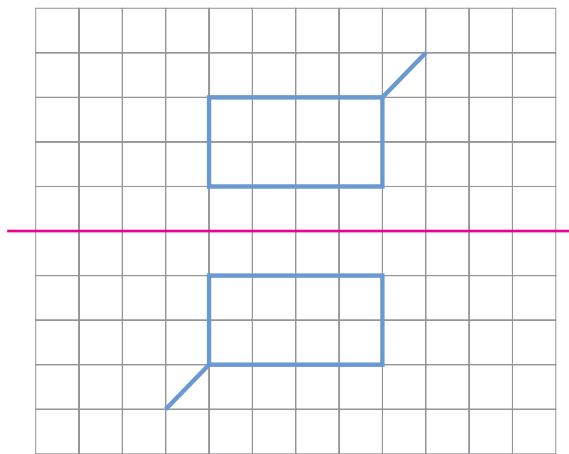
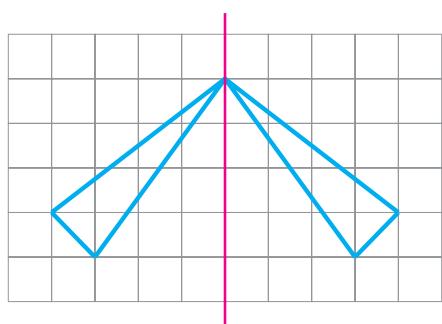
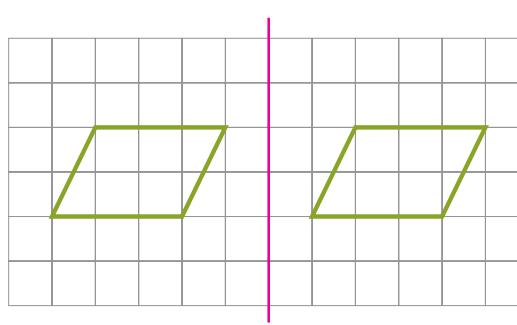
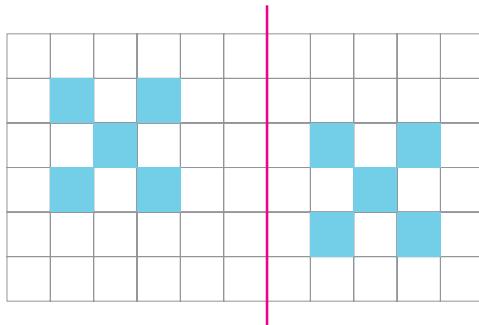


۵- در شکل‌های زیر، نقطه‌های رنگی نسبت به هم قرینه‌اند. محل خط‌های تقارن را مشخص کنید.

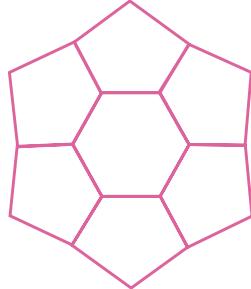
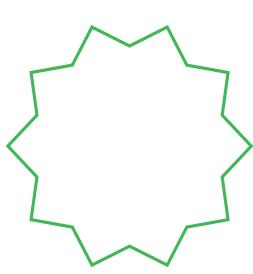


• تمرین •

۱- کدام یک از خط‌های قرمزرنگ، خط تقارن را نشان می‌دهد؟

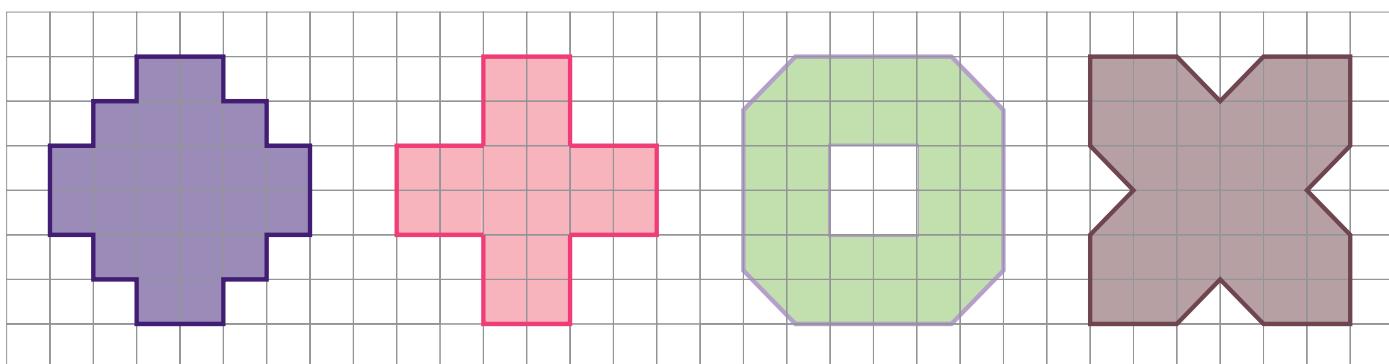


۲- در شکل‌های زیر، همهٔ خط‌های تقارن را رسم کنید.



۳- شکلی رسم کنید که بیش از دو خط تقارن داشته باشد. سپس خط‌های تقارن آن را رسم کنید.

۴- در هریک از شکل‌های زیر، با رسم خط‌های تقارن و پیدا کردن مساحت یک قسمت، مساحت کل شکل را پیدا کنید.



تقارن مرکزی

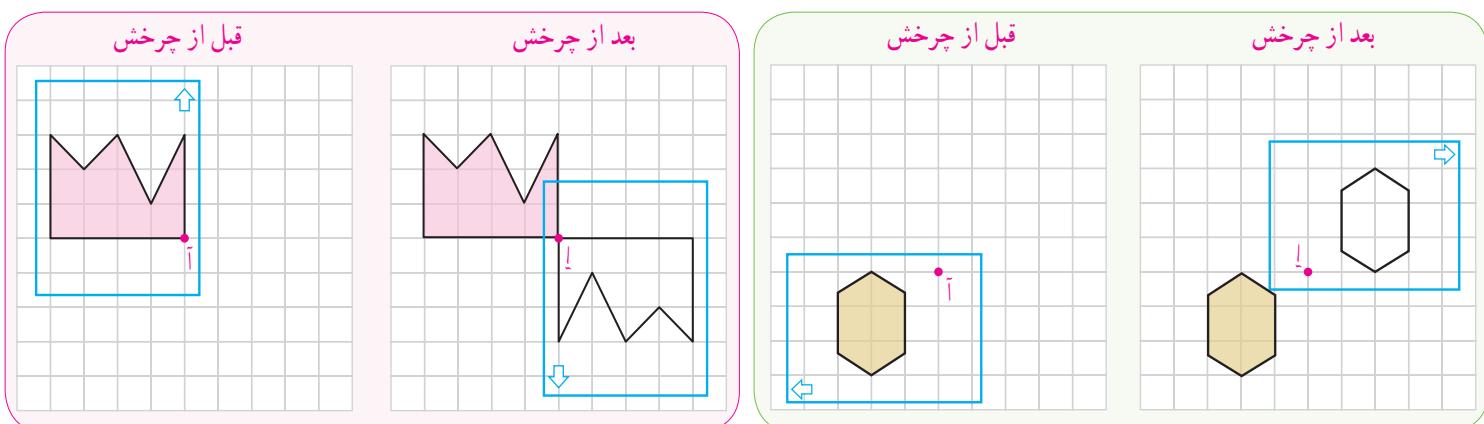
فعالیت



۱- چرخ فلک حول (دور) مرکز خود می‌چرخد.

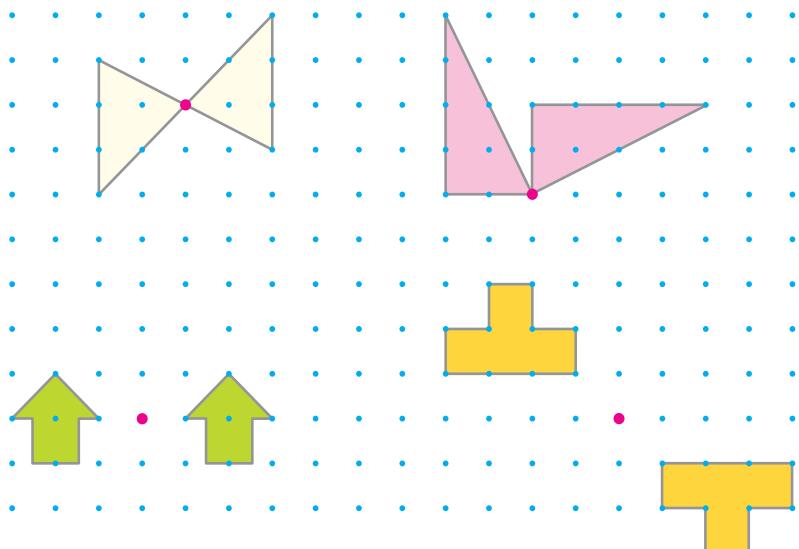
برای چرخش چند مثال دیگر بزنید.

- ۲- در هر ردیف، یک کاغذ شفاف روی شکل سمت چپ گذاشتیم و تصویر آن شکل را روی کاغذ شفاف کشیدیم. سپس، نوک مداد را روی نقطه‌ی (آ) قرار دادیم و کاغذ شفاف را نیم دور چرخاندیم.
به شکل‌های زیر نگاه کنید. هر شکل چه شباهتی با تصویر آن دارد؟



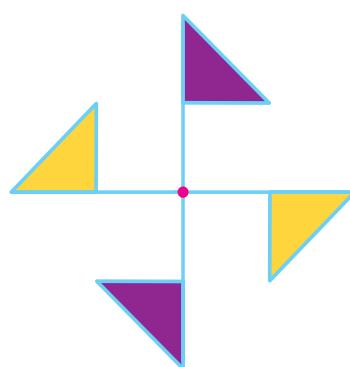
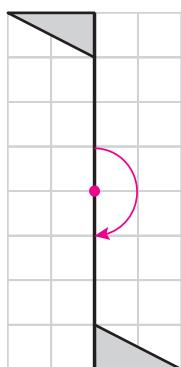
در فعالیت بالا، شکل‌ها به اندازه‌ی 180° چرخیده‌اند. تصویرهای ایجاد شده، قرینه‌ی شکل نسبت به نقطه‌ی (آ) هستند.

کار در کلاس

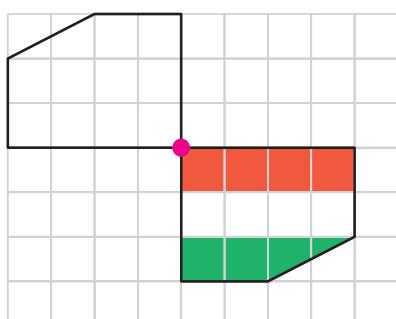


مشخص کنید کدام تصویرها یک شکل و قرینه‌ی آن نسبت به نقطه‌ی مشخص شده را نشان می‌دهند. برای این کار از کاغذ شفاف استفاده کنید.

• فعالیت •



هریک از شکل‌های رو به رو، دو نیمه دارند. یک نیمه‌ی آنها، قرینه‌ی نیمه‌ی دیگر نسبت به نقطه‌ی مشخص شده است.

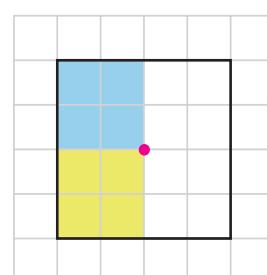
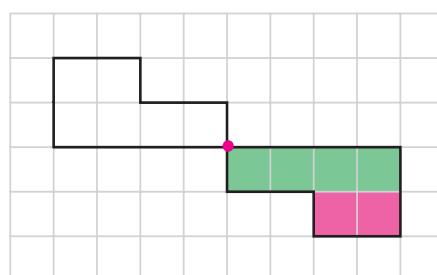
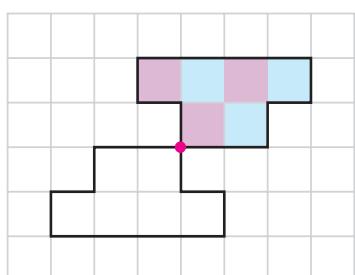


شما هم با قرینه‌کردن نیمه‌ی شکل رو به رو نسبت به نقطه‌ی مشخص شده، رنگ‌آمیزی شکل را کامل کنید.

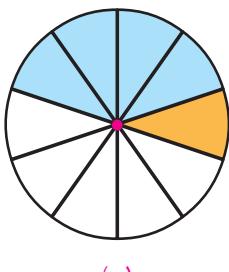
هرگاه شکلی را نیم دور حول (دور) نقطه‌ای بچرخانیم و شکل روی خودش منطبق شود، می‌گوییم آن شکل **تقارن مرکزی** دارد.
در این فعالیت، هر کدام از شکل‌ها **تقارن مرکزی** دارد.
به نقطه‌ای که شکل را حول آن چرخاندیم، **مرکز تقارن** آن شکل می‌گویند.

• کار در کلاس •

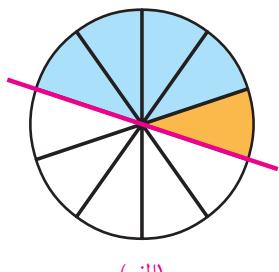
شکل‌ها را طوری رنگ‌آمیزی کنید که نقطه‌ی مشخص شده، مرکز تقارن باشد.



• تمرین •



(ب)



(الف)

الف) چرخنده‌ی (الف) را طوری رنگ کنید که خط مشخص شده، خط تقارن آن باشد.

ب) چرخنده‌ی (ب) را طوری رنگ کنید که نقطه‌ی مشخص شده، مرکز تقارن آن باشد.

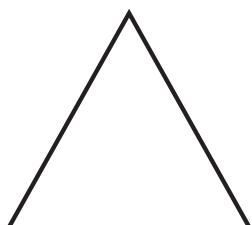
زاویه و نیمساز



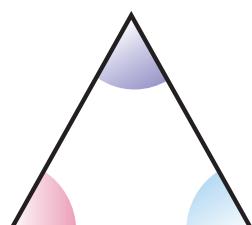
دکل های انتقال برق کاملاً متقارن اند.
زاویه‌ی قطعات آنها با یکدیگر طوری است
که آب باران و برف روی آنها جمع نمی‌شود.
به شکل رو به رو نگاه کنید و انواع زاویه‌ها را
در آنها مشخص کنید.

فعالیت

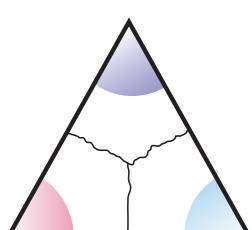
با استفاده از کاغذ یا مقوا مراحل زیر را انجام دهید.
الف) یک مثلث رسم کنید.



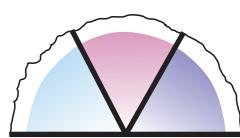
ب) به گوشه‌های آن رنگ‌های متفاوتی بزنید.



پ) گوشه‌های رنگ شده را مانند شکل رو به رو از هم جدا کنید.



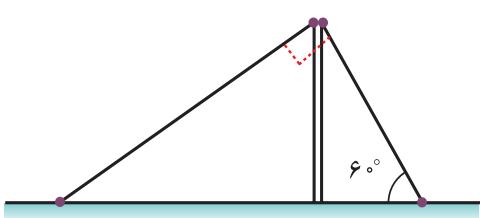
ت) گوشه‌های مثلث را مانند شکل رو به رو طوری کنار هم بگذارید
که رأس‌ها روی هم و ضلع‌ها در کنار هم باشند.



ث) مجموع این سه گوشه چه نوع زاویه‌ای می‌سازد?
با توجه به فعالیت بالا نتیجه‌گیری کنید

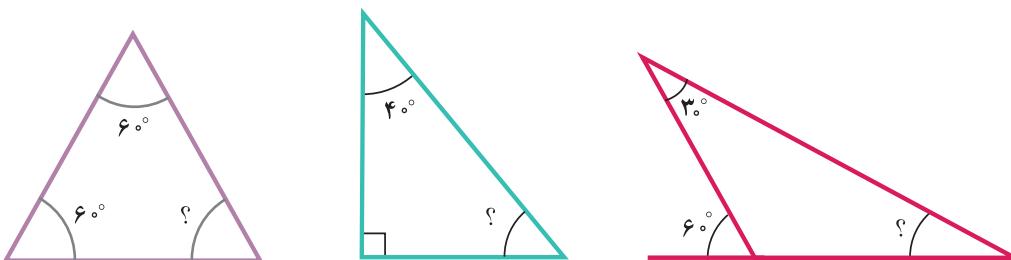
مجموع زاویه‌های مثلث درجه است.

• کار در کلاس •



- ۱- دکلی را با دو سیم مهار عمود بر هم، به صورت زیر قائم نگه داشته اند.
اگر زاویه‌ی سیم اول با سطح زمین 60° درجه باشد، زاویه‌ی سیم دوم با سطح زمین چند درجه است؟

- ۲- در شکل‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید و روش خود را توضیح دهید.

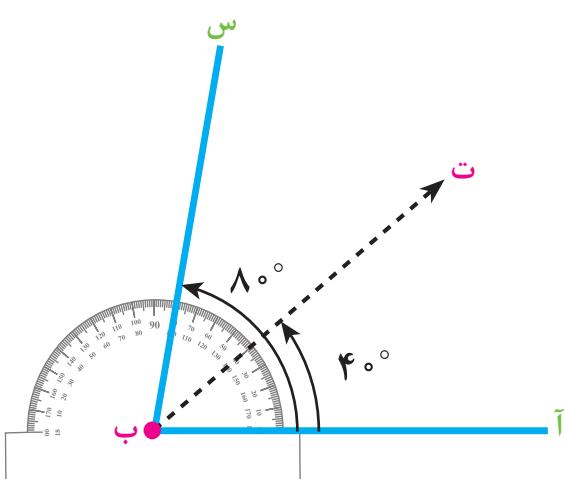


- ۳- اندازه‌ی سه زاویه مثال بزنید به طوری که زاویه‌های یک مثلث را تشکیل دهند.

- ۴- کدام یک از موارد زیر، اندازه‌ی زاویه‌های یک مثلث را نشان می‌دهند؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

(الف) $30^\circ, 40^\circ, 120^\circ$ (ب) $30^\circ, 40^\circ, 90^\circ$ (پ) $30^\circ, 50^\circ, 80^\circ$ (ت) $40^\circ, 50^\circ, 90^\circ$

• فعالیت •



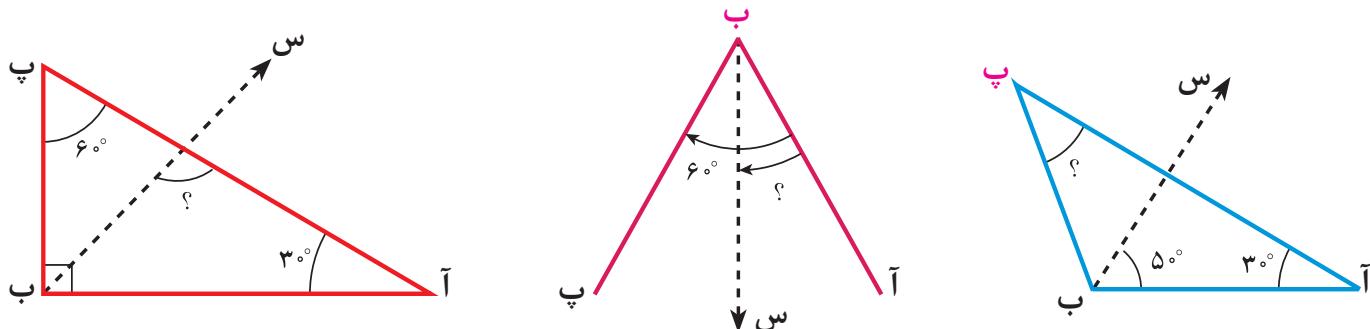
- ۱- در شکل رو به رو، نیم خط \hat{b} را نصف کرده است. توضیح دهید که چگونه با نقاله می‌توان این کار را انجام داد.

نیم خطی که زاویه را به دو زاویه مساوی تقسیم می‌کند، نیمساز نامیده می‌شود.

۲- نیمساز زاویه‌های زیر را رسم کنید.

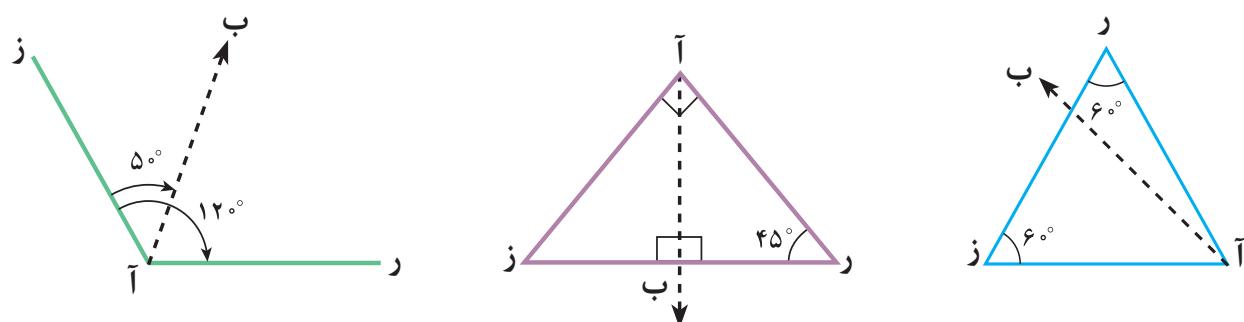


۳- در شکل‌های زیر، نیم خط $\overset{\wedge}{\text{ب}}\text{س}$ ، نیمساز $\overset{\wedge}{\text{ب}}$ است. اندازه‌ی زاویه‌های مشخص شده را پیدا کنید.



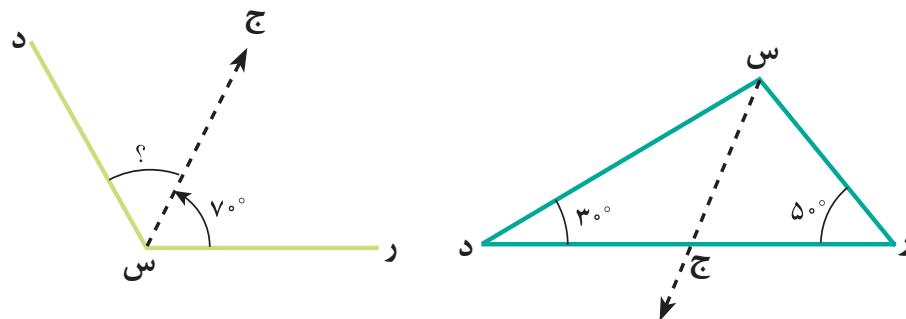
• کار در کلاس •

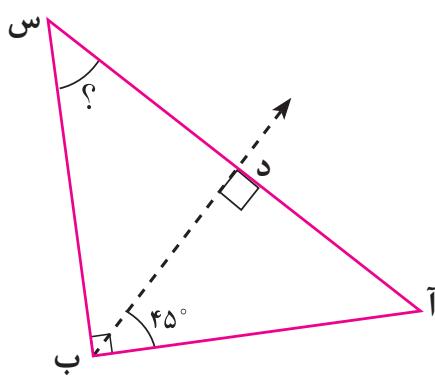
در کدام یک از شکل‌های زیر، نیم خط $\overset{\wedge}{\text{آ}}\text{ب}$ نیمساز $\overset{\wedge}{\text{آ}}\text{آ}$ است؟



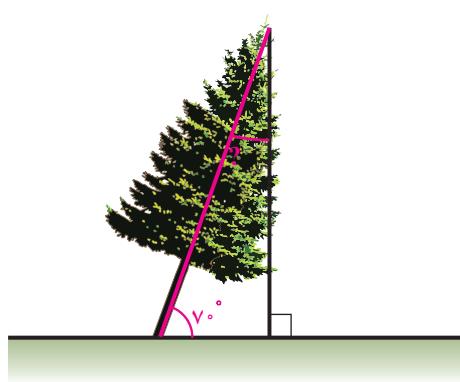
• تمرین •

۱- با توجه به اینکه نیم خط $\overset{\wedge}{\text{س}}\text{ج}$ نیمساز زاویه‌ی $\overset{\wedge}{\text{رس}}\text{د}$ است، اندازه‌ی زاویه‌ی $\overset{\wedge}{\text{ج}}\text{س}\text{د}$ را پیدا کنید.



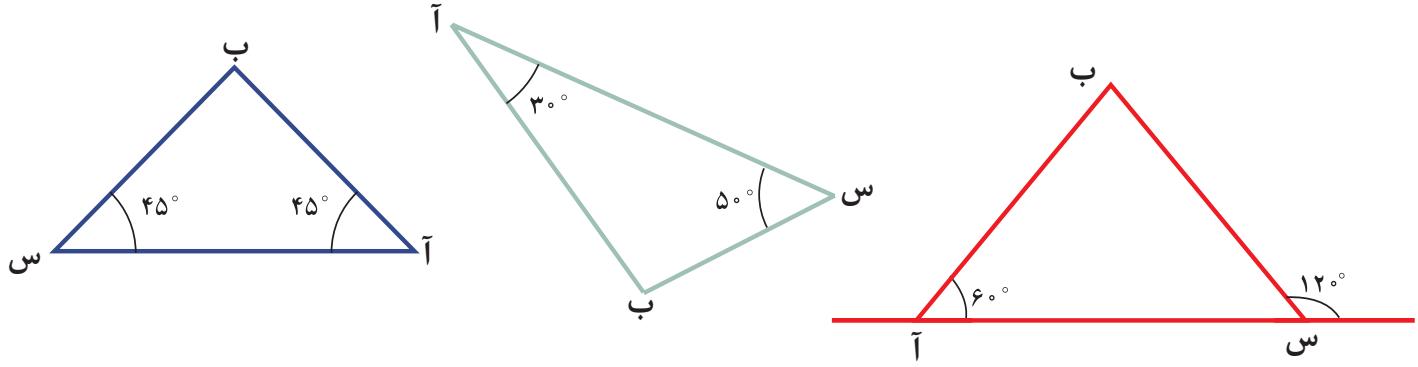


۲- در شکل زیر نیم خط $\overset{\wedge}{\text{ب}} \text{د}$ نیمساز زاویه $\overset{\wedge}{\text{آ}} \text{ب} \text{س}$ است.
اندازه $\overset{\wedge}{\text{س}}$ را پیدا کنید.

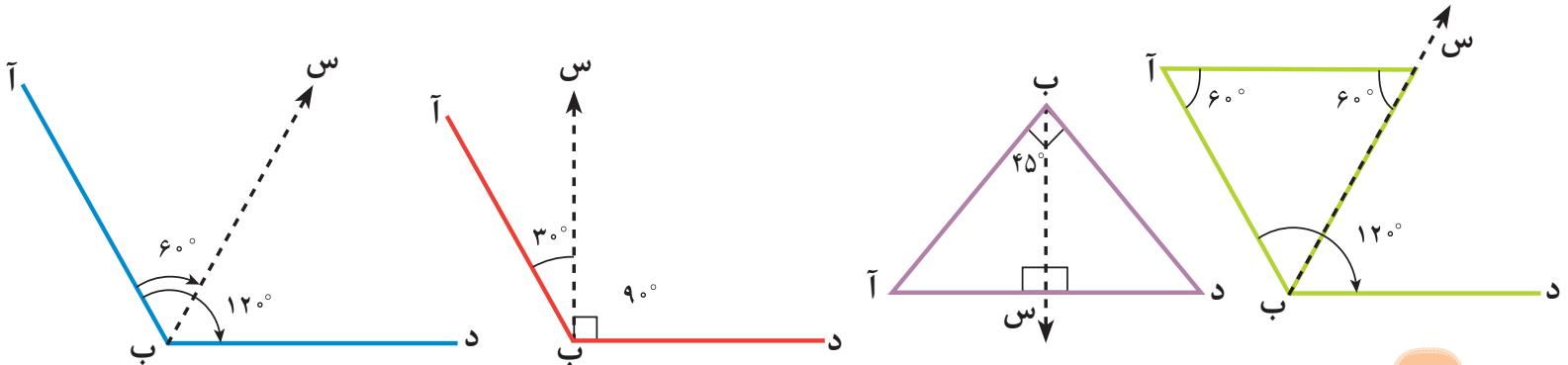


۳- براز طوفان، درخت کاج مدرسه طوری کج شده که با سطح زمین زاویه 70° درجه تشکیل داده است. آقای عظیمی می‌خواهد برای مهار درخت، یک میله‌ی آهنی را در زمین فروکند؛ طوری که میله بر زمین عمود باشد. در این صورت، انتهای میله با تنه‌ی درخت چه زاویه‌ای تشکیل می‌دهد؟

۴- در کدام یک از مثلث‌های زیر، نیمساز $\overset{\wedge}{\text{ب}}$ روی خط تقارن شکل است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.



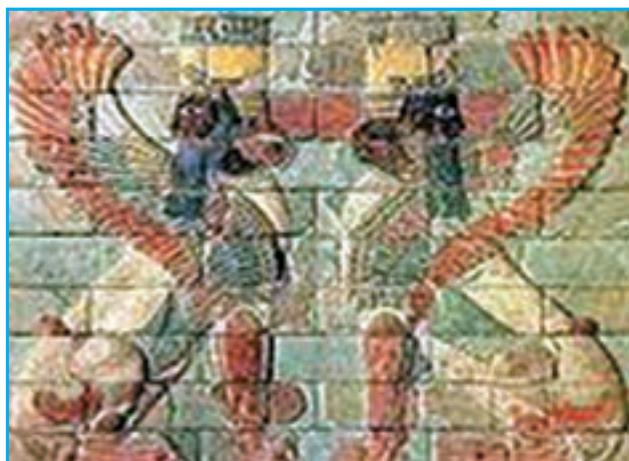
۵- با توجه به شکل‌های زیر، در کدام شکل، نیم خط $\overset{\wedge}{\text{ب}} \text{س}$ نیمساز $\overset{\wedge}{\text{ب}} \text{س}$ است؟



چند ضلعی‌ها و مجموع زاویه‌های آنها

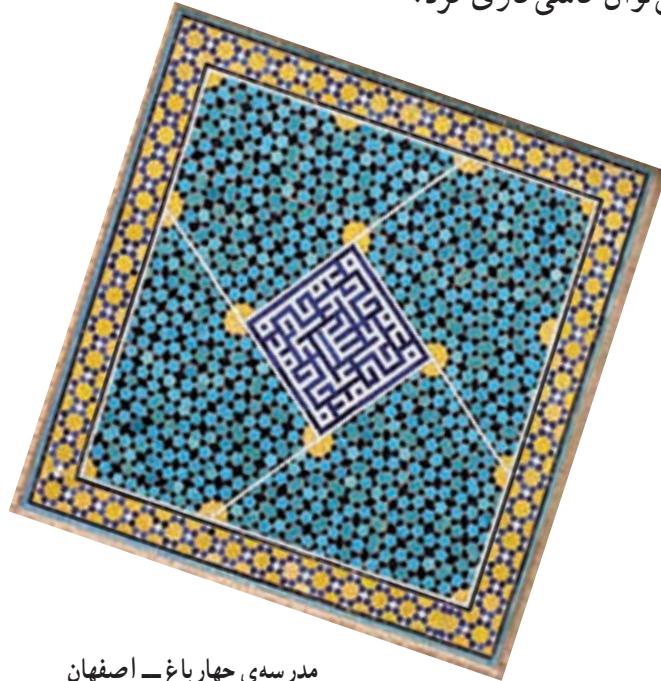


آستان مقدس امامزاده محمد‌هالل – آران و بیدگل



تخت جمشید – شیراز

کاشی جزئی از معماری سنتی ایران است و در بسیاری از مکان‌های تاریخی مثل شوش و تخت جمشید و همچنین در مسجد‌ها و امام‌زاده‌ها از آن استفاده شده است. برای ساختن کاشی از چندضلعی‌ها استفاده می‌کنند. با کاشی‌های مربعی شکل، هر سطحی را می‌توان کاشی کاری کرد.



مدرسه‌ی چهارباغ – اصفهان

به اطراف خود دقّت کنید و نمونه‌هایی از کاشی کاری‌هایی که مشاهده کرده‌اید را در کلاس بیان کنید.

فعّالیت

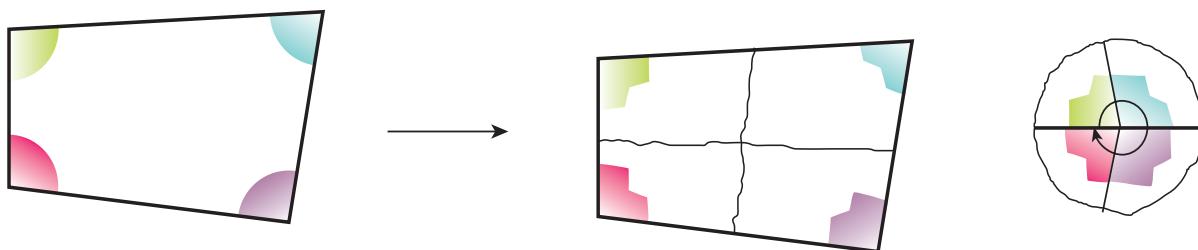
۱- صبا و مبینا در مورد چهارضلعی‌های زیر اطّلاعاتی به دست آورده‌اند. شما جدول آنها را کامل کنید.

?					چهارضلعی
۴ تا				۴ تا	تعداد زاویه‌های راست
✓		✓			ضلع‌های رو به رو باهم موازی‌اند
✓	✓				زاویه‌های رو به رو باهم برابرند
✓					همهی ضلع‌ها برابرند
۴ تا					تعداد خط‌های تقارن

۲- آموزگار از دانشآموزان کلاس خواست که مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی را پیدا کنند. زهرا و فریبا هر کدام به روشهای این کار را انجام دادند.

روش زهرا: او ابتدا گوشه‌های یک چهارضلعی را رنگ کرد و پس از جدا کردن گوشه‌ها، آنها را مثل شکل زیر در کنار هم

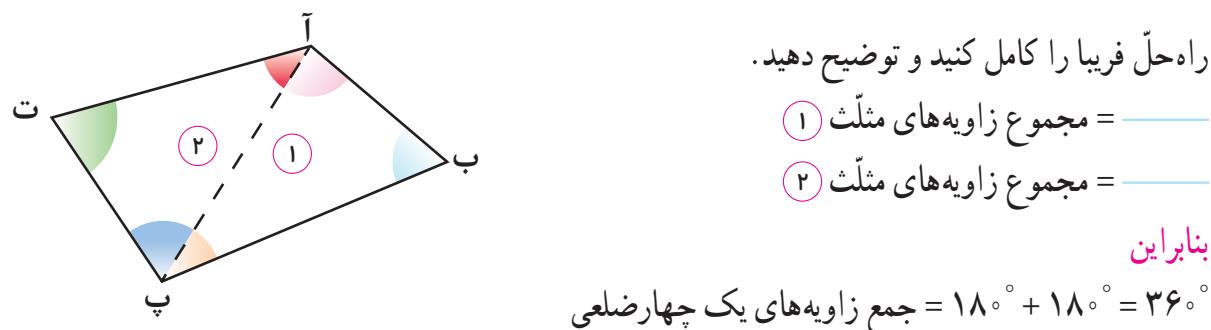
چید.



به این ترتیب، مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی چند درجه است؟

روش فریبا: او ابتدا با رسم یک قطر، چهارضلعی را به دو مثلث تقسیم

کرد.

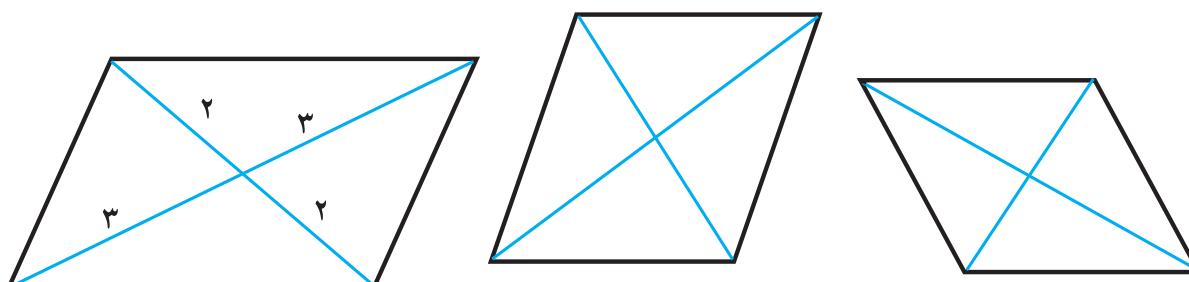


مجموع زاویه‌های یک چهارضلعی

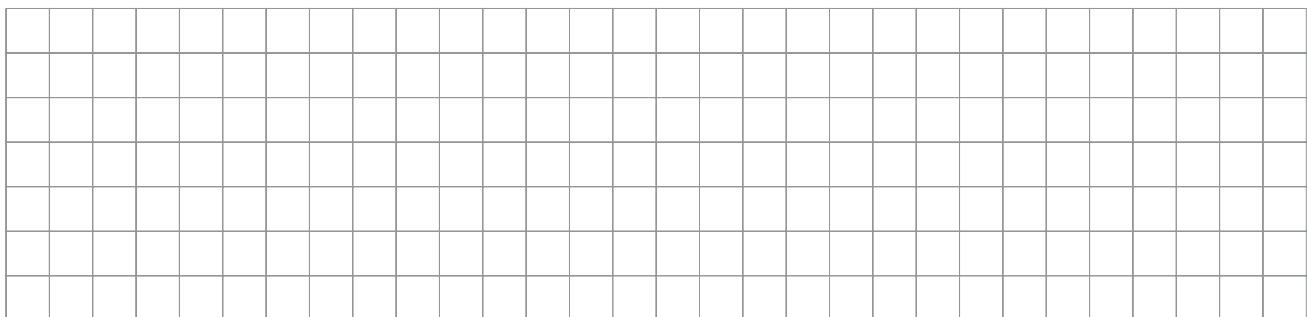
است.

فعالیت

۱- الف) در متوازی‌الاضلاع‌های زیر، قطرها رسم شده و یکدیگر را قطع کرده‌اند. مانند نمونه، در هر شکل اندازه‌های هر قسمت را بنویسید.



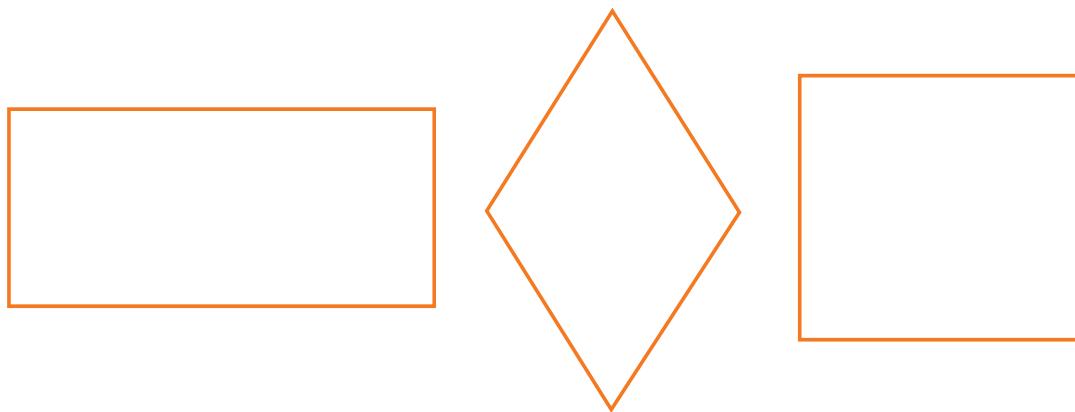
ب) متوازیالاضلاع دیگری رسم کنید. قطرهای آن را بکشید و اندازه‌ی هر قسمت از قطر را روی آن بنویسید.



پ) با توجه به اندازه‌های نوشته شده در هر قسمت، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

در هر متوازیالاضلاع قطرها

۲- در شکل‌های زیر قطرها را رسم کنید.

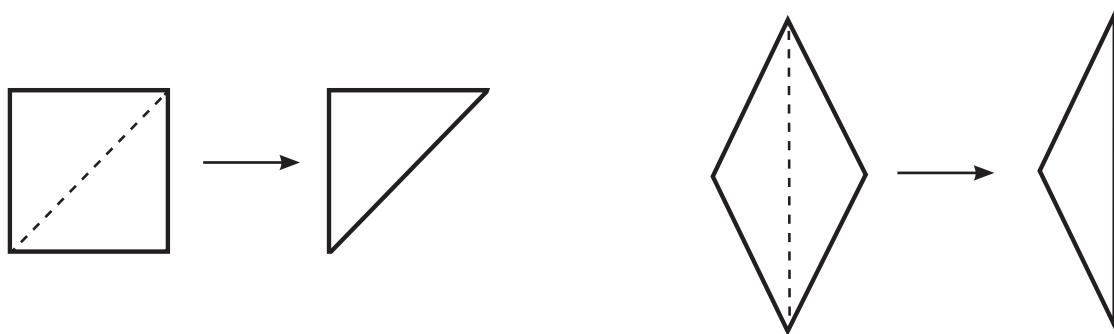


الف) اندازه‌ی قطرها را روی آنها بنویسید.

ب) آیا نتیجه‌ای که در مورد قطرهای متوازیالاضلاع گرفتید، در مورد این شکل‌ها هم درست است؟

۳- یک چهارضلعی رسم کنید که قطرهای آن، یکدیگر را نصف نکنند.

۴- مانند شکل، یک مربع و یک لوزی را از روی قطر آنها تا کنید. توضیح دهید که چگونه می‌توانیم نتیجه بگیریم که قطرها، نیمساز هستند.

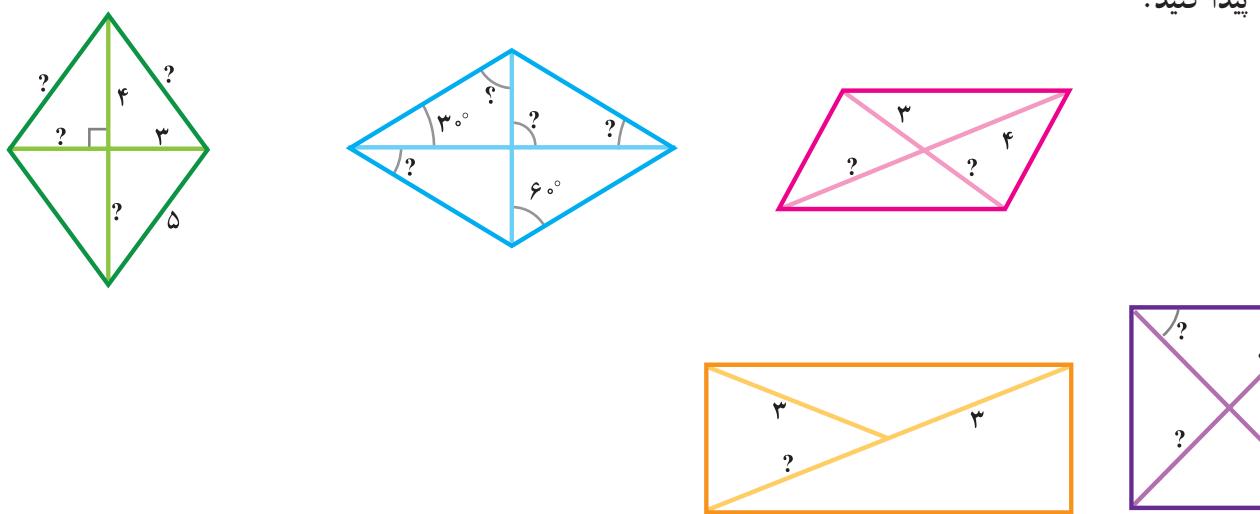


آیا در این دو شکل، قطرها خط تقارن هستند؟

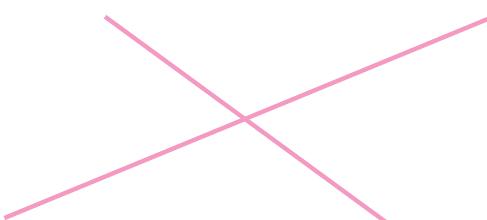
• کار در کلاس •

۱- با توجه به اندازه‌های داده شده، اندازه‌ی پاره‌خط‌ها و زاویه‌های

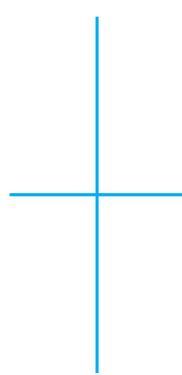
خواسته شده را پیدا کنید.



۲- قطرهای یک متوازی‌الاضلاع ۴ و ۶ سانتی‌مترند و روی خط‌های روبرو قرار می‌گیرند. متوازی‌الاضلاع رارسم کنید.

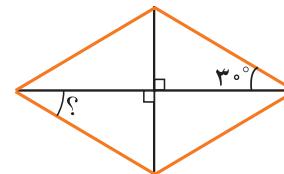


۳- با توجه به خط‌های روبرو، یک لوزی به قطر ۲ و ۴ سانتی‌متر رسم کنید.



• تمرين •

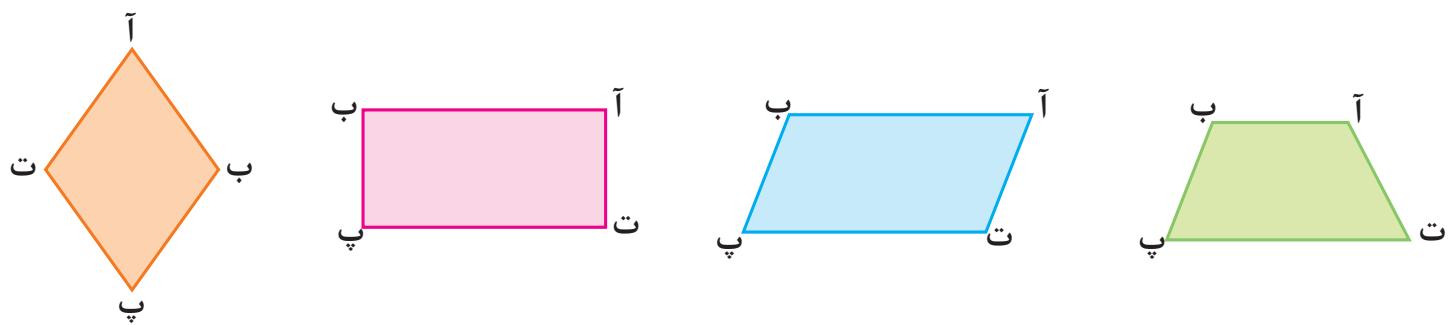
۱- در شکل های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



۲- در جدول زیر، گزینه‌های درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

متوازی‌الاضلاع	مستطیل	مربع	لوزی	ویژگی شکل
			✓	ضلع‌های رو به رو باهم موازی‌اند
				ضلع‌های رو به رو باهم مساوی‌اند
				قطراها یکدیگر را نصف می‌کنند
				قطراها، زاویه‌ها را نصف می‌کنند

۳- در کدام شکل، نیمساز روی خط تقارن شکل قرار دارد؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



۴- کدام یک از گزینه‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های یک چهارضلعی را نشان می‌دهند؟ نوع چهارضلعی را مشخص کنید.

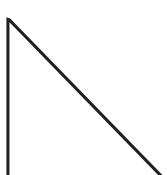
الف) $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$

ب) $120^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 60^\circ$

پ) $120^\circ, 90^\circ, 70^\circ, 70^\circ$

ت) $150^\circ, 150^\circ, 30^\circ, 30^\circ$

۵- در شکل رو به رو یک مرتع رسم شده است. آن را کامل کنید.



مرور فصل

فرهنگ نوشتن

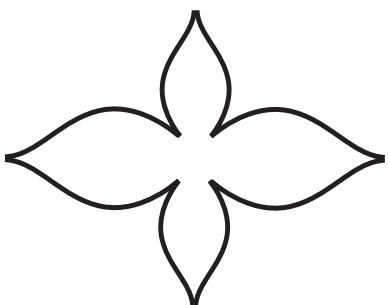
۱- به کمک معلم خود چند بنای تاریخی نام بیرید که در ساخت آنها از تقارن استفاده شده است.

۲- چگونه می‌توانید مجموع زاویه‌های داخلی مثلث را به دست آورید؟ روش خود را توضیح دهید.

۳- چگونه می‌توانید مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی را به دست آورید؟ روش خود را توضیح دهید.

تمرین

۱- شکل‌های زیر را به دقت بینید و جاهای خالی را مانند نمونه پر کنید.



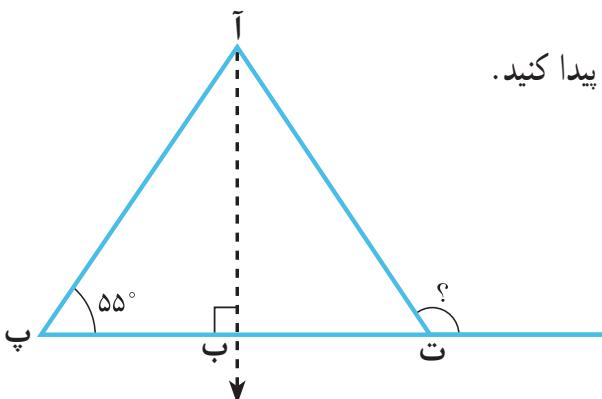
تعداد خط‌های تقارن:



تعداد خط‌های تقارن:



تعداد خط‌های تقارن: بیش از یکی

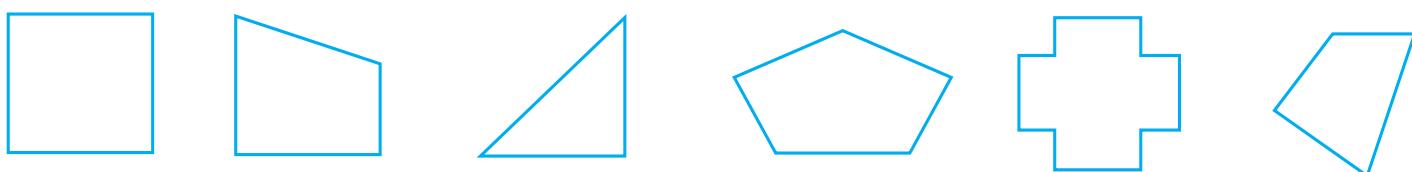


۲- در شکل زیر، نیم خط «آب» نیمساز «آ» است. اندازهٔ \hat{t} را پیدا کنید.



۳- باغچه‌ی خانه‌ی امیر به شکل یک ذوزنقه است که یکی از زاویه‌های آن 100° است. مجموع سه زاویه‌ی دیگر آن را پیدا کنید.

۴- شکل‌هایی را که خط تقارن دارند مشخص کنید. سپس، همهٔ خط‌های تقارن آنها را رسم کنید.



۵- کدام اندازه‌های زیر، اندازهٔ زاویه‌های یک مثلث را نشان می‌دهند؟

الف) $32/5^\circ, 67/5^\circ, 80^\circ$ ب) $72^\circ, \frac{71}{2}^\circ, 72\frac{1}{2}^\circ$ پ) $1^\circ, 1^\circ, 178^\circ$ ت) $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$

۶- ذوزنقه‌ای رسم کنید که خط تقارن داشته باشد.

۷- مثلث رسم کنید که فقط یک خط تقارن داشته باشد.

آیا می‌دانید؟

در معماری ایرانی و در ساخت بنها از هندسه، به ویژه تقارن، استفاده شده است. در طراحی درها و پنجره‌های بناهای تاریخی، از شکل‌های هندسی و چندضلعی‌ها استفاده شده است. آیا می‌توانید در شکل‌های زیر نوع چندضلعی‌ها و تقارن‌های موجود را مشخص کنید؟

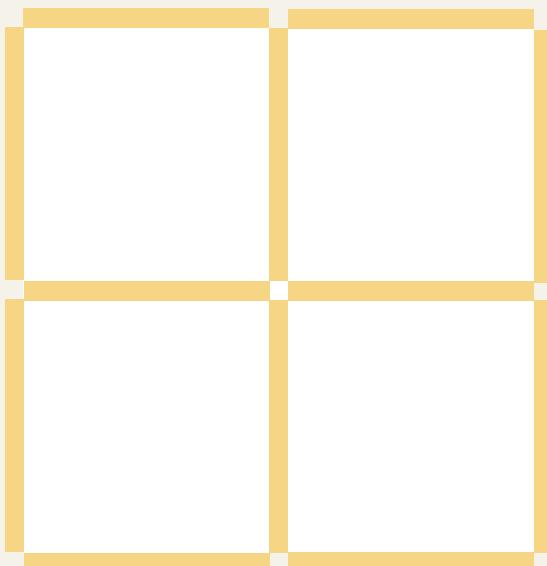


ارگ تاریخی سمنان؛ دارالحکومه قاجار



امیر چخماق یزد

معمّا و سرگرمی



معمّا و سرگرمی

- الف) شکل رو به رو ۴ خط تقارن دارد. آنها را رسم کنید.
- ب) یک چوب را طوری بردارید که شکل، خط تقارن نداشته باشد.
- پ) دو چوب را طوری بردارید که شکل، فقط یک خط تقارن داشته باشد.
- ت) چند چوب را باید بردارید تا شکل، دوباره ۴ خط تقارن داشته باشد؟

فرهنگ خواندن

اگر یک شکل در فاصله‌ی معینی از مرکز یک عدسی محدب قرار بگیرد، تصویر آن نسبت به عدسی، همان‌دازه، قرینه و وارونه می‌شود. در این حالت، نقطه‌ی وسط عدسی، مرکز تقارن است.

