

## فصل ۷

# ... آمار و احتمال



با استفاده از نمودارهای آماری و بررسی تغییرات این اطلاعات در زمان‌های مشخص می‌توان  
اتفاقات بعدی را پیش‌بینی کرد.  
برای مثال، تغییرات قیمت طلا، قیمت نفت و آب و هوا این امکان را می‌دهد که وضعیت روزهای  
آینده‌ی بازار یا هوا را با دقت خوبی حدس بزنیم یا پیش‌بینی کنیم.

## حل مسئله

۱- می‌خواهیم عددهای ۱۱۲، ۱۰۷ و ۱۱۷ را مقایسه کنیم. راه حل‌های ۴ دانش‌آموز را کامل کنید و هر کدام را توضیح دهید.

❖ پروانه: من از رقم صدگان شروع می‌کنم. چون رقم صدگان سه عدد مساوی است به سراغ رقم دهگان می‌روم. رقم دهگان عدد ۱۰۷ صفر است، پس از همه کوچک‌تر است. رقم دهگان عددهای ۱۱۲ و ۱۱۷ برابر است، پس:

❖ ستاره: من عددها را به صورت گسترده می‌نویسم و سپس با هم مقایسه می‌کنم:

۱۱۷	۱۰۷	۱۱۲
$100 + 10 + 7$	$100 + 0 + 7$	$100 + 10 + 2$

عدد ۱۰۰ در هر سه عدد مشترک است و آن را کنار می‌گذارم. سپس

❖ نسرین: من عددها را روی محور نشان می‌دهم:

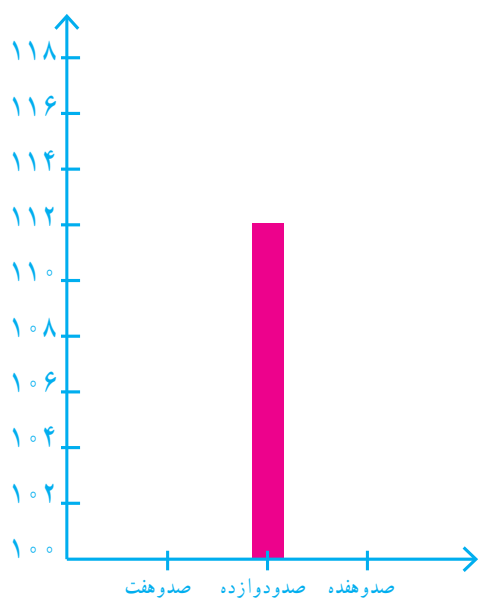


چرا نسرین محور خود را از عدد ۱۰۰ شروع کرده است؟

❖ مونا: من عددها را با نمودار ستونی نمایش می‌دهم:

محور عمودی شکل از چه عددی شروع شده است؟

تقسیم‌های این محور چقدر تا چقدر است؟



در هر ۴ روش، این دانش‌آموزان چگونه مسئله‌ی خود را آسان‌تر کرده‌اند؟ توضیح دهید.

## حل مسئله‌ی ساده‌تر، حدس و آزمایش

۲- حسن یک سکه را ۱۰ مرتبه انداخته و رو یا پشت آمدن آن را یادداشت کرده است. جدول او را به صورت حدسی ادامه دهید.

جدول ۱

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
وضعیت سکه	ر	پ	پ							

در جدول شما چندبار رو نوشته شده است؟ \_\_\_\_\_ چند بار پشت نوشته شده است؟

حالا شما این آزمایش را انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید.

جدول ۲

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
وضعیت سکه										

آیا تعداد رو یا پشت آمدن آزمایش‌های شما با جدول ۱ تفاوت دارد؟

۳- اگر از کیسه‌ی روبه‌رو بدون نگاه کردن به داخل آن یک مهره در بیاوریم، به احتمال بیشتر چه رنگی خواهد داشت؟ پاسخ دو دانش‌آموز به صورت زیر است:



امیر: فرقی نمی‌کند؛ چون در کیسه دو رنگ داریم.

علی: احتمال بیرون آمدن رنگ سبز بیشتر است؛ چون تعداد سبزها بیشتر است.

کدام یک درست گفته‌اند؟ چرا؟

حالا این آزمایش را ده بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید. حدس کدام دانش‌آموز در این آزمایش تأیید شد؟

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
رنگ										

## نمودار خط شکسته

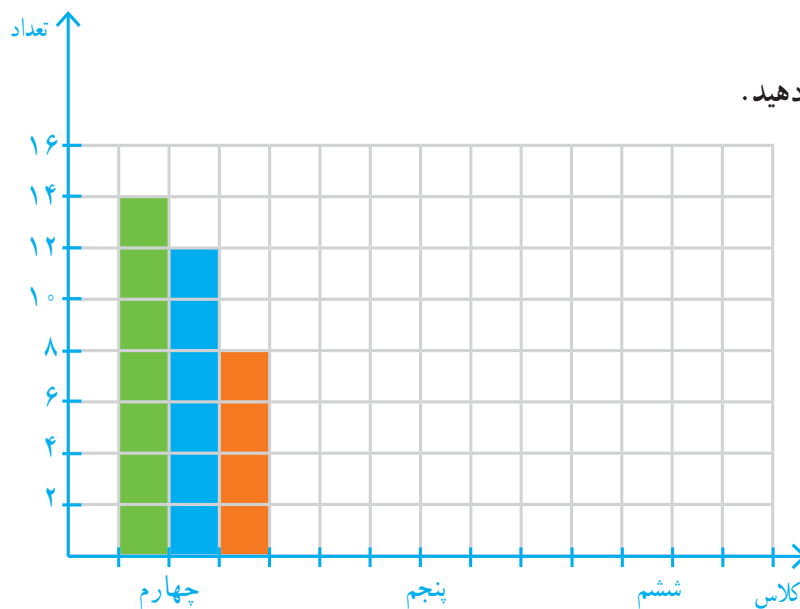


در سال گذشته جدول تعداد علاقه‌مندان به ورزش‌های فوتبال، والیبال و بسکتبال یکی از دبستان‌ها را برای دانش‌آموزان کلاس‌های چهارم، پنجم و ششم به صورت زیر مشاهده کردید.

چهارم			پنجم			ششم		
ف	و	ب	ف	و	ب	ف	و	ب
۱۴	۱۲	۸	۱۲	۱۰	۱۴	۱۰	۱۲	۱۰

ف: فوتبال  
و: والیبال  
ب: بسکتبال

حالا می‌خواهیم نمودار ستونی این اطلاعات را رسم کنیم. از سه رنگ مشخص شده‌ی بالا استفاده می‌کنیم. برای نمونه، شکل مربوط به کلاس چهارم انجام شده است.



شما بقیه‌ی نمودار را کامل کنید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

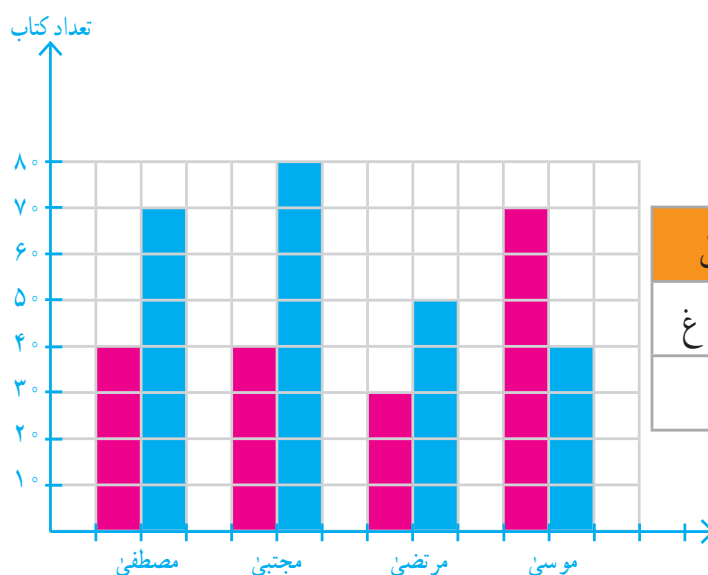
در کدام کلاس علاقه‌مندان به بسکتبال بیشتر است؟

در کلاس پنجم، کدام ورزش علاقه‌مندان بیشتری دارد؟

تعداد دانش‌آموزان کلاس چهارم علاقه‌مند به این سه رشته چند نفر است؟

در مجموع، چند نفر به همه‌ی ورزش‌ها علاقه‌مندند؟

نمودار زیر تعداد کتاب‌های داستان و غیرداستان خوانده شده توسط ۴ دانش‌آموز را نشان می‌دهد. با توجه به نمودار رسم شده، جدول را کامل کنید.



کتاب داستان  
کتاب غیرداستان

موسوی		مرتضی		مجتبی		مصطفی	
د	غ	د	غ	د	غ	د	غ

— چه کسی بیشترین کتاب را خوانده است؟



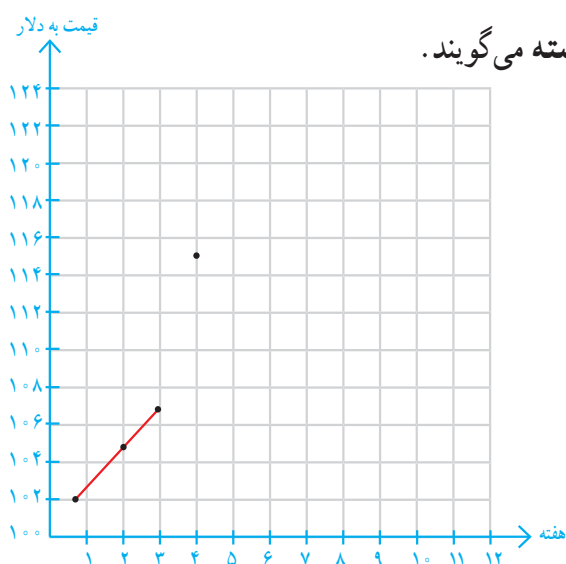
۱- قیمت هر بشکه نفت ایران در ده هفته در جدول زیر مشخص شده است.

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
قیمت به دلار	۱۰۲	۱۰۵	۱۰۷	۱۱۵	۱۲۰	۱۲۲	۱۱۷	۱۱۲	۱۱۰	۱۱۰

برای اینکه تغییرات قیمت نفت را بهتر نشان دهیم، ابتدا مانند نمونه قیمت مربوط به هر هفته را با یک نقطه در نمودار نشان می‌دهیم. شما بقیه‌ی نقاط را پیدا کنید.

(توجه داشته باشید که قیمت‌ها از ۱۰۰ شروع شده‌اند.)

حالا نقطه‌ها را به هم وصل کنید. به این نمودار، نمودار خط شکسته می‌گویند. با توجه به نمودار، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



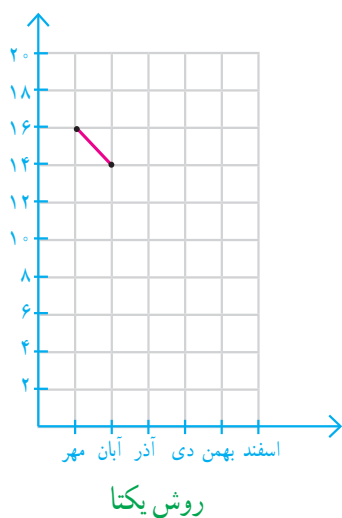
- در بین کدام دو هفته، تغییرات از همه بیشتر بوده است؟
- قیمت نفت در کدام هفته‌ها افزایش داشته است؟
- قیمت نفت از کدام هفته شروع به کم شدن کرده است؟
- در این نمودار معنی  $\bullet$  چیست؟

● با توجه به این نمودار فکر می‌کنید که در هفته‌ی بعد چه اتفاقی می‌افتد؟

۲- نمره‌های ریاضی یک دانش‌آموز کلاس هفتم به صورت زیر است:

ماه مهر: ۱۶، ماه آبان: ۱۴، ماه آذر: ۱۶، ماه دی: ۱۸، ماه بهمن: ۱۷، ماه اسفند: ۱۵

برای نمایش بهتر این اطلاعات، دو دانش‌آموز روش‌های زیر را انتخاب کرده‌اند. کار آنها را کامل کنید.



ماه	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
نمره	۱۶	۱۴				

روش یگانه

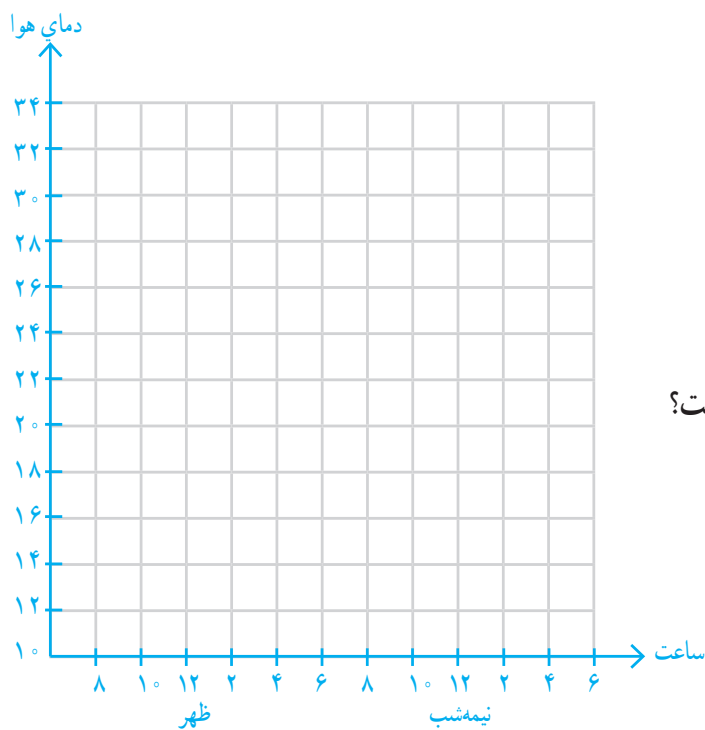
برای فهمیدن تغییرات نمره‌های این دانش‌آموز در درس ریاضی، کدام روش مناسب‌تر است؟ چرا؟

دمای هوای یک شهر در یک شبانه روز هر دو ساعت یک بار اندازه گیری شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، ابتدا جدول را کامل و سپس نمودار خط شکسته‌ی آن را رسم کنید.



۸ صبح: ۱۸    ۱۰ صبح: ۲۲    ۱۲ ظهر: ۲۶    ۲ بعدازظهر: ۲۹    ۴ بعدازظهر: ۳۲    ۶ بعدازظهر: ۳۰  
۸ شب: ۲۵    ۱۰ شب: ۲۰    ۱۲ شب: ۱۸    ۲ صبح: ۱۳    ۴ صبح: ۱۴    ۶ صبح: ۱۶

صبح	نیمه شب	شب	ظهر	صبح	زمان
					۸
					دما



با توجه به جدول و نمودار، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.  
 بین کدام ساعت‌ها بیشترین تغییر دما دیده می‌شود؟  
 اختلاف دما بین ساعت‌های ۱۰ صبح و ۱۲ ظهر چند درجه است؟  
 بیشترین دما و کمترین دما در چه ساعت‌هایی بوده است؟  
 اختلاف بین بیشترین و کمترین دما چند درجه است؟  
 با توجه به نمودار، توضیح دهید که تغییرات دمای روز و شب این شهر چگونه است؟

## انجام بده.



یک عدد دورقمی انتخاب کنید. جای رقم‌های یکان و دهگان را عوض کنید تا یک عدد دورقمی دیگر به دست آید. این دو عدد دورقمی را از هم کم کنید. حاصل تفریق را بر ۹ تقسیم کنید. آیا این تقسیم، باقی مانده دارد؟ این کار را سه بار دیگر تکرار کنید.





۱- یک پرستار هر ساعت ضربان قلب یک بیمار را در دقیقه گرفته و در جدول زیر نوشته است.

صبح												زمان
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱
۸۵	۸۵	۸۲	۸۰	۸۰	۸۰	۷۸	۸۰	۷۸	۷۵	۷۲	۷۰	ضربان

ظهر  
بعداز

— نمودار خط شکسته را رسم کنید.

— بین کدام ساعت‌ها تغییرات ضربان زیاد بوده است؟

— اگر ضربان قلب کمتر از ۷۰ برای این بیمار خطرناک باشد،

در چه ساعتی این بیمار به مراقبت ویژه احتیاج داشته است؟

۲- برای رسم نمودار خط شکسته‌ی تعداد ضربان قلب از چه عددی شروع می‌کنید؟ چرا؟

تقسیم‌های محور را چندتایی در نظر می‌گیرید؟ تا کجا ادامه می‌دهید؟

۳- دمای هوای یک شهر در ماه‌های یک سال در جدول زیر آمده است.

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
دما	۲۱	۲۵	۳۰	۳۱	۳۴	۲۷	۲۴	۱۵	۱۰	۸	۱۰	۱۴

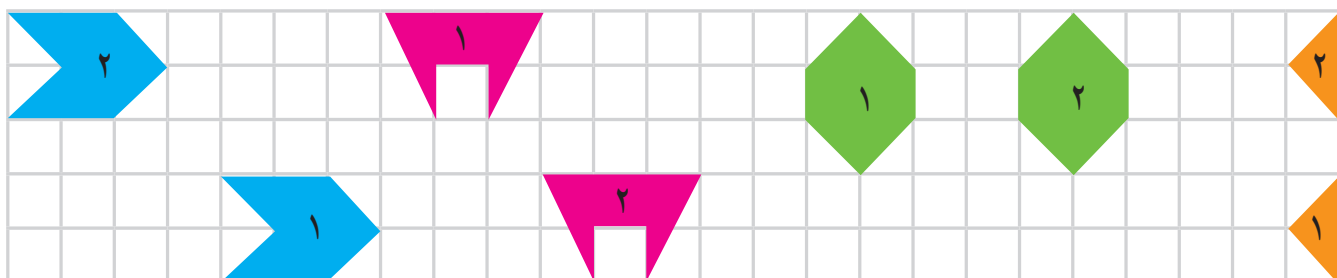
● گرم‌ترین و سردترین ماه را پیدا کنید.

● بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه بوده است؟

● کمترین تغییر دما بین کدام دو ماه بوده است؟

## توضیح بده.

توضیح دهید هر شکل با چه حرکتی بر شکل مشابه خود منطبق می‌شود.



# احتمال



## فعالیت

۱- همان‌طور که سال‌های قبل یاد گرفتید، از عبارت «احتمال دارد» در زندگی روزمره هم بسیار استفاده می‌کنیم. گاهی نیز عبارت‌های «به احتمال بیشتر» یا «به احتمال کمتر» یا «به احتمال برابر» را به کار می‌بریم. با این توضیح مانند نمونه و با توجه به جمله‌ی داخل کادر برای هر یک از موارد زیر، عبارتی مناسب انتخاب کنید و دلیل انتخاب خود را توضیح دهید.

به طور  
حتم اتفاق  
نمی‌افتد

به احتمال  
کمتر

به  
احتمال  
برابر

به  
احتمال  
بیشتر

به طور  
حتم اتفاق  
می‌افتد

☐ ☐ ☐ ☐ ☐



اینکه بدون نگاه کردن به کیسه، یک مهره درآوریم و مهره قرمز باشد،

\_\_\_\_\_ (الف)

☐ ☐ ☐ ☐ ☐



\_\_\_\_\_ (ب)

☐ ☐ ☐ ☐ ☒



(ج) چون هر سه مهره قرمز است.

☐ ☒ ☐ ☐ ☐

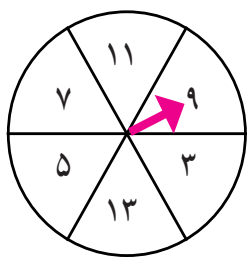


(د) چون یکی از مهره‌ها قرمز است و دو تای دیگر قرمز نیست.

☐ ☐ ☐ ☐ ☐



\_\_\_\_\_ (هـ)



۲- چرخنده‌ای به صورت شکل روبه‌رو داریم. عقربه‌ی چرخنده هر بار پس از ایستادن عددی را نشان می‌دهد. برای هر یک از موارد زیر یکی از پنج عبارت بالا را انتخاب کنید و دلیل انتخاب خود را بنویسید.

(الف) روی عدد زوج بایستد : به طور حتم اتفاق نمی‌افتد. **دلیل :** چون عدد زوجی در این چرخنده وجود ندارد.

(ب) روی عدد فرد بایستد : **دلیل :** \_\_\_\_\_

(ج) روی عدد کمتر از ۳ بایستد : **دلیل :** \_\_\_\_\_

(د) روی عدد بزرگ‌تر از ۹ بایستد : **دلیل :** \_\_\_\_\_

(هـ) روی یکی از عددهای بزرگ‌تر از ۵ بایستد : **دلیل :** \_\_\_\_\_

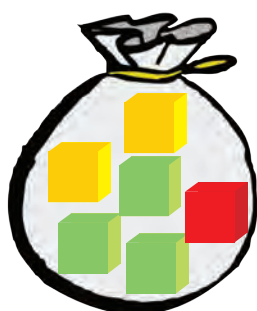
(و) روی یک عدد بزرگ‌تر از ۱۵ بایستد : **دلیل :** \_\_\_\_\_





رنگ سیب	تعداد
سبز	۷
قرمز	۳
زرد	۵

۱- جدول روبه‌رو تعداد سیب‌هایی را که به رنگ‌های مختلف در یخچال موجودند، نشان می‌دهد. اگر بخواهیم بدون نگاه کردن یک سیب برداریم، این احتمال را که آن سیب به رنگ قرمز باشد، با عبارت مناسب مشخص کنید و دلیل این انتخاب را بنویسید.



۲- از کیسه‌ی روبه‌رو بدون نگاه کردن به داخل آن یک مکعب درمی‌آوریم، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ مکعب بیشتر است؟ چرا؟  
احتمال بیرون آمدن کدام رنگ مکعب کمتر است؟ چرا؟



۱- چرخنده‌ای به شکل روبه‌رو داریم.  
در این چرخنده، احتمال این را که عقربه روی هر رنگ بیفتد، با یک عبارت مشخص کنید.

قرمز:      آبی:      سبز:      زرد:

اگر عقربه‌ی این چرخنده را ۲۰ بار بچرخانیم، انتظار داریم کدام رنگ بیشتر بیاید؟ چرا؟

۲- این آزمایش را انجام دهید: عقربه‌ی چرخنده را ۲۰ بار بچرخانید و پس از ایستادن، رنگ آن را یادداشت کنید.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش
																				رنگ

چند مرتبه روی رنگ قرمز ایستاد؟

آیا تعداد دفعات ایستادن عقربه روی رنگ قرمز بیشتر از بقیه است؟

آیا در کلاس شما دانش‌آموزی هست که در آزمایش او رنگ قرمز کمتر از بقیه‌ی رنگ‌ها باشد؟

آیا انتظار شما درباره‌ی رنگ آبی و سبز هم اتفاق افتاد؟ (تعداد دفعات ایستادن عقربه روی رنگ آبی بیشتر از سبز است.)



۱- اگر یک سکه را بیندازیم، یا رو می‌آید یا پشت.

احتمال رو یا پشت آمدن سکه را با چه عبارتی بیان می‌کنید؟ چرا؟



اگر سکه را ۲۰ بار بیندازیم، پیش‌بینی می‌کنید چند مرتبه رو و چند مرتبه پشت آن بیاید؟ چرا؟

– یک سکه را ۲۰ بار بیندازید و هر بار رو یا پشت آمدن آن را در جدول زیر یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
وضعیت سکه																				

تعداد پشت آمدن :

تعداد رو آمدن :

آیا این آزمایش مطابق انتظار شما بود؟

آیا در کلاس شما دانش‌آموزی هست که در آزمایش او سکه ۱۰ بار به رو و ۱۰ بار به پشت آمده باشد؟

۲- سنانز عقربه‌ی یک چرخنده را ۲۰ بار چرخانده و هر بار رنگ آن را یادداشت کرده است. نتیجه‌ی آزمایش او را در جدول روبه‌رو می‌بینید.

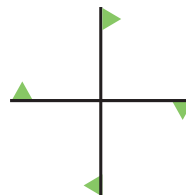
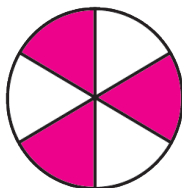
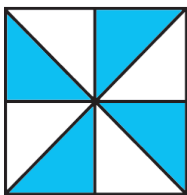
رنگ	تعداد
آبی	۷
سبز	۱۱
نارنجی	۲

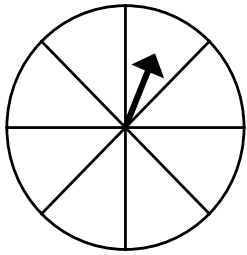
اگر سنانز یک بار دیگر عقربه را بچرخاند، احتمال آمدن رنگ نارنجی را با بیان یک عبارت پیش‌بینی کنید.

دلیل خود را توضیح دهید.

## خلاق باش

هرکدام از شکل‌های زیر، چند درجه باید بچرخند تا دوباره روی خودشان بیفتند؟





۱- چرخنده‌ی روبه‌رو ۸ قسمت دارد. آن را طوری رنگ کنید که احتمال قرار گرفتن عقربه روی رنگ سبز بیشتر و روی رنگ‌های آبی و قرمز کمتر باشد.



## تمرین

۲- روی یک تاس عددهای ۱ تا ۶ وجود دارد. این احتمال را که پس از انداختن تاس عدد زوج بیاید، با یک عبارت مناسب مشخص کنید.

پاسخ دو دانش‌آموز را ببینید.

کدام یک درست می‌گویند؟ چرا؟

به احتمال کمتر زوج می‌آید.

به احتمال برابر زوج یا فرد می‌آید.



۳- برای هر کدام از عبارت‌های «به‌طور حتم اتفاق می‌افتد» و «به‌طور حتم اتفاق نمی‌افتد» یک مثال بزنید.

به‌طور حتم اتفاق می‌افتد:

به‌طور حتم اتفاق نمی‌افتد:

۴- اگر از هر کیسه یک مهره خارج کنیم، در کدام یک احتمال بیرون آمدن مهره‌ی سیاه بیشتر است؟ تعداد مهره‌ها روی کیسه نوشته شده است. دلیل خود را بنویسید.



۴ سیاه



۱ سیاه



۶ سیاه

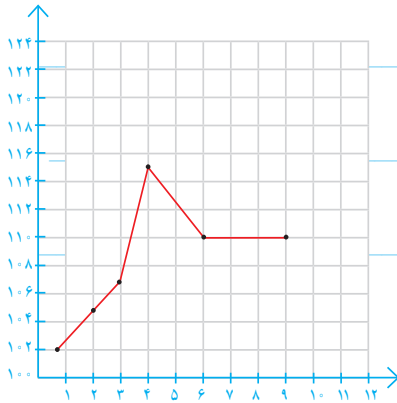
۵- در یک کیسه ۳ مهره‌ی سبز، ۵ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی زرد هست. قسمت پیش‌بینی جدول را برای ۲۰ بار آزمایش کامل کنید.

۲۰ بار آزمایش درآوردن مهره از کیسه را انجام دهید و جدول را کامل کنید.

رنگ	تعداد مهره	پیش‌بینی	آزمایش
سبز			
قرمز			
زرد			



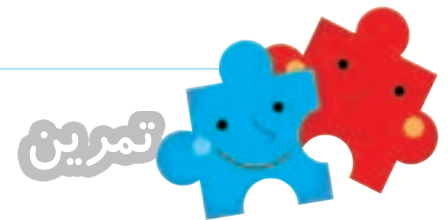
۱- توضیح دهید چه زمانی عددهای محور عمودی را از صفر شروع نمی‌کنید.



۲- نمودار خط شکسته برای چه موضوعاتی مناسب است؟ توضیح دهید.

۳- در نمودار خط شکسته، شکل‌های , , و  چه معنایی دارند؟

۴- سه جمله بنویسید که در آنها از عبارت‌های «به احتمال بیشتر»، «به احتمال کمتر» و «به طور حتم» استفاده شده باشد.

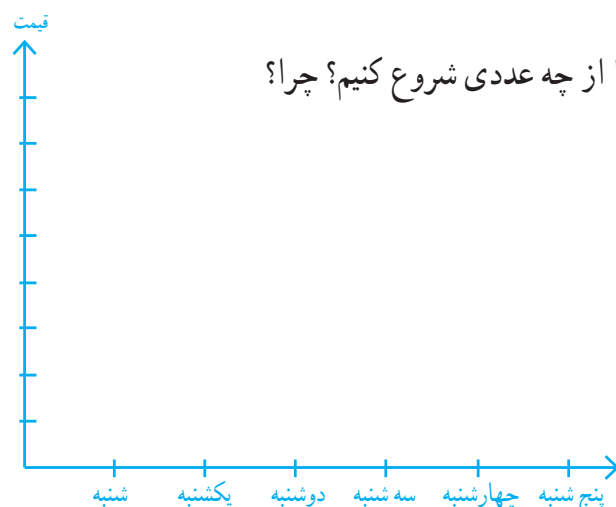


## تمرین

۱- رتبه‌ی یک دانش‌آموز در ۵ امتحان ریاضی «خیلی خوب» بوده است. اگر نمودار خط شکسته‌ی رتبه‌های این دانش‌آموز را رسم کنیم، به چه شکلی درمی‌آید؟ چرا؟

۲- قیمت یک سکه‌ی بهار آزادی در یک هفته به صورت زیر تغییر کرده است.

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه
قیمت (تومان)	۲۵۴۰۰۰	۲۶۵۰۰۰	۲۶۰۰۰۰	۲۷۰۰۰۰	۲۵۵۰۰۰	۲۶۲۰۰۰



— می‌خواهیم نمودار خط شکسته‌ی آن را رسم کنیم. محور قیمت را از چه عددی شروع کنیم؟ چرا؟

— محور را چقدر چقدر تقسیم‌بندی کنیم؟

نمودار خط شکسته را رسم کنید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

— آیا قیمت ربع سکه در این هفته بدون تغییر بوده است؟

— در کدام روزها بیشترین تغییر را داشته است؟

۳- یک تاس را می‌اندازیم. این احتمال را که هریک از اتّفاقی‌های زیر بیفتد، با یک عبارت مناسب بیان کنید و دلیل خود را بنویسید.

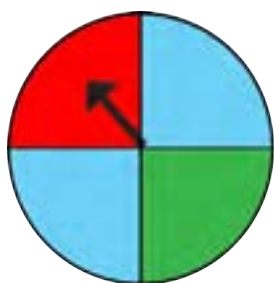
● عدد ۶ بیاید.

● عدد ۷ بیاید.

● عدد بزرگ‌تر از ۲ بیاید.

● یکی از عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ بیاید.

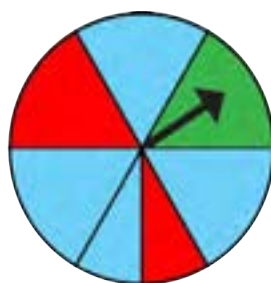
۴- در کدام یک از چرخنده‌های زیر احتمال ایستادن عقربه روی رنگ آبی بیشتر است؟ چرا؟



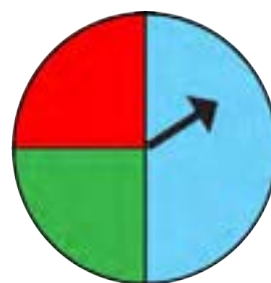
(د)



(ج)



(ب)



(آ)

۵- یک سکه را انداختیم؛ رو آمد. دوباره انداختیم؛ رو آمد. اگر بار سوم آن را بیندازیم، رو می‌آید یا پشت؟ چرا؟

۶- اگر یک سکه را ۲۰۰۰ مرتبه بیندازیم، انتظار داریم چند مرتبه رو بیاید؟

چرا؟

۷- در کیسه‌ی زیر تعدادی مهره قرار دارد. احتمال این را که بدون نگاه کردن، یک مهره درآوریم و یکی از اتّفاقی‌های زیر بیفتد، با یک عبارت بیان کنید.



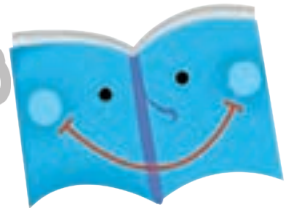
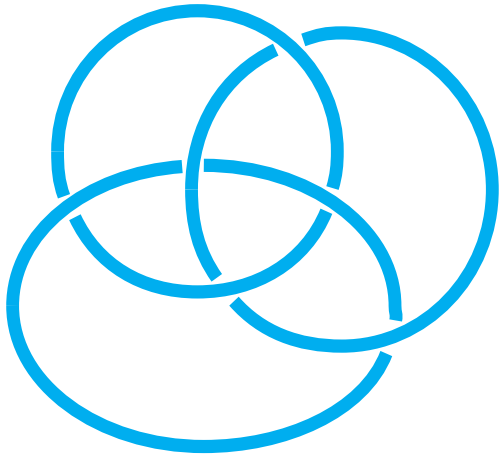
● مهره قرمز باشد.

● مهره سبز باشد.

● مهره آبی باشد.



در شکل زیر سه حلقه به هم متصل دیده می‌شوند. اگر هر کدام از حلقه‌ها را حذف کنیم، دو حلقه‌ی دیگر از هم جدا می‌شوند. این حلقه را با طناب درست کنید و با بریدن یک طناب و حذف آن حلقه، باز شدن دو حلقه‌ی دیگر را مشاهده کنید.



آیا با نگاه کردن به آسمان هنگام صبح می‌توان فهمید که احتمال بارش باران در طول روز کم یا زیاد است؟ به طور حتم باران خواهد بارید و یا نخواهد بارید؟ آیا با این اطلاعات که از نگاه کردن به آسمان به دست می‌آوریم، می‌توان تصمیم گرفت که بهتر است با خود چتر ببریم یا نه؟ آیا می‌توانیم تصمیم بگیریم که لباس مناسب بپوشیم یا نه؟ آیا با در نظر گرفتن دما می‌توان آمدن برف را پیش‌بینی کرد؟ آیا می‌توان با این اطلاعات تصمیم گرفت که لازم است دستکش، شال و کلاه به همراه برد و یا اینکه آیا زنجیر چرخ برای ماشین لازم است یا نه؟

