

اندازه تقریبی شعاع منظومه شمسی 10^{13} متر است. اندازه تقریبی شعاع جهان قابل مشاهده توسط انسان 10^{23} برابر بیشتر است. تصویر بالا شامل ۴۳ هزار کهکشان است. اگر می‌خواهید بدانید ما کجا هستیم، باید بدانید که کهکشان راه شیری تقریباً یک نقطه کوچک در وسط‌های نقشه به‌شمار می‌رود. فکر منظومه شمسی را هم نکنید؛ چون خیلی کوچک‌تر از آن است که در این تصویر قابل دیدن باشد.

یادآوری در سال گذشته، ضرب دو عدد توان دار با پایه‌های مساوی و نیز توان‌های مساوی را یاد گرفتید. این قواعد را با نمادهای ریاضی به صورت زیر می‌نویسیم.
اگر a عددی دلخواه و m و n دو عدد طبیعی باشند:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

(یا برای سادگی: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ و $a^m \cdot b^m = (ab)^m$)

برای آمادگی بیشتر، تمرین‌های زیر را انجام دهید.

۱- حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$2^6 \times 2^3 = \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \quad 8^2 \times 2^3 = \quad (-6)^4 \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 =$$

$$2^5 \times 3^2 \times 6^5 \times 4^2 = \quad 3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^0 \times 81 = \quad 36 \times 144 = \quad 2^3 \times 8^5 \times 4^3 =$$

۲- حاصل هر یک را به صورت عبارتی توان دار بنویسید.

$$a^2 \times a^4 = \quad x^4 \times y^4 = \quad (ab)^5 \times a^2 \times b^4 =$$

$$(xy)^2 \times (xy)^4 = \quad 125 \times 18^2 \times \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \quad 8a \times (2a)^2 \times 2a^2 =$$

۳- حجم مکعبی به ضلع $2a$ چند برابر حجم مکعبی به ضلع a است؟

۴- جاهای خالی را با عددها و حرف‌های مناسب پر کنید.

$$18^5 = (6 \times \bigcirc)^5 \quad a^4 = a^2 \times a^{\bigcirc} \quad 7^{\bigcirc} \times 4^5 = 4^5$$

$$\left(-\frac{7}{2}\right)^{\bigcirc} \times \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \left(-\frac{7}{2}\right)^9 \quad (4 \times 3)^6 = \bigcirc^6 \times \bigcirc^6$$

فعالیت



حاصل عبارت $۲^۳ \times ۲^۳ \times ۲^۳ \times ۲^۳$ را به دو روش زیر می‌توان نشان داد.

$$۲^۳ \times ۲^۳ \times ۲^۳ \times ۲^۳ = ۲^{۳+۳+۳+۳} = ۲^{۱۲} \qquad ۲^۳ \times ۲^۳ \times ۲^۳ \times ۲^۳ = (۲^۳)^۴$$

با مقایسه تساوی‌های بالا، آیا می‌توان نتیجه گرفت: $(۲^۳)^۴ = ۲^{۱۲}$

اکنون، درستی تساوی‌های زیر را به هر روشی که می‌توانید بررسی کنید.

$$(۷^۲)^۵ = ۷^{۱۰} \qquad \left[\left(\frac{۱}{۲} \right)^۳ \right]^۴ = \left(\frac{۱}{۲} \right)^{۱۲}$$

$$\left[(-۲)^۳ \right]^۷ = (-۲)^{۲۱} \qquad (a^۲)^۴ = a^۸$$

آنچه را فراگرفته‌اید به صورت قانون کلی بیان کنید.

اگر a عددی دلخواه و m و n عددهایی طبیعی باشند، آن‌گاه:

$$(a^m)^n = a^{\boxed{}}$$

کار در کلاس



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$(۵^۷)^۴ = \qquad \left[\left(\frac{۲}{۳} \right)^۲ \right]^۳ = \qquad [(-۶)^۲]^۵ =$$

$$\left[\left(-\frac{۱}{۷} \right)^۳ \right]^۴ = \qquad (۱۸^۲)^۷ = \qquad (x^۴)^۸ =$$

$$\left[(ab)^۳ \right]^۲ = \qquad (xy^۲)^۲ = \qquad (۲^m)^n =$$

۲- کدام یک از تساوی‌های زیر، درست و کدام نادرست است؟ توضیح دهید.

$$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^4$$

$$3^5 \times 3^5 = (3^5)^2$$

$$(3^2)^4 = 3^8$$

$$(3^5)^2 = 3^2$$

$$(5^2)^2 = 5^4$$

$$3^2 \times 3^2 = 9^4$$

$$3^5 \times (2^2)^5 = 12^5$$

$$a^2 \cdot a^2 = 1$$

$$((-2)^2)^2 = 2^6$$

$$(-4^6) = 4^6$$

۳- حاصل عبارت $(-5)^2 \times [(-5)^2]^3$ برابر کدام یک از اندازه‌های زیر است؟

الف) $(-5)^8$

ب) -5^8

۴- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$9^5 = (3^{\circ})^5 = 3^{\circ}$$



۱- حجم مکعبی به ضلع ۸cm را به صورت یک عدد توان دار بنویسید که پایه آن عدد ۲ باشد.

۲- بیست و هفت برابر عدد 9^5 را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۳- حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید.

$$[(-3)^2]^2 =$$

$$[(3^2)]^2 =$$

$$2^5 \times 2^2 \times 3^7 \times 6^2 =$$

$$\left(-\frac{5}{6}\right)^3 \times \left(\frac{7}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{7}\right)^3 =$$

$$2^{4^\circ} \times 2^{4^\circ} \times 2^{4^\circ} =$$

$$(x^2)^5 \cdot (y^2)^2 \cdot x^2 y^4 =$$

۴- کدام عددهای طبیعی را می‌توان به جای نوشت تا نامساوی زیر درست باشد؟

$$(-2) \text{ } > 15$$

۵- حاصل $2^7 + 2^7$ و حاصل $3^5 + 3^5 + 3^5$ را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

۶- عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴ را طوری در جاهای خالی قرار دهید که یک تساوی درست به دست آید. (از هر چهار عدد استفاده کنید).

$$\text{} \times (\text{})^3 = 5^2 - (\text{})^{\text{}}$$

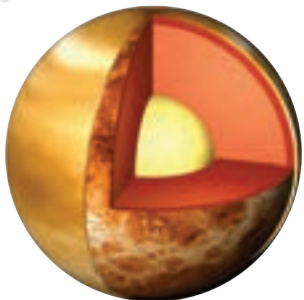
۷- مقدار عددی عبارت‌های زیر را به ازای $a=6$ و $b=-2$ و $c=-4$ به دست آورید.

الف) $\frac{c^2}{b} - 2(a + b^2)$

ب) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 + bc - 1$

تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی

فعالیت



دمای مرکز خورشید حدود 10^7 درجه سانتی گراد است. این دما چند برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید؟ پاسخ را ضمن کامل کردن جاهای خالی به صورت یک عدد توان دار بیان کنید و مراحل حل مسئله را نیز توضیح دهید.

حل: آب در $100 = 10^2$ درجه سانتی گراد به جوش می آید و داریم:

$$10^7 \div 10^2 = \frac{10^7}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = \bigcirc$$

بنابراین: $10^7 \div 10^2 = \bigcirc$

یعنی دمای مرکز خورشید — برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید. آیا تقسیم بالا را به شکل زیر نیز می توانیم انجام دهیم؟

$$\frac{10^7}{10^2} = \frac{10^2 \times 10^5}{10^2} = \bigcirc$$

اکنون، حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$(-9)^5 \div (-9)^3 = \text{_____} = (-9)^{\bigcirc}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \text{_____} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\bigcirc}$$

با استفاده از نمونه های داده شده برای محاسبه تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی قانونی

بنویسید.

اگر a عددی دلخواه و مخالف صفر و m, n عددهایی طبیعی باشند:

$$a^m \div a^n = a^{\bigcirc}$$

کار در کلاس



۱- حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$8^9 \div 8^5 = \frac{3^7}{3^3} = 6^2 \div 6 =$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{(-2)^9}{(-2)^2} = \left(\frac{1}{9}\right)^4 \div \left(\frac{1}{9}\right) =$$

$$(4/5)^6 \div (4/5)^2 = (-\circ/3)^5 \div (-\circ/3)^2 = \frac{7^5}{7} =$$

۲- جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$\frac{2^{15}}{(2^3)^{\circ}} = 1$$

$$3^5 \div 3^{\circ} = 3^4$$

$$14^5 \div (\quad)^2 = 14^2$$

$$\frac{7^3}{7^5} = \frac{7^3}{7^3 \times 7^2} = \frac{1}{\circ}$$

۳- حاصل را به صورت یک عبارت توان‌دار بنویسید.

$$a^{12} \div a^5 = (xy)^9 \div (xy)^4 = (-x)^9 \div (-x)^3 =$$

تقسیم دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی

فعالیت



مثال‌های داده شده را مطالعه کنید و با پرکردن جاهای خالی توضیح دهید که پاسخ

هر یک از تقسیم‌ها چگونه به دست آمده است.

$$12^4 \div 6^4 = \frac{12^4}{6^4} = \frac{12 \times 12 \times 12 \times 12}{6 \times 6 \times 6 \times 6} = \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} = (\quad)^4 = 2^4$$

$$3^5 \div 7^5 = \frac{3^5}{7^5} = \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^{\circ}$$

$$(-4)^3 \div 6^3 = \frac{(-4)^3}{6^3} = \frac{-4}{6} \times \frac{-4}{6} \times \frac{-4}{6} = \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$$

$$12^4 \div 6^4 = \frac{12^4}{6^4} = \frac{2^2 \times 6^2}{6^2} = 2^{\circ}$$

با توجه به مثال‌های صفحه قبل، توضیح دهید تساوی $۴^۵ = ۲^۵ \div ۸^۵$ چگونه به دست آمده است. اکنون، برای تقسیم دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی، قانون زیر را کامل کنید.

در تقسیم اعداد توان‌دار با توان‌های مساوی _____

به کمک قانونی که نوشته‌اید، حاصل تقسیم‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$۶^۸ \div ۳^۸ = \quad \quad \quad (-۲)^۴ \div (-۳)^۴ =$$

اکنون قانون فوق را با نمادهای ریاضی هم نشان دهید.

$$a^m \div b^m = (\quad)^{\quad} \quad \quad b \neq 0 \quad \text{و} \quad m \text{ یک عدد طبیعی و } a \text{ و } b \text{ دو عدد دلخواه}$$

کارد در کلاس



۱- حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$۵^۷ \div ۳^۷ = \quad \quad \quad ۱۴^۲ \div ۷^۲ =$$

$$(-۸)^۵ \div (-۲)^۵ = \quad \quad \quad ۹^۲ \div ۲۷^۲ =$$

۲- عبارت‌های زیر را ساده کنید و در صورت امکان، پاسخ را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$۵^۷ \times ۳^۴ \times ۲^۷ \times ۳^۳ = \quad \quad \quad \left(\frac{۲}{۳}\right)^۸ \div \left(\frac{۲}{۳}\right)^۵ =$$

$$\frac{۳^۰ \cdot ۷ \times ۳^۰ \cdot ۵^۰}{۶^۱ \cdot ۵^۱} =$$

$$\frac{(a^۳)^۴}{a^۳} =$$

$$\frac{(x^۲)^۵ \times x^۷}{x^{۱۱}} =$$

تمرین



۱- هر یک از عددهای زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$۸۱ = \quad \quad -۸ = \quad \quad ۱۰۲۴ = \quad \quad -\frac{۱۲۵}{۷۲۹} = \quad \quad \frac{۱}{۵۱۲} = \quad \quad -\frac{۱}{۳۲} =$$

۲- کدام عبارت‌های زیر درست و کدام نادرست‌اند؟ توضیح دهید.

$$\left(\frac{-۵}{۲}\right)^۲ = -\frac{۲۵}{۴}$$

$$\left(\frac{۵}{۱۱}\right)^۰ = ۰$$

$$\left[\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳\right]^۵ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۸$$

$$\left(\frac{۲}{۷}\right)^۴ \times \left(\frac{۳}{۵}\right)^۰ = \left(\frac{۲}{۷}\right)^۴$$

$$۱۰^۲ \times ۱۰^۴ = ۱۰^{۱۲}$$

$$(-۲)^۲ \times (-۲) = ۱۶$$

۳- حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 3^{10} = \frac{5^6 \times 6^3}{5^4 \times 6^5} = \frac{x^v \times y^f}{x^d \times y^t} =$$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب بگذارید.

$$3^5 \times 3^{\bigcirc} = 3^9$$

$$(7^4)^{\bigcirc} = 7^8$$

$$\frac{v^{\bigcirc} \times v^2}{v^3} = v^5$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\bigcirc} \div \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\frac{(-6)^8}{(-6)^{\bigcirc}} = (-6)^3$$

۵- عددهای زیر را از کوچک ترین تا بزرگ ترین و به ترتیب از چپ به راست مرتب کنید.

$$6^5, 1^{12}, -4^2, (-1)^5, 0, \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

۶- کدام تساوی های زیر درست و کدام نادرست اند؟

$$(\sqrt{5})^2 = 25 \quad (\sqrt{5})^2 = 5 \quad (\sqrt{5})^2 = (-\sqrt{5})^2 \quad +\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

۷- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$(-10^2)^2 = \quad [(-10)^2]^2 = \quad (x^2 y^2)^4 = \quad \left(\frac{x^y}{x^3}\right)^5 =$$

$$[36^5 \div (-3)^5] \div [(-2)^5 \times (-3)^5] =$$

۸- نصف 2^4 و ربع 4^7 را به صورت عددهای توان دار بنویسید.

خواندنی

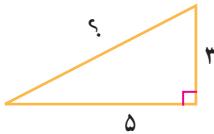
رشد باکتری ها به شرایط مناسب محیطی و وجود مواد غذایی بستگی دارد. باکتری ها در وضعیت مطلوب در هر 20° دقیقه به دو نیم تقسیم می شوند، سپس در 20° دقیقه دیگر رشد می کنند و دوباره هر کدام به دو قسمت تقسیم می شوند. تکثیر باکتری ها تا جایی ادامه پیدا می کند که مواد غذایی لازم موجود باشد؛ برای مثال اگر در حال حاضر ۲ باکتری داشته باشیم در 20° دقیقه دیگر $2 \times 2 = 2^2 = 4$ باکتری و در 60° دقیقه دیگر $2^3 = 8$ باکتری خواهیم داشت. به نظر شما اگر مواد غذایی لازم موجود باشد، پس از گذشت ۲۴ ساعت چند باکتری خواهیم داشت؟

فعالیت



آزاده، نرگس و نسیم هنگام گردش علمی به یک آب گذر (کانال) به عرض ۵ متر رسیدند. در طرف دیگر آب گذر دیواره‌ای به ارتفاع ۳ متر وجود داشت. آنها می‌خواهند بدانند اگر پلی برای رفتن به طرف دیگر آب ساخته شود، طول آن چقدر خواهد بود؟

در ادامه، گفت‌وگوی این سه دانش‌آموز را می‌خوانید که برای حل این مسئله صورت گرفته است. با دقت در این گفت‌وگو سعی کنید نظر هر دانش‌آموز را توضیح دهید.



آزاده: به نظر من این مسئله مانند آن است که یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع ۳ و ۵ متر داشته باشیم و وتر آن را به دست آوریم.

نرگس: پس می‌توانیم از رابطه فیثاغورس استفاده کنیم.

نسیم: یعنی رابطه مقابل را داریم: $۵^2 + ۳^2 = ۳۴ = \text{مربع وتر}$

آزاده: درست است. اکنون برای به دست آوردن طول وتر باید جذر عدد ۳۴ را به دست آوریم.

نرگس: چون $۲۵ < ۳۴ < ۳۶$ پس $\sqrt{۳۴}$ بین دو عدد ۵ و ۶ قرار دارد.



یعنی داریم: $۵ < \sqrt{۳۴} < ۶$

نسیم: اگر فاصله ۵ تا ۶ را روی محور نصف کنیم، عدد $۵/۵$ به دست می‌آید و چون

پس حتماً جذر ۳۴ از $۵/۵$ بیشتر است.

آزاده: می‌توانیم چند عدد بزرگ‌تر از $۵/۵$ را بررسی کنیم؛ مثلاً $۵/۷$ و $۵/۸$ و $۵/۹$.



سپس آنها به کمک ماشین حساب جدول زیر را تکمیل کردند.

عدد	۵/۷	۵/۸	۵/۹	۶
مجذور	۳۲/۴۹	۳۳/۶۴	۳۴/۸۱	۳۶

در نتیجه با توجه به جدول بالا، مقدار $\sqrt{۳۴}$ تقریباً برابر ۵/۸ است.
 آخرین جملهٔ فعالیت بالا را معمولاً به شکل روبه‌رو می‌نویسیم: $\sqrt{۳۴} \approx ۵/۸$
 اگر این دانش‌آموزان بخواهند به کمک روش بالا مقدار $\sqrt{۳۴}$ را تا دو رقم اعشار حساب کنند، چگونه باید این کار را انجام دهند؟

مقدار $\sqrt{۳۴}$ تا پنج رقم اعشار به کمک ماشین حساب چنین به دست می‌آید:
 $\sqrt{۳۴} = ۵/۸۳۰۹۵$

کار در کلاس



۱- با پرکردن جاهای خالی، مقدار $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۲۰۰}$ را به صورت تقریبی تا یک رقم اعشار به دست آورید. نتیجه را با آنچه ماشین حساب به دست می‌آورد، مقایسه کنید.

$$\sqrt{۱} < \sqrt{۲} < \sqrt{۴} \quad \text{(الف)}$$

$$۱ < \sqrt{۲} < \bigcirc \quad \text{پس:}$$

اکنون با نصف کردن فاصلهٔ ۱ تا ۲ روی محور، عدد ۱/۵ را آزمایش می‌کنیم.
 چون $(۱/۵)^۲ = ۲/۲۵$ ، پس مقدار $\sqrt{۲}$ حتماً کمتر از _____ است.

عدد	۱/۳	۱/۴	۱/۵
مجذور	۱/۶۹	۱/۹۶	۲/۲۵

به کمک جدول بالا می‌توان نوشت: $\sqrt{۲} =$ _____

$$\sqrt{۱۹۶} < \sqrt{۲۰۰} < \bigcirc \quad \text{(ب)}$$

$$\bigcirc < \sqrt{۲۰۰} < ۱۵ \quad \text{بنابراین:}$$

اکنون با نصف کردن فاصله ————— تا ۱۵ روی محور اعداد، عدد $۱۴/۵$ را آزمایش می‌کنیم. چون $۲۱۰/۲۵ = (۱۴/۵)^۲$ ، بنابراین $\sqrt{۲۱۰}$ حتماً کمتر از $۱۴/۵$ است.

بنابراین $\sqrt{۲۱۰} =$ —————

عدد	۱۴/۱	۱۴/۲	۱۴/۳	۱۴/۴
مجذور	۱۹۸/۸۱	۲۰۱/۶۴		

۲- ابتدا مقدار تقریبی هر عددی را که در جدول آمده است، حدس بزنید؛ سپس به کمک ماشین حساب، حاصل را تا دو رقم اعشار پیدا کنید و با مقداری که حدس زده‌اید، مقایسه کنید.

عدد	$\sqrt{۳}$	$\sqrt{۵}$	$\sqrt{۱۰/۳}$	$\sqrt{۱۸/۵}$	$\sqrt{۶۸}$	$\sqrt{۹۹}$	$\sqrt{۱۴۰}$
مقدار حدس زده شده							
ماشین حساب							



۱- به کمک روشی که در درس یاد گرفته‌اید، مقدار هر یک از عددهای زیر را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

$$\sqrt{۱۹}, \sqrt{۴۰}, \sqrt{۱۵۰}, \sqrt{۳۸۵}$$

۲- در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید. از ماشین حساب کمک بگیرید.

$$\sqrt{۱۱} \bigcirc ۳\frac{۱}{۳}$$

$$\sqrt{۱۷} \bigcirc ۴/۰۳$$

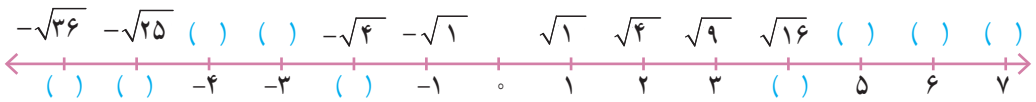
$$\sqrt{۶/۲۵} \bigcirc ۲\frac{۱}{۲}$$

$$۱ + \sqrt{۱۵} \bigcirc ۴$$

$$\sqrt{۲۰} - ۲ \bigcirc \sqrt{۱۸}$$

$$(\sqrt{۳})^۲ \bigcirc ۳$$

۳- جاهای خالی روی محور را با عددهای مناسب پر کنید.



۴- در هر یک از تمرین‌های زیر، یک محور اعداد رسم، و نقطه‌ای روی آن مشخص شده است (نقاط A, B, C). نقطه مشخص شده روی محور به کدام یک از عددهای داده شده نزدیک‌تر است؟ دلیل بیاورید.



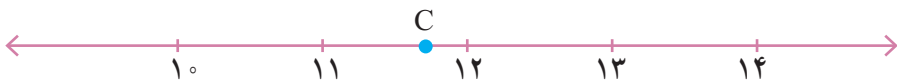
$$\sqrt{79}, \sqrt{98}, \sqrt{81}, \sqrt{85}$$

دلیل:



$$-\sqrt{12}, -\sqrt{17}, -\sqrt{15}, -\sqrt{28}$$

دلیل:



$$\sqrt{140}, \sqrt{116}, \sqrt{121}, \sqrt{126}$$

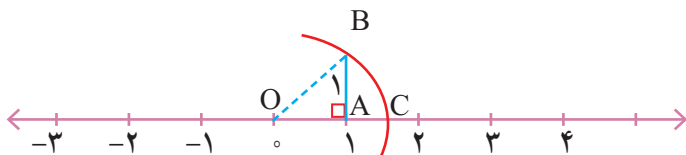
دلیل:

فعالیت

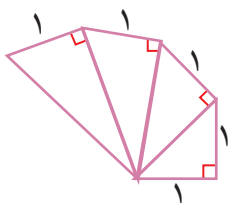


در درس گذشته مقدار $\sqrt{2}$ را هم به صورت تقریبی و هم به کمک ماشین حساب محاسبه کردید.

در این فعالیت با نمایش $\sqrt{2}$ روی محور اعداد آشنا می‌شویم. محور عددهای زیر را در نظر بگیرید. مثلث OAB یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به ضلع ۱ است. به مرکز O و شعاع OB کمانی می‌زنیم تا محور اعداد را در نقطه C قطع کند. طول پاره خط OC چقدر است؟ _____ چرا نقطه C ، عدد $\sqrt{2}$ را نمایش می‌دهد؟



به همین روش، نقطه‌ای را روی محور بالا معین کنید که عدد $-\sqrt{2}$ را نمایش دهد. در شکل زیر، تعدادی مثلث قائم الزاویه رسم شده است. در هر یک از این مثلث‌ها طول یک ضلع زاویه قائمه ۱ واحد است. طول وترهای این مثلث‌ها به ترتیب $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{4}$ ، $\sqrt{5}$ است. چرا؟



آیا می‌توانید به همین ترتیب پاره‌خطی به طول $\sqrt{6}$ و $\sqrt{7}$ رسم کنید؟ چگونه؟

از شکل داده شده استفاده کنید. دهانه پُرگار را به اندازه $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ باز کنید و عددهای $1 + \sqrt{3}$ و $2 + \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



کار در کلاس



عدد $\sqrt{3} - 2$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

برای نمایش عدد $\sqrt{3} - 2$ روی محور از تساوی $\sqrt{3} - 2 = -2 + \sqrt{3}$ استفاده کنید.

خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

فعالیت



با توجه به عددهای داده شده a و b ، مانند نمونه جدول زیر را کامل کنید. با مقایسه

دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟

a	\sqrt{a}	b	\sqrt{b}	ab	\sqrt{ab}	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
۴	۲	۹	۳	۳۶	۶	۶
۹		۱۶				
۴		۱۶				
۲۵		۴				

آیا می‌توانید حدس خود را به صورت یک عبارت کلامی بیان کنید؟

$$\sqrt{ab} = () ()$$

اگر a و b دو عدد مثبت باشند، داریم:

به کمک جدول بالا، درستی یا نادرستی رابطه را بررسی کنید.

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

کار در کلاس



۱- در تساوی‌های زیر، جاهای خالی را پر کنید.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \square$$

$$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \square$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{7} \times \square$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{100} \times \square$$

$$\sqrt{16 \times 25} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} = \square \times \square$$

۲- کدام یک از عبارات زیر، درست و کدام نادرست است؟

$$\sqrt{50} = 25$$

$$\sqrt{50} = 5 \times \sqrt{2}$$

۳- مانند نمونه، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} =$$

$$\sqrt{18} =$$

$$\sqrt{12} =$$

$$\sqrt{75} =$$

فعالیت



جدول زیر را برای عددهای مثبت a و b کامل کنید. مقدارهای دو سطر آخر را با هم مقایسه کنید و تساوی به دست آمده را به شکل یک قانون کلی بنویسید.

a	۱۶	۲۵	۱	
b	۹	۳۶	۱۰۰	
$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$			$\sqrt{\frac{49}{64}}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$			

کار در کلاس

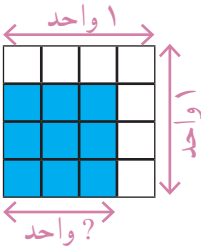


۱- با استفاده از شکل روبه‌رو، درستی رابطه

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

را بررسی کنید.

۲- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.



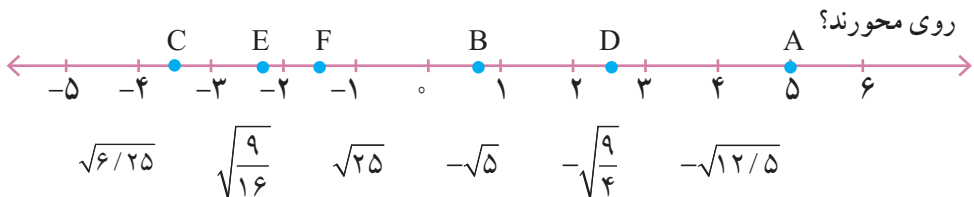
$$-\sqrt{\frac{1}{144}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\frac{49}{16}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = \frac{3}{5}$$

$$-\sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = -\frac{1}{7}$$

۳- به صورت تقریبی مشخص کنید که عددهای داده شده نظیر کدام یک از نقاط مشخص شده



تمرین



۱- نزدیک ترین عدد طبیعی به هر یک از عددهای زیر را پیدا کنید.

$$\sqrt{401} \quad \sqrt{310} \quad \sqrt{9999} \quad \sqrt{280} \quad \sqrt{175}$$

درستی پاسخ خود را به کمک ماشین حساب بیازمایید.

۲- یک محور اعداد رسم کنید و عددهای زیر را به صورت تقریبی روی آن مشخص کنید.

$$\sqrt{14}, \sqrt{10}, \sqrt{24}, -\sqrt{3}, -\sqrt{8}, -\sqrt{17}$$

۳- مجموع عددهای واقع بر هر سطر، هر ستون و نیز هر قطر مربع زیر ۶- است.

جاهای خالی را با چه عددهایی می توان پر کرد؟

	$-(\sqrt{4}+2^2)$	-5°
-2^2		5°
$-\sqrt{9}$	1^5+1^2	

۴- حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$(a^5 \times a^4) \times (b^{17} \div b^3) =$$

$$\sqrt{\frac{49 \times 25}{36}}$$

۵- جذر 700 را تا یک رقم اعشار به دست آورید و نتیجه را به کمک ماشین حساب بررسی کنید.

۶- دو عدد طبیعی بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{17}$ پیدا کنید.

۷- پنج عدد بین $\sqrt{3}$ و $\sqrt{8}$ پیدا کنید.

۸- اعداد رادیکالی زیر را به صورت ضرب یک عدد طبیعی در یک رادیکال بنویسید.

$$\sqrt{27}$$

$$\sqrt{50}$$

$$\sqrt{200}$$

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

● توان ● جذر تقریبی ● ریشه‌های دوم یک عدد ● جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم
در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- محاسبه حاصل یک عدد توان‌دار به توان عدد دیگر
- محاسبه تقسیم دو عدد توان‌دار با پایه‌های مساوی
- محاسبه تقریبی تقسیم دو عدد توان‌دار با نماهای مساوی
- محاسبه جذر یک عدد
- محاسبه یک عبارت توان‌دار
- ساده کردن یک عبارت توان‌دار
- پیدا کردن عددهای رادیکالی روی محور
- محاسبه جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم

کاربرد

کاربرد این درس علاوه بر درس‌های دیگر ریاضی مثل جبر در بیان عددهای بسیار بزرگ و با بسیار کوچک است. نماد علمی نحوه‌ای از بیان این عددها به صورت توان‌دار است.

تمرین‌های ترکیبی

۱- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{(-3)^5 \times 2^4 \times 8}{-2^7 \times (-9)^2 \times 18}$$

۲- حاصل تقسیم مقابل را به دست آورید.

$$\left[3^{10} \times \left(\frac{1}{27}\right)^3 \right]^2 \div \left[5^4 \times \left(\frac{1}{25}\right)^2 \right]^3$$

۳- با تهیه جدول مناسب، جذر عدد ۹۳ را تا دورقم اعشار به دست آورید.

۴- عددهای زیر را به ترتیب صعودی و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۴- و ۲۳ و $\sqrt{25}$ و $\sqrt{47}$ و ۶ و $(-2/5)^4$ و $(-2)^4$

۵- به کمک رسم، مکان متناظر با عددهای زیر را روی محور اعداد مشخص کنید.

$\sqrt{10}$ و $\sqrt{13}$ و $\sqrt{20} - \sqrt{16}$

۶- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=-2$ و $y=6$ و $a=-1$ و $b=\frac{1}{4}$ به دست آورید.

$$\frac{ax^2 - b(x - y^2)}{2axy + \left(\frac{y}{x}\right)^3 - \frac{3}{b^2}}$$