

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

محاسبات فنی تخصصی کتاب کار و تمرین هنرجو

رشته متالورژی

زمینه صنعت

شاخه آموزش فنی و حرفه‌ای

شماره درس ۲۳۴۶

۶۲۰	علی محمدی، جمشید
۱۵۱/۰۰	محاسبات فنی تخصصی کتاب کار و تمرین هنرجو / مؤلفان: جمشید علی محمدی، امیر ریاحی - [ویرایش دوم] -
م ۸۶۶ع /	تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۵.
۱۳۹۵	۳۶۴ ص. : مصور. - (آموزش فنی و حرفه‌ای؛ شماره درس ۲۳۴۶)
	متون درسی رشته متالورژی، زمینه صنعت.
	برنامه‌ریزی و نظارت، بررسی و تصویب محتوا: کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی رشته متالورژی
	دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش وزارت آموزش و پرورش.
	۱. متالورژی - آزمون‌ها و تمرین‌ها. ۲. متالورژی - مسائل، تمرین‌ها. الف. علی محمدی، جمشید. ب. ایران.
	وزارت آموزش و پرورش. کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی رشته متالورژی. ج. عنوان. د. فروست.

همکاران محترم و دانش‌آموزان عزیز :
پیشنهادات و نظرات خود را دربارهٔ محتوای این کتاب به نشانی
تهران - صندوق پستی شمارهٔ ۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف کتاب‌های درسی
فنی و حرفه‌ای و کار دانش، ارسال فرمایند.

پیام‌نگار (ایمیل) tvoccd@roshd.ir
وب‌گاه (وب‌سایت) www.tvoccd.medu.ir

محتوای این کتاب در کمیسیون تخصصی رشتهٔ متالورژی دفتر تألیف کتابهای درسی فنی و حرفه‌ای و کار دانش تأیید شده است.

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

نام کتاب: محاسبات فنی تخصصی کتاب کار و تمرین هنرجو - ۴۷۸/۱

مؤلفان: جمشید علی محمدی، امیر ریاحی

نظارت بر چاپ و توزیع : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کدستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹،

وب سایت : www.chap.sch.ir

صفحہ آرا و طراح جلد : امیر ریاحی

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران - تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)

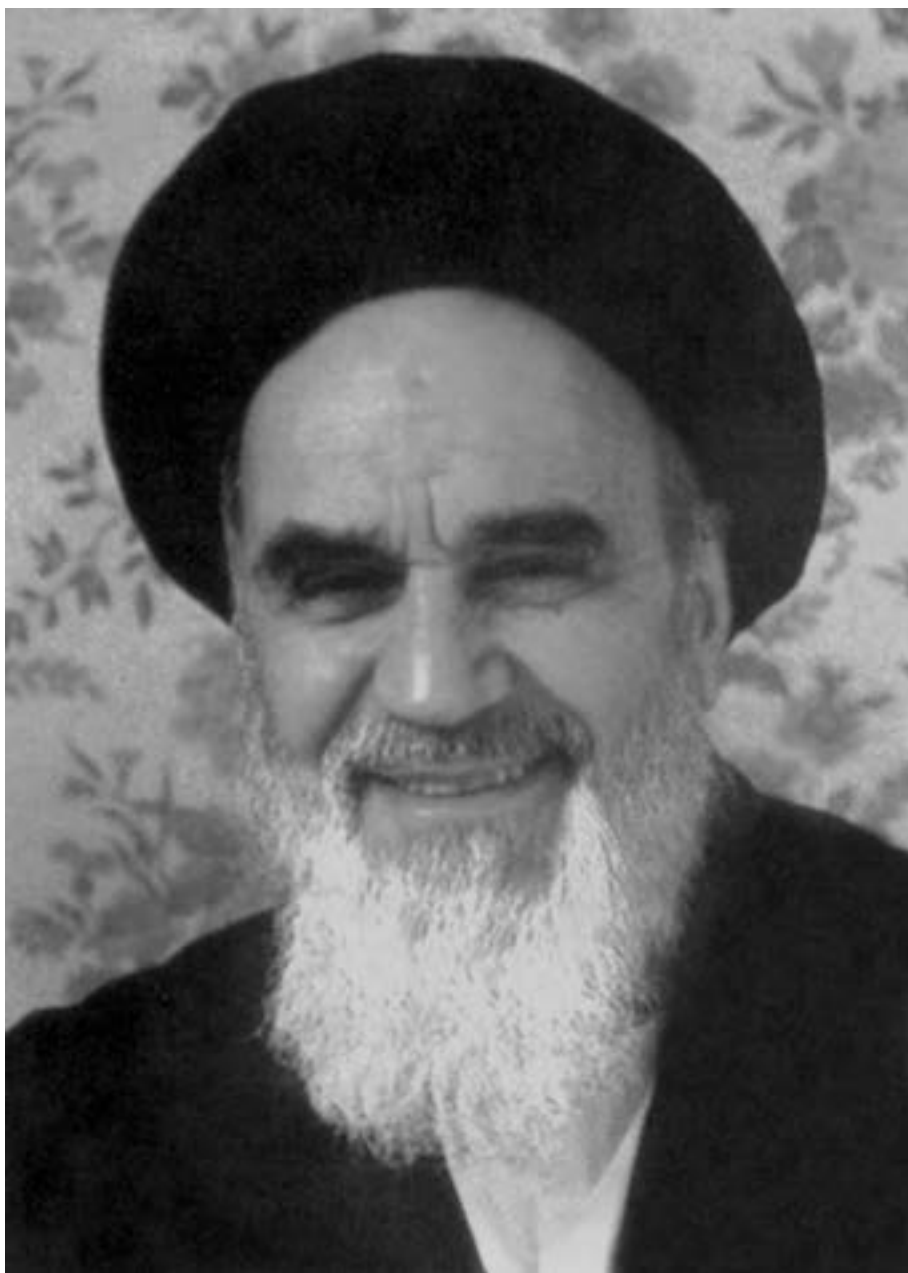
تلفن: ۵- ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹

چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار و نوبت چاپ : چاپ ششم ۱۳۹۵

حق حایب محفوظ است.

ISBN 978-964-05-2308-7 شابک ۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۲۳۰۸-۷



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتکای به اجانب پرهیزید.

امام خمینی «قدس سرّه الشریف»

فهرست

صفحه

عنوان

مقدمه

فصل اول:

۱

انتقال حرارت

فصل دوم:

۹۴

انبساط و انقباض اجسام

فصل سوم:

۱۵۴

سوخت‌ها

فصل چهارم:

۲۰۱

محاسبات ساده در ریخته گری

فصل پنجم:

۲۴۹

فشار مذاب روی قالب

فصل ششم:

۳۰۸

تغذیه گذاری در قطعه‌های ریخته گری

فصل هفتم:

۳۳۲

سیستم راهگاهی

مقدمه

یکی از راهبردهای مهم یادگیری، انجام تمرین‌های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است. این امر اگر همراه با گسترش مفاهیم و بر مبنای اصول یادگیری باشد، به یادگیری عمیق و پایدار خواهد انجامید. از طرفی چنانچه تمرین‌های مناسب به صورت ساده و پیچیده طراحی شود می‌تواند در کاربرد مفاهیم و اصول برای پیش‌بینی پدیده‌های دیگر کمک کند.

کتاب کار و تمرین هنرجوی درس محاسبات فنی تخصصی بر اساس برنامه درسی دوره متوسطه شاخه فنی و حرفه‌ای و به منظور امر یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین‌ها تألیف گردیده است. در این کتاب ابتدا بعضی از مفاهیم درسی با ذکر مصادیق تشریح شده است، و بعد از توسعه آن مفاهیم، مصادیق آن در قالب تمرین‌های طبقه‌بندی شده برای یادگیری بهتر آمده است.

هنرجویان باید همواره کتاب درسی را اصل قرار داده و برای آمادگی بیشتر انجام تکالیف، از این کتاب استفاده نمایند. بدیهی است کتاب کار در کنار کتاب درسی می‌تواند مفید باشد. ویژگی‌های این کتاب به طور خلاصه به شرح زیر است.

- ۱- کمک به توسعه و درک بهتر مفاهیم کتاب محاسبات فنی تخصصی و ایجاد مهارت برای حل مسائل مشابه.
 - ۲- شرح مفاهیم هر فصل از کتاب درسی بطور جدا از هم.
 - ۳- رعایت ترتیب در بیان مفاهیم.
 - ۴- بیان کامل مواردی که مفهوم آن‌ها در کتاب درسی به اجمال آمده و بیان اجمال مواردی که مفهوم آن‌ها در کتاب درسی به طور کامل آمده است (در محدوده کتاب درسی).
 - ۵- آوردن «سیمای فصل» در ابتدای هر فصل برای جمع‌بندی و برقراری ارتباط میان مفاهیم آمده است.
 - ۶- وجود شکل‌های مناسب جهت درک آسان‌تر مفاهیم.
 - ۷- آوردن مثال‌های حل شده برای درک بیشتر و آموزش روش حل مسائل.
 - ۸- تمرین‌های متناسب با مثال‌های حل شده.
 - ۹- طرح تمرین‌های متنوع از جمله مسائل امتحانات نهائی و تنظیم آن‌ها از ساده به مشکل.
- در پایان از هنرجویان عزیز و هنرآموزان گرانقدر تقاضا می‌شود پیشنهادهای اصلاحی خود را همراه با ذکر دلایل و روش حل به دفتر برنامه ریزی و تألیف آموزش‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش ارسال نمایند تا در چاپ‌های بعدی مورد توجه و استفاده قرار گیرد و به تحقق، بخشی از اهداف ذکر شده کمک نماید.

هدف کلی

یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین های مربوط
به درس محاسبات فنی تخصصی

سیمای فصل اول

انتقال حرارت

تعریف انتقال حرارت

- | | |
|-----------------------------------|----------------------|
| ۱- انتقال حرارت به طریق هدایت | } انواع انتقال حرارت |
| ۲- انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی | |
| ۳- انتقال حرارت به طریق تشعشع | |

- رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت
- واحدهای انتقال حرارت
- رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره
- تعریف شدت جریان حرارتی مخصوص
- واحد شدت جریان حرارتی مخصوص
- هدایت حرارتی دیواره و رابطه آن
- تعریف مقاومت حرارتی
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره مسطح چند لایه
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل
- رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل، برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل چند لایه
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های چند لایه استوانه‌ای شکل
- رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی

انتقال حرارت

دما چیست: دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی جسم را مشخص می کند

واحدهای دما: واحدهای دما عبارتند از درجه سلسیوس (سانتیگراد) ($^{\circ}\text{C}$) ، درجه فارنهایت و درجه کلونین ($^{\circ}\text{K}$)

واحدهای گرما: کالری (cal)، کیلوکالری (kcal)، ژول (J)، کیلوژول (kJ) و U.T.B

توان چیست: مقدار گرمای انتقال یافته در واحد زمان را توان گویند

واحدهای توان: وات (W)، کیلووات (kW)

تعریف انتقال حرارت: قوانینی که نحوه پخش و انتشار گرما را بر اثر تفاوت درجه حرارت بین اجسام گوناگون بررسی می کنند را انتقال حرارت گویند.

انواع انتقال حرارت: تبادل گرما بین اجسام به سه طریق انجام می گیرد.

۱- هدایت (رسانائی) ۲- جابه جایی (همرفت یا کنوکسیون) ۳- تشعشع (تابش)

رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت:

- مقدار حرارت انتقال یافته با سطح نسبت مستقیم دارد یعنی اگر سطح پنجره شیشه ای هرچه بزرگ تر باشد،

مقدار حرارت بیشتری منتقل می کند: $Q \propto A$

(Q : مقدار گرما و A سطح جسم)

- مقدار حرارت انتقال یافته با ضخامت دیواره با جسم نسبت عکس دارد، یعنی دیواره های که ضخامت زیادتری

دارند مقدار حرارت کمتری را منتقل می کنند. $Q \propto \frac{1}{d}$

(d : ضخامت جسم یا دیواره)

- مقدار حرارت انتقال یافته با اختلاف دما نسبت مستقیم دارد یعنی هرچه اختلاف درجه حرارت دو سر میله

یا دو طرف یک دیواره بیشتر باشد گرمای بیشتری را از خود انتقال می دهند

($\Delta\theta$: اختلاف درجه حرارت). $Q \propto \Delta\theta$

- مقدار حرارت انتقال یافته با زمان نسبت مستقیم دارد یعنی هرچه زمان بیشتر باشد گرمای بیشتری از میله

منتقل می شود $Q \propto t$ (t : زمان)

- مقدار حرارت انتقال یافته به جنس جسم بستگی دارد.

- بنابراین انتقال حرارت (Q) عبارت است از:

$$Q \propto \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

برای تبدیل تناسب به تساوی به ضریب نیاز است که به آن ضریب تناسب گویند و آن را با k نشان می دهند.

بنابراین رابطه انتقال حرارت به صورت زیر می‌باشد:

$$Q = k \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d} \quad \text{رابطه (۱-۱)}$$

k ضریب تناسبی است که مقدار آن برای هر جسمی ثابت است و به جنس جسم بستگی دارد، این ضریب را در رابطه (۱-۱) ضریب هدایت حرارتی گویند.

جدول (۱-۱)

پارامتر	Q	A	t	d	θ_1	θ_p
واحد	cal- kcal j - kj	cm ^۲ m ^۲	hr , s , min	cm m	° k- ° c	° c - ° k

با توجه به جدول (۱-۱) واحد ضریب هدایت حرارتی (k) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$Q = k \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d} \quad \text{طرفین و وسطین انجام می‌دهیم}$$

$$KA = (\theta_p - \theta_1)t = Qd \quad k \text{ طرفین تقسیم بر ضریب}$$

$$K = \frac{Qd}{A(\theta_p - \theta_1)t} \quad \text{رابطه (۱-۲)}$$

$$K = \frac{\text{cal.cm}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ \text{C.s}} \quad \text{با جا گذاری واحدهای معلوم}$$

$$K = \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ \text{C.s}} = \frac{\text{کالری}}{\text{ثانیه} \times \text{سانتی گراد} \times \text{سانتی متر}}$$

$$K = \frac{Qd}{A(\theta_p - \theta_1)t} = \text{باجایگزین کردن واحدها} \quad \text{در سیستم SI داریم}$$

$$K = \frac{\text{j.m}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ \text{K.s}}$$

$$K = \frac{\text{j}}{\text{m}^2 \cdot \text{K.s}} = \frac{\frac{\text{j}}{\text{s}}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$T_p^{^\circ \text{K}} - T_1^{^\circ \text{K}} = \theta_p^{^\circ \text{C}} - \theta_1^{^\circ \text{C}} \quad \text{مطابق زیر خواهیم داشت} \quad \text{و } \frac{\text{j}}{\text{s}} = \text{w}$$

$$\left. \begin{aligned} T_p^{(^{\circ} \text{K})} &= ۲۷۳ + \theta_p(^{\circ} \text{C}) \\ T_1^{(^{\circ} \text{K})} &= ۲۷۳ + \theta_1(^{\circ} \text{C}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_p^{(^{\circ} \text{K})} - T_1^{(^{\circ} \text{K})} = ۲۷۳ + \theta_p(^{\circ} \text{C}) - ۲۷۳ - \theta_1(^{\circ} \text{C}) = \theta_p(^{\circ} \text{C}) - \theta_1(^{\circ} \text{C})$$

$$K = \frac{w}{\text{m}^2 \cdot ^\circ \text{C}} \quad \text{در سیستم SI}$$

اگر واحد مقدار حرارت کیلوکالری باشد ($Q = \text{kcal}$) واحد ضریب هدایت حرارتی برابر است با:

$$K = \frac{Qd}{A(\theta_p - \theta_1)t} \quad \text{از رابطه (۱-۲) خواهیم داشت}$$

با جایگزین واحدها

$$K = \frac{\text{kcal.m}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C.hr}} \rightarrow K = \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr} \cdot ^\circ\text{C}}$$

تبدیل واحدهای K : برای تبدیل واحد $K = \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ به واحد $\frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ بصورت زیر عمل می شود.

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = \frac{4/2 \text{ J}}{0/01 \text{ m} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = \frac{420 \text{ J}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = 420 \frac{\text{J/s}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = 420 \frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

اگر $\frac{J}{s} = W$ باشد خواهیم داشت:

تمرین ۱-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسمی $1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ چقدر خواهد بود (از دو راه).
حل (توسط هنجرو):

مثال ۱-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ باشد مقدار ضریب هدایت حرارتی را برحسب $\frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ حساب کنید. (حل از دو راه)

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = 420 \frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{راه حل اول:}$$

$$50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = 50 \times \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} \right)$$

$$50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = 50 \times \left(420 \frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \rightarrow 50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} = 21000 \frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

راه حل دوم استفاده از تناسب :

$$\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}} \quad \frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$1 \quad 420$$

$$50 \quad X$$

$$X = \frac{420 \times 50}{1}$$

$$X = 21000 \frac{W}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

تمرین ۱-۲: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسمی $10500 \frac{W}{m.^{\circ}C}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم را برحسب $\frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$ حساب کنید (از دو راه):
حل (توسط هنجو):

مثال ۱-۲: اگر ضریب هدایت حرارتی جسمی $8400 \frac{W}{m.^{\circ}C}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$ چقدر خواهد بود (از دو راه)
راه حل اول

$$1 \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s} = 420 \frac{W}{m.^{\circ}C}$$

طرفین رابطه را بر ۴۲۰ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{1}{420} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s} = \frac{420}{420} \frac{W}{m.^{\circ}C}$$

$$\frac{1}{420} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s} = 1 \frac{W}{m.^{\circ}C}$$

$$8400 \frac{W}{m.^{\circ}C} = 8400 \times \left(1 \frac{W}{m.^{\circ}C} \right)$$

$$\Rightarrow 8400 \times \left(\frac{1}{420} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s} \right)$$

$$\Rightarrow \left(8400 \times \frac{1}{420} \right) \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$$

$$\Rightarrow 20 \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$$

راه حل دوم، استفاده از تناسب:

$$\begin{array}{cc} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s} & \frac{W}{m.^{\circ}C} \\ 1 & 420 \\ X & 8400 \end{array}$$

$$X = \frac{8400 \times 1}{420}$$

$$X = 20 \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$$

برای تبدیل واحد $\frac{\text{cal}}{\text{cm.hr.}^{\circ}\text{C}}$ به واحد $\frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$ به صورت زیر عمل می‌شود.
 هر یک کالری، $\frac{4}{2}$ ژول و هر کیلوکالری، ۱۰۰۰ کالری می‌باشد، لذا خواهیم داشت

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = \frac{1000 \times 4/2 \text{ J}}{\text{m} \times 3600 \text{ s.}^{\circ}\text{C}}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = \frac{4200 \text{ J}}{3600 \text{ m.s.}^{\circ}\text{C}} \quad \text{صورت و مخرج را بر ثانیه (s) تقسیم می‌کنیم}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = \frac{4200}{3600} \times \frac{\frac{\text{J}}{\text{s}}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$$

می‌دانیم که $\frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$ می‌باشد لذا خواهیم داشت:

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = 1/163 \frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۱-۳: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $150 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم برحسب $\frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$ چقدر خواهد بود (از دو راه حل شود). حل (توسط هنجو):

مثال ۱-۳: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$ چقدر خواهد بود. (از دو راه).

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = 1/163 \frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$$

راه حل اول:

$$10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = 10 \times \left(1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} \right)$$

$$10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = 10 \times \left(1/163 \frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}} \right)$$

$$10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}} = 11/63 \frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$$

راه حل دوم استفاده از تناسب:

$\frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^{\circ}\text{C}}$	$\frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$
1	1/163
10	X

	$x = \frac{10 \times 1/163}{1}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $x = 11/63 \frac{w}{m.^{\circ}c}$ </div>
<p>تمرین ۱-۴: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $70 \frac{w}{m.^{\circ}c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم برحسب $\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}$ چقدر خواهد بود (از دو راه حل شود).</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۱-۴: اگر ضریب هدایت حرارتی جسمی $34 \frac{w}{m.^{\circ}c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}$ چقدر می‌باشد. (از دو راه).</p> <p>راه حل اول: $1 \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} = 1/163 \frac{w}{m.^{\circ}c}$</p> <p>طرفین رابطه را بر عدد $1/163$ تقسیم می‌کنیم:</p> $\frac{1}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} = \frac{1/163}{1/163} \frac{w}{m.^{\circ}c}$ $\Rightarrow \frac{1}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} = 1 \frac{w}{m.^{\circ}c}$ $\Rightarrow 34 \frac{w}{m.^{\circ}c} = 34 \times \left(1 \frac{w}{m.^{\circ}c} \right)$ $34 \frac{w}{m.^{\circ}c} = 34 \times \left(\frac{1}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} \right)$ $34 \frac{w}{m.^{\circ}c} = \frac{34}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $34 \frac{w}{m.^{\circ}c} == 29/235 \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}$ </div> <p>راه حل دوم استفاده از تناسب</p> $\frac{\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}}{1} = \frac{\frac{w}{m.^{\circ}c}}{1/163} \quad x = \frac{34 \times 1}{1/163}$ $x = 29/235 \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}$

چند مثال در رابطه با انتقال حرارت به روش هدایت (رسانایی) طبق رابطه (۱-۱)

مثال ۵-۱: میله‌ای به طول 0.4 m و سطح مقطع 8 cm^2 در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت 10 دقیقه قرار دارد، اگر درجه حرارت یک سر میله 25°C و سر دیگر آن 50°C باشد، چه مقدار گرما برحسب کیلوکالری از خود انتقال می‌دهد. ضریب هدایت حرارتی میله $0.26 \frac{\text{cal}}{\text{cm.s.}^\circ\text{C}}$ می‌باشد؟

تمرین ۵-۱: جداره‌ای به ضخامت 20 cm با سطح مقطع 0.0004 m^2 در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت 720 ثانیه قرار دارد، اگر درجه حرارت یک طرف آن 180°C و طرف دیگر آن 45°C باشد، چه مقدار گرما برحسب کیلوژول از خود انتقال می‌دهد. ضریب هدایت حرارتی میله $0.15 \frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{C.s}}$ می‌باشد. حل (توسط هنجرو):

حل: مرحله (۱): داده‌ها و خواسته‌ها مساله به طور خلاصه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ kcal}$	$d = 0.4 \text{ m}$ $A = 8 \text{ cm}^2$ $t = 10 \text{ min}$ $\theta_p = 25^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 50^\circ\text{C}$ $k = 0.26 \frac{\text{cal}}{\text{cm.s.}^\circ\text{C}}$ میله

مرحله (۲) تبدیل واحد: در این مثال واحد طول از متر به سانتی‌متر و واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} d = 0.4 \text{ m} \\ d = 0.4 \times 100 \text{ cm} \\ d = 40 \text{ cm} \end{cases} \quad \begin{cases} t = 10 \text{ min} \\ t = 10 \times 60 \text{ s} \\ t = 600 \text{ s} \end{cases}$$

مرحله (۳) رابطه مرتبط با مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

	<p>مرحله ۴) مقادیر داده‌ها در رابطه جای گذاری می‌شود.</p> $Q = 0.26 \frac{8(250-50)600}{40}$ <p>مرحله ۵) محاسبه ریاضی رابطه</p> $Q = \frac{0.26 \times 8 \times 200 \times 600}{40}$ $Q = 6240 \text{ cal}$ <p>توجه: در اینجا چون گرما را برحسب کیلوکالری خواسته لذا واحد گرما از cal به کیلوکالری (kcal) تبدیل می‌کنیم:</p> $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$ $1 \text{ cal} = \frac{1}{1000} \text{ kcal}$ $Q = 6240 \times \frac{1}{1000}$ $Q = 6.24 \text{ kcal}$
<p>تمرین ۶-۱: یک قطعه آهنی به طول ۷۵cm و سطح مقطع 36 cm^2 در مجاورت یک منبع حرارتی در مدت ۵ دقیقه قرار می‌گیرد. اگر دمای دو سر میله به ترتیب 175°C و 50°C باشد، مقدار حرارت انتقال یافته را برحسب ژول حساب کنید (توجه: ضریب هدایت حرارتی آهن $76/6 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$ می‌باشد)</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۶-۱: یک میله آهنی با طول ۱m و سطح مقطع 0.49 m^2 در مجاورت یک منبع حرارتی در مدت ۲۰s قرار می‌گیرد، اگر دمای دو سر میله به ترتیب 100°C و 25°C باشد، مقدار حرارت انتقال یافته را برحسب ژول حساب کنید (توجه: ضریب هدایت حرارتی آهن $75/4 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$ می‌باشد)</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه با واحدها نوشته شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ j}$	$d = 1\text{m}$ $A = 0.49\text{m}^2$ $\theta_p = 100^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ $k = 75 / 4 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ آهن

مرحله ۲) تبدیل واحد: با توجه به واحد داده‌ها، در صورت نیاز تبدیل واحد انجام می‌گیرد ولی با توجه به واحد داده‌ها، تبدیل واحد نیاز نمی‌باشد.

مرحله ۳: رابطه مرتبط با مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴: مقادیر داده‌ها در رابطه جای‌گذاری

می‌شوند

$$Q = 75 / 4 \frac{0.49(100 - 25)20}{1}$$

مرحله ۵: محاسبه ریاضی رابطه فوق انجام می‌گیرد.

$$Q = \frac{75 / 4 \times 0.49 \times 75 \times 20}{1}$$

$$Q = 5541.9\text{ j}$$

تمرین ۷-۱: میله‌ای به طول 0.15m در مجاورت منبع حرارتی به مدت نیم ساعت قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت یک سر میله 48°C و سر دیگر آن 120°C می‌باشد و مقدار گرمای انتقال یافته 180 kcal باشد، سطح مقطع میله چند سانتی‌متر مربع خواهد بود. ضریب هدایت حرارتی میله $350 \text{ kcal} / \text{m.hr} \cdot ^\circ\text{C}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۱: میله‌ای به طول 20 cm در مجاورت منبع حرارتی به مدت ۳۰ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت یک سر میله 50°C و سر دیگر آن 150°C باشد و مقدار گرمای انتقال یافته 50 kcal باشد، سطح مقطع میله چند سانتی‌متر مربع خواهد بود. ضریب هدایت حرارتی میله $400 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr} \cdot ^\circ\text{C}}$ می‌باشد.

حل: مرحله ۱: داده‌ها و خواسته‌ها به طور خلاصه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$A = ? \text{ cm}^2$	$d = 200 \text{ cm}$ $t = 30 \text{ min}$ $\theta_p = 50^\circ \text{ C}$ $\theta_1 = 15^\circ \text{ C}$ $Q = 500 \text{ kcal}$ $k = 400 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ \text{C}}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد طول از سانتی‌متر به متر و واحد زمان از دقیقه به ساعت تبدیل می‌گردد.

$$\left\{ \begin{array}{l} d = 200 \text{ cm} \\ d = 200 \times \frac{1}{100} \text{ m} \\ d = \frac{200}{100} \text{ m} \\ d = 2 \text{ m} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 30 \text{ min} \\ t = 30 \times \frac{1}{60} \text{ hr} \\ t = \frac{30}{60} \text{ hr} \\ t = \frac{1}{2} \text{ hr} \\ t = 0.5 \text{ hr} \end{array} \right.$$

مرحله ۳) رابطه انتقال حرارت نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق:

$$500 = 400 \frac{A(50 - 15) \cdot 0.5}{2}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی انجام می‌گیرد

$$500 = \frac{400 \times A \times 35 \times 0.5}{2}$$

	$\Delta_{\text{ooo}} = \frac{A \times \gamma_{\text{ooo}}}{\rho}$ <p>طرفین رابطه بر ضریب مجهول (A) تقسیم می شود.</p> $\frac{\Delta_{\text{ooo}}}{\gamma_{\text{ooo}}} = \frac{A \times \gamma_{\text{ooo}}}{\gamma_{\text{ooo}}}$ $A = 0.014 \text{ m}^2$ <p>مرحله ۶): چون سطح مقطع برحسب سانتی متر مربع خواسته شده لذا در اینجا واحد مترمربع را به سانتی مترمربع تبدیل می کنیم.</p> $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$ $A = 0.014 \text{ m}^2 = 0.014 (1 \text{ m}^2)$ $A = 0.014 \times 10000 \text{ cm}^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $A = 140 \text{ cm}^2$ </div>
<p>تمرین ۸-۱: دیواره ای به طول ۴۵ m و عرض ۳۵ m / ۰ در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۴۵ دقیقه قرار می گیرد، درجه حرارت دو طرف دیواره به ترتیب ۲۵°C و ۴۵°C می باشد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته ۲۵۰۰۰ cal باشد، ضخامت دیواره چند متر می باشد (ضریب هدایت حرارتی دیواره $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$ ۰/۰۰۲۳ می باشد).</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۸-۱: دیواره ای به طول ۳۰ cm و عرض ۴۰ cm در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۱ ساعت قرار می گیرد. درجه حرارت دو طرف دیواره به ترتیب ۲۰۰°C و ۴۵°C می باشد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته ۲۰ kcal باشد، ضخامت دیواره چند سانتی متر می باشد (ضریب هدایت حرارتی دیواره $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$ ۰/۰۰۲۵ می باشد).</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده ها و خواسته ها را در یک جدول می نویسیم</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$d = ? \text{ cm}$	$A = ۳۰ \times ۴۰ = ۱۲۰۰ \text{ cm}^۲$ $t = ۱ \text{ h}$ $\theta_p = ۲۰^\circ \text{C}$ $\theta_1 = ۴۵^\circ \text{C}$ $k = ۰/۰۰۲۵ \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ $Q = ۲۰ \text{ kcal}$

مرحله (۲) تبدیل واحد: در اینجا زمان از ساعت به ثانیه و حرارت انتقال یافته از kcal به cal تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} t = ۱ \text{ h} \\ d = ۱ \times ۳۶۰۰ \text{ s} \\ t = ۳۶۰۰ \text{ s} \end{cases} \quad \begin{cases} Q = ۲۰ \text{ kcal} \\ Q = ۲۰ \times ۱۰۰۰ \text{ cal} \\ Q = ۲۰۰۰۰ \text{ cal} \end{cases}$$

مرحله (۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d} \quad \text{می‌شود.}$$

مرحله (۴): مقادیر داده‌ها در رابطه فوق جای‌گذاری

می‌شود.

$$۲۰۰۰۰ = ۰/۰۰۲۵ \frac{۱۲۰۰(۲۰۰ - ۴۵)۳۶۰۰}{d}$$

مرحله (۵) حل رابطه ریاضی مساله

$$۲۰۰۰۰ = \frac{۰/۰۰۲۵ \times ۱۲۰۰ \times ۱۵۵ \times ۳۶۰۰}{d}$$

$$\frac{۲۰۰۰۰}{۱} = \frac{۱۶۷۴۰۰۰}{d}$$

در رابطه فوق طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$۲۰۰۰۰d = ۱۶۷۴۰۰۰$$

طرفین رابطه را بر ضریب مجهول (d) تقسیم

می‌کنیم

$$\frac{۲۰۰۰۰d}{۲۰۰۰۰} = \frac{۱۶۷۴۰۰۰}{۲۰۰۰۰}$$

$$d = ۸۳/۷ \text{ cm}$$

مثال ۹-۱: دیواره‌ای به ابعاد ۵۰×۷۰ سانتی‌متر و به ضخامت ۱۰۰ cm در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۴۵ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته ۳۰۰۰۰ J باشد، مقدار اختلاف درجه حرارت دو طرف دیواره چقدر خواهد بود (ضریب انتقال حرارت دیواره $۰/۶۳ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ می‌باشد).

تمرین ۹-۱: جداره مستطیلی به ابعاد $۰/۴ \times ۰/۶۵$ متر و به ضخامت ۹۵۰ mm در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۱۸۰۰ ثانیه قرار می‌گیرد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته ۳۵ kJ باشد، مقدار اختلاف درجه حرارت دو طرف دیواره چقدر خواهد بود (ضریب هدایت حرارتی دیوار $۰/۷۳ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ می‌باشد).

حل (توسط هنجو):

همراه با واحدهای آن نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $\Delta\theta = ?^\circ\text{C}$	$A = ۵۰ \times ۷۰ = ۳۵۰۰ \text{ cm}^2$ $d = ۱۰۰ \text{ cm}$ $t = ۴۵ \text{ min}$ $Q = ۳۰۰۰۰ \text{ J}$ $k = ۰/۶۳ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا مساحت از cm^2 به m^2 و ضخامت از cm به m و زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $\Delta\theta = ?^\circ\text{C}$	$A = ۵۰ \times ۷۰ = ۳۵۰۰ \text{ cm}^2$ $d = ۱۰۰ \text{ cm}$ $t = ۴۵ \text{ min}$ $Q = ۳۰۰۰۰ \text{ J}$ $k = ۰/۶۳ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا مساحت از cm^2 به m^2 و ضخامت از cm به m و زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} t = ۴۵ \text{ min} \\ 1 \text{ min} = ۶۰ \text{ s} \\ t = ۴۵ \times ۶۰ \text{ s} \\ t = ۲۷۰۰ \text{ s} \end{cases} \quad \begin{cases} d = ۱۰۰ \text{ cm} \\ d = ۱۰۰ \left(\frac{1}{1۰۰} \text{ m} \right) \\ d = \frac{۱۰۰}{1۰۰} \text{ m} \\ d = 1 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = ۳۵۰۰ \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ m}^2 = ۱۰۰۰۰ \text{ cm}^2 \\ A = ۳۵۰۰ \times \left(\frac{1}{1۰۰۰۰} \text{ m}^2 \right) \\ A = \frac{۳۵۰۰}{1۰۰۰۰} \text{ m}^2 \\ A = ۰/۳۵ \text{ m}^2 \end{cases}$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

	<p>مرحله ۴): مقادیر داده‌ها در رابطه جای گذاری می‌شود.</p> $30000 = \frac{0.63 \times 0.35(\theta_p - \theta_1) \times 2700}{1}$ <p>مرحله ۵): محاسبه ریاضی رابطه</p> $30000 = \frac{0.63 \times 0.35 \times 2700 \times (\theta_p - \theta_1)}{1}$ $30000 = \frac{595.35(\theta_p - \theta_1)}{1}$ <p>در رابطه طرفین و وسطین انجام می‌دهیم.</p> $595.35(\theta_p - \theta_1) = 30000 \times 1$ <p>طرفین رابطه را بر ضریب مجهول $(\theta_p - \theta_1)$ تقسیم می‌کنیم.</p> $\frac{595.35(\theta_p - \theta_1)}{595.35} = \frac{30000}{595.35}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\theta_p - \theta_1 = 50.39^\circ\text{C}$ </div>
<p>تمرین ۱۰-۱: ورق دایره‌ای شکل به قطر ۶۰cm و ضخامت ۷۰mm در مجاورت منبع حرارتی در مدت زمان ۵۰۰ ثانیه، قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت طرف مجاور منبع حرارتی 130°C و مقدار حرارت انتقال یافته 150 kJ باشد، درجه حرارت طرف دیگر ورق چند درجه خواهد بود. (ضریب هدایت حرارتی ورق $0.35 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$ می‌باشد).</p> <p>حل) توسط هنجارو:</p>	<p>مثال ۱۰-۱: شیشه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع ۵۰۰mm و ضخامت ۵cm در مجاورت منبع حرارتی در مدت زمان ۵ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت طرف مجاور منبع حرارتی 150°C و مقدار حرارت انتقال یافته 100000 J باشد، درجه حرارت طرف دیگر شیشه چند درجه سانتی‌گراد خواهد بود (ضریب هدایت حرارتی شیشه $0.84 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$ می‌باشد).</p> <p>حل: مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه با واحدهای آن نوشته می‌شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_1 = ?^{\circ} \text{C}$	$R = 50 \text{ mm}$ $d = 5 \text{ cm}$ $t = 5 \text{ min}$ $\theta_p = 150^{\circ} \text{C}$ $Q = 10000 \text{ J}$ $k = 0.14 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ} \text{C}}$

محاسبه مساحت دایره:

$$A = \pi R^2$$

$$A = 3.14(50)^2$$

$$A = 78500 \text{ mm}^2$$

مرحله ۲) تبدیل واحد: مساحت دایره از mm^2 به m^2 و ضخامت از سانتی‌متر به متر و زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} t = 5 \text{ min} \\ t = 5(60 \text{ s}) \\ t = 300 \text{ s} \end{cases} \quad \begin{cases} d = 5 \text{ cm} \\ d = 5 \times \left(\frac{1}{100} \text{ m} \right) \\ d = \frac{5}{100} \text{ m} \\ d = 0.05 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 78500 \text{ mm}^2 \\ A = 78500 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ m}^2 \right) \\ A = \frac{78500}{1000000} \text{ m}^2 \\ A = 0.0785 \text{ m}^2 \end{cases}$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴): مقادیر داده‌ها در رابطه جای‌گذاری می‌شود.

$$10000 = 0.14 \frac{0.0785(150 - \theta_1)300}{0.05}$$

$$10000 = \frac{0.14 \times 0.0785 \times 300 (150 - \theta_1)}{0.05}$$

	$100000 = \frac{197/82(150 - \theta_1)}{0/05}$ <p>رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم</p> $197/82(150 - \theta_1) \times 1 = 100000 \times 0/05$ $197/82(150 - \theta_1) = 5000$ <p>طرفین رابطه بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم</p> $\frac{197/82(150 - \theta_1)}{197/82} = \frac{5000}{197/82}$ $150 - \theta_1 = 25/28$ <p>در اینجا θ_1 مجهول می‌باشد، اگر مجهولی یا عددی از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی انتقال داده شود، علامت آن عدد یا آن مجهول تغییر می‌کند. اگر θ_1 به طرف دیگر تساوی منتقل شود علامت آن مثبت می‌شود و عدد $25/28$ به طرف دیگر تساوی برود، علامت آن تغییر خواهد کرد.</p> $150 - 25/28 = \theta_1$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\theta_1 = 124/72^\circ \text{C}$ </div>
<p>تمرین ۱۱-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد $0/7 \times 0/9$ متر با ضخامت $0/08 \text{ m}$ از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^\circ \text{C} \cdot \text{hr}} 0/303$ مفروض است، چنانچه دمای سطح سرد این دیواره 12°C و مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت 250 ثانیه برابر 40 kcal باشد مطلوبست دمای سطح گرم این دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۱۱-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد 80×100 سانتی‌متر با ضخامت 10 cm از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $\frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{hr}^\circ \text{C}} 0/505$ مفروض است، چنانچه دمای سطح سرد این دیواره 10°C و مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت 5 دقیقه برابر 4200 cal باشد، مطلوب است: دمای سطح گرم این دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد.</p>

حل: مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به طور خلاصه همراه با واحدهای آن نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_p = ? \text{ } ^\circ\text{C}$	$\begin{cases} A = 100\text{cm} \times 80\text{cm} = 8000\text{cm}^2 \\ d = 10\text{cm} \\ k = 0.505 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = 100^\circ\text{C} \\ t = 5\text{min} \\ Q = 4200\text{cal} \end{cases}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا زمان از دقیقه به ثانیه و ضریب انتقال حرارت از $\frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}}$ به $\frac{\text{cal}}{\text{m.}^\circ\text{C.s}}$ تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} t = 5\text{min} \\ t = 5(60\text{s}) \\ t = 300\text{s} \end{cases}$$

$$k = 0.505 \frac{\text{kcal}}{\text{m.}^\circ\text{C.hr}}$$

$$k = 0.505 \times \frac{1000\text{cal}}{100\text{cm}^\circ\text{C.}3600\text{s}}$$

$$k = 0.505 \times \frac{1000}{100 \times 3600} \frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{C.s}}$$

$$k = 0.505 \times \frac{1}{3600} \frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{C.s}}$$

$$k = 0.00014 \frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{C.s}}$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \text{ داریم}$$

$$Q = K \frac{A \Delta \theta t}{d}$$

مرحله ۴) مقادیر داده‌ها را در رابطه

جای‌گذاری می‌کنیم

$$42000 = \frac{0.0014 \times 800 \times \Delta \theta \times 300}{1 \phi}$$

مرحله ۵) محاسبات مربوطه را انجام می‌دهیم

$$42000 = \frac{0.0014 \times 800 \times \Delta \theta \times 300}{1 \phi}$$

$$42000 = 336 \Delta \theta$$

طرفین رابطه بر ضریب $\Delta \theta$ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{42000}{336} = \frac{336 \Delta \theta}{336}$$

$$\Delta \theta = 125^{\circ} \text{C}$$

مرحله ۶) به‌دست آوردن مقدار θ_p با استفاده از

رابطه $\Delta \theta$:

$$\Delta \theta = \theta_p - \theta_1$$

$$125 = \theta_p - 100$$

$$125 + 100 = \theta_p$$

$$\boxed{\theta_p = 225^{\circ} \text{C}}$$

* با توجه به این‌که در فاصله‌های مختلف در ضخامت دیواره، درجه حرارت متفاوت است، ضریب هدایت حرارتی نیز تغییر می‌کند بنابراین باید در مسایل مقدار ضریب هدایت حرارتی متوسط استفاده شود. ضریب هدایت حرارتی متوسط را با \bar{k} نشان داده و مقدار آن عموماً با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_p}{2}$$

جدول ضریب هدایت حرارتی k برای فلزات و اجسام مختلف در 25°C در کتاب محاسبات فنی تخصصی وجود

دارد.

تمرین ۱۲-۱: یک دیواره یک لایه مسطح در دماهای ۸۰۰ و ۳۵۰ درجه سانتی‌گراد دارای ضریب هدایت حرارتی به ترتیب ۰/۵ و ۰/۶ کالری بر سانتی‌متر درجه سانتی‌گراد است، ضریب هدایت حرارتی متوسط آن را در فاصله دمایی مذکور محاسبه کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۲-۱: یک دیواره یک لایه مسطح در دماهای ۹۰۰ و ۴۵۰ درجه سانتی‌گراد دارای ضریب هدایت حرارتی به ترتیب ۰/۵ و ۰/۷ وات بر متر بر درجه سانتی‌گراد است، ضریب هدایت حرارتی متوسط آن را در فاصله دمایی مذکور محاسبه کنید.

حل: در این گونه مسائل با توجه به این که در هر دو درجه حرارت مقدار (k) داده شده است لذا مقدار (k) متوسط را به سادگی می‌توان از طریق به‌دست آوردن میانگین به روش زیر محاسبه نمود.

مرحله (۱) خلاصه نویسی از داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{k} = ? \quad \frac{W}{m.^{\circ}C}$	$\begin{cases} k_1 = 0.5 \frac{W}{m.^{\circ}C} \\ k_2 = 0.6 \frac{W}{m.^{\circ}C} \end{cases}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه و محاسبه ریاضی

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$\bar{k} = \frac{0.5 + 0.7}{2}$$

$$\bar{k} = \frac{1.2}{2}$$

$$\bar{k} = 0.6 \frac{W}{m.^{\circ}C}$$

تمرین ۱۳-۱: یک دیواره از آجر نسوز به ابعاد ۶۰×۴۰ سانتی‌متر در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد چنانچه درجه حرارت سطح داخلی این دیواره ۱۲۰°C و ضریب هدایت حرارتی آجرنسوز $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$ $۰/۰۰۱۴$ باشد، اولاً ضخامت دیواره به چه اندازه باید انتخاب شود تا درجه حرارت پشت دیواره از ۵۰°C تجاوز نکند و حرارت انتقال یافته در هر دقیقه ۲۰ کیلوکالری باشد. ثانیاً ضریب هدایت حرارتی k را برحسب واحدهای مختلف محاسبه و تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۴-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره از آجر شاموتی، نسبت به درجه حرارت تغییر می‌کند و از معادله

$$k = 0.419 + 0.000625\theta \quad \left(\frac{W}{m \cdot ^\circ C} \text{ بر حسب } \theta \right)$$

تعیین می‌شود.

اولاً: مقدار این ضریب را در درجه حرارت‌های $25^\circ C$

و $125^\circ C$ به دست آورید.

ثانیاً: مقدار متوسط آن را در فاصله دمایی $25^\circ C$ تا

$135^\circ C$ محاسبه و تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۵-۱: به منظور تعیین ضریب هدایت حرارتی یک نوع آلیاژ آلومینیوم میله‌ای از آن را به طول ۱۲cm و به سطح مقطع ۱۲cm^2 تهیه کرده‌ایم. یک سر آن را در محفظه‌ای از آب ۹۰°C و سر دیگر آن را در داخل یک توده یخ صفر درجه سانتی‌گراد قرار داده‌ایم (میله توسط روپوش نسبت به محیط عایق شده است) در نتیجه، پس از گذشت زمان ۷ دقیقه ۸۵، گرم یخ ذوب شده است، اگر گرمای نهان ذوب یخ $۷۰\frac{\text{cal}}{\text{g}}$ باشد، ضریب هدایت حرارتی متوسط آلیاژ را در این فاصله دمایی به دست آورید.

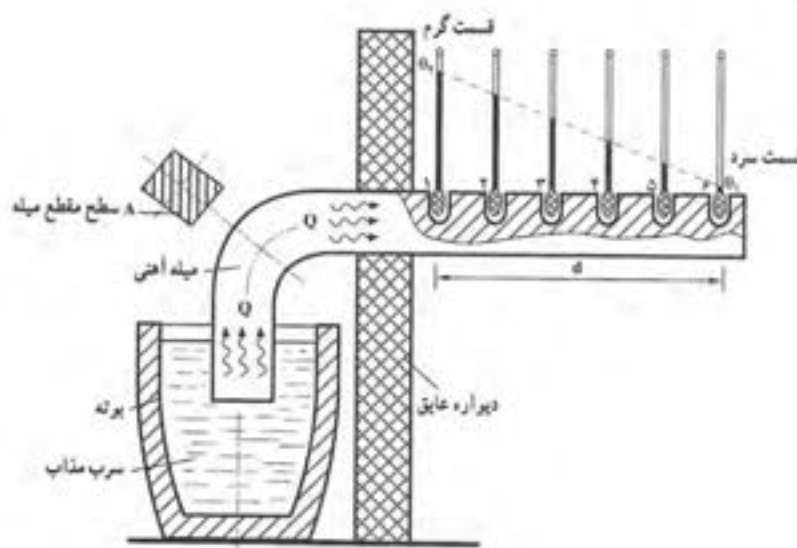
حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۶-۱: یک میله فلزی به طول 20 cm با سطح مقطع دایره به شعاع 2 cm از یک طرف به مدت 30 دقیقه در مجاورت یک منبع حرارت قرار می‌گیرد. اگر توان منبع حرارتی 2 kw باشد، و در صورتی که بعد از تعادل، دمای درجه حرارت دو طرف میله به ترتیب 500°C و 100°C باشد، میزان ضریب انبساط حرارتی متوسط میله چقدر خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):

رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره:

اگر یک میله از جنس مشخصی از یک طرف حرارت داده شود پس از رسیدن به ثبات دمایی، دما در هر نقطه بین قسمت سرد و گرم میله به یک مقدار ثابت و معین می‌رسد. این موضوع را می‌توان با یک آزمایش ساده مشخص کرد. در این آزمایش یک سر میله آهنی در بوته سرب مذاب می‌باشد که توسط یک دیواره عایق از سر دیگر آن جدا شده و در ۶ نقطه مختلف تا سر میله درجه حرارت با دماسنج اندازه گیری شده است، نتیجه نشان می‌دهد که هرچه از منبع حرارت دور می‌شویم درجه حرارت پایین می‌آید. حال اگر این درجه حرارت‌ها را برحسب فاصله از منبع گرما (حرارت) رسم کنیم به صورت یک خط راست می‌شود. مطابق شکل ۱-۱.



شکل ۱-۱- آزمایش توزیع درجه حرارت در طول یک میله آهنی

از طرفی با توجه به رابطه انتقال حرارت به روش هدایت داریم:

$$Q = \bar{K} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

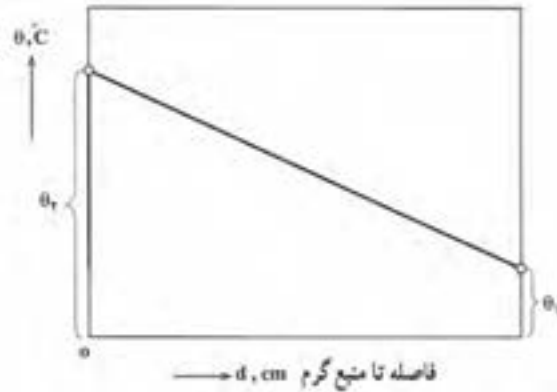
اگر طرفین رابطه فوق را بر t تقسیم کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \frac{\bar{K}A(\theta_p - \theta_1)t}{dt}$$

$\frac{Q}{t}$ مقدار حرارت انتقال یافته در واحد زمان می‌باشد که پس از ثبات دمایی مقداری ثابت خواهد بود. از طرفی \bar{K} ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره در فاصله دمایی θ_1 و θ_p پس از ثبات دمایی مقداری ثابت است. همچنین A سطح انتقال حرارت نیز ثابت می‌باشد. بنابراین تغییرات درجه حرارت نسبت به فاصله تا منبع حرارتی (d) معادله‌ای از نوع درجه اول خواهد بود:

$$\frac{(\theta_r - \theta_1)}{d} = \text{مقداری ثابت}$$

بنابراین دیاگرام تغییرات درجه حرارت نسبت به فاصله از منبع حرارتی به صورت یک خط راست خواهد بود، مطابق شکل ۱-۲.



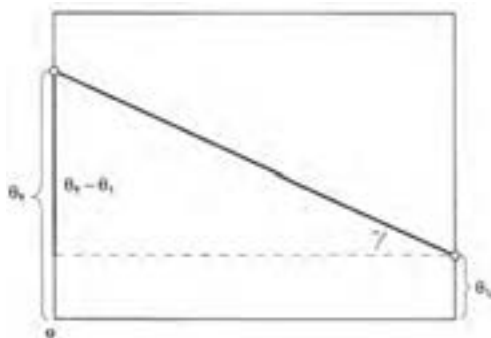
شکل ۱-۲- دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره

این خط در واقع توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره را نشان می‌دهد که در اصطلاح به آن شیب حرارتی می‌گویند. با استفاده از این دیاگرام می‌توان در ضخامت دیواره در هر فاصله از منبع گرم درجه حرارت را به دست آورد.

با توجه به این دیاگرام می‌توان گفت که هرچه شیب این خط بیشتر باشد یعنی اختلاف درجه حرارت بین دو طرف دیواره نسبت به فاصله از منبع گرم بیشتر باشد، براساس رابطه انتقال حرارت که حرارت انتقال یافته نسبت مستقیم با اختلاف درجه حرارت دارد. بنابراین هدایت حرارتی از دیواره بیشتر خواهد بود. همین طور برعکس، هر چه شیب خط ملایم‌تر باشد انتقال حرارت به روش هدایت کمتر است. حال به طور کلی شیب حرارتی را می‌توان

به صورت زیر نوشت:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_r - \theta_1}{d} = \frac{\Delta\theta}{d}$$



شکل ۱-۳

با توجه به شکل اگر مثلث قائم الزاویه هاشور

خورده را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\text{tg}\gamma = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\text{tg}\gamma = \frac{\theta_r - \theta_1}{d}$$

$$\text{tg}\gamma = \frac{\Delta\theta}{d}$$

بنابراین می‌توان گفت که شیب این خط (tgγ) برابر است با شیب حرارتی بین دو طرف دیواره.

تمرین ۱۷-۱: یک دیواره عایق به ضخامت 0.4m در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد، در صورتی که دمای دو طرف آن به ترتیب 45°C و 75°C باشد، میزان شیب حرارتی را در دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر حساب کنید.
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۳-۱: یک دیواره عایق به ضخامت 30cm در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد، در صورتی که دمای دو طرف آن به ترتیب 50°C و 5°C باشد، میزان شیب حرارتی را در دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر حساب کنید.
حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به صورت خلاصه با واحدهای آن می‌نویسیم.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_1 = 5^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 50^\circ\text{C}$ $d = 30^\circ\text{C}$	$\theta_1 = 5^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 50^\circ\text{C}$ $d = 30^\circ\text{C}$
شیب حرارتی = ?	

مرحله ۲) رابطه مربوط به مساله را نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{50 - 5}{30}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{45}{30}$$

شیب حرارتی	$= 1.5 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$
------------	--

تمرین ۱۸-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب 1100°C و 25°C می باشد، اگر ضخامت دیواره 30 cm باشد، درجه عمقی از سطح سرد دیواره درجه حرارت 550°C است.
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۴-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب 1200°C و 20°C می باشد، اگر ضخامت دیواره 20 cm باشد در چه عمقی از سطح گرم دیواره درجه حرارت 500°C است.
حل: مرحله (۱) داده و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحد نوشته می شود.

خواسته ها	داده ها
$d' = ?$	$\theta_1 = 20^{\circ}\text{C}$ $\theta_r = 1200^{\circ}\text{C}$ $d = 20^{\circ}\text{C}$ $\theta' = 500^{\circ}\text{C}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به مساله:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_r - \theta_1}{d}$$

مرحله (۳) مقادیر داده ها در رابطه فوق جای گذاری

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 20}{20} \quad \text{می شود.}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1180}{20}$$

شیب حرارتی	$= 59 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$
------------	---

مرحله (۴) با توجه به این که شیب حرارتی در هر نقطه ثابت است، رابطه شیب حرارتی در عمق d' را می نویسیم

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_r - \theta'}{d'}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 500}{d'}$$

$$\frac{59}{1} = \frac{700}{d'}$$

	<p>رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم</p> $59 \times d' = 700 \times 1$ <p>طرفین رابطه را بر ضریب d' تقسیم می‌کنیم.</p> $\frac{59d'}{59} = \frac{700}{59}$ $d' = 11/86 \text{ cm}$				
<p>تمرین ۱۹-۱: جداره عایق یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز تشکیل شده است، در صورتی که دمای سطوح داخلی و خارجی آن به ترتیب 114°C و 35°C و ضخامت این جداره 0.18m باشد، درجه حرارت در عمق 8 cm از سطح سرد دیواره چقدر خواهد بود.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۱۵-۱: جداره عایق یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز تشکیل شده است، در صورتی که دمای سطوح داخلی و خارجی آن به ترتیب 124°C و 40°C و ضخامت این جداره 24 cm باشد، درجه حرارت در عمق 20 cm از سطح گرم دیواره چقدر خواهد بود.</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها همراه با واحد به طور خلاصه نوشته می‌شود.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\theta' = ? \text{ } ^\circ\text{C}$</td><td> $\theta_1 = 40^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 124^\circ\text{C}$ $d = 24\text{ cm}$ $d' = 20\text{ cm}$ </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) رابطه مربوطه به مساله نوشته می‌شود</p> $\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$ <p>- ابتدا شیب حرارتی را محاسبه می‌کنیم.</p> <p>مرحله (۳) مقادیر داده‌ها را در رابطه فوق جای گذاری می‌کنیم.</p> $\text{شیب حرارتی} = \frac{1240 - 40}{24}$ $\text{شیب حرارتی} = \frac{1200}{24}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\text{شیب حرارتی} = 50 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$ </div>	خواسته‌ها	داده‌ها	$\theta' = ? \text{ } ^\circ\text{C}$	$\theta_1 = 40^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 124^\circ\text{C}$ $d = 24\text{ cm}$ $d' = 20\text{ cm}$
خواسته‌ها	داده‌ها				
$\theta' = ? \text{ } ^\circ\text{C}$	$\theta_1 = 40^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 124^\circ\text{C}$ $d = 24\text{ cm}$ $d' = 20\text{ cm}$				

مرحله ۴) با توجه به این که شیب حرارتی در تمام نقاط دیواره ثابت است، رابطه شیب حرارتی در عمق d' را می نویسیم.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta'}{d'}$$

جای گذاری مقادیر معلوم.

$$\frac{50}{1} = \frac{1240 - \theta'}{20}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می کنیم

$$50 \times 20 = 1240 - \theta'$$

$$1000 = 1240 - \theta'$$

معلوم یک طرف تساوی و مجهول در طرف دیگر تساوی.

$$\theta' = 1240 - 1000$$

$$\boxed{\theta' = 240^\circ \text{C}}$$

نکته: اگر معلوم، یا مجهولی را به طرف دیگر تساوی

ببریم علامت آنها تغییر خواهد کرد.

تمرین ۲۰-۱: دیواره‌ای به طول ۴۰ سانتی‌متر و به ارتفاع ۷۵ سانتی‌متر در مجاورت یک منبع حرارتی با دمای 45°C قرار دارد ضریب هدایت حرارتی دیواره به طور متوسط $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$ ۰/۰۰۲۵ و دمای سطح خارجی آن 3°C و ضخامت آن ۲۸ cm می‌باشد مطلوب است:

الف - حرارت انتقال یافته در مدت زمان ۱۰ دقیقه برحسب کیلوکالری

ب - تبدیل ضریب هدایت حرارتی به واحدهای دیگر آن.

ج - شیب حرارتی برحسب $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$

د - رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت.

حل (توسط هنرجو):

	<p>تمرین ۲۱-۱: دیواره‌ای مسطح از جنس عایق حرارتی با ضخامت 30 cm مفروض است. در صورتی که شیب حرارتی این دیواره $50 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$ باشد مقدار حرارتی که در هر ثانیه از هر متر مربع آن انتقال می‌یابد را بر حسب کالری به دست آورید. ضریب هدایت حرارتی متوسط دیوار برابر $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}} \times 10^{-3} \times \frac{1}{6}$ است.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
	<p>تمرین ۲۲-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب 975°C و 25°C است، چنانچه ضخامت این دیواره 36 cm باشد:</p> <p>اولاً: شیب حرارتی آن بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر و درجه کلون بر سانتی‌متر تعیین کنید.</p> <p>ثانیاً: درجه حرارت در عمق $0/18$ متری از سطح گرم این دیواره را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

تمرین ۲۳-۱: درجه حرارت داخلی و خارجی دیواره
مسطح یک کوره به ترتیب 1500°C و 100°C است
در صورتی که ضخامت دیواره 25 cm باشد مطلوب
است:

الف - محاسبه شیب حرارتی بر حسب $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$ و $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$

ب - درجه حرارت در فاصله 10 cm از سطح گرم.

ج - درجه حرارت در فاصله 15 cm از سطح سرد.

حل (توسط هنجو):

* شدت جریان حرارتی:

گرمای انتقال یافته در واحد زمان را شدت جریان حرارتی می‌گویند و آن را با q نشان می‌دهند، رابطه شدت جریان حرارتی به صورت زیر می‌باشد،

$$q = \frac{Q}{t}$$

که در آن Q مقدار حرارت انتقال یافته، t مدت زمان انتقال حرارت و q شدت جریان حرارتی می‌باشد.

باتوجه به رابطه انتقال حرارت به روش هدایت مقدار Q برابر است با:

$$Q = \bar{K} \frac{A(\theta_r - \theta_l)t}{d}$$

حال اگر مقدار Q را در رابطه شدت جریان حرارتی قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$q = \frac{\bar{K} \frac{A(\theta_r - \theta_l)t}{d}}{t}$$

اگر دور در دور و نزدیک در نزدیک را انجام دهیم خواهیم داشت:

$$q = \frac{\bar{K}A(\theta_r - \theta_l)t}{dt}$$

$$q = \frac{\bar{K}A(\theta_r - \theta_l)}{d}$$

* واحد شدت جریان حرارتی: با توجه به رابطه شدت جریان حرارتی داریم:

$$q = \frac{Q}{t}$$

اگر واحد Q برابر کالری و واحد t برحسب ثانیه باشد داریم:

$$\text{واحد } q = \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

* واحد شدت جریان حرارتی در سیستم SI: در سیستم SI واحد Q ژول و زمان t ثانیه می‌باشد لذا

خواهیم داشت:

$$\text{وات } q = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$$

برای تبدیل واحد $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$ به وات (W) می‌توان به صورت عمل کرد.

$$1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$$

$$1 \times \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 1 \times \frac{4 / 1868 \text{ J}}{\text{s}}$$

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 4 / 1868 \left(\frac{\text{J}}{\text{s}} \right)$$

$$\boxed{1 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 4 / 1868 \text{ W}}$$

* واحد دیگر شدت جریان حرارتی $\frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$ می باشد که برای تبدیل آن در سیستم SI خواهیم داشت:

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = 1 \times \frac{1000 \text{ cal}}{3600 \text{ s}}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = \frac{10}{36} \left(\frac{\text{cal}}{\text{s}} \right)$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = \frac{10}{36} \left(4 / 1868 \frac{\text{J}}{\text{s}} \right)$$

$$\boxed{1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = 1 / 163 \text{ W}}$$

تمرین ۲۴-۱ : دیواره مسطح یک لایه به ضخامت $۰/۳\text{m}$ و مساحت ۲۵m^2 در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد اگر درجه حرارت سطح داخلی این دیواره ۱۳۰۰°C و درجه حرارت پشت دیواره ۱۵۰°C باشد و ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره $۰/۰۰۲ \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ ، مطلوبست محاسبه و تعیین شدت جریان حرارتی دیواره برحسب $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$ و W .
حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۵-۱ : دیواره مسطح یک لایه به ضخامت ۳۰cm و مساحت ۳۵۰۰cm^2 در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد اگر درجه حرارت سطح داخلی این دیواره ۱۲۰۰°C و درجه حرارت پشت دیواره ۲۰۰°C باشد و ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره $۰/۰۰۱ \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ ، مطلوبست محاسبه و تعیین شدت جریان حرارتی دیواره برحسب $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$ و W .
حل: مرحله (۱) : داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه

نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$q = ? \quad \frac{\text{cal}}{\text{s}} \text{ و } W$	$d = ۳۰\text{cm}$ $A = ۳۵۰۰\text{cm}^2$ $\theta_p = ۱۲۰۰^\circ\text{C}$ $\theta_1 = ۲۰۰^\circ\text{C}$ $\bar{k} = ۰/۰۰۱ \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$

مرحله (۲) : نوشتن رابطه مربوط به مسأله.

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله (۳) : جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$q = \frac{۰/۰۰۱ \times ۳۵۰۰ (۱۲۰۰ - ۲۰۰)}{۳۰}$$

$$q = \frac{۳۵۰۰}{۳۰}$$

$$q = ۱۱۶/۷ \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$۱ \frac{\text{cal}}{\text{s}} = ۴/۱۸۶۸ W$$

$$q = ۱۱۶/۷ \times ۴/۱۸۶۸$$

$$q = ۴۸۸/۶ W$$

<p>تمرین ۱-۲۵ : شیب حرارتی دیواره‌ای $۷۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$ و شدت جریان حرارتی آن ۴۰۰ W می‌باشد، در صورتی مساحت دیواره ۲۰۰۰ cm^2 باشد، ضریب هدایت حرارتی دیواره را به دست آورید. حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۱-۱۶ : شیب حرارتی دیواره‌ای $۶۰۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$ و شدت جریان حرارتی آن ۳۰۰ W می‌باشد، ضریب هدایت حرارتی دیواره را به دست آورید در صورتی که مساحت دیواره $۰ / ۳ \text{ m}^2$ باشد.</p> <p>حل: مرحله ۱) : داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحد می‌نویسیم.</p> <table border="1" data-bbox="839 598 1316 858"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\bar{k} = ? \quad \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$</td><td> $\frac{\Delta\theta}{d} = ۶۰۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$ $q = ۳۰۰ \text{ W}$ $A = ۰ / ۳ \text{ m}^2$ </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) : نوشتن رابطه مربوطه.</p>	خواسته‌ها	داده‌ها	$\bar{k} = ? \quad \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$	$\frac{\Delta\theta}{d} = ۶۰۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$ $q = ۳۰۰ \text{ W}$ $A = ۰ / ۳ \text{ m}^2$
خواسته‌ها	داده‌ها				
$\bar{k} = ? \quad \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$	$\frac{\Delta\theta}{d} = ۶۰۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$ $q = ۳۰۰ \text{ W}$ $A = ۰ / ۳ \text{ m}^2$				
	$q = \frac{\bar{k}A(\theta_r - \theta_l)}{d}$ $q = \bar{k}A \times \frac{\Delta\theta}{d}$ <p>مرحله ۳) : جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.</p> $۳۰۰ = \bar{k} \times ۰ / ۳ \times ۶۰۰۰$ $۳۰۰ = \bar{k} \times ۱۸۰۰$ <p>طرفین رابطه تقسیم بر ضریب مجهول (\bar{k})</p> $\frac{۳۰۰}{۱۸۰۰} = \frac{\bar{k} \times ۱۸۰۰}{۱۸۰۰}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\bar{k} = ۰ / ۱۷ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ </div>				

شدت جریان حرارتی مخصوص:

اگر مقدار گرمای انتقال یافته در واحد زمان از واحد سطح جسم عبور کند به آن شدت جریان حرارتی مخصوص می‌گویند و آنرا با (q_e) نشان می‌دهند.

رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص به صورت $q_e = \frac{Q}{At}$ می‌باشد که در آن Q مقدار حرارت انتقال یافته، A سطح جسم و t زمان انتقال حرارت می‌باشد. لذا به‌طور خلاصه خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

$$Q = \frac{A(\theta_r - \theta_l)t}{d}$$

با جای‌گذاری مقدار Q در رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{\frac{\bar{k} A(\theta_r - \theta_l)t}{d}}{\frac{At}{1}}$$

با دور در دور و نزدیک در نزدیک خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{\bar{k} A(\theta_r - \theta_l)t}{Adt}$$

$$q_e = \frac{\bar{k}(\theta_r - \theta_l)}{d}$$

با توجه به رابطه شیب حرارتی داریم:

$$\frac{\theta_r - \theta_l}{d} = \frac{\Delta\theta}{d}$$

بنابراین رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص به شکل زیر خواهد بود:

$$q_e = \bar{k} \left(\frac{\Delta\theta}{d} \right)$$

*واحد شدت جریان حرارتی مخصوص:

با توجه به رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص واحد پارامترهای آن به شکل زیر خواهد بود:

Q : مقدار حرارت انتقال یافته برحسب kcal

A : سطح جسم برحسب m^2

t: زمان انتقال حرارت برحسب hr

با جای گذاری واحدها در رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

$$\text{واحد } q_e = \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$$

واحد شدت جریان حرارتی مخصوص در سیستم SI:

Q: مقدار حرارت انتقال یافته برحسب (j)

A: سطح جسم برحسب (m^2)

t: زمان انتقال برحسب (s)

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

صورت و مخرج را بر s تقسیم می کنیم

$$\text{واحد } q_e = \frac{\frac{j}{s}}{\frac{\text{m}^2 \cdot s}{s}} = \frac{j}{\text{m}^2 \cdot s}$$

با توجه به این که $\frac{j}{s} = w$ است خواهیم داشت:

$$\text{واحد در سیستم SI } q_e = \frac{w}{\text{m}^2}$$

* تبدیل واحدهای شدت جریان حرارتی مخصوص $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$ را برحسب واحد در سیستم SI:

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = \frac{1000 \text{ cal}}{\text{m}^2 \cdot 3600 \text{ s}} \quad 1 \text{ cal} = 4/1868 \text{ j}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = \frac{10}{36} \times \frac{4/1868 \text{ j}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = 1/163 \frac{j}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

با توجه به این که $\frac{j}{s} = w$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = 1/163 \frac{w}{\text{m}^2}$$

مثال ۱۷-۱: ضریب حرارتی متوسط دیواره یک کوره
 مسطح یک لایه از آجر نسوز در درجه حرارت‌های
 100°C و 1100°C برابر $\frac{W}{m^{\circ}\text{C}} / 0.5$ می‌باشد. اگر
 ضخامت این دیواره 10 cm باشد مطلوب است:
 الف - مقدار شدت جریان حرارتی برحسب وات (W)

ب - شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب $\frac{W}{m^2}$
 (در صورتی که سطح انتقال حرارت برابر 1000 cm^2)
 حل: مرحله ۱: داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه
 نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$q = ? \quad w$	$\theta_1 = 100^{\circ}\text{C}$
$q_e = ? \quad \frac{W}{m^2}$	$\theta_p = 1100^{\circ}\text{C}$
	$\bar{k} = 0.5 \frac{W}{m^{\circ}\text{C}}$
	$d = 10\text{ cm}$
	$A = 1000\text{ cm}^2$

مرحله ۲: تبدیل واحد: در اینجا واحد ضخامت از cm
 به m و واحد سطح از cm^2 به m^2 تبدیل می‌شود

$$\begin{cases} d = 10\text{ cm} \\ d = 10 \div 100 \\ d = 0.1\text{ m} \end{cases} \quad \begin{cases} A = 1000\text{ cm}^2 \\ A = 1000 \div 10000 \\ A = 0.1\text{ m}^2 \end{cases}$$

مرحله ۳: نوشتن رابطه قسمت الف:

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله ۴: جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$q = \frac{0.5 \times 0.1 \times (1100 - 100)}{0.1}$$

تمرین ۲۶-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره
 عایق در درجه حرارت‌های 200°C و 950°C برابر
 $\frac{W}{m^{\circ}\text{C}} / 0.6$ می‌باشد، اگر ضخامت این دیواره 0.12 m
 و سطح انتقال حرارت 1 m^2 باشد مطلوبست:
 الف) محاسبه مقدار شدت جریان حرارتی برحسب
 وات (W)

ب) تعیین شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب
 $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$
 حل (توسط هنجو):

	<p>مرحله ۵): محاسبه ریاضی رابطه</p> $q = \frac{0/5 \times 0/1 \times 1000}{0/01}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $q = 5000 \text{ W}$ </div> <p>مرحله ۶) نوشته رابطه قسمت ب:</p> $q_e = \frac{\bar{k}(\theta_r - \theta_i)}{d}$ <p>مرحله ۷): جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه</p> $q_e = \frac{0/5 \times (1100 - 100)}{0/01}$ $q_e = \frac{0/5 \times 1000}{0/01}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $q_e = 50000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ </div>
<p>تمرین ۲۷-۱: جداره مسطح یک دیواره از آجر نسوز به مساحت $0/125 \text{ m}^2$ در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب به اندازه 125°C و 55°C گرم شده است، اگر ضخامت دیواره $0/3 \text{ m}$ و ضریب هدایت حرارتی آن به‌طور متوسط $0/82 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$ باشد مطلوبست:</p> <p>الف) شدت جریان حرارتی برحسب کیلوکالری بر ساعت</p> <p>ب) شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت $(\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}})$</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۱۸-۱: جداره مسطح یک دیواره از آجر نسوز به طول 20 cm و ارتفاع 40 cm در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب به اندازه 135°C و 5°C گرم شده است، اگر ضخامت دیواره 25 cm و ضریب هدایت حرارتی آن به‌طور متوسط $0/92 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$ باشد مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف) شدت جریان حرارتی برحسب کیلوکالری بر ساعت $(\frac{\text{kcal}}{\text{hr}})$</p> <p>ب) شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت $(\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}})$</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها بصورت خلاصه نوشته شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$q = ? \frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$	$L = 20 \text{ cm}$
$q_e = \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$	$h = 40 \text{ cm}$
	$\theta_r = 135^\circ \text{C}$
	$\theta_1 = 50^\circ \text{C}$
	$d = 25 \text{ cm}$
	$\bar{k} = 0.92 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$

مرحله (۲) تبدیل واحد: در اینجا واحد طول، ارتفاع و ضخامت را از cm به m تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} L = 20 \text{ cm} \\ L = 20 \div 100 \\ L = 0.2 \text{ m} \end{cases} \quad \begin{cases} h = 40 \text{ cm} \\ h = 40 \div 100 \\ h = 0.4 \text{ m} \end{cases} \quad \begin{cases} d = 25 \text{ cm} \\ d = 25 \div 100 \\ d = 0.25 \text{ m} \end{cases}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوط به بند الف:

$$A = L \cdot h$$

$$A = 0.2 \times 0.4$$

$$A = 0.08 \text{ m}^2$$

$$q = \frac{\bar{k} A (\theta_r - \theta_1)}{d}$$

مرحله (۴): جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$q = \frac{0.92 \times 0.08 (135 - 50)}{0.25}$$

مرحله (۵) محاسبات ریاضی

$$q = \frac{0.92 \times 0.08 \times 1300}{0.25}$$

$$q = 382.72 \text{ W}$$

با توجه به این که $1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = 1.163 \text{ W}$ می‌باشد لذا

خواهیم داشت:

$$q = 382.72 \div 1.163$$

$$q = 329.08 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به بند ب:

$$q_e = \frac{\bar{k}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله ۷) : جای گذاری مقادیر داده ها

$$q_e = \frac{0.92(1350 - 50)}{0.25}$$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی

$$q_e = \frac{0.92 \times 1300}{0.25}$$

$$q_e = 4784 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

با توجه به این که $1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = 1.163 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ داریم

$$q_e = 4784 \div 1.163$$

$$q_e = 4113.5 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$$

* هدایت حرارتی دیواره و رابطه آن:

هدایت حرارتی یک دیواره بستگی به ضریب هدایت حرارتی و ضخامت آن دارد. به عبارت دیگر هر چقدر ضریب هدایت حرارتی دیواره بیشتر باشد، هدایت حرارتی آن بیشتر است ($\sigma \propto k$) در نتیجه هدایت حرارتی رابطه مستقیم با ضریب هدایت حرارتی دارد. از طرف دیگر هرچقدر ضخامت دیواره کمتر باشد، هدایت حرارتی دیواره بیشتر خواهد بود. بنابراین هدایت حرارتی نسبت عکس با ضخامت دیواره دارد ($\sigma \propto \frac{1}{d}$) هدایت حرارتی را با σ نمایش می دهند.

بنابراین رابطه هدایت حرارتی را می توان به صورت مقابل نوشت:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

که در آن σ هدایت حرارتی دیواره و \bar{k} ضریب هدایت حرارتی دیواره و d ضخامت دیواره می باشد.

* **واحد هدایت حرارتی دیواره:** واحد ضریب هدایت حرارتی $\bar{k} = \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c.s}}$ می باشد و واحد ضخامت دیواره

$d = \text{cm}$ ، حال با جای گذاری این واحدها در رابطه هدایت حرارتی خواهیم داشت: $\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$ واحد واحد

$$\text{واحد } \sigma = \frac{\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}}{\text{cm}}$$

$$\text{واحد } \sigma = \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$$

* مقاومت حرارتی:

بنابه تعریف مقاومت حرارتی یک جسم یا دیواره، عکس هدایت حرارتی آن است، اگر مقاومت حرارتی را با R

$$R = \frac{1}{\sigma}$$

نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$R = \frac{1}{\frac{k}{d}}$$

در رابطه فوق دور در دور و نزدیک در نزدیک انجام می‌دهیم، خواهیم داشت:

$$R = \frac{d}{k}$$

با توجه به رابطه مقاومت حرارتی می‌توان نتیجه گرفت که ضریب مقاومت حرارتی عکس ضریب هدایت حرارتی می‌باشد، به عبارت دیگر ضریب مقاومت حرارتی برابر با $\frac{1}{k}$ است، در نتیجه برای به‌دست آوردن ضریب مقاومت حرارتی اجسام کافی است که ضریب هدایت حرارتی آنها را معکوس نمائیم.

با توجه به این که رابطه مقاومت حرارتی عکس رابطه هدایت حرارتی می‌باشد، واحد مقاومت حرارتی نیز عکس واحد هدایت حرارتی می‌باشد یعنی

$$\text{واحد } R = \frac{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}{\text{cal}}$$

جدول ۱-۲- ضریب هدایت حرارتی اجسام در ۲۵° C

K		جسم	K		جسم
cal / cm.° C.s	W/mk		cal / cm.° C.s	W/mk	
۰/۰۰۱۵	۰/۶۳	آجر نسوز	۰/۴۹	۲۰۵/۳	آلومینیوم
۰/۰۰۱۹	۰/۷۹۶	خاک رُس	۰/۰۸۳	۳۴/۸	سرب
۰/۰۰۱۸	۰/۷۵۴	آجر ساختمانی	۰/۹۲	۳۸۵/۵	مس
۰/۰۰۱۹	۰/۷۹۶	سرباره کوره	۰/۱۸	۷۵/۴	آهن
۰/۰۰۳۸	۱/۵۹۲	ماسه مرطوب	۰/۰۲	۸/۴	جیوه
۰/۰۰۰۲	۰/۸۴	مخلوط آهک و ماسه	۰/۹۷	۴۰۶/۴	نقره
۰/۰۰۰۵	۲/۱	بُتن	۰/۷۵	۳۱۴/۲	طلا
۰/۰۰۰۲	۰/۸۴	شیشه	۰/۲۶	۱۰۹	برنج
۰/۰۰۱۵۲	۰/۶۳۷	آب	۰/۱۵	۶۳	چدن
۰/۰۰۰۳۲	۰/۱۳۴	بنزین	۰/۱۲	۵۰/۳	فولاد
۰/۰۰۰۰۵۷	۰/۰۲۳۹	هوا	۰/۰۰۰۳۷	۰/۱۵۵	مقوای نسوز (آسبست)
۰/۰۰۰۰۷	۰/۰۲۹۳	گاز طبیعی	۰/۰۰۰۳۶	۰/۰۱۵۱	ورق پنبه نسوز

تمرین ۲۸-۱: ضریب هدایت حرارتی متوسط
 جداره مسطح عایق به ضخامت ۱۰۰mm برابر

$$\bar{k} = 0.67 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$
 الف) هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$
 ب) مقاومت حرارتی جداره برحسب $\frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$
 حل (توسط هنجو):

مثال ۱۹-۱: ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره
 مسطح یک کوره از آجر شاموتی به ضخامت ۱۲cm
 برابر $\bar{k} = 0.63 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ است، مطلوبست محاسبه:
 الف. هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$
 ب. مقاومت حرارتی جداره برحسب $\frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$
 حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه
 نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\sigma = ? \quad \frac{w}{m^{\circ} \cdot c}$ $R = ? \quad \frac{m^{\circ} \cdot c}{w}$	$d = ۱۲$ $\bar{k} = ۰/۶۳$

مرحله (۲) تبدیل واحد : واحد ضخامت از cm به m

تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} d = ۱۲ \div ۱۰۰ \\ d = ۰/۱۲m \end{cases}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه برای قسمت الف:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

مرحله (۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و

محاسبات ریاضی

$$\sigma = \frac{۰/۶۳}{۰/۱۲}$$

$$\sigma = ۵/۲۵ \quad \frac{w}{m^{\circ} \cdot c}$$

مرحله (۵) نوشتن رابطه برای قسمت ب:

$$R = \frac{d}{k}$$

مرحله (۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه

$$R = \frac{۰/۱۲}{۰/۶۳}$$

مرحله (۷) محاسبات ریاضی

$$R = ۰/۱۹ \quad \frac{m^{\circ} \cdot c}{w}$$

مثال ۲۰-۱: شیب حرارتی جداره یک کوره از آجر شاموتی متخلخل برابر $۲۷۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$ و مقاومت حرارتی جداره $۵ \frac{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$ است چنانچه شدت جریان حرارتی مخصوص جداره $۱۵۰۰ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ باشد مطلوبست محاسبه:

الف - ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره برحسب $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$

ب - ضخامت جداره برحسب سانتی متر

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\Delta\theta}{d} = ۲۷۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$$

داده‌ها	خواسته‌ها
$R = ۵ \frac{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$	$\bar{k} = ? \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$
$q_e = ۱۵۰۰ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$d = ? \text{ cm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه قسمت الف:

$$q_e = \frac{\bar{k}\Delta\theta}{d} \quad q_e = \bar{k} \frac{\Delta\theta}{d}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۱۵۰۰ = \bar{k} \times ۲۷۰۰$$

طرفین را بر ضریب \bar{k} تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۱۵۰۰}{۲۷۰۰} = \frac{\bar{k} \times ۲۷۰۰}{۲۷۰۰}$$

$$\bar{k} = ۰/۵۵ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۲۹-۱: شیب حرارتی یک دیواره از آجر منیزیتی متخلخل برابر $۲۵۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$ و مقاومت حرارتی جداره $۵ \frac{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$ است چنانچه شدت جریان حرارتی مخصوص جداره $۱۳۰۰ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ باشد مطلوبست محاسبه:

الف) ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره برحسب $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$

ب) ضخامت جداره برحسب میلی‌متر

حل (توسط هنجرو):

مرحله ۴) نوشتن رابطه قسمت ب:

$$R = \frac{d}{k}$$

مرحله ۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\frac{0/5}{1} = \frac{d}{0/55}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$d \times 1 = 0/5 \times 0/55$$

$$d = 0/275m$$

مرحله ۶) چون در قسمت ب واحد را برحسب cm

خواسته است لذا واحد d را از m به cm تبدیل

می‌کنیم

$$d = 0/275 \times 100cm$$

$$d = 27/5cm$$

تمرین ۳۰-۱: جداره مسطح یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز به طول ۴۵ cm و ارتفاع ۵۵ cm در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب 150°C و 45°C گرم شده است، اگر ضخامت این جداره ۳۲ cm و ضریب هدایت حرارتی آن به طور متوسط $\frac{W}{m \cdot ^{\circ}C} = 0.82$ باشد مطلوبست محاسبه و تعیین:

الف) شدت جریان حرارتی جداره q بر حسب وات و کیلوکالری بر ساعت

ب) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت جداره و تعیین شیب حرارتی آن $\left(\frac{\Delta\theta}{d}\right)$ بر حسب درجه سانتی گراد بر سانتی متر و همچنین درجه سانتی گراد بر متر

ج) شدت جریان حرارتی مخصوص جداره (q_e) بر حسب وات بر متر مربع و کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت

د) هدایت حرارتی جداره σ بر حسب وات بر متر مربع بر درجه سانتی گراد و مقاومت حرارتی آن (R) بر حسب مترمربع در درجه سانتی گراد بر وات.
حل (توسط هنرجو):

تمرین ۳۱-۱: ضریب هدایت حرارتی جداره یک کوره از آجر شاموتی متخلخل در 300°C و 1200°C به ترتیب برابر $0/5$ و $0/7$ وات بر متر بر درجه سانتی‌گراد است. چنانچه ضخامت این کوره 25 سانتی‌متر باشد اولاً: هدایت حرارتی (σ) و مقاومت آن (R) را تعیین کنید. (فرض کنید که ضریب هدایت حرارتی در این فاصله دمایی متناسب با تغییرات درجه حرارت است). ثانیاً: شدت جریان حرارتی مخصوص جداره را به‌دست آورید.

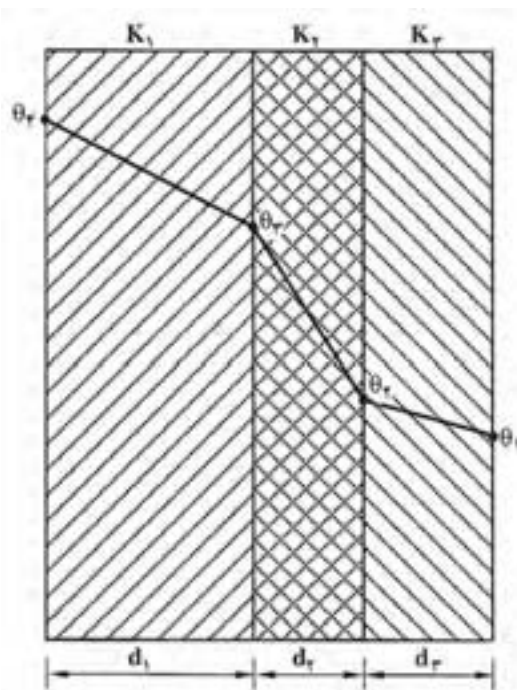
حل (توسط هنرجو):

	<p>تمرین ۳۲-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره نسوز در 200°C و 500°C به ترتیب 0.018 و 0.02 کالری بر سانتی متر بر درجه سانتی گراد بر ثانیه است. چنانچه ضخامت این جداره 30 cm باشد مطلوب است:</p> <p>الف) هدایت حرارتی (σ) و مقاومت آن (R) را تعیین کنید.</p> <p>ب) شدت جریان حرارتی مخصوص جداره را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
--	--

* رابطه انتقال حرارت برای دیواره مسطح چند لایه:

تاکنون مطالبی که ذکر شد مربوط به دیواره‌های یک لایه مسطح بود اما در اکثر کاربردهای صنعتی دیواره‌ها چند لایه می‌باشند مانند شیشه‌های دو جداره که از دو لایه شیشه‌ای تشکیل شده‌اند که در بین لایه‌های شیشه‌ای یک لایه از گاز آرگون می‌باشد یا جدار کوره‌ها که معمولاً چند لایه می‌باشند، حال باید بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته از دیواره‌های چند لایه را محاسبه کنیم. برای این منظور یک دیواره سه لایه مطابق شکل زیر در نظر گرفته می‌شود که ضریب هدایت حرارتی این سه لایه به ترتیب K_1 ، K_p و K_s با ضخامت‌های d_1 ، d_p و d_s می‌باشد. برای این منظور باید ابتدا ضریب هدایت حرارتی معادل این دیواره را حساب نمائیم که این ضریب با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_p}{K_p} + \frac{d_s}{K_s}}$$



شکل ۴-۱- انتقال حرارت از یک دیواره سه لایه

$$d = d_1 + d_p + d_s$$

که در آن:

بنابراین رابطه انتقال حرارت برای این دیواره چنین خواهد بود:

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_f - \theta_2)t}{d}$$

تمرین ۳۳-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دو

لایه عبارت است از:

$$\begin{cases} d_1 = 140 \text{ mm} \\ d_p = 100 \text{ mm} \\ A = 0.1 \text{ m}^2 \end{cases} \begin{cases} K_1 = 0.006 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}} \\ K_p = 0.003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}} \\ \theta_1 = 50^\circ \text{C} \\ \theta_p = 1100^\circ \text{C} \end{cases}$$

چنانچه ضریب هدایت حرارتی هر لایه ثابت باشد

مطلوبست محاسبه و تعیین:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل جداره

ب) مقدار حرارت انتقال یافته از جداره در مدت $\frac{1}{4}$ hr بر حسب کیلوژول .

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۱-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دو

لایه عبارت است از:

$$\begin{cases} d_1 = 12 \text{ cm} \\ d_p = 8 \text{ cm} \\ A = 1000 \text{ cm}^2 \\ t = 10 \text{ min} \end{cases} \begin{cases} K_1 = 0.005 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}} \\ K_p = 0.004 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}} \\ \theta_1 = 40^\circ \text{C} \\ \theta_p = 1000^\circ \text{C} \end{cases}$$

چنانچه ضریب هدایت حرارتی هر لایه ثابت باشد

مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف- ضریب هدایت حرارتی معادل جداره

ب - مقدار حرارت انتقال یافته از جداره در مدت ۱۰

دقیقه بر حسب ج (۱ cal = ۴ / ۲ j)

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها بصورت خلاصه

نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$d_1 = 12 \text{ cm}$ $d_p = 8 \text{ cm}$ $A = 1000 \text{ cm}^2$ $t = 10 \text{ min}$ $K_1 = 0.005$ $K_p = 0.004$ $\theta_1 = 40^\circ \text{C}$ $\theta_p = 1000^\circ \text{C}$	$K_{eq} = ? \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ $Q = ? \text{ j}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه

تبدیل می‌شود.

$$t = 10 \text{ min}$$

$$t = 10 \times 60 \text{ s}$$

$$t = 600 \text{ s}$$

مرحله ۳) رابطه مربوط به قسمت الف نوشته می‌شود.

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_p}{K_p}}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$K_{eq} = \frac{12 + 8}{\frac{12}{0.005} + \frac{8}{0.004}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی

$$K_{eq} = \frac{20}{2400 + 2000}$$

$$K_{eq} = \frac{20}{4400}$$

$$K_{eq} = 0.00455 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$$

مرحله ۶) رابطه مربوط به قسمت ب را نوشته:

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_s - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۷) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = \frac{0.00455 \times 1000 \times (1000 - 40) \times 600}{20}$$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی:

$$Q = \frac{0.00455 \times 1000 \times 960 \times 600}{20}$$

$$Q = \frac{2620800}{20}$$

$$Q = 131040 \text{ cal}$$

چون در قسمت ب مقدار انتقال حرارت را برحسب ژول خواسته و می‌دانیم $1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$ می‌باشد لذا خواهیم داشت:

$$Q = 131040 \times 4/2 \text{ J}$$

$$Q = 550368 \text{ J}$$

تمرین ۳۴-۱: جداره مسطح یک کوره از سه لایه تشکیل شده است که ابعاد مشخصات آن به صورت زیر است:

$d_1 = 1 \text{ cm}$	$K_1 = 0/002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$d_p = 15 \text{ cm}$	$K_p = 0/0015 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$d_s = 2 \text{ cm}$	$K_s = 0/001 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$A = 300 \text{ cm}^2$	
$\theta_1 = 50^\circ \text{C}$	
$\theta_f = 125^\circ \text{C}$	

مطلوب است محاسبه:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره برحسب $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$

ب) مقدار حرارت انتقال یافته در مدت ۳۰ دقیقه

برحسب cal و kJ

ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت.

حل (توسط هنجرو):

تمرین ۳۵-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح سه لایه عبارت است از:

$d_1 = 6 \text{ cm}$	$K_1 = 1/2 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$d_p = 8 \text{ cm}$	$K_p = 1/6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$d_3 = 10 \text{ cm}$	$K_3 = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$A = 500 \text{ cm}^2$	
$\theta_1 = 30^\circ \text{C}$	
$\theta_3 = 1030^\circ \text{C}$	

مطلوب است محاسبه:

الف - ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره برحسب $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$

ب - مقدار حرارت انتقال یافته در مدت ۵۰ دقیقه برحسب kJ

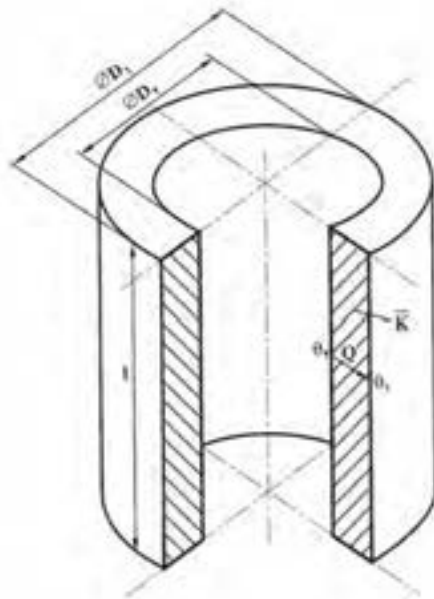
ج - شدت جریان حرارتی برحسب $\frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$
حل (توسط هنرجو):

--	--

*** رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل:**

تاکنون رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های مسطح یک لایه و چندلایه بیان شد. در کاربردهای صنعتی مانند کوره‌های ریخته‌گری معمولاً از دیواره‌های استوانه‌ای شکل یک یا چند لایه استفاده می‌شود علت این مسأله این است که کوره‌های استوانه‌ای دارای سطح کمتری نسبت به کوره‌های با جداره مسطح می‌باشند در نتیجه با توجه به این که مقدار حرارت انتقال یافته نسبت مستقیم با سطح دارد، اتلاف حرارت از طریق انتقال حرارت به روش هدایت در کوره‌های استوانه‌ای شکل کمتر از کوره‌های با جداره مسطح می‌باشند، بنابراین باید بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته به روش هدایت را در کوره‌های استوانه‌ای شکل محاسبه کنیم. برای این منظور جداره استوانه‌ای مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم. ثابت شده است که مقدار حرارت انتقال یافته از دیواره مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$Q \approx \frac{\pi \bar{K} l t}{\frac{D_i - D_p}{D_i + D_p}} (\theta_p - \theta_i)$$



شکل ۵-۱- انتقال حرارت از دیواره استوانه ای

که در این رابطه:

Q = مقدار حرارت انتقال یافته از جداره استوانه‌ای برحسب cal یا j

\bar{k} = ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره برحسب $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ یا $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$

L = ارتفاع دیواره استوانه‌ای برحسب cm یا m

t = زمان انتقال حرارت برحسب (s)

D_i = قطر خارجی دیواره استوانه‌ای برحسب cm یا m

D_p = قطر داخلی دیواره استوانه‌ای برحسب cm یا m

θ_i = درجه حرارت سطح خارجی برحسب $^\circ\text{C}$ یا $^\circ\text{K}$

θ_p = درجه حرارت سطح داخلی برحسب $^\circ\text{C}$ یا $^\circ\text{K}$

تذکر: رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت در دیواره استوانه‌ای زمانی قابل استفاده است که قطر داخلی استوانه،

برابر یا بزرگتر از نصف قطر خارجی آن باشد:

$$D_p \geq \frac{D_i}{2}$$

تمرین ۳۶-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی
 جداره یک لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب
 عبارتند از: $\theta_p = 700^\circ\text{C}$ و $\theta_1 = 90^\circ\text{C}$ و ارتفاع داخلی
 کوره 0.7 m ، قطر داخلی $D_p = 0.9\text{ m}$ ، قطر خارجی
 $D_1 = 0.11\text{ cm}$ و ضریب هدایت حرارتی متوسط
 $0.0015 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ می‌باشد، مطلوبست مقدار حرارت
 انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوژول در مدت
 ۰/۵ ساعت

حل (توسط هنجو):

مثال ۲۲-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی
 جداره یک لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب
 عبارتند از: $\theta_p = 800^\circ\text{C}$ و $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$ و ارتفاع
 داخلی کوره 80 cm و قطر داخلی $D_p = 80\text{ cm}$ ، قطر
 خارجی $D_1 = 120\text{ cm}$ و ضریب هدایت حرارتی متوسط
 $0.0015 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ می‌باشد، مطلوبست مقدار حرارت
 انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری در مدت
 دو ساعت.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه

نوشته می‌شوند.

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ kcal}$	$\theta_p = 800^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$ $L = 80\text{ cm}$ $D_p = 80\text{ cm}$ $D_1 = 120\text{ cm}$ $t = 2\text{ hr}$ $\bar{k} = 0.0015 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$

مرحله (۲) تبدیل واحد. واحد زمان انتقال حرارت از

ساعت به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$t = 2\text{ hr}$$

$$t = 2 \times 3600\text{ s}$$

$$t = 7200\text{ s}$$

مرحله (۳) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود.

$$Q = \frac{\pi \bar{k} L t}{\frac{D_1 - D_p}{D_1 + D_p}} (\theta_p - \theta_1)$$

	<p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $Q = \frac{\frac{3/14 \times 0/0015 \times 80 \times 7200}{120-80} (800-100)}{120+80}$ <p>مرحله ۵) محاسبات ریاضی:</p> $Q = \frac{3/14 \times 0/0015 \times 80 \times 7200 \times 700}{\frac{40}{200}}$ $Q = \frac{1899072}{0/2}$ $Q = 949536 \text{ cal}$ <p>چون مقدار حرارت انتقال یافته برحسب kcal خواسته شده است لذا جواب را به ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم تا به kcal تبدیل شود.</p> $Q = \frac{9495360}{1000} \Rightarrow \boxed{Q = 9495/36 \text{ kcal}}$
	<p>تمرین ۳۷-۱: دیواره‌ای استوانه‌ای شکل از جنس نسوز با ابعاد و مشخصات زیر مفروض است:</p> $D_1 = 8 \text{ cm}$ $D_2 = 6 \text{ cm}$ $L = 1 \text{ m}$ $\bar{k} = 1/5 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ <p>در صورتی که دمای داخل و خارج این دیواره به ترتیب 500°C و 150°C باشد مطلوب است:</p> <p>الف) محاسبه میزان گرمای انتقال یافته در ۳۰ دقیقه</p> <p>ب) شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب $\frac{W}{m^2}$</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

--	--

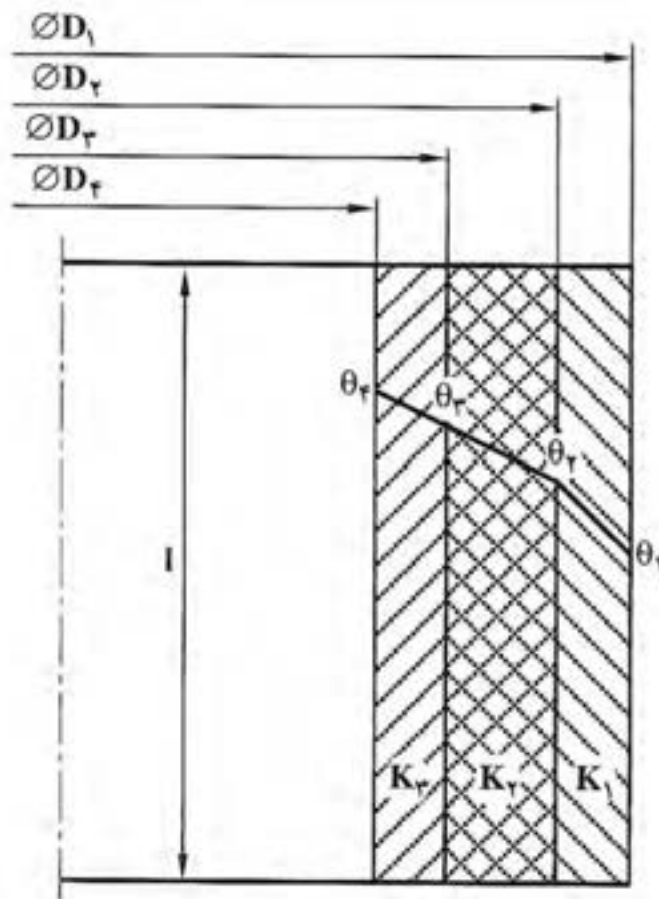
*** رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل چند لایه:**

معمولاً کوره‌های ذوب و ریخته‌گری بصورت چند لایه از جنس‌های مختلف (آجر نسوز، خاک نسوز و سایر مواد دیرگداز...) برای کاهش اتلاف حرارت ساخته می‌شوند، علت این است که اگر از یک لایه ساخته شوند از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه نخواهد بود بنابراین دیواره کوره‌های ذوب به خاطر کاهش هزینه‌ها و افزایش راندمان حرارتی چندلایه ساخته می‌شوند.

برای این که بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته به روش هدایت را از دیواره‌های استوانه‌ای چندلایه محاسبه نمائیم یک دیواره سه لایه مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم. در ابتدا باید ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره را مطابق رابطه زیر به دست آوریم.

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} \times \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2} + \frac{1}{K_2} \times \frac{D_2 - D_3}{D_2 + D_3} + \frac{1}{K_3} \times \frac{D_3 - D_4}{D_3 + D_4}}$$

ضریب هدایت‌های حرارتی هر لایه K_1 ، K_2 و K_3 ثابت فرض شده‌اند.



شکل ۶-۱- انتقال حرارت از دیواره سه لایه استوانه‌ای شکل

برای محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته از طریق هدایت برای یک دیواره استوانه‌ای شکل چندلایه از رابطه زیر می‌توان استفاده کرد.

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_1 - \theta_4)$$

لازم به توضیح است که روابط مربوط به K_{eq} و Q در این قسمت در صورتی صادق هستند که قطر داخلی دیواره چندلایه بزرگ‌تر یا مساوی نصف قطر خارجی دیواره چندلایه باشد یعنی:

$$D_4 \geq \frac{D_1}{2}$$

تذکر:

۱- قطر داخلی (کوچکترین قطر D_p) باید از نصف قطر خارجی (بزرگترین قطر D_1) بزرگتر یا مساوی آن باشد.

۲- تعداد جمله‌های مخرج رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل باید با تعداد لایه‌ها برابر باشد.

۳- قسمت داخل پرانتز در رابطه انتقال حرارت (Q) باید اختلاف درجه حرارت‌های داخلی و خارجی دیواره چندلایه باشد مثلاً برای یک دیواره هفت (γ) لایه درجه حرارت برابر $(\theta_8 - \theta_1)$ خواهد بود.

<p>تمرین ۳۸-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_3 = 1400^\circ\text{C}$ و $\theta_1 = 1200^\circ\text{C}$ و ابعاد این کوره برابر است با:</p> <p>ارتفاع داخلی کوره $L = 1/4\text{m}$ و قطر داخلی $D_p = 130\text{mm}$ و قطر میانی $D_1 = 150\text{mm}$ و قطر خارجی $D_1 = 0/17\text{m}$، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k}_1 = 0/005 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^\circ\text{C.s}}$ و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k}_p = 0/003 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^\circ\text{C.s}}$ تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه و تعیین:</p> <p>الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره</p> <p>ب) مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری و کیلوژول در مدت ۱ ساعت</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۳-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_3 = 1500^\circ\text{C}$ و $\theta_1 = 1100^\circ\text{C}$ و ابعاد این کوره برابر است با: ارتفاع داخلی کوره $L = 150\text{cm}$ و قطر داخلی $D_p = 120\text{cm}$ و قطر میانی $D_p = 140\text{cm}$ و قطر خارجی $D_1 = 160\text{cm}$، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k}_1 = 0/004 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^\circ\text{C.s}}$ و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k}_p = 0/002 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^\circ\text{C.s}}$ تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه الف - ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره</p> <p>ب - مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری و کیلوژول در مدت ۵۰ دقیقه.</p> <p>$1\text{cal} = 4/2\text{J} \quad \pi \approx 3$</p> <p>حل: مرحله (۱) : داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.</p>
---	---

خواسته‌ها	داده‌ها
	$\theta_3 = 150^\circ \text{C}$ $\theta_1 = 110^\circ \text{C}$ $L = 150 \text{ cm}$ $D_3 = 120 \text{ cm}$ $D_2 = 140 \text{ cm}$ $D_1 = 160 \text{ cm}$ $t = 50 \text{ min}$ $\bar{k}_1 = 0.004 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ $\bar{k}_2 = 0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$K_{eq} = ? \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ $Q = ? \text{ kcal , kj}$	

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$t = 50 \text{ min}$
 $t = 50 \times 60 \text{ s}$
 $t = 3000 \text{ s}$

مرحله ۳) نوشتن رابطه برای قسمت الف :

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} \times \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2} + \frac{1}{K_2} \times \frac{D_2 - D_3}{D_2 + D_3}}$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{0.004} \times \frac{160 - 140}{160 + 140} + \frac{1}{0.002} \times \frac{140 - 120}{140 + 120}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{0.004} \times \frac{20}{300} + \frac{1}{0.002} \times \frac{20}{260}}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{20}{1/2} + \frac{20}{0/52}}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{16/7 + 38/5}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{55/2}$$

$$K_{eq} = 0.018 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^{\circ} \text{C.s}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه قسمت ب:

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_s - \theta_1)$$

مرحله ۷) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق.

$$Q = 3 \times 0.018 \times 150 \times 3000 (1500 - 1100)$$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی

$$Q = 3 \times 0.018 \times 150 \times 3000 \times 400$$

$$Q = 9720000 \text{ cal}$$

* چون مقدار انتقال حرارت بر حسب kcal خواسته

است لذا بر ۱۰۰۰ تقسیم می کنیم.

$$Q = \frac{9720000}{1000}$$

$$Q = 9720 \text{ kcal}$$

* همچنین مقدار انتقال حرارت را بر حسب کیلوژول

محاسبه می کنیم.

$$Q = 9720 \times 4/2$$

$$Q = 40824 \text{ kj}$$

تمرین ۳۹-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_3 = 95^\circ\text{C}$ و $\theta_1 = 110^\circ\text{C}$ ابعاد این کوره برابرند با:

ارتفاع داخلی کوره $L = 130\text{cm}$ و قطر داخلی $D_3 = 150\text{cm}$ و قطر میانی $D_p = 160\text{cm}$ و قطر خارجی $D_1 = 180\text{cm}$ ، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط $k_1 = 0.03 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط $k_p = 0.018 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه:

الف) مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری در مدت ۲ ساعت

ب) درجه حرارت در فصل مشترک آجرنسوز و خاک رس

ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در جداره کوره

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۴۰-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی
 جداره سه لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب
 عبارتند از: $\theta_f = 1200^\circ\text{C}$ ، $\theta_1 = 50^\circ\text{C}$ ابعاد این
 کوره عبارتند از: ارتفاع داخلی کوره $L = 150\text{cm}$ و
 قطر لایه‌ها از لایه داخلی به سمت خارجی به ترتیب
 $D_f = 100\text{cm}$ و $D_3 = 120\text{cm}$ و $D_p = 140\text{cm}$ و
 $D_1 = 160\text{cm}$ و ضریب هدایت حرارتی لایه‌ها به
 ترتیب از خارج به داخل $k_1 = 0.003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ و
 $k_3 = 0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ و $k_p = 0.0025 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$
 مطلوب است محاسبه:
 الف) مقدار ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره
 (K_{eq})
 ب) مقدار حرارت انتقال یافته (Q) از این جداره
 برحسب ژول در مدت ۱/۵ ساعت.
 حل (توسط هنرجو):

تمرین ۴۱-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای سه

لایه به شرح زیر می‌باشد:

$D_1 = 150 \text{ cm}$	$k_1 = 0.0012 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$D_2 = 130 \text{ cm}$	
$\theta_1 = 80^\circ \text{C}$	$k_2 = 0.0018 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$\theta_2 = 1000^\circ \text{C}$	
$L = 80 \text{ cm}$	
$D_3 = 100 \text{ cm}$	$k_3 = 0.001 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$D_4 = 80 \text{ cm}$	

مطلوب است محاسبه:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره

ب) مقدار حرارت انتقال یافته از این دیواره برحسب

cal در مدت زمان ۲۰ دقیقه

ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در جداره

کوره

حل (توسط هنجو):

* رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی (همرفت یا کنوکسیون):

با توجه به مطالب ذکر شده، انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی از طریق جابه‌جا شدن مولکول‌های قسمت سرد و قسمت گرم جسم صورت می‌گیرد و این عمل تا زمانی ادامه می‌یابد که دمای هر دو قسمت جسم یکسان شود. به عنوان مثال می‌توان رادیاتور شوفاژ را در نظر گرفت، هنگامی که موتورخانه روشن می‌شود رادیاتور سرد است، اما با گذشت زمان آب موجود در دیگ موتورخانه گرم شده و حرکت کرده و جای خود را با آب سرد موجود در رادیاتور تغییر می‌دهد. در اثر برخورد آب گرم با سطح رادیاتور سرد حرارت از آب به دیواره رادیاتور منتقل می‌شود و رادیاتور گرم می‌شود. با توجه به این مثال می‌توان نتیجه گرفت که هرچه اختلاف درجه حرارت بین آب و دیواره رادیاتور بیشتر باشد، حرارت بیشتری از آب به دیواره منتقل می‌شود، از طرفی هرچه سطح دیواره رادیاتور بزرگ‌تر باشد نیز حرارت بیشتری از آب گرم به دیواره رادیاتور منتقل خواهد شد و هرچه زمان تماس آب گرم با دیواره بیشتر باشد، حرارت انتقال یافته به دیواره رادیاتور بیشتر است پس می‌توان نتیجه گرفت، اگر سیالی (مایع یا گاز) با دمای (θ_F) از کنار دیواره با دمای (θ_w) و سطح (A) در مدت زمان (t) عبور کند مقدار گرما از سیال به دیواره منتقل می‌شود. بنابراین گرمای انتقال یافته از سیال به دیواره نسبت مستقیم با اختلاف درجه حرارت سیال و دیواره $(\theta_F - \theta_w)$ ، سطح دیواره (A) و زمان تماس (t) دارد. در نتیجه داریم:

$$Q \propto A(\theta_F - \theta_w) \times t$$

حال برای تبدیل این تناسب به تساوی نیاز به یک ضریب می‌باشد که با α_c نشان داده می‌شود که این ضریب متناسب با جنس سیال، شکل و ابعاد دیواره می‌باشد. α_c را ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون می‌نامند. بنابراین رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی به صورت زیر خواهد بود:

$$Q = \alpha_c A(\theta_F - \theta_w)t$$

این رابطه معمولاً به صورت زیر نمایش می‌دهد:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A(\theta_F - \theta_w)$$

این رابطه به رابطه نیوتن مشهور می‌باشد.

* واحد ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون در سیستم SI:

واحد ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون در سیستم SI براساس رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی به دست می‌آید که در این رابطه واحد پارامترهای آن عبارتند از:

$$Q = \text{حرارت انتقال یافته به طریق جابه‌جایی بر حسب (j)}$$

$$t = \text{زمان بر حسب (s)}$$

A = سطح مشترک سیال و دیواره برحسب m^2

$(\theta_F - \theta_w)$ = اختلاف درجه حرارت برحسب $^{\circ}K$ یا معادل آن $^{\circ}C$

بنابراین با جای گذاری این واحدها در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w)$$

$$\frac{j}{s} = \alpha_c \times m^2 \times ^{\circ}C$$

$$W = \alpha_c \times m^2 \times ^{\circ}C$$

$$\alpha_c = \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C}$$

نکته: رابطه $\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w)$ برای زمانی است که حرارت از سیال با درجه حرارت بالاتر به دیواره جامد با درجه حرارت پایین تر منتقل می شود، در صورتی که انتقال حرارت از دیواره گرم به سیال سرد صورت پذیرد رابطه انتقال حرارت به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_w - \theta_F)$$

* واحدهای دیگر ضریب جابه جایی (α_c) به صورت زیر خواهد بود:

Q = حرارت انتقال یافته برحسب (cal)

t = زمان برحسب (s)

A = سطح برحسب cm^2

$(\theta_F - \theta_w)$ = اختلاف درجه حرارت برحسب $^{\circ}C$

بنابراین با جای گذاری در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w)$$

$$\frac{cal}{s} = \alpha_c \times cm^2 \times ^{\circ}C$$

$$\alpha_c = \frac{cal}{cm^2 \cdot ^{\circ}C \cdot s}$$

در صورتی که داشته باشیم:

Q = حرارت انتقال یافته برحسب (kcal)

t = زمان برحسب (hr)

$$A = \text{سطح برحسب } m^2$$

$$(\theta_F - \theta_w) = \text{اختلاف درجه حرارت برحسب } ^\circ C$$

بنابراین با جای گذاری واحدهای فوق در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c \text{ واحد} A (\theta_F - \theta_w)$$

$$\frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = \alpha_c \text{ واحد} \times m^2 \times ^\circ C$$

$$\alpha_c = \frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot ^\circ C \cdot \text{hr}} \text{ واحد}$$

تمرین ۴۲-۱: برای خنک کردن یک صفحه فلزی گرم به ابعاد $9m \times 5m \times 0.5m$ دمای $450^\circ C$ ، هوایی با دمای $40^\circ C$ به مدت $50s$ روی آن دمیده می شود اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون $20 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ باشد، مقدار گرمای کل انتقالی برحسب کیلوکالری چه اندازه خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۴-۱: برای خنک کردن یک ورق فولاد گرم به ابعاد $100 \times 60 \text{ cm}^2$ و دمای $400^\circ C$ ، هوایی با دمای $50^\circ C$ به مدت $50s$ روی آن دمیده می شود اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون $20 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ باشد، مقدار گرمای کل انتقالی برحسب کیلوژول چه اندازه خواهد بود.

حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه

نوشته می شود.

خواسته ها	داده ها
$Q = ? \text{ kj}$	$A = 60 \times 100 = 6000 \text{ cm}^2$ $\theta_w = 40^\circ C$ $\theta_F = 50^\circ C$ $t = 50s$ $\alpha_c = 20 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$

مرحله ۲) تبدیل واحد. در اینجا واحد سطح از cm^2

به m^2 تبدیل می شود.

$$A = 6000 \text{ cm}^2$$

$$A = 6000 \times \frac{1}{10000} m^2$$

	$A = \frac{6}{10} m^2$ $A = 0.6 m^2$ <p>مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله:</p> $Q = \alpha_c A (\theta_w - \theta_F)$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $Q = 20 \times 0.6 \times (400 - 50) \times 50$ $Q = 20 \times 0.6 \times 350 \times 50 \text{ J}$ $Q = 210000 \text{ J}$ <p>چون بر حسب kJ خواسته شده است بر ۱۰۰۰ تقسیم</p> $Q = \frac{210000}{1000}$ <p>می‌کنیم.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $Q = 210 \text{ kJ}$ </div>								
<p>تمرین ۴۳-۱: برای سرد کردن یک ورق فولادی 800°C به مساحت 8000 cm^2، هوای 25°C به مدت 0.5 دقیقه روی آن دمیده می‌شود در صورتی که مقدار گرمای کل انتقالی 180 kJ باشد، ضریب کنوکسیون را بر حسب $\frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$ و $\frac{\text{cal}}{cm^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ به دست آورید. حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲۵-۱: برای سرد کردن یک صفحه چدنی 700°C به مساحت $0.5 m^2$، هوای 25°C به مدت 45 s روی آن دمیده می‌شود در صورتی که مقدار گرمای کل انتقالی 42 kcal باشد، ضریب کنوکسیون را بر حسب $\frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$ و $\frac{\text{cal}}{cm^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ به دست آورید. حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه</p> <p>نوشته می‌شوند</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">داده‌ها</th><th style="width: 50%;">خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\theta_w = 700^\circ\text{C}$</td><td rowspan="5"> $\alpha_c = ? \quad \frac{\text{cal}}{cm^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ $\frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$ </td></tr> <tr> <td>$A = 0.5 m^2$</td></tr> <tr> <td>$\theta_F = 25^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$t = 45 \text{ s}$</td></tr> <tr> <td>$Q = 42 \text{ kcal}$</td></tr> </tbody> </table>	داده‌ها	خواسته‌ها	$\theta_w = 700^\circ\text{C}$	$\alpha_c = ? \quad \frac{\text{cal}}{cm^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ $\frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$	$A = 0.5 m^2$	$\theta_F = 25^\circ\text{C}$	$t = 45 \text{ s}$	$Q = 42 \text{ kcal}$
داده‌ها	خواسته‌ها								
$\theta_w = 700^\circ\text{C}$	$\alpha_c = ? \quad \frac{\text{cal}}{cm^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ $\frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$								
$A = 0.5 m^2$									
$\theta_F = 25^\circ\text{C}$									
$t = 45 \text{ s}$									
$Q = 42 \text{ kcal}$									

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از ثانیه به ساعت تبدیل می‌شود.

$$t = ۴۵s$$

$$t = ۴۵ \times \left(\frac{1}{۳۶۰۰} \right) hr$$

$$t = \frac{۴۵}{۳۶۰۰} hr$$

$$t = ۰/۰۱۲۵ hr$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله فوق.

$$Q = \alpha_c A (\theta_w - \theta_F) t$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$۴۲ = \alpha_c \times ۰/۵ \times (۷۰۰ - ۲۵) \times ۰/۰۱۲۵$$

$$۴۲ = \alpha_c \times ۰/۵ \times ۶۷۵ \times ۰/۰۱۲۵$$

$$۴۲ = \alpha_c \times ۴/۲$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{۴۲}{۴/۲} = \frac{\alpha_c \times ۴/۲}{۴/۲}$$

$$\alpha_c = ۱۰ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$$

مرحله ۵) در داده‌های مسأله تغییر واحد انجام می‌دهیم.

$$Q = ۴۲ \times ۱۰۰۰ = ۴۲۰۰۰ \text{ cal}$$

$$t = ۴۵s$$

$$A = ۰/۵ \times ۱۰۰۰۰ = ۵۰۰۰ \text{ cm}^2$$

$$\theta_w = ۷۰۰^\circ\text{C}$$

$$\theta_F = ۲۵^\circ\text{C}$$

	$Q = \alpha_c A (\theta_w - \theta_F)$ $42000 = \alpha_c \times 5000 (700 - 25) \times 45$ $42000 = \alpha_c \times 5000 \times 675 \times 45$ $42000 = \alpha_c \times 151875000$ $\alpha_c = \frac{42000}{151875000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\alpha_c = 0.000278 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ </div> <p>می توان از راه دیگری $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$ را به $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ تبدیل کرد.</p> $\alpha_c = 10 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$ $\alpha_c = \frac{10 \times 1000}{10000 \times 3600}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\alpha_c = 0.000278 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ </div>
	<p>تمرین ۴۴-۱: بر روی یک ورق داغ به ابعاد 40×90 سانتی متر و دمای 35°C، هوایی به دمای 25°C دمیده می شود. مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه و تعیین حرارت کل انتقالی از روی سطح ورق مزبور در مدت ۳ ثانیه برحسب کیلوژول.</p> <p>در صورتی که ضریب جابه جایی برابر $\alpha_c = 32 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ باشد.</p> <p>ب) اگر جنس ورق از فولاد ساده کربنی با ضریب هدایت حرارتی متوسط $40/6 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$ و ضخامت 32mm باشد و مقدار 620 ژول انرژی از سطح ورق به طریق تشعشع (در هرتزیه) تلف شده باشد، افت دما در ضخامت این ورق چه اندازه خواهد بود.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۴۵-۱: برای خنک کردن یک ورق فولادی گرم به ابعاد 45×70 سانتی‌متر و دمای 250°C، هوایی با دمای 25°C به مدت ۲۵ ثانیه روی آن دمیده می‌شود. اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون $30 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$ باشد، جریان حرارتی برحسب کیلووات چه اندازه خواهد بود؟ همچنین مقدار حرارت کل انتقالی را برحسب کیلوژول و کیلوکالری حساب کنید. حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۴۶-۱: برای گرم کردن یک ورق آلومینیومی دایره‌ای شکل به شعاع 0.5m به دمای 1°C هوایی با دمای 30°C به مدت یک ساعت روی آن دمیده می‌شود، اگر ضریب کنوکسیون $40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ باشد مطلوبست محاسبه:</p> <p>الف - میزان حرارت انتقال یافته برحسب ژول</p> <p>ب - جریان حرارتی برحسب کیلووات</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

<p>تمرین ۴۷-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد $1/5 \text{ mm} \times 0/8 \text{ mm}$ با ضخامت 250 mm از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$ مفروض است. چنانچه دمای سطح گرم 125°C و سطح سرد 25°C باشد مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت $1/5$ دقیقه بر حسب ژول</p> <p>ب) شیب حرارتی دیواره بر حسب $\frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۵-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد $200 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ با ضخامت 20 cm از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$ مفروض است چنانچه دمای سطح گرم 120°C و سطح سرد 20°C باشد، مطلوبست:</p> <p>الف - مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت 60 ثانیه بر حسب کالری</p> <p>ب - شیب حرارتی دیواره بر حسب $\frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه می‌نویسیم.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ cal}$ $= ? \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$	$A = 200\text{cm} \times 50\text{cm}$ $d = 20\text{cm}$ $\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm}^{\circ}\text{C.s}}$ $\theta_p = 1200^{\circ}\text{C}$ $\theta_1 = 200^{\circ}\text{C}$ $t = 60\text{s}$
مرحله (۲) به دست آوردن مساحت	
$A = 200 \times 50$ $A = 10000\text{cm}^2$	
مرحله (۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت مربوط به قسمت الف:	
$Q = \bar{k} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$	
مرحله (۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.	
$Q = 1/4 \times 10^{-3} \frac{10000(1200 - 200) \times 60}{20}$	
مرحله (۵) محاسبات ریاضی.	
$Q = \frac{1/4 \times 10^{-3} \times 10000 \times 1000 \times 60}{20}$	
$Q = \frac{140000}{20}$	
$Q = 7000\text{cal}$	
مرحله (۶) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ب:	
$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$	
$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 200}{20}$	
$\text{شیب حرارتی} = \frac{1000}{20}$	
$\text{شیب حرارتی} = 50 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$	

تمرین ۴۸-۱: مشخصات یک جداره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد مطلوبست محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته در یک ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری.

$D_1 = 1/6 \text{ m}$	$\theta_1 = 110^\circ \text{C}$
$D_r = 1/4 \text{ m}$	$\theta_r = 130^\circ \text{C}$
$D_s = 1/2 \text{ m}$	$K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$\pi = 3$	
$L = 110 \text{ cm}$	

مثال ۲۶-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد مطلوبست محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته در یک ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری.

$D_1 = 150 \text{ cm}$	$\theta_1 = 100^\circ \text{C}$
$D_r = 130 \text{ cm}$	$\theta_r = 110^\circ \text{C}$
$D_s = 100 \text{ cm}$	$K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$\pi = 3$	
$L = 120 \text{ cm}$	

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه

می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$D_1 = 150 \text{ cm}$ $D_r = 130 \text{ cm}$ $D_s = 100 \text{ cm}$ $\pi = 3$ $L = 120$ $\theta_1 = 100^\circ \text{C}$ $\theta_r = 110^\circ \text{C}$ $t = 1 \text{ h}$ $K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$	$Q = ? \text{ cal, kcal}$

مرحله (۲) تبدیل واحد. واحد زمان را از ساعت به

ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$t = 1 \text{ h}$$

$$t = 1 \times 3600 \text{ s}$$

$$t = 3600 \text{ s}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله فوق

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_r - \theta_1)$$

	<p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق.</p> $Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times (1100 - 100) \times 3600$ <p>مرحله ۵) محاسبات ریاضی را انجام می دهیم.</p> $Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times 1000 \times 3600$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $Q = 10368000 \text{ cal}$ </div> <p>اگر جواب را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنیم، برحسب kcal خواهد بود.</p> $Q = \frac{10368000}{1000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $Q = 10368 \text{ kcal}$ </div>
<p>تمرین ۴۹-۱: دیواره ی مسطح و یک لایه از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $0.67 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$ با دمای 120°C در یک سطح و 18°C در سطح مقابل آن موجود است. اگر ضخامت دیواره ۹۰ mm باشد، مطلوبست:</p> <p>الف) گرمای منتقل شده در زمان ۱۸۰ s از سطح 120 cm^2 برحسب کالری.</p> <p>ب) شیب حرارتی این دیواره برحسب درجه سانتی گراد بر سانتی متر.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۲۷-۱: دیواره ی مسطح و یک لایه از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ با دمای 115°C در یک سطح و 15°C در سطح مقابل آن موجود است. اگر ضخامت دیواره ۱۰ cm باشد مطلوبست:</p> <p>الف - گرمای منتقل شده در زمان ۲ دقیقه از سطح 100 cm^2 برحسب کالری</p> <p>ب - شیب حرارتی این دیواره برحسب درجه سانتی گراد بر سانتی متر.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده ها و خواسته ها را به صورت خلاصه نوشته می شود</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ cal}$ $= ? \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$ شیب حرارتی	$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$ $\theta_p = 115^{\circ}\text{C}$ $\theta_1 = 15^{\circ}\text{C}$ $d = 1 \text{ cm}$ $t = 2 \text{ min}$ $A = 100 \text{ cm}^2$

مرحله ۲) تبدیل واحد زمان از min به s

$$\begin{cases} t = 2 \text{ min} \\ t = 2 \times 60 \text{ s} \\ t = 120 \text{ s} \end{cases}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش هدایت

$$Q = \bar{k} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$Q = 1/4 \times 10^{-3} \frac{100 \times (115 - 15) \times 120}{10}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی:

$$Q = \frac{1/4 \times 10^{-3} \times 1000 \times 1000 \times 120}{10}$$

$$Q = \frac{16800}{10}$$

$Q = 1680 \text{ cal}$

مرحله ۶) نوشتن رابطه برای قسمت ب:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{115 - 15}{10}$$

	$\frac{1000}{10} = \text{شیب حرارتی}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\frac{1000^{\circ}\text{C}}{\text{cm}} = \text{شیب حرارتی}$ </div>														
<p>تمرین ۵۰-۱: دیوارهای مسطح از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $\frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}} = 0.57$ با دمای 1200°C در یک سطح و 120°C در سطح مقابل موجود است. اگر ضخامت دیواره 150 mm باشد مطلوبست:</p> <p>الف) گرمای منتقل شده در زمان 240 s از سطح 120 cm^2 برحسب کالری</p> <p>ب) هدایت حرارتی جداره (σ) برحسب $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$</p> <p>ج) مقاومت حرارتی (R) برحسب $\frac{\text{cm}^2 \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}{\text{cal}}$</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۲۸-۱: دیوارهای مسطح از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$ با دمای 1150°C در یک سطح و 150°C در سطح مقابل موجود است. اگر ضخامت دیواره 10 cm باشد مطلوبست:</p> <p>الف) گرمای منتقل شده در زمان 2 دقیقه از سطح 100 cm^2 برحسب کالری</p> <p>ب) هدایت حرارتی جداره (σ) برحسب $\frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$</p> <p>ج) مقاومت حرارتی (R) برحسب $\frac{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{w}$</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">داده‌ها</th><th style="width: 50%;">خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$\theta_p = 1150^{\circ}\text{C}$</td><td>$Q = ? \text{ cal}$</td></tr> <tr> <td>$\theta_1 = 150^{\circ}\text{C}$</td><td>$\sigma = ? \frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$</td></tr> <tr> <td>$d = 10 \text{ cm}$</td><td>$R = ? \frac{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{w}$</td></tr> <tr> <td>$t = 2 \text{ min}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$A = 100 \text{ cm}^2$</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.</p> <p>$t = 2 \text{ min}$</p> <p>$t = 2 \times 60 \text{ s}$</p> <p>$t = 120 \text{ s}$</p>	داده‌ها	خواسته‌ها	$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$		$\theta_p = 1150^{\circ}\text{C}$	$Q = ? \text{ cal}$	$\theta_1 = 150^{\circ}\text{C}$	$\sigma = ? \frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$	$d = 10 \text{ cm}$	$R = ? \frac{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{w}$	$t = 2 \text{ min}$		$A = 100 \text{ cm}^2$	
داده‌ها	خواسته‌ها														
$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$															
$\theta_p = 1150^{\circ}\text{C}$	$Q = ? \text{ cal}$														
$\theta_1 = 150^{\circ}\text{C}$	$\sigma = ? \frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$														
$d = 10 \text{ cm}$	$R = ? \frac{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{w}$														
$t = 2 \text{ min}$															
$A = 100 \text{ cm}^2$															

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به قسمت الف:

$$Q = \bar{k} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق

$$Q = 1/4 \times 10^{-3} \frac{100(1150 - 150) \times 120}{10}$$

$$Q = \frac{1/4 \times 10^{-3} \times 100 \times 1000 \times 120}{10}$$

$$Q = \frac{16800}{10}$$

$$Q = 1680 \text{ cal}$$

مرحله ۵) برای حل قسمت ب و ج، تبدیل واحد

دیگری خواهیم داشت. لذا واحد ضخامت دیواره از cm

به m و واحد \bar{k} از $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ به $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$

$$d = 10 \text{ cm}$$

$$d = 10 \times \frac{1}{100} \text{ m}$$

$$d = 0.1 \text{ m}$$

$$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$$

$$1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$$

$$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{4/2 \text{ J}}{\frac{1}{100} \text{ m} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$$

$$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \times 4200 \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$$

$$k = 5/88 \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$$

صورت و مخرج واحد را بر S تقسیم می کنیم

$$\bar{k} = 5/88 \frac{\frac{\text{J}}{\text{s}}}{\frac{\text{m} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{s}}}}$$

$$\bar{k} = 5 / 88 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ب:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

$$\sigma = \frac{5 / 88}{0 / 1}$$

$$\sigma = 58 / 8 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

مرحله ۷) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ج:

$$R = \frac{d}{\bar{k}}$$

$$R = \frac{0 / 1}{58 / 88}$$

$$R = 0 / 017 \frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$$

تمرین ۵۱-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی یک دیواره به ترتیب $120^\circ C$ و $115^\circ C$ است. اگر ضخامت دیواره 100 mm باشد درجه حرارت در عمق 0.07 m از سطح سرد این دیواره را تعیین کنید. حل (توسط هنجرو):

مثال ۲۹-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب $1225^\circ C$ و $125^\circ C$ است. اگر ضخامت دیواره 11 cm باشد درجه حرارت در عمق 5 cm از سطح سرد این دیواره را تعیین کنید. حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_p = 1225^\circ C$ $\theta_1 = 125^\circ C$ $d = 11 \text{ cm}$ $d' = 5 \text{ cm}$	$\theta' = ? \quad ^\circ C$

مرحله ۲) نوشتن رابطه شیب حرارتی

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

	<p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق.</p> $\text{شیب حرارتی} = \frac{1225 - 125}{11}$ $\text{شیب حرارتی} = \frac{1100}{11}$ $\text{شیب حرارتی} = 100 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$ <p>مرحله ۴) نوشتن رابطه شیب حرارتی در ضخامت d'، چون شیب حرارتی در هر نقطه دیواره ثابت است.</p> $\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta' - \theta_1}{d'}$ <p>* جای گذاری داده ها در رابطه</p> $\frac{100}{1} = \frac{\theta' - 125}{5}$ $(\theta' - 125) \times 1 = 5 \times 100$ <p>معلوم ها یک طرف تساوی قرار می گیرند</p> $\theta' - 125 = 500$ $\theta' = 500 + 125$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\theta' = 625^{\circ}\text{C}$ </div>
<p>تمرین ۵۲-۱: دیواره مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۰/۴۵ m از یک طرف در دمای ۱۳۰۰°C و از طرف دیگر در دمای ۱۸۰°C قرار دارد.</p> <p>الف) شیب حرارتی دیواره بر حسب درجه سانتی گراد بر سانتی متر</p> <p>ب) دما در فاصله ۱۲۰ mm از سطح گرم آن حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۳۰-۱: دیواره مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۳۰ cm از یک طرف در دمای ۱۴۰۰°C و از طرف دیگر در دمای ۲۰۰°C قرار دارد.</p> <p>الف) شیب حرارتی دیواره بر حسب درجه سانتی گراد بر سانتی متر</p> <p>ب) دما در فاصله ۱۰ سانتی متری از سطح گرم آن حل:</p> <p>مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه نوشته می شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta' = ? \text{ } ^\circ\text{C}$	$d = 30\text{ cm}$
$\frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}} = ?$ شیب حرارتی	$\theta_p = 1400\text{ }^\circ\text{C}$
	$\theta_1 = 200\text{ }^\circ\text{C}$
	$d' = 10\text{ cm}$

مرحله (۲) رابطه شیب حرارتی برای قسمت الف نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری داده‌ها

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1400 - 200}{30}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200}{30}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی} = 40 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}}$$

مرحله (۴) با توجه به این‌که شیب حرارتی در تمام نقاط دیواره ثابت است بنابراین در ضخامت 10 cm از رابطه شیب حرارتی استفاده می‌کنیم.

$$\text{شیب حرارتی در فاصله } 10\text{ cm} = \frac{\theta_p - \theta'}{d'}$$

مرحله (۵) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق

$$\frac{40}{1} = \frac{1400 - \theta'}{10} \quad \text{رابطه را طرفین و وسطین می‌کنیم}$$

$$(1400 - \theta') \times 1 = 40 \times 10$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$1400 - \theta' = 400$$

$$1400 - 400 = \theta'$$

$$\boxed{\theta' = 1000\text{ }^\circ\text{C}}$$

<p>تمرین ۵۳-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دولایه عبارتند از: $d_1 = 0.1m$ و $d_2 = 1/4m$ و و $A = 0.022m^2$ و $\theta_1 = 30^\circ C$ و $\theta_3 = 85^\circ C$ و $1cal = 4/2J$</p> <p>$k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</p> <p>$k_2 = 2/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</p> <p>با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:</p> <p>الف) ضریب هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</p> <p>ب) مقدار حرارت انتقال یافته در ۱۵ دقیقه برحسب کالری</p> <p>ج) شدت جریان حرارتی برحسب (W)</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۳۱-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دولایه عبارتند از: $d_1 = 8cm$ و $d_2 = 12cm$ و $A = 200cm^2$ و و $k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</p> <p>$k_2 = 2/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</p> <p>$1cal = 4/2J$ و $\theta_3 = 825^\circ C$ و $\theta_1 = 25^\circ C$</p> <p>با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:</p> <p>الف) ضریب هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</p> <p>ب) مقدار حرارت انتقال یافته در ۲۰ دقیقه برحسب کالری</p> <p>ج) شدت جریان حرارتی برحسب (W)</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحدها می‌نویسیم.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$K_{eq} = ? \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</td><td>$d_1 = 8cm$ $d_2 = 12cm$ $A = 200cm^2$ $\theta_1 = 25^\circ C$ $\theta_3 = 825^\circ C$ $t = 20min$</td></tr> <tr> <td>$Q = ? \quad cal$</td><td>$k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</td></tr> <tr> <td>$q = ? \quad w$</td><td>$k_2 = 2/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) تبدیل واحد زمان از دقیقه به ثانیه $t = 20min$</p>	خواسته‌ها	داده‌ها	$K_{eq} = ? \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$	$d_1 = 8cm$ $d_2 = 12cm$ $A = 200cm^2$ $\theta_1 = 25^\circ C$ $\theta_3 = 825^\circ C$ $t = 20min$	$Q = ? \quad cal$	$k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$	$q = ? \quad w$	$k_2 = 2/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$
خواسته‌ها	داده‌ها								
$K_{eq} = ? \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$	$d_1 = 8cm$ $d_2 = 12cm$ $A = 200cm^2$ $\theta_1 = 25^\circ C$ $\theta_3 = 825^\circ C$ $t = 20min$								
$Q = ? \quad cal$	$k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$								
$q = ? \quad w$	$k_2 = 2/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}C.s}$								

$$t = 20 \times 60 \text{ s}$$

$$t = 1200 \text{ s}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه K_{eq} برای دیواره مسطح
چندلایه برای قسمت الف

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_p}{k_p}}$$

$$d = d_1 + d_p \text{ داریم}$$

$$d = 8 + 12$$

$$d = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۴) در رابطه K_{eq} مقادیر داده‌ها را قرار
می‌دهیم

$$K_{eq} = \frac{20}{\frac{8}{1/6 \times 10^{-3}} + \frac{12}{2/4 \times 10^{-3}}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی رابطه:

$$K_{eq} = \frac{20}{5000 + 5000}$$

$$K_{eq} = \frac{20}{10000}$$

$$K_{eq} = 0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش
هدایت برای دیواره دولایه (قسمت ب)

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۷) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = 0.002 \frac{200(825 - 25) \times 1200}{20}$$

	$Q = \frac{0.002 \times 200 \times 800 \times 1200}{20}$ $Q = \frac{384000}{20}$ $Q = 19200 \text{ cal}$ <p>در اینجا کالری را به ژول تبدیل می‌کنیم</p> $1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$ $Q = 19200 \times 4/2$ $Q = 80640 \text{ J}$ <p>مرحله ۸) نوشتن رابطه شدت جریان حرارتی برای قسمت ج</p> $q = \frac{Q}{t}$ $Q = \frac{80640}{1200}$ $Q = 67/2 \text{ W}$
<p>تمرین ۵۴-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۲۵ cm از یک طرف در دمای 125°C و از طرف دیگر در دمای 225°C قرار دارد در صورتی که از هر مترمربع آن در هر دقیقه ۱۶۰ kJ گرما عبور کند مطلوبست:</p> <p>الف) ضریب هدایت حرارتی دیواره برحسب $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^{\circ}\text{C.s}}$ چقدر می‌شود</p> <p>ب) شیب حرارتی دیواره را برحسب $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$ حساب کنید.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۳۲-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۲۰ cm از یک طرف در دمای 120°C و از طرف دیگر در دمای 200°C قرار دارد در صورتی که از هر مترمربع آن در دقیقه ۴۲ کیلوکالری گرما عبور کند مطلوبست:</p> <p>الف) ضریب هدایت حرارتی دیواره برحسب $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^{\circ}\text{C.s}}$</p> <p>ب) شیب حرارتی دیواره برحسب $(\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}})$</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$K = ? \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$	$d = 20 \text{ cm}$ $\theta_r = 1200^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 200^\circ\text{C}$ $q_e = 42 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{min}}$
$=? \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$ شیب حرارتی	

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد q_e از $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{min}}$ به $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$ تبدیل می‌کنیم.

$$q_e = 42 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{min}}$$

$$q_e = 42 \frac{1000 \text{ cal}}{10000 \text{ cm}^2 \times 60 \text{ s}}$$

$$q_e = \frac{42 \times 1000}{10000 \times 60} \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

$$q_e = \frac{42}{600}$$

$$q_e = 0.07 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه q_e شدت جریان حرارتی مخصوص برای قسمت الف:

$$q_e = k \frac{(\theta_r - \theta_1)}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه

$$\frac{0.07}{1} = \frac{k(1200 - 200)}{20} \quad \text{محاسبات ریاضی:}$$

$$\frac{0.07}{1} = \frac{k \times 1000}{20}$$

رابطه را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$(k \times 1000) \times 1 = 0.07 \times 20$$

$$k \times 1000 = 1.4$$

طرفین رابطه را بر ضریب k تقسیم می‌کنیم

$$\frac{k \times 1000}{1000} = \frac{1/4}{1000}$$

$$k = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه شیب حرارتی برای قسمت ج

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 200}{20}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1000}{20}$$

$$\text{شیب حرارتی} = 50 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$$

تمرین ۵۵-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

$D_1 = 180 \text{ mm}$	$L = 1/5 \text{ m}$
$D_2 = 140 \text{ mm}$	$k_1 = 0/003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$
$D_3 = 110 \text{ cm}$	$K_{eq} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$
$\theta_1 = 110 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\theta_3 = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\pi = 3$	

الف) مقدار حرارت انتقال یافته در ۵/۰ ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری
ب) درجه حرارت در فصل مشترک دولایه برحسب درجه سانتی‌گراد.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۳۳-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

$D_1 = 150 \text{ cm}$	$K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$
$D_2 = 130 \text{ cm}$	$k_1 = 0/002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$
$D_3 = 100 \text{ cm}$	
$\theta_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\theta_3 = 1100 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\pi = 3$	
$L = 120 \text{ cm}$	

الف) مقدار حرارت انتقال یافته در ۶۰ دقیقه از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری
ب) درجه حرارت در فصل مشترک دولایه برحسب درجه سانتی‌گراد.

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ cal}$	$D_1 = 150 \text{ cm}$ $D_p = 130 \text{ cm}$ $D_s = 100 \text{ cm}$ $\theta_1 = 100^\circ \text{C}$ $\theta_s = 1100^\circ \text{C}$
$Q = ? \text{ kcal}$	$\pi = 3$ $L = 120 \text{ cm}$ $t = 60 \text{ min}$
$\theta_p = ?^\circ \text{C}$	$k_1 = 0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ $K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$t = 60 \text{ min}$$

$$t = 60 \times 60 \text{ s}$$

$$t = 3600 \text{ s}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش هدایت در دیواره استوانه‌ای دولایه برای قسمت الف.

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_s - \theta_1)$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times 3600 (1100 - 100)$$

$$Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times 3600 \times 1000$$

$$Q = 10368000 \text{ cal}$$

* برای تبدیل kcal به cal مقدار Q را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

$$Q = 10368000 \div 1000$$

$$Q = 10368 \text{ kcal}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه انتقال حرارت برای لایه ۱ و قرار دادن Q حساب شده.

$$Q = \frac{\pi k_l L t}{\frac{D_i - D_p}{D_i + D_p}} (\theta_p - \theta_i)$$

مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$10368000 = \frac{3 \times 0.002 \times 12 \times 3600}{\frac{150 - 130}{150 + 130}} (\theta_p - 100)$$

$$10368000 = \frac{2592(\theta_p - 100)}{\frac{20}{280}}$$

$$\frac{10368000}{1} = \frac{2592\theta_p - 2592 \times 100}{0.07}$$

عبارت فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$2592\theta_p - 259200 = 10368000 \times 0.07$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$2592\theta_p = 725760$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{2592\theta_p}{2592} = \frac{725760}{2592}$$

$$\theta_p = 280^\circ \text{C}$$

سیمای فصل دوم

انبساط و انقباض اجسام

۲-۱- انبساط خطی، سطحی و حجمی	۲- انبساط و انقباض اجسام
۲-۲- روابط انبساط خطی، سطحی و حجمی	
۲-۲-۱- انبساط ظاهری و حقیقی مایعات	
۲-۲-۲- تعیین انبساط سطوح سوراخ دار و حجم‌های توخالی	
۲-۳-۱- انقباض در حالت مذاب	
۲-۳-۲- انقباض در حالت جامد	
۲-۳-۳- تغییرات چگالی نسبت به انبساط و انقباض اجسام	
۲-۳-۲- انقباض اجسام در اثر کاهش درجه حرارت	
۲-۳-۱- انقباض در حالت مذاب	
۲-۳-۲- انقباض در حالت جامد	

انبساط و انقباض اجسام

تعریف انبساط : هنگامی که اجسام حرارت داده می‌شوند ابعاد و در نتیجه حجم آنها افزایش پیدا می‌کند، این افزایش در ابعاد و حجم اجسام را انبساط می‌گویند.

تعریف انقباض : هنگامی که اجسام تحت سرما یا برودت قرار می‌گیرند، ابعاد و در نتیجه حجم آنها کاهش پیدا می‌کند، این کاهش در ابعاد و حجم اجسام را انقباض می‌گویند.

مثال : اگر یک میله فلزی را از درجه حرارت محیط (25°C) حرارت دهیم، هرچه درجه حرارت افزایش می‌یابد، طول میله افزایش می‌یابد، برعکس اگر درجه حرارت میله مجدد تا درجه حرارت محیط کاهش داده شود، با کاهش درجه حرارت طول میله کوتاه‌تر می‌شود و به اندازه اولیه برمی‌گردد. البته این تغییر طول در انبساط و انقباض مقدار کمی می‌باشد.

مثال دیگر در هنگام سرد شدن مذاب در قالب می‌باشد، به این صورت که با کاهش درجه حرارت، مذاب منقبض شده تا درجه حرارت انجماد، همچنین در هنگام انجماد به علت تبدیل حالت مایع به جامد نیز مجدد انقباض حاصل شده که به انقباض حین انجماد معروف است. از طرف دیگر جامد ایجاد شده نیز با کاهش درجه حرارت تا رسیدن به درجه حرارت محیط (25°C) مجدد منقبض می‌شود. بنابراین در هنگام انجماد مذاب در قالب معمولاً سه نوع انقباض صورت می‌گیرد که این انقباض‌ها معمولاً عیوبی را در قطعه ریختگی ایجاد می‌کنند. بنابراین باید در کلیه مراحل ریخته‌گری، مدلسازی، تکنولوژی قالب و انجماد و همچنین اثرات درجه حرارت فوق ذوب، ترکیب آلیاژ و نحوه انجماد آن و میزان انقباض ایجاد شده در نظر گرفته شود تا بتوان قطعه‌ای با کم‌ترین عیوب به دست آورد، لذا لازم است جهت طراحی، ابتدا بتوان مقادیر انبساط و انقباض محاسبه نمود.

۱-۲- انبساط خطی، سطحی و حجمی :

اگر تمام نقاط یک جسم را به‌طور یکنواخت حرارت دهیم نه تنها طول آن افزایش می‌یابد بلکه سطوح مختلف و حجم آن نیز افزایش می‌یابد که در مورد تمام حالات ماده (جامد، مایع، گاز) به غیر از چند مورد استثناء این پدیده اتفاق می‌افتد، اما در مورد جامدات این افزایش در طول، سطح و حجم مقدار کمی می‌باشد و بستگی به ابعاد اولیه، جنس و میزان درجه حرارت آنها دارد. در مورد مایعات و گازها افزایش طول، سطح و حجم یا به عبارت دیگر انبساط خطی یا طولی، انبساط سطحی و انبساط حجمی بیشتر می‌باشد. علت اصلی این پدیده این است که در اثر افزایش درجه حرارت جسم، انرژی اتم‌ها و مولکول‌های جسم افزایش یافته و در نتیجه دامنه حرکت و ارتعاشات آنها زیاد می‌شود، که این افزایش دامنه حرکت و ارتعاشات نیاز به فضای بیشتری دارد و در نتیجه ابعاد جسم بزرگ‌تر شده و به عبارت دیگر منبسط می‌شود.

انبساط خطی متناسب با طول اولیه جسم (L_0) و درجه حرارت آن ($^{\circ}\text{C}$) می‌باشد، علاوه بر این دو عامل،

انبساط خطی به ضریب انبساط خطی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می باشد بستگی دارد. که به طور خلاصه ازدیاد واحد طول به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}\text{C}$ یا $^{\circ}\text{K}$) را ضریب انبساط خطی می نامند که آن را با α نشان می دهند.

به همین ترتیب انبساط سطحی جسم متناسب با سطح اولیه و درجه حرارت جسم می باشد. علاوه بر این دو عامل، انبساط سطحی به ضریب انبساط سطحی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی است بستگی دارد، که بنا به تعریف ازدیاد واحد سطح جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}\text{C}$ یا $^{\circ}\text{K}$) را ضریب انبساط سطحی می نامند که آن را با β نشان می دهند. به همین ترتیب انبساط حجمی متناسب با حجم اولیه و درجه حرارت جسم می باشد علاوه بر این دو عامل، انبساط حجمی به ضریب انبساط حجمی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می باشد، بستگی دارد و بنا به تعریف، ازدیاد حجم جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}\text{C}$ و $^{\circ}\text{K}$) را ضریب انبساط حجمی می گویند و آن را با γ نشان می دهند.

با توجه به این که این ضرایب متناسب با فاصله دمایی (از θ_1 تا θ_2) می باشند، معمولاً مقدار متوسط آنها را در آن فاصله دمایی در نظر می گیرند.

۲-۲- روابط انبساط خطی، سطحی و حجمی :

انبساط خطی : یک میله فلزی را در نظر می گیریم اگر فرض کنیم که در صفر درجه سانتی گراد، طول میله L_0 باشد، اگر میله را تا درجه حرارت θ حرارت دهیم، طول میله L خواهد بود در این صورت میزان انبساط خطی یا طولی میله برابر خواهد بود با $L - L_0$ که معمولاً آن را با ΔL نشان می دهند، که خواهیم داشت :

$$\Delta L = L - L_0$$

هرچقدر که طول اولیه یا L_0 بیشتر باشد، میزان انبساط نیز به همان اندازه بیشتر خواهد بود، بنابراین انبساط طولی میله متناسب با طول اولیه (L_0) خواهد بود به عبارت دیگر :

$$\Delta L \propto L$$

مثلاً اگر طول میله ۱cm باشد، انبساط طولی آن ۱mm خواهد شد. اما اگر طول میله ۱۰cm باشد انبساط طولی آن ۱۰mm خواهد شد.

از طرف دیگر هرچقدر درجه حرارت (θ) بیشتر باشد، میزان انبساط نیز بیشتر خواهد شد یعنی : $\Delta L \propto \theta$ به عنوان مثال اگر یک میله ۱۰cm را تا 100°C حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱mm خواهد شد. اما اگر آن را تا 1000°C حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱۰mm خواهد شد.

$$\Delta L \propto L_0 \theta$$

بنابراین با توجه به رابطه ۱ و ۲ می توان نوشت :

حال برای این که این تناسب را به تساوی تبدیل کنیم، نیاز به یک ضریب می باشد، که این ضریب را با α

نمایش می‌دهند، که قبلاً توضیح داده شد، در نتیجه میزان انبساط خطی برابر خواهد بود با :

$$\Delta L = \alpha L_0 \theta$$

از طرفی $\Delta L = L - L_0$ می‌باشد بنابراین خواهیم داشت :

$$L - L_0 = \alpha L_0 \theta$$

$$L = \alpha L_0 \theta + L_0$$

$$L = L_0 (1 + \alpha \theta)$$

این رابطه در صورتی قابل استفاده است که اندازه θ کوچک باشد که به این ترتیب تقریباً می‌توان ضریب انبساط خطی را ثابت در نظر گرفت، اما در درجه حرارت‌های بالا یا در فاصله‌های دمایی زیاد، ضریب انبساط خطی (α) ثابت نیست و متناسب با درجه حرارت تغییر می‌کند. مثلاً ضریب انبساط خطی آهن در (-200°C) برابر $\frac{1}{0.000016}^\circ\text{C}$ و در صفر درجه سانتی‌گراد حدود $\frac{1}{0.000012}^\circ\text{C}$ و در 600°C برابر $\frac{1}{0.000016}^\circ\text{C}$ می‌باشد. در این حالت بهتر است از ضریب انبساطی خطی متوسط ($\bar{\alpha}$) استفاده شود.

رابطه به‌دست آمده برای زمانی است که درجه حرارت اولیه صفر می‌باشد اما در حالت کلی زمانی که درجه حرارت جسم از θ_1 به θ_2 افزایش می‌یابد، طول میله نیز از $L_1 \rightarrow L_2$ تغییر می‌کند بنابراین رابطه به‌صورت زیر خواهد بود :

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\Delta L = L_1 \bar{\alpha} (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Delta L = L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 - L_1 = L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 = L_1 + L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 = L_1 (1 + \bar{\alpha} \Delta \theta)$$

در این رابطه :

$$L_1 = \text{طول اولیه میله در دمای } \theta_1$$

$$L_2 = \text{طول بعد از انبساط میله در درجه حرارت } \theta_2$$

$$L_1 \text{ و } L_2 : \text{ برحسب cm ، mm یا m می‌باشد}$$

$$\Delta \theta : \text{ برحسب } ^\circ\text{C} \text{ و } ^\circ\text{K}$$

$$\bar{\alpha} \text{ برحسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}} \text{ می‌باشد.}$$

جدول ۱-۲- ضریب انبساط خطی بعضی از اجسام در $^{\circ}\text{C}$:

جسم	$\frac{1}{\alpha} \text{ } ^{\circ}\text{C}$
آلومینیم	24×10^{-6}
برنج	18×10^{-6}
مس	17×10^{-6}
اینوار (آلیاژ آهن و نیکل)	0.9×10^{-6}
آهن و فولاد	12×10^{-6}
سرب	29×10^{-6}
شیشه معمولی (تقریبی)	10×10^{-6}
چینی	3×10^{-6}
شیشه کوارتز	0.7×10^{-6}
اینوار مخصوص (آلیاژ آهن، نیکل و کرم)	0.03×10^{-6}
تنگستن	4×10^{-6}
چوب (عمود بر الیاف)	30×10^{-6}
چوب (به موازات الیاف)	6×10^{-6}
روی	30×10^{-6}
گرافیت	7.9×10^{-6}
چدن	10.2×10^{-6}

تمرین ۱-۲: طول یک قطعه فلزی در 25°C برابر $1/5\text{m}$ می باشد افزایش طول آن را در دمای 35°C بر حسب mm به دست آورید. ضریب انبساط خطی فلز به طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{12 \times 10^{-6}} \text{ } ^{\circ}\text{C}$ است.

حل (توسط هنرجو) :

مثال ۱-۲: طول یک میله آهنی در $^{\circ}\text{C}$ برابر 100cm می باشد. افزایش طول آن را در دمای 25°C بر حسب mm به دست آورید. ضریب انبساط خطی آهن به طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{14 \times 10^{-6}} \text{ } ^{\circ}\text{C}$ است.

حل :

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه

با واحد مربوطه می‌نویسیم.

خواسته‌ها	داده‌ها
$L_p = ? \text{ cm}$	$\theta_1 = 0^\circ \text{C}$
$\Delta L = ? \text{ mm}$	$L_1 = 100^\circ \text{C}$
	$\theta_p = 250^\circ \text{C}$
	$\bar{\alpha} = 14 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$

مرحله (۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود.

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \text{ می‌دانیم.}$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$L_p = 100(1 + 14 \times 10^{-6}(250 - 0))$$

$$L_p = 100(1 + 14 \times 10^{-6} \times 250)$$

$$L_p = 100(1/0035)$$

$$L_p = 100/35 \text{ cm}$$

$$\Delta L = L_p - L_1$$

$$\Delta L = 100/35 - 100$$

$$\Delta L = 0/35 \text{ cm}$$

چون ΔL را برحسب mm خواسته است لذا تبدیل

واحد از cm به mm انجام می‌دهیم :

$$\Delta L = 0/35 \times 10 \text{ mm}$$

$$\Delta L = 3/5 \text{ mm}$$

تمرین ۲-۲: طول یک میله گرافیتی پس از رسیدن به 600°C برابر 13500 mm می باشد. طول اولیه میله در 120°C چقدر است. ضریب انبساط خطی میله در این فاصله دمایی برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6}$ می باشد.

حل (توسط هنجو):

مثال ۲-۲: طول یک میله مسی پس از رسیدن به 500°C برابر 250 cm می باشد، طول اولیه این میله در 100°C چقدر است، ضریب انبساط خطی مس در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6}$ می باشد.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می شود.

خواسته ها	داده ها
$L_1 = ? \text{ cm}$	$\theta_1 = 100^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = 500^{\circ}\text{C}$ $L_p = 250\text{ cm}$ $\alpha = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

مرحله (۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می شود

$$L_p = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

در این رابطه

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$L_p = L_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده ها

$$250 = L_1(1 + 20 \times 10^{-6}(500 - 100))$$

$$250 = L_1(1 + 20 \times 10^{-6} \times 400)$$

$$250 = L_1 \times 1.008$$

طرفین تساوی را بر ضریب L_1 تقسیم می کنیم

$$\frac{250}{1.008} = \frac{L_1 \times 1.008}{1.008}$$

$$L_1 = 248.02\text{ cm}$$

تمرین ۲-۳: قطر یک استوانه فلزی در 120°C برابر 18dm و در 650°C برابر 1850mm می‌باشد. ضریب انبساط خطی متوسط فلز را به دست آورید.
حل (توسط هنجو):

مثال ۲-۳: طول یک میله فلزی در 100°C برابر 1500mm و در 500°C برابر 155cm می‌باشد، ضریب انبساط خطی متوسط این میله فلزی را به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\alpha} = ?$	$\theta_1 = 100^{\circ}\text{C}$ $L_1 = 1500\text{mm}$ $\theta_p = 500^{\circ}\text{C}$ $L_p = 155\text{cm}$

مرحله (۲) تبدیل واحد طول از mm به cm تبدیل می‌شود.

$$L_1 = 1500\text{mm}$$

$$1\text{mm} = 0.1\text{cm}$$

داریم

$$L_1 = 1500 \times \frac{1}{10}\text{cm}$$

$$L_1 = 150\text{cm}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه :

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$155 = 150(1 + \bar{\alpha}(500 - 100))$$

$$155 = 150(1 + \bar{\alpha} \times 400)$$

عدد ۱۵۰ در عددهای داخل پرانتز ضرب می‌شود.

$$155 = 150 \times 1 + \bar{\alpha} \times 400 \times 150$$

$$155 = 150 + 60000\bar{\alpha}$$

	<p>معلوم‌ها یک طرف تساوی.</p> $155 - 150 = 6000 \alpha$ $5 = 6000 \alpha$ <p>طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود</p> $\frac{6000 \alpha}{6000} = \frac{5}{6000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\alpha = 8.33 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ </div>							
<p>تمرین ۴-۲: قطر یک بوش فلزی در 20°C $2/5\text{cm}$ و بعد از حرارت دادن به $25/5\text{mm}$ افزایش می‌یابد. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر $\frac{1}{50000} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ باشد، درجه حرارت نهایی بوش فلزی را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۴-۲: طول یک میله فلزی در صفر درجه سانتی‌گراد 2000mm و بعد از حرارت دادن به 2003mm افزایش می‌یابد. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر $\frac{1}{50000} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ باشد درجه حرارت نهایی میله فلزی را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">داده‌ها</th><th style="width: 50%;">خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$</td><td rowspan="4">$\theta_p = ?^{\circ}\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$L_1 = 2000\text{mm}$</td></tr> <tr> <td>$L_p = 2003\text{mm}$</td></tr> <tr> <td>$\alpha = 1/50000 \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :</p> $L_p = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$ $L_p = L_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$ <p>مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه :</p>	داده‌ها	خواسته‌ها	$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$	$\theta_p = ?^{\circ}\text{C}$	$L_1 = 2000\text{mm}$	$L_p = 2003\text{mm}$	$\alpha = 1/50000 \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
داده‌ها	خواسته‌ها							
$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$	$\theta_p = ?^{\circ}\text{C}$							
$L_1 = 2000\text{mm}$								
$L_p = 2003\text{mm}$								
$\alpha = 1/50000 \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$								

	$2003 = 2000(1 + 12/5 \times 10^{-6}(\theta_p - 0))$ $2003 = 2000(1 + 12/5 \times 10^{-6}\theta_p)$ $2003 = 2000 + 2000 \times 12/5 \times 10^{-6}\theta_p$ $2003 - 2000 = 0.025\theta_p$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول</p> $\frac{3}{0.025} = \frac{0.025\theta_p}{0.025}$ $\theta_p = \frac{3}{0.025}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\theta_p = 120^\circ\text{C}$ </div>							
<p>تمرین ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر ۶۵/۴mm درون یک بوش، لازم است میله را سرد کنیم، اگر قطر داخلی بوش ۶/۵cm باشد ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد، دمای لازم برای سرد کردن میله حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد (دمای محیط 25°C و ضریب انبساط خطی متوسط برابر $\frac{1}{12} \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد).</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر ۵۰/۴mm به درون یک بوش لازم است بوش را گرم کنیم. اگر قطر داخلی بوش ۵۰mm بوده و ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد. دمای لازم برای گرم کردن بوش حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد؟ (دمای محیط 25°C و $\bar{\alpha} = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$).</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">داده‌ها</th><th style="width: 50%;">خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$D_1 = 50\text{mm}$</td><td rowspan="4" style="text-align: center; vertical-align: middle;">$\theta_p = ? \quad ^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$D_p = 50/4\text{mm}$</td></tr> <tr> <td>$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$\bar{\alpha} = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$</td></tr> </tbody> </table>	داده‌ها	خواسته‌ها	$D_1 = 50\text{mm}$	$\theta_p = ? \quad ^\circ\text{C}$	$D_p = 50/4\text{mm}$	$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$	$\bar{\alpha} = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
داده‌ها	خواسته‌ها							
$D_1 = 50\text{mm}$	$\theta_p = ? \quad ^\circ\text{C}$							
$D_p = 50/4\text{mm}$								
$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$								
$\bar{\alpha} = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$								

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه</p> $D_p = D_1(1 + \alpha \Delta\theta)$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها</p> $50/4 = 50(1 + 10 \times 10^{-6} \times \Delta\theta)$ $50/4 = 50 \times 1 + 50 \times 10 \times 10^{-6} \times \Delta\theta$ $50/4 = 50 + 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ $50/4 - 50 = 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ $0/4 = 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول</p> $\frac{0/4}{5 \times 10^{-4}} = \frac{5 \times 10^{-4} \Delta\theta}{5 \times 10^{-4}}$ $\Delta\theta = 800^\circ\text{C}$ $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $800 = \theta_p - 25$ $800 + 25 = \theta_p$ $\theta_p = 825^\circ\text{C}$
	<p>تمرین ۶-۲: طول یک میله آلومینیمی در 5°C برابر 85cm است. افزایش طول آن برحسب mm در 155°C چقدر می شود، ضریب انبساط خطی آلومینیم به طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{5 \times 10^{-6}^\circ\text{C}}$ است</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۲-۷: طول یک میله مسی در 15°C برابر 115cm است، افزایش طول آن برحسب mm در 185°C حساب کنید، ضریب انبساط خطی میله مسی به‌طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{14 \times 10^{-6}}/^{\circ}\text{C}$ می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

* برای به دست آوردن میزان انبساط قطعات و اجسام می‌توان مقدار انبساط ابعاد مختلف آنها را به دست آورد سپس به کمک آنها می‌توان اندازه سطح و حجم انبساط یافته را به دست آورد. به طور مثال اگر یک جسم استوانه‌ای شکل داشته باشید می‌توانیم ابتدا میزان انبساط قطر و ارتفاع آن را به دست آوریم و سپس با استفاده از آنها سطح و حجم انبساط یافته را محاسبه نماییم. اما این کار زمان‌بر است و حجم محاسبات را افزایش می‌دهد. به همین منظور باید بتوانیم میزان انبساط سطحی و حجمی را مستقیماً به دست آوریم. برای این منظور روابطی مانند رابطه انبساط خطی برای محاسبه میزان انبساط سطح و حجم وجود دارد. در مورد انبساط سطحی رابطه

$$A = A_0(1 + \beta\theta)$$

به صورت زیر است :

که در آن :

A = میزان سطح انبساط یافته در درجه حرارت θ بر حسب مترمربع، سانتی‌مترمربع و میلی‌مترمربع

A_0 = میزان سطح اولیه در درجه حرارت صفر درجه سانتی‌گراد بر حسب مترمربع، سانتی‌مترمربع،

میلی‌مترمربع

$$\beta = \text{ضریب انبساط سطحی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

$$\theta = \text{درجه حرارت نهایی بر حسب } ^\circ\text{C} \text{ یا } ^\circ\text{K}$$

با توجه به تجربیات به دست آمده معمولاً ضریب انبساط سطحی (β) را دو برابر ضریب انبساط خطی (α) در

$$\beta = 2\alpha$$

نظر می‌گیرند یعنی

رابطه انبساط سطحی را می‌توان برای به دست آوردن، میزان انبساط سطحی ایجاد شده هنگامی که از درجه

حرارت θ_1 به θ_2 می‌رسیم به صورت زیر نوشت :

$$A_2 = A_1(1 + \bar{\beta}.\Delta\theta)$$

که در آن :

$$A_2 = \text{سطح انبساط یافته در درجه حرارت } \theta_2$$

$$A_1 = \text{سطح اولیه در درجه حرارت } \theta_1$$

$\bar{\beta}$ = ضریب انبساط سطحی متوسط در فاصله دمایی θ_1 و θ_2 (لازم به توضیح است که با تغییر

درجه حرارت میزان انبساط خطی و در نتیجه ضریب انبساط سطحی تغییر می‌کند بنابراین در یک

فاصله دمایی ضریب انبساط سطحی متوسط در نظر می‌گیرند).

* در مورد انبساط حجمی رابطه به صورت زیر است :

$$V = V_0(1 + \gamma\theta)$$

که در آن :

V = حجم انبساط یافته در درجه حرارت θ بر حسب مترمکعب، سانتی متر مکعب و میلی متر مکعب
 V_0 = حجم انبساط یافته در درجه حرارت صفر درجه سانتی گراد بر حسب مترمکعب، سانتی متر مکعب

و میلی متر مکعب

$$\gamma = \text{ضریب انبساط حجمی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

$$\theta = \text{درجه حرارت نهایی بر حسب } ^\circ\text{C} \text{ یا } ^\circ\text{K}$$

با توجه به تجربیات به دست آمده معمولاً ضریب انبساط حجمی (γ) را سه برابر ضریب انبساط خطی (α) در

نظر می گیرند یعنی

$$\gamma = 3\alpha$$

همچنین رابطه انبساط حجمی را می توان برای به دست آوردن میزان انبساط حجمی ایجاد شده هنگامی که از

درجه حرارت θ_1 به θ_2 می رسیم به صورت زیر نوشت :

$$V_2 = V_1(1 + \gamma\Delta\theta)$$

که در آن :

$$V_2 = \text{حجم انبساط یافته در درجه حرارت } \theta_2$$

$$V_1 = \text{حجم اولیه در درجه حرارت } \theta_1$$

$$\bar{\gamma} = \text{ضریب انبساط حجمی متوسط در فاصله دمایی } \theta_1 \text{ و } \theta_2$$

$$\Delta\theta = \text{اختلاف درجه حرارت بین } \theta_1 \text{ و } \theta_2$$

تمرین ۸-۲: یک ورق فلزی به مساحت 650 cm^2 در 35°C را تا 30°C حرارت داده ایم با فرض این که ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6}$ باشد، مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط بر حسب مترمربع به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۶-۲: یک ورق فلزی با مساحت 0.5 مترمربع در 25°C را تا 200°C حرارت داده ایم با فرض این که ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6}$ باشد مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط بر حسب سانتی متر مربع به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحد مربوطه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_p = ? \text{ cm}^2$	$A_1 = 0.05 \text{ m}^2$ $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $\theta_p = 200^\circ \text{C}$ $\bar{\alpha} = 28 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

در این رابطه

$$\begin{cases} \bar{\beta} = \bar{\alpha} \\ \Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \end{cases}$$

پس خواهیم داشت :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = 0.05(1 + 28 \times 10^{-6}(200 - 25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$A_p = 0.05(1 + 56 \times 10^{-6} \times 175)$$

$$A_p = 0.05(1 + 0.0098)$$

$$A_p = 0.05(1.0098)$$

$$A_p = 0.05049 \text{ m}^2$$

چون واحد را به cm^2 خواسته است لذا m^2 را به

cm^2 تبدیل می‌کنیم :

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_p = 0.05049 \times 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_p = 5049 \text{ cm}^2$$

تمرین ۹-۲: یک ورق فلزی به ابعاد $1 \times 1/5$ متر در درجه حرارت 35°C را تا 28°C حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب سانتی‌مترمربع پس از انبساط به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط $\frac{1}{18 \times 10^{-6}} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.

حل (توسط هنجو):

مثال ۷-۲: یک ورق فلزی به شکل مستطیل با طول و عرض 100 و 50 سانتی‌متر در درجه حرارت 25°C را تا 250°C حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب مترمربع پس از انبساط به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{15 \times 10^{-6}} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحد‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_p = ? \text{ m}^2$	$100 \text{ cm} = \text{طول ورق}$ $50 \text{ cm} = \text{عرض ورق}$ $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ $\theta_p = 250^\circ\text{C}$ $\bar{\alpha} = 15 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

مرحله (۲) به‌دست آوردن سطح اولیه :

عرض \times طول = A_1 مساحت مستطیل

$$A_1 = 100 \times 50$$

$$A_1 = 5000 \text{ cm}^2$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

همان‌طوری که قبلاً گفته شد می‌دانیم که :

$$\bar{\beta} = \bar{\alpha}$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

لذا خواهیم داشت :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$A_p = 5000(1 + 15 \times 10^{-6}(250 - 25))$$

	$A_p = 5000(1 + 30 \times 10^{-6} \times 225)$ $A_p = 5000(1 + 0.00675)$ $A_p = 5000(1.00675)$ $A_p = 5033.75 \text{ cm}^2$ <p>چون جواب را بر حسب m^2 خواسته لذا cm^2 را به m^2 تبدیل می‌کنیم.</p> $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$ $A_p = 5033.75 / 75 \times \left(\frac{1}{10000} \text{ m}^2 \right)$ $A_p = \frac{5033.75 / 75}{10000} \text{ m}^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $A_p = 0.00664 \text{ m}^2$ </div>							
<p>تمرین ۱۰-۲: یک ورق مسی به شکل دایره به قطر 120 cm در دمای 80°C را تا 600°C حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط بر حسب مترمربع، ضریب انبساط خطی متوسط $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 19 \times 10^{-6}$ و $\pi = 3.14$ می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۸-۲: یک ورق آلومینیمی به شکل دایره به شعاع 0.8 m در دمای 50°C را تا 500°C حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط بر حسب سانتی متر مربع، ضریب انبساط خطی متوسط $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 26 \times 10^{-6}$ و $\pi = 3$ می‌باشد.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th><th>خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$R = 0.8 \text{ m}$</td><td rowspan="4">$A_p = ? \text{ cm}^2$</td></tr> <tr> <td>$\theta_1 = 50^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$\theta_p = 500^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$\bar{\alpha} = 26 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) مساحت دایره را حساب می‌کنیم.</p> <p>مساحت دایره $= \pi \times (R)^2$</p>	داده‌ها	خواسته‌ها	$R = 0.8 \text{ m}$	$A_p = ? \text{ cm}^2$	$\theta_1 = 50^\circ\text{C}$	$\theta_p = 500^\circ\text{C}$	$\bar{\alpha} = 26 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
داده‌ها	خواسته‌ها							
$R = 0.8 \text{ m}$	$A_p = ? \text{ cm}^2$							
$\theta_1 = 50^\circ\text{C}$								
$\theta_p = 500^\circ\text{C}$								
$\bar{\alpha} = 26 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$								

	$A_1 = 3 \times (0.8)^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $A_1 = 1.92 \text{ m}$ </div> <p>مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :</p> $A_p = A_1(1 + \bar{\beta} \Delta \theta)$ <p>می دانیم که : $\bar{\beta} = 2\alpha$ و $\Delta \theta = \theta_p - \theta_1$ لذا خواهیم داشت :</p> $A_p = A_1(1 + 2\alpha(\theta_p - \theta_1))$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق</p> $A_p = 1.92(1 + 2 \times 26 \times 10^{-6}(500 - 50))$ <p>مرحله ۵) محاسبات ریاضی :</p> $A_p = 1.92(1 + 52 \times 10^{-6} \times 450)$ $A_p = 1.92(1 + 0.0234)$ $A_p = 1.92(1.0234)$ $A_p = 1.964928 \text{ m}^2$ <p>چون برحسب cm^2 خواسته شده، m^2 را به cm^2 تبدیل می کنیم</p> $A_p = 1.964928 \div 10000 \text{ cm}^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $A_p = 1.9649 / 28 \text{ cm}^2$ </div>
<p>تمرین ۱۱-۲: یک ورق فولادی را از 50°C تا 95°C حرارت داده ایم اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به 7000 cm^2 برسد مساحت اولیه ورق را در 50°C برحسب مترمربع حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی برابر $13 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ است.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۹-۲: یک ورق آلومینیم از 25°C تا 500°C حرارت داده می شود اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به 54 m^2 برسد مساحت اولیه ورق در 25°C برحسب سانتی متر مربع چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در این فاصله دمایی برابر $24 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ است.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_1 = ? \text{ cm}^2$	$\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $\theta_p = 50^\circ \text{C}$ $A_p = 0.54 \text{ m}^2$ $\bar{\alpha} = 24 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$

مرحله ۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود

$$\text{داریم: } \bar{\beta} = 2\bar{\alpha} \text{ و } \Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_p = A_1(1 + 2\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

محاسبات ریاضی:

$$0.54 = A_1(1 + 2 \times 24 \times 10^{-6} (50 - 25))$$

$$0.54 = A_1(1 + 48 \times 10^{-6} \times 475)$$

$$0.54 = A_1 \times 1.0228$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{0.54}{1.0228} = \frac{A_1 \times 1.0228}{1.0228}$$

$$A_1 = 0.528 \text{ m}^2$$

چون جواب را برحسب cm^2 خواسته است لذا m^2

را به cm^2 تبدیل می‌کنیم

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_1 = 0.528 \text{ m}^2$$

$$A_1 = 0.528 \times 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_1 = 5280 \text{ cm}^2$$

تمرین ۱۲-۲: سطح یک فلز در ۲۰°C و ۶۰۰°C به ترتیب $۰/۹\text{m}^2$ و $۰/۹۰۵\text{m}^2$ است. ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدود دمایی فوق حساب کنید.

حل (توسط هنجو):

مثال ۱۰-۲: سطح یک فلز در صفر درجه سانتی گراد و ۵۰۰°C به ترتیب ۵۸۰cm^2 و ۵۹۵cm^2 است، ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدوده دمای فوق حساب کنید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه

با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\alpha} = ?$	$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$
$\bar{\beta} = ?$	$\theta_p = 500^{\circ}\text{C}$
	$A_1 = 580\text{cm}^2$
	$A_p = 595\text{cm}^2$

مرحله (۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود.

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$595 = 580(1 + \bar{\beta}(500 - 0))$$

$$595 = 580(1 + 500\bar{\beta})$$

$$595 = 580 \times 1 + 580 \times 500\bar{\beta}$$

$$595 = 580 + 290000\bar{\beta}$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$595 - 580 = 290000\bar{\beta}$$

$$15 = 290000\bar{\beta}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند

$$\frac{15}{290000} = \frac{290000\bar{\beta}}{290000}$$

$$\bar{\beta} = 5/17 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

مرحله ۳) محاسبه مقدار α :

$$\bar{\beta} = 2\bar{\alpha}$$

$$5/17 \times 10^{-5} = 2 \times \bar{\alpha}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود

$$\frac{5/17 \times 10^{-5}}{2} = \frac{2 \times \bar{\alpha}}{2}$$

$$\bar{\alpha} = 2/586 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۱۳-۲: یک ورق عایق که در 15°C دارای ابعاد ۱۰۰ و ۱۲۰ سانتی‌متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به $1/2004\text{m}^2$ برسد مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} / 0.05$ می‌باشد.

حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۱-۲: یک ورق از ماده دیرگداز به شکل مستطیل که در 20°C دارای طول و عرض $0/6$ و $0/5$ متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به $0/33\text{m}^2$ برسد. مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} / 15$ باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 20^{\circ}\text{C}$ طول = $0/6\text{m}$ عرض = $0/5\text{m}$ $A_p = 0/33\text{m}^2$ $\bar{\alpha} = 15 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	$\theta_p = ?^{\circ}\text{C}$

مرحله ۲) نوشتن روابط مربوطه :

$$\begin{cases} A_1 = \text{عرض} \times \text{طول} \\ \bar{\beta} = 2\bar{\alpha} \end{cases}$$

	<p>$A_p = A_1(1 + \beta \Delta\theta)$</p> <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $A_1 = 0.6 \times 0.5 = 0.3 \text{ m}^2$ $\bar{\beta} = 2 \times 1.5 \times 10^{-6} = 30 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ <p>مرحله ۴) محاسبات ریاضی :</p> $0.33 = 0.3(1 + 30 \times 10^{-6} \times \Delta\theta)$ $0.33 = 0.3 \times 1 + 0.3 \times 30 \times 10^{-6} \times \Delta\theta$ $0.33 = 0.3 + 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ <p>معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند.</p> $0.33 - 0.3 = 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ $0.03 = 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ <p>طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند</p> $\frac{0.03}{9 \times 10^{-6}} = \frac{9 \times 10^{-6} \Delta\theta}{9 \times 10^{-6}}$ $\Delta\theta = 3333.3 / 3$ <p>مرحله ۵) به‌دست آوردن θ_p.</p> $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $3333.3 / 3 = \theta_p - 20$ $3333.3 / 3 + 20 = \theta_p$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\theta_p = 3353 / 3 ^\circ\text{C}$ </div>
<p>تمرین ۱۴-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای 25°C برابر 350 cm^3 است، حجم آن را در 250°C به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی برابر $1 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۱۲-۲: حجم یک قطعه چدنی در دمای 25°C برابر 450 cm^3 است، حجم آن را در 600°C به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی $9 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.</p>

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می‌شوند

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\gamma} = ? \quad \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	$\theta_1 = 25^{\circ}\text{C}$ $V_1 = 450^{\circ}\text{C}$
$V_p = ? \quad \text{cm}^3$	$\theta_p = 600^{\circ}\text{C}$
	$\bar{\alpha} = 9 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$\bar{\gamma} = \beta \bar{\alpha}$$

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها :

$$\Delta\theta = 600 - 25 = 575^{\circ}\text{C}$$

$$\bar{\gamma} = 3 \times 9 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

$$V_p = 450(1 + 3 \times 9 \times 10^{-6} \times 575)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی :

$$V_p = 450(1 + 0.0155)$$

$$V_p = 450 \times 1.0155$$

$$V_p = 456.975 \text{ cm}^3$$

تمرین ۱۵-۲: قطر یک کره فولادی در 30°C برابر $1/2\text{m}$ است. حجم آن را در 650°C به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط این فولاد در این فاصله دمایی برابر $12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ می‌باشد. حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۳-۲: شعاع یک کره فولادی در 25°C ، 5.0cm است حجم آن در 700°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی $1/25 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ می‌باشد. حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه

با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_1 = ? \text{ cm}^3$	$\theta_1 = ۲۵^\circ\text{C}$ $r = ۵۰\text{cm}$
$V_p = ? \text{ cm}^3$	$\theta_p = ۷۰^\circ\text{C}$
	$\bar{\alpha} = ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۵} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

مرحله (۲) محاسبه حجم کره :

$$\text{حجم کره } V_1 = \frac{۴}{۳} \pi r^3$$

$$V_1 = \frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴ \times (۵۰)^3$$

$$V_1 = \frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴ \times ۵۰ \times ۵۰ \times ۵۰$$

$$V_1 = \frac{۱۵۷۰۰۰۰}{۳}$$

$$V_1 = ۵۲۳۳۳۳/۳ \text{ cm}^3$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma} \Delta\theta)$$

اگر $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ و $\bar{\gamma} = ۳\bar{\alpha}$ باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + ۳\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_p = ۵۲۳۳۳۳/۳(1 + ۳ \times ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۵}(۷۰۰ - ۲۵))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$V_p = ۵۲۳۳۳۳/۳(1 + ۳/۷۵ \times ۱۰^{-۵} \times ۶۷۵)$$

$$V_p = ۵۲۳۳۳۳/۳(۱/۰۲۵)$$

$$V_p = ۵۳۶۴۱۶/۶۳ \text{ cm}^3$$

تمرین ۱۶-۲: یک قطعه آلومینیمی از 25°C تا 45°C حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن $7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ شود. حجم قطعه را در 25°C برحسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید، ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times 26$ می‌باشد.
حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۴-۲: یک قطعه مسی از 20°C تا 400°C حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن 900 cm^3 شود. حجم قطعه در 20°C برحسب مترمکعب چقدر برده است. ضریب انبساط خطی متوسط مس در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times 16$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_1 = ? \text{ m}^3$	$\theta_1 = 20^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = 400^{\circ}\text{C}$ $V_p = 900 \text{ cm}^3$ $\bar{\alpha} = 16 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ و $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$ باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + 3\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$900 = V_1(1 + 3 \times 16 \times 10^{-6} (400 - 20))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$900 = V_1(1 + 48 \times 10^{-6} \times 380)$$

$$900 = V_1(1 + 0.018)$$

$$900 = V_1 \times 1.018$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{900}{1.018} = \frac{V_1 \times 1.018}{1.018}$$

	$V_1 = 884 / 0.9 \text{ cm}^3$ <p>مرحله ۵) تبدیل واحد. چون جواب را بر حسب m^3 خواسته لذا cm^3 را به m^3 تبدیل می‌کنیم</p> $1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$ <p>طرفین تساوی بر ۱۰۰۰۰۰۰ تقسیم می‌کنیم</p> $\frac{1}{1000000} \text{ m}^3 = \frac{1000000}{1000000} \text{ cm}^3$ $1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ m}^3$ $V_1 = 884 / 0.9 \text{ cm}^3$ $V_1 = 884 / 0.9 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^3$ $V_1 = 0.00088409 \text{ m}^3$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $V_1 = 8.8409 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ </div>										
<p>تمرین ۱۷-۲: حجم یک قطعه در درجه حرارت‌های 35°C و 40°C به ترتیب 8 m^3 و 804 m^3 می‌باشد ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۱۵-۲: حجم یک قطعه فلزی در درجه حرارت‌های 25°C و 40°C به ترتیب 7 m^3 و 73 m^3 می‌باشد، مطلوب است تعیین ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">خواسته‌ها</th><th style="width: 50%;">داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\bar{\gamma} = ?$</td><td>$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$\bar{\alpha} = ?$</td><td>$\theta_2 = 40^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$V_1 = 7 \text{ m}^3$</td></tr> <tr> <td></td><td>$V_2 = 73 \text{ m}^3$</td></tr> </tbody> </table>	خواسته‌ها	داده‌ها	$\bar{\gamma} = ?$	$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$	$\bar{\alpha} = ?$	$\theta_2 = 40^\circ\text{C}$		$V_1 = 7 \text{ m}^3$		$V_2 = 73 \text{ m}^3$
خواسته‌ها	داده‌ها										
$\bar{\gamma} = ?$	$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$										
$\bar{\alpha} = ?$	$\theta_2 = 40^\circ\text{C}$										
	$V_1 = 7 \text{ m}^3$										
	$V_2 = 73 \text{ m}^3$										

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$$V_p = V_i(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر $\Delta\theta = (\theta_p - \theta_i)$ باشد داریم :

$$V_p = V_i(1 + \bar{\gamma}(\theta_p - \theta_i))$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$0/73 = 0/7(1 + \bar{\gamma}(400 - 25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$0/73 = 0/7(1 + \bar{\gamma} \times 375)$$

$$0/73 = 0/7 + 0/7 \times 375 \times \bar{\gamma}$$

$$0/73 = 0/7 + 262/5 \bar{\gamma}$$

اگر عددی از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی

برده شود علامت آن تغییر می‌کند

$$0/73 - 0/7 = 262/5 \bar{\gamma}$$

$$0/03 = 262/5 \bar{\gamma}$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{0/03}{262/5} = \frac{262/5 \bar{\gamma}}{262/5}$$

$$\boxed{\bar{\gamma} = 1/14 \times 10^{-4} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}}$$

مرحله ۵) محاسبه ضریب انبساط حرارتی خطی

متوسط

$$\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$$

$$1/14 \times 10^{-4} = 3\bar{\alpha}$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1/14 \times 10^{-4}}{3} = \frac{3\bar{\alpha}}{3}$$

$$\boxed{\bar{\alpha} = 3/8 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}}$$

تمرین ۱۸-۲: حجم یک استوانه فولادی در دمای 25°C برابر $6/5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ می‌باشد. پس از حرارت دادن حجم آن به 66 cm^3 می‌رسد. درجه حرارت قطعه را پس از حرارت دادن به دست آورید. ضریب انبساط خطی فولاد برابر $\frac{1}{12} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می‌باشد.

حل (توسط هنجو):

مثال ۱۶-۲: حجم یک استوانه برنجی در دمای 30°C برابر با 75 cm^3 می‌باشد، پس از حرارت دادن حجم آن به 762 cm^3 می‌رسد. مطلوب است درجه حرارت قطعه پس از حرارت دادن. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر $\frac{1}{17} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدهای مربوطه نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\gamma = ? \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	$\theta_1 = 30^{\circ}\text{C}$
$\theta_p = ? \text{ }^{\circ}\text{C}$	$V_1 = 75 \text{ cm}^3$
	$V_p = 762 \text{ cm}^3$
	$\bar{\alpha} = \frac{1}{17} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$ باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + 3\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$762 = 75(1 + 3 \times \frac{1}{17} \times 10^{-6} \Delta\theta)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$762 = 75 + 75 \times 3 \times \frac{1}{17} \times 10^{-6} \Delta\theta$$

$$762 = 75 + 0/038 \Delta\theta$$

عددهای معلوم در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$762 - 75 = 0/038 \Delta\theta$$

$$12 = 0/038 \Delta\theta$$

	<p>طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود</p> $\frac{12}{0.038} = \frac{0.038 \Delta\theta}{0.038}$ $\Delta\theta = 315/79^{\circ}\text{C}$ <p>مرحله ۵) محاسبه θ_p:</p> $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $315/79 = \theta_p - 30$ $315/79 + 30 = \theta_p$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\theta_p = 345/79^{\circ}\text{C}$ </div>
	<p>تمرین ۱۹-۲: حجم یک گلوله فولادی در 10°C برابر $283/5\text{cm}^3$ است. حجم آن در 482°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی فولاد در این فاصله دمایی به‌طور متوسط $\frac{1}{10^6} \times 12$ می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۲۰-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل که طول و عرض آن در 30°C به ترتیب $0/3$ و $0/5$ متر است تا 135°C گرم می‌کنیم سطح ورق را بعد از انبساط برحسب cm^2 حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط آهن در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times 14/5$ می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
--	--

۲-۲-۱- انبساط ظاهری و حقیقی مایعات :

در صورتی که یک مقدار معین مایع یا مذاب که درون یک ظرف قرار دارد حرارت داده شود، علاوه بر مایع، ظرف حاوی مایع نیز منبسط می‌شود. در این حالت انبساط حجمی مایع به علت انبساط ظرف حاوی مایع کمتر از انبساط حقیقی مایع به نظر می‌رسد که به آن انبساط ظاهری مایع می‌گویند. بنابراین در محاسبات باید دقت شود که انبساط ظاهری مایعات در اثر حرارت دادن کمتر از انبساط حقیقی آنها است. به همین منظور برای به دست آوردن میزان انبساط واقعی مایعات باید انبساط ظاهری مایع را با انبساط ظرف جمع نمود، یا به عبارت دیگر :

$$\gamma_L = \gamma + \gamma_{\beta}$$

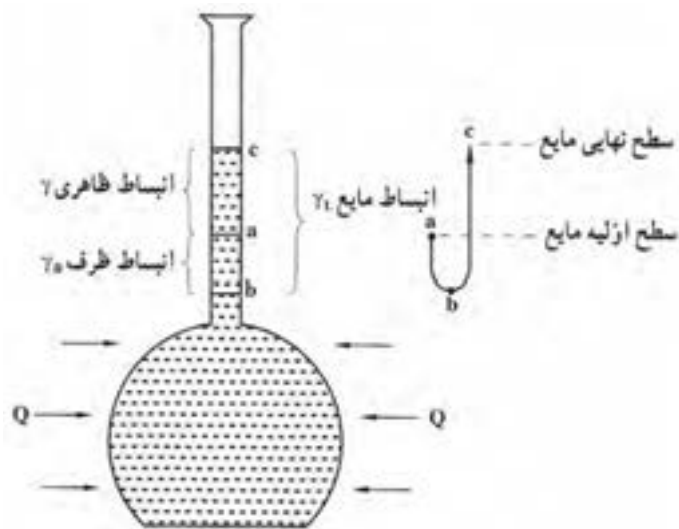
که در آن :

γ_L : انبساط حقیقی مایع

γ : میزان انبساط ظاهری مایع

γ_{β} : میزان انبساط حجمی ظرف

این موضوع در شکل ۲-۱ نشان داده شده است.



شکل ۱-۲- تعیین انبساط حقیقی مایع

۲-۳- انقباض اجسام در اثر کاهش درجه حرارت :

اجسام همان‌طور که در اثر حرارت دادن انبساط پیدامی‌کنند و ابعادشان بزرگ‌تر می‌شود. هنگامی که سرد می‌شوند و حرارت خود را از دست می‌دهند ابعاد، سطوح و حجم آنها کاهش می‌یابد که این کاهش ابعاد، سطوح و حجم آنها در اثر کاهش درجه حرارت را انقباض می‌نامند. به‌طور مثال هنگامی که مذاب فلز در قالب ریخته‌گری می‌شود پس از گذشت زمان و از دست دادن درجه حرارت به تدریج کاهش حجم پیدا کرده و منقبض می‌شود که این مسأله با پایین رفتن سطح مذاب از راهگاه کاملاً مشهود است.

براساس تجربیات گذشته و آزمایشات صورت گرفته میزان انقباض در اثر کاهش حرارت برابر با میزان انبساط در اثر حرارت دادن است. بنابراین تمام روابطی که برای انبساط طولی، سطحی و حجمی اجسام ذکر شده است، در مورد انقباض اجسام نیز صادق است. به عنوان مثال در مورد انقباض خطی رابطه به‌صورت زیر است :

$$L_p = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

که در آن :

L_p : طول جسم منقبض شده در درجه حرارت θ_p

L_1 : طول جسم اولیه (قبل از انقباض) در درجه حرارت θ_1

α : ضریب انبساط خطی

θ_p : درجه حرارت نهایی

θ_1 : درجه حرارت اولیه

که $\theta_p < \theta_1$ است.

به همین ترتیب رابطه برای انقباض سطحی و حجمی به ترتیب به صورت زیر است :

$$A_p = A_1(1 + \beta \Delta\theta)$$

$$V_p = V_1(1 + \gamma \Delta\theta)$$

که در آنها $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ و $\theta_p < \theta_1$ می باشد.

همان طوری که در مثال ذکر شد ریخته گری فلزات و آلیاژها به علت کاهش درجه حرارت مذاب در قالب، انقباض در حالت مذاب از درجه حرارت مذاب تا رسیدن به درجه حرارت انجماد، انقباض حین انجماد در درجه حرارت انجماد و انقباض بعد از انجماد در حالت جامد تا رسیدن به درجه حرارت محیط در قطعه اتفاق می افتد، که اهمیت زیادی دارد.

۱-۳-۲- انقباض در حالت مذاب :

مذاب برای ریخته گری در قالب معمولاً تا 100°C الی 200°C بالاتر از نقطه ذوب حرارت داده می شود، سپس به داخل قالب ریخته می شود. این درجه حرارت فوق ذوب یا فوق گداز نام دارد. هنگامی که مذاب به داخل قالب ریخته می شود با گذشت زمان، درجه حرارت تا رسیدن به نقطه انجماد فلز کاهش می یابد که در اثر آن حجم مذاب کاهش می یابد که آن را انقباض در حالت مذاب می نامند، که برای جبران این انقباض، کافی است که مقداری مذاب به داخل قالب اضافه شود که مقدار این انقباض از رابطه زیر به دست می آید.

$$\Delta V = V_m \cdot \bar{\gamma} (\theta_p - \theta_m)$$

که در آن :

ΔV : انقباض حجمی مذاب برحسب cm^3

V_m : حجم محفظه قالب برحسب cm^3

$\bar{\gamma}$: ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه ذوب برحسب $\frac{1}{^\circ\text{C}}$

θ_p : درجه حرارت ریختن مذاب (فوق ذوب) برحسب $^\circ\text{C}$

θ_m : درجه حرارت انجماد برحسب $^\circ\text{C}$

<p>مثال ۱۷-۲: یک میله آهنی به طول 100 cm در درجه حرارت 800°C را با هوای سرد خنک می کنیم. مطلوب است طول نهایی این میله آهنی در درجه حرارت 25°C. ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با $\frac{1}{11/5 \times 10^{-6} ^\circ\text{C}}$</p>	<p>تمرین ۲۱-۲: یک قطعه مسی به طول $1/2\text{ m}$ در درجه حرارت 600°C را با هوای سرد خنک می کنیم. مطلوب است طول نهایی این قطعه مسی در درجه حرارت 0°C، ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با $\frac{1}{18 \times 10^{-6} ^\circ\text{C}}$</p>
--	---

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$L_p = ? \text{ cm}$	$L_1 = 100 \text{ cm}$ $\theta_1 = 80^\circ \text{ C}$ $\theta_p = 25^\circ \text{ C}$ $\bar{\alpha} = 11/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$L_p = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

می‌دانیم که $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$

$$L_p = L_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$L_p = 100(1 + 11/5 \times 10^{-6}(25 - 80))$$

$$L_p = 100(1 + 11/5 \times 10^{-6}(-75))$$

$$L_p = 100(1 + (-8/9 \times 10^{-3}))$$

$$L_p = 100(0.99)$$

$$L_p = 99 \text{ cm}$$

حل (توسط هنجو):

تمرین ۲۲-۲: یک ورق برنجی به ابعاد 1×0.85 متر در دمای 300°C را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت 20°C . ضریب انبساط خطی متوسط برنج $\frac{1}{9} \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$ می‌باشد.
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۸-۲: یک ورق آلومینیومی مستطیل شکل به طول و عرض 80 cm و 40 cm در دمای 450°C را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت 30°C . ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیوم $\frac{1}{22} \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\beta} = ? \quad \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	طول = ۸۰cm
$A_1 = ? \quad \text{cm}^2$	عرض = ۴۰cm
$A_p = ? \quad \text{cm}^2$	$\theta_1 = ۴۵^{\circ}\text{C}$
	$\theta_p = ۳۰^{\circ}\text{C}$
	$\bar{\alpha} = ۲۲ \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه :

می‌دانیم که :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$\begin{cases} A_1 = \text{عرض} \times \text{طول} \\ A_1 = ۸۰ \times ۴۰ \\ A_1 = ۳۲۰۰\text{cm}^2 \\ \bar{\beta} = ۲\bar{\alpha} \\ \Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \end{cases}$$

$$A_p = A_1(1 + ۲\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = ۳۲۰۰ \times (1 + ۲ \times ۲۲ \times 10^{-6} (۳۰ - ۴۵))$$

$$A_p = ۳۲۰۰ \times (1 + ۴۴ \times 10^{-6} \times (-۱۵))$$

$$A_p = ۳۲۰۰ \times (1 + (-۰/۰۱۸))$$

$$A_p = ۳۲۰۰ \times ۰/۹۸۲$$

$$A_p = ۳۱۴۲/۴\text{cm}^2$$

تمرین ۲۳-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای 50°C برابر 105 cm^3 است، حجم قطعه در 20°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط شیشه برابر $\frac{1}{10^6} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}$ است.

حل (توسط هنجو):

مثال ۱۹-۲: حجم یک قطعه برنجی در 50°C برابر 105 cm^3 است حجم قطعه در 20°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر $\frac{1}{10^6} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}$ است.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_1 = 105\text{ cm}^3$ $\theta_1 = 50^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = 20^{\circ}\text{C}$ $\bar{\alpha} = 17 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	$V_p = ? \text{ cm}^3$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

با توجه به این که $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ و $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$ داریم :

$$V_p = V_1(1 + 3\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_p = 105(1 + 3 \times 17 \times 10^{-6}(20 - 50))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$V_p = 105(1 + 51 \times 10^{-6}(-30))$$

$$V_p = 105(1 - 0.00153)$$

$$V_p = 105 \times 0.99847$$

$$V_p = 98\text{ cm}^3$$

تمرین ۲۰-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه چدن ۴۵۰cm^3 است. در صورتی که دمای مذاب چدن در هنگام ریختن ۱۶۰۰°C و نقطه ذوب ۱۴۵۰°C باشد. انقباض حجمی مذاب را برحسب مترمکعب حساب کنید. ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-5} \times ۴۵$ می‌باشد.

حل (توسط هنجو):

مثال ۲۰-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه آلومینیومی ۵۰۰cm^3 است. در صورتی که دمای مذاب آلومینیم در هنگام ریختن ۷۲۰°C و نقطه ذوب آلومینیم ۶۶۰°C باشد. انقباض حجمی مذاب را برحسب سانتی مترمکعب حساب کنید. ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times ۹۰$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با واحدهای خواسته شده نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_m = ۵۰۰\text{cm}^3$ $\theta_p = ۷۲۰^\circ\text{C}$ $\theta_m = ۶۶۰^\circ\text{C}$ $\bar{\gamma} = ۹۰ \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$\Delta V = ? \text{ cm}^3$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$\Delta V = V_m \cdot \bar{\gamma} (\theta_p - \theta_m)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق

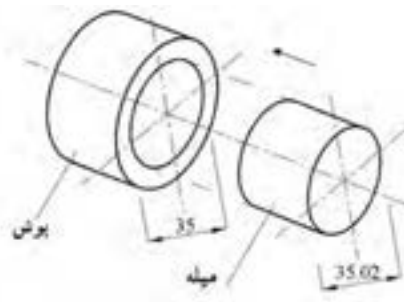
$$\Delta V = ۵۰۰ \times ۹۰ \times 10^{-6} (۷۲۰ - ۶۶۰)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$\Delta V = ۵۰۰ \times ۹۰ \times 10^{-6} \times ۶۰$$

$$\Delta V = ۲ / ۷\text{cm}^3$$

تمرین ۲۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به درون یک بوش مطابق شکل زیر لازم است که آن را سرد کنیم. اگر ضریب انبساط خطی این فولاد به طور متوسط $\frac{1}{10^6} \times 14$ و درجه حرارت محیط 30°C باشد دمای میله چند درجه سانتی گراد خواهد بود.
حل (توسط هنرجو):



شکل ۲-۲- نحوه جا زدن میله درون یک بوش بر اثر برودت و سرما

انقباض حین انجماد (خمیری):

پس از این که مذاب به درجه حرارت انجماد رسید مذاب شروع به انجماد می کند. در حین انجماد نیز حجم مذاب و جامد به وجود آمده کاهش یافته و مجدداً منقبض می شود. این انقباض و کاهش حجم اگر جبران نشود قطعه معیوب خواهد شد. برای این منظور معمولاً این انقباض و کاهش حجم را با طراحی صحیح سیستم های تغذیه گذاری جبران می کنند تا از ایجاد عیوب انقباض در حین انجماد مذاب در محفظه قالب جلوگیری کند. انقباض یا انبساط در طول مدت انجماد یا ذوب در منطقه جامد و مایع به شکل ساختمانی و ماهیت مایع و جامد بستگی دارد. معمولاً فلزات و آلیاژها در این منطقه ۲ تا ۸ درصد حجمی انقباض یا انبساط پیدا می کنند. بعضی فلزات و آلیاژها در جریان انجماد از منطقه جامد و مایع به جای انقباض، منبسط می شوند. بیسموت و آنتیموان و بعضی از آلیاژها نظیر چدن های خاکستری و انواع چدن با گرافیت کروی در حین انجماد منبسط می شوند. با شروع انجماد و هنگامی که ذرات جامد و مذاب با هم در حال تعادل هستند نمی توان مذاب اضافی را وارد

قالب نمود زیرا کاهش و کمبودهای حجم در این منطقه در تمام قطعه پراکنده می‌شوند، اما در یک نقطه متمرکز نمی‌شوند.

۲-۳-۲- انقباض در حالت جامد :

پس از آن که مذاب به‌طور کامل منجمد شد، تا رسیدن فلز به درجه حرارت محیط، حجم قطعه کاهش می‌یابد، این کاهش حجم را انقباض در حالت جامد می‌نامند. انقباض در حالت جامد را با بزرگ‌تر در نظر گرفتن مدل، می‌توان جبران نمود. برای این منظور طراح و مدلساز اضافه مجاز انقباض را در مدل منظور می‌نماید. این اضافه مجاز که به‌صورت درصد بیان می‌شود به ابعاد مدل افزوده می‌شود تا پس از انقباض قطعه در حالت جامد به اندازه مورد نظر برسد.

درصد اضافه مجاز انقباض در ریخته‌گری به عوامل زیر بستگی دارد :

- جنس و نوع آلیاژ

- ابعاد و اندازه مدل

- نوع و جنس قالب

فلزات مختلف دارای نقاط ذوب و ضریب انبساط منحصربه‌فردی می‌باشند و نقاط ذوب و ضریب انبساط خطی یکسانی دارند. معمولاً عناصر آلیاژی موجود در آلیاژها سبب تغییر در نقاط ذوب (معمولاً به‌صورت کاهش) و تغییر ضریب انبساط حرارتی فلز اصلی می‌شوند. در نتیجه این عوامل سبب تغییر در مقدار انقباض در حالت جامد شده بنابراین مقدار اضافه مجاز انقباض نیز تغییر خواهد کرد.

ابعاد مدل نیز در مقدار اضافه مجاز مؤثر است. هرچه قدر که طول قطعه بیشتر باشد مقدار اضافه مجاز انقباض کمتری نسبت به قطعات با طول کمتر، برای آنها در نظر می‌گیرند. علت این است که در قطعات با طول بیشتر مقداری از انقباض ایجاد شده در حالت جامد در ریز ساختار قطعه (یا دانه‌های آن) مستهلک می‌شود. جنس قالب، نوع انجماد و سرعت انجماد نیز در مقدار انقباض قطعه مؤثر می‌باشد، علت این مسأله به نوع ریز ساختار فلز (دانه‌بندی) آن بر می‌گردد. به عنوان مثال ضریب انبساط یا انقباض خطی قطعاتی که در قالب‌های فلزی ریخته‌گری می‌شوند نسبت به قطعاتی که در قالب‌های ماسه‌ای ریخته‌گری می‌شوند، متفاوت است، علت این است که قطعات ریختگی در قالب‌های فلزی دارای دانه‌های ریزتر و در جهات مشخص می‌باشند، اما قطعات ریختگی در قالب‌های ماسه‌ای دارای دانه‌های درشت‌تر و بدون جهت می‌باشند.

در نقطه انجماد (یا ذوب)، تغییرات (افزایش یا کاهش) مقدار حرارت باعث تغییر نوع اتصال اتم‌ها می‌شود و سبب تبدیل جامد به مذاب و برعکس می‌شود. در این حالت انبساط یا انقباض حجمی با درجه حرارت رابطه ساده (یا خطی) نداشته و به تبدیلات ساختاری فلز ارتباط می‌یابد. معمولاً بیشتر عناصر و ترکیبات در مراحل مختلف

سرد شده، کاهش حجم یا انقباض پیدا می‌کنند. در مورد فلزات یا آلیاژها میزان تغییرات حجمی از حالت مذاب به جامد برابر با مجموع انقباض‌های منطقه مایع، فاصله انجماد (خمیری) و حالت جامد است.

در مورد مذاب چدن خاکستری هنگامی که سرد می‌شود تا درجه حرارت انجماد، انقباض در آن اتفاق می‌افتد. در فاصله انجماد (خمیری) چدن خاکستری برخلاف دیگر فلزات است که انقباض پیدا می‌کنند، انبساط می‌یابد که علت آن در حقیقت به آزاد شدن کربن و رسوب آن به صورت گرافیت ارتباط دارد، این پدیده سبب می‌شود که انقباضی که در حین انجماد در چدن خاکستری به وجود می‌آید، جبران شده و حتی مقداری انبساط نیز در آن حاصل شود. اما پس از این که چدن خاکستری جامد شد، با سرد شدن تا درجه حرارت محیط منقبض می‌شود. برای به دست آوردن درصد اضافه مجاز انقباض خطی یک جسم جامد در فاصله حرارتی نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط بر حسب ضریب انبساط خطی متوسط از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

که در آن :

$\%s$: اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) بر حسب درصد

$\bar{\alpha}$: ضریب انبساط خطی متوسط فلز جامد در فاصله دمایی θ_m (نقطه ذوب) تا θ_i (درجه حرارت

محیط برابر 25°C) است.

با توجه به رابطه فوق درصد انقباض خطی (تئوری) ($\%s$) مشخص می‌شود. همچنین با معلوم بودن ابعاد قطعه ریختگی (مطابق نقشه قطعه طراحی شده) می‌توان ابعاد مدل (یا قالب) را با استفاده از رابطه زیر به دست آورد.

$$\alpha_m = \alpha_c \left(1 + \frac{\%s}{100} \right)$$

که در آن :

α_c : اندازه قطعه ریختگی بر حسب cm

α_m : اندازه مدل (یا قالب) بر حسب cm

$\%s$: اضافه مجاز انقباض تئوری (خطی) بر حسب درصد

در جدول زیر درصد اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) برای بعضی از فلزات و آلیاژهای ریختگی نشان داده شده است.

جدول ۲-۲- درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (تئوری)

آلیاژ	درصد انقباض	آلیاژ	درصد انقباض
چدن‌های خاکستری	۰/۶-۱/۳	آلیاژهای آلومینیم و سیلیسیم	۱/۳-۱/۶
چدن‌های سفید (مالی بل)	۲	آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	۱/۲
فولادهای ساده کربنی	۱/۵-۲	آلومینیم برنزا	۲-۲/۵
فولاد کرم دار	۲	برنچ‌ها و برنزا	۱/۳-۱/۶
فولادهای منگنزدار	۲/۵	آلیاژهای سرب و آنتیموان	۱/۵-۲/۵
روی و آلیاژهای روی	۲/۶	آلیاژهای قلع	۱/۵-۲

تمرین ۲-۲۶: ضریب انبساط خطی مس به‌طور متوسط از درجه حرارت ۲۵°C تا نقطه ذوب ۱۰۵۶°C برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times ۱۷$ می‌باشد.
 الف) درصد اضافه مجاز انقباض را به‌دست آورید
 ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی ۱۱۰۰mm باشد را به‌دست آورید.
 حل (توسط هنجرو):

مثال ۲-۲۱: ضریب انبساط خطی آلومینیم به‌طور متوسط از درجه حرارت ۲۰°C تا نقطه ذوب ۶۶۰°C برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times ۲۸$ می‌باشد مطلوب است محاسبه :
 الف) درصد اضافه مجاز انقباض
 ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی ۱۰۰cm باشد
 حل:
 مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_i = ۲۰^{\circ}\text{C}$	
$\theta_m = ۶۶۰^{\circ}\text{C}$	
$\alpha_m = ?$	$\bar{\alpha} = ۲۸ \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
$\%s = ?$	$\alpha_c = ۱۰۰\text{cm}$

مرحله ۲) رابطه‌های مربوط به حل مسأله نوشته می‌شود

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times ۱۰۰$$

	<p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول</p> $\%S = 28 \times 10^{-6} (660 - 20) \times 100$ <p>مرحله ۴) محاسبات ریاضی</p> $\%S = 28 \times 10^{-6} \times 640 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\%S = \%1/79$ </div> <p>مرحله ۵) رابطه مربوطه نوشته می شود</p> $a_m = a_c \left(1 + \frac{\%S}{100}\right)$ $a_m = 100 \left(1 + \frac{1/79}{100}\right)$ $a_m = 100 \times 1/0179$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $a_m = 101/79$ </div>										
<p>تمرین ۲۷-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از روی به طور متوسط از درجه حرارت 15°C تا نقطه ذوب آن 420°C برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times 30$ می باشد.</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض آن را حساب کنید.</p> <p>ب) اندازه قطر مدل در صورتی که قطر قطعه ریختگی $0/85\text{m}$ باشد را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۲۲-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از چدن به طور متوسط از درجه حرارت 25°C تا نقطه ذوب آن 1450°C برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times 14$ می باشد. مطلوب است محاسبه و تعیین :</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی 50cm است.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می شود</p> <table border="1" data-bbox="874 1557 1281 1870"> <thead> <tr> <th>داده ها</th><th>خواسته ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\theta_i = 25^{\circ}\text{C}$</td><td>$\%S = ?$</td></tr> <tr> <td>$\theta_m = 1450^{\circ}\text{C}$</td><td>$a_m = ?$</td></tr> <tr> <td>$\bar{\alpha} = 14 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$a_c = 50\text{cm}$</td><td></td></tr> </tbody> </table>	داده ها	خواسته ها	$\theta_i = 25^{\circ}\text{C}$	$\%S = ?$	$\theta_m = 1450^{\circ}\text{C}$	$a_m = ?$	$\bar{\alpha} = 14 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$		$a_c = 50\text{cm}$	
داده ها	خواسته ها										
$\theta_i = 25^{\circ}\text{C}$	$\%S = ?$										
$\theta_m = 1450^{\circ}\text{C}$	$a_m = ?$										
$\bar{\alpha} = 14 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$											
$a_c = 50\text{cm}$											

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه :</p> $\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$ $\%s = 14 \times 10^{-6} (1450 - 25) \times 100$ <p>مرحله ۳) محاسبات ریاضی :</p> $\%s = 14 \times 10^{-6} \times 1425 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\%s = 1/995$ </div> <p>مرحله ۴) نوشتن رابطه دیگری</p> $a_m = a_c \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$ $a_m = 50 \left(1 + \frac{1/995}{100}\right)$ $a_m = 50 \times 1/0.199$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $a_m = 50/995$ </div>
	<p>تمرین ۲۸-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ مس به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط 25°C تا نقطه ذوب 1030°C برابر است با $\frac{1}{19} \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی ۷۵cm باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۲۹-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به طور متوسط از درجه حرارت 35°C تا نقطه ذوب 958°C برابر است با $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times 20$ مطلوبست محاسبه :</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض</p> <p>ب) اندازه طول مدل، در صورتی که طول قطعه ریختگی ۸۵cm باشد</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
	<p>تمرین ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژ برنج (۶۵٪ مس و ۳۵٪ روی) از 40°C تا 925°C برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-6} \times 16$ است مطلوب است محاسبه و تعیین درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل و همچنین اندازه طول مدل، در صورتی که طول قطعه ریختگی ۷۵cm باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۳۱-۲: قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد $۱۰ \times ۶۰ \times ۲۰$ سانتی‌متر از جنس آلیاژی از آلومینیم با ضریب انبساط خطی $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$ را می‌خواهیم ریخته‌گری کنیم، اگر نقطه ذوب آلیاژ $۶۳۰^{\circ}C$ و دمای محیط $۲۷^{\circ}C$ باشد مطلوبست :</p> <p>الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض</p> <p>ب) محاسبه ابعاد مدل این قطعه</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
	<p>انقباض تئوری که در قسمت قبل نحوه محاسبه آن ارائه گردید معمولاً با توجه به مواردی با انقباض عملی متفاوت است. این موارد بستگی به نحوه سرد شدن مذاب، نوع انجماد، سرعت انجماد و درجه حرارت شروع انجماد، نوع قالب، ابعاد قالب، تنش تسلیم قالب، پیچیده یا ساده بودن قالب می‌باشند که باعث ایجاد اختلافاتی بین انقباض عملی و تئوری می‌شوند. بنابراین برای به‌دست آوردن انقباض عملی لازم است که درصد انقباض تئوری در یک ضریب (k) که به عوامل ذکر شده بستگی دارد، ضرب شود. به عبارت دیگر خواهیم داشت :</p> $\%s_{pr} = k \times \%s$ <p>که در آن :</p> <p>$\%s_{pr}$: انقباض عملی برحسب درصد</p> <p>$\%s$: انقباض تئوری برحسب درصد</p> <p>k : ضریبی است که بستگی به عوامل ذکر شده دارد و معمولاً برای قالب‌های ماسه‌ای کوچک‌تر از یک می‌باشد.</p> <p>همان‌طوری که از جدول مشاهده می‌شود هرچه قدر که ابعاد قطعه ریختگی بزرگ‌تر و جرم قطعه بیشتر باشد، درصد انقباض آن کوچک‌تر خواهد بود.</p>

جدول ۳-۲- درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (عملی)

آلیاژ	اندازه قطعه ریختگی	جرم قطعه ریختگی kg	انقباض خطی %
چدن	کوچک	تا ۱۰۰	۰/۷۵-۱
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۰/۵-۱
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۰/۵-۰/۷۵
فولاد ساده کربنی	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۵-۲/۲
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱/۵-۲
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۱/۴-۱/۸
آلیاژهای مس	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۵-۱/۸
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱-۱/۵
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۰/۷۵-۱
آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	کوچک	تا ۱۰۰	۱-۱/۲
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۰/۷۵-۱
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۰/۵-۱

۳-۳-۲- تغییرات چگالی نسبت به انبساط و انقباض اجسام :

با توجه به مطالب ذکر شده افزایش دما باعث انبساط حجمی اجسام می‌گردد به عبارت دیگر حجم اجسام افزایش می‌یابد. اما تغییر دما سبب تغییر جرم جسم نمی‌شود. مقدار جرم حجمی اجسام نسبت مستقیم با جرم و نسبت عکس با حجم اجسام دارد. با افزایش درجه حرارت، جرم تغییر نمی‌کند اما حجم افزایش می‌یابد با توجه به این که جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد، بنابراین افزایش حجم سبب کاهش جرم حجمی خواهد شد. براساس مطالب ذکر شده می‌توان رابطه ای به دست آورد که در محاسبات فنی کاربرد دارد و به صورت زیر می‌باشد:

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta) \quad \text{رابطه انبساط حجمی}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{جرم : } m$$

حجم : V

$$\frac{\rho_1}{1} = \frac{m_1}{V_1} \quad \text{طرفین و وسطین انجام می‌دهیم}$$

$$\rho_1 \times V_1 = m_1 \times 1 \quad \text{طرفین تساوی را بر } \rho_1 \text{ تقسیم می‌کنیم}$$

$$\frac{\rho_1 V_1}{\rho_1} = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$$

به همین ترتیب خواهیم داشت :

با توجه به این که جرم جسم ثابت است یعنی $m_1 = m_2 = m$ لذا خواهیم داشت :

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} \text{ و } V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

که در آن :

m : جرم قطعه

V_1 : حجم قطعه قبل از انبساط

ρ_1 : جرم حجمی قطعه قبل از انبساط

V_2 : حجم قطعه بعد از انبساط

ρ_2 : جرم حجمی قطعه بعد از انبساط

با توجه به این که بعد از انبساط، حجم قطعه افزایش می یابد، بنابراین جرم حجمی قطعه کاهش می یابد. چون جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد لذا جرم حجمی قبل از انبساط (ρ_1) بزرگ تر از جرم حجمی بعد از انبساط

(ρ_2) می باشد یعنی $\rho_1 > \rho_2$

با جای گذاری مقادیر V_1 و V_2 در رابطه انبساط حجمی خواهیم داشت :

$$V_2 = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را بر m تقسیم می کنیم

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را عکس می کنیم

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)}$$

با توجه به این که ضریب $\bar{\gamma}$ مقدار بسیار کوچکی است می توان کسر $\frac{1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)}$ را با یک تقریب برابر با $(1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$ قرار داد، بنابراین خواهیم داشت :

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)} \right) \approx \rho_1 (1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\rho_p = \rho_1(1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

که در آن :

$$\begin{aligned} \rho_p &: \text{جرم حجمی جسم بعد از انبساط حرارتی بر حسب } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ یا } \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \rho_1 &: \text{جرم حجمی جسم قبل از انبساط حرارتی بر حسب } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ یا } \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \bar{\gamma} &: \text{ضریب انبساط حجمی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \\ \Delta\theta &: \text{تغییرات درجه حرارت بر حسب } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

براساس روابط ذکر شده می‌توان رابطه دیگری به‌دست آورد که به کمک آن می‌توان درصد کاهش حجم جسم را نسبت به چگالی آن در درجه حرارت‌های θ_1 و θ_p تعیین نمود.

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_1}\right) \times 100$$

تمرین ۲-۳۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ آلومینیم مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 25$ و نقطه ذوب آن 620°C باشد مطلوبست محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب در صورتی که چگالی آن در 45°C برابر $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 3100$ باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل را به‌دست آورید.

حل (توسط هنجرو):

مثال ۲-۲۳: یک قطعه ریختگی از آلیاژ برنج مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 20$ و نقطه ذوب آن 910°C باشد مطلوب است : محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب در صورتی که چگالی آن در 25°C برابر $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 6/7$ باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل (یا قالب) را به‌دست آورید.

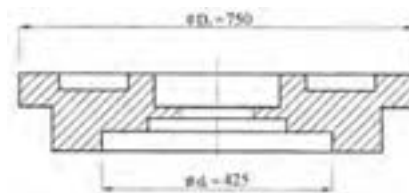
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\rho_p = ?$	$\bar{\alpha} = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
$\frac{\Delta V}{V_1} = ?$	$\theta_i = 25^\circ\text{C}$
	$\theta_m = 910^\circ\text{C}$
	$\rho_1 = 6/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوط به حل مسأله</p> $\rho_r = \rho_1(1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$ <p>مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول محاسبات ریاضی</p> $\rho_r = 6 / 7(1 - 20 \times 10^{-6} \times (910 - 25))$ $\rho_r = 6 / 7(1 - 20 \times 10^{-6} \times 885)$ $\rho_r = 6 / 7(1 - 0.0177)$ $\rho_r = 6 / 7 \times 0.9823$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\rho_r = 6 / 57 \text{ g/cm}^3$ </div> <p>مرحله ۴) فرمول مربوطه نوشته می‌شود</p> $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \left(1 - \frac{\rho_r}{\rho_1}\right) \times 100$ $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \left(1 - \frac{6 / 57}{6 / 7}\right) \times 100$ $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = (1 - 0.9823) \times 100$ $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 0.0177 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 1.77\%$ </div>
	<p>تمرین ۲-۳۳: یک قطعه ریختگی از آلیاژ سیلومین مطابق نقشه زیر مورد نیاز است. در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط $\frac{1}{20} \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ و نقطه ذوب آن 670°C باشد مطلوب است :</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت 22°C</p>

ب) تعیین ابعاد مدل این قطعه برحسب mm
 ج) محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب
 در صورتی که چگالی آن در ۲۲°C برابر $۳/۲۵ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد و همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به
 حجم مدل را به دست آورید.



شکل ۵-۲- تعیین ابعاد مدل یک قطعه ریختگی

تمرین ۳۴-۲: ارتفاع یک استوانه فلزی در ۲۵°C برابر ۲۵۰۰ mm و در ۱۲۰°C برابر $۲/۵۱\text{ m}$ می‌باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به دست آورید.
حل (توسط هنجو):

مثال ۲۴-۲: طول یک میله فلزی در صفر درجه سانتی‌گراد ۲۰۰۰ mm و در ۱۰۰°C برابر ۲۰۰۳ mm می‌باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\alpha} = ? \quad \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$ $L_1 = 2000\text{ mm}$ $\theta_p = 100^{\circ}\text{C}$ $L_p = 2003\text{ mm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه‌های مرتبط :

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \quad \text{می دانیم}$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$2003 = 2000(1 + \bar{\alpha}(100 - 0))$$

$$2003 = 2000(1 + 100\bar{\alpha})$$

$$2003 = 2000 + 2000 \times 100\bar{\alpha}$$

$$2003 = 2000 + 200000\bar{\alpha}$$

عددهای معلوم در یک تساوی قرار می‌گیرند

$$2003 - 2000 = 200000\bar{\alpha}$$

$$3 = 200000\bar{\alpha}$$

طرفین را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{3}{200000} = \frac{200000\bar{\alpha}}{200000}$$

$$\bar{\alpha} = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۲-۳۵: حجم یک مکعب فولادی در 15°C برابر $2/5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ می باشد حجم آن را در 450°C حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ می باشد.

حل (توسط هنجو):

مثال ۲-۲۵: حجم یک گلوله فولادی در 0°C برابر 200 cm^3 می باشد حجم آن را در 400°C حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ می باشد.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها را به طور خلاصه و همراه با واحدها می نویسیم

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$ $V_1 = 200 \text{ cm}^3$ $\theta_p = 400^{\circ}\text{C}$ $\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	$V_p = ? \text{ cm}^3$

مرحله (۲) رابطه مرتبط با حل مسأله نوشته می شود

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

می دانیم $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ و $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$ خواهیم داشت:

$$V_p = 200(1 + 3 \times 12/5 \times 10^{-6} (400 - 0))$$

مرحله (۳) محاسبات ریاضی

$$V_p = 200(1 + 37/5 \times 10^{-6} \times 400)$$

$$V_p = 200(1 + 0/015)$$

$$V_p = 200 \times 1/015$$

$$V_p = 203 \text{ cm}^3$$

تمرین ۳۶-۲: یک ورق آلومینیومی که طول و عرض آن در 35°C به ترتیب 90cm و 65cm می‌باشد تا 145°C گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب m^2 حساب کنید ($\bar{\alpha} = 23 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$)
حل (توسط هنجرو):

مثال ۲۶-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل را که طول و عرض آن در 25°C به ترتیب 0.8m و 0.4m می‌باشد تا 125°C گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب cm^2 حساب کنید،
 $\bar{\alpha} = 12 / 5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه

می‌نویسیم

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_p = ? \text{ cm}^2$	$0.8\text{m} = \text{طول ورق}$ $0.4\text{m} = \text{عرض ورق}$ $\theta_p = 125^{\circ}\text{C}$ $\bar{\alpha} = 12 / 5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ $\theta_1 = 25^{\circ}\text{C}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

می‌دانیم که $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$

$$A_1 = 0.4 \times 0.8 = 0.32\text{m}^2 \quad \text{مساحت مستطیل}$$

قبل از انبساط

$$A_p = 0.32(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = 0.32(1 + 12 \times 10^{-6} \times (125 - 25))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$A_p = 0.32(1 + 12 \times 10^{-6} \times 100)$$

$$A_p = 0.32(1 + 12 / 5 \times 10^{-3})$$

	$A_p = 0 / 32(1 / 0025)$ $A_p = 0 / 3208m^2$ <p>چون جواب را برحسب cm^2 خواسته است لذا m^2 را به cm^2 تبدیل می‌کنیم</p> $1m^2 = 10000cm^2$ $A_p = 0 / 3208m^2$ $A_p = 0 / 3208 \times (10000cm^2)$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $A_p = 3208cm^2$ </div>							
<p>تمرین ۳۷-۲: طول یک قطعه فلزی در $15^\circ C$ برابر $15dm$ و در $120^\circ C$ برابر $15/03dm$ می‌باشد.</p> <p>الف) تغییر طول این قطعه را در این فاصله دمایی مشخص کنید (برحسب mm)</p> <p>ب) ضریب انبساط خطی متوسط این قطعه را به‌دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲۷-۲: طول یک میله فلزی در $0^\circ C$ برابر $1000mm$ و در $100^\circ C$ برابر $1001/5$ می‌باشد</p> <p>الف) تغییر طول این میله را در این فاصله دمایی مشخص کنید.</p> <p>ب) ضریب انبساط خطی متوسط ($\bar{\alpha}$) این فلز را به‌دست آورید.</p> <p>حل:</p> <p>داده‌ها و خواسته مسأله را به‌صورت خلاصه می‌نویسیم</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th><th>خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\theta_1 = 0^\circ C$</td><td rowspan="4"> $\Delta L = ?$ $\bar{\alpha} = ?$ </td></tr> <tr> <td>$L_1 = 1000mm$</td></tr> <tr> <td>$\theta_p = 100^\circ C$</td></tr> <tr> <td>$L_p = 1001/5$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله</p> $L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$	داده‌ها	خواسته‌ها	$\theta_1 = 0^\circ C$	$\Delta L = ?$ $\bar{\alpha} = ?$	$L_1 = 1000mm$	$\theta_p = 100^\circ C$	$L_p = 1001/5$
داده‌ها	خواسته‌ها							
$\theta_1 = 0^\circ C$	$\Delta L = ?$ $\bar{\alpha} = ?$							
$L_1 = 1000mm$								
$\theta_p = 100^\circ C$								
$L_p = 1001/5$								

	$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول</p> $1001/5 = 1000(1 + \bar{\alpha}(100 - 0))$ $1001/5 = 1000(1 + 100\bar{\alpha})$ $1001/5 = 1000 + 100000\bar{\alpha}$ $1001/5 - 1000 = 100000\bar{\alpha}$ $1/5 = 100000\bar{\alpha}$ <p>طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم</p> $\frac{1/5}{100000} = \frac{100000\bar{\alpha}}{100000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\bar{\alpha} = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ </div> $\Delta L = L_p - L_1$ $\Delta L = 1001/5 - 1000$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\Delta L = 1/5 \text{ mm}$ </div>
<p>تمرین ۳۸-۲: ارتفاع یک مخروط مسی در 10°C برابر $3/5 \text{ m}$ است. اختلاف ارتفاع آن را در دماهای 50°C و 20°C به دست آورید. $\alpha = 18 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲۸-۲: قطر یک میله فولادی در 0°C برابر 25 mm است. اختلاف قطر آن را در دماهای 30°C و 40°C به دست آورید. $\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ فولاد</p> <p>حل:</p> <p>(۱) داده ها و خواسته ها را به طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می شود</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$D_p = ?$ mm قطر میله در -30°C	$\theta_1 = 0$ $D_1 = 25$
$D_s = ?$ mm قطر میله در 40°C	$\theta_p = -30$ $\theta_s = 40^\circ\text{C}$
$D_s - D_p = ?$ $\Delta D = ?$	$\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

نکته: در این مسأله باید یک بار قطر میله را با استفاده از رابطه انبساط حرارتی خطی در -30°C به دست آورید و یک بار نیز قطر میله را در 40°C به دست آورید، سپس برای به دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل این دو را حساب می‌کنیم.

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه D_p :

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta_1)$$

می‌دانیم که $\Delta\theta_1 = \theta_p - \theta_1$ لذا خواهیم داشت :

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6}(-30 - 0))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6}(-30))$$

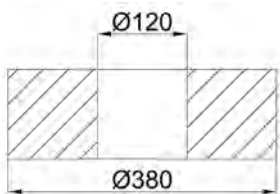
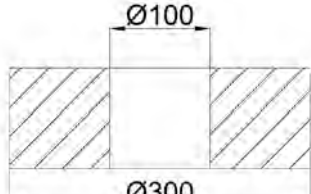
$$D_p = 25(1 + (-3/75 \times 10^{-4}))$$

$$D_p = 25 \times 0.9996$$

$D_p = 24.99 \text{ mm}$

مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه D_s :

$$D_s = D_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta_p)$$

	<p>می دانیم که $\Delta\theta_p = \theta_s - \theta_1$ لذا خواهیم داشت :</p> $D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_s - \theta_1))$ <p>مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق</p> $D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6}(40 - 0))$ <p>مرحله ۷) محاسبات ریاضی</p> $D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6} \times 40)$ $D_p = 25(1 + 0/0005)$ $D_p = 25 \times 1/0005$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $D_p = 25/0125mm$ </div> <p>حال برای به دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل D_p و D_s را به دست می آوریم.</p> $\Delta D = D_s - D_p$ $\Delta D = 25/0125 - 24/991$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\Delta D = 0/0215mm$ </div>
<p>تمرین ۳۹-۲: یک قطعه از جنس فولاد مطابق شکل زیر مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی آن برابر $\frac{1}{C} = 14 \times 10^{-6}$ و نقطه ذوب فولاد $1650^\circ C$ باشد مطلوب است :</p> <p>الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت $20^\circ C$</p> <p>ب) تعیین قطر داخلی و خارجی</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">شکل ۷-۲</p>	<p>مثال ۲۹-۲: یک قطعه از جنس آلومینیم مطابق شکل زیر مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی آن برابر $\frac{1}{C} = 24 \times 10^{-6}$ باشد و نقطه ذوب آلومینیم $659^\circ C$ باشد مطلوب است :</p> <p>الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط ($29^\circ C$)</p> <p>ب) تعیین قطر داخلی و خارجی</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">شکل ۶-۲</p>

حل (توسط هنجرو):

حل:

(۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
%s = ?	$\bar{\alpha} = 24 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
$d_p = ?$ قطر داخلی	$\theta_m = 659^{\circ}\text{C}$
مدل	$\theta_i = 29^{\circ}\text{C}$
$D_p = ?$ قطر خارجی	قطر داخلی $d_i = 100\text{mm}$
مدل	قطر خارجی $D_i = 300\text{mm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه درصد انقباض:

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%s = 24 \times 10^{-6} (659 - 29) \times 100$$

مرحله (۴) محاسبه ریاضی:

$$\%s = 24 \times 10^{-6} \times 630 \times 100$$

$$\%s = 1.512$$

مرحله (۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه قطر داخلی مدل (d_p):

$$d_p = d_i \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$$

مرحله (۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$d_p = 100 \left(1 + \frac{1.512}{100}\right)$$

مرحله (۷) محاسبات ریاضی

$$d_p = 100 (1 + 0.01512)$$

	<p>$d_p = 100 \times 1 / 0.1512$</p> <p>قطر داخلی $d_p = 101 / 0.1512 \text{ mm}$</p> <p>مرحله ۸) نوشتن رابطه برای محاسبه قطر خارجی مدل (D_p) :</p> $D_p = D_i \left(1 + \frac{\%S}{100}\right)$ <p>مرحله ۹) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق</p> $D_p = 300 \left(1 + \frac{1/0.1512}{100}\right)$ <p>مرحله ۱۰) محاسبات ریاضی</p> $D_p = 300 (1 + 0.00658)$ $D_p = 300 \times 1.00658$ <p>قطر خارجی $D_p = 301.97 \text{ mm}$</p>										
<p>تمرین ۴۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ روی از 35°C تا درجه حرارت ذوب آن 380°C برابر $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6}$ می باشد مطلوبست :</p> <p>الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این آلیاژ</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه 25 dm باشد</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ برنج از 25°C دمای محیط تا درجه حرارت ذوب برنج 925°C برابر $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6}$ می باشد مطلوبست :</p> <p>الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این برنج</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه 20 cm باشد.</p> <p>حل:</p> <p>۱) داده ها و خواسته ها به صورت خلاصه و همراه با واحدها نوشته می شود</p> <table border="1" data-bbox="790 1545 1367 1872"> <thead> <tr> <th>خواسته ها</th><th>داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\%S = ?$</td><td>$\theta_i = 25^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td>$L_p = ?$ طول مدل</td><td>$\theta_m = 925^\circ\text{C}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$\bar{\alpha} = 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$L_i = 20 \text{ cm}$ طول قطعه</td></tr> </tbody> </table>	خواسته ها	داده ها	$\%S = ?$	$\theta_i = 25^\circ\text{C}$	$L_p = ?$ طول مدل	$\theta_m = 925^\circ\text{C}$		$\bar{\alpha} = 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$		$L_i = 20 \text{ cm}$ طول قطعه
خواسته ها	داده ها										
$\%S = ?$	$\theta_i = 25^\circ\text{C}$										
$L_p = ?$ طول مدل	$\theta_m = 925^\circ\text{C}$										
	$\bar{\alpha} = 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$										
	$L_i = 20 \text{ cm}$ طول قطعه										

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه درصد انقباض</p> $\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق</p> $\%s = 20 \times 10^{-6} (925 - 25) \times 100$ <p>مرحله ۴) محاسبات ریاضی</p> $\%s = 20 \times 10^{-6} \times 900 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\%s = \%1/\Lambda$ </div> <p>مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه اندازه طول مدل (L_p) :</p> $L_p = L_1 \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$ <p>مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق</p> $L_p = 200 \left(1 + \frac{1/\Lambda}{100}\right)$ <p>مرحله ۷) محاسبات ریاضی :</p> $L_p = 200(1 + 0/018)$ $L_p = 200 \times 1/018$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $L_p = 203/6 \text{ cm}$ </div>
<p>تمرین ۴۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع چدن به طور متوسط از درجه حرارت محیط 25°C تا نقطه ذوب 1550°C برابر است با $\frac{1}{100} \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه ای از این آلیاژ را حساب کنید</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۱m باشد را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۳۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به طور متوسط از درجه حرارت محیط $(\theta_i = 20^\circ\text{C})$ تا نقطه ذوب $\theta_m = 980^\circ\text{C}$ برابر است با $\frac{1}{100} \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$</p> <p>مطلوبست محاسبه و تعیین :</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه ای از این آلیاژ</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۸۰cm باشد.</p>

حل:

(۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با

واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_i = 20^{\circ}\text{C}$	$\theta_m = 98.0^{\circ}\text{C}$
$\%S = ?$	$\bar{\alpha} = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
$L_p = ? \text{ cm}$	$L_i = 8.0 \text{ cm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به درصد اضافه مجاز

انقباض:

$$\%S = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%S = 20 \times 10^{-6} (98.0 - 20) \times 100$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$\%S = 20 \times 10^{-6} \times 96.0 \times 100$$

$$\%S = 0.192$$

مرحله (۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه طول مدل

(L_p) :

$$L_p = L_i \left(1 + \frac{\%S}{100} \right)$$

مرحله (۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$L_p = 8.0 \left(1 + \frac{0.192}{100} \right)$$

$$L_p = 8.0 (1 + 0.00192)$$

$$L_p = 8.0 \times 1.00192$$

$$L_p = 8.01536 \text{ cm}$$

سوخت‌ها

۳-۱- منابع انرژی

- تماس کامل سوخت با اکسیژن

- کافی بودن اکسیژن

- درجه حرارت احتراق

۳-۲- شرایط احتراق کامل سوخت

۳-۳- دسته‌بندی سوخت‌ها

۳-۴- ترکیب سوخت

- محاسبه حجم هوا در شرایط غیر
متعارفی

- احتراق سوخت‌های مایع و گاز

۳-۵- محاسبه حجم هوای لازم برای
احتراق

- ترکیب شیمیایی

- ضریب تخلخل

- رآکتیویته

کک

نفت‌ها

- سوخت‌های مصرفی در
صنایع ذوب

۳-۶- بررسی قدرت حرارتی سوخت

سوخت‌ها

۱-۳- منابع انرژی :

معمولاً برای حرارت دادن و بالا بردن دمای فلزات و آلیاژها و در نهایت ذوب نمودن آنها در کوره نیاز به انرژی حرارتی می‌باشد. انرژی حرارتی مورد نیاز در کوره را می‌توان از منابع مختلف انرژی موجود و با تبدیل آنها به گرما و حرارت به دست آورد. در حال حاضر مهم‌ترین منابع انرژی در دسترس عبارتند از : انرژی الکتریکی و انرژی شیمیایی سوخت‌ها که با تبدیل آنها به گرما می‌توان انرژی حرارتی لازم جهت کوره‌های ذوب فلزات و آلیاژها را تأمین نمود.

با توجه به این که منابع سوخت فسیلی در زمین روبه اتمام است، امروزه سعی می‌شود تا از انرژی‌های خورشیدی و هسته ای بیشتر استفاده شود و از سوخت‌های فسیلی و آلی به خصوص نفت در صنایع پتروشیمی، دارویی و غذایی جهت تهیه پروتئین از نفت استفاده شود. با این وجود ذکر این نکته لازم به نظر می‌رسید که سوخت‌های فسیلی و سایر سوخت‌های آلی هنوز مهم‌ترین و پرمصرف ترین ماده برای تأمین انرژی مورد نیاز صنایع و غیره می‌باشند. سوخت‌های فسیلی از تجزیه اندام و بدن حیوانات و گیاهانی که در دوران گذشته در دریاها می‌زیسته‌اند و در لایه لای رسوبات دریا ته‌نشین شده‌اند، ایجاد می‌شوند. بیشتر مواد تشکیل دهنده این سوخت‌ها عناصر کربن و ئیدروژن است. البته عناصر دیگری مثل اکسیژن، نیتروژن و گوگرد نیز در آنها وجود دارد.

انتخاب نوع سوخت و محاسبه مقدار مورد نیاز و شرایط مورد نیاز جهت احتراق و ترکیب بهتر آنها با اکسیژن هوا اهمیت زیادی در صنعت ذوب فلزات در ریخته‌گری دارد، زیرا با توجه به اصول طراحی و تولید قطعات و شرایط اقتصادی می‌توان از هدر رفتن انرژی حرارتی آنها در حد امکان جلوگیری کرد.

۲-۳- شرایط احتراق کامل سوخت :

اکسیداسیون سریع عناصر موجود در سوخت که معمولاً با شعله همراه است و انرژی گرمایی قابل استفاده‌ای تولید می‌کند، را احتراق می‌نامند. به عبارت دیگر احتراق یک واکنش شیمیایی بین عناصر سوخت و اکسیژن است که همراه با نور و انرژی گرمایی است. اگر نور و گرمای ایجاد شده همراه با فشار و متراکم شدن گازهای حاصل از واکنش باشد، به آن انفجار می‌گویند.

با توجه به این که اکثر سوخت‌ها از کربن و ئیدروژن تشکیل شده‌اند در نتیجه محصولات احتراق شامل گاز دی اکسید کربن و بخار آب خواهند بود.

هنگامی که تمام عناصر قابل احتراق سوخت، بسوزند و به آخرین حد اکسیداسیون خود برسند، سوخت کامل است. در این صورت انرژی گرمایی تولید شده بیشترین مقدار است. به همین علت باید همواره سعی کرد که احتراق کامل سوخت ایجاد شود برای این منظور باید شرایط لازم فراهم شود که این شرایط عبارتند از :

۱-۲-۳- تماس کامل سوخت با اکسیژن :

هرچه قدر تماس سوخت با اکسیژن بیشتر باشد یا به عبارت دیگر سطح تماس سوخت با اکسیژن یا هوا بیشتر باشد، احتراق بهتر و سریع تر انجام می شود.

با توجه به این که مقدار اکسیژن بیشتری با سوخت در تماس است یا به عبارت دیگر برخورد ملکول های اکسیژن و سوخت بیشتر است. با توجه به مسأله فوق، سوخت های گازی چون بهتر از سوخت های مایع با اکسیژن و هوا مخلوط می شوند با سهولت و سریع تر می سوزند. به همین ترتیب سوخت های مایع نسبت به سوخت های جامد بهتر با اکسیژن و هوا مخلوط شده و در نتیجه به سهولت و سریع تر می سوزند. به همین منظور معمولاً سوخت های جامد را در اندازه های مناسب خرد می کنند تا سطح تماس آنها با اکسیژن هوا بیشتر شده و احتراق آنها به نحو مطلوب انجام گیرد. در این حالت اگر سوخت جامد به طور کامل پودر شده و با هوا مخلوط شود کیفیت احتراق آن به شرایط مخلوط سوخت گازی و هوا نزدیک می شود. به همین منظور در کوره های با سوخت مایع برای افزایش سطح تماس سوخت و هوا، سوخت مایع به کمک مشعل و فشار هوای دمنده تحت پاشش قرار می گیرد. بنابراین هرچه قدر سطح ذرات سوخت بزرگ تر باشد تماس آن با اکسیژن بیشتر است بنابراین باید بتوان اندازه ذرات را مشخص کرد.

اندازه ذرات به روش های مختلفی سنجیده می شود که یکی از آن روش ها تعیین مدول سطحی است. مدول سطحی عبارت است از نسبت سطح کل به حجم کل ذرات. یعنی هرچه قدر مدول سطحی بزرگ تر باشد در حجم یکسان سطح بزرگ تر است در نتیجه واکنش پذیری آن بیشتر است.

$$\text{مدول سطحی} = \frac{\text{سطح کل}}{\text{حجم کل}}$$

$$M_a = \frac{A}{V}$$

معمولاً کره در بین احجام هندسی کمترین نسبت سطح به حجم (مدول سطحی) را دارد و هرچه از کره به سمت احجام دیگر مثل مکعب، مکعب مستطیل و... پیش می رویم مدول سطحی افزایش می یابد.

ذکر این نکته لازم است که اندازه قطعات و شکل آنها چه در مورد سوخت ها و چه در مورد قطعات بار (شارژ مصرفی) در ذوب فلزات و سرعت واکنش شیمیایی تأثیر دارد. در مورد سوخت هرچه قدر ذرات کوچک تر باشد، بهتر است و تماس با اکسیژن بیشتر و احتراق بهتر صورت می گیرد. اما در مورد قطعات بار (شارژ) نباید اندازه آنها از حد معینی کمتر باشد زیرا در این صورت با توجه به این که اندازه قطعات بار (شارژ) کوچک تر می شود سطح آنها افزایش یافته و نسبت سطح به حجم یا مدول سطحی آنها افزایش می یابد که در نتیجه سرعت واکنش های

آنها با اکسیژن و محصولات احتراق زیاد شده و تلفات فلزی و حجم سرباره‌ها افزایش می‌یابد. به همین دلیل در ریخته‌گری معمولاً براده و سوفاره را به صورت قطعات بزرگ‌تر فشرده می‌کنند و به صورت بریکت (خشته) در کوره شارژ می‌کنند.

تمرین ۱-۳: یک ذره سوخت به شکل مکعب مستطیل به ابعاد $۸۰ \times ۸۰ \times ۱۰۰$ میکرون می‌باشد، مدول سطحی این ذره سوخت را تعیین کنید.
حل (توسط هنجو):

مثال ۱-۳: یک ذره سوخت به شکل مکعب با ضلع ۱۰۰ میکرون می‌باشد. مدول سطحی این ذره سوخت را تعیین کنید.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_a = ?$	میکرون $۱۰۰ =$ ضلع مکعب

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه برای حل :

$$M_a = \frac{A}{V}$$

مرحله (۳) محاسبه سطح و حجم ذره سوخت مکعب شکل

سطح: $A = ۶ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۶۰۰۰۰$ (میکرون)^۲

حجم: $V = ۱۰۰^۳ = ۱۰۰۰۰۰۰$ (میکرون)^۳

مرحله (۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی

$$M_a = \frac{A}{V}$$

$$M_a = \frac{۶۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} \frac{(\text{میکرون})^۲}{(\text{میکرون})^۳}$$

$$M_a = \frac{۶}{۱۰۰} \frac{۱}{\text{میکرون}}$$

$$M_a = ۰/۰۶ \frac{۱}{\text{میکرون}}$$

<p>تمرین ۲-۳: مکعبی به ضلع ۱۶cm را یک بار به ۱۶ مکعب و بار دیگر به ۶۴ مکعب مساوی تقسیم کردیم. مطلوب است نسبت مدول سطحی حالت اول به حالت دوم.</p> <p>حل (توسط هنر جو):</p>	<p>مثال ۲-۳: مکعبی به ضلع ۲۷cm را یک بار به ۲۷ مکعب مساوی و بار دیگر به ۲۱۶ مکعب مساوی تقسیم کردیم. تعیین کنید مدول سطحی حالت دوم نسبت به حالت اول چقدر افزایش یافته است.</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.</p>				
	<table border="1"> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> <tr> <td>$M_a = ?$ در حالت ۲۱۶ مکعب M_a در حالت ۲۷ مکعب</td><td>$۲۷\text{cm} = \text{ضلع مکعب}$</td></tr> </table>	خواسته‌ها	داده‌ها	$M_a = ?$ در حالت ۲۱۶ مکعب M_a در حالت ۲۷ مکعب	$۲۷\text{cm} = \text{ضلع مکعب}$
خواسته‌ها	داده‌ها				
$M_a = ?$ در حالت ۲۱۶ مکعب M_a در حالت ۲۷ مکعب	$۲۷\text{cm} = \text{ضلع مکعب}$				
	<p>مرحله (۲) به‌دست آوردن طول ضلع مکعب‌ها:</p> <p>اگر مکعب را به ۲۷ مکعب تقسیم کنیم، برای به‌دست آوردن طول ضلع مکعب‌های کوچک‌تر باید طول ضلع مکعب بزرگ‌تر را به ریشه سوم ۲۷ تقسیم نمائیم.</p> $\text{طول ضلع مکعب کوچک تر} = \frac{۲۷}{\sqrt[۳]{۲۷}} = \frac{۲۷}{۳} = ۹\text{cm}$ <p>در نتیجه اگر بخواهیم یک مکعب را به ۲۱۶ قسمت تقسیم کنیم، برای به‌دست آوردن طول ضلع مکعب‌های کوچک‌تر کافی است که طول ضلع مکعب بزرگ‌تر را به ریشه سوم ۲۱۶ تقسیم نمائیم. یعنی:</p> $\text{طول ضلع مکعب کوچکتر} = \frac{۲۷}{\sqrt[۳]{۲۱۶}} = \frac{۲۷}{۶} = ۴\frac{۵}{۶}\text{cm}$ <p>مرحله (۳) نوشتن رابطه مدول سطحی :</p> $M_a = \frac{A}{V}$ <p>مرحله (۴) محاسبه سطح و حجم برای مکعب، یک بار زمانی که مکعب به ۲۷ مکعب تقسیم می‌شود و یک بار زمانی که مکعب به ۲۱۶ مکعب تقسیم می‌شود.</p>				

	<p> $A_1 = 27 \times 6 \times 9 \times 9$ برای مکعب ۲۷ $A_p = 216 \times 6 \times 4 / 5 \times 4 / 5$ برای مکعب ۲۱۶ $V = 27 \times 27 \times 27$ حجم مکعب $Ma_1 = \frac{A_1}{V} = \frac{27 \times 6 \times 9 \times 9}{27 \times 27 \times 27} = \frac{2}{3}$ برای مکعب ۲۷ $Ma_p = \frac{A_p}{V} = \frac{216 \times 6 \times 4 / 5 \times 4 / 5}{27 \times 27 \times 27} = \frac{4}{3}$ برای مکعب ۲۱۶ مرحله ۵) به دست آوردن نسبت حالت دوم به حالت اول : </p> $\frac{Ma_p}{Ma_1} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2$				
<p> تمرین ۳-۳: ذرات سوختی به شکل کره با شعاع متوسط ۵۰ میکرون است مدول سطحی آن را تعیین کنید. حل (توسط هنرجو): </p>	<p> مثال ۳-۳: ذرات یک نوع سوخت به شکل کروی می باشد در صورتی که قطر متوسط آنها ۲۰۰ میکرون باشد. مدول سطحی ذرات این سوخت چقدر است. </p> <p> حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود </p> <table border="1" data-bbox="828 1113 1321 1230"> <tr> <td>خواسته ها</td><td>داده ها</td></tr> <tr> <td>$Ma = ?$</td><td>میکرون ۲۰۰ = قطر ذره</td></tr> </table> <p> مرحله ۲) نوشتن رابطه مدول سطحی و سطح و حجم کره </p> $A = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $Ma = \frac{A}{V}$ $Ma = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3}$ $Ma = \frac{3}{r} = 1$	خواسته ها	داده ها	$Ma = ?$	میکرون ۲۰۰ = قطر ذره
خواسته ها	داده ها				
$Ma = ?$	میکرون ۲۰۰ = قطر ذره				

$$Ma = \frac{u}{r}$$

$$r = \frac{200}{2} = 100$$

$$Ma = \frac{u}{r}$$

$$Ma = \frac{u}{100} \left(\frac{1}{\text{میکرون}} \right)$$

تمرین ۳-۴: یک کره به شعاع ۲۰ cm وجود دارد. اگر قطر کره را ۵ برابر افزایش دهیم، مدول سطحی آن نسبت به حالت اول چه تغییری خواهد کرد. حل (توسط هنجو):

مثال ۳-۴: یک کره به شعاع ۱۵ cm می باشد، در صورتی که شعاع این کره ۳ برابر کوچک تر شود، مدول سطحی آن چند برابر افزایش می یابد. حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود.

خواسته ها	داده ها
$\frac{Ma_r}{Ma_1} = ?$	$r_1 = 15 \text{ cm}$ شعاع کره $r_r = \frac{15}{3} = 5 \text{ cm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مساحت، حجم کره و مدول سطحی

$$A = 4\pi r^2 \text{ سطح کره}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ حجم کره}$$

$$Ma = \frac{A}{V}$$

$$Ma = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{1}{\frac{r}{3}} = \frac{3}{r}$$

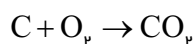
$$Ma = \frac{3}{r}$$

مرحله (۳) به دست آوردن مدول سطحی در دو حالت و به دست آوردن نسبت آنها

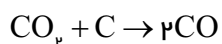
	$r_1 = 15 \Rightarrow Ma_1 = \frac{3}{15}$ $r_p = 5 \Rightarrow Ma_p = \frac{3}{5}$ $\frac{Ma_p}{Ma_1} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{15}}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{Ma_p}{Ma_1} = 3$ </div> <p>یعنی زمانی که شعاع کره سه برابر کاهش می‌یابد، مدول سطحی آن ۳ برابر افزایش می‌یابد.</p>
	<p>تمرین ۳-۵: مکعبی به ضلع ۱۰۰ cm مفروض است یک بار هر ضلع آن را به ۴ قسمت تقسیم کرده ایم و بار دیگر ضلع آن را به ۲۰ قسمت تقسیم می‌کنیم. مطلوب است :</p> <p>اولاً : تعیین تعداد مکعب‌های حاصله در هر بار تقسیم بندی</p> <p>ثانیاً : تعیین نسبت مدول سطحی حالت دوم به حالت اول. حل (توسط هنرجو):</p>

۲-۲-۳- کافی بودن اکسیژن :

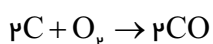
برای احتراق کامل لازم است که مقدار کافی اکسیژن در محیط احتراق وجود داشته باشد. به عنوان مثال در مورد احتراق کربن در صورتی که مقدار اکسیژن کافی نباشد، ابتدا مقداری از کربن با اکسیژن ترکیب شده و مطابق واکنش زیر تولید گاز CO_p می کند.



این واکنش گرمازا است و مقداری گرما تولید می کند که این گرما، درجه حرارت کربن و محیط احتراق را افزایش می دهد و در نتیجه دی اکسید کربن حاصل با کربن باقیمانده ترکیب شده و مطابق واکنش زیر تولید منواکسید کربن می کند.



از جمع دو واکنش فوق، واکنش احتراق ناقص کربن به صورت زیر حاصل می شود :



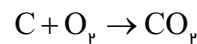
که این نوع احتراق سبب تولید گاز سمی و خطرناک CO شده و مقدار حرارت کمتری نیز ایجاد می کند.

مثال ۳-۵: برای احتراق کامل ۲۰ kg کربن چند متر مکعب گاز اکسیژن لازم است.

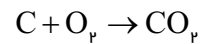
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
= حجم اکسیژن	۲۰ kg = جرم کربن C = ۱۲ O = ۱۶

مرحله (۲) نوشتن واکنش احتراق کامل اکسیژن



مرحله (۳) نوشتن تناسب برای واکنش



$$\frac{12}{20} \quad \frac{22/4}{x} \quad x = \frac{22/4 \times 20}{12}$$

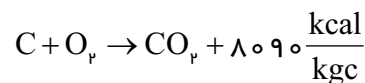
$$x = 37/33 m^3 \quad \text{اکسیژن}$$

تمرین ۳-۶: برای احتراق کامل یک سوخت با ۸۵٪ کربن و ۱۵٪ خاکستر چند متر مکعب گاز اکسیژن لازم

است؟ C = ۱۲ O = ۱۶

حل (توسط هنجو):

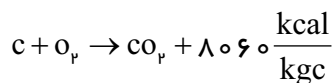
مثال ۳-۶: در مثال قبل در صورتی که به ازای سوخت هر کیلوگرم کربن ۸۰۹۰ kcal انرژی آزاد شود. میزان گرمای حاصله را به دست آورید



حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
= گرمای حاصله	۲۰ kg = جرم کربن ۸۰۹۰ kcal/kgc = انرژی ایجاد شده به ازای سوختن هر کیلوگرم کربن

تمرین ۳-۷: در تمرین قبل در صورتی که به ازای سوخت هر کیلوگرم کربن ۸۰۶۰ kcal انرژی آزاد شود میزان گرمای حاصله را به دست آورید.



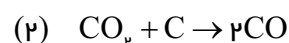
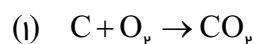
حل (توسط هنجو):

	<p>مرحله ۲) به دست آوردن گرمای حاصله با استفاده از تناسب</p> <p>کیلوکالری انرژی حاصله kg کربن</p> $\frac{1}{20} = \frac{8090}{x} \quad x = \frac{8090 \times 20}{1}$ $x = 161800 \text{ kcal}$										
<p>تمرین ۸-۳: رای احتراق ۱۰۰ kg کربن، حدود ۱۱۰۰۰۰ lit اکسیژن موجود است، با توجه به واکنش های احتراق کامل و ناقص کربن، تعیین کنید درصد نسبت گازهای CO به CO_۲</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۷-۳: برای احتراق ۳۰ kg از یک سوخت که ۸۰٪ آن از کربن تشکیل شده و بقیه آن خاکستر است، ۳۰۰۰۰ لیتر اکسیژن وجود دارد، با توجه به واکنش هایی که کربن با اکسیژن انجام می دهد، حجم گازهای CO و CO_۲ را به دست آورید.</p> <p>حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود.</p> <table border="1" data-bbox="847 991 1309 1359"> <thead> <tr> <th>خواسته ها</th><th>داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>CO = ?</td><td>۳۰ kg = مقدار سوخت</td></tr> <tr> <td>CO_۲ = ?</td><td>۸۰٪ = درصد کربن سوخت</td></tr> <tr> <td></td><td>۳۰۰۰۰ Lit = حجم اکسیژن</td></tr> <tr> <td></td><td>C = ۱۲</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) به دست آوردن مقدار کربن و تبدیل واحد :</p> <p>با توجه به این که درصد کربن سوخت ۸۰٪ می باشد</p> <p>بنابراین مقدار کربن عبارت است از :</p> $30 \times \frac{80}{100} = 24 \text{ kg}$ $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ Lit}$ <p>طرفین تساوی را بر ۱۰۰۰ تقسیم می کنیم</p>	خواسته ها	داده ها	CO = ?	۳۰ kg = مقدار سوخت	CO _۲ = ?	۸۰٪ = درصد کربن سوخت		۳۰۰۰۰ Lit = حجم اکسیژن		C = ۱۲
خواسته ها	داده ها										
CO = ?	۳۰ kg = مقدار سوخت										
CO _۲ = ?	۸۰٪ = درصد کربن سوخت										
	۳۰۰۰۰ Lit = حجم اکسیژن										
	C = ۱۲										

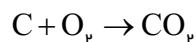
$$\frac{1}{1000} m^3 = \frac{1000}{1000} \text{ Lit} \Rightarrow \frac{1}{1000} m^3 = 1 \text{ Lit}$$

$$\text{حجم اکسیژن} = 30000 \times \frac{1}{1000} = 30 m^3$$

مرحله (۳) نوشتن واکنش‌های سوختن کربن

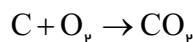


مرحله (۴) با استفاده از مقدار اکسیژن از واکنش اول، مقدار کربن و دی اکسید کربن را با استفاده از تناسب به دست می‌آوریم.



$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & m^3 & \\ 12 & 22/4 & x = \frac{30 \times 12}{22/4} \\ x & 30 & \end{array}$$

$x = 16 \text{ kg}$ جرم کربن مصرفی در واکنش اول.



$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & m^3 & \\ 22/4 & 22/4 & \\ m^3 & y & \\ 30 & & \end{array}$$

$$y = \frac{30 \times 22/4}{22/4}$$

حجم CO_2 تولید شده از واکنش اول $y = 30 m^3$

مرحله (۵) به دست آوردن مقدار کربن باقیمانده :

کربن باقیمانده $8 \text{ kg} = 24 - 16 = (\text{مقدار کربن})$

مصرف شده در رابطه (۱) - (مقدار کربن اولیه)

مرحله (۶) کربن باقیمانده با مقداری از CO_2 مطابق واکنش (۲) ترکیب شده و CO به وجود می‌آورد. حال با توجه به مقدار کربن باقیمانده حجم CO_2 مصرفی و CO تولید شده را به دست می‌آوریم.

	$\text{CO}_p + \text{C} \rightarrow p\text{CO}$ $\begin{array}{ccc} \text{m}^3 & \text{kg} & \\ 22/4 & 12 & x = \frac{6 \times 22/4}{12} \\ x & 6 & \end{array}$ $x = 11/2 \text{ m}^3$ <p>حجم CO_p مصرف شده در واکنش دوم</p> $\text{CO}_p + \text{C} \rightarrow p\text{CO}$ $\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{m}^3 & \\ 12 & 2 \times 22/4 & y \\ 6 & y & \end{array}$ $y = \frac{6 \times 2 \times 22/4}{12} \Rightarrow y = 22/4 \text{ m}^3$ <p>حجم CO تولید شده</p> <p>مرحله ۷) به دست آوردن حجم CO_p باقیمانده :</p> <p>(حجم CO_p مصرف شده از واکنش (۲)) - (حجم 2CO تولید شده از واکنش (۱)) = (حجم CO_p باقیمانده)</p> $\text{حجم CO}_p \text{ باقیمانده} = 30 - 11/2 = 18/2 \text{ m}^3$ $\text{حجم CO}_p \text{ تولید شده} = 18/2 \text{ m}^3$ $\text{حجم CO تولید شده} = 22/4 \text{ m}^3$
<p>تمرین ۹-۳: در تمرین قبل در صورتی که میزان گرمای تولیدی از احتراق کامل ۱kg کربن، ۴۰۰۰۰kj و در ترکیب کربن با اکسیدکربن ۴۵۰۰kcal گرما مصرف شود،</p> <p>اولاً: مقدار گرمای حاصله در صورتی که احتراق کربن به طور کامل باشد.</p> <p>ثانیاً: مقدار گرمای حاصله در حالت ذکر شده در تمرین قبل</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۸-۳: در مثال ۳-۳ چنانچه مقدار گرمای تولید شده از احتراق کامل ۱kg کربن ۱۰۰۰۰۰۰۰ cal و در ترکیب با اکسیدکربن ۵۰۰۰ kcal گرما مصرف شود.</p> <p>اولاً: مقدار گرمای تولید شده را به دست آورید.</p> <p>ثانیاً: کاهش گرمای حاصله نسبت به هنگامی که احتراق کامل انجام گرفته باشد.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
؟ = مقدار گرمای تولید شده	۱۰۰۰۰۰۰۰ cal = مقدار گرمای تولید شده از احتراق کامل ۱ کیلوگرم کربن
؟ = کاهش گرمای حاصله نسبت به زمانی که احتراق کامل باشد	۵۰۰۰ Cal = مقدار گرمای مصرفی در ترکیب اکسیژن با CO _p ۲۴ Kg = مقدار کربن اولیه ۱۶ Kg = مقدار کربن استفاده شده در واکنش احتراق کامل ۸ Kg = مقدار کربن استفاده شده در واکنش ترکیب اکسیژن با CO _p

مرحله ۲) تبدیل واحد :

طرفین را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم ۱۰۰۰ cal = ۱ kcal

$$\frac{1}{1000} \text{ kcal} = \frac{1000}{1000} \text{ cal}$$

$$1 \text{ cal} = \frac{1}{1000} \text{ kcal}$$

$$10000000 \text{ cal} = 10000000 \times \frac{1}{1000} \text{ kcal}$$

$$10000000 \text{ cal} = 10000 \text{ kcal}$$

مرحله ۳) محاسبه مقدار گرمای تولیدی با فرض

احتراق کامل کربن

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & & \text{kcal} \\ 1 & 10000 & x \\ 24 & x & 1 \end{array} \quad x = \frac{10000 \times 24}{1}$$

$$x = 240000 \text{ kcal} \text{ گرمای تولیدی در احتراق کامل}$$

کربن

مرحله ۴) محاسبه مقدار گرمای تولید شده برای

مقدار کربن که احتراق کامل داشته (۱۶ kg)

$$\begin{array}{cc} \text{kg} & \text{kcal} \\ 1 & 10000 \\ 16 & x \end{array} \quad x = \frac{10000 \times 1}{1}$$

$x = 160000 \text{ kcal}$ مقدار گرمای تولیدی از واکنش

(۱) مثال قبل (۳-۳)

مرحله ۵) محاسبه مقدار گرمای مصرف شده در

ترکیب کربن با CO_p (۸ kg)

$$\begin{array}{cc} \text{kg} & \text{kcal} \\ 1 & 5000 \\ 8 & x \end{array} \quad x = \frac{5000 \times 8}{1}$$

$x = 40000 \text{ kcal}$ حرارت مصرفی در واکنش (۲)

مثال (۳-۳)

مرحله ۶) محاسبه مقدار حرارت تولید شده کامل

در مثال (۳-۳)

$$\text{مقدار} = 160000 - 40000 = 120000 \text{ kcal}$$

گرمای تولید شده کل

مرحله ۷) به دست آوردن نسبت گرمای تولید شده

کل به زمانی که احتراق به صورت کامل باشد

$$\frac{\text{در صورت کسر}}{\text{در مخرج کسر}} = \frac{120000}{240000} = 0.5$$

$$0.5 \times 100 = 50 \text{ درصد}$$

یعنی گرمای تولید شده مثال قبل برابر ۵۰ درصد

گرمای تولید شده در صورت احتراق کامل کربن است.

۳-۲-۳ درجه حرارت احتراق :

معمولاً هر سوخت در یک درجه حرارت معین مشتعل می‌شود بنابراین برای احتراق حداقل به یک درجه حرارت نیاز دارد که آن را درجه حرارت احتراق یا درجه حرارت اشتعال می‌گویند. به عنوان مثال در شرایط محیط نفت سفید در 150°C مشتعل می‌شود. معمولاً در ریخته‌گری از سوخت‌هایی استفاده می‌شود که درجه حرارت احتراق یا اشتعال آنها بالا باشد. چون سوخت‌های با درجه حرارت اشتعال پایین ایمنی کافی را جهت استفاده در ریخته‌گری ندارند و ممکن است باعث آتش‌سوزی و صدمات جانی شوند.

به‌طور کلی هر جسمی که در اثر ترکیب شدن با اکسیژن هوا (واکنش اکسیداسیون) حرارت تولید کند، نوعی سوخت محسوب می‌شود. اما در صنایع حرارتی موادی به عنوان سوخت به کار می‌روند که دارای شرایط زیر باشند:

ایمنی احتراق که باعث آتش‌سوزی و صدمات جانی نشود، از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه، فراوان و در دسترس باشد. جابجایی و انتقال آن ساده بوده و امکان ذخیره و انبارکردن آن وجود داشته باشد. به عنوان مثال بنزین که یک سوخت با کیفیت خوب و قدرت حرارتی مناسب است ولی فقط می‌توان آن را در یک فضای سر بسته و مسدود مانند موتورهای احتراق داخلی استفاده نمود.

علاوه بر مطالب فوق نحوه کنترل احتراق، تأمین نمودن درجه حرارت لازم و کنترل محیط احتراق از نظر این که محیط احتراق، اکسیدی، خنثی یا احیایی باشد، یکی دیگر از عوامل مؤثر در انتخاب سوخت است. به دلیل این که اگر محیط احتراق اکسیدی باشد، باعث می‌شود که مقدار زیادی از مذاب اکسید شده و اتلاف مذاب بیشتر شود. با توجه به مطالب ذکر شده در ایران سوخت‌های گازی به دلیل فراوانی و قیمت پایین و همچنین عدم نیاز به ذخیره سازی در کارگاه و کارخانه و نحوه کنترل آسان احتراق آنها نسبت به سوخت‌های دیگر ترجیح دارند.

۳-۳-۳ دسته‌بندی سوخت‌ها :

کلیه سوخت‌های فسیلی و آلی به دو دسته، سوخت‌های مصنوعی که ساخت دست بشر هستند و سوخت‌های طبیعی که در طبیعت ایجاد می‌شوند، تقسیم بندی می‌شوند که هر کدام خود به سه دسته‌بندی جامد، مایع و گاز طبقه بندی می‌شوند. مطابق جدول ۳-۱

جدول ۱-۳- دسته‌بندی سوخت‌های آلی

گروه سوخت‌ها	دسته‌های سوخت	نوع سوخت
طبیعی	جامد	چوب
		زغال سنگ
	مایع	نفت‌های طبیعی
	گاز	گاز طبیعی (گاز چاه‌های نفت)
		گاز معادن زغال سنگ
مصنوعی	جامد	زغال چوب
		کک
		بربکت
	مایع	محصولات تقطیر نفت
		محصولات کراکینگ نفت
		الکل‌های صنعتی
	گاز	گاز کوره بلند ذوب آهن
		کراکینگ گاز طبیعی
		گاز تقطیر زغال سنگ
		گازهای سنتز مانند : متان، بوتان و...
		گاز مولدها : گاز هوا، گاز آب و گاز مخلوط

۴-۳- ترکیب سوخت :

با توجه به مطالب ذکر شده کربن و ئیدروژن مهم ترین اجزاء سازنده سوخت‌های آلی می‌باشند. با این وجود از لحاظ اشتعال و ایجاد حرارت مورد نیاز سوخت‌ها، ترکیبی از کربن (C) ، ئیدروژن (H) ، اکسیژن (O) ، ازت یا نیتروژن (N) ، گوگرد فرار یا قابل احتراق (S_v) ، مواد غیرقابل احتراق به نام خاکستر (A) و رطوبت (W) می‌باشد. این عناصر و اجزا در داخل سوخت به صورت ترکیبات ساده و پیچیده می‌باشند که در این درس مورد نظر نیستند.

ترکیب سوخت‌های جامد و مایع را برحسب درصد وزنی و سوخت‌های گازی را برحسب درصد حجمی محاسبه می‌کنند. مجموع درصد‌های عناصر و ترکیبات یک سوخت باید همواره صددرصد جرم (حجم) کل آن باشد. به عبارت دیگر :

$$C + H + O + N + S_v + A + W = 100 \text{ درصد}$$

در این رابطه به استثنای A (خاکستر) و W (رطوبت) بقیه عوامل درصد ترکیب عناصر ساده است که در ایجاد حرارت و عملیات احتراق سوخت مؤثر است.

گوگرد در داخل سوخت معمولاً به سه شکل و ترکیب متفاوت وجود دارد که عبارتند از

الف - سولفات‌ها شامل CaSO_4 ، K_2SO_4 ، Na_2SO_4

ب - سولفور فلزات به‌طور معمول پیریت به فرمول : FeS_2

ج - ترکیبات آلی

سولفات‌ها معمولاً قابل احتراق نیستند بنابراین گوگرد به شکل سولفات قابل احتراق نیست و معمولاً وارد خاکستر می‌شود. اما ترکیبات آلی گوگرد و همچنین پیریت قابل احتراق هستند، بنابراین در مجموع، گوگرد قابل احتراق سوخت را تشکیل می‌دهد. اگر گوگرد به شکل سولفور (پیریت با S_p و گوگرد به شکل ترکیبات آلی با S_o نمایش داده شوند. گوگرد قابل احتراق به‌صورت زیر خواهد بود :

$$S_v = S_p + S_o$$

گوگرد به شکل سولفات و سولفور به روش‌های تهیه مواد معدنی قابل جدا کردن است و می‌توان با وسایلی آنها را از بین برد و یا مقدار آنها را به حداقل رساند به عنوان مثال شستشوی نفت یا زغال سنگ توسط اسید سولفوریک، در صورتی که گوگرد به شکل ترکیبات آلی در ساختمان و ترکیب شیمیایی سوخت است و به سهولت نمی‌توان آن را جدا کرد. لازم به ذکر است که گوگرد عنصر مضر شناخته شده است و وجود آن در فلزات و آلیاژها خواص مکانیکی و متالورژیکی آنها را پایین می‌آورد. به‌طور معمول مقدار گوگرد به شکل ترکیبات آلی در داخل سوخت‌ها ناچیز است و از ۱/۰ درصد تجاوز نمی‌کند. از این رو در محاسبات احتراق می‌توان از گوگرد صرف‌نظر کرده و ترکیبات آلی سوخت را فقط شامل کربن (C) ، هیدروژن (H) ، اکسیژن (O) و N در نظر گرفت.

۵-۳- محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق :

برای محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت لازم است درصد عناصر قابل احتراق سوخت مانند C ، H ، O و S_v مشخص شود که برای این منظور لازم است که درصد عناصر سوخت توسط تجزیه کمی به‌دست آورده شود. برای این منظور در ابتدا میزان اکسیژن لازم برای احتراق هر یک از عناصر قابل احتراق تعیین می‌شود. سپس با توجه به میزان اکسیژن در ترکیب هوا می‌توان حجم یا وزن هوای لازم را به‌دست آورد. در جدول زیر ترکیب هوا در شرایط متعارفی برحسب درصد حجمی و همچنین درصد وزنی نشان داده شده است.

جدول ۲-۳- ترکیب هوای جو در شرایط متعارفی

مقدار		نام گاز و ترکیب شیمیایی آن	مقدار		نام گاز و ترکیب شیمیایی آن
درصد جرمی	درصد حجمی		درصد جرمی	درصد حجمی	
۰/۰۰۰۱۰۸	۰/۰۰۰۳	Kr کریپتون	۷۸/۰۹	۷۵/۵	N _p نیتروژن
۰/۰۰۰۰۰۸	۰/۰۰۰۴	Xe گزنون	۲۰/۹۵	۲۳/۱۰	O _p اکسیژن
۶×۱۰^{-۱۸}	-	Rn رادون	۰/۹۳۲۵	۱/۲۸۶	Ar آرگن
۰/۰۳۰	۰/۰۴۶	CO _p دی اکسید کربن	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۱۲	Ne نئون
۰/۰۰۰۰۵	-	H _p هیدروژن	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۰۷	He هلیوم

میزان بخار آب موجود در هوا بین ۲ تا ۴ درصد جرمی متغیر می باشد. معمولاً گازهای نادر در عملیات احتراق غیرفعال هستند به همین منظور برای سادگی محاسبات معمولاً آنها را جزء نیتروژن (ازت) در نظر می گیرند. بنابراین معمولاً فرض می شود که ترکیب هوا فقط از دو عنصر نیتروژن و اکسیژن تشکیل شده باشد. در این صورت درصد حجمی و جرمی عناصر چنین خواهد بود :

درصد جرمی	درصد حجمی
۲۳	۲۱
۷۷	۷۹

برای سادگی محاسبات می توان با تقریب بیشتر گفت که هوا شامل ۲۰٪ حجمی اکسیژن و ۸۰٪ حجمی نیتروژن است. به عبارت دیگر از هر پنج (۵) واحد حجم هوا، یک واحد اکسیژن و ۴ واحد نیتروژن است. با توجه به شکل، ابعاد و نوع کوره و همچنین مرغوبیت و نوع سوخت و عوامل دیگری نظیر اکسیدی یا خنثی بودن محیط ذوب معمولاً جرم هوا را بیش از مقدار محاسبه شده براساس ۲۰٪ حجمی اکسیژن و ۸۰٪ حجمی نیتروژن در نظر می گیرند. با توجه به این مسأله حجم هوای محاسبه شده را در ضریبی بین ۱/۱ الی ۱/۸ ضرب می کنند، به عبارت دیگر می توان گفت که سوخت با ۱۰ الی ۸۰ درصد هوای بیشتر از هوای لازم محترق می شود.

تمرین ۱۰-۳: برای احتراق کامل ۵۰ کیلوگرم از یک نوع سوخت جامد با ترکیب ۶۰٪ کربن، ۲۰٪ ئیدروژن و ۱۵٪ خاکستر در شرایط متعارفی چند مترمکعب هوا لازم است؟

(ترکیب هوا ۲۱٪ اکسیژن بقیه نیتروژن)

حل: (توسط هنجو)

مثال ۹-۳: برای احتراق کامل ۱۰۰ kg از یک نوع سوخت جامد با ترکیب ۶۰٪ کربن، ۲۰٪ ئیدروژن، ۱۰٪ اکسیژن و ۱۰٪ خاکستر، چند مترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است؟ (ترکیب هوا ۲۵٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن)

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$m^3 = ?$ حجم هوای مصرفی	$100 \text{ Kg} = \text{جرم سوخت}$ $60\% = \text{درصد C}$ $20\% = \text{درصد H}$ $10\% = \text{درصد O}$ $10\% = \text{درصد خاکستر (A)}$ ترکیب هوا $\left\{ \begin{array}{l} 25\% \text{ اکسیژن} \\ 75\% \text{ نیتروژن} \end{array} \right.$

مرحله (۲) به دست آوردن جرم عناصر قابل احتراق: در این سوخت عناصر قابل احتراق کربن و ئیدروژن هستند. با توجه به این که ۶۰٪ سوخت کربن است، جرم کربن عبارت است از:

$$\text{درصد کربن} \times \text{جرم سوخت} = \text{جرم کربن}$$

$$\text{جرم کربن} = 100 \times \frac{60}{100} = 60 \text{ kg}$$

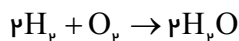
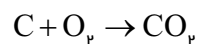
با توجه به این که ۲۰٪ سوخت ئیدروژن است، جرم

ئیدروژن عبارت است از

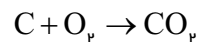
$$\text{درصد ئیدروژن} \times \text{جرم سوخت} = \text{جرم ئیدروژن}$$

$$\text{جرم ئیدروژن} = 100 \times \frac{20}{100} = 20 \text{ kg}$$

مرحله (۳) نوشتن روابط احتراق کامل کربن و ئیدروژن:



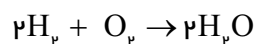
مرحله (۴) به دست آوردن حجم اکسیژن مصرفی
برای احتراق کامل کربن :



$$\frac{12 \text{ kg}}{60} \quad \frac{22/4 \text{ m}^3}{x} \quad x = \frac{22/4 \times 60}{12}$$

$$x = 112 \text{ m}^3 \text{ اکسیژن برای احتراق کربن}$$

مرحله (۵) به دست آوردن حجم اکسیژن مصرفی
برای احتراق کامل ئیدروژن



$$\frac{2 \times 2 \text{ kg}}{20} \quad \frac{22/4 \text{ m}^3}{x} \quad x = \frac{20 \times 22/4}{4}$$

$$x = 112 \text{ m}^3 \text{ اکسیژن لازم برای احتراق}$$

ئیدروژن

مرحله (۶) به دست آوردن حجم کل اکسیژن
لازم برای احتراق کامل کربن و هیدروژن

$$112 + 112 = 224 \text{ m}^3$$

مرحله (۷) به دست آوردن مقدار اکسیژن مصرفی با
استفاده از اکسیژن هوا :

با توجه به این که خود سوخت حاوی اکسیژن
می باشد، حجم اکسیژن موجود در سوخت را باید از
حجم اکسیژن به دست آمده از مرحله ششم کم بکنیم
درصد اکسیژن \times جرم سوخت = جرم اکسیژن موجود
در سوخت

$$\text{جرم اکسیژن موجود در سوخت} = 100 \times \frac{10}{100} = 10 \text{ kg}$$

سوخت

برای به دست آوردن حجم این اکسیژن از تناسب استفاده می کنیم

$$\frac{\overset{O_2}{\underset{kg}{32}}}{10} = \frac{\overset{O_2}{\underset{m^3}{22/4}}}{x} \quad x = \frac{10 \times 22/4}{32}$$

حجم اکسیژن موجود در سوخت $x = 7m^3$

حجم اکسیژن موجود در سوخت - حجم کل اکسیژن مورد نیاز برای احتراق C و H = حجم اکسیژن لازم از هوا

$$224 - 7 = 217m^3 = \text{حجم اکسیژن لازم از هوا}$$

مرحله ۸) به دست آوردن حجم هوا :

اکسیژن هوا

$$\frac{100}{x} = \frac{25}{217} \quad x = \frac{217 \times 100}{25}$$

$$x = 868m^3 \text{ حجم هوای مورد نیاز}$$

تمرین ۱۱-۳: در صورتی که در شرایط متعارفی جرم هر لیتر هوا ۱/۴ گرم باشد نسبت حجمی و جرمی هوای احتراق به سوخت را در تمرین ۱۰-۳ تعیین کنید.

مثال ۱۰-۳: در صورتی چگالی هوا $1/5 \text{ kg/m}^3$ باشد نسبت حجمی و جرمی هوای احتراقی به سوخت را در مثال ۹-۳ را تعیین کنید.

حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود.

خواسته ها	داده ها
$\frac{\text{حجم هوا}}{\text{جرم سوخت}} = ?$	$1/5 \text{ kg/m}^3 = \text{هوا}$
$\frac{\text{جرم هوا}}{\text{جرم سوخت}} = ?$	$10 \text{ kg} = \text{جرم سوخت}$
	$868m^3 = \text{حجم هوای مورد نیاز}$

مرحله ۲) به دست آوردن نسبت حجمی

$$\frac{\text{حجم هوا (m}^3\text{)}}{\text{جرم سوخت (kg)}} = \frac{868}{100} = 8/68 \text{ m}^3/\text{kg}$$

<p>یعنی به ازای هر یک کیلوگرم سوخت، $۸/۶۸\text{m}^۳$ هوا لازم است.</p> <p>مرحله ۳) به دست آوردن جرم هوای مصرفی با استفاده از رابطه جرم حجمی</p> $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow$ $۱/۵ = \frac{m}{۸۶۸} \Rightarrow m = ۱/۵ \times ۸۶۸$ <p>هوا $m = ۱۳۰۲\text{kg}$</p> <p>مرحله ۴) به دست آوردن نسبت جرمی جرم سوخت</p> $\frac{\text{جرم هوا (kg)}}{\text{جرم سوخت (kg)}} = \frac{۱۳۰۲}{۱۰۰} = ۱۳/۰۲$	
--	--

۱-۵-۳- محاسبه حجم هوا در شرایط غیرمتعارفی :

معمولاً در محاسبات، شرایط احتراق متعارفی و در فشار یک اتمسفر (۷۶۰ میلی متر جیوه) و درجه حرارت صفر درجه سانتی گراد در نظر گرفته می شود. اما اگر هوا در درجه حرارت غیر مشخص θ (دمای محیط) و همچنین فشار P ، غیر از فشار اتمسفر در نظر گرفته شود، در این صورت براساس قوانین فیزیک و محاسبات مربوطه می توان حجم هوای لازم را از رابطه زیر تعیین کرد.

$$V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P} \quad \text{که در آن :}$$

V : حجم هوای لازم در شرایط غیرمتعارفی برحسب $\text{m}^۳$

P_0 : فشار هوای جو: ۷۶۰ میلی متر جیوه (mm Hg)

V_0 : حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برحسب $\text{m}^۳$

T : درجه حرارت برحسب کلوین $T = ۲۷۳ + \theta$

P : فشار هوای محیط برحسب ارتفاع کارگاه یا کارخانه نسبت به سطح دریا تغییر می کند برحسب (mm Hg)

* با توجه به رابطه فوق اگر درجه حرارت (T) افزایش یابد و فشار کاهش یابد حجم هوای لازم افزایش خواهد یافت به عبارت دیگر با کاهش فشار و افزایش درجه حرارت، هوا انبساط یافته و در نتیجه مقدار اکسیژن در واحد حجم هوا کاهش می‌یابد، در نتیجه هوا رقیق می‌شود، بنابراین هوای مصرفی بیشتر از حالت قبل است. از طرف دیگر رطوبت هوا در حجم هوای لازم برای احتراق سوخت موثر است. به عنوان مثال در مناطقی که هوا گرم و رطوبت آن زیاد است مانند مناطق جنوبی و شمالی کشور، هوا لازم برای احتراق بیشتر خواهد بود و این افزایش هوا به ۱۰٪ نیز می‌رسد که باید در محاسبات در نظر گرفته شود.

تمرین ۱۲-۳: اگر برای احتراق یک سوخت در درجه حرارت ۲۰ درجه سانتی‌گراد و فشار ۸۵۰ mmHg، ۳۰ m^3 هوا لازم باشد. حجم هوای لازم در شرایط متعارفی چند مترمکعب خواهد بود؟ $P_0 = ۷۶۰\text{ mmHg}$

$$\alpha = \frac{1}{۲۷۳} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۱-۳: اگر برای احتراق یک سوخت در شرایط متعارفی ۲۰ m^3 هوا لازم باشد. مقدار هوای لازم در ۹۰۰ mm Hg و دمای ۴۵°C را به دست آورید. با فرض $P_0 = ۷۶۰\text{ mmHg}$ و $\alpha = \frac{1}{۲۷۳} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$P_0 = ۷۶۰\text{ mmHg}$ $V_0 = ۲۰\text{ m}^3$ $P = ۹۰۰\text{ mmHg}$ $\theta = ۴۵^\circ\text{C}$ $\alpha = \frac{1}{۲۷۳} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$V = ?$

مرحله (۲) تبدیل واحد :

$$T = ۲۷۳ + \theta$$

$$T = ۲۷۳ + ۴۵$$

$$T = ۳۱۸^\circ\text{K}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه

$$V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P}$$

مرحله (۴) جای گذاری داده‌ها در رابطه فوق و محاسبه

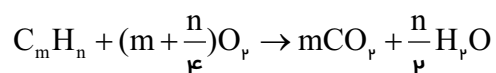
ریاضی

$$V = \frac{\frac{1}{273} \times 76 \times 200 \times 38}{900}$$

$$V = 196 / 73 \text{ m}^3$$

۲-۵-۳- احتراق سوخت‌های مایع و گاز :

با توجه به این که به‌طور معمول ترکیب شیمیایی سوخت‌های مایع و گاز در اکثر موارد از کربن و هیدروژن تشکیل شده است، بنابراین محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت با استفاده از فعل و انفعال آن با اکسیژن (ترکیب با اکسیژن) امکان‌پذیر است :



البته مشخص است که سوخت‌های گازی و مایع که در صنایع ذوب و ریخته‌گری به‌کار می‌روند مانند گاز طبیعی، نفت، گازوئیل، مازوت و... دارای یک ترکیب شیمیایی خالص و منظم مانند هیدروکربن‌ها نیستند و ممکن است از ترکیب‌های مختلف با جرم ملکولی مختلف تشکیل شده باشند. اما در هر صورت با مشخص بودن فرمول شیمیایی یا فرمول ساده به کمک ضرایب m و n ، محاسبه حجم هوای احتراقی امکان‌پذیر است.

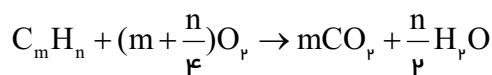
تمرین ۱۲-۳: مطلوب است حجم هوای لازم برای احتراق ۱۰ kg گاز C_8H_{18} در شرایط متعارفی ترکیب هوا ۲۵٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن حل (توسط هنجو):

مثال ۱۲-۳: مطلوب است حجم هوای لازم برای احتراق ۴/۷kg گاز C_8H_{18} در شرایط متعارفی. ترکیب هوا : ۲۰٪ اکسیژن بقیه نیتروژن

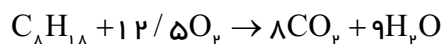
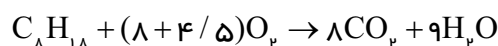
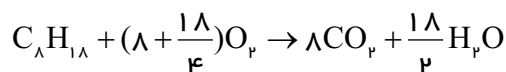
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$m^3 = ?$ حجم هوای لازم	$4/7 \text{ Kg} =$ جرم سوخت $C = 12$ $H = 1$ ترکیب هوا $\begin{cases} 20\% \text{ اکسیژن} \\ 80\% \text{ نیتروژن} \end{cases}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه احتراق سوخت و محاسبه ریاضی، رابطه کلی احتراق:

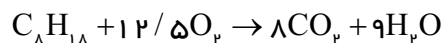


در این مثال $m = 8$ و $n = 18$ می‌باشد



مرحله (۳) به دست آوردن حجم اکسیژن لازم جهت احتراق کامل با توجه به واکنش

$$\text{جرم } C_8 H_{18} = 8 \times 12 + 18 \times 1 = 114$$



$$x = \frac{12/5 \times 22/4 \times 4/7}{114} \quad \begin{matrix} \text{kg گاز } C_8 H_{18} & \text{اکسیژن } m^3 \\ 114 & 12/5 \times 22/4 \\ 4/7 & x \end{matrix}$$

$$x = 11/54 m^3 \text{ اکسیژن}$$

	<p>مرحله ۴) به دست آوردن حجم هوای لازم برای احتراق : با توجه به این که ۲۰٪ هوا اکسیژن است، لذا داریم :</p> $\frac{100}{x} = \frac{20}{11/54 \times 100}$ $x = 57 \text{ / } \text{vm}^3 \text{ هوا}$
--	--

۳-۵-۳- سوخت‌های مصرفی در صنایع ذوب فلزات :

همان‌طوری که تاکنون گفته شد مواد آلی شامل کربن و ئیدروژن در صورت داشتن شرایط عمومی ذکر شده می‌توانند به عنوان سوخت در نظر گرفته شود، اما هر نوع سوختی را نمی‌توان در ریخته‌گری استفاده کرد. از میان سوخت‌هایی که در جدول شماره ۱-۳ مشخص شده‌اند، تنها کک، گازوئیل، مازوت و گاز طبیعی به دلیل فراوانی، قیمت پایین و قدرت حرارتی مناسب در صنایع ذوب و ریخته‌گری استفاده می‌شوند.

کک : کک از حرارت دادن زغال‌سنگ در محیط بسته تولید می‌شود.

ککی که در ذوب و ریخته‌گری به کار می‌رود دارای مشخصات زیر است :

الف - ترکیبات شیمیایی : ترکیب شیمیایی کک مناسب برای ذوب به صورت زیر است :

کربن : ۸۵-۹۰ درصد گوگرد قابل احتراق (S_v) : کمتر از ۲ درصد

خاکستر : حداکثر ۱۲ درصد مواد فرار و تبخیری : کمتر از ۱ درصد

رطوبت : حداکثر ۲ درصد

گوگرد در کک عنصر نامعلومی است و کیفیت کک را کاهش می‌دهد بنابراین مقدار آن باید کمتر از ۲ درصد باشد، البته در تهیه بعضی از آلیاژها و فلزات مانند چدن با گرافیت کروی (نشکن) باید مقدار گوگرد کک از ۲ درصد نیز کمتر باشد. ترکیب شیمیایی و درصد عناصر تشکیل دهنده خاکستر و نقطه ذوب آن از عواملی هستند که در میزان ارزش حرارتی کک نقش مهمی دارند.

ب - ضریب تخلخل : کک مورد استفاده در ریخته‌گری و ذوب باید دارای تخلخل باشد تا احتراق آن به‌طور

کامل انجام شود براساس محاسبات ضریب تخلخل یک قطعه کک عبارت است از نسبت حجم فضای خالی به

$$\%e = \frac{V'}{V + V'} \times 100$$

حجم کل قطعه به صورت :

که در آن:

V' : حجم فضای خالی

V : حجم حقیقی قطعه

با توجه به این که حجم ظاهری قطعه برابر حجم حقیقی منهای حجم فضای خالی است و از طرفی رابطه چگالی

$$\rho = \frac{m}{v} \quad \text{می توان به رابطه زیر رسید :} \quad e = 1 - \frac{\rho'}{\rho} \quad \text{ضریب تخلخل}$$

$$e = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \times 100 \quad \text{درصد تخلخل}$$

که در این رابطه :

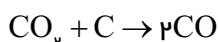
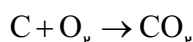
ρ : چگالی حقیقی با در نظر گرفتن حجم تخلخل ها

ρ' چگالی ظاهری بدون در نظر گرفتن حجم تخلخل ها

مشخصات کک های صنعتی معمولاً به شرح زیر می باشد :

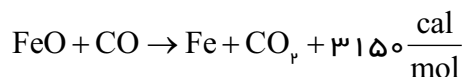
$$e = 0.45 - 0.55 \quad \rho = 1.8 - 2 \frac{g}{cm^3} \quad \rho' = 0.8 - 1.1 \frac{g}{cm^3}$$

ج - راکتیویته : در هنگام احتراق کک مقدار گاز منواکسیدکربن (CO) تولید شده یکی از مشخصات و خواص عمده کک در عملیات احیای اکسیدهای فلزات است. همان طور که قبلاً توضیح داده شد، در احتراق ناقص ابتدا مقداری از کربن کک در مجاورت اکسیژن (یا هوا) می سوزد و تولید گاز دی اکسیدکربن CO_2 می کند. سپس باقیمانده کربن با دی اکسیدکربن CO_2 ترکیب می شود و گاز منواکسیدکربن تولید می کند. مطابق واکنش زیر:



گاز منواکسیدکربن (CO) می تواند اکسیدهای فلزی را به سهولت احیاء کرده و علاوه بر آن گرما تولید کند به عبارت دیگر واکنش گرمازا است.

به عنوان مثال، منواکسیدکربن در احیای اکسید آهن به صورت زیر عمل می نماید :



یعنی منواکسیدکربن علاوه بر این که FeO را احیا کرده و تولید Fe خالص می نماید، مقداری گرما نیز آزاد می نماید.

مطابق تعریف نسبت تعداد مولکول های دی اکسیدکربن تبدیل شده به منواکسیدکربن (B) را بر تعداد کل مولکول های دی اکسیدکربن تولید شده (A) در احتراق را راکتیویته می نامند به عبارت دیگر :

$$R = \frac{B}{A}$$

براساس محاسبات درصد راکتیویته برحسب درصد گازهای دی اکسیدکربن و منواکسیدکربن به صورت زیر

است:

$$\%R = \frac{\%CO}{\%CO + 2\%CO_p} \times 100$$

در فشار ثابت راکتیویته کک به دو عامل بستگی دارد که عبارتند از درجه حرارت گاز CO_p و سرعت عبور گاز CO_p از روی کک گداخته. راکتیویته کک در داخل کوره کوپل حدود ۲۰٪ است به عبارت دیگر در حدود $\frac{2}{3}$ کربن کک با احتراق کامل می‌سوزد، در حالی که در کوره بلند با توجه به مقدار زیاد اکسیدهای آهن راکتیویته کک در $900^\circ C$ حداقل حدود ۷۵٪ و حداکثر ۹۰٪ است.

- نفت‌ها: ترکیبات پیچیده و مختلفی از ئیدروکربن‌های زنجیره ای و حلقوی هستند که اجزاء اصلی در ترکیب آنها هیدروژن و کربن است. گوگرد نیز در ترکیبات مختلف نفت‌ها وجود دارد و معمولاً مقدار آن کمتر از ۲ درصد است. نفت‌هایی که در ریخته‌گری و ذوب به کار می‌روند معمولاً از پالایش نفت خام ایجاد می‌شوند و در دسته ئیدروکربن‌های نسبتاً سنگین نسبت به بنزین و نفت سفید قرار دارند. به‌طور معمول گازوئیل، مازوت و نفت کوره از سوخت‌های مناسب برای ریخته‌گری می‌باشند. نفت‌ها سوخت‌های با ارزشی هستند. مزایای آنها عبارتند از:

الف - نفت‌ها دارای قدرت حرارتی عموماً زیاد و حدود ۹۰۰۰ تا ۱۰۶۰۰ کیلوکالری بر لیتر هستند که علت آن خاکستر و رطوبت بسیار کم آنها است.

ب - نفت‌ها خاکستر بسیار کمی دارند و مقدار آن غیرقابل ملاحظه است.

ج - کوره‌هایی که با سوخت مایع مانند نفت‌ها کار می‌کنند کنترل، تنظیم و ثابت نگهداشتن درجه حرارت به سادگی انجام می‌شود، به‌طوری که می‌توان مقدار سوخت را کم یا زیاد کرد.

د - انبار کردن نفت‌ها به فضای کمتری نیاز دارند و راندمان حرارتی آنها بیشتر است.

و - نفت‌ها به آسانی با هوا مخلوط شده و سریع مشتعل می‌شوند و به درجه حرارت ماکزیمم خود می‌رسند. نفت‌ها با وجود مزایای فوق دارای معایبی هستند که عبارتند از: گران بودن، خطر انفجار و اشتعال، بوی نامطبوع، ضایعات بالا در اثر تبخیر و بالاخره ایجاد رسوب در مخازن و لوله‌ها که باعث مسدود شدن و قطع جریان نفت می‌شود.

ضریب انبساط کلیه نفت‌ها زیاد است و حجم آنها در اثر گرما افزایش می‌یابد، به همین دلیل نباید مخازن نفت را به‌طور کامل پر نمود زیرا ممکن است سبب ترکیدن مخزن شود. تغییرات حجم نفت علاوه بر درجه حرارت به چگالی آن نیز بستگی دارد. به عنوان مثال برای نفتی که چگالی آن حدود $\frac{8}{cm^3}$ است، تغییرات حجم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V = V_0 (1 + \frac{1}{8} \times 10^{-4} \theta + \frac{1}{3} \times 10^{-7} \theta^2)$$

که در آن :

V : حجم نفت در درجه حرارت θ

V_0 : حجم نفت در صفر درجه سانتی گراد

θ : درجه حرارت نفت برحسب سانتی گراد

سوخت‌های گازی : این سوخت‌ها معمولاً به دو دسته طبیعی و مصنوعی تقسیم می‌شوند.

سوخت گاز طبیعی مخلوطی از ئیدروکربن‌های مختلف است که قسمت عمده آن را گاز متان (CH_4) تشکیل می‌دهد. درصد گاز متان، گاز طبیعی بین ۷۵ تا ۹۰ درصد است. باقیمانده ترکیب گاز طبیعی شامل گاز ئیدروژن، نیتروژن، دی اکسید کربن و مقدار کمی اکسیژن است. در بعضی از گازهای طبیعی گاز سولفید هیدروژن (H_2S) نیز وجود دارد که با توجه به مطالب ذکر شده در هنگام احتراق گاز دی اکسید گوگرد (SO_2) تولید می‌کند، که در عملیات ذوب فلزات در کوره‌های شعله ای بسیار مضر است. گاز طبیعی برای استفاده باید تصفیه شود. قدرت حرارتی گاز طبیعی بالا است و به 8000 تا $8500 \frac{kcal}{m^3}$ می‌رسد. سوخت‌های گاز مصنوعی نیز متعدد هستند و در صنعت به روش‌های مختلف تولید می‌شوند، این سوخت‌ها عبارتند از:

الف - گازهای تقطیر زغال‌سنگ یا گاز کوره‌های کک سازی

ب - گاز مولدها یا گازهای تولید شده از احتراق ناقص زغال‌سنگ

ج - گاز کوره بلند ذوب آهن

د - گاز آب یا گازهای تولید شده در اثر عبور بخار آب از روی زغال‌سنگ گداخته

ه - گازهای تولید شده به روش سنتز یا گازهای ساختگی مانند ئیدروژناسیون زغال‌سنگ که سبب تولید ئیدروکربن‌های متعدد می‌شود

و - گازهای حاصل از تقطیر یا شکسته شدن مولکول‌ها (کراکینگ) نفت‌های سنگین

۶-۳- بررسی قدرت حرارتی سوخت :

با توجه به واکنش عناصر قابل احتراق سوخت با اکسیژن و همچنین تعیین درصد آن‌ها، می‌توان حرارت تولید شده برای هر واحد جرم (kg) و یا واحد حجم (m^3) یعنی ارزش حرارتی سوخت را محاسبه و تعیین کرد. معمولاً سوخت حاوی خاکستر و رطوبت است که مقدار این خاکستر در سوخت‌های جامد مهم‌تر است. خاکستر و مواد غیرقابل احتراق باعث کاهش مواد قابل احتراق در سوخت شده و به همین علت در قدرت حرارتی سوخت مؤثر هستند. در حالی که رطوبت موجود در سوخت امکان دارد تبخیر شوند و تبخیر آنها سبب جذب گرما و گرماگیری شوند که اثر آن در کاهش قدرت حرارتی بیشتر از مقدار درصد مواد غیرقابل احتراق آن است.

وجود اکسیژن در سوخت به علت ترکیب شدن آن با هیدروژن در زمان احتراق، قدرت حرارتی سوخت را کاهش می‌دهد به عبارت دیگر سوخت حاوی اکسیژن قبلاً اکسید شده و در نتیجه قدرت حرارتی آن کاهش می‌یابد. به‌طور کلی قدرت حرارتی یک سوخت را با توجه به گرمایی عناصر مختلف و ترکیب آنها با اکسیژن و ساده کردن شرایط محاسبه، می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد :

$$q_m = 80C + 345\left(H - \frac{O}{8}\right) + 9S - 6W$$

که در آن :

q_m : قدرت حرارتی سوخت بر حسب kcal/kg

C : درصد کربن

H : درصد هیدروژن

O : درصد اکسیژن

S : درصد گوگرد

W : رطوبت

تمرین ۱۴-۳: یک نوع کک با درصد تخلخل ۶۰٪ دارای چگالی $1/1 \text{ g/cm}^3$ می‌باشد، چگالی حقیقی آن را حساب کنید.
حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۳-۳: در صورتی که چگالی حقیقی و ظاهری کک به ترتیب $1/8 \text{ g/cm}^3$ و 1 g/cm^3 باشد مطلوب است محاسبه درصد تخلخل کک :

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
%e = ?	$\rho = 1/8 \text{ g/cm}^3$ $\rho' = 1 \text{ g/cm}^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه درصد تخلخل :

$$\%e = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \times 100$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و

محاسبه ریاضی

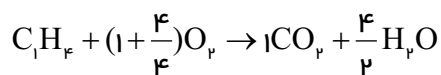
$$\%e = \left(1 - \frac{1}{1/8}\right) \times 100$$

$$\%e = 0/45 \times 100$$

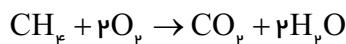
$$\%e = 45\%$$

<p>تمرین ۳-۱۵: یک نوع زغال خشکی شامل ۸۵٪ کربن، ۵٪ ئیدروژن، ۵٪ اکسیژن و ۵٪ خاکستر می‌باشد، قدرت حرارتی این زغال خشک را به‌دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۳-۱۴: مطلوب است تعیین قدرت حرارتی یک نوع زغال خشک شامل ۸۰٪ کربن، ۵٪ ئیدروژن، ۵٪ اکسیژن، ۲٪ گوگرد و ۸٪ رطوبت.</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.</p> <table border="1" data-bbox="774 400 1381 588"> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> <tr> <td>$q_m = ?$</td><td>ترکیب سوخت $= \%80C + \%5H_p + \%5O_r + \%2S + \%8W$</td></tr> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه قدرت حرارتی</p> $q_m = 80C + 340(H - \frac{O}{8}) + 20S - 6W$ <p>مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $q_m = 80 \times 80 + 340(5 - \frac{5}{8}) + 20 \times 2 - 6 \times 8$ $q_m = 6400 + 1487.5 + 40 - 48$ 7879.5 kcal/kg	خواسته‌ها	داده‌ها	$q_m = ?$	ترکیب سوخت $= \%80C + \%5H_p + \%5O_r + \%2S + \%8W$		
خواسته‌ها	داده‌ها						
$q_m = ?$	ترکیب سوخت $= \%80C + \%5H_p + \%5O_r + \%2S + \%8W$						
<p>تمرین ۳-۱۶: در اندازه‌گیری راکتیویته یک نوع کک مقداری گاز CO_p با فشار و درجه حرارت ثابت از روی آن عبور داده شده است. در صورتی که درصد گاز CO_p خروجی ۱۵٪ و درصد CO خروجی ۸۵٪ باشد مطلوبست درصد راکتیویته کک.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۳-۱۵: برای اندازه‌گیری راکتیویته یک زغال کک مقداری گاز CO_p را با فشار و درجه حرارت ثابت و معین از روی آن عبور داده‌اند (در غیاب هوا و اکسیژن) درصد گازهای خروجی عبارتند از: ۹۲٪ گاز اکسیدکربن و بقیه گاز کربنیک مطلوبست درصد راکتیویته کک</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.</p> <table border="1" data-bbox="874 1492 1279 1661"> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> <tr> <td>$\%CO_p = ?$</td><td>$\%CO = \%92$</td></tr> <tr> <td>$\%R = ?$</td><td></td></tr> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه</p> $\%R = \frac{\%CO}{\%CO + 2\%CO_p} \times 100$	خواسته‌ها	داده‌ها	$\%CO_p = ?$	$\%CO = \%92$	$\%R = ?$	
خواسته‌ها	داده‌ها						
$\%CO_p = ?$	$\%CO = \%92$						
$\%R = ?$							

	<p>مرحله ۳) به دست آوردن درصد CO_p</p> $\% \text{CO}_p = 100 - \% \text{CO}$ $\% \text{CO}_p = 100 - 92 = \% 8$ <p>مرحله ۴) جای گذاری داده ها در رابطه</p> $\% R = \frac{92}{92 + 2 \times 8} \times 100 = \frac{92}{92 + 16} \times 100 =$ $\% R = \frac{92}{108} \times 100 = \% 85$				
<p>تمرین ۱۷-۳: حجم هوای لازم برای احتراق 10 kg گازی با ترکیب شیمیایی C_pH_q در شرایط متعارفی چقدر می شود (ترکیب حجمی هوا عبارت است از 20% اکسیژن و بقیه نیتروژن). حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۱۶-۳: مطلوبست حجم هوای لازم برای احتراق 8 kg گاز متان با ترکیب شیمیایی CH_4 در شرایط متعارفی. (ترکیب حجمی هوا عبارت است از 20% اکسیژن و بقیه نیتروژن). $\text{C} = 12$ و $\text{H} = 1$ حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور مختصر و همراه با واحدها نوشته شود</p> <table border="1" data-bbox="782 1105 1378 1481"> <thead> <tr> <th>خواسته ها</th><th>داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$V = ?$</td><td> $8 \text{ kg} = \text{جرم گاز متان}$ $\text{C} = 12$ $\text{H} = 1$ = ترکیب حجمی هوا نیتروژن 80% + اکسیژن 20% </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) نوشتن رابطه احتراق</p> $\text{C}_m\text{H}_n + (m + \frac{n}{4})\text{O}_p \rightarrow m\text{CO}_p + \frac{n}{2}\text{H}_p\text{O}$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق با توجه به این که گاز CH_4 است لذا $m = 1$ و $n = 4$ است خواهیم داشت :</p>	خواسته ها	داده ها	$V = ?$	$8 \text{ kg} = \text{جرم گاز متان}$ $\text{C} = 12$ $\text{H} = 1$ = ترکیب حجمی هوا نیتروژن 80% + اکسیژن 20%
خواسته ها	داده ها				
$V = ?$	$8 \text{ kg} = \text{جرم گاز متان}$ $\text{C} = 12$ $\text{H} = 1$ = ترکیب حجمی هوا نیتروژن 80% + اکسیژن 20%				



مرحله ۴) رابطه ساده شده به صورت زیر خواهد بود:

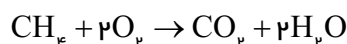


مرحله ۵) محاسبه جرم مولکولی گاز CH_4 (متان):
این گاز از ۴ اتم ئیدروژن و یک اتم کربن تشکیل شده است بنابراین جرم مولکولی آن برابر است با:

$$12 + 4 \times 1 = 16$$

مرحله ۶) محاسبه حجم اکسیژن مورد نیاز برای احتراق:

با توجه به رابطه احتراق



در شرایط متعارفی برای سوختن 16kg متان (CH_4) حدود $2 \times 22.4\text{m}^3$ اکسیژن لازم است بنابراین با یک تناسب ساده خواهیم داشت:

CH_4	اکسیژن
16kg	44.8m^3
8kg مطابق مسأله	حجم مورد نیاز x

$$x = \frac{44.8 / 8 \times 8}{16}$$

$$x = 22.4\text{m}^3$$

بنابراین برای احتراق 8kg گاز متان (CH_4) حدود $q_m = 44.8$ اکسیژن لازم است.

مرحله ۷) محاسبه حجم هوای لازم: با توجه به صورت مسأله ترکیب حجمی هوا عبارت است از ۲۰٪ اکسیژن و ۸۰٪ نیتروژن. یعنی حد $\frac{1}{5}$ هوا اکسیژن است.

	<p>بنابراین با توجه به این که حجم اکسیژن لازم به دست آمده است، می توان گفت که حجم هوای لازم پنج برابر حجم اکسیژن است. یا به عبارت دیگر :</p> <p>حجم اکسیژن ترکیب حجمی هوا</p> $100 \quad 20$ $x \quad 22/4$ <p>اکسیژن لازم برای سوخت</p> $x = \frac{22/4 \times 100}{20}$ $x = 22/4 \times 5$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $x = 112m^3$ </div> <p>حجم هوای لازم برای احتراق، ۱۱۲ مترمکعب است.</p>											
<p>تمرین ۱۸-۳: حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برای هر کیلوگرم سوخت ۱۲۰۰۰ lit می باشد. حجم هوا را در شرایط غیرمتعارفی فشار هوا ۶۶۰ mm Hg و دمای هوای ۳۰°C حساب کنید.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۱۷-۳: حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برای هر کیلوگرم سوخت ۱۰m^۳ می باشد. حجم هوا را در شرایط غیرمتعارفی فشار هوا ۶۶۰ mm Hg و دمای هوای ۲۷°C حساب کنید. $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ و</p> $\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ C}$ <p>حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها را به طور مختصر می نویسیم :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">خواسته ها</th><th style="width: 50%;">داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="8" style="vertical-align: top; text-align: center;"> $V = ?$ حجم هوای لازم </td><td>$V_0 = 10m^3$</td></tr> <tr> <td>$P_0 = 760 \text{ mmHg}$</td></tr> <tr> <td>$\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ C}$</td></tr> <tr> <td>$P = 660 \text{ mmHg}$</td></tr> <tr> <td>$\theta = 27^\circ C$</td></tr> <tr> <td>$T = \theta + 273$</td></tr> <tr> <td>$T = 27 + 273$</td></tr> <tr> <td>$T = 300^\circ K$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه با توجه به مسأله</p> $V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P}$	خواسته ها	داده ها	$V = ?$ حجم هوای لازم	$V_0 = 10m^3$	$P_0 = 760 \text{ mmHg}$	$\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ C}$	$P = 660 \text{ mmHg}$	$\theta = 27^\circ C$	$T = \theta + 273$	$T = 27 + 273$	$T = 300^\circ K$
خواسته ها	داده ها											
$V = ?$ حجم هوای لازم	$V_0 = 10m^3$											
	$P_0 = 760 \text{ mmHg}$											
	$\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ C}$											
	$P = 660 \text{ mmHg}$											
	$\theta = 27^\circ C$											
	$T = \theta + 273$											
	$T = 27 + 273$											
	$T = 300^\circ K$											

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V = \frac{\frac{1}{273} \times 760 \times 10 \times 300}{660}$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$V = \frac{8351/65}{660}$$

$$V = 12/65 \text{ m}^3 \quad \text{حجم هوای لازم}$$

تمرین ۱۹-۳: برای احتراق ۳۵ kg از یک نوع کک (بدون رطوبت) با ترکیب ۸۳٪ کربن، ۴٪ ئیدروژن، ۵٪ نیتروژن و ۸٪ خاکستر، چند مترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است ($\frac{1}{5}$ هوا اکسیژن است).
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۸-۳: برای احتراق ۳۰ kg از یک نوع کک (بدون رطوبت) با ترکیب ۸۵٪ کربن، ۳٪ ئیدروژن، ۴٪ اکسیژن و ۸٪ خاکستر، چند مترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است. ($\frac{1}{5}$ حجم هوا اکسیژن است).
(C = ۱۲ و H = ۱ و O = ۱۶)

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
؟ = حجم هوا	<p>۳۰kg = جرم کک</p> <p>ترکیب کک در شرایط متعارفی</p> <p>= ۸۵٪C , ۳٪H , ۴٪O , ۸٪A</p> <p>حجم هوا = $\frac{1}{5}$ = حجم اکسیژن</p> <p>C = ۱۲</p> <p>H = ۱</p> <p>O = ۱۶</p>

مرحله ۲) محاسبه جرم کربن و ئیدروژن در کک :
با توجه به این که ۸۵٪ جرم کک را کربن تشکیل داده است.

$$\text{جرم کک} \times \frac{85}{100} = \text{جرم کربن}$$

$$\text{جرم کربن} = \frac{85}{100} \times 30$$

$$\text{جرم کربن} = ۲۵/۵ \text{ kg}$$

با توجه به این که ۳٪ جرم کک را ئیدروژن تشکیل داده است.

$$\text{جرم کک} = \frac{۳}{۱۰۰} \times \text{جرم ئیدروژن}$$

$$\text{جرم ئیدروژن} = \frac{۳}{۱۰۰} \times ۳۰$$

$$\text{جرم ئیدروژن} = ۰/۹ \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن حجم اکسیژن لازم جهت احتراق کربن و ئیدروژن :

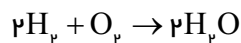
کربن مطابق رابطه مقابل می شود $C + O_p \rightarrow CO_p$
با توجه به رابطه سوختن کربن، برای سوختن هر ۱۲ kg کربن (با توجه به جرم مولکولی)، ۳۲ kg اکسیژن لازم است. با ایجاد یک تناسب ساده خواهیم داشت :

$$\begin{array}{cc} C & O_p \\ ۱۲ \text{ kg} & ۳۲ \text{ kg} \\ ۲۵/۵ & x \\ x = \frac{۳۲ \times ۲۵/۵}{۱۲} \end{array}$$

$$x = ۶۸ \text{ kg}$$

برای سوختن کربن ۶۸ kg اکسیژن لازم است.

- با توجه به رابطه سوختن هیدروژن خواهیم داشت:
برای سوختن هر ۴ kg هیدروژن، ۳۲ kg اکسیژن لازم است.



$$\begin{array}{cc} ۲H & O_p \\ ۴ \text{ kg} & ۳۲ \text{ kg} \\ ۰/۹ & x \end{array}$$

$$x = \frac{۳۲ \times ۰/۹}{۴}$$

$$x = ۷/۲ \text{ kg} \quad \text{اکسیژن}$$

برای سوختن هیدروژن $7/2 \text{ kg}$ اکسیژن لازم است. با توجه به رابطه سوختن هیدروژن و کربن موجود در کک باید مقادیر اکسیژن به دست آمده را با هم جمع کنیم.

$$\text{اکسیژن } 68 + 7/2 = 75/2 \text{ kg}$$

مرحله ۴) به دست آوردن حجم اکسیژن در شرایط متعارفی: در شرایط متعارفی حجم هر مولکول گرم اکسیژن (32 g)، $22/4$ لیتر است و چون حجم اکسیژن بر حسب کیلوگرم است، حجم آن $22/4 \text{ m}^3$ خواهد بود.

جرم اکسیژن	حجم اکسیژن
(O_2)	(O_2)
32 kg	$22/4 \text{ m}^3$
$75/2 \text{ kg}$	x

$$x = \frac{75/2 \times 22/4}{32}$$

$$x = 52/64 \text{ m}^3 \text{ حجم اکسیژن لازم برای احتراق}$$

مرحله ۵) به دست آوردن حجم هوا در شرایط متعارفی: با توجه به این که حجم اکسیژن، $\frac{1}{5}$ حجم هوا است. بنابراین حجم هوای لازم برای احتراق ۵ برابر حجم اکسیژن خواهد بود

طرفین در ۵ ضرب شود حجم هوا $= \frac{1}{5}$ حجم اکسیژن

$$5 \times \text{حجم اکسیژن} = \frac{1}{5} \times 5$$

$$\text{حجم هوا} = 5 \times 52/64$$

$$\boxed{263/2 \text{ m}^3 = \text{حجم هوا}}$$

تمرین ۲۰-۳: مطلوبست تعیین قدرت حرارتی یک نوع گازوئیل که در تجزیه کمی آن ۸۵٪ کربن و ۱۴٪ هیدروژن و ۱ درصد مواد غیرقابل احتراق تعیین شده است.

حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۹-۳: مطلوبست تعیین قدرت حرارتی یک نوع گازوئیل که در تجزیه کمی آن ۹۰٪ کربن و ۹٪ هیدروژن و ۰/۵ درصد گوگرد و ۰/۵ درصد مواد غیرقابل احتراق تعیین شده است.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه

با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$q_m = ? \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$	<p>کربن ۹۰٪ $C = 90\%$</p> <p>هیدروژن ۹٪ $H = 9\%$</p> <p>گوگرد ۰/۵٪ $S = 0.5\%$</p> <p>مواد غیرقابل احتراق ۰/۵٪ $A = 0.5\%$</p> <p>$O = 0\%$</p>

مرحله (۲) نوشتن رابطه قدرت حرارتی

$$q_m = 80C + 340\left(H - \frac{O}{8}\right) + 20S - 6A$$

مرحله (۳) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق

$$q_m = (80 \times 90) + 340\left(9 - \frac{0}{8}\right) + (20 \times 0.5) - (6 \times 0.5)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$q_m = 7200 + 340 \times 9 - 340 \times 0 + 10 - 3$$

$$q_m = 7200 + 3060 - 0 + 10 - 3$$

$$q_m = 10267 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

تمرین ۳-۲۱: در تجزیه کمی ۱۲۴ gr سوخت، ۹۸ کربن و بقیه هیدروژن تعیین شده است :
 اولاً: فرمول ساده سوخت را مشخص کنید
 ثانیاً: حجم هوای لازم برای احتراق ۵۰ kg از آن را در شرایط متعارفی به دست آورید. درصد حجمی هوا ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن است.

حل (توسط هنجو):

مثال ۳-۲۰: در تجزیه کمی ۱۱۶ gr سوخت، ۹۶ کربن و بقیه هیدروژن تعیین شده است :
 اولاً: فرمول ساده سوخت را مشخص کنید
 ثانیاً: حجم هوای لازم برای احتراق هر کیلوگرم از آن را در شرایط متعارفی به دست آورید. درصد حجمی هوا ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن است.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور مختصر و همراه با واحد نوشته می شود

خواسته ها	داده ها
? = فرمول تقریبی سوخت	۱۱۶gr = جرم سوخت
? = حجم هوای لازم برای احتراق هر کیلوگرم سوخت	۹۶gr = جرم کربن ۲۰gr = جرم هیدروژن ۲۰٪ = درصد حجمی اکسیژن هوا

اولاً: مرحله (۲) به دست آوردن فرمول تقریبی سوخت $C_m H_n$

$$m \times 12 + 1 \times n = 116$$

$$12m + n = 116 \quad (1)$$

$$m \times 12 = 96 \quad \text{جرم مولکولی کربن سوخت}$$

(طرفین تساوی بر ضریب m تقسیم می شود)

$$\frac{m \times 12}{12} = \frac{96}{12}$$

$$m = 8$$

به جای m مقادیرش را قرار می دهیم (از معادله (۱))

$$12m + n = 116$$

$$12 \times 8 + n = 116$$

$$96 + n = 116$$

مقدار n را حساب می‌کنیم

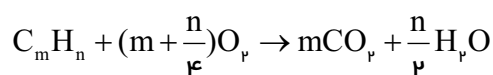
$$n = 116 - 96$$

$$n = 20$$

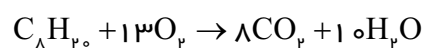
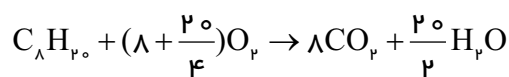
با توجه به فرمول C_mH_n و مقادیر m و n فرمول تقریبی سوخت برابر است با :



ثانیاً: مرحله ۳) نوشتن فرمول احتراق سوخت:

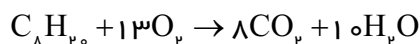


مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها :



مرحله ۵) محاسبه حجم اکسیژن لازم برای سوختن یک

کیلوگرم سوخت



حجم اکسیژن لازم (متر مکعب) جرم مولکولی سوخت (کیلوگرم)



$$116$$

$$13 \times 22 / 4$$

کیلوگرم سوخت ۱

x

$$x = \frac{13 \times 22 / 4 \times 1}{116}$$

$$x = 2 / 5 \text{ m}^3 \text{ اکسیژن}$$

مرحله ۶) محاسبه حجم هوای لازم برای سوختن ۱

کیلوگرم سوخت

با توجه به این‌که درصد حجمی اکسیژن هوا ۲۰٪ است

خواهیم داشت :

درصد حجمی اکسیژن درصد حجمی هوا

$$100$$

$$20$$

$$x$$

$$2 / 51$$

$$x = \frac{100 \times 2 / 51}{20}$$

$$x = 12 / 55 m^3$$

حجم هوای لازم برای احتراق یک کیلوگرم سوخت

تمرین ۲۲-۳: در تجزیه کمی ۶۵ gr از یک نوع سوخت ۳۵gr کربن و بقیه هیدروژن به دست آمده است مطلوبست تعیین:

الف - فرمول ساده سوخت

ب - حجم هوای لازم برای احتراق ۴ kg از این سوخت (حجم هوا ۲۲٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن) حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۱-۳: در تجزیه کمی ۵۸ gr از یک نوع سوخت ۴۸ gr کربن و بقیه هیدروژن به دست آمده است مطلوبست تعیین:

الف - فرمول ساده سوخت

ب - حجم هوای لازم برای احتراق ۲ kg از این سوخت (حجم هوا ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن است). حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
۵۸gr = جرم مولکولی سوخت	۴۸gr = جرم کربن موجود در مولکول سوخت
۲۰٪ = درصد حجمی اکسیژن هوا	۲kg = جرم سوخت
۱۲ = c	H = ۱
۲ کیلوگرم سوخت لازم برای احتراق	
؟ = حجم هوای سوخت	
؟ = فرمول ساده سوخت	

مرحله ۲) به دست آوردن فرمول تقریبی سوخت :

فرمول کلی سوخت به صورت $C_m H_n$ می‌باشد.

راه اول :

= جرم هیدروژن موجود در مولکول سوخت

جرم کربن موجود در مولکول سوخت - جرم مولکول سوخت

$$= 58 - 48$$

جرم هیدروژن موجود در مولکول سوخت = 10

$$\text{جرم } C_m = 12 \times m = 48$$

طرفین تساوی را بر عدد ۱۲ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{12 \times m}{12} = \frac{48}{12}$$

$$m = 4$$

$$\text{جرم } H_n = 1 \times n$$

$$10 = 1 \times n$$

$$n = 10$$

راه دوم :

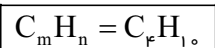
تعداد کربن

$$m = \frac{\text{جرم کربن سوخت}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{48}{12} = 4$$

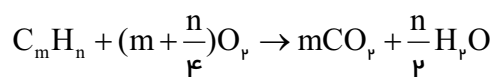
تعداد هیدروژن

$$n = \frac{\text{جرم هیدروژن سوخت}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{10}{1} = 10$$

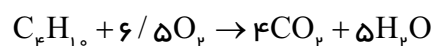
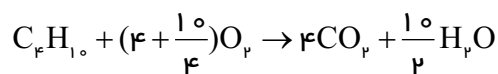
لذا فرمول تقریبی به صورت زیر می‌باشد



مرحله ۳) نوشتن رابطه احتراق سوخت

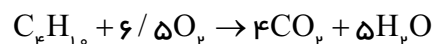


مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول



مرحله ۵) محاسبه حجم اکسیژن لازم برای احتراق

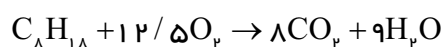
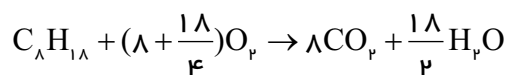
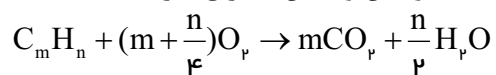
سوخت :



	<p>حجم اکسیژن لازم برحسب جرم مولکولی سوخت برحسب</p> $\frac{\text{kg}}{58} \quad \frac{\text{m}^3}{6/5 \times 22/4}$ $2\text{kg} \quad x$ $x = \frac{6/5 \times 22/4 \times 2}{58}$ <p>$x = 5/02 \text{ m}^3$ حجم اکسیژن لازم برای احتراق 2 kg سوخت</p> <p>مرحله ۶) محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت</p> <p>با توجه به این که ۲۰٪ حجم هوا، اکسیژن است، بنابراین حجم هوا ۵ برابر اکسیژن می‌باشد.</p> <p>درصد حجمی اکسیژن $= \frac{100}{20} = 5$</p> <p>حجم هوای لازم برای احتراق $= 5 \times 5/02$</p> <p>حجم هوای لازم برای احتراق $= 25/1 \text{ m}^3$</p>
<p>تمرین ۲۳-۳: حجم هوای لازم برای احتراق ۱۵ kg گاز متان با ترکیب شیمیایی CH_4 را در شرایط غیرمتعارفی فشار ۶۵۰ mmHg و دمای 350°C محاسبه کنید (ترکیب هوا از ۲۰٪ اکسیژن و ۸۰٪ حجمی نیتروژن می‌باشد و ضریب انبساط حجمی گازها $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ و $\frac{1}{273} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۲-۳: حجم هوای لازم برای احتراق ۹/۴ kg گاز اکتان با ترکیب شیمیایی C_8H_{18} را در شرایط غیرمتعارفی فشار ۶۸۰ mmHg و دمای 30°C محاسبه کنید (ترکیب هوا از ۲۱٪ اکسیژن و ۷۹٪ حجمی نیتروژن تشکیل شده است). ضریب انبساط حجمی گاز $\frac{1}{273} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ و $P_0 = 760 \text{ mmHg}$</p> <p>حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.</p>

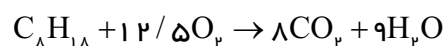
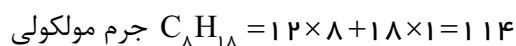
خواسته‌ها	داده‌ها
۱- حجم هوای لازم برای احتراق در شرایط متعارفی	جرم سوخت $9/4 \text{ kg}$ $P = 680 \text{ mmHg}$ $\theta = 30^\circ \text{C}$
۲- حجم هوای لازم در شرایط غیرمتعارفی داده شده	$T = 273 + 30 = 303 \text{ K}$ ترکیب هوا $\begin{cases} 21\% \text{ O}_p \\ 79\% \text{ N}_p \end{cases}$ $\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ \text{C}}$ $P_o = 760 \text{ mmHg}$

مرحله ۲) نوشتن واکنش احتراق گاز



مرحله ۳) محاسبه حجم اکسیژن لازم در شرایط متعارفی

برای سوختن $9/4 \text{ kg}$ از این گاز



$$\begin{array}{rcl} \text{C}_8\text{H}_{18} \text{ kg} & \text{اکسیژن } m^3 & \\ 114 & 12/5 \times 22/4 & \\ 9/4 & x & \end{array}$$

$$x = \frac{12/5 \times 22/4 \times 9/4}{114}$$

$$x = 23/59 \text{ m}^3 \text{ اکسیژن}$$

مرحله ۴) به دست آوردن حجم هوای لازم در شرایط

متعارفی

اکسیژن هوا

$$x = \frac{23/09 \times 100}{21}$$

حجم هوای لازم در شرایط متعارفی $x = 109/95 \text{ m}^3$
مرحله ۵) نوشتن رابطه حجم در شرایط غیرمتعارفی

$$V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P}$$

مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق

$$V = \frac{\frac{1}{273} \times 760 \times 109/95 \times 303}{680}$$

$$V = 136/39 \text{ m}^3$$



سیمای فصل

۱- شمش‌های اولیه	{	الف - محاسبه ترکیب آلیاژها	{	۴- محاسبات ساده در ریخته‌گری		
۲- شمش‌های ثانویه						
۳- آلیاژسازها						
۴- قراضه‌ها						
۵- آلیاژسازی						
برگشتی‌ها قراضه‌های تجاری	{	الف - روش باردهی و اندازه قطعات ب - روش و شرایط ذوب ج - نوع کوره د - نوع شارژ				
۶- اتلاف کوره						
انقباض مضاعف					{	ب - محاسبه جرم قطعه ریخته‌گی به کمک جرم مدل
راندمان ریخته‌گی	{	ج - راندمان ریخته‌گری				
راندمان کلی یا						
راندمان مفید						

۴- محاسبات ساده در ریخته‌گری

۴-۱- محاسبه ترکیب آلیاژها :

مهم‌ترین مسأله در هنگام ساخت آلیاژ، تعیین ترکیب آلیاژ یا درصد عناصر تشکیل دهنده آلیاژ می‌باشد. البته مسائل اقتصادی نیز تأثیر دارد. به‌طوری که برای تهیه آلیاژ بتوان از مواد اولیه ارزان قیمت استفاده نمود. با توجه به این موارد، استفاده از قراضه‌ها، برگشتی‌ها و کاهش اتلافات مواد ذوب و محاسبات دقیق و کنترل شرایط ذوب لازم می‌باشد. هر کدام از این موارد نیازمند بررسی و تشریح به‌صورت جداگانه می‌باشد که در این قسمت به نکات عمومی و مشترک آنها پرداخته می‌شود.

در تهیه آلیاژ معمولاً از مواد مختلف آلیاژی به شرح زیر استفاده می‌شود.

۱- شمش‌های اولیه ۴- آلیاژسازها

۲- شمش‌های ثانویه ۵- قراضه‌ها

۳- مواد افزودنی مانند فلاکس، گاززداها، ریزکننده‌ها و اصلاح کننده‌های دانه‌ها

۴-۱-۱- **شمش‌های اولیه :** قطعاتی هستند که برحسب نوع فلز در جرم‌های معین از سنگ معدن تهیه می‌شوند. این شمش‌ها درجه خلوص بالایی دارند و عناصر ناخالص آنها در حدود ۱ درصد است. شمش‌های اولیه برای فلزاتی مانند آلومینیم، مس، چدن و... تولید می‌شوند.

۴-۱-۲- **شمش‌های ثانویه :** این شمش‌ها با استفاده از قراضه‌ها تولید می‌شوند به این صورت که آنها را ذوب نموده و سپس تصفیه می‌کنند تا به ترکیب معین موردنظر برسند درجه خلوص این شمش‌ها با شمش‌های اولیه متفاوت است و قیمت آنها بالاتر می‌باشد.

۴-۱-۳- **آلیاژسازها :** روش معمول برای ساخت آلیاژ باید در حالت مذاب، فلزی را به فلز دیگر اضافه نمود. معمولاً این عمل دارای اشکالاتی است که به نقطه ذوب و اختلاف فشار بخار آنها بستگی دارد. به عنوان مثال اگر عنصری با نقطه ذوب پائین به فلزی با نقطه ذوب بالا اضافه شود و کاملاً درهم محلول باشند هیچگونه مشکلی به وجود نمی‌آید. در صورتی که اگر حلالیت این دو عنصر کم باشد یا اختلاف فشار آنها زیاد باشد در این صورت عنصر با نقطه ذوب پایین ممکن است بخار شود که در این صورت امکان اکسید شدن عنصر با نقطه ذوب پایین زیاد است در نتیجه مقدار اتلافات زیاد می‌شود، از طرف دیگر در صورتی که فلزی با نقطه ذوب بالا مثل مس به فلزی با نقطه ذوب پایین مانند آلومینیم اضافه شود در این صورت امکان ذوب با نقطه ذوب بالا، انحلال و پخش آن بسیار کم است و نمی‌توان آن را به سهولت به مذاب اضافه نمود. در این موارد از ترکیبات با درصد بالایی به نام‌هاردنر یا آلیاژساز استفاده می‌شود. آلیاژسازها از آلیاژ دو یا چند عنصر با نسبت ترکیبی بالایی تشکیل شده است که در عملیات ذوب و اضافه نمودن عنصری به عنصر دیگر استفاده می‌شود. مشخصات آلیاژسازها به قرار زیر است :

الف - دارای درصد قابل توجهی از حداقل دو عنصر است.

ب - نقطه ذوب پایین دارند.

ج - معمولاً ترد و شکننده هستند.

بعضی از آلیاژسازها مانند سیلومین و فروآلیاژها علاوه بر کاربردهای صنعتی که دارند به عنوان آلیاژساز نیز استفاده می‌شوند. جدول (۴-۱) ترکیب و نقطه ذوب چند آلیاژ را نشان می‌دهد.

جدول ۴-۱- نسبت ترکیب و نقطه ذوب چند آلیاژساز

نقطه ذوب °C	نسبت ترکیب	نوع آلیاژ
۸۶۰	۷۳Cu ، ۲۷Mn	مس - منگنز
۱۴۵۰	۹۰-۹۵Cu ، ۱۰-۵Fe	مس - آهن
۱۰۰۰	۷۵Cu ، ۲۵Si	مس - سیلیسیم
۷۸۰	۵۰Cu ، ۵۰Sn	مس - قلع
۱۰۵۰-۱۲۰۵	۶۷-۸۵Cu ، ۱۵ - ۳۳Ni	مس - نیکل
۵۸۰	۵۰Cu ، ۵۰Al	مس - آلومینیم
۶۲۰-۶۶۰	۸۵-۸۸Al ، ۱۲ - ۱۵Si	آلومینیم - سیلیسیم
۵۶۰-۶۴۰	۸۹-۹۱Al ، ۹ - ۱۱Mg	آلومینیم - منیزیم
۷۷۰-۸۳۰	۸۹-۹۱Al ، ۹ - ۱۱Mn	آلومینیم - منگنز
۶۰۰-۶۶۰	۹۷-۹۸Al ، ۲ - ۳Be	آلومینیم - برلیوم
۸۰۰-۸۵۰	۸۹-۹۱Al ، ۹ - ۱۱Fe	آلومینیم - آهن
۶۵۰	۵۰Al ، ۴۰Cu ، ۱۰Mn	آلومینیم - مس - منگنز
۸۳۰	۷۰Al ، ۲۰Cu ، ۱۰Fe	آلومینیم - مس - آهن

۴-۱-۴ - قراضه‌ها: معمولاً برای کاهش قیمت تمام شده آلیاژسازی به عنوان مواد اولیه استفاده می‌شوند

که معمولاً به دو دسته برگشتی‌ها و قراضه‌های تجاری تقسیم می‌شوند.

الف - برگشتی‌ها: شامل قطعات معیوب ریخته‌گری، راهگاه، تغذیه و... است که در هر کارگاه ریخته‌گری وجود دارد مزیت برگشتی‌ها این است که دارای ترکیب معین و مشخص می‌باشند، استفاده از برگشتی‌ها باعث کاهش

هزینه‌های آلیاژسازی و همچنین انبارداری آنها می‌شود.

ب - قراضه‌های تجاری : شامل قطعات فلزی خارج از سرویس، شکسته، تسمه‌ها، براده‌ها و سوفاره‌ها می‌باشند که قیمت پایینی دارند. هنگام استفاده از آنها باید از لحاظ ترکیب شیمیایی، طبقه‌بندی شوند. از طرفی با توجه به این که امکان اکسید شدن سوفاره‌ها و براده‌ها به دلیل سطح تماس نسبتاً بالای آنها زیاد است، بهتر است قبل از استفاده فشرده شده و به صورت بلوکه درآیند.

۵-۱-۴- آلیاژسازی : آلیاژسازی عبارت است از اضافه نمودن یک عنصر به عنصر دیگر در حالت مذاب به طوری که این عنصر در ترکیب مذاب باقی بماند و با اکسیژن هوا ترکیب نشده و وارد سرباره نشود. همچنین در آلیاژسازی سعی می‌شود از ورود ناخالصی و مواد ناخواسته به مذاب جلوگیری شود. ذکر این نکته لازم است که در مورد شارژ و نسبت ترکیبی آلیاژ معمولاً از درصد وزنی استفاده می‌شود به این صورت که جرم کل آلیاژ ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود و مقدار اجزاء سازنده آلیاژ برحسب جرم آنها به صورت درصد بیان می‌شود. برای این منظور معمولاً برای حل مسائل آلیاژسازی از تناسب استفاده می‌شود.

تمرین ۱-۴: در تهیه یک نوع آلیاژ مس، 60 kg مس خالص و 10 kg آلومینیم استفاده شده است در صورتی که اتلافات مذاب منظور نشود، درصد ترکیب آلیاژ را تعیین کنید.
حل (توسط هنجرو):

مثال ۱-۴: در تهیه یک نوع آلیاژ آلومینیم، 50 kg آلومینیم خالص و 10 kg سیلیسیم استفاده شده است در صورتی که اتلافات مذاب منظور نشود، درصد ترکیب آلیاژ را تعیین کنید.
حل: مرحله (۱) داده و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\%Al = ?$	$Al = 50\text{ kg}$
$\%Si = ?$	$Si = 10\text{ kg}$

مرحله (۲) محاسبه جرم کل آلیاژ با استفاده از جرم اجزاء موجود در آن، در این آلیاژ 50 kg آلومینیم و 10 kg سیلیسیم وجود دارد بنابراین جرم کل آلیاژ برابر است با:

$$\text{جرم آلیاژ} = 50 + 10 = 60\text{ kg}$$

	<p>مرحله ۳) برای به دست آوردن درصد این عناصر با فرض این که 100 kg از این آلیاژ بخواهیم، با استفاده از تناسب مقادیر آلومینیم و سیلیسیم لازم مطابق زیر به دست می آید.</p> <p>جرم آلومینیم جرم کل آلیاژ</p> $\begin{array}{ccc} 50 & 60 & \\ x & 100 & \end{array} \quad x = \frac{50 \times 100}{60}$ <p>$x = 83\frac{1}{3}\%$ درصد آلومینیم</p> <p>جرم سیلیسیم جرم کل آلیاژ</p> $\begin{array}{ccc} 10 & 60 & \\ x & 100 & \end{array} \quad x = \frac{10 \times 100}{60}$ <p>$x = 16\frac{2}{3}\%$ درصد سیلیسیم</p> <p>یا</p> <p>درصد آلومینیم - $100 =$ درصد سیلیسیم</p> <p>$100 - 83\frac{1}{3} = 16\frac{2}{3}\%$ درصد سیلیسیم</p> <p>در نتیجه با توجه به این که در 100 kg از این آلیاژ $83\frac{1}{3} \text{ kg}$ آلومینیم و $16\frac{2}{3} \text{ kg}$ سیلیسیم وجود دارد. بنابراین درصد آلومینیم $83\frac{1}{3}\%$ و درصد سیلیسیم $16\frac{2}{3}\%$ می باشد.</p>
<p>تمرین ۲-۴ 60 kg آلیاژ آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم با ترکیب 85% آلومینیم، 10% سیلیسیم و 5% منیزیم وجود دارد. مقدار هر کدام از عناصر تشکیل دهنده این آلیاژ چقدر است؟</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۲-۴: 40 kg شمش برنز با ترکیب 80% مس، 10% قلع، 6% روی و 4% سرب وجود دارد، مقدار هر کدام از عناصر تشکیل دهنده برنز چقدر است؟</p> <p>حل:</p>

مرحله (۱) داده و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = جرم مس	۴۰ kg = جرم شمش
? = جرم قلع	۱۰% + مس ۸۰% = ترکیب آلیاژ
? = جرم روی	سرب ۴% + قلع ۶% + روی
? = جرم سرب	

مرحله (۲) به‌دست آوردن جرم مس : با توجه به این‌که درصد مس ۸۰٪ است. بنابراین در ۱۰۰ kg از این شمش ۸۰ kg مس وجود دارد، حال با استفاده از یک تناسب ساده مقدار مس را در ۴۰ kg شمش به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{ccc} \text{شمش برنز} & \text{مس} & \\ \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 80 & x = \frac{80 \times 40}{100} \\ 40 & x & \end{array}$$

$$x = 32 \text{ kg} \text{ جرم مس}$$

مرحله (۳) به‌دست آوردن جرم قلع مانند مرحله (۲)

$$\begin{array}{ccc} \text{شمش برنز} & \text{قلع} & \\ \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 10 & x = \frac{10 \times 40}{100} \\ 40 & x & \end{array}$$

$$x = 4 \text{ kg} \text{ جرم قلع}$$

مرحله (۴) به دست آوردن جرم روی:

$$\begin{array}{ccc} \text{شمش برنز} & \text{روی} & \\ \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 6 & x = \frac{6 \times 40}{100} \\ 40 & x & \end{array}$$

$$x = 2.4 \text{ kg} \text{ جرم روی}$$

	<p>مرحله ۵) به دست آوردن جرم سرب</p> <p>سرب شمش برنز</p> $\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 4 & x = \frac{40 \times 4}{100} \\ 40 & x & \end{array}$ <p>جرم سرب $x = 1/6 \text{ kg}$</p>				
<p>تمرین ۳-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ مس، 80 kg شمش با ترکیب (۷۰٪ مس و ۱۰٪ قلع و ۲۰٪ روی) و 20 kg مس خالص استفاده شده است با صرف نظر از اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ چقدر می باشد؟</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۳-۴ در تهیه یک آلیاژ برنج از 50 kg شمش برنج با ترکیب (۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی) و 10 kg مس خالص استفاده شده است با صرف نظر از اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ را حساب کنید.</p> <p>حل: مرحله ۱) داده و خواسته ها نوشته می شود</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته ها</th><th>داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <p>؟ = درصد مس</p> <p>؟ = درصد روی</p> </td><td> <p>50 kg = شمش برنج</p> <p>ترکیب شمش</p> <p>$40\% + \text{مس } 60\% =$</p> <p>روی</p> <p>10 kg = جرم مس</p> <p>خالص</p> </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) ابتدا مقدار مس و روی موجود در شمش برنج را محاسبه می کنیم.</p> <p>مس شمش برنج</p> $\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 60 & x = \frac{60 \times 50}{100} \\ 50 & x & \end{array}$ <p>$x = 30 \text{ kg}$ مقدار مس موجود در شمش برنج</p> <p>روى شمش برنج</p> $\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 40 & x = \frac{40 \times 50}{100} \\ 50 & x & \end{array}$ <p>$x = 20 \text{ kg}$ مقدار روی موجود در شمش برنج</p>	خواسته ها	داده ها	<p>؟ = درصد مس</p> <p>؟ = درصد روی</p>	<p>50 kg = شمش برنج</p> <p>ترکیب شمش</p> <p>$40\% + \text{مس } 60\% =$</p> <p>روی</p> <p>10 kg = جرم مس</p> <p>خالص</p>
خواسته ها	داده ها				
<p>؟ = درصد مس</p> <p>؟ = درصد روی</p>	<p>50 kg = شمش برنج</p> <p>ترکیب شمش</p> <p>$40\% + \text{مس } 60\% =$</p> <p>روی</p> <p>10 kg = جرم مس</p> <p>خالص</p>				

<p>مرحله ۳) محاسبه مقدار کل آلیاژ و مقادیر مس و روی در آلیاژ برنج</p> <p>مقدار مس خالص + مقدار شمش = مقدار کل آلیاژ</p> $= 50 + 10 = 60 \text{ kg}$ <p>مقدار مس کل =</p> <p>مقدار مس خالص + مقدار مس موجود در شمش</p> $= 30 + 10 = 40 \text{ kg}$ <p>۲۰ kg = مقدار روی موجود در شمش = مقدار روی کل</p> <p>مرحله ۴) به دست آوردن درصد مس و روی در آلیاژ جدید با استفاده از تناسب</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">آلیاژ</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">مس</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">۶۰</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">۴۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">x</td> <td></td> </tr> </table> $x = \frac{40 \times 100}{60}$ <p style="text-align: center;">درصد مس $x = \%66.6$</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">آلیاژ</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">روی</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">۶۰</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">۲۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">x</td> <td></td> </tr> </table> $x = \frac{20 \times 100}{60}$ <p style="text-align: center;">درصد روی $x = \%33.3$</p>	آلیاژ	مس		۶۰	۴۰		۱۰۰	x		آلیاژ	روی		۶۰	۲۰		۱۰۰	x		<p>مثال ۴-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ آلومینیم، ۴۰ kg آلومینیم، ۱۵ kg سیلیسیم، ۳۰ kg شمش آلیاژ آلومینیم با ترکیب (۸۰٪ آلومینیم، ۱۵٪ سیلیسیم و ۵٪ منیزیم) و ۲۰ kg برگشتی با ترکیب (۸۵٪ آلومینیم، ۱۲٪ سیلیسیم و ۳٪ منیزیم) استفاده شده است با فرض نبود اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ را حساب کنید</p>
آلیاژ	مس																		
۶۰	۴۰																		
۱۰۰	x																		
آلیاژ	روی																		
۶۰	۲۰																		
۱۰۰	x																		
<p>تمرین ۴-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ برنج، ۵۰ kg مس، ۲۰ kg روی، ۳۰ kg شمش برنج با ترکیب (۶۰٪ مس، ۳۵٪ روی و ۵٪ قلع) استفاده شده است. با فرض نبود اتلافات، ترکیب آلیاژ را محاسبه کنید.</p> <p style="text-align: center;">حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۴-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ آلومینیم، ۴۰ kg آلومینیم، ۱۵ kg سیلیسیم، ۳۰ kg شمش آلیاژ آلومینیم با ترکیب (۸۰٪ آلومینیم، ۱۵٪ سیلیسیم و ۵٪ منیزیم) و ۲۰ kg برگشتی با ترکیب (۸۵٪ آلومینیم، ۱۲٪ سیلیسیم و ۳٪ منیزیم) استفاده شده است با فرض نبود اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ را حساب کنید</p>																		

حل: مرحله (۱) داده و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
	۴۰ kg = آلومینیم خالص
	۱۵ kg = سیلیسیم
	۳۰ kg = شمش آلیاژ آلومینیم
? = درصد آلومینیم	ترکیب شمش
? = درصد سیلیسیم	۱۵٪ + ۸۰٪ آلومینیم =
? = درصد منیزیم	منیزیم ۵٪ + سیلیسیم
	۲۰ kg = برگشتی
	ترکیب برگشتی
	۱۲٪ + ۸۵٪ آلومینیم =
	منیزیم ۳٪ + سیلیسیم

مرحله (۲) محاسبه مقدار آلومینیم، سیلیسیم و

منیزیم در شمش

$$\begin{array}{ccc} \text{آلومینیم} & \text{شمش} & \\ \text{kg} & \text{kg} & \\ ۱۰۰ & ۸۰ & \\ ۳۰ & x & \end{array} \quad x = \frac{۳۰ \times ۸۰}{۱۰۰}$$

$$x = ۲۴ \text{ kg} \text{ مقدار آلومینیم موجود در آلیاژ}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{سیلیسیم} & \text{شمش} & \\ \text{kg} & \text{kg} & \\ ۱۰۰ & ۱۵ & \\ ۳۰ & x & \end{array} \quad x = \frac{۱۵ \times ۳۰}{۱۰۰}$$

$$x = ۴/۵ \text{ kg} \text{ مقدار سیلیسیم موجود در آلیاژ}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{منیزیم} & \text{شمش} & \\ \text{kg} & \text{kg} & \\ ۱۰۰ & ۵ & \\ ۳۰ & x & \end{array} \quad x = \frac{۳۰ \times ۱۵}{۱۰۰}$$

$x = 1/5 \text{ kg}$ مقدار منیزیم موجود در آلیاژ

مرحله (۳) محاسبه مقدار آلومینیم، سیلیسیم و

منیزیم در برگشتی

آلومینیم برگشتی

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 85 & x = \frac{20 \times 85}{100} \\ 20 & x & \end{array}$$

$x = 17 \text{ kg}$ مقدار آلومینیم موجود در برگشتی

سیلیسیم برگشتی

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 12 & x = \frac{20 \times 12}{100} \\ 20 & x & \end{array}$$

$x = 2/4 \text{ kg}$ مقدار سیلیسیم موجود در برگشتی

منیزیم برگشتی

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 3 & x = \frac{20 \times 3}{100} \\ 20 & x & \end{array}$$

$x = 0/6 \text{ kg}$ مقدار منیزیم موجود در برگشتی

مرحله (۴) محاسبه جرم کل آلیاژ و مقادیر کلی

آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم

جرم سیلیسیم + جرم آلومینیم خالص = جرم کل آلیاژ

جرم برگشتی + جرم شمش +

$$\text{جرم کل آلیاژ} = 40 + 15 + 30 + 20 = 105 \text{ kg}$$

جرم آلومینیم خالص = جرم کل آلومینیم موجود در آلیاژ

جرم آلومینیم موجود + جرم آلومینیم موجود در شمش +

در برگشتی

$$\text{جرم کل آلومینیم موجود} = 40 + 24 + 17 = 81 \text{ kg}$$

در آلیاژ

جرم سیلیسیم خالص = جرم کل سیلیسیم موجود در آلیاژ
 سیلیسیم موجود در برگشتی + جرم سیلیسیم موجود در شمش +
 $\text{جرم کل سیلیسیم} = ۱۵ + ۴/۵ + ۲/۴ = ۲۱/۹ \text{ kg}$
 موجود در آلیاژ
 = جرم کل منیزیم موجود در آلیاژ
 جرم منیزیم موجود در برگشتی + جرم منیزیم موجود در شمش
 $\text{جرم کل منیزیم موجود در} = ۱/۵ + ۰/۶ = ۲/۱ \text{ kg}$
 آلیاژ

مرحله ۵) محاسبه درصد اجزاء آلیاژ

آلیاژ	آلومینیم	
۱۰۵	۸۱	$X = \frac{۸۱ \times ۱۰۰}{۱۰۵}$
۱۰۰	X	

$X = ۷۷/۱۴\%$ درصد آلومینیم در آلیاژ جدید

آلیاژ	سیلیسیم	
۱۰۵	۲۱/۹	$X = \frac{۱۰۰ \times ۲۱/۹}{۱۰۵}$
۱۰۰	X	

$X = ۲۰/۸۶\%$ درصد سیلیسیم در آلیاژ جدید

آلیاژ	منیزیم	
۱۰۵	۲/۱	$X = \frac{۱۰۰ \times ۲/۱}{۱۰۵}$
۱۰۰	X	

$X = ۲\%$ درصد منیزیم در آلیاژ جدید

۶-۱-۴- اتلاف کوره :

در هنگام آلیاژسازی معمولاً مقداری از عناصری که اضافه می‌شوند، در اثر واکنش با هوا یا سوخت به سرباره منتقل می‌شوند که جزو اتلاف کوره در نظر گرفته می‌شوند. اتلاف به عوامل متعددی بستگی دارد که مهم‌ترین آنها عبارتند از:

الف - روش باردهی و اندازه قطعات : هرچه قدر اندازه قطعات کوچک‌تر باشد سطح تماس آنها با هوا بیشتر و در نتیجه سریع‌تر اکسید می‌شوند. بنابراین بهتر است قطعات بزرگ در نظر گرفته شوند. همچنین سوفاره و براده‌ها

به صورت فشرده شده استفاده می‌شوند.

ب - روش و شرایط ذوب : محیط اطراف کوره، درجه حرارت فوق ذوب، استفاده از فلاکس‌های پوششی در مقدار اتلافات مؤثر است. در صورتی که محیط اطراف کوره اکسیدی باشد، اتلافات بیشتر است تا زمانی که محیط اطراف کوره احیایی باشد. هرچه درجه حرارت فوق ذوب بیشتر باشد اتلافات بیشتر است. استفاده از فلاکس‌های پوششی می‌تواند ارتباط مذاب با اکسیژن را قطع کرده و اتلافات مذاب را کاهش دهد.

ج - نوع کوره : اتلافات بر حسب نوع کوره، سوخت مورد استفاده و ارتباط سوخت با مذاب متفاوت است. به طوری که معمولاً اتلافات در کوره‌های شعله‌ای نسبت به کوره‌های الکتریکی و بوت‌های بیشتر است. مطابق جدول ۴-۲ کتاب محاسبات فنی تخصصی.

د - نوع شارژ : نوع شارژ با توجه به این که از شمش‌های اصلی و اولیه و یا قراضه‌ها باشد مقدار اتلافات متفاوت خواهد داشت. واضح است که اتلافات در قراضه‌ها نسبت به شمش‌های اصلی و اولیه به دلیل سطح تماس بیشتر، بیشتر است.

تمرین ۴-۵ مطلوب است تعیین جرم مقادیر شارژ یک نوع کوره بوت‌های به منظور تهیه 300 kg آلیاژ با ترکیب 90% روی، $4/5\%$ آلومینیم و $3/5\%$ مس، بار این کوره 100% شمش خالص، درصد اتلافات عبارتند از : 2% روی، 1% آلومینیم و $0/5\%$ مس.
حل (توسط هنجرو):

مثال ۴-۵ مطلوب است تعیین جرم مقادیر شارژ یک کوره شعله‌ای به منظور تهیه 200 kg آلیاژ برنج با ترکیب 70% مس و 30% روی. بار این کوره 100% شمش خالص و درصد اتلافات عبارتند از: 3% روی و 2% مس است.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
200 kg = جرم کل آلیاژ برنج ترکیب آلیاژ 30% روی + 70% مس = 3% = درصد اتلافات روی 2% = درصد اتلافات مس	200 kg = مقدار شمش مس 3% = مقدار شمش روی

مرحله (۲) به دست آوردن مقدار اتلافات در 100 kg

آلیاژ شامل 70 kg مس و 30 kg روی.

اتلاف مس در کوره شعله ای

$$x = \frac{70 \times 2}{100}$$

$$x = 1/4 \text{ kg}$$

اتلاف روی در کوره شعله ای روی

$$x = \frac{30 \times 3}{100} \quad \begin{matrix} \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 30 \\ 30 & x \end{matrix}$$

$$x = 0/9 \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم اجزا با در نظر گرفتن

اتلافات در ۱۰۰ kg آلیاژ

– ترکیب آلیاژ عبارت است از

مس روی کل آلیاژ

۷۰% ۳۰% ۱۰۰%

– در ۱۰۰ کیلوگرم آلیاژ مقدار اجزا

۷۰ kg ۳۰ kg ۱۰۰ kg

– مقدار اتلافات

اتلاف مس اتلاف روی کل اتلافات

۱/۴ kg ۰/۹ kg ۲/۳ kg

– مقدار اجزا با احتساب اتلافات

مس روی کل آلیاژ

$$100 + 2/3 = 102/3 \text{ kg} \quad 30 + 0/9 = 30/9 \text{ kg} \quad 70 + 1/4 = 71/4 \text{ kg}$$

به عبارت دیگر برای تهیه ۱۰۰ kg از این آلیاژ که

شامل ۷۰ kg مس و ۳۰ kg روی است. باید ۷۱/۴ kg

مس و ۳۰/۹ kg روی داشته باشیم.

مرحله ۴) به دست آوردن میزان مورد نیاز از

شمش های مس و روی خالص در آلیاژ.

مس آلیاژ

$$x = \frac{200 \times 71/4}{100} \quad \begin{matrix} \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 71/4 \\ 200 & x \end{matrix}$$

$$x = 142/8 \text{ kg} \quad \text{شمش مس}$$

	<p>روی آلیاژ</p> $\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 30/9 & x = \frac{200 \times 30/9}{100} \\ 200 & x & \end{array}$ <p>شمش روی $x = 61/8 \text{ kg}$</p>												
<p>تمرین ۴-۶ kg ۴۰۰ آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۰٪ منیزیم، ۱۵٪ آلومینیم و ۵٪ روی مورد نیاز است، در صورتی که بار این کوره ۸۰٪ از فلزات خالص و ۲۰٪ شمش با همان ترکیب باشد، درصد اتلاف ۳٪ منیزیم، ۲٪ آلومینیم و ۴٪ روی. مطلوب است : میزان شمش‌های خالص و شمش با همان ترکیب و در نهایت بار کوره.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۴-۶ kg ۶۰۰ آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس مورد نیاز است. در صورتی که بار این کوره ۵۰٪ از فلزات خالص و ۵۰٪ از برگشتی با همان ترکیب باشد و درصد اتلافات عبارتند از: ۱٪ مس، ۱٪ سیلیسیم و ۱/۵٪ آلومینیم. مطلوب است : میزان شمش‌های خالص و برگشتی مورد نیاز و میزان بار نهایی کوره.</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>? = شمش آلومینیم</td><td>ترکیب آلیاژ ۶۰۰ kg</td></tr> <tr> <td>? = شمش سیلیسیم</td><td>آلومینیم ۸۵٪ =</td></tr> <tr> <td>? = شمش مس</td><td>سیلیسیم ۱۰٪ +</td></tr> <tr> <td>? = مقدار برگشتی</td><td> $\left. \begin{array}{l} ۵۰\% \\ ۵۰\% \end{array} \right\} \text{ بار کوره}$ </td></tr> <tr> <td>? = بار نهایی کوره</td><td> مس ۱٪ = اتلافات سیلیسیم ۱٪ + آلومینیم ۱/۵٪ + </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) به دست آوردن مقدار اتلافات در ۱۰۰ kg آلیاژ که شامل ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس است.</p> <p>اتلاف آلومینیم</p> $\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 1/5 & x = \frac{85 \times 1/5}{100} \\ 85 & x & \end{array}$ <p>$x = 1/275 \text{ kg}$</p>	خواسته‌ها	داده‌ها	? = شمش آلومینیم	ترکیب آلیاژ ۶۰۰ kg	? = شمش سیلیسیم	آلومینیم ۸۵٪ =	? = شمش مس	سیلیسیم ۱۰٪ +	? = مقدار برگشتی	$\left. \begin{array}{l} ۵۰\% \\ ۵۰\% \end{array} \right\} \text{ بار کوره}$? = بار نهایی کوره	مس ۱٪ = اتلافات سیلیسیم ۱٪ + آلومینیم ۱/۵٪ +
خواسته‌ها	داده‌ها												
? = شمش آلومینیم	ترکیب آلیاژ ۶۰۰ kg												
? = شمش سیلیسیم	آلومینیم ۸۵٪ =												
? = شمش مس	سیلیسیم ۱۰٪ +												
? = مقدار برگشتی	$\left. \begin{array}{l} ۵۰\% \\ ۵۰\% \end{array} \right\} \text{ بار کوره}$												
? = بار نهایی کوره	مس ۱٪ = اتلافات سیلیسیم ۱٪ + آلومینیم ۱/۵٪ +												

اتلاف سیلیسیم

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 1 & \\ 10 & x & \end{array} \quad x = \frac{10 \times 1}{100}$$

$$x = 0.1 \text{ kg}$$

اتلاف مس

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 1 & \\ 5 & x & \end{array} \quad x = \frac{5 \times 1}{100}$$

$$x = 0.05 \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم عناصر مورد نیاز با در نظر گرفتن اتلافات در کوره - ترکیب آلیاژ :

آلومینیم	سیلیسیم	مس	کل آلیاژ
۸۵%	۱۰%	۵%	۱۰۰%

- مقدار عناصر در ۱۰۰ kg آلیاژ

۸۵ kg	۱۰ kg	۵ kg	۱۰۰ kg
-------	-------	------	--------

- مقدار اتلافات با توجه به مرحله (۲)

آلومینیم	سیلیسیم	مس	جمع
kg	kg	kg	kg
۱/۲۷۵	۰/۱	۰/۰۵	۱/۴۲۵

- مقدار اجزا با احتساب اتلافات :

آلومینیم	سیلیسیم	مس	جمع
kg	kg	kg	kg
۱/۲۷۵ + ۱۸۵/۱۰	۵/۰ + ۱۰/۱	۵/۰ + ۱/۴۲۵	۱۰۰ + ۱/۴۲۵
۸۶/۲۷۵	۱۰/۱	۵/۰۵	۱۰۱/۴۲۵

یعنی برای به دست آوردن ۱۰۰ kg آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس به ترتیب مقادیر ۸۶/۲۷۵ kg آلومینیم، ۱۰/۱ kg سیلیسیم

و ۵/۰۵ kg مس لازم است

مرحله ۴) به دست آوردن جرم شمش‌های فلزات خالص و اجزاء موجود در برگشتی با همان ترکیب برای تهیه ۱۰۰ kg آلیاژ. در این صورت ۵۰٪ از شمش فلزات خالص تهیه می‌شود و ۵۰٪ از برگشتی‌ها با همان ترکیب.

آلومینیم برگشتی

$$\begin{array}{cc} \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 85 \\ 50 & x \end{array} \quad x = \frac{50 \times 85}{100}$$

$$x = 42.5 \text{ kg آلومینیم}$$

به همین ترتیب ۵ kg سیلیسیم و ۲/۵ kg مس دارد.

بنابراین :

برگشتی	آلومینیم	سیلیسیم	مس
۵۰kg	۴۲/۵kg	۵kg	۲/۵kg

- در مورد شمش اولیه با احتساب اتلافات

$$\begin{array}{cc} \text{آلیاژ} & \text{آلومینیم} \\ \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 86/275 \\ 50 & x \end{array} \quad x = \frac{50 \times 86/275}{100}$$

$$x = 137.5 \text{ kg آلومینیم}$$

$$\begin{array}{cc} \text{آلیاژ} & \text{سیلیسیم} \\ \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 10/1 \\ 50 & x \end{array} \quad x = \frac{50 \times 10/1}{100}$$

$$x = 5.5 \text{ kg سیلیسیم}$$

$$\begin{array}{cc} \text{آلیاژ} & \text{مس} \\ \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 5/55 \\ 50 & x \end{array} \quad x = \frac{50 \times 5/55}{100}$$

$$x = 2 / 525 \text{ kg مس}$$

جرم لازم که باید توسط شمش فلزات خالص برای تهیه ۱۰۰ kg آلیاژ تأمین شود.

آلومینیم	سیلیسیم	مس	جمع
۴۳ / ۱۳۷۵ kg	۵ / ۵۵ kg	۲ / ۵۲۵ kg	۵۰ / ۷۱۲۵ kg

مرحله (۵) به دست آوردن میزان بار لازم با استفاده از شمش های خالص و برگشتی برای ۶۰۰ kg شمش آلومینیم

شمش آلومینیم آلیاژ

kg	kg
۴۳ / ۱۳۷۵	۱۰۰
X	۶۰۰

$$x = \frac{600 \times 43 / 1375}{100} \Rightarrow x = 258 / 825 \text{ kg آلومینیم}$$

شمش سیلیسیم آلیاژ

kg	kg
۵ / ۵۵	۱۰۰
X	۶۰۰

$$x = \frac{600 \times 5 / 55}{100}$$

$$x = 30 / 30 \text{ kg سیلیسیم}$$

شمش مس آلیاژ

kg	kg
۲ / ۵۲۵	۱۰۰
X	۶۰۰

$$x = 15 / 15 \text{ kg مس}$$

برگشتی آلیاژ

kg	kg
۵۰	۱۰۰
X	۶۰۰

$$x = \frac{600 \times 50}{100}$$

$$x = 300 \text{ kg برگشتی}$$

مرحله (۶) جرم کل باره کوره :

+ جرم شمش آلومینیم = جرم کل بار کوره

جرم برگشتی + جرم شمش مس + جرم شمش سیلیسیم

	<p>جرم کل = $۲۵۸ / ۸۲۵ + ۳۰ / ۳۰ + ۱۵ / ۱۵ + ۳۰۰$</p> <p>بار کوره</p> <p>$\boxed{۶۰۴ / ۲۷۵ \text{ kg}} = \text{جرم کل بار کور}$</p>										
<p>تمرین ۴-۷ برای تهیه ۵۰۰ kg آلیاژی با ترکیب ۸۷٪ آلومینیم، ۷٪ مس، ۳٪ سیلیسیم و ۳٪ روی. چه مقدار از شمش‌ها و آلیاژهای زیر باید استفاده شود. اتلافات : ۲٪ آلومینیم، ۱/۵٪ مس، ۱٪ سیلیسیم و ۳٪ روی.</p> <p>الف - شمش آلومینیم خالص</p> <p>ب - شمش مس خالص</p> <p>ج - آلیاژ ۷۰٪ آلومینیم و ۳۰٪ سیلیسیم</p> <p>د - آلیاژ برنج با ترکیب ۷۰٪ مس و ۳۰٪ روی</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۴-۷ برای تهیه ۳۰۰ kg آلیاژی با ترکیب ۷۰٪ مس، ۱۵٪ روی، ۱۰٪ قلع و ۵٪ سرب. چه مقدار از شمش‌ها و آلیاژهای زیر باید استفاده شود. درصد اتلافات : ۱٪ مس، ۲٪ روی، ۱٪ قلع و ۲٪ سرب.</p> <p>الف - شمش مس خالص</p> <p>ب - شمش قلع خالص</p> <p>ج - شمش سرب خالص</p> <p>د - آلیاژ برنج با ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>؟ = مقدار شمش مس خالص</td><td>$۳۰۰ \text{ kg} = \text{آلیاژ}$ مس ۷۰٪ = ترکیب آلیاژ قلع ۱۰٪ + روی ۱۵٪ + سرب ۵٪</td></tr> <tr> <td>؟ = مقدار شمش قلع خالص</td><td>مس ۱٪ = درصد اتلافات قلع ۱٪ + روی ۲٪ + سرب ۲٪</td></tr> <tr> <td>؟ = مقدار شمش سرب خالص</td><td>شمش مس شمش قلع شمش سرب برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی</td></tr> <tr> <td>؟ = آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی</td><td></td></tr> </tbody> </table>	خواسته‌ها	داده‌ها	؟ = مقدار شمش مس خالص	$۳۰۰ \text{ kg} = \text{آلیاژ}$ مس ۷۰٪ = ترکیب آلیاژ قلع ۱۰٪ + روی ۱۵٪ + سرب ۵٪	؟ = مقدار شمش قلع خالص	مس ۱٪ = درصد اتلافات قلع ۱٪ + روی ۲٪ + سرب ۲٪	؟ = مقدار شمش سرب خالص	شمش مس شمش قلع شمش سرب برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی	؟ = آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی	
خواسته‌ها	داده‌ها										
؟ = مقدار شمش مس خالص	$۳۰۰ \text{ kg} = \text{آلیاژ}$ مس ۷۰٪ = ترکیب آلیاژ قلع ۱۰٪ + روی ۱۵٪ + سرب ۵٪										
؟ = مقدار شمش قلع خالص	مس ۱٪ = درصد اتلافات قلع ۱٪ + روی ۲٪ + سرب ۲٪										
؟ = مقدار شمش سرب خالص	شمش مس شمش قلع شمش سرب برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی										
؟ = آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی											

مرحله ۲) محاسبه درصد اتلافات برای ۱۰۰ kg آلیاژ با مقادیر ۷۰٪ مس، ۱۵٪ روی، ۱۰٪ قلع و ۵٪ سرب.

اتلاف	مس
۱ kg	۱۰۰ kg
x	۷۰

$$x = \frac{70 \times 1}{100}$$

$$x = 0.7 \text{ kg}$$

اتلاف	روی
۲ kg	۱۰۰ kg
x	۱۵

$$x = \frac{15 \times 2}{100}$$

$$x = 0.3 \text{ kg}$$

اتلاف	قلع
۱ kg	۱۰۰ kg
x	۱۰

$$x = \frac{10 \times 1}{100}$$

$$x = 0.1 \text{ kg}$$

اتلاف	سرب
۲ kg	۱۰۰ kg
x	۵

$$x = \frac{5 \times 2}{100}$$

$$x = 0.1 \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم عناصر مورد نیاز با در نظر گرفتن اتلافات در کوره
ترکیب آلیاژ :

مس	روی	قلع	سرب	جمع
۷۰٪	۱۵٪	۱۰٪	۵٪	۱۰۰٪

- ترکیب آلیاژ در ۱۰۰ kg.

مس	روی	قلع	سرب	جمع
۷۰ kg	۱۵ kg	۱۰ kg	۵ kg	۱۰۰ kg

- مقدار اتلافات در ۱۰۰ kg.

مس	روی	قلع	سرب	جمع
۵/۷ kg	۳/۵ kg	۱/۵ kg	۱/۵ kg	۱/۲ kg

- مقدار اجزاء + اتلافات

مس	روی	قلع	سرب	جمع
$۷۰ + \frac{۵}{۷} \text{ kg}$	$۱۵ + \frac{۳}{۵} \text{ kg}$	$۱۰ + \frac{۱}{۵} \text{ kg}$	$۵ + \frac{۱}{۵} \text{ kg}$	$۱۰۰ + \frac{۱}{۲} \text{ kg}$
۷۰/۷	۱۵/۳	۱۰/۱	۵/۱	۱۰۱/۲

مرحله ۴) محاسبه میزان آلیاژ برنج، ۶۰٪ مس، ۴۰٪
روی برای استفاده در ۱۰۰ kg آلیاژ

برنج	روی	
۱۰۰ kg	۴۰ kg	
x	۱۵/۳	$x = \frac{۱۵/۳ \times ۱۰۰}{۴۰}$

$$x = ۳۸/۲۵ \text{ kg آلیاژ برنج}$$

مرحله ۵) محاسبه جرم مس از ۳۸/۲۵ kg آلیاژ برنج
۶۰٪ مس و ۴۰٪ مس.

آلیاژ	مس	
۱۰۰ kg	۶۰ kg	
۳۸/۲۵	x	$x = \frac{۳۸/۲۵ \times ۶۰}{۱۰۰}$

$$x = ۲۲/۹۵ \text{ kg مس}$$

مرحله ۶) به دست آوردن مقدار مس مورد استفاده
به صورت خالص در ۱۰۰ kg آلیاژ
جرم مس با استفاده از شمش مس خالص در ۱۰۰ kg آلیاژ
جرم مس از آلیاژ برنج - جرم مس مورد نیاز آلیاژ =
 $۷۰/۷ - ۲۲/۹۵ = ۴۷/۷۵ \text{ kg}$ جرم مس از شمش
مرحله ۷) به دست آوردن مقادیر شمش ها و آلیاژ
برنج برای ۳۰۰ kg

شمش مس آلیاژ

$$\frac{100 \text{ kg}}{300} \times \frac{47}{75} X = \frac{300 \times 47}{100}$$

$$X = 143/25 \text{ kg}$$

قلع آلیاژ

$$\frac{100 \text{ kg}}{300} \times \frac{10}{1} X = \frac{300 \times 10}{100}$$

$$X = 30/3 \text{ kg}$$

سرب آلیاژ

$$\frac{100 \text{ kg}}{300} \times \frac{5}{1} X = \frac{300 \times 5}{100}$$

$$X = 15/3 \text{ kg}$$

آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی آلیاژ

$$\frac{100 \text{ kg}}{300} \times \frac{38}{25} X = \frac{300 \times 38}{100}$$

$$X = 114/75 \text{ kg}$$

۲-۴- محاسبه جرم قطعه ریختگی به کمک جرم مدل :

جرم قطعاتی که مدل آنها فاقد ماهیچه است را می توان با توجه به چگالی قطعه و مدل به دست آورد. با این فرض که حجم قطعه و حجم مدل یکسان است و انقباض قطعه ناچیز در نظر گرفته شود رابطه به صورت زیر است:

با توجه به رابطه چگالی برای قطعه و مدل داریم:

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow m_c = \rho_c \times V_c \quad (1)$$

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow m_M = \rho_M \times V_M \quad (2)$$

که در آن :

ρ_c و ρ_M : به ترتیب چگالی قطعه و مدل

m_c و m_M : به ترتیب جرم قطعه و جرم مدل

V_c و V_M : به ترتیب حجم قطعه و حجم مدل

با فرض این که حجم مدل با قطعه برابر است، از تقسیم دو رابطه فوق خواهیم داشت :

$$V_M = V_c$$

$$\frac{m_c}{m_M} = \frac{\rho_c}{\rho_M} \times \frac{V_c}{V_M}$$

$$\frac{m_c}{m_M} = \frac{\rho_c}{\rho_M} \Rightarrow m_c \times \rho_M = m_M \times \rho_c$$

طرفین رابطه را بر ρ_M تقسیم می‌کنیم لذا خواهیم داشت :

$$\frac{m_c \times \rho_M}{\rho_M} = \frac{m_M \times \rho_c}{\rho_M} \Rightarrow m_c = m_M \times \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

که در آن :

m_M و m_c : به ترتیب جرم قطعه و مدل برحسب gr یا kg

ρ_M و ρ_c : به ترتیب چگالی قطعه و مدل برحسب gr/cm^3 یا kg/m^3

تمرین ۸-۴ جرم یک قطعه از آلیاژ منیزیم - آلومینیم با چگالی $1.9 \text{ g}/\text{cm}^3$ ، 5.8 kg است. مطلوب است جرم مدل چوبی برای قالبگیری در صورتی که چگالی چوب $0.68 \text{ g}/\text{cm}^3$ در نظر گرفته شود. و از کلیه انقباضها صرف نظر شود.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۸-۴ جرم یک مدل چوبی به چگالی $0.62 \text{ g}/\text{cm}^3$ ، 10 kg است. در صورتی که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و ریخته‌گری قالب از آلیاژ برنج به چگالی $8.3 \text{ g}/\text{cm}^3$ باشد، و از کلیه انقباضها صرف نظر شود. جرم قطعه ریخته‌گی چقدر خواهد بود؟

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$m_c = ?$	$m_M = 10 \text{ kg}$ $\rho_M = 0.62 \text{ g}/\text{cm}^3$ $\rho_c = 8.3 \text{ g}/\text{cm}^3$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$m_c = m_M \times \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$m_c = 10 \times \frac{8.3}{0.62} \Rightarrow m_c = 133.87 \text{ kg}$$

تمرین ۴-۹ یک مدل چوبی به حجم $۸\text{dm}^۳$ با چگالی $۰/۶۵\text{g/cm}^۳$ مفروض است : در صورتی که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه انجام و از انقباضها صرف نظر شود، مطلوب است :

الف - جرم مدل چوبی

ب - جرم مدل آلومینیمی بر حسب کیلوگرم با چگالی $۲/۸\text{g/cm}^۳$

ج - جرم قطعه ریخته گری شده از برنج با چگالی $۸/۲\text{g/cm}^۳$ حل (توسط هنجو):

مثال ۴-۹ جرم یک مدل چوبی به چگالی $۰/۶\text{g/cm}^۳$ برابر ۱۵kg است. در صورتی که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه انجام شود و از انقباضها صرف نظر گردد مطلوب است:

الف - حجم مدل چوبی بر حسب دسی متر مکعب

ب - جرم مدل آلومینیمی بر حسب kg با چگالی $۲/۸\text{g/cm}^۳$

ج - جرم قطعه ریخته گری شده از چدن به چگالی $۷/۱\text{g/cm}^۳$ حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود

خواسته ها	داده ها
$V_M = ?$ چوبی	$m_M = ۱۵\text{kg}$
$m_c = ?$ Al	$\rho_M = ۰/۶\text{g/cm}^۳$ چوبی
$m_c = ?$ چدن	$\rho_{Al} = ۲/۸\text{g/cm}^۳$
	$\rho_c = ۷/۱\text{g/cm}^۳$ چدن

مرحله (۲) به دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۵}{V_M}$$

$$V_M = \frac{۱۵}{۰/۶} \Rightarrow \boxed{V_M = ۲۵\text{dm}^۳}$$

مرحله (۳) به دست آوردن جرم مدل آلومینیمی با توجه به این که حجم مدل آلومینیمی با چوبی برابر است، از رابطه چگالی

$$V_{cAl} = V_M = ۲۵\text{dm}^۳$$

$$\rho_{cAl} = \frac{m_{cAl}}{V_{cAl}} \Rightarrow ۲/۸ = \frac{m_{cAl}}{۲۵}$$

$$m_{cAl} = 25 \times 2 / 8 \Rightarrow \boxed{m_{cAl} = 7.5 \text{ kg}}$$

مرحله ۴) به دست آوردن جرم قطعه چدنی با توجه به این که حجم قطعه با حجم مدل چوبی و آلومینیمی برابر است.

$$V_c = V_{cAl} = V_c = 25 \text{ dm}^3 \text{ چدن}$$

$$\rho_c = \frac{m_c \text{ چدن}}{V_c \text{ چدن}} \Rightarrow V / 1 = \frac{m_c}{25}$$

$$m_c = V / 1 \times 25 \Rightarrow \boxed{m_c = 177.5 \text{ kg}}$$

* در صورتی که انقباضات قطعه در نظر گرفته شود می توان با استفاده از ضریب انبساط خطی متوسط قطعه و حجم مدل، حجم قطعه را بعد از منجمد شدن با توجه به رابطه زیر به دست آورد.

$$V_c = V_m (1 - \beta \Delta \theta)$$

که در آن :

V_c : حجم قطعه بعد از منجمد شدن با وجود انقباضات

V_m : حجم مدل

β : ضریب انبساط خطی متوسط قطعه

$\Delta \theta$: اختلاف درجه حرارت، از درجه حرارت ذوب (θ_m) تا درجه حرارت محیط (θ_i)

$$\Delta \theta = \theta_m - \theta_i$$

بنابراین می توان جرم قطعه را از رابطه زیر به دست آورد.

$$\left. \begin{array}{l} m_c = \rho_c V_c \\ V_c = V_m (1 - \beta \Delta \theta) \end{array} \right\} \Rightarrow m_c = \rho_c V_m (1 - \beta \Delta \theta)$$

که در آن m_c و ρ_c به ترتیب جرم و چگالی قطعه می باشند.

تمرین ۱۰-۴ حجم یک مدل آلومینیمی با چگالی $\rho_M = 2/8 \text{ g/cm}^3$ برابر 5 dm^3 است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از یک نوع برنج با چگالی $\rho_c = 7/8 \text{ g/cm}^3$ باشد. مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف - جرم قطعه ریختگی در صورتی که انقباض این برنج ناچیز باشد.

ب - جرم قطعه ریختگی در صورتی ضریب انقباض خطی متوسط برنج از نقطه ذوب 850°C تا درجه حرارت محیط (20°C) برابر $16 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ باشد.
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۰-۴ جرم یک مدل آلومینیمی با چگالی $\rho_M = 2/8 \text{ g/cm}^3$ برابر 10 kg است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از نوع فولاد با چگالی $\rho_c = 7/8 \text{ g/cm}^3$ باشد. جرم قطعه ریخته‌گری را با در نظر گرفتن انقباض از نقطه ذوب (1380°C) تا درجه حرارت محیط 25°C به دست آورید. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ باشد.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$m_c = ?$ فولاد	$\rho_M = 2/8 \text{ g/cm}^3$ چوبی $m_M = 10 \text{ kg}$ چوبی $\rho_c = 7/8 \text{ g/cm}^3$ فولاد $\theta = 1380^\circ\text{C}$ ذوب $\theta = 25^\circ\text{C}$ محیط $\bar{\alpha} = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

مرحله (۲) به دست آوردن حجم مدل چوبی با استفاده از رابطه چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 2/8 = \frac{10}{V_M}$$

$$V_M = \frac{10}{2/8} \Rightarrow \boxed{V_M = 3/85 \text{ dm}^3}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه جرم قطعه و جای گذاری چوبی فولاد

$$m_c = V_M (1 - 3\bar{\alpha}\Delta\theta)\rho_c$$

$$m_c = 3/85 (1 - 3 \times 12 \times 10^{-6} (1380 - 25) \times 7/8)$$

$$m_c = 3/85 (1 - 36 \times 10^{-6} \times 1355) \times 7/8$$

$$m_c = 28 / 56 \text{ kg}$$

۱-۲-۴- انقباض مضاعف : معمولاً در مدلسازی ابتدا مدل چوبی ساخته می‌شود سپس آن را قالبگیری نموده و از روی آن مدل فلزی، معمولاً از جنس آلومینیم ریخته‌گری می‌شود که در عمل از مدل فلزی برای قالبگیری استفاده می‌شود. در این صورت برای محاسبه جرم قطعه ریختگی باید هر دو انقباض مدل فلزی و قطعه ریختگی را در نظر گرفت. در این صورت باید مجموع انقباض‌های ذکر شده را تعیین کرد و به کمک آن جرم قطعه ریختگی را به صورت زیر به دست آورد.

$$S = S_f + S_p \text{ درصد انقباض خطی نهایی}$$

که در آن S_f و S_p به ترتیب درصد انقباض خطی مدل فلزی و قطعه ریختگی است.

با توجه به رابطه درصد اضافه مجاز انقباض می‌توان حجم قطعه (V_c) را برحسب حجم مدل اولیه یا چوبی

$$V_c = V_M \left(1 - \frac{3S}{100} \right) \quad (V_M) \text{ به دست آورد.}$$

که در آن V_c و V_M : حجم قطعه و مدل اولیه برحسب cm^3

S : انقباض خطی نهایی برحسب درصد.

حال با توجه به رابطه چگالی قطعه می‌توان جرم قطعه را به دست آورد.

$$\left. \begin{array}{l} m_c = \rho_c V_c \\ V_c = V_M \left(1 - \frac{3S}{100} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow m_c = V_M \left(1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$$

که در آن m_c و ρ_c به ترتیب جرم و چگالی قطعه می‌باشند.

تمرین ۱۱-۴ حجم یک مدل چوبی به چگالی 0.68 g/cm^3 ، 7 dm^3 می‌باشد. در صورتی که درصد انقباض خطی مدل آلومینیمی آن و درصد انقباض خطی قطعه با چگالی 2.8 g/cm^3 به ترتیب برابر $5/2\%$ و $1/8\%$ باشد. جرم قطعه ریختگی را از روی مدل چوبی تعیین کنید.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۱-۴ جرم یک مدل چوبی 5 kg و چگالی آن 0.6 g/cm^3 می‌باشد، در صورتی که درصد انقباض خطی مدلی آلومینیمی آن و درصد انقباض خطی قطعه ریختگی چدنی به چگالی 7.2 g/cm^3 به ترتیب $2/2\%$ و $1/5\%$ باشد. جرم قطعه ریختگی از روی مدل چدنی را تعیین کنید.
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$m_c = ?$ چدنی	$m_M = 5 \text{ kg}$ مدل چوبی $\rho_M = 0.6 \text{ g/cm}^3$ $S_1 = 2/2\%$ $S_p = 1/5\%$ $\rho_c = 7/2 \text{ g/cm}^3$

مرحله (۲) محاسبه درصد انقباض

$$S = S_1 + S_p = 2/2 + 1/5 \Rightarrow \boxed{S = 3/7}$$

مرحله (۳) به دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه

چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 0.6 = \frac{5}{V_M}$$

$$V_M = \frac{5}{0.6} \Rightarrow V_M = 8.33 \text{ dm}^3$$

مرحله (۴) نوشتن رابطه محاسبه جرم قطعه با

احتساب درصد انقباض

$$m_c = V_M \left(1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$$

مرحله (۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبات ریاضی

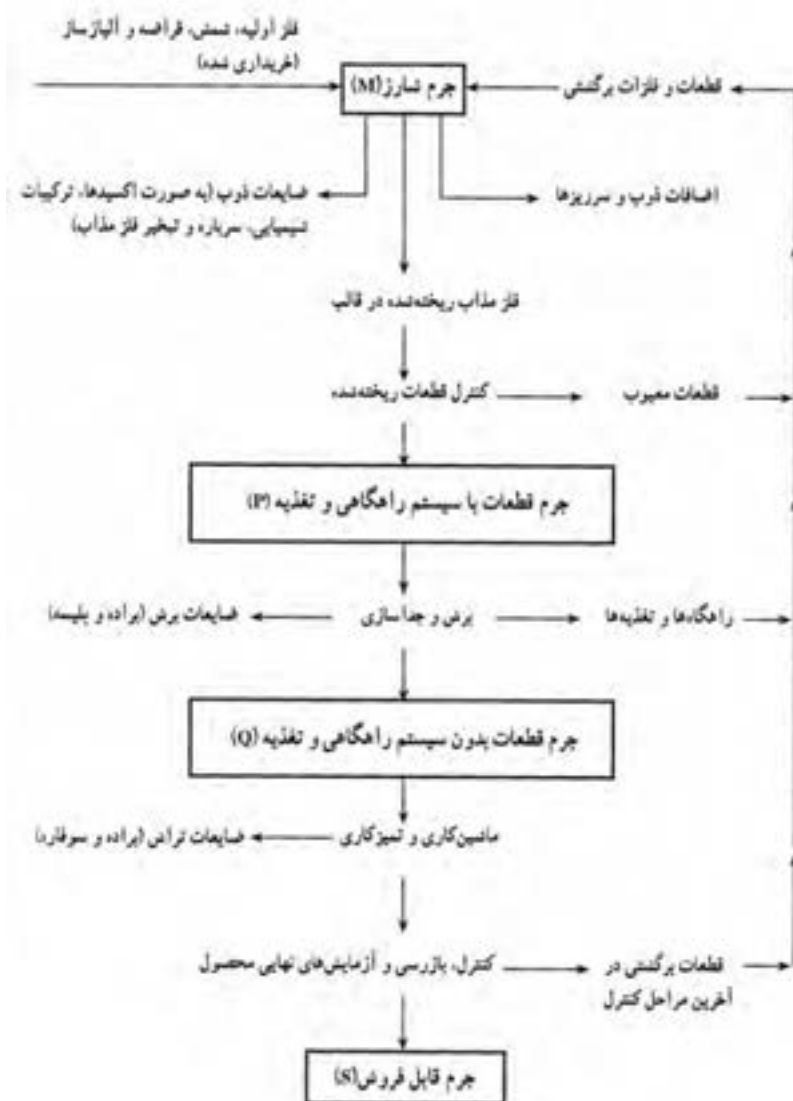
$$m_c = 8.33 \left(1 - \frac{3 \times 3/7}{100} \right) \times 7/2$$

$$m_c = 8.33 \times 0.889 \times 7/2$$

$$\boxed{m_c = 53.32 \text{ kg}}$$

۳-۴- راندمان ریخته‌گری:

در هنگام ریخته‌گری، همه قطعات تولید شده سالم و عاری از عیب نیستند و تعدادی از آنها به علت وجود عیوب مردود می‌شوند که در نتیجه باعث کاهش تولید یا به عبارت دیگر کاهش راندمان واحد تولید می‌شود. از لحاظ اقتصادی بهتر است که قطعات با حداقل قیمت و کمترین عیب تولید شوند با توجه به شکل (۴-۱) مراحل تولید یک قطعه ریخته‌گری ساده نشان داده می‌شود. با توجه به این نمودار مشخص است که ضایعات و برگشتی در قسمت‌های مختلف تولید وجود دارد و بعضی از آنها را عملاً نمی‌توان صفر کرد.



شکل ۴-۱- گردش تولید از نظر فلز مورد مصرف

دسته‌بندی ضایعات به‌صورت زیر است:

الف - ضایعات ایجاد شده در هنگام عملیات ذوب شامل اکسیدشدن مذاب، تبخیر مذاب، جمع شدن فلز مذاب در سرباره.

ب - مذاب اضافی که به‌صورت برگشتی می‌باشد.

ج - قطعات معیوب که امکان تغییر آنها وجود ندارد و باید تعمیر شوند.

د - قطعات سیستم راهگاهی شامل لوله راهگاه، راهبار، راهباره و غیره که جزو برگشتی‌ها هستند.

ه - براده، سوپاره و... که در هنگام جدا کردن قسمت‌های اضافی قطعه و عملیات نهایی روی قطعه ایجاد می‌شوند.

و - قطعاتی که پس از کنترل نهایی به علت خارج بودن از ابعاد مورد نظر یا عیوب دیگر قابل استفاده نیستند و جزو برگشتی‌ها می‌باشند.

با توجه به وجود برگشتی‌ها و اقتصادی بودن تولید، راندمان یا بازده تولید اهمیت می‌یابد که در این‌جا به دو طریق مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۳-۴- راندمان ریختگی : نسبت جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی و تغذیه (Q) به جرم قطعات با

سیستم راهگاهی و تغذیه (p) که به‌صورت زیر می‌باشد :

$$R_e = \frac{Q}{P} \times 100$$

که در آن : R_e راندمان ریختگی برحسب درصد می‌باشد.

در این حالت مشخص است که سیستم راهگاهی و تغذیه جزو برگشتی‌ها در نظر گرفته شده است.

۲-۳-۴- راندمان کل یا راندمان مفید : برابر است با نسبت جرم کل قطعات قابل فروش (S) به جرم کل

آلیاژ تهیه شده (M) که به‌صورت زیر است :

$$R_f = \frac{S}{M} \times 100$$

که در آن : R_f راندمان کلی یا مفید برحسب درصد.

در این رابطه مشخص است که کلیه ضایعات از جمله برگشتی‌ها و غیرقابل برگشتی در نظر گرفته شده است.

با توجه به رابطه فوق مشخص می‌شود که هرچه راندمان ریختگی بالاتر باشد در نتیجه مقدار برگشتی‌ها کمتر

است بنابراین جرم قطعات قابل فروش بالاتر خواهد بود و در نتیجه راندمان یا بازده مفید نیز بیشتر خواهد بود.

تمرین ۴-۱۲ جرم یک قطعه ریختگی بدون سیستم راهگاهی و تغذیه ۱۵ kg است. در صورتی که راندمان ریختگی ۶۵٪ باشد، مطلوب است جرم قطعه ریختگی همراه با سیستم راهگاهی و تغذیه.
حل (توسط هنجرو):

مثال ۴-۱۲ جرم یک قطعه ریختگی با سیستم راهگاهی و تغذیه ۱۰ kg است. در صورتی که جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی ۸ kg باشد. راندمان ریختگی را محاسبه کنید.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$R_c = ? \%$	$p = 10 \text{ kg}$ $Q = 8 \text{ kg}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به راندمان ریختگی

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$R_c = \frac{8}{10} \times 100 \Rightarrow R_c = 80\%$$

تمرین ۴-۱۳ در یک کارگاه روزانه ۱۰۰ قطعه ریختگی تولید می‌شود، در صورتی که جرم هر قطعه قابل فروش ۳/۵ kg و راندمان کلی آن ۷۸٪ باشد. مطلوب است جرم کل آلیاژ شارژ شده برای تولید این قطعات.

حل (توسط هنجرو):

مثال ۴-۱۳ جرم قطعات قابل فروش ریخته‌گری در یک روز ۴۰۰ kg می‌باشد. در صورتی که جرم کل آلیاژ شارژ شده برای تولید این قطعات ۵۵۰ kg باشد. راندمان کلی کارگاه را محاسبه کنید.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$R_t = ? \%$	$S = 400 \text{ kg}$ $M = 550 \text{ kg}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$R_t = \frac{S}{M} \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$R_t = \frac{400}{550} \times 100$$

$$R_t = 72.7\%$$

تمرین ۴-۱۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم هر قطعه با سیستم راهگاهی 50 kg می‌باشد. اگر راندمان ریختگی 75% باشد جرم سیستم راهگاهی چند کیلوگرم است.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۱۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم هر قطعه بدون تراش و سیستم راهگاهی 80 kg می‌باشد. اگر راندمان ریختگی 80% درصد باشد، جرم سیستم راهگاهی چند کیلوگرم است (قطعه بدون تغذیه است)
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$P = ?$ جرم قطعه با راهگاه	$Q = 10 \text{ kg}$
$P - Q = ?$ جرم راهگاه	$R_c = 80\%$

مرحله (۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی

$$R_c = \frac{Q}{P} \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی.

$$80 = \frac{10}{P} \times 100 \Rightarrow \frac{80}{1} = \frac{1000}{P}$$

$$\Rightarrow 80 \times P = 1000 \times 1 \Rightarrow P = \frac{1000}{80}$$

$$P = 12.5 \text{ kg}$$

مرحله (۴) به‌دست آوردن جرم راهگاه :

$$P - Q = 12.5 - 10 = 2.5 \text{ kg}$$

تمرین ۴-۱۵ حجم یک مدل آلومینیومی 15 dm^3 و چگالی آن 2.7 g/cm^3 می‌باشد، اگر مدل بدون ماهیچه و از انقباض صرف‌نظر شود، جرم قطعه ریخته شده از فولاد با چگالی 7.8 g/cm^3 ، چند کیلوگرم خواهد بود.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۱۵ جرم یک مدل چوبی 12 kg و چگالی نسبی آن 0.6 می‌باشد. اگر مدل بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف‌نظر شود، جرم قطعه ریخته شده از برنج با چگالی نسبی $8/8$ ، چند کیلوگرم خواهد بود.
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

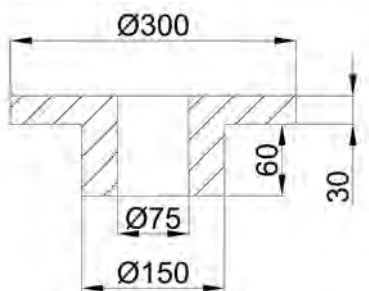
خواسته‌ها	داده‌ها
$m_c = ?$ جرم قطعه	$m_M = 12 \text{ kg}$
	$\rho = 0.6$ نسبی مدل
	$\rho = 8/8$ نسبی برنج

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه برای حل مسأله</p> $m_c = m_M \frac{\rho_c}{\rho_M}$ <p>مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی.</p> $m_c = 12 \times \frac{8/8}{0/6} \Rightarrow \boxed{m_c = 176 \text{ kg}}$				
<p>تمرین ۴-۱۶ چه مقدار شمش آلومینیم ۹۸٪ بایستی به مس مذاب اضافه گردد تا مقدار آلومینیم آن به ۵٪ برسد. (هیچگونه تلفاتی برای آلومینیم در نظر گرفته نشود).</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۴-۱۶ چه مقدار ساچمه‌های نیکل ۹۵٪ نیکل بایستی به ۸۰۰ kg چدن مذاب اضافه گردد تا مقدار نیکل چدن به ۸/۰ درصد برسد. (هیچگونه تلفاتی برای نیکل در نظر گرفته نشود).</p> <p>حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود</p> <table border="1" data-bbox="782 868 1376 1154"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <p>۹۵٪ نیکل =؟ مقدار ساچمه</p> </td><td> <p>۸۰۰ kg = وزن چدن</p> <p>۹۵٪ = ترکیب ساچمه نیکلی</p> <p>ترکیب چدن</p> <p>۰/۸ Ni + ۹۹/۰۴٪ =</p> </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) محاسبه میزان نیکل برای ۸۰۰ kg چدن</p> $\frac{100 \text{ kg}}{80} \times \frac{0/8}{x} = \frac{800 \times 0/8}{100}$ $x = 6/4 \text{ kg}$ <p>در نتیجه برای ۸۰۰ kg چدن ۶/۴ kg نیکل نیاز است.</p> <p>مرحله ۳) به‌دست آوردن میزان ساچمه نیکلی ۹۵٪</p> $\frac{100 \text{ kg}}{x} \times \frac{95}{6/4} = \frac{6/4 \times 100}{95}$ $x = 6/74 \text{ kg}$ <p>در نتیجه برای ۸۰۰ kg چدن ۶/۷۴ kg ساچمه نیکلی ۹۵٪ لازم است.</p>	خواسته‌ها	داده‌ها	<p>۹۵٪ نیکل =؟ مقدار ساچمه</p>	<p>۸۰۰ kg = وزن چدن</p> <p>۹۵٪ = ترکیب ساچمه نیکلی</p> <p>ترکیب چدن</p> <p>۰/۸ Ni + ۹۹/۰۴٪ =</p>
خواسته‌ها	داده‌ها				
<p>۹۵٪ نیکل =؟ مقدار ساچمه</p>	<p>۸۰۰ kg = وزن چدن</p> <p>۹۵٪ = ترکیب ساچمه نیکلی</p> <p>ترکیب چدن</p> <p>۰/۸ Ni + ۹۹/۰۴٪ =</p>				

تمرین ۱۷-۴ قطعه‌ای از چدن با چگالی نسبی γ / ρ مطابق شکل مفروض است. مطلوبست:

الف - تعیین جرم قطعه برحسب کیلوگرم

ب - تعیین جرم مدل چوبی آن با چگالی نسبی γ / ρ (از انقباض صرف نظر شود).

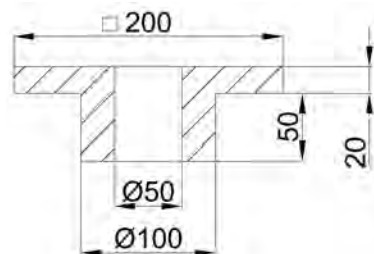


حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۷-۴ قطعه‌ای از آلومینیم به چگالی نسبی γ / ρ مطابق شکل مفروض است. مطلوبست:

الف - تعیین جرم قطعه برحسب kg

ب - تعیین جرم مدل چوبی آن با چگالی نسبی γ / ρ (از انقباض صرف نظر شود).



حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_c = \gamma / \rho$	$m_c = ?$
$\rho_M = \gamma / \rho$	$m_M = ?$

مرحله (۲) تبدیل واحد:

$$200 \text{ mm} = 200 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$100 \text{ mm} = 100 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

$$50 \text{ mm} = 50 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$20 \text{ mm} = 20 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

(۳) محاسبه حجم قطعه:

- ابتدا حجم ۲۰ cm بالای قطعه که برابر سطح در

ارتفاع است.

سطح مربع با ضلع ۵ cm - سطح مربع با ضلع ۲۰ cm = سطح

$$\text{سطح} = (20 \times 20) - (5 \times 5) =$$

$$\text{سطح} = 400 - 25 = 375 \text{ cm}^2$$

ارتفاع \times سطح = حجم

$$= 375 \times 20$$

$$= 7500 \text{ cm}^3$$

- حجم 50 cm پایین قطعه

$$\text{سطح} = (10 \times 10) - (5 \times 5) = 100 - 25$$

$$\text{سطح} = 75 \text{ cm}^2$$

ارتفاع \times سطح = حجم

$$\text{حجم} = 75 \times 5 = 375 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم کل قطعه } (V_c) = 7500 + 375$$

$$V_c = 7875 \text{ cm}^3$$

مرحله (4) محاسبه جرم قطعه بر حسب کیلوگرم

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow \rho / V = \frac{m_c}{7875}$$

$$m_c = \rho / V \times 7875 = 21262 / 5 \text{ gr}$$

$$m_c = 21262 / 5 \text{ gr} = 21262 / 5 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ kg} \right) =$$

$$m_c = 21 / 2625 \text{ kg}$$

مرحله (5) محاسبه وزن مدل چوبی با استفاده از

رابطه :

$$m_c = m_M \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

$$21 / 2625 = m_M \times \frac{\rho / V}{\rho / V}$$

$$212625 = m_M \times 3 / 857$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می شود

$$\frac{21 / 2625}{3 / 857} = \frac{m_M \times 3 / 857}{3 / 857}$$

$$m_M = 5 / 5 \text{ kg}$$

<p>مثال ۴-۱۸ برای تهیه ۲۶۵ قطعه سالم برنزی که جرم هر یک به انضمام راهگاه و تغذیه ۱/۸kg و جرم هر قطعه بدون راهگاه و تغذیه ۱/۲kg است. از ۳۷۵kg برنز و ۱۶۵kg برگشتی روز قبل استفاده شده است. مطلوبست :</p> <p>الف - راندمان ریختگی قطعه</p> <p>ب - تعداد قطعات معیوب، اگر وزن فلز ضایع شده ۱٪ کل شارژ باشد.</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$R_c = ?$</td><td>$۲۶۵ = \text{تعداد قطعات}$</td></tr> <tr> <td>$? = \text{تعداد قطعات معیوب}$</td><td>$۱/۸ \text{ kg} = \text{جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$۱/۲ \text{ kg} = \text{جرم یک قطعه بدون راهگاه و تغذیه}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$۳۷۵ \text{ kg} = \text{جرم برنز}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$۱۶۵ \text{ kg} = \text{جرم برگشتی}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$۱\% = \text{درصد اتلاف}$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) به‌دست آوردن راندمان با استفاده از رابطه R_c</p> <p>$۳۱۸ \text{ kg} = ۲۶۵ \times ۱/۲ = \text{جرم قطعات بدون راهگاه و تغذیه}$</p> <p>$۴۷۷ \text{ kg} = ۲۶۵ \times ۱/۸ = \text{جرم قطعات با راهگاه و تغذیه}$</p> $R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$ $R_c = \frac{۳۱۸}{۴۷۷} \times ۱۰۰ \Rightarrow R_c = \%۶۶/۶۷$	خواسته‌ها	داده‌ها	$R_c = ?$	$۲۶۵ = \text{تعداد قطعات}$	$? = \text{تعداد قطعات معیوب}$	$۱/۸ \text{ kg} = \text{جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه}$		$۱/۲ \text{ kg} = \text{جرم یک قطعه بدون راهگاه و تغذیه}$		$۳۷۵ \text{ kg} = \text{جرم برنز}$		$۱۶۵ \text{ kg} = \text{جرم برگشتی}$		$۱\% = \text{درصد اتلاف}$	<p>تمرین ۴-۱۸ برای تهیه ۳۰۰ قطعه برنجی که جرم هر یک به انضمام راهگاه و تغذیه ۲/۶ kg و جرم هر قطعه بدون راهگاه و تغذیه ۱/۹۴ kg است. از ۴۵۰ kg برنج و ۳۵۰ kg برگشتی و ۱۰۰ kg سوفاره استفاده شده است. مطلوبست :</p> <p>الف - راندمان ریختگی قطعه</p> <p>ب - تعداد قطعات معیوب اگر وزن فلز ضایع شده ۲٪ کل شارژ باشد.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>
خواسته‌ها	داده‌ها														
$R_c = ?$	$۲۶۵ = \text{تعداد قطعات}$														
$? = \text{تعداد قطعات معیوب}$	$۱/۸ \text{ kg} = \text{جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه}$														
	$۱/۲ \text{ kg} = \text{جرم یک قطعه بدون راهگاه و تغذیه}$														
	$۳۷۵ \text{ kg} = \text{جرم برنز}$														
	$۱۶۵ \text{ kg} = \text{جرم برگشتی}$														
	$۱\% = \text{درصد اتلاف}$														

مرحله ۳) محاسبه تعداد برگشتی‌ها.

جرم برگشتی + جرم برنز = جرم کل شارژ

$$375 + 165 = 540 \text{ kg} = \text{جرم کل شارژ}$$

با توجه به این که میزان برگشتی ۱٪ است.

برگشتی شارژ

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 1 & \\ 540 & x & \end{array} \quad x = \frac{540 \times 1}{100}$$

$$x = 5/4 \text{ kg} \text{ میزان فلز ضایع شده}$$

$$540 - 5/4 = 534/6 \text{ میزان شارژ ریخته شده در}$$

قالب

$$534/6 \div 1/8 = 297$$

$$297 - 265 = 32 \text{ تعداد قطعات معیوب}$$

مثال ۱۹-۴ در داخل یک بوته ۲۰ kg مس، ۲ kg

روی و ۱ kg قلع قرار دارد. چنانچه اکسیداسیون مس

برابر ۱٪ و روی برابر ۳٪ و قلع برابر ۱/۲٪ منظور شود،

درصد ترکیب آلیاژ حاصل چیست؟

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
%Cu = ?	۲ kg = مس
%Zn = ?	۲ kg = روی
%Sn = ?	۱ kg = قلع
	مس ۱٪ = اتلاف
	۱/۲٪ + روی ۳٪ +
	قلع

مرحله ۲) به دست آوردن مقدار اتلافات مس، روی و

قلع در این آلیاژ :

تمرین ۱۹-۴ در داخل یک بوته ۵۰ kg آلومینیم،

۴ kg روی، ۲ kg منیزیم و ۱۰ kg سیلیسیم اضافه

می‌کنیم، در صورتی که مقدار اتلاف آلومینیم ۳٪،

منیزیم ۸٪ و روی ۵٪ و سیلیسیم ۲٪ باشد، ترکیب

آلیاژ را محاسبه کنید.

حل (توسط هنجو):

اتلاف مس

$$\begin{array}{cc} \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 1 \\ 20 & x \end{array} \quad x = \frac{20}{100}$$

$x = 0/2 \text{ kg}$ اتلاف مس

اتلاف روی

$$\begin{array}{cc} \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 3 \\ 2 & x \end{array} \quad x = \frac{2 \times 3}{100}$$

$x = 0/06 \text{ kg}$ اتلاف روی

اتلاف قلع

$$\begin{array}{cc} \text{kg} & \text{kg} \\ 100 & 1/2 \\ 1 & x \end{array} \quad x = \frac{1 \times 1/2}{100}$$

$x = 0/012 \text{ kg}$ اتلاف قلع

مرحله ۳) با کسر مقدار اتلافات به دست آمده، مقادیر مس، روی و قلع باقیمانده آلیاژ را به دست می آوریم.

مس	روی	قلع
مقدار اولیه	۲۰ kg	۱ kg
مقدار اتلافات	۰/۲ kg	۰/۰۱ kg
مقدار باقیمانده	۱۹/۸ kg	۰/۹۹ kg

اجزا در آلیاژ

مرحله ۵) محاسبه جمع کل جرم آلیاژ :

جرم قلع + جرم روی + جرم مس = جرم کل آلیاژ

$$\text{جرم کل آلیاژ} = 19/8 + 1/99 + 0/99 = 22/73$$

مرحله ۶) محاسبه درصد ترکیب: برای این منظور

کافی است مقادیر مس، روی و قلع را در 100 kg از این آلیاژ به دست آورد.

مس آلیاژ

$$\begin{array}{cc} \text{kg} & \text{kg} \\ 22/73 & 19/8 \\ 100 & x \end{array} \quad x = \frac{19/8 \times 100}{22/73}$$

$x = 87/11 \text{ kg}$ درصد مس

	<p>روى</p> $x = \frac{1/94 \times 100}{22/73}$ <p>روى $x = 8/53 \text{ kg}$</p> <p>آلياژ</p> $x = \frac{0/99 \times 100}{22/73}$ <p>قلع $x = 4/35 \text{ kg}$</p> <p>بنابراين تركيب كلی آلياژ بعد از كسر كردن اتلاف برابر است با :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\%87/11 \text{ Cu} , \quad \%8/53 \text{ Zn} , \quad \%4/35 \text{ Sn}$ </div>
<p>تمرين ۲۰-۴ جرم يك مدل آلومينيومی با چگالی $2/1 \text{ g/cm}^3$ برابر، 25 kg است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از يك نوع برنز با چگالی $8/2 \text{ g/cm}^3$ باشد مطلوب است محاسبه و تعیین :</p> <p>الف - جرم قطعه ریختگی در صورتی که از انقباض صرف نظر شود.</p> <p>ب - جرم قطعه ریختگی با توجه به ضریب انبساط خطی $\alpha = 19 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ در فاصله نقطه ذوب برنز 950°C تا 20°C درجه حرارت حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲۰-۴ جرم يك مدل چوبی با چگالی $0/6 \text{ g/cm}^3$ برابر 12 kg است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از يك نوع چدن با چگالی 7 g/cm^3 باشد، مطلوب است محاسبه و تعیین :</p> <p>الف - جرم قطعه ریختگی در صورتی که از انقباض صرف نظر شود.</p> <p>ب - جرم قطعه ریختگی با توجه به ضریب انبساط خطی $\alpha = 10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ در فاصله تعیین نقطه ذوب چدن 1250°C تا درجه حرارت 25°C</p>

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_c = ?$ بدون انقباض $M_c = ?$ با در نظر گرفتن انقباض	$m_M = 12 \text{ kg}$ $\rho_M = 0.6$ $\rho_c = 7 \text{ g/cm}^3$ $\bar{\alpha} = 10 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ $\theta_1 = 125^\circ\text{C}$ $\theta_p = 25^\circ\text{C}$

مرحله (۲) به دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه

چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 0.6 = \frac{12}{V_M}$$

$$V_M = \frac{12 \text{ kg}}{0.6 \text{ g/cm}^3} = \frac{12 \cdot 1000 \text{ g}}{0.6 \text{ g/cm}^3}$$

$$V_M = \frac{12000}{0.6} \text{ cm}^3 \Rightarrow V_M = 20000 \text{ cm}^3$$

$$1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

$$V_M = 20 \text{ dm}^3$$

مرحله (۳) با توجه به این که حجم مدل و حجم

قطعه چدنی یکی است در صورت نبود انقباض داریم:

$$V_M = V_c = 20 \text{ dm}^3$$

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow V_c = \frac{m_c}{\rho_c}$$

$$m_c = V(\text{g/cm}^3) 20000 (\text{cm}^3)$$

$$m_c = 140000 \text{ gr}$$

$$m_c = 140 \text{ kg}$$

مرحله (۴) محاسبه جرم قطعه چدنی با فرض انقباض،

لذا خواهیم داشت:

	$m_c = V_M (1 - \beta \Delta \theta) \rho_c$ $m_c = 20 \left(1 - 3 \times 10 \times 10^{-6} (1250 - 25) \right) \times 7$ $m_c = 20 \left(1 - 30 \times 10^{-6} \times 1225 \right) \times 7$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $m_c = 134 / 855 \text{ kg}$ </div> <p>جرم قطعه با احتساب انقباض</p>										
<p>تمرین ۴-۲۱ در یک کارگاه ریخته‌گری روزانه ۵۰۰۰ kg چدن شارژ می‌شود اگر جرم هر قطعه سالم با راهگاه ۴۰ kg و جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی ۳۵ kg باشد و روزانه ۸۰ قطعه به فروش برسد</p> <p>مطلوبست:</p> <p>الف - راندمان ریختگی</p> <p>ب - راندمان کل</p> <p>حل: (توسط هنجار)</p>	<p>مثال ۴-۲۱ در یک کارگاه ریخته‌گری روزانه ۲۰۰۰ kg آلومینیم شارژ می‌شود. اگر جرم هر قطعه سالم با راهگاه و تغذیه ۱۵ kg و جرم سیستم راهگاهی هر قطعه ۳ kg باشد و ۱۰۰ قطعه به فروش برسد</p> <p>مطلوبست:</p> <p>الف - راندمان ریختگی</p> <p>ب - راندمان کل</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">خواسته‌ها</th><th style="width: 50%;">داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td><td>$M = 2000 \text{ kg}$ جرم کل آلیاژ</td></tr> <tr> <td>$R_c = ?$</td><td>$Q = 15 \text{ kg}$ جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه</td></tr> <tr> <td>$R_t = ?$</td><td>3 kg جرم راهگاه</td></tr> <tr> <td></td><td>$100 =$ تعداد قطعات به فروش رفته</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه راندمان</p> $R_c = \frac{Q}{p} \times 100$ $R_t = \frac{S}{M} \times 100$ <p>مرحله (۳) محاسبه راندمان ریختگی</p> <p>P جرم قطعات با سیستم راهگاهی</p> <p>تعداد قطعه \times جرم قطعه با سیستم راهگاهی و تغذیه =</p>	خواسته‌ها	داده‌ها		$M = 2000 \text{ kg}$ جرم کل آلیاژ	$R_c = ?$	$Q = 15 \text{ kg}$ جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه	$R_t = ?$	3 kg جرم راهگاه		$100 =$ تعداد قطعات به فروش رفته
خواسته‌ها	داده‌ها										
	$M = 2000 \text{ kg}$ جرم کل آلیاژ										
$R_c = ?$	$Q = 15 \text{ kg}$ جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه										
$R_t = ?$	3 kg جرم راهگاه										
	$100 =$ تعداد قطعات به فروش رفته										

	$= 15 \times 100 = 1500 \text{ kg}$ <p>= جرم قطعه بدون سیستم راهگاه</p> <p>جرم راهگاه - جرم قطعه با سیستم راهگاه</p> $= 15 - 3 = 12 \text{ kg}$ <p>Q جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی</p> <p>تعداد قطعه × جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی =</p> $= 12 \times 100 = 1200 \text{ kg}$ $R_c = \frac{Q}{p} \times 100$ $R_c = \frac{1200}{1500} \times 100$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;"> $R_c = \%80$ </div> <p>× تعداد قطعات قابل فروش S= جرم قطعات قابل فروش</p> <p>جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی</p> $S = 100 \times 12 = 1200 \text{ kg}$ $R_t = \frac{S}{M} \times 100$ $R_t = \frac{1200}{2000} \times 100$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;"> $R_t = \%60$ </div> <p>راندمان کلی ریخته‌گری</p>
<p>تمرین ۲۲-۴ حجم یک قطعه ریخته شده از برنز با چگالی $\frac{8}{55} \text{ g/cm}^3$ برابر 55 dm^3 است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری انجام گیرد و از انقباض قطعه صرف نظر شود. مطلوب است محاسبه و تعیین:</p> <p>الف - جرم قطعه بر حسب kg</p> <p>ب - جرم مدل منیزیمی آن بر حسب kg با چگالی $\frac{1}{5} \text{ g/cm}^3$</p> <p>ج - جرم قطعه ریخته شده از نوعی چدن با چگالی</p>	<p>مثال ۲۲-۴ جرم یک قطعه ریخته شده از فولاد با چگالی $\frac{7}{8} \text{ g/cm}^3$ برابر 24 kg است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری انجام گیرد و از انقباض قطعه صرف نظر شود مطلوب است محاسبه و تعیین:</p> <p>الف - حجم قطعه بر حسب dm^3</p> <p>ب - جرم مدل آلومینیمی آن بر حسب kg با چگالی $\frac{2}{7} \text{ g/cm}^3$</p>

ج - جرم قطعه ریخته شده از نوعی آلیاژ برنج با چگالی $8/5 \text{ g/cm}^3$ (از تمام انقباض صرف نظر شود) حل: توسط هنر جو

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$V = ? \text{ dm}^3$ فولاد	$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$ فولاد
$M = ? \text{ kg}$ آلومینیم	$M = 24 \text{ kg}$ فولاد
$M = ? \text{ kg}$ برنج	$\rho = 2/7 \text{ g/cm}^3$ آلومینیم
	$\rho = 8/5 \text{ g/cm}^3$ برنج

مرحله (۲) محاسبه حجم قطعه فولادی با استفاده از رابطه چگالی

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow 7/8 = \frac{24}{V}$$

$$V \times 7/8 = 24 \times 1$$

طرفین تساوی بر ضرب مجهول تقسیم می‌شوند

$$\frac{V \times 7/8}{7/8} = \frac{24}{7/8}$$

$$V = 27.43 \text{ dm}^3$$

مرحله (۳) محاسبه جرم مدل آلومینیم با استفاده از رابطه چگالی با توجه به این که حجم قطعه ثابت است داریم:

$$V = V \Rightarrow V = 27.43 \text{ dm}^3$$

$$\rho_{Al} = \frac{m_{Al}}{V_{Al}} \Rightarrow 2/7 = \frac{m_{Al}}{27.43}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$m_{Al} \times 1 = 2/7 \times 27.43$$

$$m_{Al} = 8 / 308 \text{ kg}$$

مرحله ۴) محاسبه جرم قطعه ریخته شده از آلیاژ
برنج با استفاده از رابطه چگالی

نکته : حجم قطعه برنجی برابر حجم قطعه فولادی
می باشد.

$$V = V \Rightarrow V = 3 / 077 \text{ dm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8 / 5 = \frac{m}{3 / 077}$$

طرفین و وسطین انجام می دهیم

$$m = 8 / 5 \times 3 / 077$$

$$\text{برنج } m = 26 / 15 \text{ kg}$$

تمرین ۲۳-۴ جرم یک قطعه بدون سیستم راهگاهی
۴۰ kg می باشد، اگر راندمان ریختگی ۶۵٪ باشد، جرم
قطعه همراه با سیستم راهگاهی و جرم سیستم راهگاهی
را محاسبه نمایید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۳-۴ جرم یک قطعه با سیستم راهگاهی
۲۵ kg می باشد. اگر راندمان ریختگی قطعه ۸۰٪ باشد.
جرم سیستم راهگاهی را حساب کنید.

حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود

خواسته ها	داده ها
$Q = ?$	$p = 25 \text{ kg}$ جرم قطعه با سیستم راهگاهی $R_c = 80\%$

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی و بدست

آوردن جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

$$80 = \frac{Q}{25} \times 100 \Rightarrow 80 \times 25 = Q \times 100$$

$$Q = \frac{80 \times 25}{100} \Rightarrow Q = 20 \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم سیستم راهگاهی

- جرم قطعه با راهگاه = جرم سیستم راهگاهی

جرم قطعه بدون راهگاه

$$\boxed{= 25 - 20 = 5 \text{ kg}} \quad \text{جرم سیستم راهگامی}$$

مثال ۴-۲۴ جرم قطعه ای ریختگی از جنس برنز با چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ برابر 32 kg می باشد، اگر قالبگیری ساده و بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف نظر شود مطلوبست محاسبه و تعیین :

الف - حجم قطعه بر حسب dm^3

ب - جرم مدل بر حسب kg با چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود

خواسته ها	داده ها
$V = ?$ $m_M = ?$	$\rho = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ $M = 32 \text{ kg}$ $\rho_M = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

مرحله (۲) محاسبه حجم قطعه برنزی بر حسب dm^3 با استفاده از رابطه چگالی.

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \frac{32}{V}$$

طرفین و وسطین انجام می دهیم

$$V \times \text{kg} = 32 \times 1$$

طرفین تساوی را بر عدد ۸ تقسیم می کنیم

$$\frac{V \times \text{kg}}{\text{kg}} = \frac{32}{8}$$

$$V = 4 \text{ dm}^3$$

مرحله (۳) محاسبه جرم مدل بر حسب کیلوگرم با استفاده

از رابطه چگالی

نکته : حجم مدل با حجم قطعه برابر است :

$$V_M = V = 4 \text{ dm}^3$$

تمرین ۴-۲۴ حجم قطعه ریختگی از جنس فولاد با چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ برابر $7/8$ می باشد. اگر قالبگیری ساده و بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف نظر شود مطلوبست محاسبه و تعیین :

الف - جرم قطعه بر حسب kg

ب - جرم مدل بر حسب kg با چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

	$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 0.6 = \frac{m_M}{4}$ $m_M = 4 \times 0.6$ $m_M = 2.4 \text{ kg}$ <p>جرم مدل</p>				
<p>تمرین ۴-۲۵ جرم یک مدل چوبی ۲۵ kg و چگالی آن 0.7 g/cm^3 و انقباض خطی مدل ۲٪ و انقباض خطی قطعه ۲/۴٪ باشد. جرم قطعه ریختگی از یک نوع چدن با چگالی 7.6 g/cm^3 را از روی مدل فلزی به دست آورید. (قالبگیری بدون ماهیچه گذاری است.)</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۴-۲۵ جرم یک مدل چوبی ۱۳ kg و چگالی آن 0.65 g/cm^3 می باشد. اگر انقباض خطی مدل ۱/۲٪ و انقباض خطی قطعه ۱/۸٪ باشد، جرم قطعه ریختگی از یک نوع برنج با چگالی $8/8 \text{ g/cm}^3$ را از روی مدل فلزی به دست آورید (قالبگیری بدون ماهیچه گذاری است.)</p> <p>حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>خواسته ها</th><th>داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$m_c = ?$ برنج</td><td> $S_p = 1/8 \%$ $S_1 = 1/2 \%$ $\rho_M = 0.65 \text{ g/cm}^3$ $m_M = 13 \text{ kg}$ $\rho_c = 8/8 \text{ g/cm}^3$ برنج </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله</p> $\rho_M = \frac{m_M}{V_M}$ $S = S_1 + S_p$ <p>توضیح: در این مسأله انقباض مضاعف تبدیل مدل چوبی به فلزی و تبدیل مدل فلزی به قطعه داریم:</p> $m_c = V_M \left(1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$ <p>مرحله (۳) محاسبه حجم مدل چوبی با استفاده از رابطه چگالی</p> $\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow \frac{0.65}{1} = \frac{13}{V_M}$ $\Rightarrow V_M \times 0.65 = 13 \times 1$	خواسته ها	داده ها	$m_c = ?$ برنج	$S_p = 1/8 \%$ $S_1 = 1/2 \%$ $\rho_M = 0.65 \text{ g/cm}^3$ $m_M = 13 \text{ kg}$ $\rho_c = 8/8 \text{ g/cm}^3$ برنج
خواسته ها	داده ها				
$m_c = ?$ برنج	$S_p = 1/8 \%$ $S_1 = 1/2 \%$ $\rho_M = 0.65 \text{ g/cm}^3$ $m_M = 13 \text{ kg}$ $\rho_c = 8/8 \text{ g/cm}^3$ برنج				

طرفین تساوی را بر ضرب مجهول (V_M) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{V_M \times 0.65}{0.65} = \frac{13}{0.65}$$

$$V_M = 20 \text{ dm}^3$$

مرحله ۴) محاسبه درصد انقباض خطی نهایی

$$S = \%1/2 \times \%1/8 = '$$

مرحله ۵) محاسبه جرم قطعه برنجی با استفاده از رابطه

ذکر شده در مرحله دوم

$$m_c = V_M \left(1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق:

$$m_c = 20 \left(1 - \frac{3 \times 3}{100} \right) \times 8/8$$

$$m_c = 160/16 \text{ kg}$$

تمرین ۴-۲۶ جرم یک قطعه ریختگی بدون تراش ۴۰ kg می‌باشد. در صورتی که راندمان ریختگی ۷۵٪ باشد. جرم سیستم راهگهی و تغذیه را محاسبه کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۲۶ جرم یک قطعه بدون سیستم راهگه ۲۴ kg و جرم سیستم راهگهی و تغذیه ۶ kg می‌باشد. اگر ضایعات هنگام برش راهگاه و تغذیه صرف‌نظر شود. راندمان ریختگی قطعه را حساب کنید؟

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$p = ?$ $R_c = ?$	$Q = 24 \text{ kg}$ جرم قطعه بدون سیستم راهگهی 6 kg = جرم سیستم راهگهی

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی:

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم قطعه با سیستم

راهگهی

	<p>جرم سیستم راهگهی $P = Q +$ جرم قطعه با سیستم راهگهی</p> $p = ۲۴ + ۶$ $p = ۳۰$ <p>مرحله ۴) به دست آوردن راندمان ریختگی با استفاده از رابطه :</p> $R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$ $R_c = \frac{۲۴}{۳۰} \times ۱۰۰$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $R_c = \%۸۰$ </div>												
<p>تمرین ۲۷-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم کل شارژ ۳۲۰ kg، جرم قطعات با سیستم راهگهی و تغذیه ۴۰۰ kg و جرم کلیه راهگاه‌ها و تغذیه‌ها ۵۰ kg و جرم قطعات قابل فروش ۲۴۰ kg می‌باشد مطلوبست محاسبه :</p> <p>الف - راندمان ریختگی</p> <p>ب - راندمان کل</p> <p>ج - جرم قطعات برگشتی در آخرین مراحل کنترل در صورتی که ضایعات تراش $\%۱/۵$ باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۷-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم شارژ ۳۵۰ kg، جرم قطعات با سیستم راهگهی و تغذیه ۲۸۰ kg و جرم قطعات بدون سیستم راهگهی و تغذیه ۲۲۰ kg و جرم قطعات قابل فروش ۸۰ kg می‌باشد، مطلوب است محاسبه :</p> <p>الف - راندمان ریختگی</p> <p>ب - راندمان کل</p> <p>ج - جرم قطعات برگشتی در آخرین مراحل کنترل در صورتی که ضایعات تراش $\%۳$ باشد.</p> <p>حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">خواسته‌ها</th><th style="width: 50%;">داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$R_c = ?$</td><td>$M = ۳۵۰ \text{ kg}$</td></tr> <tr> <td>$R_t = ?$</td><td>$p = ۲۸۰ \text{ kg}$</td></tr> <tr> <td>$? = \text{جرم برگشتی در}$</td><td>$Q = ۲۲۰ \text{ kg}$</td></tr> <tr> <td>آخرین مرحله کنترل</td><td>$S = ۱۸۰ \text{ kg}$</td></tr> <tr> <td></td><td>$\%۳ = \text{ضایعات تراش}$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) نوشتن روابط مربوطه :</p> $R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$	خواسته‌ها	داده‌ها	$R_c = ?$	$M = ۳۵۰ \text{ kg}$	$R_t = ?$	$p = ۲۸۰ \text{ kg}$	$? = \text{جرم برگشتی در}$	$Q = ۲۲۰ \text{ kg}$	آخرین مرحله کنترل	$S = ۱۸۰ \text{ kg}$		$\%۳ = \text{ضایعات تراش}$
خواسته‌ها	داده‌ها												
$R_c = ?$	$M = ۳۵۰ \text{ kg}$												
$R_t = ?$	$p = ۲۸۰ \text{ kg}$												
$? = \text{جرم برگشتی در}$	$Q = ۲۲۰ \text{ kg}$												
آخرین مرحله کنترل	$S = ۱۸۰ \text{ kg}$												
	$\%۳ = \text{ضایعات تراش}$												

$$R_t = \frac{S}{M} \times 100$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و

محاسبات ریاضی

$$R_c = \frac{220}{280} \times 100 \Rightarrow R_c = 78.5\%$$

$$R_t = \frac{180}{350} \times 100 \Rightarrow R_t = 51\%$$

مرحله ۴) جرم برگشتی در آخرین مرحله کنترل :

نکته : آخرین مرحله تراش و پرداخت نهایی قطعه بدون راهگاه و تغذیه است. بنابراین ۳٪ ضایعات تراش از جرم قطعات بدون راهگاه و تغذیه ایجاد می‌شود.

$$\text{جرم ضایعات تراش} = 3\% \times Q = \frac{3}{100} \times 220$$

$$\text{جرم ضایعات تراش} = 6.6 \text{ kg}$$

- جرم کل قطعات بعد از تراشکاری برابر خواهد بود با :

$$220 - 6.6 = 213.4 \text{ kg}$$

- از طرفی جرم قطعات قابل فروش ۱۸۰ kg می باشد

که اگر از جرم قطعات بعد از تراشکاری کم شود جرم قطعات برگشتی به‌دست خواهد آمد.

$$213.4 - 180 = 33.4 \text{ kg}$$

آخرین مرحله

سیمای فصل پنجم

۱-۵- رابطه فشار درون مایع

۲-۵- قانون پاسکال

۳-۵- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب

۱-۳-۵- نیروی وارد بر کف قالب

۲-۳-۵- نیروی وارد بر جداره اطراف قالب

۴-۵- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)

۱-۴-۵- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب

۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)

۱-۵-۵- حالت‌های مختلف وزن ظاهری

۶-۵- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه

۷-۵- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه گذاری روی درجه

۵- فشار مذاب
روی قالب

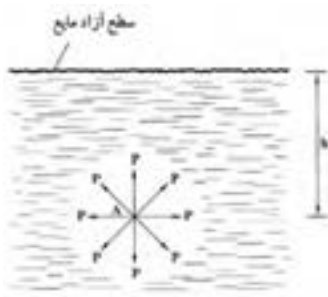
۵- فشار مذاب روی قالب :

پُر شدن کامل قالب توسط مذاب برای تولید قطعه ریختگی سالم امری ضروری است. لذا با توجه به اهمیت این مسأله به دست آوردن فشار مذاب روی دیواره‌های قالب بسیار مهم است، و برای به دست آوردن فشار مذاب نیاز به دانستن قوانین هیدرواستاتیک (علم تعادل مایعات) و هیدرودینامیک (علم حرکت مایعات) می‌باشد.

۵-۱- رابطه فشار درون مایع :

فشار در هر نقطه از یک مایع برابر است با نسبت وزن ستونی از مایع به ارتفاع h که در بالای آن نقطه قرار دارد. بر واحد سطح قاعده ظرفی که مایع در آن می‌باشد. به عبارت دیگر با توجه به شکل زیر خواهیم داشت.

$$\text{فشار در نقطه } A = \frac{\text{وزن ستون مایع به ارتفاع } h}{\text{سطح قاعده}}$$



وزن مخصوص مایع \times حجم ستون مایع = وزن ستون مایع

سطح قاعده \times ارتفاع ستون مایع = حجم ستون مایع

در نتیجه :

وزن مخصوص مایع \times سطح قاعده \times ارتفاع ستون مایع = وزن ستون مایع

شکل ۵-۱- فشار درون مایع

با توجه به موارد فوق خواهیم داشت :

$$\text{فشار در نقطه } A = \frac{\text{وزن مخصوص مایع} \times \text{سطح قاعده} \times \text{ارتفاع ستون مایع}}{\text{سطح قاعده}}$$

وزن مخصوص مایع \times ارتفاع ستون مایع = فشار در نقطه A

h : ارتفاع ستون مایع

d : وزن مخصوص

p : فشار در نقطه A

بنابراین خواهیم داشت :

$$P = hd$$

که واحدهای آنها عبارتند از :

P : فشار بر حسب $\frac{gf}{cm^2}$

h : ارتفاع بر حسب cm

d : وزن مخصوص بر حسب $\frac{gf}{cm^3}$

با توجه به رابطه فوق فشار درون مایعات فقط به ارتفاع مایع و وزن مخصوص مایعات بستگی دارد و به عوامل دیگر نظیر شکل ظرف، جنس ظرف و... بستگی ندارد.

رابطه وزن مخصوص چگالی :

$$d = \rho \times g$$

که در آن :

ρ : چگالی و g : شتاب ثقل

با توجه به این رابطه، فشار درون مایع برابر است با :

$$\left. \begin{array}{l} P = hd \\ d = \rho \times g \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{P = \rho \cdot g \cdot h}$$

که در آن :

ρ : چگالی بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$ در سیستم SI

g : شتاب ثقل بر حسب $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$

h : ارتفاع ستون مایع بر حسب m

با توجه به موارد فوق واحد فشار برابر خواهد بود با :

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

واحد $P = \rho \times g \times h$

$$\text{واحد } P = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{N}}{\text{kg}} \times m$$

$$\text{واحد } \boxed{P = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}$$

بنابراین واحد فشار در سیستم SI برابر است با $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ می باشد که به اصطلاح به آن پاسکال گفته می شود با Pa

نشان می دهند.

واحدهای دیگر فشار عبارتند از: $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ و $\frac{\text{gf}}{\text{cm}^2}$ که واحدهای عملی فشار نامیده می شوند.

روابط تبدیل واحد Pa به $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ و $\frac{\text{gf}}{\text{cm}^2}$ به شرح زیر است :

$$1 p_a = 1 / 0.2 \times 10^{-5} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$1 p_a = 1 / 0.2 \times 10^{-3} \frac{\text{gf}}{\text{cm}^2}$$

<p>تمرین ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع ۴۰۰ cm موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال (Pa). (چگالی آب 1000 kg/m^3 و $g = 9.8 \text{ N/kg}$)</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع ۳ m موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال Pa (چگالی آب 1000 kg/m^3 و $g = 9.8 \text{ N/kg}$)</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p> <table border="1" data-bbox="777 466 1375 699"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$P = ? \text{ Pa}$</td><td> $h = 3 \text{ m}$ $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$ </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه</p> $p = \rho \cdot g \cdot h$ <p>مرحله (۳) جای‌گذاری مقایر داده‌ها و محاسبه ریاضی</p> $p = 3 \times 1000 \times 9.8$ $p = 29400 \text{ Pa}$	خواسته	داده‌ها	$P = ? \text{ Pa}$	$h = 3 \text{ m}$ $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$
خواسته	داده‌ها				
$P = ? \text{ Pa}$	$h = 3 \text{ m}$ $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$				
<p>تمرین ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با ۱۲۵۰ Pa می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. (چگالی جیوه برابر 136000 kg/m^3 و $g = 9.8 \text{ N/kg}$)</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با ۱۰۰۰ Pa می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. با فرض این‌که چگالی جیوه برابر 13600 kg/m^3 و $g = 9.8 \text{ N/kg}$ باشد.</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p> <table border="1" data-bbox="834 1328 1319 1600"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$h = ?$</td><td> $P_{Hg} = 1000 \text{ Pa}$ $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$ </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :</p> $p = \rho \cdot g \cdot h$ <p>مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی</p>	خواسته	داده‌ها	$h = ?$	$P_{Hg} = 1000 \text{ Pa}$ $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$
خواسته	داده‌ها				
$h = ?$	$P_{Hg} = 1000 \text{ Pa}$ $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$				

	$1000 = 13600 \times 9 / 8 \times h$ $1000 = 133280 \times h$ <p>مرحله ۴) طرفین تساوی را بر ضریب مجهول (h) تقسیم می‌کنیم</p> $\frac{1000}{133280} = \frac{133280 \times h}{133280}$ $h = 7 / 5 \times 10^{-3} \text{ m}$				
<p>تمرین ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۶۵Pa است. مطلوبست محاسبه برحسب kgf/cm^2 و gf/cm^2</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۸۰ Pa است. مطلوبست محاسبه فشار برحسب واحدهای kgf/cm^2 و gf/cm^2</p> <p>حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th><th>خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$P = 80 \text{ Pa}$</td><td> $p = ? \text{ kgf/cm}^2$ $p = ? \text{ gf/cm}^2$ </td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) نوشتن رابطه بین واحدها:</p> $1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2$ $1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-2} \text{ gf/cm}^2$ <p>مرحله ۳) جای‌گذاری و محاسبه ریاضی:</p> <p>خواسته اول:</p> $\begin{cases} 80 \text{ pa} = 80 \times (1 \text{ pa}) \\ 1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-2} \text{ kgf/cm}^2 \end{cases}$ $\begin{cases} 80 \text{ pa} = 80 \times (1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kg/cm}^2) \\ 80 \text{ pa} = 80 \times 1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \end{cases}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $80 \text{ pa} = 8 / 16 \times 10^{-2} \text{ kgf/cm}^2$ </div> <p>خواسته دوم</p> $\begin{cases} 80 \text{ pa} = 80 \times (1 \text{ pa}) \\ 1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-2} \text{ gf/cm}^2 \end{cases}$	داده‌ها	خواسته‌ها	$P = 80 \text{ Pa}$	$p = ? \text{ kgf/cm}^2$ $p = ? \text{ gf/cm}^2$
داده‌ها	خواسته‌ها				
$P = 80 \text{ Pa}$	$p = ? \text{ kgf/cm}^2$ $p = ? \text{ gf/cm}^2$				

$$\begin{cases} 100 \text{ pa} = 100 \times (1/0.2 \times 10^{-2} \text{ gf/cm}^2) \\ 100 \text{ pa} = 100 \times 1/0.2 \times 10^{-2} \text{ gf/cm}^2 \end{cases}$$

$$100 \text{ pa} = 0.1 \text{ gf/cm}^2$$

تمرین ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب
 100 kgf/cm^2 می باشد. فشار را بر حسب پاسکال (Pa)
 حساب کنید.

حل (توسط هنجرو):

مثال ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب
 100 kgf/cm^2 است. مطلوبست تعیین فشار بر حسب
 پاسکال.

حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها :

خواسته	داده
$P = (\text{Pa}) ?$	$p = 100 \text{ kgf/cm}^2$

مرحله (۲) نوشتن رابطه بین واحدها :

$$1 \text{ pa} = 1/0.2 \times 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2$$

طرفین تساوی را بر $1/0.2 \times 10^{-5}$ تقسیم می کنیم.

$$\frac{1}{1/0.2 \times 10^{-5}} \text{ pa} = \frac{1/0.2 \times 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2}{1/0.2 \times 10^{-5}}$$

$$1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{1/0.2 \times 10^{-5}} \text{ pa}$$

$$1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa}$$

مرحله (۳) محاسبات ریاضی

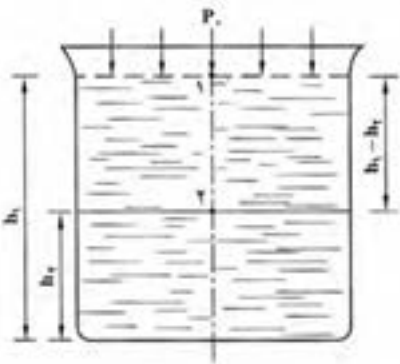
$$\begin{cases} 100 \text{ kgf/cm}^2 = 100 \times \left(1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right) \\ 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 100 \text{ kgf/cm}^2 = 100 \times \left(\frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa} \right) \\ 100 \text{ kgf/cm}^2 = 100 \times \frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa} \end{cases}$$

$$100 \text{ kgf/cm}^2 = 9803921.57 \text{ pa}$$

۲-۵- قانون پاسکال

اگر فشار یک نقطه در درون یک سیال آرام و در حال تعادل مشخص باشد می‌توان فشار نقاط دیگر را با توجه به اختلاف ارتفاع آنها با نقطه ای که فشار آن معلوم است به‌دست آورد. به عنوان مثال در شکل ۲-۵ فشار در نقطه ۲ را می‌توان برحسب اختلاف ارتفاع با نقطه ۱ به‌دست آورد. در نقطه ۱ تنها فشار اتمسفر (p_0) وجود دارد. بنابراین براساس قانون پاسکال خواهیم داشت :



$$p_p = p_0 + \rho \cdot g(h_1 - h_p) \quad \text{قانون پاسکال}$$

که در آن :

$$\rho : \text{چگالی سیال برحسب } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$h_1 - h_p : \text{اختلاف ارتفاع بین نقاط ۱ و ۲ برحسب } m$$

p_0 : فشار هوا وارد بر سطح مایع که همان فشار در نقطه

$$۱ \text{ است } p_1 = p_0$$

شکل ۲-۵- تعیین فشار درون مایع تحت فشار

p_p : فشار در نقطه ۲

با توجه به این مسأله فشار هر نقطه داخل سیال برحسب ارتفاع آن از سطح آزاد مایع عبارت است از :

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

که در آن h فاصله نقطه از سطح مایع است.

در مورد مذاب فشار $\rho \cdot g \cdot h$ را فشار متالواستاتیک می‌گویند که نشان دهنده فشار در یک نقطه درون مذاب

نسبت به فشار در سطح مذاب است.

فشار در سطح آزاد مذاب برابر $p_a = p_0$ است.

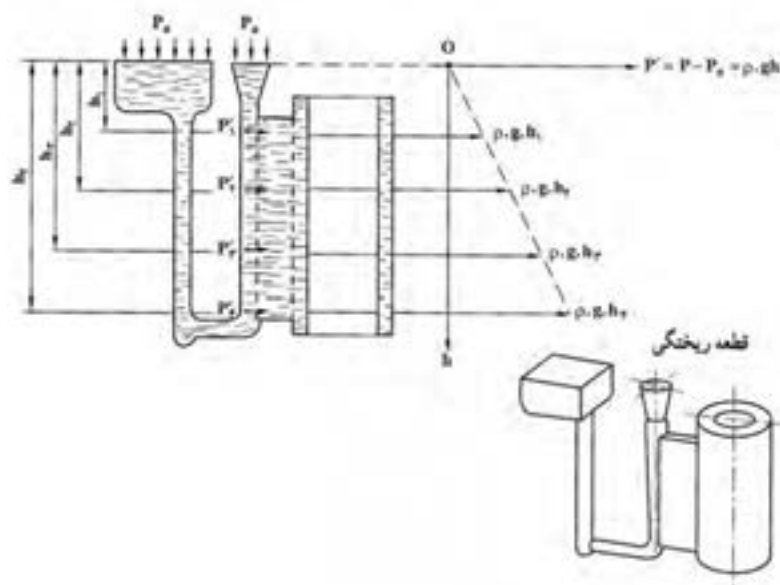
با توجه به این مسأله خواهیم داشت :

$$\left. \begin{array}{l} p - p_0 = \rho \cdot g \cdot h \\ p_0 = p_a \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p - p_a = \rho \cdot g \cdot h \\ \rho \cdot g \cdot h = dh \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{p - p_a = dh = \rho \cdot g \cdot h} \quad \text{فشار نسبی مذاب}$$

در این رابطه P برابر مجموع فشار متالواستاتیک ($\rho \cdot g \cdot h$) و فشار هوا است که در نهایت فشار مطلق آن نقطه

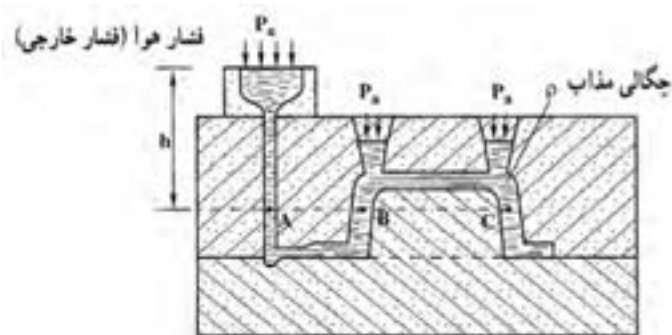
درون مذاب است. با توجه به این رابطه مشخص است که فشار متالواستاتیک رابطه مستقیم با ارتفاع مذاب دارد.

هرچه ارتفاع (عمق) مذاب بیشتر باشد فشار متالواستاتیکی بیشتر است.



شکل ۳-۵- افزایش فشار متالواستاتیکی مذاب برحسب عمق آن

با توجه به قانون پاسکال داریم : اگر چند ظرف به هم مرتبط باشند و درون آنها سیالی موجود باشد فشار در تمام نقاطی که در یک ارتفاع یکسان قرار دارند، یکسان خواهد بود.



شکل ۴-۵- فشار نقاط واقع بر روی یک سطح افقی قالب

$$P_A = P_B = P_C = P_a + \rho.g.h$$

از طرفی فشار در هر نقطه مایع برابر است با فاصله آن تا سطح آزاد مایع (h) ضربدر چگالی مایع ضربدر شتاب ثقل به علاوه فشار خارجی که بر مایع اعمال می‌شود.

$$P = P_a + \rho.g.h$$

نکته : اگر در یک نقطه درون سیال آرام و غیرقابل تراکم (مانند آب و روغن و...) فشار افزایش یابد، افزایش فشار بدون هیچ تغییری به تمام نقاط مایع و همه نقاط ظرف نگهدارنده مایع، منتقل می‌شود. به عنوان مثال در ریخته‌گری تحت فشار با اعمال فشار به یک نقطه مذاب، فشار به‌طور یکسان به همه نقاط مذاب و دیواره قالب

وارد می‌شود. بنابراین با توجه به موارد فوق می‌توان فشار وارد بر دیواره قالب را به‌دست آورد. البته فشار وارد شده از طرف مذاب بر سطوح داخلی قالب همواره برابر فشار نسبی است.

۳-۵- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب :

مطابق تعریف فشار برابر است با نیروی وارد بر واحد سطح معین. (مثلاً سطوح و دیواره‌های قالب) رابطه فشار

عبارت است :

$$P = \frac{f(\text{نیرو})}{A(\text{سطح})} \Rightarrow \frac{P}{1} = \frac{f}{A} \xrightarrow{\text{طرفین و وسطین}} f \times 1 = P \times A \Rightarrow f = P \times A$$

با توجه به رابطه فشار نسبی در درون مایع خواهیم داشت :

$$\left. \begin{array}{l} P = \rho \cdot g \cdot h \text{ فشار نسبی درون مایع} \\ f = PA \end{array} \right\} \Rightarrow f = \rho \cdot g \cdot h \cdot A \text{ نیروی وارد بر سطح قالب}$$

که در آن :

ρ : چگالی مذاب برحسب kg/m^3

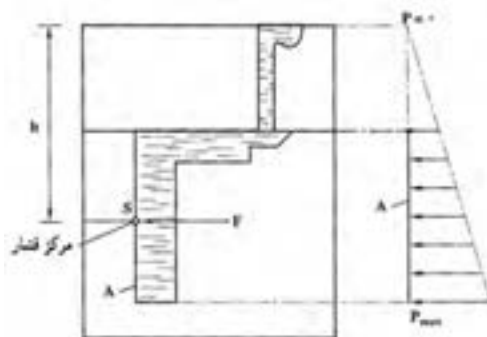
g : شتاب ثقل زمین ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$)

h : ارتفاع مرکز فشار واقع بر سطح A تا سطح آزاد مذاب برحسب m

A : سطح مورد نظر قالب برحسب m^2

لازم به ذکر است که نیروی f عمود بر سطح A است و جهت آن از طرف مذاب به دیواره است که مطابق قانون عمل و عکس العمل نیوتن این نیرو برابر با نیرویی است که از طرف دیواره به مذاب وارد می‌شود. بنابراین این دو نیرو همدیگر را خنثی خواهند کرد. شکل ۵-۵ نیروی وارد بر یک سطح قائم را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشخص می‌شود که کمترین فشار نسبی مربوط به سطح آزاد مذاب است که در آنجا $h = 0$ است.

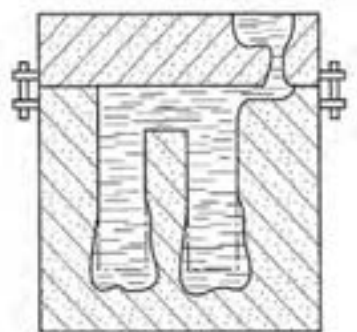
بنابراین مطابق رابطه $P = \rho \cdot g \cdot h$ ، فشار برابر صفر است، و بیشترین فشار را در کف قالب خواهیم داشت که h بیشترین مقدار را دارد. نقطه S که عبارت است از مرکز فشار که در وسط سطح A قرار می‌گیرد، به شرطی که سطح A دارای مرکز تقارن باشد.



شکل ۵-۵- نیروی وارد از طرف مذاب بر دیواره قائم قالب

با توجه به این مسأله واضح است که نیروهای وارد بر جداره‌ها و سطوح قالب، باعث بزرگ شدن حجم قالب (بخصوص در نقاط عمیق) و بلند شدن و ایجاد گشتاور در درجه فوقانی می‌شوند. که این مسأله در مورد فلزات و آلیاژهایی با چگالی بالاتر، بیشتر مشکل ساز است.

معمولاً در مورد سطوح صاف و مستوی که به موازات سطح آزاد هستند نقطه اثر نیرو را مرکز ثقل آن سطح در نظر می‌گیرند. اما به‌طور کلی نقطه اثر نیروها بستگی به شکل و شیب جداره قالب دارد، همان‌طوری که در شکل ۵-۶ دیده می‌شود، با توجه به این که ارتفاع قطعه زیاد است در نتیجه نیروهای وارد از طرف مذاب به دیواره قالب افزایش یافته که این امر سبب افزایش حجم قالب گردیده است.



شکل ۵-۶

نیروهای وارد بر سطوح قالب را می‌توان در حالات مختلف تعیین نمود که عبارتند از :

۱-۳-۵- نیروی وارد بر کف قالب :

نیروی مذاب وارد بر کف قالب شکل ۵-۷ را می‌توان با توجه به رابطه $f = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$ به‌دست آورد که در آن :

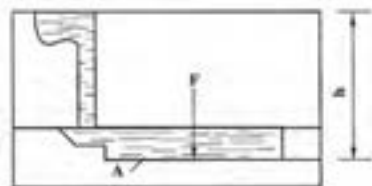
f : نیروی مذاب وارد بر کف قالب N

A : سطح کف قالب (m^2)

h : ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب بر حسب m

ρ : چگالی مذاب $\frac{kg}{m^3}$

g : شتاب ثقل



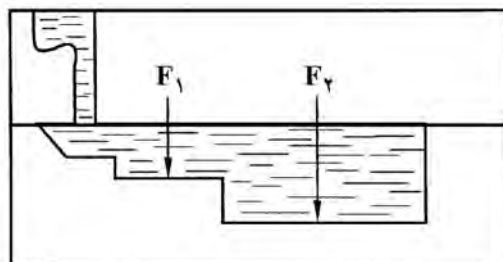
شکل ۵-۷

در صورتی که کف قالب از چند سطح تشکیل شده باشد مانند شکل ۵-۸ از سطح A_1, A_2, A_3, \dots تشکیل شده باشد نیروی وارد بر سطح قالب عبارت است از مجموع نیروهای وارد شده بر هر سطح.

$$f = f_1 + f_v + \dots$$

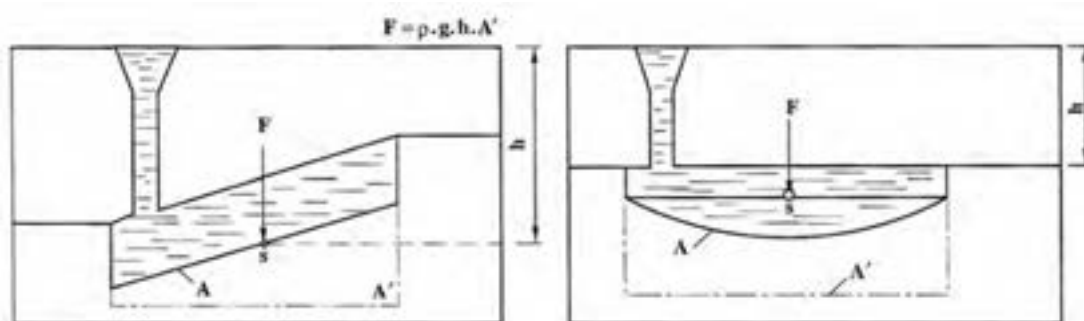
$$f_1 = \rho g h_1 A_1$$

$$f_v = \rho g h_v A_v$$



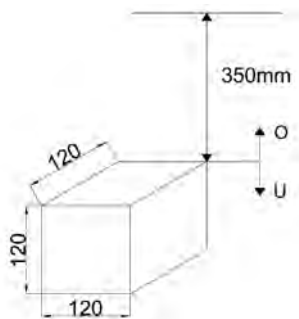
شکل ۵-۸

در مورد سطوح خمیده و شیب‌دار مانند شکل ۵-۹، برای به‌دست آوردن نیروی وارد بر کف قالب از رابطه $f = \rho g h A'$ استفاده می‌شود که A' تصویر سطح کف قالب بر روی سطح افقی است، که این سطح معمولاً از سطوح خمیده و شیب‌دار کوچکتر است.



شکل ۵-۹

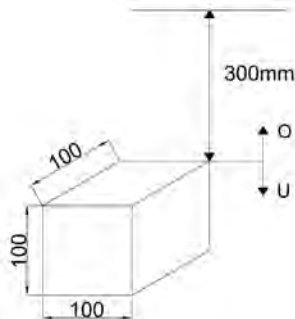
تمرین ۵-۵ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب را تعیین کنید. در صورتی که چگالی مذاب $780000 \frac{g}{m^3}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب 350 mm باشد $(g = 10 \frac{m}{s^2})$.



شکل ۵-۱۱

حل (توسط هنجو):

مثال ۵-۵ مطلوب است تعیین نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب در قطعه زیر، در صورتی که چگالی مذاب $7800 \frac{kg}{m^3}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر 300 mm است $(g = 10 \frac{m}{s^2})$.



شکل ۵-۱۰

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$\rho = 7800 \frac{kg}{m^3}$ $H = 300 \text{ mm}$ $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ارتفاع قطعه = 100 mm	$F = ?$

مرحله (۲) محاسبه سطح کف قالب

$$A = 100 \times 100 = 10000 \text{ mm}$$

$$A = 10000 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0.01 \text{ m}^2}$$

مرحله (۳) محاسبه ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد

مذاب

$$h = H + \text{ارتفاع قطعه} = 300 + 100 = 400 \text{ mm}$$

$$h = 400 \times \left(\frac{1}{100} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h = 0.4 \text{ m}}$$

مرحله (۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

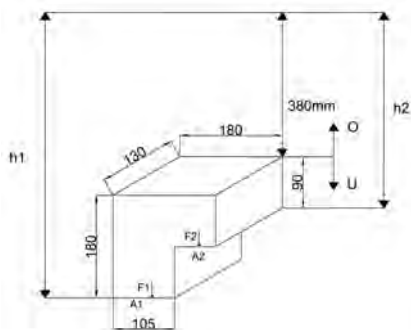
$$F = \rho ghA$$

مرحله (۵) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه و محاسبه

ریاضی

$$F = 7800 \times 1000 / 4 \times 0.1 \Rightarrow F = 3 / \mu N$$

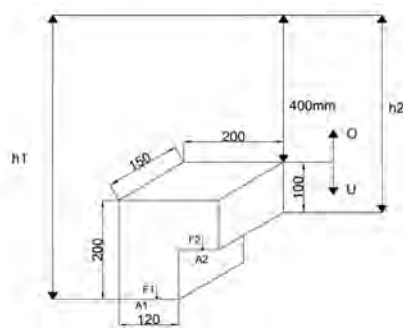
تمرین ۵-۶ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب را محاسبه نمایید. چگالی مذاب 8500 kg/m^3 و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب 380 mm برابر 400 mm است $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ می‌باشد



شکل ۵-۱۳

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۶ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب در قطعه زیر، در صورتی که چگالی مذاب 8500 kg/m^3 و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب 400 mm برابر 400 mm است $(g = 10 \text{ m/s}^2)$



شکل ۵-۱۲

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$\rho = 8500 \text{ kg/m}^3$ $H = 400 \text{ mm}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$	$F = ?$

مرحله (۲) به‌دست آوردن سطح کف قالب

$$A_1 = 120 \times 150 = 18000 \text{ mm}^2$$

$$A_1 = 18000 \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow A_1 = 0.18 \text{ m}^2$$

$$A_r = 80 \times 150 = 12000 \text{ mm}^2$$

$$A_r = 12000 \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow A_r = 0.12 \text{ m}^2$$

مرحله (۳) به‌دست آوردن ارتفاع سطوح A_1 و A_r از

سطح آزاد مذاب

$$h_1 = H + 200 = 400 + 200 = 600 \text{ mm}$$

$$h_1 = 600 \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h_1 = 0.6 \text{ m}$$

$$h_p = H + 100 = 400 + 100 = 500 \text{ mm}$$

$$h_p = 500 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_p = 0.5 \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

$$F = F_1 + F_p$$

$$F = \rho g h_1 A_1 + \rho g h_p A_p$$

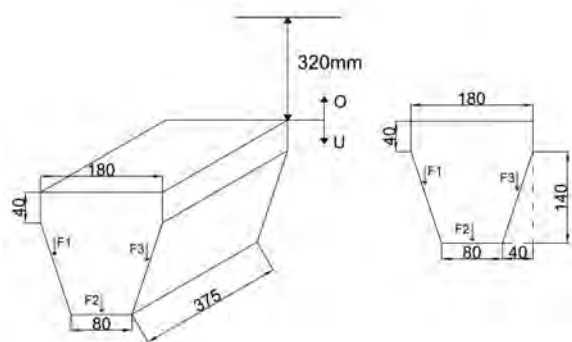
مرحله ۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبات

ریاضی

$$F = (8500 \times 1000 / 6 \times 0.5 / 0.15) + (8500 \times 1000 / 5 \times 0.5 / 0.12)$$

$$F = 765 + 510 \Rightarrow \boxed{F = 1275 \text{ N}}$$

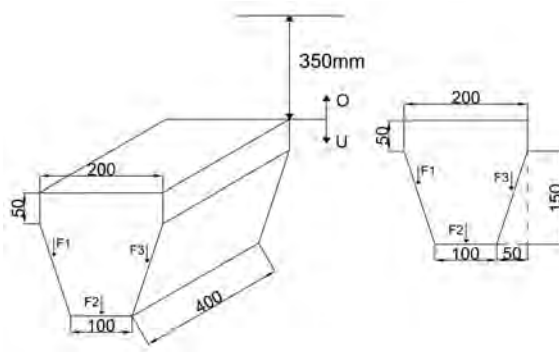
تمرین ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن نشکن را نشان می‌دهد که چگالی آن 6700 kg/m^3 می‌باشد نیروی وارد بر کف قالب را محاسبه کنید. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر 320 mm می‌باشد ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



شکل ۵-۱۵

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن داکتیل را نشان می‌دهد که چگالی آن 6800 kg/m^3 است. مطلوبست تعیین نیروی وارد بر کف قالب. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر 350 mm است ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



شکل ۵-۱۴

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F = ?$	$\rho = 6800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $H = 350 \text{ mm}$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

مرحله (۲) به‌دست آوردن سطح کف قالب :

$$A_1 = 100 \times 400 = 40000 \text{ mm}^2 \quad \text{مساحت قسمت}$$

مستوی

$$A_1 = 40000 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A_1 = 0.04 \text{ m}^2}$$

$$A_p = 50 \times 400 = 20000 \text{ mm}^2 \quad \text{مساحت تصویر}$$

یکی از قسمت‌های یک سطح شیب‌دار

$$A_p = 20000 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A_p = 0.02 \text{ m}^2}$$

$$A_s = A_1 = 0.04 \text{ m}^2 \quad \text{با توجه به شکل داریم}$$

مرحله (۳) به‌دست آوردن ارتفاع کف قالب تا سطح

آزاد مذاب

$$h_1 = H + \text{ارتفاع قطعه} = 100 + 100 = 200 \text{ mm}$$

قسمت مستوی

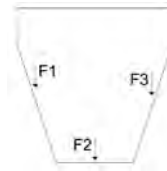
$$h_1 = 200 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_1 = 0.2 \text{ m}}$$

در قسمت شیب‌دار

$$h_p = H + 50 + \frac{50}{2} = 100 + 50 + 25 = 175 \text{ mm}$$

$$h_p = 175 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_p = 0.175 \text{ m}}$$

مرحله (۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب



$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

$$F = \rho g h_1 A_1 + \rho g h_2 A_2 + \rho g h_3 A_3$$

مرحله ۵) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه و

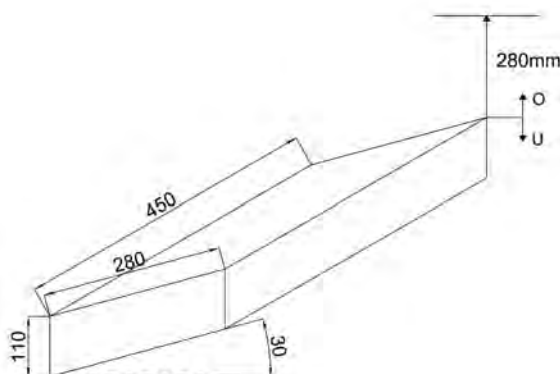
محاسبات ریاضی:

$$F = 6800 \times 10 \times 0.2 \times 0.04 + 6800 \times 10 \times 0.175 \times 0.02 + 6800 \times 0.175 \times 0.02 \times 10 =$$

$$F = 544 + 238 + 238 \Rightarrow F = 1020 \text{ N}$$

تمرین ۵-۸ نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن برای ریخته‌گری قطعه ای به شکل زیر، چگالی مذاب 7000 kg/m^3 و ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب 380 mm .

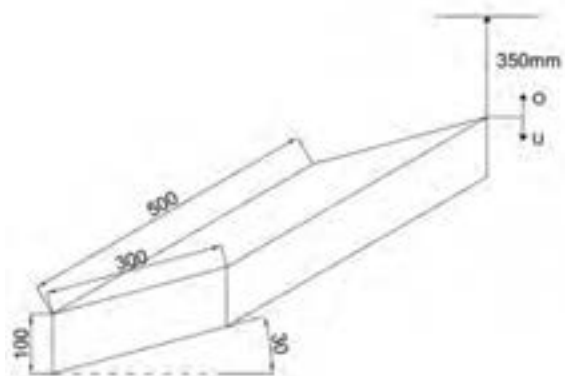
$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



شکل ۵-۱۷

حل (توسط هنجرو):

مثال ۵-۸ مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن، برای ریخته‌گری قطعه ای به شکل زیر، چگالی مذاب 7000 kg/m^3 ، ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب 300 mm و $(g = 10 \text{ m/s}^2)$



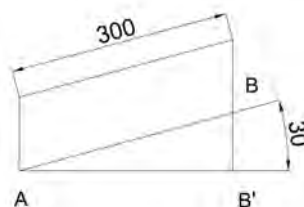
شکل ۵-۱۶

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته	داده‌ها
$F_B = ?$	$\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3$ $H = 300 \text{ mm}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$

مرحله (۲) به‌دست آوردن تصویر کف قالب



شکل ۵-۱۶-۱

ابتدا باید تصویر ضلع AB را به‌دست آوریم و با توجه به

روابط مثلثاتی داریم:

$$\cos \alpha = \frac{AB'}{AB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AB'}{300}$$

$$\Rightarrow AB' \times 1 = \cos 30^\circ \times 300 \Rightarrow AB' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 300 \Rightarrow \boxed{AB' = 259.8 \text{ mm}}$$

$$AB' = 259.8 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{AB' = 0.2598 \text{ m}}$$

$$\text{طول کف قالب} = 500 \text{ mm} = 500 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.5 \text{ m}$$

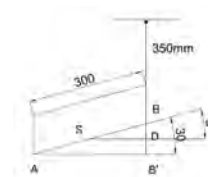
با توجه به این که تصویر به شکل مستطیل است مساحت

آن برابر است با:

$$A' = 0.5 \text{ m} \times 0.2598 \text{ m} \Rightarrow \boxed{A' = 0.1299 \text{ m}^2}$$

مرحله (۳) به‌دست آوردن h، ارتفاع مرکز کف قالب

از سطح آزاد مذاب



شکل ۵-۱۶-۲

با توجه به شکل داریم

$$h = H + BC + BD$$

$$(H = 300, \quad BC = 100)$$

BD با توجه به مثلث SBD به دست می آید

$$\frac{\sin \alpha}{1} = \frac{BD}{SB} \Rightarrow BD \times 1 = SB \times \sin \alpha$$

مقدار SB را حساب می کنیم

$$SB = \frac{AB}{\cos \alpha} = \frac{300}{\cos 30^\circ} \Rightarrow \boxed{SB = 346.4 \text{ mm}}$$

$$BD = SB \times \sin 30^\circ = 346.4 \times 0.5 \Rightarrow \boxed{BD = 173.2 \text{ mm}}$$

$$h = 300 + 100 + 173.2 = 573.2 \text{ mm}$$

$$h = 573.2 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h = 0.5732 \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب :

$$F = \rho g h A'$$

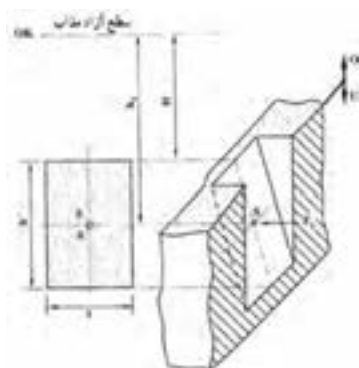
مرحله ۵) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه و محاسبه

ریاضی

$$F = 2400 \times 1000 \times 0.5732 \times 0.1259 \Rightarrow \boxed{F = 175.6 \text{ kN}}$$

۲-۳-۵- نیروی و ارد بر جداره اطراف قالب :

با توجه به شکل ۵-۱۸ برای به دست آوردن نیرو در دیواره جانبی باید نقطه اثر نیرو یا مرکز تقارن سطح را به دست آوریم و با توجه به این که سطح شیب دار است، باید تصویر سطح را بر روی سطح عمودی به دست آوریم تا بتوانیم از رابطه $F_s = \rho g h_s . A'$ ، نیرو را به دست آوریم.



شکل ۵-۱۸

همان طوری که از شکل مشخص است مرکز ثقل دیواره قالب با S مشخص شده است که ارتفاع آن h_s می باشد، از طرف دیگر مساحت تصویر سطح بر روی سطح عمودی با A' نمایش داده شده است که برابر است با :

$$h_s = \frac{h'}{2} + (\text{ارتفاع سطح آزاد مذاب تا ابتدای دیواره})$$

$$A' = I' \times h' \quad (\text{عرض تصویر دیواره بر سطح عمودی})$$

$$F_s = \rho \cdot g \cdot h_s \cdot A' :$$

بنابراین

که در آن :

F_s : نیروی وارد بر نقطه اثر S دیواره

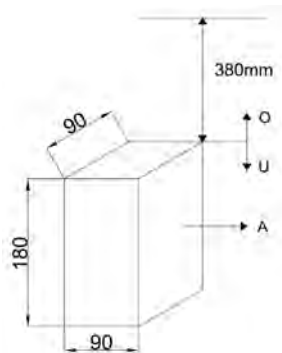
h_s : ارتفاع نقطه اثر S تا سطح آزاد مذاب

A' : مساحت تصویر دیواره بر روی سطح عمودی

ρ' : چگالی مذاب بر حسب kg/m^3

g : شتاب ثقل m/s^2

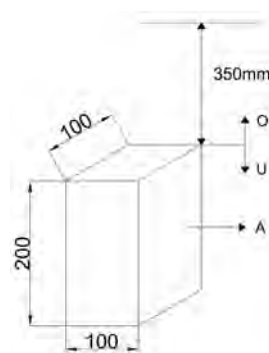
تمرین ۵-۹ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی kg/m^3 ۸۱۰۰ بر جداره مستطیل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۳۸۰ mm و $g = ۱۰ \text{ m/s}^2$ می باشد.



شکل ۵-۲۰

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۹ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی kg/m^3 ۸۰۰۰ بر جداره مستطیل شکل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۳۵۰ mm می باشد ($g = ۱۰ \text{ m/s}^2$)

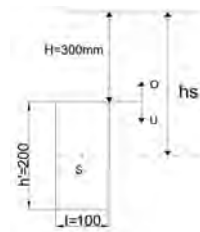


شکل ۵-۱۹

حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها :

خواسته	داده ها
$F_s = ?$	$\rho' = ۸۰۰۰ \text{ kg/m}^3$ $g = ۱۰ \text{ m/s}^2$ $H = ۳۵۰ \text{ mm}$

مرحله (۲) مشخص کردن ارتفاع مؤثر



شکل ۵-۱۹-۱

با توجه به شکل مشخص است که ارتفاع نقطه S تا سطح

جدایش برابر $h' = 100$ است. بنابراین خواهیم داشت :

$$h_s = H + \frac{h'}{2} = 300 + 100 = 400 \text{ mm}$$

$$h_s = 400 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_s = 0.4 \text{ m}}$$

مرحله ۳) مشخص کردن سطح جداره :

با توجه به این که جداره مستطیل شکل است خواهیم

داشت :

$$A' = h' \times l \Rightarrow A' = 100 \times 200 = 20000 \text{ mm}^2$$

$$A' = 20000 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A' = 0.02 \text{ m}^2}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره قالب

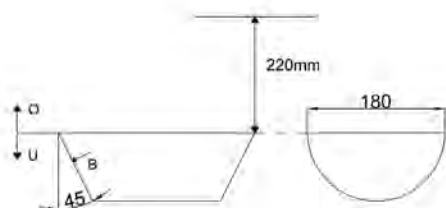
$$F_s = \rho g h_s \cdot A' = 8000 \times 10 \times 0.02 \times 0.4 \Rightarrow \boxed{F_s = 640 \text{ N}}$$

تمرین ۵-۱۰ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف

فولاد مذاب با چگالی 7600 kg/m^3 بر جداره قالب

B قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب

۲۲۰ mm می باشد ($\pi = 3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)



شکل ۵-۲۲

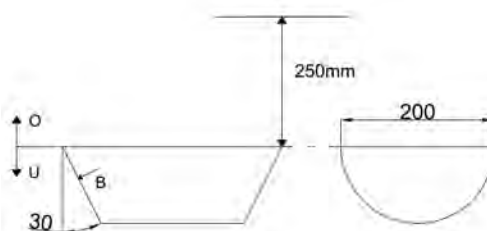
حل (توسط هنجرو):

مثال ۵-۱۰ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف

فولاد مذاب با چگالی 7800 kg/m^3 بر جداره قالب

B قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب

۲۵۰ mm. ($\pi = 3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)

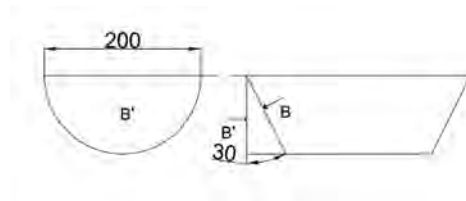


شکل ۵-۲۱

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_s = ?$	$H = 250 \text{ mm}$ $\rho' = 7800 \text{ kg/m}^3$ $g = 10 \text{ m/s}^2$ $\pi = 3$

مرحله (۲) به‌دست آوردن سطح جداره



شکل ۵-۲۱-۱

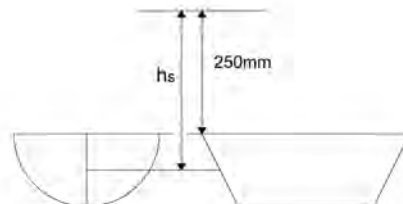
با توجه به این که شکل نیم استوانه ای است، تصویر سطح B روی سطح عمودی B' است که برای سطح نیم دایره به قطر 200 mm.

$$d = 200 \text{ mm} = 200 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{d = 0.2 \text{ m}}$$

سطح B' =

$$\therefore \frac{1}{2} \pi d^2 = \frac{3 \times (0.2)^2}{4} \Rightarrow \boxed{B' = \frac{0.03}{2} \text{ m}^2 = 0.015}$$

مرحله (۳) به‌دست آوردن ارتفاع h_s :



شکل ۵-۲۱-۲

$$h_s = H + \frac{\text{شعاع نیم دایره}}{r} = ۲۵۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{h_s = ۳۰۰ \text{ mm}}$$

$$h_s = ۳۰۰ \times \left(\frac{1}{۱۰۰۰} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_s = ۰/۳ \text{ m}}$$

مرحله (۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره

$$F_s = \rho' g h_s B'$$

مرحله (۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و

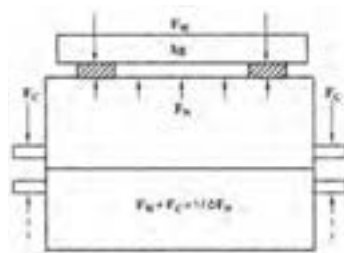
محاسبه ریاضی

$$F_s = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳ \times ۰/۰۱۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۳۵۱ \text{ N}}$$

لازم به ذکر است نیروهای وارد بر کف و دیواره‌های قالب به علت استحکام و فشردگی ماسه خنثی می‌شوند و در صورتی که قالب به اندازه کافی فشرده نباشد، دیواره، نمی‌تواند در برابر نیروهای وارد شده مقاومت نماید، در نتیجه این نیروها سبب تغییر شکل قالب و دیواره می‌شود که این عمل را بادکردن قالب می‌نامند. از طرف دیگر فشردگی زیاد ماسه سبب می‌شود که گازهای موجود در قالب به راحتی از قالب خارج نشده و در نتیجه در یک نقطه از قالب جمع شوند که این خود سبب می‌شود مذاب آن قسمت را پر نکرده و قطعه معیوب شود، برای این منظور علاوه بر فشردگی کافی، ماسه باید منافذ و کانال‌های هوا به دقت ایجاد شود.

۴-۵- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)

نیروهای متالواستاتیکی وارد شده از مذاب به دیواره‌های قالب علاوه بر کف و دیواره‌های جانبی به سطح فوقانی قالب نیز وارد می‌شود و در صورتی که بیشتر از وزن قالب رویی باشد سبب بلند شدن قالب و خروج مذاب از دو نیمه قالب و ایجاد عیوب در قطعه و خطرات دیگر می‌شود. لذا باید درجه‌ها کاملاً به یکدیگر جفت شده و با استفاده از پیچ و مهره‌ها و حتی وزنه از بلند شدن قالب رویی جلوگیری نمود. به‌طور کلی برای این منظور باید مجموع وزن ماسه موجود در قالب رویی به همراه وزنه‌های قرار داده شده روی آن حداقل ۱/۵ برابر نیروی بالا برنده باشد که در این‌جا نیروی بالا برنده فقط نیروی وارد بر سطح فوقانی مذاب در نظر گرفته شده است، البته نیروهای وارد بر تکیه گاه‌های ماهیچه که نقش مهمی در نیروی بالا برنده دارند در قسمت‌های بعدی بحث خواهد شد. بنابراین با توجه به شکل ۲۳-۵ کتاب خواهیم داشت :



شکل ۲۳-۵

$$f_w + F_C = 1/5 F_N \rightarrow F_w = 1/5 F_N - F_C$$

که در آن :

f_w : اندازه وزنه لازم روی درجه

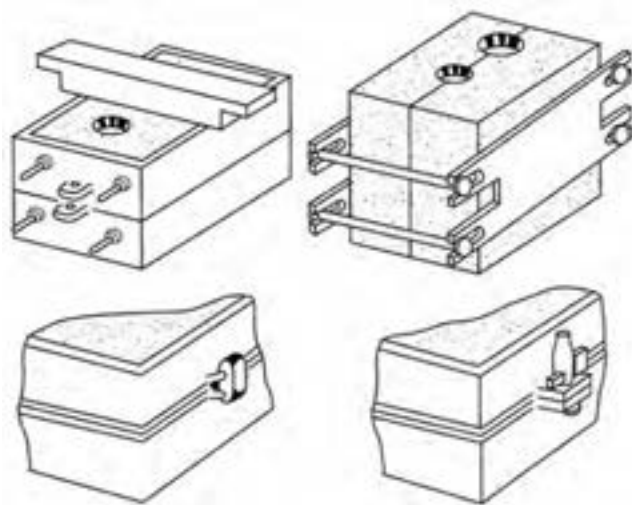
f_c : وزن درجه فوقانی و محتوای آن

F_N : نیروی بالابرنده درجه فوقانی

نیروی f_N متناسب با چگالی مذاب (ρ')، ارتفاع مذاب از سطح آزاد تا سطح فوقانی قالب (h_s) و سطح فوقانی قالب A' است.

$$F_N = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$$

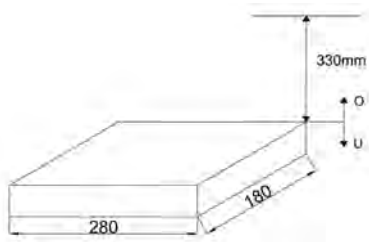
با توجه به این مسأله همواره باید سعی کرد که ارتفاع راهگاه کمتر باشد و سیستم راهگاهی مناسب طراحی شود تا اولاً مذاب قالب را پر نماید، از طرف دیگر فشار بیش از حد نباشد و در صورت پر شدن قالب انجماد از دیواره شروع شود، شکل ۲۴-۵ چند روش جفت کردن قالب را نشان می‌دهد.



شکل ۲۴-۵- چند روش جفت کردن در نیمه قالب

ذکر این نکته لازم است که بلند شدن قالب تنها ناشی از درجه فوقانی نیست بلکه وجود گازهای متراکم در قالب نیز سبب ایجاد این پدیده می‌شود. با توجه به این مسأله در صورت وجود رطوبت در قالب زمانی که فلز با نقطه ذوب بالاتر وارد قالب می‌شود امکان تبخیر رطوبت افزایش می‌یابد و با توجه به قانون گازها در اثر درجه حرارت، حجم گاز بیشتر شده که در صورت عدم امکان افزایش حجم گاز، گاز متراکم شده و فشار زیادی به درجه بالایی وارد می‌کند که سبب بلند شدن درجه روی می‌شود. بنابراین در ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب بالاتری مانند چدن و فولاد نسبت به ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب پایین تر مثل قلع، سرب و... وزنه‌های بیشتری

تمرین ۵-۱۱ نیروی بالا برنده F_N ناشی از مذاب
برنج با چگالی $\frac{8300 \text{ kg}}{\text{m}^3}$ در ریخته‌گری قطعه
مکعب مستطیل شکل زیر را محاسبه کنید. ارتفاع از
سطح آزاد مذاب 330 mm می‌باشد ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



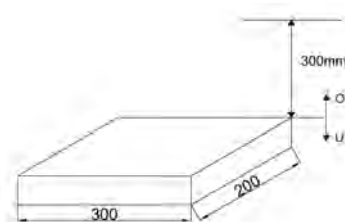
شکل ۵-۲۷



شکل ۵-۲۸

حل (توسط هنجرو):

مثال ۵-۱۱ مطلوبست نیروی بالا برنده F_N ناشی
از مذاب برنز با چگالی $\frac{8200 \text{ kg}}{\text{m}^3}$ در ریخته‌گری
قطعه مکعب مستطیل به شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد
مذاب 350 mm می‌باشد ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).



شکل ۵-۲۵



شکل ۵-۲۶

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$H = 300 \text{ mm}$ $\rho' = 8200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$F_N = ?$

مرحله (۲) محاسبه سطح فوقانی:

با توجه به این که سطح فوقانی به شکل مستطیل است

خواهیم داشت:

$$A = 300 \times 200 = 60000 \text{ mm}^2$$

$$A = 60000 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0.06 \text{ m}^2}$$

مرحله ۳) به دست آوردن ارتفاع سطح فوقانی قالب

از سطح آزاد مذاب

$$h_N = H = 300 \text{ mm} = 300 \times \frac{1}{1000} \text{ m} \Rightarrow \boxed{h_N = 0.3 \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

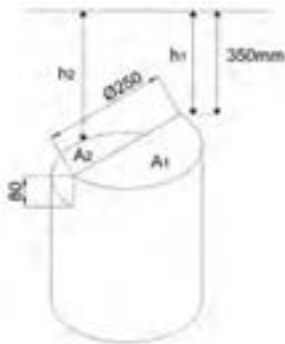
$$F_N = \rho' \cdot g \cdot h_N \cdot A$$

مرحله ۵) جای گذاری مقادیر معلوم و محاسبه

ریاضی

$$F_N = 8200 \times 10 \times 0.3 \times 0.6 \Rightarrow \boxed{F_N = 1476 \text{ N}}$$

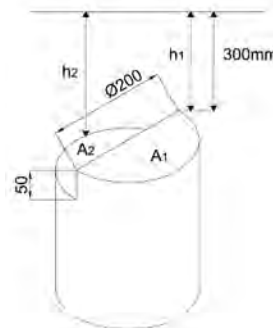
تمرین ۵-۱۲ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب چدن برنج با چگالی 7600 kg/m^3 در ریخته گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب 350 mm ($\pi = 3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)



شکل ۵-۳۰

حل (توسط هنجرو):

مثال ۵-۱۲ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب چدن با چگالی 7800 kg/m^3 در ریخته گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب 300 mm ($\pi = 3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)



شکل ۵-۲۹

حل:

مرحله ۱) داده ها و خواسته ها

داده ها	خواسته
$H = 300 \text{ mm}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$ $\rho' = 7800 \text{ kg/m}^3$ $R = 100 \text{ mm}$ $\pi = 3$	$F_N = ?$

مرحله ۲) محاسبه سطوح A_1 و A_2 :

سطوح A_p و A_1 به شکل نیم دایره است و مساحت آنها

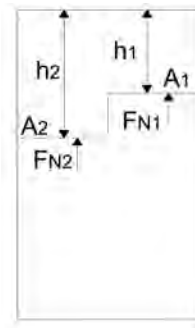
برابر است

$$R = 100 \text{ mm} \Rightarrow R = 100 \times \frac{1}{1000} \text{ m} \Rightarrow \boxed{R = 0.1 \text{ m}}$$

$$A_1 = A_p = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi \times (0.1)^2}{2}$$

$$A_1 = A_p = 0.0157 \text{ m}^2$$

مرحله ۳) به دست آوردن h_1 و h_p



شکل ۱-۲۹-۵

فاصله $h_1 = 300 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_1 = 0.3 \text{ m}}$

سطح A_1 از سطح آزاد مذاب

فاصله سطح $h_p = H + 50 = 300 + 50 = 350 \text{ mm}$

A_p از سطح آزاد مذاب

$$h_p = 350 \times \frac{1}{1000} \text{ m} \Rightarrow \boxed{h_p = 0.35 \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

$$F_{N_1} = \rho' g h_1 A_1$$

$$F_{N_p} = \rho' g h_p A_p$$

$$F_N = F_{N_1} + F_{N_p}$$

مرحله ۵) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه ها و

محاسبه ریاضی

$$F_{N_1} = 7800 \times 1000 / 3 \times 0.0157 \Rightarrow F_{N_1} = 351 \text{ N}$$

$$F_{N_p} = 7800 \times 1000 / 35 \times 0.0157 \Rightarrow F_{N_p} = 409.5 \text{ N}$$

$$F_N = 351 + 409.5 \Rightarrow \boxed{F_N = 760.5 \text{ N}}$$

۱-۴-۵- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب :

در صورتی که سطح فوقانی قالب مسطح و هموار نبوده و به صورت خمیده و غیر مستوی باشد برای محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی می توان سطحی مستوی و موازی با سطح آزاد را به صورتی در نظر گرفت که فاصله این سطح تا سطح آزاد مذاب برابر با متوسط ارتفاع های سطح غیرمستوی تا سطح آزاد مذاب باشد. یعنی اگر یک سطح غیرمستوی در نقاط مختلف دارای ارتفاع های مختلف باشد می توان با محاسبه میانگین این ارتفاع ها، ارتفاع سطح مستوی موازی با سطح آزاد مذاب را به دست آورد که با توجه به آن می توان نیروی وارد بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب را با توجه به روابط زیر به دست آورد.

$$h_m = H - \frac{V}{A_1}$$

که در آن :

h_m : میانگین ارتفاع های سطح غیرمستوی که برابر است با ارتفاع سطح مستوی معادل

H : ارتفاع راهگاه

V : حجم فضای محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش دو نیمه قالب

A' : مساحت سطح مستوی مؤثر که برابر است با تصویر سطح فوقانی قالب روی سطح جدایش با

سطح موازی آن

لذا نیروی وارده بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب از رابطه زیر به دست می آید.

$$F_N = \rho' g h_m A'$$

که در آن :

F_N : نیروی وارد بر سطح فوقانی N

ρ' : چگالی مذاب kg/m^3

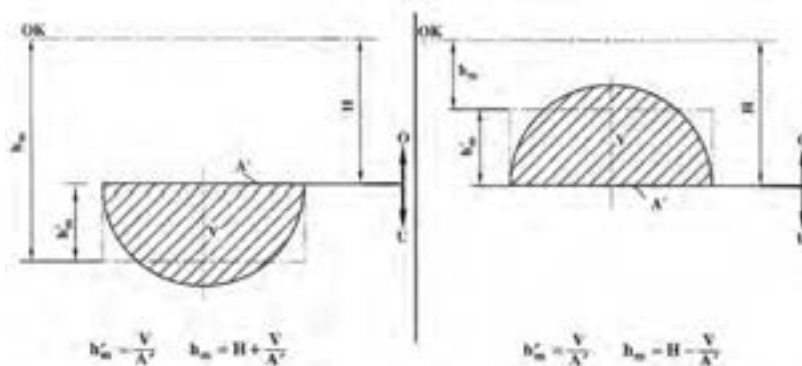
نکته ۱ : V حجم فضای بین سطح فوقانی قالب و سطح جدایش است و نباید با حجم محفظه قالب و مذابی

که آن را پر می کند اشتباه گرفته شود چون ممکن است در این فضا ماهیچه وجود داشته باشد.

نکته ۲ : از این روش علاوه بر محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب می توان در محاسبه نیروی وارد بر کف و

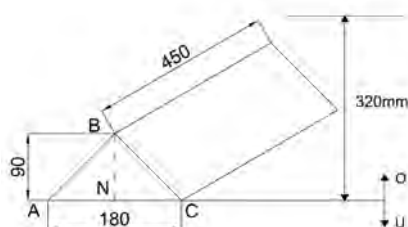
دیواره های قالب نیز استفاده کرد. ولی باید توجه کرد که در مورد قسمت های فوقانی قالب، ارتفاع متوسط (h_m') از

ارتفاع راهگاه (H) کاسته می شود، اما برای قسمت های کف قالب این ارتفاع راهگاه جمع می شود. (شکل ۳۱-۵)



شکل ۵-۳۱- ارتفاع متوسط نقاط سطح قالب تا سطح آزاد مذاب

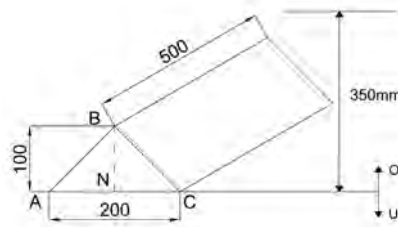
تمرین ۵-۱۳ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی $۸۶۰۰ \text{ kg/m}^۳$ ($g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$)



شکل ۵-۳۳

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۱۳ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی $۸۵۰۰ \text{ kg/m}^۳$ ($g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$)



شکل ۵-۳۲

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته	داده‌ها
$F_N = ?$	$H = ۳۰۰ \text{ mm}$ $\rho = ۸۵۰۰ \text{ kg/m}^۳$ $g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$

مرحله (۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطوح

فوقانی قالب تا سطح جدایش.

$$BN = ۱۰۰ \text{ mm} = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{BN = ۰/۱ \text{ m}}$$

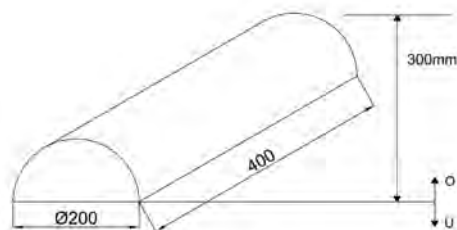
$$AC = ۲۰۰ \text{ mm} = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{AC = ۰/۲ \text{ m}}$$

	<p> $CD = 500\text{ mm} = 500 \times \left(\frac{1}{1000}\text{ m}\right) \Rightarrow \boxed{CD = 0.5\text{ m}}$ </p> <p> $\text{سطح مثلث } ABC = \frac{BN \times AC}{2} = \frac{0.1 \times 0.2}{2} = 0.01\text{ m}^2$ </p> <p> $= \text{حجم محصور بین سطوح فوقانی تا سطح جدایش } ABC \times CD = 0.01 \times 0.5 = 0.005\text{ m}^3$ </p> <p> مرحله ۳) بدست آوردن تصویر سطوح فوقانی قالب بر روی سطح جدایش تصویر سطح فوقانی قالب بر روی سطح جدایش به صورت مستطیل است </p> <p> $A' = 0.2 \times 0.5 \Rightarrow \boxed{A' = 0.1\text{ m}^2}$ </p> <p> مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله </p> $h_m = H - \frac{V}{A'}$ $F_N = \rho \cdot g \cdot h_m \cdot A'$ <p> مرحله ۵) به دست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب </p> <p> $H = 350\text{ mm} = 350 \times \left(\frac{1}{1000}\text{ m}\right) \Rightarrow \boxed{H = 0.35\text{ m}}$ </p> <p> $h_m = 0.35 - \frac{0.005}{0.1} = 0.35 - 0.05 \Rightarrow \boxed{h_m = 0.3\text{ m}}$ </p> <p> مرحله ۶) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب </p> <p> $F_N = 8500 \times 10 \times 0.3 \times 0.1 \Rightarrow \boxed{F_N = 2550\text{ N}}$ </p>
<p> تمرین ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی $8300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ($\pi = 3$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) </p>	<p> مثال ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی $8200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ($\pi = 3$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) </p>



شکل ۵-۳۵

حل (توسط هنرجو):



شکل ۵-۳۴

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$H = 300 \text{ mm}$ $R = 100 \text{ mm}$ $\rho = 8200 \text{ kg/m}^3$ $\pi = 3$ $g = 10$	$F_N = ?$

مرحله (۲) به دست آوردن حجم محصور بین سطح

فوقانی و سطح جدایش قالب.

نکته : حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش

به صورت نیم استوانه می باشد.

$$R = 100 \text{ mm} = 100 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{R = 0.1 \text{ m}}$$

$$\text{طول قطعه} = 400 \text{ mm} = 400 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.4 \text{ m}$$

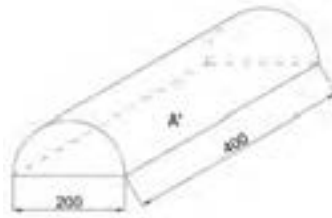
$$\text{سطح نیم دایره} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3 \times (0.1)^2}{2} = 0.015 \text{ m}^2$$

$$V = \text{طول قطعه} \times \text{سطح نیم دایره} = \text{حجم محصور}$$

$$V = 0.015 \times 0.4 \Rightarrow \boxed{V = 0.006 \text{ m}^3}$$

مرحله (۳) به دست آوردن مساحت تصویر سطح

فوقانی قطعه که به شکل مستطیل است.



شکل ۵-۳۴-۱

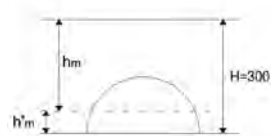
$$\text{طول مستطیل } 400 \text{ mm} = 400 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{عرض مستطیل } = 200 \text{ mm} = 200 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

$$A' = 0.4 \times 0.2 \text{ m} \Rightarrow \boxed{A' = 0.08 \text{ m}^2}$$

مرحله ۴) به دست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح

فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب



شکل ۵-۳۴-۲

$$H = 300 \text{ mm} = 300 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{H = 0.3 \text{ m}}$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = 0.3 - \frac{0.006}{0.08}$$

$$h_m = 0.3 - 0.075 \Rightarrow \boxed{h_m = 0.225 \text{ m}}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

قالب

$$F_N = \rho g h_m A'$$

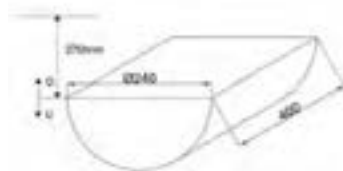
مرحله ۶) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق و

محاسبه ریاضی

$$F_N = 8200 \times 10 \times 0.225 \times 0.08 \Rightarrow \boxed{F_N = 1476 \text{ N}}$$

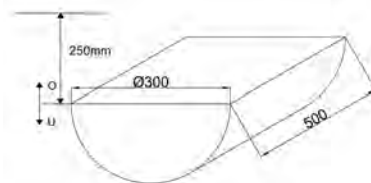
تمرین ۵-۱۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی $7400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ($\pi = 3$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

مثال ۵-۱۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی $7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ($\pi = 3$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



شکل ۵-۳۷

حل (توسط هنجرو):



شکل ۵-۳۶

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته	داده‌ها
$F_s = ?$	$H = 250 \text{ mm}$ $R = 150 \text{ mm}$ $\rho = 7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $\pi \approx 3$

مرحله (۲) محاسبه مساحت تصویر کف قالب.

کف قالب به شکل مستطیل است به طول 500 mm در

عرض 300 mm

$$\text{طول} = 300 \text{ mm} = 300 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.3 \text{ m}$$

$$\text{عرض} = 500 \text{ mm} = 500 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.5 \text{ m}$$

$$A' = 0.3 \times 0.5 \Rightarrow \boxed{A' = 0.15 \text{ m}^2}$$

مرحله (۳) محاسبه حجم محصور بین کف قالب و

سطح جدایش

نکته: این قطعه به شکل نیم استوانه است بنابراین حجم

آن برابر است با مساحت قاعده (نیم دایره) در ارتفاع

$$R = 150 \text{ mm} = 150 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow R = 0.15 \text{ m}$$

$$\text{طول قطعه} = 500 \text{ mm} = 500 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.5 \text{ m}$$

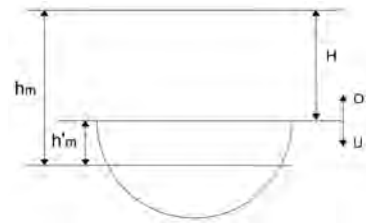
$$\text{سطح دایره} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3 \times (0.15)^2}{2} = 0.03375 \text{ m}^2$$

$$V = \text{طول قطعه} \times \text{سطح دایره} = 0.5 \times 0.03375$$

$$\boxed{V = 0.016875 \text{ m}^3}$$

مرحله ۴) محاسبه ارتفاع متوسط قطعه تا سطح آزاد

مذاب



شکل ۵-۳۶-۱

$$H = 250 \text{ mm} = 250 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{H = 0.25 \text{ m}}$$

$$h_m = H + \frac{V}{A'} = 0.25 + \frac{0.016875}{0.15}$$

$$h_m = 0.25 + 0.1125 \Rightarrow \boxed{h_m = 0.3625 \text{ m}}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح کف

قالب

$$F_s = \rho g h A'$$

مرحله ۶) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه و

محاسبه ریاضی

$$F_s = 7200 \times 10 \times 0.3625 \times 0.15 \Rightarrow \boxed{F_s = 3915 \text{ N}}$$

۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)

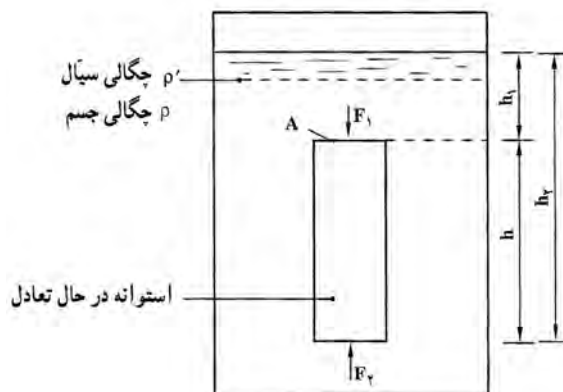
مطابق اصل ارشمیدس هنگامی که یک جسم داخل سیال قرار می‌گیرد به اندازه وزن سیال هم حجم جسم از وزن جسم کاسته می‌شود. وزن سیال هم حجم جسم را نیروی ارشمیدس می‌نامند. این اصل از قانون پاسکال نتیجه می‌شود زیرا اگر جسمی استوانه‌ای شکل به طور قائم در داخل سیال به حالت تعادل قرار گرفته باشد مطابق شکل ۵-۳۷ خواهیم داشت :

$$F_A = F_p - F_l$$

که در آن :

F_A : نیروی ارشمیدس

F_p : برابر نیرویی است که از طرف سیال به ارتفاع h_1 به جسم داده می‌شود.
 F_p : برابر با نیرویی است که از طرف سیال با ارتفاع h_p به جسم وارد می‌شود.



شکل ۳۷-۵ اندازه نیروی ارشمیدس

$$\left. \begin{aligned} F_A &= \rho' \cdot g \cdot h_p \cdot A - \rho' \cdot g \cdot h_1 \cdot A = \rho' g A (h_p - h_1) \\ h &= h_p - h_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_A = \rho' g \times A \quad \text{بنابراین خواهیم داشت :}$$

از طرفی Ah برابر است با حجم استوانه V

$\rho' g$ برابر است با وزن مخصوص مذاب $d' =$

در نتیجه خواهیم داشت، F_A یا نیروی ارشمیدس :

وزن سیال هم حجم استوانه $F_A = d' \times V = W_f$ نیروی ارشمیدس

نیروی ارشمیدس همواره در امتداد عمودی و جهت آن به طرف بالاست. در این صورت اگر جسمی به جرم W

در داخل یک سیال غوطه‌ور شود و نیروی ارشمیدس F_A باشد، لذا نیروی وارد بر جسم تفاضل این دو نیرو خواهد

بود که به آن وزن ظاهری در داخل سیال گویند و با w' نشان می‌دهند.

$$w' = w - F_A$$

در صورتی که حجم جسم غوطه‌ور شده V و چگالی آن ρ و چگالی سیال ρ' فرض شود، خواهیم داشت :

$$w = \rho \cdot g \cdot V \quad \text{وزن حقیقی جسم}$$

$$F_A = \rho' \cdot g \cdot V \quad \text{نیروی ارشمیدس}$$

$$w' = w - F_A = \rho \cdot g \cdot V - \rho' \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot V \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \quad \text{وزن ظاهری}$$

$$\Rightarrow w' = \rho g V \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \Rightarrow \boxed{w' = w \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right)}$$

که در آن :

W : وزن حقیقی جسم برابر $\rho g V$

w' : وزن ظاهری جسم

ρ : چگالی جسم

ρ' : چگالی سیال (مذاب)

۱-۵-۵- حالت‌های مختلف وزن ظاهری

برحسب اینکه چگالی جسم نسبت به چگالی سیال بزرگ‌تر، مساوی و یا کوچک‌تر باشد می‌توان سه حالت را تشخیص داد

الف) اگر $\rho > \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال فرو رفته و با حرکت شتابدار به ته ظرف می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه کمتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به سمت پایین است.

ب) اگر $\rho < \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال صعود می‌کند و به سطح سیال می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه بیشتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به طرف بالاست.

ج) اگر $\rho = \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال بدون حرکت باقی می‌ماند. در این حالت نیروی ارشمیدس برابر نیروی وزن قطعه خواهد بود و به جسم نیرویی وارد نمی‌شود.

تمرین ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع ۱۵ cm از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست:

الف - وزن حقیقی قطعه

ب - نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج - وزن ظاهری قطعه در داخل آب

حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع ۱۰ cm از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست :

الف - وزن حقیقی قطعه

ب - نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج - وزن ظاهری قطعه در داخل آب

(چگالی فولاد 7800 kg/m^3 و چگالی آب 1000 kg/m^3)

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$w = ?$ قطعه	$10 \text{ cm} = \text{ضلع}$
$F_A = ?$	$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ فولاد
$w' = ?$	$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ آب

مرحله ۲) محاسبه وزن حقیقی قطعه

$$\text{ضلع} = 10 \text{ cm} = 10 \times \frac{1}{100} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$$

ابتدا حجم قطعه را حساب می‌کنیم

$$V = (\text{ضلع})^3 = (0.1)^3 \Rightarrow \boxed{V = 0.001 \text{ m}^3}$$

مرحله ۳) نوشتن روابط مربوط به حل مسأله

$$w = \rho \cdot g \cdot v$$

$$F_A = \rho' \cdot g \cdot v$$

$$w' = w - F_A$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن

حقیقی و محاسبه ریاضی

$$w = 7800 \times 10 \times 0.001 \Rightarrow \boxed{w = 78 \text{ N}}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه نیروی

ارشمیدس و محاسبه ریاضی

$$F_A = 1000 \times 10 \times 0.001 \Rightarrow \boxed{F_A = 10 \text{ N}}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن

ظاهری و محاسبه ریاضی

$$w' = 78 - 10 \Rightarrow \boxed{w' = 68}$$

راه دیگر :

$$w' = w \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) = 78 \left(1 - \frac{1000}{7800} \right)$$

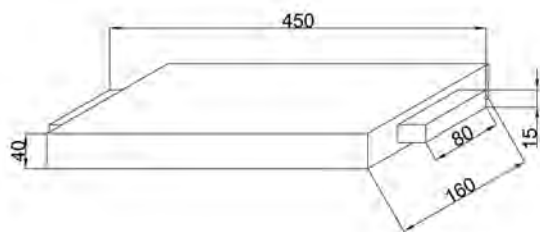
$$w' = 78(1 - 0.128) \Rightarrow \boxed{w' = 68 \text{ N}}$$

۶-۵- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه :

زمانی که قالب پر می‌شود تمام قسمت‌های مختلف قالب شامل جداره‌ها و سطوح قالب در اثر فشار مذاب تحت نیرو قرار می‌گیرند، این نیرو می‌تواند سبب تغییرات و جابجایی قسمت‌های ضعیف قالب و حتی ماهیچه‌ها گردد. مطابق قانون پاسکال و اصل ارشمیدس در اثر فشار مناسب وزن ماهیچه‌ها از وزن واقعی آنها کمتر می‌شود، از

طرف دیگر چگالی ماهیچه‌ها اغلب کمتر از چگالی مذاب می‌باشد که این خود سبب بلند شدن ماهیچه می‌شود. نیروی وارد شده بر ماهیچه توسط سطوح قالب در تماس با تکیه گاه ماهیچه‌ها خنثی می‌شود، در غیراینصورت ماهیچه حرکت کرده و باعث تولید قطعه معیوب می‌شود، نیروهای وارد به تکیه گاه‌ها معمولاً به قالب‌های فوقانی منتقل می‌شود که اگر این نیروها بیشتر از وزن قالب رویی باشد باعث تکان خوردن درجه روئی و در نتیجه معیوب شدن قطعه ریختگی می‌شود. (چنانچه ماهیچه‌ها استحکام کافی نداشته باشند شکسته می‌شوند به همین علت از آرماتور و لوله مشبک در داخل ماهیچه استفاده می‌گردد)

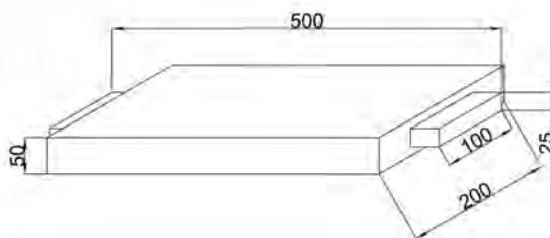
تمرین ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $\frac{kg}{m^3}$ ۲۱۰۰ و $\frac{kg}{m^3}$ ۷۶۰۰ باشد. وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی را حساب کنید ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



شکل ۴۰-۵

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $\frac{kg}{m^3}$ ۲۴۰۰ و $\frac{kg}{m^3}$ ۷۸۰۰ باشد. مطلوبست: وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی، ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



شکل ۳۹-۵

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_k = 2400 \frac{kg}{m^3}$	$W = ?$
$\rho' = 7800 \frac{kg}{m^3}$	$F_A = ?$
	$W'_k = ?$

مرحله (۲) به دست آوردن حجم کل ماهیچه

ماهیچه به همراه تکیه گاه به شکل مکعب مستطیل با ابعاد $500 \times 100 \times 25$ میلی متر می باشد، بنابراین حجم آن برابر است با :

$$250\text{mm} = 25 \times \left(\frac{1}{1000} \text{m} \right) = 0.025\text{m}$$

$$100\text{mm} = 100 \times \left(\frac{1}{1000} \text{m} \right) = 0.1\text{m}$$

$$500\text{mm} = 500 \times \left(\frac{1}{1000} \text{m} \right) = 0.5\text{m}$$

حجم $V_k = 0.5 \times 0.1 \times 0.025 \Rightarrow V_k = 0.00125\text{m}^3$

کل ماهیچه

مرحله ۳) محاسبه حجم قسمتی از ماهیچه که در تماس با مذاب است.

با توجه به شکل داریم که 400mm از طول ماهیچه در تماس با مذاب است. بنابراین ابعاد ماهیچه در تماس با مذاب عبارت است از :

$$400\text{mm} = 400 \times \left(\frac{1}{1000} \text{m} \right) = 0.4\text{m}$$

حجم ماهیچه $V_A = 0.025 \times 0.1 \times 0.4 \Rightarrow V_A = 0.001\text{m}^3$

در تماس با مذاب

مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل مسأله

$$w_k = \rho \cdot g \cdot V_k$$

$$F_A = \rho' \cdot g \cdot V_A$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

مرحله ۵) محاسبه وزن حقیقی براساس رابطه آن :

$$w_k = 2400 \times 10 \times 0.00125 \Rightarrow w_k = 30\text{N}$$

مرحله ۶) محاسبه نیروی ارشمیدس با توجه به رابطه آن :

نکته : با توجه به اینکه 400 mm از ماهیچه در تماس با مذاب است برای محاسبه نیروی ارشمیدس باید حجم این 400 mm از ماهیچه در رابطه قرار داده شود.

$$F_A = 7800 \times 10 \times 0.001 \Rightarrow \boxed{F_A = 78N}$$

مرحله (۷) محاسبه وزن ظاهری

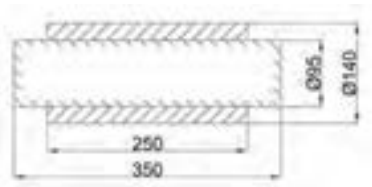
$$w'_k = 30 - 78 \Rightarrow \boxed{w'_k = -48N}$$

تمرین ۵-۱۸ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب 1400 kg/m^3 و 6300 kg/m^3 باشد. مطلوبست :

الف - وزن حقیقی ماهیچه

ب - نیروی ارشمیدس

ج - وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر هر تکیه گاه $(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ و } \pi = 3)$



شکل ۵-۴۲

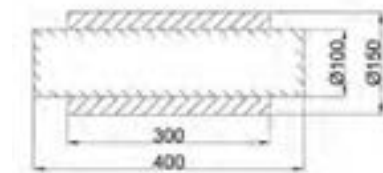
حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۱۸ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب 1500 kg/m^3 و 6400 kg/m^3 باشد. مطلوبست

الف - وزن حقیقی ماهیچه (w_k)

ب - نیروی ارشمیدس (F_A)

ج - وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر تکیه گاه $(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ و } \pi = 3)$



شکل ۵-۴۱

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_k = 1500 \text{ kg/m}^3$	$w_k = ?$
$\rho' = 6400 \text{ kg/m}^3$	$F_A = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$w'_k = ?$
$\pi = 3$	$= ?$ نیروی وارد بر تکیه گاه

مرحله ۲) به دست آوردن حجم کل ماهیچه
 ماهیچه استوانه‌ای شکل است و حجم آن برابر است با
 حاصلضرب مساحت قاعده (دایره) در ارتفاع آن.

$$D_k = 100 \text{ mm} = 100 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{D_k = 0.1 \text{ m}}$$

$$\text{مساحت دایره} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 \times (0.1)^2}{4} = 0.00785 \text{ m}^2$$

$$\text{طول ماهیچه} = 400 \text{ mm} = 400 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.4 \text{ m}$$

$$V_k = \text{مساحت دایره} \times \text{طول ماهیچه}$$

$$V_k = 0.00785 \times 0.4 \Rightarrow \boxed{V_k = 0.00314 \text{ m}^3}$$

مرحله ۳) به دست آوردن حجم قسمتی از ماهیچه
 که در تماس با مذاب است. طولی از ماهیچه که در
 تماس با مذاب است برابر است با طول قطعه یعنی
 300 mm می‌باشد.

$$300 \text{ mm} = 300 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.3 \text{ m}$$

$$V_A = \text{مساحت دایره} \times 0.3$$

$$V_A = 0.00785 \times 0.3 \Rightarrow \boxed{V_A = 0.00235 \text{ m}^3}$$

مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز

$$w_k = \rho g V_k$$

$$F_A = \rho' g V_A$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن

حقیقی

$$w_k = 1500 \times 10 \times 0.00314 \Rightarrow \boxed{w_k = 47.1 \text{ N}}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی

ارشمیدس

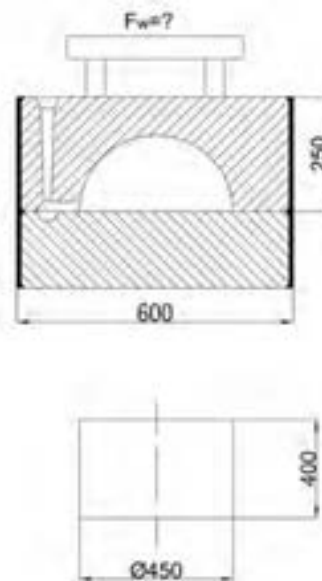
$$F_A = 6400 \times 10 \times 0.00235 \Rightarrow \boxed{F_A = 150.4 \text{ N}}$$

مرحله ۷) به دست آوردن وزن ظاهری

$$w'_k = 47.1 - 150.4 \Rightarrow \boxed{w'_k = -103.3 \text{ N}}$$

	<p>علامت منفی نشان دهنده این است که نیرو به سمت بالا می‌رود.</p> <p>مرحله ۸) به دست آوردن نیروهای وارد بر تکیه گاه با توجه به اینکه ماهیچه دارای دو تکیه گاه می‌باشد. نیروی وارد بر تکیه گاه برابر است با نصف وزن ظاهری ماهیچه.</p> $\frac{w'}{2} = \frac{99}{2} = 49.5 \text{ N}$ <p>نیروی وارد بر هر تکیه گاه</p>
	<p>۷-۵- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه‌گذاری روی درجه : (F_A)</p> <p>معمولاً نیروی بالابرنده درجه فوقانی F برابر است با مجموع برآیند نیروهای وارد شده به سطح فوقانی قالب (F_N) و همچنین وزن ظاهری ماهیچه (w'_k) است، که این نیرو مزاحم است و باید با وزنه‌گذاری صحیح روی قالب فوقانی اثر آن خنثی شود. در عمل باید وزن قالب فوقانی و محتوی آن (F_C) وزنه (f_w) مجموعاً $1/5$ برابر نیروی بالابرنده قالب باشد.</p> $F_w + F_C = 1/5(F_N + w'_k)$ <p>معادله فوق زمانی صادق است که وزن ظاهری ماهیچه (w'_k) هم جهت با نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب (F_N) باشد که با یکدیگر جمع شوند. یا به عبارت دیگر نیروی ارشمیدس (F_A) بزرگ‌تر از وزن حقیقی ماهیچه (w_k) باشد. در غیر اینصورت جهت وزن ظاهری به سمت پایین بوده و در بالا بردن درجه فوقانی تأثیری ندارد، در این صورت وزن ظاهری به سطوح تکیه گاه‌های ماهیچه در قالب پایین منتقل می‌شود که با نیروی عکس‌العمل این سطوح خنثی خواهد شد.</p> $F_w = 1/5(F_N + F_A - w_k) - F_C$ <p>که در آن :</p> <p>F_w : مقدار وزنه</p> <p>F_N : نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب</p> <p>F_A : نیروی ارشمیدس</p> <p>w_k : وزن حقیقی ماهیچه</p> <p>F_C : وزن درجه رویی و محتوای آن</p> <p>شرط برقراری این رابطه عبارت است از :</p> $F_A - w_k \geq 0$

<p>تمرین ۵-۱۹ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب $N = 480$ است. در صورتی که وزن درجه فوقانی با محتویات آن $F_C = 250N$ باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلند شدن قالب رویی می شود چقدر است. ضریب اطمینان $1/5$ می باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۵-۱۹ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب $F_N = 400N$ ، در صورتی که وزن درجه فوقانی با محتویات آن $F_C = 200N$ باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلند شدن قالب رویی می شود، چقدر است. ضریب اطمینان $1/5$ می باشد.</p> <p>حل :</p> <p>مرحله (۱) داده ها و خواسته ها :</p> <table border="1" data-bbox="833 594 1321 807"> <tr> <th>خواسته</th><th>داده ها</th></tr> <tr> <td>$f_w = ?$</td><td> $F_N = 400N$ $F_C = 200N$ $1/5 = \text{ضریب اطمینان}$ </td></tr> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله</p> $f_w = 1/5 (f_N + f_A - w_k) - f_C$ <p>مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه ها و محاسبه ریاضی</p> <p>- با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه می باشد، w_k و (F_A) برابر صفر است.</p> $f_w = 1/5 (400 + 0 - 0) - 200$ $f_w = 400N$	خواسته	داده ها	$f_w = ?$	$F_N = 400N$ $F_C = 200N$ $1/5 = \text{ضریب اطمینان}$
خواسته	داده ها				
$f_w = ?$	$F_N = 400N$ $F_C = 200N$ $1/5 = \text{ضریب اطمینان}$				
<p>تمرین ۵-۲۰ مطلوبست محاسبه وزنه لازم جهت وزنه گذاری قالب ریخته شده از چدن در صورتیکه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب $3kN$ و نیروی وارد بر تکیه گاههای ماهیچه $2kN$ و وزنه درجه رویی $100kg$ و ماسه محتوی آن 200 کیلوگرم باشد. ضریب اطمینان $1/5$ می باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۵-۲۰ با توجه به شکل زیر در صورتی که مذاب از جنس برنز با وزن مخصوص $8200 \frac{kg}{m^3}$ باشد. مطلوب است تعیین اندازه وزنه ای که باید روی درجه قرار داده شود و قطعه به شکل نیم استوانه ای و ابعاد درجه فوقانی بر حسب میلی متر عبارت است از $250 \times 600 \times 600$ و وزن درجه فوقانی $40 kgf$ و فرض می شود که سیستم راهگاهی از ماسه پر است، ضریب اطمینان $1/5$ می باشد. $\rho' = 1800 \frac{kg}{m^3}$ و $F_N = ?$</p>				



شکل ۴۳-۵

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$F_N = ?$	$\rho = ۸۲۰۰ \text{ kg/m}^۳$ برنز ابعاد درجه $= ۶۰۰ \times ۶۰۰ \times ۲۵۰$
$F_C = ?$	$\rho' = ۱۸۰۰ \text{ kg/m}^۳$ وزن مخصوص ماسه فشرده شده
$F_w = ?$	وزن درجه فوقانی $= ۴۰ \text{ Kgf}$ $۱/۵ = \text{ضریب اطمینان}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه است F_A (نیروی

ارشمیدس وارد بر ماهیچه) و w_k (وزن حقیقی ماهیچه)

برابر صفر است بنابراین خواهیم داشت :

$$F_w = ۱/۵ F_N - F_C$$

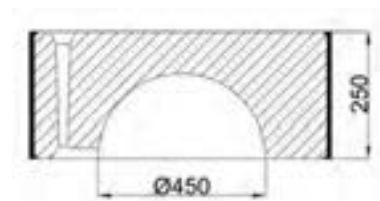
مرحله (۳) به دست آوردن F_N نیروی وارد بر سطح

فوقانی قالب

با توجه به اینکه سطح فوقانی قالب به شکل نیم استوانه است نیروی وارد بر سطح فوقانی از رابطه زیر به دست می آید.

$$F_N = \rho \cdot g \cdot h_m \cdot A'$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$



شکل ۱-۴۳-۵

سطح مقطع \times طول = حجم نیم استوانه V = حجم محصور
بین سطح فوقانی و سطح جدایش

$$d = 450 \text{ mm} = 450 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.45 \text{ m}$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = \frac{1}{2} \pi d^2 = \frac{1}{2} \times 3.14 \times (0.45)^2$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = 0.318 \text{ m}^2$$

$$\text{طول قطعه} = 400 \text{ mm} = 400 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.4 \text{ m}$$

$$V = 0.4 \times 0.318 = 0.127 \text{ m}^3$$

= تصویر سطح فوقانی روی سطح جدایش

$$A' = \text{سطح مستطیل} = 0.45 \times 0.4 = 0.18 \text{ m}^2$$

$$\text{طول راهگاه} = 250 \text{ mm} = 250 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.25 \text{ m}$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = 0.25 - \frac{0.127}{0.18}$$

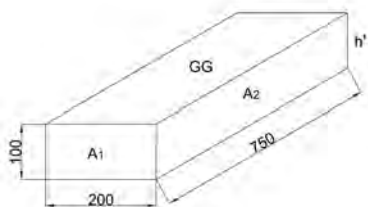
$$h_m = 0.25 - 0.706 \Rightarrow \boxed{h_m = 0.82 \text{ m}}$$

$$F_N = \rho \times g \times h_m \times A'$$

$$F_N = 8200 \times 10 \times 0.82 \times 0.18$$

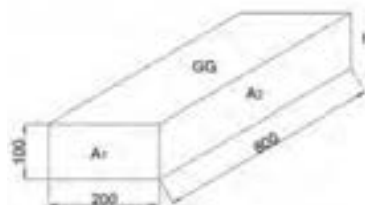
$$\boxed{F_N = 12108 \text{ N}}$$

	<p>مرحله ۳) به دست آوردن حجم ماسه داخل درجه :</p> <p>حجم نیم استوانه - حجم داخل درجه = حجم ماسه داخل درجه</p> <p>= حجم مکعب مستطیل = حجم داخلی درجه</p> $= 600 \text{ mm} \times 600 \text{ mm} \times 250 \text{ mm}$ $= 0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m} \times 0.25 \text{ m}$ $= 0.09 \text{ m}^3$ <p>حجم مکعب مستطیل = حجم داخل درجه</p> <p>حجم نیم استوانه $V = \frac{1}{2} \pi \times (0.45)^2 \times 0.4$</p> <p>حجم نیم استوانه $V = 0.1304 \text{ m}^3$</p> <p>حجم ماسه $= 0.09 - 0.1304 = 0.0596 \text{ m}^3$</p> <p>مرحله ۴) به دست آوردن وزن ماسه</p> <p>$\times g$ حجم ماسه $\times \rho' =$ وزن ماسه</p> <p>وزن ماسه $= 1800 \times 0.0596 \times 10 = 1072 / \text{N}$</p> <p>مرحله ۵) به دست آوردن F_C :</p> <p>وزن ماسه + وزن درجه $= F_C$</p> <p>وزن درجه $= 40 \text{ kgf} = 40 \times (1 \times 10 \text{ N}) = 400 \text{ N}$</p> <p>$F_C = 400 + 1072 / \text{N} = 1472 / \text{N}$</p> <p>مرحله ۶) به دست آوردن F_w :</p> <p>$F_w = (1/5 \times F_N) - F_C$</p> <p>$F_w = (1/5 \times 1210 / 3) - 1472 / \text{N}$</p> <p>$F_w = 342 / 65 \text{ N}$</p> <p>$F_w = 342 / 65 \times \frac{1}{10} \text{ kgf} =$</p> <p>$F_w = 34 / 265 \text{ kgf}$</p>
<p>تمرین ۲۱-۵ با توجه به شکل زیر نیروهای وارد بر سطوح A_1 و A_2 در صورتی که ارتفاع راهبار 250 mm و مذاب از چدن خاکستری با چگالی 6800 kg/m^3 باشد را حساب کنید. $((g = 10 \text{ m/s}^2))$</p>	<p>مثال ۲۱-۵ مطلوبست محاسبه نیروهای وارد بر سطوح A_1 و A_2 در شکل زیر در صورتی که ارتفاع راهبار $H = 300 \text{ mm}$ و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3$ باشد. $((g = 10 \text{ m/s}^2))$</p>



شکل ۵-۴۵

حل (توسط هنجرو):



شکل ۵-۴۴

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$H = 300 \text{ mm}$	$A_p = ?$
$\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$	$A_1 = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$F_{s_1} = ?$
	$F_{s_p} = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله

$$h_s = H + \frac{h'}{2}$$

$$F_s = \rho' \cdot g \cdot h_s \cdot A$$

مرحله (۳) به دست آوردن A_p, A_1 و h' و h_s

$$\begin{cases} A_1 = 100 \times 200 = 20000 \text{ mm}^2 \\ 20000 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^2 = 0.02 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_p = 100 \times 800 = 80000 \text{ mm}^2 \\ 80000 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^2 = 0.08 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$h' = 100 \text{ mm}$$

$$\begin{cases} h_s = 300 + \frac{100}{2} = 350 \text{ mm} \end{cases}$$

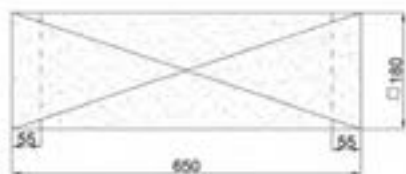
$$\begin{cases} 350 \times \frac{1}{1000} = 0.35 \text{ m} \end{cases}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و

محاسبه ریاضی

	$F_{s_1} = \rho \cdot g \cdot h_s \times A_1$ $F_{s_1} = 700 \times 10 \times 0 / 35 \times 0 / 02$ $F_{s_1} = 490 \text{ N}$ $F_{s_p} = \rho \cdot g \cdot h_s \times A_p$ $F_{s_p} = 7000 \times 10 \times 0 / 35 \times 0 / 08$ $F_s = 1960 \text{ N}$				
<p>تمرین ۲۲-۵ در یک قالب نیروی بالابرنده 500 N و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن 4150 N می باشد مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می باشد.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲۲-۵ در یک قالب نیروی بالابرنده $F_N = 600 \text{ N}$ و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن $F_C = 500 \text{ N}$ می باشد. مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می باشد.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده ها و خواسته ها :</p> <table border="1"> <tr> <th>خواسته</th><th>داده ها</th></tr> <tr> <td>$F_w = ?$</td><td> $F_N = 600 \text{ N}$ $F_C = 500 \text{ N}$ $1/5 = \text{ضریب اطمینان}$ </td></tr> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله</p> $F_w = 1/5 (F_N + F_A - w_k) - F_C$ <p>مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده ها و محاسبه ریاضی</p> <p>نکته : با توجه به اینکه ماهیچه در قالب وجود ندارد F_A و w_k صفر خواهد بود.</p> $F_w = 1/5 (600 + 0 - 0) - 500$ $F_w = 400 \text{ N}$	خواسته	داده ها	$F_w = ?$	$F_N = 600 \text{ N}$ $F_C = 500 \text{ N}$ $1/5 = \text{ضریب اطمینان}$
خواسته	داده ها				
$F_w = ?$	$F_N = 600 \text{ N}$ $F_C = 500 \text{ N}$ $1/5 = \text{ضریب اطمینان}$				
<p>تمرین ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی 1300 kg/m^3 ، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی 7000 kg/m^3 باشد، مطلوبست : $(g = 10 \text{ m/s}^2)$</p>	<p>مثال ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی $\rho_k = 1200 \text{ kg/m}^3$ ، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی $\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3$ باشد مطلوبست : $(g = 10 \text{ m/s}^2)$</p>				

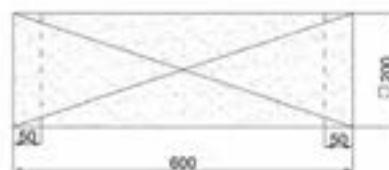
- الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب نیوتن
 ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب نیوتن
 ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب نیوتن



شکل ۵-۴۷

حل (توسط هنرجو):

- الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب N
 ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب N
 ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب N



شکل ۵-۴۶

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته‌ها	داده‌ها
$w_k = ?$	ماهیچه $\rho_k = 1200 \text{ kg/m}^3$
$F_A = ?$	مذاب $\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3$
$w'_k = ?$	$g = 10 \text{ m/s}^2$

مرحله (۲) محاسبه حجم ماهیچه

$$\text{طول} = 200 \text{ mm} = 200 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.2 \text{ m}$$

عرض و قاعده ماهیچه

$$\text{ارتفاع} = 600 \text{ mm} = 600 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.6 \text{ m}$$

ماهیچه و تکیه گاه

$$\text{حجم ماهیچه با } V_k = 0.2 \times 0.2 \times 0.6 = 0.024 \text{ m}^3$$

تکیه گاه

$$\text{ارتفاع ماهیچه بدون} = 600 - 50 - 50 = 500 \text{ mm}$$

تکیه گاه

$$= 500 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.5 \text{ m}$$

تکیه گاه
 $V' = 0.2 \times 0.2 \times 0.5 = 0.02 \text{ m}^3$ حجم ماهیچه بدون

مرحله ۳) نوشتن رابطه و محاسبه ریاضی

$$w_k = \rho_k g V_k$$

$$F_A = \rho' g V'_k$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

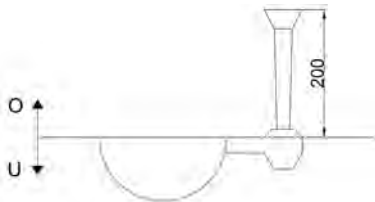
$$w_k = 1200 \times 10 \times 0.024 \Rightarrow w_k = 288 \text{ N}$$

$$F_A = 7000 \times 0.02 \times 10 \Rightarrow F_A = 1400 \text{ N}$$

$$w'_k = 288 - 1400 \Rightarrow w'_k = -1112 \text{ N}$$

با توجه به اینکه نیروی وارد بر ماهیچه از طرف مذاب بیشتر از وزن حقیقی ماهیچه می باشد، وزن ظاهری ماهیچه منفی است که نشان دهنده این است که مذاب تمایل دارد ماهیچه را از محل خود در قالب به سمت بالا حرکت دهد.

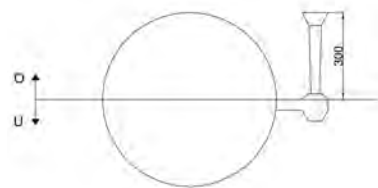
تمرین ۲۴-۵ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه به شکل نیمکره به قطر ۲۰۰ mm را نشان می دهد. چنانچه مذاب نوعی برنج به چگالی 8500 kg/m^3 باشد. نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. ($\pi = 3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)



شکل ۵-۴۹

حل (توسط هنجرو):

مثال ۲۴-۵ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه کروی شکل به قطر ۴۰۰ mm را نشان می دهد، چنانچه مذاب نوعی فولاد ریختگی به چگالی $\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$ باشد، نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. ($\pi = 3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)



شکل ۵-۴۸

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$F_N = ?$ $F'_N = ?$	$d = ۴۰۰ \text{ mm}$ $H = ۳۰۰ \text{ mm}$ $\rho = ۷۰۰۰ \text{ kg/m}^۳$ $g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$ $\pi = ۳$

مرحله (۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها و حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش.

با توجه به اینکه شکل قطعه کروی است حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها با حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش درجه برابر حجم نیمکره است.

$$V = \frac{۴}{۳} \pi r^۳$$

$$r = \frac{۴۰۰}{۲} = ۲۰۰ \text{ mm}$$

$$r = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} \text{ m} \right) \Rightarrow r = ۰/۲ \text{ m}$$

$$\text{کره } V_s = \frac{۴}{۳} \pi \times (۰/۲)^۳ \Rightarrow V_s = ۰/۰۳۲ \text{ m}^۳$$

= حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش

حجم محصور بین سطح جدایش و سطح تحتانی قالب چون هر کدام نصف کره می‌باشند.

$$V = \frac{V_s}{۲} = \frac{۰/۰۳۲}{۲} \Rightarrow V = ۰/۰۱۶ \text{ m}^۳$$

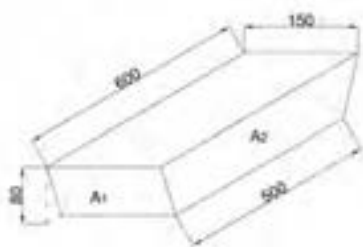
مرحله (۳) محاسبه مساحت سطح مستوی موازی با

سطح آزاد مذاب

نکته : این سطح به شکل دایره با شعاع کره است.

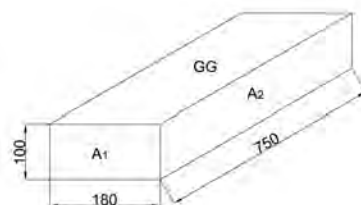
$$A' = \pi r^۲ \Rightarrow A' = ۳ \times (۰/۲)^۲ \Rightarrow A' = ۰/۱۲ \text{ m}^۲$$

	<p>مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوطه</p> $h_m = H - \frac{V}{A'}$ <p>سطح فوقانی</p> $h_m = H + \frac{V}{A'}$ <p>سطح تحتانی</p> <p>نیروی وارد بر سطح فوقانی و تحتانی</p> $F_N = \rho g \cdot h_m \cdot A'$ <p>مرحله ۵) محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب</p> $h_m = H - \frac{V}{A'}$ $H = 300 \text{ mm} = 300 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.3 \text{ m}$ $h_m = 0.3 - \frac{0.016}{0.12} \Rightarrow h_m = 0.167 \text{ m}$ $F_N = 7000 \times 10 \times 0.167 \times 0.12 \Rightarrow$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $F_N = 1402.8 \text{ N}$ </div> <p>مرحله ۶) محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب</p> $h_m = H + \frac{V}{A'}$ $h_m = 0.3 + \frac{0.016}{0.12} \Rightarrow h_m = 0.43 \text{ m}$ $F'_N = 7000 \times 10 \times 0.43 \times 0.12 \Rightarrow$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $F'_N = 3612 \text{ N}$ </div>
<p>تمرین ۲۵-۵ مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطح A_1 و A_2 و کف قالب شکل زیر در صورتی که ارتفاع راهگاه 250 mm و مذاب از فولاد با چگالی $7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ باشد. ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)</p>	<p>مثال ۲۵-۵ مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطوح A_1 و A_2 و کف قالب شکل زیر در صورتی که ارتفاع راهگاه 300 mm و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $6500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ باشد ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)</p>



شکل ۵-۵۱

حل (توسط هنجرو):



شکل ۵-۵۰

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$H = 300 \text{ mm}$	$A = ?$ سطح کف قالب
$h' = 100 \text{ cm}$ ارتفاع قطعه	$A_1 = ?$ $A_p = ?$
$\rho = 6500 \text{ kg/m}^3$	$f_1 = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$f_p = ?$
	$f = ?$

مرحله (۲) به دست آوردن مساحت سطح A_1 و A_p و A_N

$$A_1 = 180 \times 100 = 18000 \text{ mm}^2$$

$$A_1 = 18000 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A_1 = 0.018 \text{ m}^2}$$

$$A_p = 750 \times 100 = 75000 \text{ mm}^2$$

$$A_p = 75000 \times \left(\frac{1}{1000} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A_p = 0.075 \text{ m}^2}$$

$$A = 750 \times 180 = 135000 \text{ mm}^2$$

$$A = 135000 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0.135 \text{ m}^2}$$

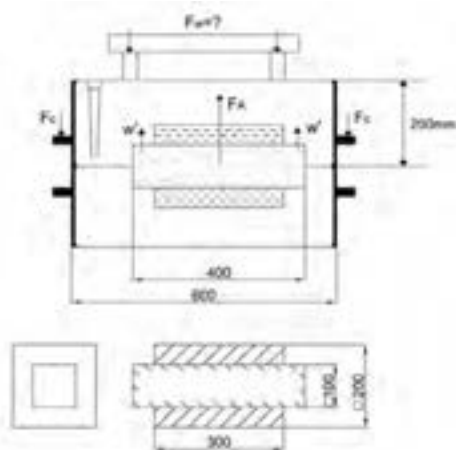
مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه :

: نیروی وارد بر جداره جانبی قالب

$$F_s = \rho \cdot g \cdot h_s \cdot A'$$

	<p> $h_s = H + \frac{h'}{p}$ برای اندازه‌های A_p و A_1 نیروی وارد بر کف قالب : </p> $F = \rho ghA$ $h = H + h'$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه به دست آمده نیروهای وارد بر سطوح A_p و A_1</p> $h_{s_1} = 300 + \frac{100}{p} \Rightarrow h_{s_1} = 350 \text{ mm}$ $h_{s_1} = 350 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h_{s_1} = 0.35 \text{ m}$ $h_{s_p} = 300 + \frac{100}{p} \Rightarrow h_{s_p} = 350 \text{ mm}$ $h_{s_p} = 350 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h_{s_p} = 0.35 \text{ m}$ $F_{s_1} = 6500 \times 10 \times 0.35 \times 0.18 \Rightarrow F_{s_1} = 409.5 \text{ N}$ $F_s = 6500 \times 10 \times 0.35 \times 0.075 \Rightarrow F_s = 170.625 \text{ N}$ <p>مرحله ۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها در روابط نیروی وارد بر کف قالب و محاسبه ریاضی</p> $h = 300 + 100 = 400 \text{ mm}$ $h = 400 \times \left(\frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h = 0.4 \text{ m}$ $F_N = 6500 \times 10 \times 0.4 \times 0.135 \Rightarrow F_N = 3510 \text{ N}$
<p>تمرین ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن $7600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ باشد، اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. در صورتی که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی $200 \times 500 \times 600$ میلی‌متر و وزن 40 kgf باشد</p>	<p>مثال ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن $7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ باشد، اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. در صورتی که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی $300 \times 400 \times 700$ میلی‌متر و وزن 50 kgf باشد.</p>

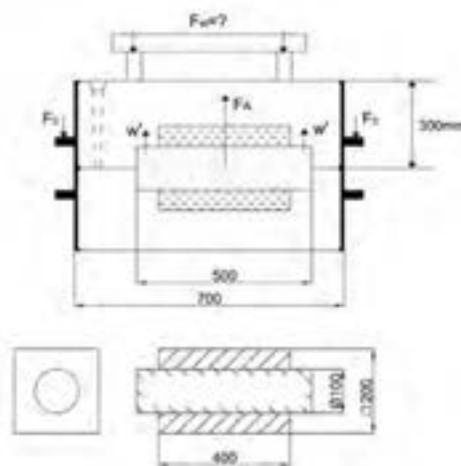
(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی 1500 kg/m^3 و چگالی ماسه ماهیچه 1400 kg/m^3 و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری $1/5$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$ و $\pi = 3$ فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌شود.



شکل ۵-۵۳

حل (توسط هنجرو):

(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی 2000 kg/m^3 و چگالی ماسه ماهیچه 1500 kg/m^3 و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری $1/5$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$ و $\pi = 3$ فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌باشد)



شکل ۵-۵۲

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته‌ها	داده‌ها
$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ چدن	$F_N = ?$ نیروی وارد بر سطح فوقانی
50 Kgf وزن درجه فوقانی	$F_A = ?$ نیروی ارشمیدس
$\rho_1 = 2000 \text{ kg/m}^3$ ماسه فشرده و مرطوب	وارد بر ماهیچه
$\rho_2 = 1500 \text{ kg/m}^3$ ماسه ماهیچه	$w_k = ?$ وزن حقیقی ماهیچه
$1/5$ ضریب اطمینان	$F_C = ?$ وزن درجه و محتوای آن
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$F_w = ?$ اندازه وزنه
$\pi = 3$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$F_w = 1/5(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

مرحله ۳) محاسبه F_N نیروی وارد بر سطح فوقانی

قالب.

با توجه به اینکه قطعه مکعب مستطیل است، سطح فوقانی

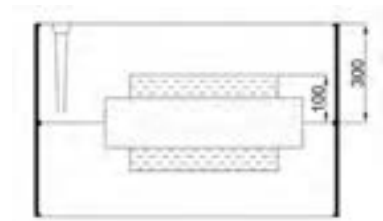
قالب به شکل مستطیل به ابعاد 200×400 میلی متر است.

بنابراین رابطه F_N برای سطوح مستوی خواهیم داشت :

$$F_N = \rho ghA$$

$$A = \text{طول} \times \text{عرض} = 200 \times 400 = 80000 \text{ mm}^2$$

$$A = 80000 \times \left(\frac{1}{1000000} \text{ m}^2 \right) \Rightarrow A = 0.08 \text{ m}^2$$



شکل ۵-۵۲-۱

$h = 300 - 100$ فاصله سطح فوقانی از سطح آزاد مذاب

$$h = 200 \text{ mm}$$

$$h = 200 \times \frac{1}{1000} \text{ m}$$

$$h = 0.2 \text{ m}$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 \text{ چدن}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$F_N = 7800 \times 10 \times 0.2 \times 0.08 \Rightarrow F_N = 1248 \text{ N}$$

مرحله ۳) محاسبه F_A نیروی ارشمیدس وارد بر

ماهیچه که به سمت بالا است.

$F_A = \rho g \cdot V'_p$ نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه

$$\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ و } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$V_p =$ حجم قسمتی از ماهیچه که در مذاب غوطه‌ور است.

سطح مقطع ماهیچه \times طول قطعه

$$\text{طول قطعه} = 400 \text{ m} = 400 \times \frac{1}{1000} = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{قطر ماهیچه} = 100 \text{ mm} = 100 \times \frac{1}{1000} = 0.1 \text{ m}$$

$$V'_p = 0.4 \times \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = \frac{0.4 \times 3 \times (0.1)^2}{4}$$

$$V'_p = 0.003 \text{ m}^3$$

$$F_A = 7800 \times 10 \times 0.003 \Rightarrow F_A = 2340 \text{ N}$$

مرحله (۴) محاسبه w_k وزن حقیقی ماهیچه

$$w_k = \rho_p g V_p$$

$$\rho_p = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10, \pi = 3$$

سطح مقطع ماهیچه \times طول ماهیچه $V_p =$ حجم کل ماهیچه

$$\text{طول ماهیچه} = 500 = 500 \times \frac{1}{1000} = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{قطر ماهیچه} = 0.1 \text{ m}$$

$$V_p = 0.5 \times \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = \frac{0.5 \times 3 \times 0.01}{4}$$

$$V_p = 3/75 \times 10^{-3}$$

$$w_k = 1500 \times 10 \times 3/75 \times 10^{-3} \Rightarrow w_k = 56/25 \text{ N}$$

مرحله (۵) محاسبه F_c : وزن لنگه درجه فوقانی

محتوی ماسه لنگه درجه فوقانی از خود درجه و ماسه

محتوی آن تشکیل شده است. بنابراین باید وزن ماسه

مرطوب فشرده شده را به دست آورد. با توجه به اینکه

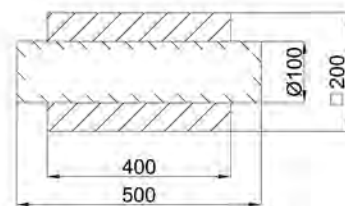
چگالی ماسه فشرده داده شده است با استفاده از حجم ماسه فشرده مرطوب می‌توان جرم وزن ماسه را نیز به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن حجم ماسه باید حجم واقعی درجه را از نصف حجم مذاب و ماهیچه کم کرد. بنابراین ابتدا حجم واقعی درجه محاسبه می‌شود و ابعاد درجه عبارتند از $700 \times 400 \times 300 \text{ mm}$

$$700 \text{ mm} = 700 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.7 \text{ m}$$

$$400 \text{ mm} = 400 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.4 \text{ m}$$

$$300 \text{ mm} = 300 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.3 \text{ m}$$

حجم داخلی درجه $= 0.7 \times 0.4 \times 0.3 = 0.084 \text{ m}^3$
 سپس حجم کل قطعه و ماهیچه را به‌دست می‌آوریم.



شکل ۲-۵۲-۵

مطابق شکل قطعه مکعب مستطیل است که حجم آن از مساحت قاعده \times ارتفاع به‌دست می‌آید که دو ریشه ماهیچه استوانه‌ای شکل در دو طرف آن وجود دارد که حجم آنها نیز به‌دست می‌آید.

حجم قطعه مکعب مستطیل $= 400 \text{ mm} \times 200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$

$$= 0.4 \text{ m} \times 0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m} = 0.016 \text{ m}^3$$

برای به‌دست آوردن حجم دو ریشه ماهیچه کافی است

سطح ماهیچه را حساب کنیم و در طول دو ریشه ماهیچه ضرب کنیم. طول دو ریشه ماهیچه برابر است با طول ماهیچه منهای طول قطعه.

$$\text{قطر ماهیچه} = 1.0 \text{ mm} = 1.0 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.001 \text{ m}$$

$$\text{حجم دو ریشه ماهیچه} = \frac{\frac{1}{2} \pi \times (0.001)^2}{4} \times (0.05 - 0.04)$$

ماهیچه

$$\text{حجم دو ریشه ماهیچه} = \frac{\frac{1}{2} \times 3.14 \times 0.001^2}{4} \times 0.01 = \boxed{3.925 \times 10^{-8} \text{ m}^3}$$

ریشه ماهیچه

بنابراین حجم کل قطعه با ماهیچه برابر است با :

$$0.0016 + 3.925 \times 10^{-8} = 1.63925 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

حال برای به دست آوردن حجم ماسه تر کافی است که حجم داخلی درجه را از نصف حجم کل قطعه با ماهیچه کم نمود.

$$V_1 = 0.0016 - \frac{1}{2} (1.63925 \times 10^{-3})$$

$$V_1 = 0.000839 \text{ m}^3$$

حال برای به دست آوردن حجم ماسه کافی است که در چگالی ماسه تر و شتاب و جاذبه ضرب شود.

$$\text{وزن ماسه} = \rho_1 \times V_1 \times g$$

$$\text{وزن ماسه} = 2000 \times 0.000839 \times 10 = 1678 \text{ N}$$

برای به دست آوردن F_C باید وزن درجه با وزن ماسه را جمع کرد.

وزن درجه

$$= 50 \text{ kgf} = 50 \times (1 \text{ kgf}) = 50 \times (1 \times 10 \text{ N}) = 500 \text{ N}$$

$$F_C = \text{وزن ماسه} + \text{وزن درجه} = 1678 + 500$$

$$\boxed{F_C = 2178 \text{ N}}$$

مرحله ۶ محاسبه F_w مقدار وزنه

$$F_w = 1/5 (F_N + F_A - w_k) - F_C$$

	$F_w = 1 / \Delta (1428 + 2430 - 56 / 25) - 2178$ $F_w = 3524 / 625 N$ $F_w = 3524 / 625 \times (1 \times N) = 3524 / 625 \times \left(\frac{1}{10} \text{ kgf} \right)$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $F_w = 352 / 625 \text{ kgf}$ </div>

سیمای فصل ششم

۶- تغذیه‌گذاری در قطعه‌های ریختگی

۱-۶- روش مدول

۲-۶- روش انقباض و راندمان تغذیه

۳-۶- روش کاین

۶- تغذیه‌گذاری در قطعه‌های ریختگی

فلزات و آلیاژها در هنگام انجماد منقبض شده و حجم آنها کاهش می‌یابد. این کاهش حجم برای فلزات و آلیاژها حدود ۲ تا ۶/۵ درصد است. این انقباض در قطعات ریختگی سبب ایجاد عیوبی مانند کشیدگی و کاهش حجم می‌شود. به همین دلیل برای جلوگیری از به‌وجود آمدن این عیوب در قطعه ریختگی معمولاً از تغذیه استفاده می‌شود. تغذیه کمبود مذاب ناشی از کاهش حجم و قطعه را جبران نموده و پس از انجماد قطعه منجمد می‌شود. بنابراین در هنگام محاسبات مربوط به تغذیه باید انقباض قطعه و منبع تغذیه را با هم در نظر گرفت و جمع نمود.

با توجه به موارد فوق حجم و اندازه تغذیه بستگی به نوع آلیاژ، درجه حرارت بار ریزی، شکل و اندازه قطعه ریختگی و نوع قالب دارد. بنابراین باید در محاسبه حجم و اندازه تغذیه دو مورد را در نظر گرفت :

الف - اندازه تغذیه باید به گونه‌ای باشد که قطعه ریختگی سالم و بدون عیب تولید شود.

ب - اندازه تغذیه باید حداقل مقدار ممکن باشد تا درصد اتلافات مذاب کمتر باشد و در نتیجه حداکثر بازدهی قطعات ریختگی را داشته باشد.

روش‌های مختلفی برای محاسبه حجم و اندازه تغذیه وجود دارد که در اینجا به چند مورد پرداخته می‌شود.

۱-۶- روش مدول :

این روش براساس رابطه چورنیف می‌باشد. رابطه چورنیف برای محاسبه زمان انجماد قطعه ریختگی عبارت

$$t_c = k \left(\frac{V_c}{A_c} \right)^p \quad \text{رابطه (۱-۶)} \quad \text{است از :}$$

که در این رابطه :

t_c : زمان انجماد قطعه

V_c : حجم قطعه ریختگی

A_c : سطح کامل قطعه ریختگی که در آن سطح تماس تغذیه با قطعه ریختگی در نظر گرفته نمی‌شود.

K : ضریب ثابتی است که به مشخصات فلز و قالب بستگی دارد.

* در مورد تغذیه نیز می‌توان رابطه چورنیف را به صورت زیر به کار برد :

$$t_r = k \left(\frac{V_r}{A_r} \right)^p \quad \text{رابطه (۲-۶)} \quad \text{که در آن :}$$

t_r : زمان انجماد تغذیه

V_r : حجم تغذیه

A_r : سطح کل تغذیه که در آن سطح مشترک تماس تغذیه با قطعه ریختگی از مقدار کل سطح تغذیه کسر

شود.

از طرف دیگر نسبت حجم به سطح قطعه، مدول قطعه نامیده می‌شود که رابطه آن برای قطعه ریختگی به صورت زیر است :

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} \quad \text{رابطه (۶-۳)}$$

که در آن :

V_c : حجم قطعه ریختگی

A_c : سطح کل قطعه ریختگی

M_c : مدول قطعه ریختگی

رابطه (۶-۳) برای تغذیه به صورت زیر است :

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} \quad \text{رابطه (۶-۴)}$$

که در آن :

V_r : حجم تغذیه

A_r : سطح کل تغذیه

M_r : مدول تغذیه

بنابراین با توجه به رابطه چورنیف و مدول می‌توان در مورد قطعه نوشت :

$$\left. \begin{array}{l} t_c = k \left(\frac{V_c}{A_c} \right)^p \\ \Rightarrow M_c = \frac{V_c}{A_c} \end{array} \right\} \Rightarrow t_c = k(M_c)^p \quad \text{رابطه (۶-۵)}$$

از طرفی

داریم

$$\left. \begin{array}{l} t_r = k \left(\frac{V_r}{A_r} \right)^p \\ \Rightarrow M_r = \frac{V_r}{A_r} \end{array} \right\} \Rightarrow t_r = k(M_r)^p \quad \text{رابطه (۶-۶)}$$

در مورد تغذیه نیز خواهیم داشت :

اگر دو رابطه فوق را بر هم تقسیم نمائیم خواهیم داشت :

$$\frac{t_r}{t_c} = \frac{k(M_r)^p}{k(M_c)^p} \quad \text{رابطه (۶-۷)}$$

با توجه به اینکه k برای قطعه و تغذیه ثابت و یکسان است. به دلیل اینکه مشخصات قالب و فلز برای قطعه و

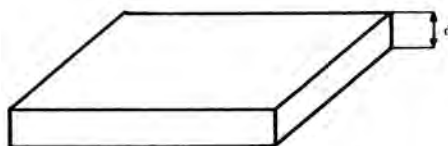
تغذیه به زمان انجماد قطعه برابر خواهد بود با :

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^p \quad \text{رابطه (۶-۸)}$$

با توجه به این رابطه مشخص می‌شود، برای اینکه تغذیه درست عمل نماید باید دیرتر از قطعه منجمد شود. بنابراین باید t_r افزایش یابد و برای اینکه t_r افزایش یابد باید نسبت $\frac{M_r}{M_c}$ افزایش یابد یعنی M_r (مدول تغذیه) باید از M_c (مدول قطعه) بزرگ‌تر باشد.

به عنوان مثال برای فولادها $M_r = 1/2 M_c$ است که مذاب رسانی تغذیه خوب انجام می‌شود برای آلیاژهای دیگر نیز این نسبت $\left(\frac{M_r}{M_c}\right)$ بین $1/2$ تا $1/5$ متغیر می‌باشد.

در محاسبات اندازه تغذیه می‌توان برای بعضی شکل‌ها بدون محاسبه سطح و حجم واقعی، مدول را محاسبه نمود. مثلاً برای یک صفحه، مدول برابر نصف ضخامت صفحه است. $M_c = \frac{d}{2}$



شکل ۶-۱

در شکل ۴-۶ صفحه ۱۲۵، شکل‌های متداول منابع تغذیه محاسبه شده و مدول تغذیه برحسب ابعاد مختلف آن داده شده است که به راحتی می‌توان با در دست داشتن مدول یک تغذیه ابعاد آن را مشخص نمود.

تمرین ۶-۱ مدول قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۲cm را به دست آورید.
حل: (توسط هنرجو)

مثال ۶-۱ مطلوبست محاسبه مدول قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۰ cm.
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده	خواسته
طول ضلع = ۱۰ cm	$M_c = ?$

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز

$$\text{حجم مکعب} = V = a^3 = a \times a \times a$$

$$\text{سطح مکعب} = A = 6 \times a^2 = 6 \times a \times a$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

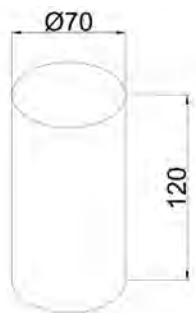
مرحله (۳) جای گذاری داده‌ها در روابط فوق

$$V_c = 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 6 \times 10 \times 10 \Rightarrow A_c = 600 \text{ cm}^2$$

$$M_c = \frac{1000}{600} = \frac{10}{6} \Rightarrow M_c = 3 / 33$$

تمرین ۶-۲ مدول قطعه‌ای استوانه‌ای شکل به قطر ۷ cm و ارتفاع ۱۲ cm را به دست آورید.



شکل ۶-۳

حل (توسط هنجرو):

مثال ۶-۲ مطلوبست محاسبه مدول قطعه‌ای استوانه‌ای شکل به قطر ۵ cm و ارتفاع ۱۰ cm و $\pi = 3$



شکل ۶-۲

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$H = 10 \text{ m}$	$M_c = ?$
$D = 5 \text{ cm}$	
$\pi = 3$	

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز

ارتفاع \times مساحت قاعده (دایره) = حجم استوانه V_c

$$V_c = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{\pi \times 5^2}{4} \times 10$$

$$V_c = \frac{3 \times 25 \times 10}{4} \Rightarrow V_c = 187.5 \text{ cm}^3$$

$2 \times$ مساحت قاعده (دایره) = A_c سطح استوانه

ارتفاع \times محیط قاعده (دایره)

$$A_c = \left(\frac{2\pi D^2}{4} \right) + (\pi D \times H) = \left(\frac{2 \times 3 \times 5^2}{4} \right) + (3 \times 5 \times 10)$$

$$A_c = 37.5 + 150 \Rightarrow A_c = 187.5 \text{ cm}^2$$

	<p>مرحله ۳) محاسبه مدول قطعه</p> $M_c = \frac{V_c}{A_c}$ $M_c = \frac{187/5}{187/5} = 1$						
<p>تمرین ۳-۶ قطعه‌ای مکعبی شکل از جنس چدن به ضلع ۲۵ cm باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که $k=2/1$ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۳-۶ قطعه‌ای مکعبی شکل از جنس چدن به ضلع ۲۰ cm باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که k برابر ۲/۱ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد، زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p> <table border="1" data-bbox="820 833 1333 1048"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th><th>خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$a = 20 \text{ Cm}$</td><td>$M_c = ?$</td></tr> <tr> <td>$k = 2/1 \text{ min/cm}^2$</td><td>$t_c = ?$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) روابط مورد نیاز</p> $M_c = \frac{V_c}{A_c}$ $t_c = k(M_c)^2$ <p>مرحله ۳) محاسبه سطح و حجم مکعب :</p> $V_c = a^3 = 20 \times 20 \times 20 \Rightarrow V_c = 8000 \text{ cm}^3$ $A_c = 6a^2 = 6 \times 20 \times 20 \Rightarrow A_c = 2400 \text{ cm}^2$ <p>مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه</p> $M_c = \frac{8000}{2400} \Rightarrow M_c = 3/33$ <p>مرحله ۵) محاسبه زمان انجماد قطعه</p> $t_c = 2/1(3/33)^2 \Rightarrow t_c = 23/29 \text{ دقیقه}$	داده‌ها	خواسته‌ها	$a = 20 \text{ Cm}$	$M_c = ?$	$k = 2/1 \text{ min/cm}^2$	$t_c = ?$
داده‌ها	خواسته‌ها						
$a = 20 \text{ Cm}$	$M_c = ?$						
$k = 2/1 \text{ min/cm}^2$	$t_c = ?$						

تمرین ۴-۶ قطعه‌ای از استوانه شکل از جنس فولاد به قطر ۱۲ cm و ارتفاع ۱۸ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. در صورتی که $k=1/8$ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید. ($\pi=3$) حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۶ قطعه‌ای استوانه شکل از جنس فولاد به قطر ۱۰ cm و ارتفاع ۲۰ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. در صورتی که k برابر $1/8$ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید. ($\pi=3$)

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$t_c = ?$ $M_c = ?$	$D = 10 \text{ cm}$ $H = 20 \text{ cm}$ $k = 1/8 \text{ min/cm}^2$ $\pi = 3$

مرحله (۲) روابط مورد نیاز

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^2$$

مرحله (۳) محاسبه سطح و حجم استوانه :

$$V_c = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{3 \times (10)^2}{4} \times 20$$

$$V_c = 1500 \text{ cm}^3$$

$$A_c = \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) + (\pi D \times H)$$

$$A_c = 150 + 600 \Rightarrow A_c = 750 \text{ cm}^2$$

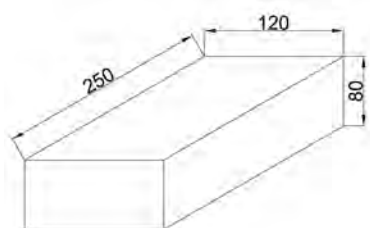
مرحله (۴) محاسبه مدول

$$M_c = \frac{1500}{750} \Rightarrow M_c = 2$$

مرحله (۵) محاسبه زمان انجماد قطعه :

$$t_c = 1/8(2)^2 = 1/8 \times 4 \Rightarrow t_c = 0.5 \text{ دقیقه}$$

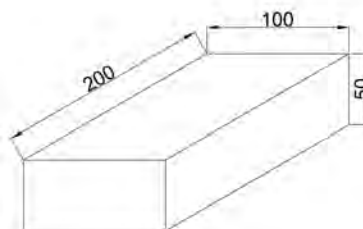
تمرین ۵-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس آلومینیم به ابعاد $۸ \times ۱۲ \times ۲۵$ سانتی‌متر باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که $k = ۱/۶$ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.



شکل ۵-۶

حل (توسط هنجرو):

مثال ۵-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس آلومینیم به ابعاد $۵ \times ۱۰ \times ۲۰$ سانتی‌متر باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که k برابر $۱/۶$ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد، زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.



شکل ۴-۶

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_c = ?$ $t_c = ?$	<p>ابعاد مکعب مستطیل</p> $۵ \times ۱۰ \times ۲۰$ $k = ۱/۶ \text{ min/cm}^2$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^n$$

مرحله (۳) محاسبه سطح و حجم مکعب مستطیل :

ارتفاع \times عرض \times طول $V_c =$ حجم مکعب مستطیل

$$V_c = a \times b \times c$$

$$V_c = ۵ \times ۱۰ \times ۲۰ \Rightarrow V_c = ۱۰۰۰ \text{ cm}^3$$

$$A_c = \text{سطح مکعب مستطیل}$$

$$= (\text{طول} \times \text{ارتفاع}) \times ۲ + (\text{عرض} \times \text{ارتفاع}) \times ۲ + (\text{طول} \times \text{عرض}) \times ۲$$

$$A_c = ۲(a \times b) + ۲(b \times c) + ۲(a \times c)$$

$$A_c = ۲(۵ \times ۱۰) + ۲(۱۰ \times ۲۰) + ۲(۵ \times ۲۰)$$

$$A_c = ۱۰۰ + ۴۰۰ + ۲۰۰ \Rightarrow A_c = ۷۰۰ \text{ cm}^2$$

مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{100}{700} \Rightarrow M_c = 1/43$$

مرحله ۵) محاسبه زمان انجماد قطعه

$$t_c = 1/6(1/43)^2 \Rightarrow t_c = 3/27$$

مثال ۶-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس

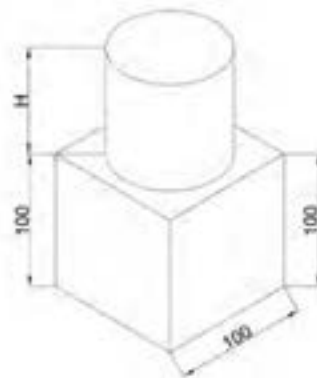
چدن به ضلع ۱۰ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود.

در صورتی که تغذیه آن به شکل استوانه در نظر گرفته

شود، (مطابق شکل زیر) و $\frac{t_r}{t_c} = 1/2$ باشد، مطلوبست:

الف - محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - محاسبه مدول تغذیه و قطعه



شکل ۶-۶

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$q = 10 \text{ cm}$	$\frac{M_r}{M_c} = ?$
$\frac{t_r}{t_c} = 1/2$	$M_r = ?$
	$M_c = ?$

مرحله ۲) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل مسأله

$$M_c = \frac{V_c}{V_r}$$

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^2$$

تمرین ۶-۶ قطعه‌ای مکعب شکل از جنس چدن

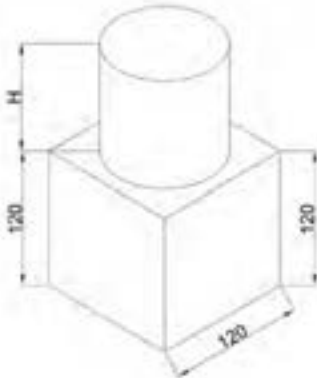
به ضلع ۱۲ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود.

در صورتی که تغذیه آن به شکل استوانه در نظر گرفته

شود و $\pi = 3$ باشد مطلوبست:

الف - محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - محاسبه مدول تغذیه و قطعه



شکل ۶-۷

حل (توسط هنجرو):

	<p>مرحله ۳) محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه</p> $\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^{\nu} \Rightarrow \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^{\nu} = 1/\nu$ $\Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = \sqrt[1/\nu]{1} \Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = 1/1$ <p>مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه</p> $V_c = a \times a \times a = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 \text{ cm}^3$ $A_c = 6a^2 = 6 \times 10 \times 10 \Rightarrow A_c = 600 \text{ cm}^2$ $M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{1000}{600} \Rightarrow M_c = 1/67$ <p>مرحله ۵) محاسبه مدول تغذیه</p> $\frac{M_r}{M_c} = 1/1 \Rightarrow \frac{M_r}{1/67} = 1/1$ $\Rightarrow M_r = 1/67 \times 1/1 \Rightarrow M_r = 1/84$								
<p>تمرین ۶-۷ در مثال ۶-۶ (قبل)، اگر نسبت ارتفاع به قطر تغذیه استوانه‌ای ۱/۶ در نظر گرفته شود مطلوبست : محاسبه ابعاد تغذیه و نسبت حجم آن به حجم قطعه (از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر شود). ($\pi = 3$)</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۶-۷ در مثال ۶-۶ (قبل)، اگر نسبت ارتفاع به قطر تغذیه استوانه‌ای ۱/۴ در نظر گرفته شود. مطلوبست : محاسبه ابعاد تغذیه و نسبت حجم آن به حجم قطعه. (از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر شود). ($\pi = 3$)</p> <p>حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p> <table border="1" data-bbox="882 1304 1275 1580"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th><th>خواسته‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$M_r = 1/84$</td><td>$D = ?$</td></tr> <tr> <td>$\frac{H_r}{D_r} = 1/4$</td><td>$H = ?$</td></tr> <tr> <td>$\pi = 3$</td><td>$\frac{V_r}{V_c} = ?$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) رابطه حجم و سطح استوانه و مدول</p> $V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H$ $A_r = \frac{\pi D^2}{4} + \pi D H$	داده‌ها	خواسته‌ها	$M_r = 1/84$	$D = ?$	$\frac{H_r}{D_r} = 1/4$	$H = ?$	$\pi = 3$	$\frac{V_r}{V_c} = ?$
داده‌ها	خواسته‌ها								
$M_r = 1/84$	$D = ?$								
$\frac{H_r}{D_r} = 1/4$	$H = ?$								
$\pi = 3$	$\frac{V_r}{V_c} = ?$								

مرحله ۳) محاسبه مدول بر حسب قطر

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} = \frac{\frac{\pi D^2 H}{4}}{\frac{\pi D^2}{4} + \frac{\pi D H}{1}}$$

$$\frac{H}{D} = 1/4 \Rightarrow H = 1/4 D$$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^2}{4} \times 1/4 D}{\frac{\pi D^2}{4} + \pi D \times 1/4 D}$$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^2}{4} \times 1/4 D}{\frac{\pi D^2}{4} + 1/4 \pi D^2}$$

$$M_r = \frac{\frac{1/4 \pi D^3}{4}}{\frac{\pi D^2}{4} + \frac{1/4 \pi D^3}{4}}$$

$$M_r = \frac{1/4 D}{7/6}$$

مرحله ۴) محاسبه قطر و ارتفاع تغذیه

$$\frac{1/84}{1} = \frac{1/4 D}{7/6} \Rightarrow 1/4 D = 7/6 \times 1/84$$

$$D = 9/98 \text{ cm}$$

$$H = 1/4 D \Rightarrow H = 1/4 \times 9/98$$

$$\Rightarrow H = 13/97 \text{ cm}$$

مرحله ۵) محاسبه حجم تغذیه و قطعه

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{3 \times (9/98)^2}{4} \times 13/97$$

$$\Rightarrow V_r = 1043/56 \text{ cm}^3$$

$$V_c = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3$$

مرحله ۶) محاسبه نسبت حجم تغذیه به حجم

قطعه

$$\frac{V_r}{V_c} = \frac{1043/56}{1000} \approx 1/043$$

تمرین ۸-۶ مطلوبست محاسبه مثال قبل (۷-۶) را در صورتی که از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر نشود. ($\pi = ۳$)

مثال ۸-۶ مطلوبست محاسبه مثال قبل در صورتی که از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر نشود. ($\pi = ۳$)

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$D = ?$	$M_r = ۱/۸۴$
$H = ?$	$\frac{H}{D} = ۱/۴$
$\frac{V_r}{V_c} = ?$	$\pi = ۳$

مرحله (۲) رابطه حجم و سطح استوانه با کسر سطح فصل مشترک از تغذیه

$$V_r = \frac{\pi D^r}{۴} \times H$$

$$A_r = \frac{\pi D^r}{۴} + \pi D H$$

مرحله (۳) محاسبه مدول بر حسب قطر

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} = \frac{\frac{\pi D^2 H}{4}}{\frac{\pi D^2}{4} \times \pi D H} \Rightarrow M_r = \frac{\frac{\pi D^r}{۴} \times ۱/۴ D}{\frac{\pi D^r}{۴} + ۱/۴ \pi D^r}$$

$$\Rightarrow M_r = \frac{\pi D^r \times \frac{۱/۴}{۴} D}{\pi D^r (\frac{۱}{۴} + ۱/۴)} \Rightarrow M_r = \frac{\frac{۱/۴ D}{۴}}{\frac{۱/۶۵}{۱}}$$

$$M_r = \frac{۱/۴ D}{۴ \times ۱/۶۵} \Rightarrow M_r = \frac{۱/۴ D}{۶/۶}$$

$$\Rightarrow ۱/۸۴ = \frac{۱/۴ D}{۶/۶} \Rightarrow ۱/۴ D = ۱/۸۴ \times ۶/۶$$

$$D = \frac{1/84 \times 6/6}{1/4} \Rightarrow D = 8/6 \text{ cm}$$

$$H = 1/4 D = 1/4 \times 8/6 \Rightarrow H = 12/14 \text{ cm}$$

مرحله ۵) محاسبه حجم تغذیه و قطعه

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{3(8/6)^2}{4} \times 12/14$$

$$\Rightarrow V_r = 687/41 \text{ cm}^3$$

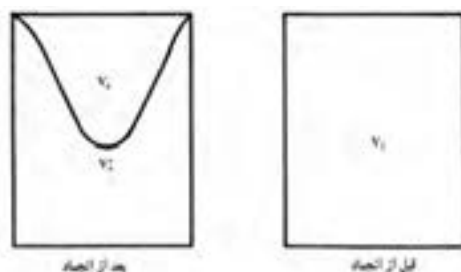
$$V_c = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 \text{ cm}^3$$

مرحله ۶) محاسبه نسبت حجم تغذیه به قطعه

$$\frac{V_r}{V_c} = \frac{687/41}{1000} \approx 0/687$$

۲-۶- روش انقباض و راندمان تغذیه :

این روش براساس حجم حفره انقباض و راندمان تغذیه است. تغذیه‌ای به حجم V_r در نظر گرفته می‌شود، بعد از انجماد و مذاب رسانی حجم آن به V_r' می‌رسد. واضح است که V_r بزرگ‌تر از V_r' می‌باشد.



شکل ۸-۶

بنابراین حجم مذابی که صرف جبران انقباض قطعه می‌شود برابر است با :

$$V_s = V_r - V_r' \quad \text{رابطه (۹-۶)}$$

هرچه قدر مذاب بیشتری از تغذیه به قطعه منتقل شود، نشان دهنده این است که تغذیه بهتر انجام می‌شود. به عبارت دیگر هرچه قدر V_r' کوچک‌تر باشد با V_s به V_r نزدیک‌تر شود، مذاب رسانی بهتر انجام می‌شود. در نتیجه راندمان یا بازده تغذیه بیشتر است بنابراین می‌توان راندمان تغذیه را به صورت رابطه زیر نوشت :

$$R_r = \frac{V_r - V_r'}{V_r} \quad \text{رابطه (۱۰-۶)}$$

که در آن :

V_r : حجم تغذیه

V_r' : حجم تغذیه بعد از انجماد و مذاب رسانی

R_r : راندمان تغذیه

راندمان تغذیه به عواملی همچون شکل تغذیه، استفاده از مواد عایق و گرمازا برای جلوگیری از انجماد سریع تغذیه و مذاب رسانی صحیح تغذیه، گرم نگه داشتن تغذیه و سرد کردن سریع قطعه (استفاده از برد) بستگی دارد، برای اینکه تغذیه نسبت به قطعه دیرتر منجمد شده و مذاب رسانی بهتر انجام شود.

راندمان تغذیه برای ریخته‌گری صفحات و ورق‌های نازک ۰/۱ تا ۱ درصد و برای قطعات استوانه‌ای با نسبت $H = 1/5D$ تا $D=H$ ، حدود ۱۲ تا ۲۴ درصد و برای کره تا حدود ۵۳ درصد متغیر می‌باشد. شکل ۸-۶ صفحه ۱۲۹ کتاب درسی، چند تغذیه با راندمان‌های مختلف را نشان می‌دهد.

- روش محاسبه حجم تغذیه به صورت زیر است:

$$R_r = \frac{V_r - V'_r}{V_r} \quad \text{رابطه (۱۱-۶)}$$

در صورتی که انقباض حجمی آلیاژ در قطعه و تغذیه هنگام انجماد برابر β باشد، خواهیم داشت:

$$\beta = \frac{V_r - V'_r}{V_r + V_c} = \frac{\text{حجم تغذیه} - \text{حجم تغذیه بعد از انجماد}}{\text{حجم قطعه} + \text{حجم تغذیه}}$$

$$\Rightarrow \beta \times (V_r + V_c) = V_r - V'_r$$

طرفین رابطه را بر V_r تقسیم می‌کنیم $\beta V_r + \beta V_c = V_r - V'_r$

$$\frac{\beta V_r + \beta V_c}{V_r} = \frac{V_r - V'_r}{V_r}$$

$$\frac{\beta V_r}{V_r} + \frac{\beta V_c}{V_r} = \frac{V_r - V'_r}{V_r}$$

با توجه به اینکه $R_r = \frac{V_r - V'_r}{V_r}$ می‌باشد لذا خواهیم داشت :

$$\beta + \beta \frac{V_c}{V_r} = R_r$$

طرفین رابطه به $R_r - \beta$ تقسیم می‌کنیم. $\beta \frac{V_c}{V_r} = R_r - \beta \Rightarrow \beta V_c = V_r (R_r - \beta)$

$$\frac{\beta V_c}{R_r - \beta} = \frac{V_r (R_r - \beta)}{R_r - \beta} \Rightarrow V_r = \frac{\beta V_c}{R_r - \beta} \quad \text{رابطه (۱۲-۶)}$$

که در آن :

V_r : حجم تغذیه

V_c : حجم قطعه

β : درصد انقباض حجمی آلیاژ

R : راندمان تغذیه

با توجه به این رابطه می‌توان به این نتیجه رسید، برای اینکه تغذیه وظیفه مذاب رسانی را صحیح انجام دهد باید V_r برابر یا بزرگ‌تر از $\frac{\beta V_c}{R_r - \beta}$ باشد.

تمرین ۶-۹ حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم 1500 cm^3 در حالتی که تغذیه استوانه‌ای شکل در راندمان تغذیه ۱۵٪ و انقباض حجمی آلیاژ ۲٪ در نظر گرفته شود را حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۶-۹ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم 1000 cm^3 در حالتی که تغذیه استوانه‌ای شکل و راندمان تغذیه ۲۰٪ انقباض حجمی آلیاژ ۳٪ در نظر گرفته شود.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_r = ?$	$H = 1/2 D$ ابعاد تغذیه $V_c = 1000 \text{ cm}^3$ $R_r = 20\%$ $\beta = 3\%$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$V_r = \frac{V_c \beta}{R_r - \beta}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_r = \frac{1000 \times 3}{20 - 3} = \frac{300}{17} \Rightarrow V_r = 176 / 47 \text{ cm}^3$$

در صورتی که در مثال قبل تغذیه مطابق شکل ۴-۶ کتاب حالت ب انتخاب شود مدول و ابعاد تغذیه را محاسبه کنید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_r = ?$	$V_r = 169 M_r^3$ $D = 6 M_r = H$ $V_r = 176 / 47 \text{ cm}^3$ $H = D$

مرحله ۲) محاسبه مدول تغذیه :
$176/47 = 169 M_r^3$ $\Rightarrow M_r^3 = \frac{176/47}{169} = 1/044$ $M_r = \sqrt[3]{1/044} \Rightarrow M_r = 1/01$
مرحله ۳) محاسبه قطر و ارتفاع تغذیه
$D = H = 6M_r = 6 \times 1/01 = 6/06 \text{ cm}$

۳-۶- روش کاین :

در این روش برای محاسبه تغذیه، از منحنی مربوط به هر آلیاژی استفاده می‌شود که توسط کاین ارائه شده است. منحنی هر آلیاژ متفاوت است، از طرف دیگر این منحنی‌ها به صورت تجربی به دست آمده اند و در آزمایشگاه و کارگاه ریخته‌گری منحنی‌های تجربی قابل رسم می‌باشند. این منحنی‌ها بسیار مفید هستند زیرا با در دسترس بودن این منحنی‌ها برای آلیاژهای مختلف می‌توان برای قطعات مختلف تغذیه با اندازه مناسب را محاسبه کرد. شکل ۹-۶ صفحه ۱۳۲ کتاب درسی نمونه منحنی کاین برای فولاد را نشان می‌دهد.

در این منحنی‌ها، محور طول‌ها جذر نسبت زمان انجماد تغذیه به زمان انجماد قطعه است یا به عبارت دیگر نسبت مدول تغذیه به مدول قطعه و محور عرضی‌ها نسبت حجم تغذیه به حجم قطعه می‌باشد.

$$X = \frac{M_r}{M_c} = \sqrt{\frac{t_r}{t_c}} \quad Y = \frac{V_r}{V_c} \quad \text{رابطه (۶-۱۳)}$$

شکل منحنی کاین به صورت هذلولی است که رابطه کلی آن به صورت زیر خواهد بود :

$$X = \frac{a}{y-b} + c \quad \text{(رابطه ۶-۱۴)}$$

که در آن a ، b و c ضرایب ثابتی هستند که به نوع آلیاژ، میزان انقباض، نوع انجماد و سرعت نسبی سرد کردن تغذیه و قطعه دارد.

به عنوان مثال :

$$X = \frac{0/1}{y - 0/03} + 1 \quad \text{برای فولادها این رابطه به صورت مقابل می‌باشد (رابطه ۶-۱۳)}$$

$$X = \frac{0/1}{y - 0/06} + 1/08 \quad \text{و برای آلیاژهای آلومینیم رابطه به صورت مقابل می‌باشد (رابطه ۶-۱۴)}$$

تمرین ۱۰-۶ با توجه به شکل ۹-۶ کتاب ابعاد تغذیه لازم برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۲ cm را محاسبه کنید. با فرض اینکه $X = \frac{M_r}{M_c} = 1/8$ و تغذیه استوانه‌ای با $\frac{H}{D} = 1$ حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۰-۶ با توجه به شکل ۹-۶ کتاب ابعاد تغذیه لازم برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۰ cm را محاسبه کنید. با فرض اینکه $X = \frac{M_r}{M_c} = 1/6$ و تغذیه استوانه‌ای با $\frac{H}{D} = 1$

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$H = ?$ $D = ?$	$a = 10 \text{ cm}$ $X = \frac{M_r}{M_c} = 1/6$ $\frac{H}{D} = 1$

مرحله (۲) محاسبه حجم قطعه

$$V_C = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_C = 1000 \text{ cm}^3$$

مرحله (۳) با توجه به ۹-۶ هنگامی که $X = \frac{M_r}{M_c} = 1/6$ باشد، $Y = \frac{V_r}{V_c} = 0/18$ است. بنابراین :

$$\frac{V_r}{1000} = 0/18 \Rightarrow V_r = 1000 \times 0/18 = 180 \text{ cm}^3$$

مرحله (۴) محاسبه ابعاد تغذیه H و D

با توجه به شکل ۴-۶ قسمت ب رابطه بین V_r و D

به صورت زیر است :

$$V_r = 0/785 D^3 \Rightarrow 180 = 0/785 D^3$$

$$\Rightarrow D^3 = \frac{1800}{0/785} \Rightarrow D = \sqrt[3]{229/29}$$

$$\Rightarrow D \approx 6/12 \text{ cm}$$

$$\frac{H}{D} = 1 \Rightarrow H = D = 6/12 \text{ cm}$$

مثال ۶-۱۱ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم 500 cm^3 از آلیاژی با انقباض حجمی ۵٪ در دو حالت زیر :

الف - راندمان تغذیه ۱۵٪

ب - راندمان تغذیه ۵۵٪

ج - معلوم کنید در حالت دوم چند برابر حجم تغذیه کاهش می‌یابد.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_r = ?$	$\beta = 5\%$ انقباض حجمی
$V_r = ?$	$R_r = 15\%$ راندمان تغذیه
$\frac{V_r}{V_r} = ?$	$R_r = 55\%$ راندمان تغذیه
	$V_c = 500 \text{ cm}^3$ حجم قطعه

مرحله (۲) نوشتن رابطه محاسبه حجم تغذیه با استفاده از روش انقباض و راندمان تغذیه

$$V_r = \frac{V_c}{R_r - \beta}$$

مرحله (۳) محاسبه حجم تغذیه در حالتی که $R_r = 15\%$ باشد.

$$V_r = \frac{500}{15 - 5} = \frac{500}{10} \Rightarrow V_r = 50 \text{ cm}^3$$

مرحله (۴) محاسبه حجم تغذیه در حالتی که $R_r = 55\%$ باشد.

$$V_r = \frac{500}{55 - 5} = \frac{500}{50} \Rightarrow V_r = 10 \text{ cm}^3$$

مرحله (۵) محاسبه نسبت‌های حجم تغذیه

$$\frac{V_r}{V_r} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

تمرین ۶-۱۱ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم 600 cm^3 از آلیاژی با انقباض حجمی ۴٪ در دو حالت زیر :

الف - راندمان تغذیه ۱۸٪

ب - راندمان تغذیه ۶۰٪

ج - معلوم کنید در حالت دوم چند برابر حجم تغذیه کاهش می‌یابد.

حل (توسط هنجرو):

تمرین ۱۲-۶ برای یک قطعه‌ای مکعب مستطیل
 شکل به ابعاد $۱۱۰ \times ۱۶۰ \times ۳۰۰$ میلی‌متر از تغذیه
 استوانه‌ای به نسبت $H = ۱/D۵$ استفاده شده است.
 زمان انجماد تغذیه به قطعه $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۴۴$ می‌باشد،
 مطلوبست :

الف - تعیین نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - تعیین مدول تغذیه و قطعه

ج - تعیین ابعاد تغذیه

د - تعیین حجم تغذیه

حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۲-۶ برای یک قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل
 به ابعاد $۱۲۰ \times ۱۸۰ \times ۳۲۰$ میلی‌متر از تغذیه استوانه
 به نسبت $H = ۱/۵D$ استفاده شده است. زمان انجماد
 تغذیه به قطعه $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۴۴$ می‌باشد، مطلوبست :

الف - تعیین نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - تعیین مدول تغذیه و قطعه

ج - تعیین ابعاد تغذیه

د - تعیین حجم تغذیه

(از محاسبه سطح مشترک تغذیه و قطعه صرف‌نظر

شود)

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$\frac{M_r}{M_c} = ?$	ابعاد مکعب مستطیل
$M_r = ?$	$= ۳۲۰ \text{ mm} \times ۱۸۰ \text{ mm} \times ۱۲۰ \text{ mm}$
$M_c = ?$	$H = ۱/۵D$ تغذیه استوانه
$V_r = ?$	$\frac{t_r}{t_c} = ۱/۴۴$
$H = ?$	
$D = ?$	

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^p$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$M_r = \frac{V_r}{A_r}$$

مرحله (۳) به دست آوردن نسبت $\frac{M_r}{M_c}$

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^p \Rightarrow ۱/۴۴ = \left(\frac{M_r}{M_c} \right)^p$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{M_r}{M_c}\right)^2} = \sqrt{1/44}$$

$$\Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = 1/2$$

مرحله ۴) به دست آوردن مدول قطعه :

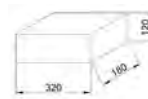
همانطور که می دانیم قطعه مکعب مستطیل می باشد

کافی است حجم کل آن را به دست آوریم و بر سطح

آن تقسیم کنیم

ارتفاع × عرض × طول = حجم مکعب مستطیل

$$V_c = 320 \times 180 \times 120 \Rightarrow V_c = 6912000 \text{ mm}^3$$



شکل ۹-۶

مجموع سطوح مکعب مستطیل = سطح مکعب

مستطیل

$$A_c = 2 \times (180 \times 120) + 2(320 \times 180) + 2(320 \times 120)$$

$$A_c = 43200 + 115200 + 76800 \Rightarrow A_c = 235200 \text{ mm}^2$$

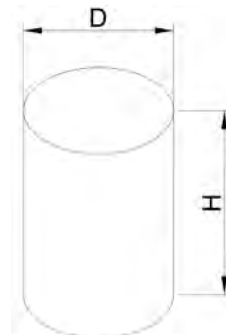
$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{6912000}{235200} \Rightarrow M_c = 29/39 \text{ mm}$$

مرحله ۵) به دست آوردن مدول تغذیه :

$$\frac{M_r}{M_c} = 1/2 \Rightarrow \frac{M_r}{29/39} = \frac{1/2}{1}$$

$$\Rightarrow M_r \times 1 = 29/39 \times 1/2 \Rightarrow M_r = 35/27 \text{ mm}$$

مرحله ۶) به دست آوردن ابعاد تغذیه :



شکل ۱۰-۶

با توجه به اینکه تغذیه به شکل استوانه است لذا

خواهیم داشت :

$$M_r = \frac{V_r}{A_r}$$

$$V_r = \frac{\pi D^r}{4} \times H \quad \text{حجم استوانه}$$

$$A_r = \pi \times \frac{D^r}{4} + \pi D \times H \quad \text{سطح کل استوانه}$$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^r}{4} \times H}{\pi \times \frac{D^r}{4} + \pi D \times H}$$

$$M_r = \frac{\pi D \left(\frac{DH}{4} \right)}{\pi D \left(\frac{D}{4} + H \right)}$$

$$M_r = \frac{\frac{DH}{4}}{\frac{D}{4} + H}$$

$$\frac{35}{27} = \frac{\frac{D \times 1 / 5D}{4}}{\frac{D}{4} + 1 / 5D}$$

$$\frac{35}{27} = \frac{\frac{D \times 1 / 5D}{4}}{\frac{5 / 5D + 1 / 5D}{1}}$$

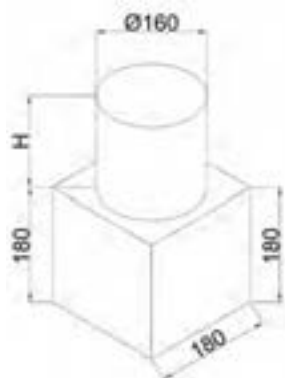
دور در دور و نزدیک در نزدیک

$$\frac{35}{27} = \frac{(D \times 1 / 5D) \times 1}{4 \times (5 / 5D + 1 / 5D)}$$

$$\frac{35}{27} = \frac{1 / 5D^r}{4D}$$

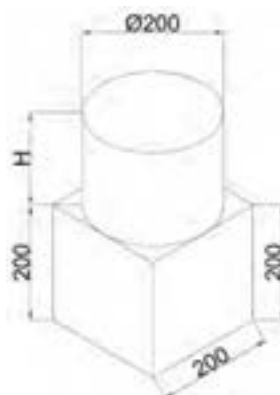
$$\frac{35}{27} = \frac{1 / 5D}{4}$$

	<p>طرفین و وسطین انجام می‌دهیم</p> $\Rightarrow 1/5 D \times 1 = 35/27 \times 8$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول (D)</p> $D = \frac{35/27 \times 8}{1/5} \Rightarrow \boxed{D = 188/11 \text{ mm}}$ <p>از طرفی داریم :</p> $H = 1/5 D$ $H = 1/5 \times 188/11 \Rightarrow \boxed{H = 282/16 \text{ mm}}$ <p>مرحله ۷) به دست آوردن حجم تغذیه</p> $V = \frac{\pi D^2}{4} \times H$ <p>با جای گذاری خواهیم داشت :</p> $V = \frac{\pi \times (188/11)^2}{4} \times 282/16$ $\boxed{V = 7837704/2 \text{ mm}^3}$
<p>تمرین ۱۳-۶ برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۸ cm تغذیه‌ای استوانه‌ای به قطر ۱۶ cm در نظر گرفته شده، در صورتی که ارتفاع تغذیه ۱۶ cm و ضریب ثابت برای مذاب این قطعه فولادی $k=1/5$ دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد مطلوبست :</p> <p>الف - زمان انجماد قطعه بر حسب دقیقه</p> <p>ب- زمان انجماد دقیقه بر حسب دقیقه</p> <p>ج - نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه</p> <p>د- آیا این تغذیه مناسب قطعه است؟ چرا؟</p> <p>(از سطح مشترک تغذیه و قطعه در محل اتصال صرف‌نظر شود)</p>	<p>مثال ۱۳-۶ برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۲۰ cm تغذیه‌ای استوانه‌ای به قطر ۲۰ cm در نظر گرفته شده، در صورتی که ارتفاع تغذیه ۲۰ cm و ضریب ثابت برای مذاب این قطعه فولادی $k=2$ دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد مطلوبست :</p> <p>الف - زمان انجماد قطعه بر حسب دقیقه</p> <p>ب- زمان انجماد دقیقه بر حسب دقیقه</p> <p>ج - نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه</p> <p>د- آیا این تغذیه مناسب قطعه است؟ چرا؟</p> <p>(از سطح مشترک تغذیه و قطعه در محل اتصال صرف‌نظر شود)</p>



شکل ۶-۱۲

حل (توسط هنرجو):



شکل ۶-۱۱

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$a = ۲۰\text{ cm}$	
$D = ۲۰\text{ cm}$	$t_c = ?$
$H = ۲۰\text{ cm}$	$t_r = ?$
$k = ۲ \frac{\text{min}}{\text{cm}^۲}$	$\frac{t_r}{t_c} = ?$
$\pi = ۳$	

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} \quad t_c = k(M_c)^۲$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} \quad t_r = k(M_r)^۲$$

مرحله (۳) به‌دست آوردن حجم و سطح مکعب و

تغذیه استوانه‌ای

$$\text{حجم مکعب } V_c = a^۳ = ۲۰ \times ۲۰ \times ۲۰ = ۸۰۰۰ \text{ cm}^۳$$

$$\text{سطح مکعب } A_c = ۶a^۲ = ۶ \times (۲۰ \times ۲۰) = ۲۴۰۰ \text{ cm}^۲$$

$$\text{حجم استوانه } V_c = \frac{\pi D^۲}{۴} \times H = \frac{\pi \times (۲۰)^۲}{۴} \times ۲۰$$

$$V_c = \frac{۳ \times ۸۰۰۰}{۴} \Rightarrow V_c = ۶۰۰۰ \text{ cm}^۳$$

	<p>مساحت استوانه $A_r = \left(r \times \frac{\pi D^2}{4} \right) + (\pi DH)$</p> <p>$A_r = \left(r \times \frac{\pi \times (r_o)^2}{4} \right) + (\pi \times r_o \times r_o)$</p> <p>$A_r = \frac{r \times \pi \times r_o^2}{4} + \frac{\pi \times r_o \times r_o}{1}$</p> <p>$A_r = 600 + 1200 \Rightarrow A_r = 1800 \text{ cm}^2$</p> <p>مرحله ۴) به دست آوردن مدول قطعه مکعبی و تغذیه :</p> <p>$M_c = \frac{8000}{2400} = 3 / 33$</p> <p>$M_r = \frac{6000}{1800} = 3 / 33$</p> <p>مرحله ۵) به دست آوردن زمان انجماد قطعه</p> <p>دقیقه $t_c = r \times (3 / 33)^2 \Rightarrow t_c = 22 / 17$</p> <p>مرحله ۶) به دست آوردن زمان انجماد تغذیه</p> <p>دقیقه $t_r = r \times (3 / 33)^2 \Rightarrow t_r = 22 / 17$</p> <p>مرحله ۷) به دست آوردن نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه</p> <p>$\frac{t_r}{t_c} = \frac{22 / 17}{22 / 17} \Rightarrow \frac{t_r}{t_c} = 1$</p>
	<p>مرحله ۸) جواب قسمت د : این تغذیه برای قطعه مناسب نیست چون زمان انجماد آن با قطعه برابر است، تغذیه ای مناسب است که بعد از انجماد کامل قطعه، منجمد شوند.</p>

سیمای فصل هفتم

۷- سیستم راهگاهی

۷-۱- قانون برنولی

۷-۲- قانون تریچلی

۷-۳- قانون تداوم یا پیوستگی

۷-۴- قانون پاسکال

۷-۵- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب)

۷-۶- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاهی

۷-۷- سرعت خطی مذاب

۷-۸- تعیین زمان بارریزی

۷- سیستم راهگاهی

برای تولید یک قطعه ریختگی سالم نیاز به یک سیستم راهگاهی مناسب می‌باشد. بنابراین طراحی سیستم راهگاهی بسیار مهم است. برای طراحی سیستم راهگاهی مناسب نیاز است که قوانین مربوط به جریان مذاب در سیستم راهگاهی و درون قالب را مطالعه شود. برای این منظور می‌توان از قوانین مربوط به مکانیک سیالات استفاده نمود، لذا باید مذاب را یک سیال کامل (ایده‌آل) در نظر گرفت. در صورتی که در واقع در هنگام بارریزی و نیز قرار گرفتن فلز مذاب در قالب، سیالیت، گرانروی و دیگر خواص مذاب در حال تغییر است. بنابراین برای فهمیدن بهتر اصول محاسبه سیستم‌های راهگاهی باید قوانین و اصول مهم علمی آنها را مطالعه نمود.

۷-۱- قانون برنولی :

سیستم بسته عبارت است از محیطی که کاملاً مستقل از اطراف آن است و با محیط اطراف آن مبادله کار و گرما نمی‌کند.

براساس قانون برنولی در یک سیستم بسته، مجموع انرژی برای مایعات ایده‌آل مقدار ثابتی است. به طوری که در سیستم بسته انرژی از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند، اما مجموع آن همیشه ثابت است. معمولاً هر مایعی که در یک سیستم بسته در حال جریان است دارای سه نوع انرژی می‌باشد.

الف - انرژی پتانسیل (U): اگر جسمی با جرم (m) معین در یک ارتفاع مشخص مانند h از سطح زمین قرار گرفته باشد. انرژی پتانسیل برابر است با حاصلضرب وزن جسم در ارتفاع آن از سطح زمین.

$$\left. \begin{array}{l} \text{ارتفاع از سطح زمین} \times \text{وزن جسم} \\ (h) \times (W) \end{array} \right\} \Rightarrow U = mgh \quad (7-1) \text{ رابطه}$$

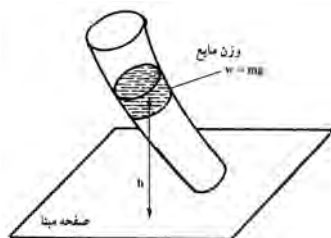
$$(g) \text{ شتاب ثقل} \times (m) \text{ جرم جسم} = W$$

که در آن :

U : انرژی پتانسیل بر حسب ژول (j)

h : ارتفاع جسم بر حسب متر (m)

g : شتاب جاذبه زمین بر حسب متر بر مجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$



شکل (۷-۱)

بنابراین اگر این جسم، مذاب فلز باشد و در فاصله معینی از سطح مشخصی مثلاً کف قالب قرار گرفته باشد، انرژی پتانسیل آن برابر U است، حال در صورتی که وزن مذاب برابر یک نیوتن (واحد وزن) باشد انرژی پتانسیل آن برابر خواهد بود با :

$$W = 1 \text{ N}$$

در این صورت انرژی پتانسیل مذاب برابر خواهد بود با :

$$U = W \times h = 1 \times h$$

$$U = h$$

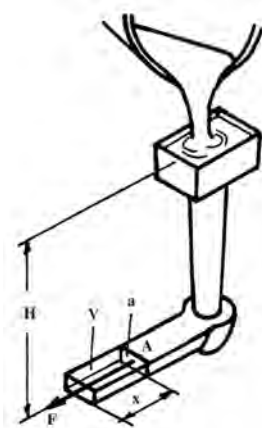
رابطه (۷-۲)

که در آن :

U : انرژی پتانسیل به ازای واحد وزن بر حسب متر (m)

h : ارتفاع مذاب بر حسب متر (m)

ب - انرژی فشاری (E_{pr}): مذاب درون قالب سبب نیروی فشاری ستونی از مایع (به ارتفاع H) که به سطح مقطع حجم معینی وارد و سبب ایجاد انرژی می شود که این انرژی باعث جابجایی و حرکت این ستون مایع می شود. این انرژی در هنگام بارریزی حجم معین مذاب در داخل راهبار باعث جابجایی و حرکت مذاب می شود مطابق شکل (۷-۲).



شکل ۷-۲- محاسبه انرژی فشاری

مذاب وارد راهبار به ارتفاع H می شود و در اثر فشاری که در ستون مذاب به ارتفاع H ایجاد می شود مذاب درون راهبار حرکت می کند که این فشار برابر است با :

$$P_A = \rho Hg$$

رابطه (۷-۳)

که در آن :

ρ : چگالی مذاب

A: ارتفاع ستون مذاب

g : شتاب ثقل

این فشار سبب ایجاد نیروی F در نقطه a راهبار به سطح مقطع می‌شود که امتداد نیروی F عمود بر سطح مقطع است که برابر است با :

$$F = P_A \cdot a \quad \text{رابطه (۷-۴)}$$

که در آن :

F : نیروی وارد بر سطح مقطع a

P_A : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

این نیرو سبب جابجایی مذاب از نقطه A به اندازه X می‌شود که انرژی حاصل از این جابجایی برابر است با :

$$E_{pr} = F \cdot X = P_A \cdot a \cdot x \quad \text{رابطه (۷-۵)}$$

که در آن :

P_A : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

X : فاصله جابجایی مذاب

در این حالت حجم مذاب جابجا شده برابر است با حجم مکعب مستطیل با سطح مقطع و طول یعنی :

$$V = a \cdot x \quad \text{رابطه (۷-۶)}$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$\left. \begin{array}{l} E_{pr} = P_A \cdot a \cdot x \\ V = a \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow E_{pr} = P_A \cdot V \quad \text{رابطه (۷-۷)}$$

که در آن :

E_{pr} : انرژی فشاری

P_A : فشار ستون مذاب

V : حجم مذاب جابجا شده

از طرف دیگر داریم :

$$\left. \begin{array}{l} w = mg \\ m = \rho v \end{array} \right\} \Rightarrow w = \rho v g \Rightarrow \frac{w}{\rho g} = \frac{\rho v g}{\rho g}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{w}{\rho g}}$$

رابطه (۷-۸)

که در آن :

W : وزن

V : حجم

ρ : چگالی

g : شتاب ثقل

بنابراین با جای گذاری مقدار V در رابطه E_{pr} خواهیم داشت:

$$E_{pr} = P_A \cdot \frac{w}{\rho \cdot g} = \frac{P_A \cdot w}{\rho \cdot g}$$

حال اگر وزن مایع برابر ۱ N یک نیوتن (واحد وزن) در نظر گرفته شود خواهیم داشت :

$$w = 1 \text{ N}$$

بنابراین انرژی فشاری E_{pr} برای واحد وزن برابر خواهد بود با :

$$E_{pr} = \frac{P_A \times 1}{\rho \cdot g} = \frac{P_A}{\rho \cdot g}$$

رابطه (۷-۹)

که در آن :

E_p : انرژی فشاری به ازای واحد وزن بر حسب متر

P_A : فشار مذاب بر حسب نیوتن بر متر $\left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$

ρ : چگالی مذاب بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$

g : شتاب جاذبه بر حسب نیوتن بر کیلوگرم $\left(\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

ج - انرژی جنبشی (k) : با توجه به اینکه مذاب با یک سرعت خطی در داخل سیستم راهگاهی حرکت

می کند، بنابراین دارای یک انرژی جنبشی است، این انرژی جنبشی برابر است با :

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \quad \text{رابطه (۷-۱۰)}$$

که در آن :

k : انرژی جنبشی

m : جرم

V : سرعت خطی مذاب

از طرف دیگر داریم :

$$w = mg \Rightarrow \frac{w}{g} = \frac{m}{g} \Rightarrow m = \frac{w}{g}$$

بنابراین با جای گذاری $m = \frac{w}{g}$ در رابطه انرژی جنبشی خواهیم داشت :

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \frac{w}{g} V^2 \Rightarrow K = \frac{w V^2}{2g}$$

در صورتی که وزن مذاب یک نیوتن (واحد وزن) باشد، خواهیم داشت: ($w = 1 \text{ N}$)

$$K = \frac{1 \times V^r}{\rho g} \Rightarrow \boxed{K = \frac{V^r}{\rho g}} \quad \text{رابطه (۷-۱۱)}$$

که در آن:

k : انرژی جنبشی به ازای واحد وزن بر حسب متر

V : سرعت خطی مذاب بر حسب متر بر ثانیه $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

g : شتاب جاذبه برابر با 9.8 m/s^2

بنابراین با توجه به اینکه در قانون برنولی جمع جبری انرژی‌ها در سیستم بسته مقداری ثابت است، این انرژی

در ریخته‌گری مذاب به داخل قالب برابر با مجموع انرژی پتانسیل، فشاری و جنبشی است که همواره مقداری

مقدار ثابت $E = U + E_{pr} + K =$

$U = h$

$E_{pr} = \frac{P_A}{\rho g}$

$K = \frac{V^r}{\rho g}$

$$\Rightarrow E = h + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^r}{\rho g} = \text{مقداری ثابت است} \quad \text{رابطه (۷-۱۲)}$$

بنابراین در دو حالت مختلف خواهیم داشت:

$$h_1 + \frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^r}{\rho_1 g} = h_2 + \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^r}{\rho_2 g} \quad \text{رابطه (۷-۱۳)}$$

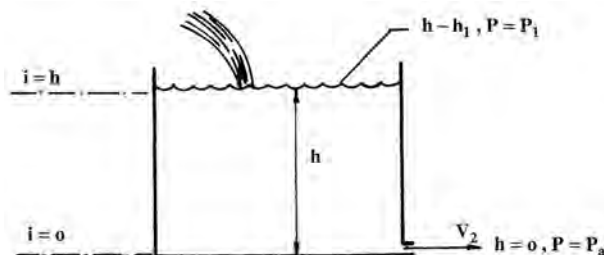
۷-۲- قانون تریچلی:

این قانون در واقع کاربرد خاصی از قانون برنولی است. اگر ظرفی مطابق شکل ۷-۳ در نظر گرفته شود که در

آن مایعی به ارتفاع h_1 در آن قرار دارد. در ته ظرف ($h = 0$) سوراخی برای خروج مایع وجود دارد. در صورتی که

مایع خارج شده از این ظرف به طور مداوم از قسمت بالا به آن اضافه شود، می‌توانید انرژی را در $h = h_1$ و $h = 0$

بنویسید.



شکل ۷-۳

$$h = h_1 \Rightarrow \begin{cases} P = P_A \\ V = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = U + E_{pr} + K = h + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^r}{2g} \\ E = h_1 + \frac{P}{\rho g} + 0 \end{cases}$$

$$h = 0 \Rightarrow \begin{cases} P = P_A \\ V = V_r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = U + E_{pr} + K \\ E = 0 + \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_r^r}{2g} \end{cases}$$

با توجه به اینکه ارتفاع ظرف کم است، P_a را برابر P_1 (فشار اتمسفر) بر حسب نیوتن بر مترمربع در نظر می گیرند. با مساوی قرار دادن دو انرژی خواهیم داشت :

$$P_1 = P_a$$

$$h_1 + \frac{P}{\rho g} = \frac{P}{\rho g} + \frac{V_r^r}{2g}$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{V_r^r}{2g} \Rightarrow h_1 \times 2g = \frac{V_r^r}{2g} \times 2g$$

$$\Rightarrow V_r^r = 2gh_1 \Rightarrow \boxed{V_r = \sqrt{2gh_1}} \quad \text{رابطه (۷-۱۴)}$$

که در آن :

$$\begin{aligned} V_r &: \text{سرعت خروج مایع از ته ظرف بر حسب متر بر ثانیه} \left(\frac{m}{s} \right) \\ g &: \text{شتاب ثقل بر حسب متر بر مجذور ثانیه} \left(\frac{m}{s^2} \right) \\ h_1 &: \text{ارتفاع مایع از ته ظرف بر حسب متر (m)} \end{aligned}$$

* این رابطه بیان کننده رابطه تریچلی است.

۷-۳- قانون تداوم یا پیوستگی :

براساس این قانون، حجم مایع یا مذابی که در هر مقطع (دایره‌ای، مربعی و...) جریان دارد در واحد زمان مقدار ثابتی است به عبارت دیگر:

$$Q = \frac{V}{t} = \text{مقداری ثابت} \quad \text{رابطه (۷-۱۵)}$$

که در آن :

$$\begin{aligned} Q &: \text{دبی مایع یا مذاب بر حسب مترمکعب بر ثانیه} \left(\frac{m^3}{s} \right) \\ V &: \text{حجم مذاب یا مایع بر حسب مترمکعب} (m^3) \end{aligned}$$

t : زمان عبور حجم مذاب V بر حسب ثانیه (s)

حجم (V) را می‌توان به صورت حاصلضرب مساحت سطح مقطع (A) در طول مقطع (L) بیان کرد بنابراین

$$\left. \begin{array}{l} V = A.L \\ A = \frac{V}{t} \end{array} \right\} Q = \frac{AL}{t} \Rightarrow Q = A \cdot \frac{L}{t}$$

خواهیم داشت :

رابطه (۷-۱۶)

نسبت $\frac{L}{t}$ برابر است با فاصله طولی طی شده در واحد زمان توسط مذاب که برابر با سرعت خطی مذاب یا مایع

$$\left. \begin{array}{l} \frac{L}{t} = V \\ Q = A \cdot \frac{L}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = A \cdot V$$

است، بنابراین داریم :

رابطه (۷-۱۷)

که در آن :

V : سرعت خطی مایع یا مذاب بر حسب متر بر ثانیه

A : مساحت سطح مقطعی که مذاب با سرعت V از آن عبور می‌کند بر حسب مترمربع

با توجه به مسائل ذکر شده و قانون تداوم در یک سیستم بسته برای دو نقطه مختلف از سیستمی که مذاب از

آن عبور می‌کند دبی (Q) جریان ثابت است بنابراین :

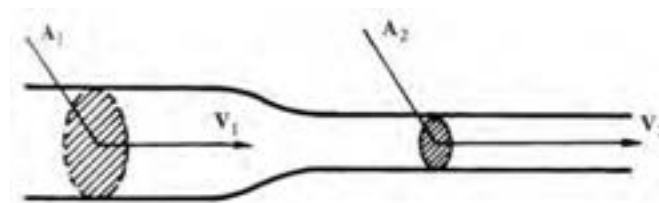
$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

رابطه (۷-۱۸)

با توجه به اینکه در یک سیستم بسته، دبی جریان ثابت است، بنابراین با توجه به رابطه دبی که حاصلضرب

سطح مقطع (A) در سرعت جریان (V) است، سطح مقطع با سرعت جریان مایع رابطه عکس دارد. به عبارت

دیگر هرچه قدر سطح مقطع کاهش یابد، سرعت جریان مایع یا سیال افزایش می‌یابد.



شکل ۷-۴- سرعت سیلان مایع در یک کانال با سطوح مقاطع غیریکنواخت

با استفاده از قوانین تریچلی و تداوم می‌توان با توجه به ارتفاع ریختن مذاب، سرعت پر شدن قالب و در نتیجه

زمان ریختن بار را محاسبه نمود. مطابق شکل ۷-۵ کتاب به طور شماتیک پاتیل و راهگاه بارریز در نظر گرفته

می‌شود. فرض می‌شود مقدار مذابی که از پاتیل خارج می‌شود برابر مقدار مذاب خروجی از انتهای راهگاه بارریز

است.

از طرفی براساس قانون تریچلی داریم :

$$V_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}}$$

$h_s - h_p$ ارتفاع مذاب از پاتیل سطح فوقانی حوضچه بارریز

$$V_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \quad \text{بنابراین}$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$Q_o = Q_p = V_p A_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \cdot A_p$$

با قرار دادن معادل Q_o خواهیم داشت :

$$Q_o = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_p}} \times A_o = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \times A_p = Q_p$$

$$\Rightarrow \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_p}} \times A_o = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \times A_p$$

طرفین رابطه را بر $\sqrt{h_s - h_p}$ تقسیم می کنیم

$$\Rightarrow \sqrt{h_p} \times A_o = \sqrt{h_s - h_p} \times A_p$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_o = \frac{\sqrt{h_s - h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_p \Rightarrow \frac{\sqrt{h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_o = A_p$$

$$\Rightarrow A_p = A_o \sqrt{\frac{h_p}{h_s - h_p}} \quad \text{رابطه (۷-۲۲)}$$

که در آن $h_s - h_p$ برابر فاصله بین دهانه پاتیل تا سطح فوقانی حوضچه بارریز است.

در شکل ۵-۷ فشار در تمام سطوح صفر (انتهای راهگاه بارریز) سطح ۲ (ورودی به حوضچه بارریز) و سطح ۳

(دهانه پاتیل) مساوی و برابر فشار اتمسفر است چون در ارتباط با هوا است.

۷-۴ - قانون پاسکال :

براساس این قانون داخل ظروف مرتبط مانند قالب پر از مذاب، فشار در همه نقاط ظرف که دارای ارتفاع یکسان

یا به عبارت دیگر روی یک سطح افقی قرار دارند، یکسان است.

از طرف دیگر فشار در هر نقطه از مایع برابر است با فاصله آن نقطه تا سطح آزاد مایع ضربدر وزن مخصوص

مایع (جرم حجمی ضربدر شتاب ثقل) به اضافه فشار خارجی که بر مایع اعمال می شود. معمولاً فشار خارجی روی

مایع فشار اتمسفر است، بنابراین رابطه به صورت زیر می باشد :

$$P = P_a + \rho \cdot g \cdot h \quad \text{رابطه (۷-۲۳)}$$

که در آن :

P : فشار در هر نقطه از یک سطح افقی با ارتفاع یکسان برحسب نیوتن برمتر مربع $\left(\frac{N}{m^2}\right)$

$$P_a: \text{فشار اتمسفر بر حسب نیوتن بر مترمربع} \left(\frac{N}{m^2} \right)$$

$$\rho: \text{چگالی مذاب بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب} \left(\frac{kg}{m^3} \right)$$

$$h: \text{ارتفاع یا فاصله عمودی نقطه تا سطح آزاد مایع بر حسب متر (m)}$$

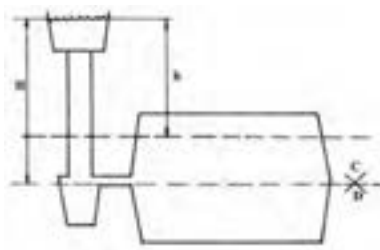
با توجه به اینکه در تمام نقاط قالب فشار هوای خارجی برابر فشار اتمسفر است، بنابراین فشار مطلق که بر یک نقطه در درون مایع در تمام جهات وارد می‌شود برابر است با: $P = \rho \cdot g \cdot h$

اگر یک قالب را مطابق شکل ۶-۷ در نظر بگیریم فشار هیدرواستاتیکی وارد بر هر نقطه درون مذاب در بعضی نقاط قالب و راهگاه بر حسب ارتفاع مذاب نشان داده شده است. فشار در هر نقطه از قالب که در ارتفاع دلخواه h نسبت به سطح آزاد مذاب قرار دارد برابر است با:

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

بر همین اساس با توجه به اینکه فاصله عمودی سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر H است فشار وارد بر هر نقطه در مذاب در سطح جدایش برابر است با:

$$P = \rho g H$$



شکل ۶-۷- نمایش شماتیکی قطعه ریختگی / راهگاه‌هایی که از فلز مذاب پرگردیده‌اند.

۵-۷- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب):

جریان هر مایعی درون یک کانال می‌تواند به دو صورت آرام یا اغتشاشی انجام شود. جریان آرام، جریانی است که سرعت آن در یک کانال از دیواره کانال تا مرکز آن به تدریج افزایش یابد.

براین اساس می‌توان سرعت جریان مذاب در دیواره‌های راهگاه به علت اصطکاک با دیواره راهگاه بسیار کم در نظر گرفت، در صورتی که در مرکز سطح مقطع راهگاه این سرعت حداکثر مقدار خود است در این صورت لایه‌های مایع در حال جریان باید با سرعت‌های متفاوتی روی یکدیگر لغزش کنند در حقیقت چنین جریانی از مایع با حداقل اصطکاک انجام می‌شود.

در صورتی که سرعت متوسط مایع افزایش یابد از یک سرعت معین به بالا افزایش لایه‌های مایع روی یکدیگر از

مقدار استحکام برشی مایع تجاوز نمی‌کند. در این حالت جریان آرام و در یک جهت مایع ادامه نمی‌یابد و جریان مایع به صورت چند جهتی و در نتیجه به صورت اغتشاشی ادامه خواهد یافت. کیفیت جریان مایع از لحاظ آرام بودن یا ناآرام بودن (اغتشاشی) توسط عدد بدون بُعد رینولدز، Re مطابق ذیل مشخص می‌شود.

$$Re = \rho \cdot D \cdot V \cdot \frac{1}{\eta} \quad \text{رابطه (۷-۲۴)}$$

که در آن :

Re : عدد رینولدز بدون واحد

ρ : جرم مخصوص مایع بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

D : قطر کانال عبور مایع بر حسب متر (m)

V : سرعت جریان مایع بر حسب متر بر ثانیه $\left(\frac{m}{s}\right)$

η : ویسکوزیته (چسبندگی) دینامیکی بر حسب کیلوگرم بر (متر \times ثانیه) $\left(\frac{kg}{m \cdot s}\right)$

برای مقاطع کانال‌های غیردایره D ، قطر معادل است که از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}} \quad \text{رابطه (۷-۲۵)}$$

معمولاً در ریخته‌گری برای اینکه به قطعات سالم و بدون تخلخل گازی و ذرات سرباره‌ای دست پیدا کنیم باید

سیستم راهگاهی طوری طراحی شود که جریان مذاب آرام و با حداقل آشفتگی باشد. شکل ۷-۷-الف

براساس آزمایشات انجام شده اگر عدد رینولدز از ۳۰۰۰ کمتر باشد جریان سیال کاملاً آرام و بدون حرکت

اغتشاشی و به صورت لایه‌های موازی انجام می‌گیرد. در صورتی که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ باشد، تلاطم و

اغتشاش شروع می‌شود. اگر در ریخته‌گری عدد رینولدز در حد آرام در نظر گرفته شود سرعت خطی مذاب و قطر

راهباره‌ها به اندازه‌ای کوچک خواهد بود که عملاً ریخته‌گری غیرممکن است.

<p>تمرین ۷-۱ مذابی از فولاد آرام ($R_e = 2000$) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع دایره به قطر ۵ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۵ پواز و چگالی آن $7/8 \text{ g/cm}^3$ باشد سرعت خطی مذاب را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۷-۱ مذابی از فولاد آرام ($R_e = 1800$) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع دایره به قطر ۳ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۴ پواز و چگالی آن $7/8 \text{ g/cm}^3$ باشد سرعت خطی مذاب را محاسبه کنید.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p> <table border="1" data-bbox="843 594 1313 936"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">$V = ?$</td><td>$D = 3 \text{ cm}$</td></tr> <tr> <td>$R_e = 1800$</td></tr> <tr> <td>$\eta = 0.04 \left(\frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right)$</td></tr> <tr> <td>$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله</p> $V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D}$ <p>مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $V = \frac{0.04 \times 1800}{7/8 \times 3} \Rightarrow V = 3.077 \text{ cm/s}$	خواسته	داده‌ها	$V = ?$	$D = 3 \text{ cm}$	$R_e = 1800$	$\eta = 0.04 \left(\frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right)$	$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$
خواسته	داده‌ها							
$V = ?$	$D = 3 \text{ cm}$							
	$R_e = 1800$							
	$\eta = 0.04 \left(\frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right)$							
	$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$							
<p>تمرین ۷-۲ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام ($R_e = 2500$) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۴۸ پواز و چگالی آن $7/5 \text{ g/cm}^3$ باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۷-۲ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام ($R_e = 3000$) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۳۸ پواز و چگالی آن $7/6 \text{ g/cm}^3$ باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p>							

خواسته	داده‌ها
$V = ?$	$a = 2 \text{ cm}$ $(R_e = 3000)$ $\eta = 0.038 \text{ g/cm.s}$ $\rho = 7/6 \text{ g/cm}^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای حل مسأله

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}}$$

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

مرحله ۳) محاسبه قطر موثر

$$\text{مساحت مقطع} = a \times a = 2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$\text{محیط مقطع} = 4 \times a = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$$

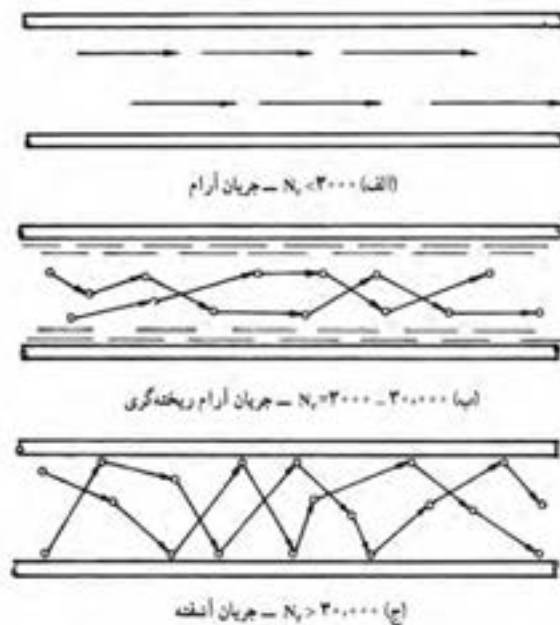
$$D_e = \frac{4 \times 4}{8} = \frac{16}{8} \Rightarrow D_e = 2 \text{ cm}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

سرعت خطی

$$V = \frac{0.038 \times 3000}{7/6 \times 2} \Rightarrow V = 7/5 \text{ cm/s}$$

از نظر ریخته‌گری و همچنین تفاوت زیاد بین دمای مذاب و قالب مشخص شده که اگر عدد رینولدز کمتر از ۳۰۰۰ باشد، در فصل مشترک مذاب و قالب یک لایه نسبتاً غیرآشفته و آرام به وجود می‌آید. براساس مطالعات انجام شده این جریان غیر مضر است و امکان داخل شدن هوا کاهش می‌یابد، چنین حالتی را جریان آرام سطحی با جریان آرام ریخته‌گری گویند شکل ۷-۷-ب. در حالی که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ شود جریان کاملاً آشفته و قطعات ناسالم با مک‌های گازی و آخال ایجاد می‌شود. شکل ۷-۷-ج.



شکل ۷-۷- رابطه میان عدد رینولدز و میزان آشفتگی جریان مذاب

۷-۶- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاهی : (طراحی و محاسبه مقطع تنگه)

اصول طراحی سیستم راهگاهی معمولاً بر محاسبه سطح مقطع تنگه استوار است. تنگه، کوچک‌ترین سطح مقطع در یک سیستم راهگاهی می‌باشد که با توجه به قانون تداوم و ثابت بودن دبی جریان معمولاً سرعت خطی مذاب در این مقطع از تمام مقاطع سیستم راهگاهی بیشتر است. در صورتی که سرعت جریان مذاب در تنگه از حد معینی کمتر باشد قبل از اینکه مذاب بتواند قالب را پر نماید ممکن است در اجزا سیستم راهگاهی و قالب منجمد شود و منجر به ناقص شدن قطعه شود. از طرف دیگر اگر سرعت جریان مذاب در تنگه از یک حد معینی افزایش پیدا کند جریان به صورت ناآرام شده که همین مسئله سبب جذب گاز در مذاب و ایجاد سرباره خواهد شد. بنابراین محاسبه سطح مقطع تنگه بسیار مهم است، که از این قسمت به آن پرداخته می‌شود. حجم مذابی که (V) با سرعت V از تنگه‌ای به مقطع A_c در مدت زمان t می‌گذرد برابر است با :

$$V = A_c \cdot v \cdot t$$

رابطه (۷-۲۶)

از طرفی مطابق قانون چگالی می‌توان نوشت :

$$\frac{\rho}{1} = \frac{m}{v} \Rightarrow \rho \times v = m \times 1$$

طرفین رابطه به ρ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\rho \times v}{\rho} = \frac{m \times 1}{\rho} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

حال با جای گذاری در رابطه فوق خواهیم داشت :

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{m}{\rho} \\ V &= A_c \cdot v \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \frac{A_c \cdot v \cdot t}{1} \Rightarrow m = \rho \cdot A_c \cdot v \cdot t$$

طرفین رابطه را بر $\rho \cdot v \cdot t$ تقسیم می کنیم

$$\frac{m}{\rho \cdot v \cdot t} = \frac{\rho \cdot A_c \cdot v \cdot t}{\rho \cdot v \cdot t} \Rightarrow A_c = \frac{m}{\rho \cdot v \cdot t} \quad \text{رابطه (۷-۲۷)}$$

که در آن :

A_c : سطح مقطع تنگه بر حسب سانتی متر مربع (cm^2)

m : جرم مذاب بر حسب گرم (g)

ρ : چگالی مذاب بر حسب گرم بر سانتی متر مکعب ($\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

V : سرعت مذاب بر حسب سانتی متر بر ثانیه ($\frac{\text{cm}}{\text{s}}$)

t : زمان عبور مذاب (بارریزی) بر حسب ثانیه (s)

با توجه به این رابطه برای به دست آوردن سطح مقطع تنگه باید سرعت مذاب و زمان بارریزی را داشته باشیم.

۷-۷- تعیین سرعت خطی مذاب :

سرعت خطی مذاب در حالت واقعی از سرعت تئوری به دست آمده از قانون تریچلی کمتر است. علت این مسئله اصطکاک بین ذرات (اتمها) مذاب و اصطکاک مذاب با دیواره قالب است. همچنین شکل کانالها و اجزاء سیستم راهگاهی، محل تقاطع آنها، وجود فیلتر مذاب، وجود گازها و هوا در قالب، باعث کاهش سرعت مذاب در سیستم راهگاهی می شود. در عمل رابطه بین سرعت تئوری و سرعت واقعی مذاب به صورت زیر بیان می شود :

$$V = \mu \cdot v_{\text{تئوری}} = \mu \sqrt{2gh} \quad \text{رابطه (۷-۲۸)}$$

که در این رابطه μ ضریبی بدون واحد است که به عنوان ضریب تلفات، ضریب تخلیه یا ضریب ریختگی نامیده می شود. نحوه به دست آوردن این ضریب به این صورت است که ابتدا دبی واقعی مذاب با توجه به حجم محفظه قالب (V) و زمان بارریزی (t) به دست آورده می شود، سپس دبی واقعی بر دبی تئوری حاصل از قانون تریچلی تقسیم می شود، و ضریب μ به دست می آید.

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{V(\text{حجم محفظه قالب})}{t(\text{زمان بارریزی})} \quad \text{دبی واقعی} \\ Q &= A \sqrt{2gh} \quad \text{دبی تئوری} \end{aligned} \right\} \mu = \frac{Q_{\text{واقعی}}}{Q_{\text{تئوری}}} = \frac{\frac{V}{t}}{\frac{A \sqrt{2gh}}{1}} \quad \text{دور در دور و نزدیک در نزدیک}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{V \times 1}{A.t.\sqrt{2}gh} \Rightarrow \mu = \frac{V}{At\sqrt{2}gh}$$

رابطه (۷-۲۹)

که در آن :

h : ارتفاع بار یا ارتفاع استاتیکی مذاب

A : سطح مقطع تنگه

این ضریب (μ) در ریخته‌گری بسیار مهم است. زیرا در صورتی که این ضریب از یک حد معین بیشتر شود چون دبی واقعی مذاب افزایش می‌یابد بنابراین سبب ایجاد جریان آرام مذاب و در نهایت سبب ورود مک‌گازی و سرباره بر مذاب و در نتیجه تولید قطعه ناسالم می‌شود. از طرف دیگر، اگر ضریب μ از یک حدی کمتر باشد، دبی واقعی مذاب کاهش یافته در نتیجه سبب طولانی شدن زمان پر شدن قالب و در نتیجه امکان انجماد زودرس مذاب در سیستم راهگاهی و قالب پیش می‌آید که می‌تواند سبب معیوب شدن قطعه ریختگی شود. ضرایب ریختگی تقریبی برای آلیاژهای مختلف در جدول ۷-۱ ذکر شده است.

جدول ۷-۱- حدود تقریبی ضریب ریختگی برای آلیاژهای مختلف

آلیاژ	ضریب ریختگی (μ)
چدن‌ها	۰/۲۷-۰/۵۵
فولادها	۰/۳-۰/۴۵
فلزات و آلیاژهای غیرآهنی	۰/۶-۰/۷

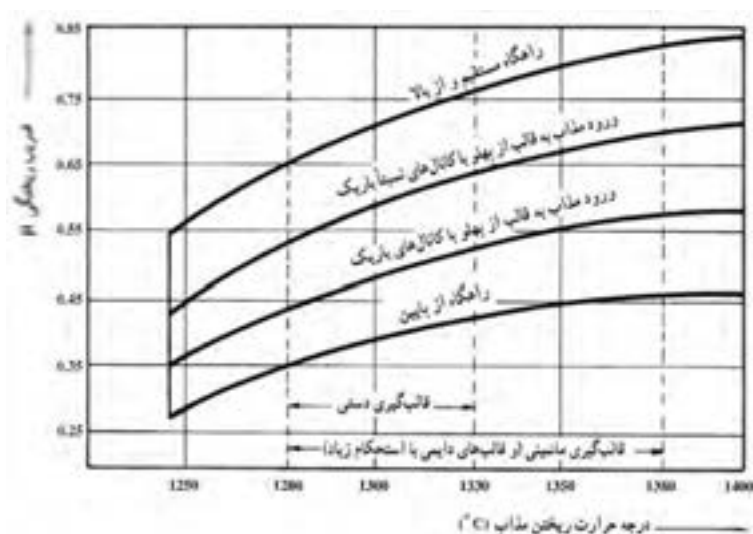
عوامل دیگری همچون نحوه ریختن مذاب و درجه حرارت ریخته‌گری نیز در تعیین ضریب ریختگی مؤثر هستند که در جدول ۷-۲ و شکل ۷-۸ نشان داده شده است.

مطابق جدول ۷-۲ ضریب μ برای فولادهای ریختگی هنگامی از سیستم راهگاهی ساده به طرف معمولی و متوسط و در نهایت درهم و پیچیده می‌رویم، کاهش می‌یابد یعنی هرچه قدر سیستم راهگاهی پیچیده تر می‌شود دبی داخل مذاب کمتر خواهد شد، چون موانع بر سر حرکت مذاب زیاد است.

جدول ۷-۲- ضریب μ برای فولادهای ریختگی نسبت به نوع سیستم راهگاهی

نوع سیستم راهگاهی	ضریب ریختگی (μ)
ساده (شامل یک یا دو کانال در سطح جدایش)	۰/۴-۰/۵
معمولی و متوسط (با راهگاه‌های پله‌ای یا انشعابی)	۰/۳-۰/۴
درهم و پیچیده (شامل صافی‌ها، تغذیه‌ها، راهگاه‌های گردابی و غیره)	۰/۲۵-۰/۳

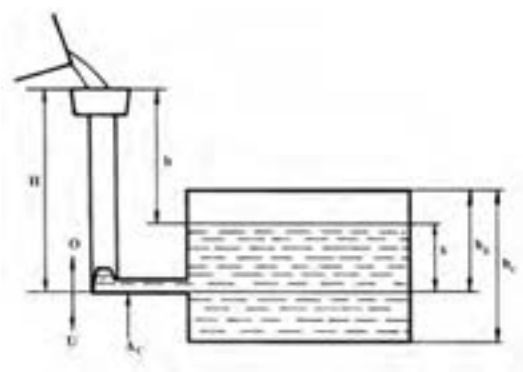
با توجه به شکل ۷-۸ مشخص می‌شود که هرچه درجه حرارت ریختن مذاب در چدن افزایش می‌یابد ضریب μ افزایش می‌یابد که علت آن افزایش دبی واقعی به سمت افزایش سیالیت مذاب است.



شکل ۷-۸- تعیین ضریب ریختگی چدن برحسب درجه حرارت ریختن و نوع سیستم راهگاهی

با توجه به قانون تریچلی، سرعت واقعی مذاب خارج شده از تنگه، به ارتفاع (h) که مذاب تحت آن به درون قالب ریخته می‌شود، بستگی دارد. با توجه به اینکه در محاسبات سیستم راهگاهی دبی ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین سرعت مذاب و در نتیجه ارتفاع (h) ثابت در نظر گرفته می‌شود. این حالت زمانی امکان پذیر است که تمام محفظه قالب در درجه پایین باشد تا ارتفاع مذاب (h) که برابر ارتفاع درجه بالایی است ثابت بماند. اما در همه قطعات قالب ریخته‌گری به این گونه نمی‌باشد و همواره قسمتی از محفظه قالب در درجه بالایی می‌باشد

شکل ۷-۹.



شکل ۷-۹- نمایش شماتیکی یا قالب در برش

در این حالت با توجه به شکل ۷-۹ تا زمانی که قسمت پایین محفظه قالب پر نشده سرعت مذاب از تنگه A_C ثابت است اما زمانی که سطح مذاب از سطح جدایش قالب بالاتر رفت با ادامه مذاب ریزی با توجه به اینکه فاصله بین سطح مذاب در حوضچه بارریز و سطح مذاب داخل قالب در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه A_C به تدریج کاهش می‌یابد. در چنین حالتی سرعت لحظه‌ای مذاب را در تنگه می‌توان از رابطه زیر به دست آورد :

$$V = \mu \sqrt{2g(H-x)} \quad \text{رابطه (۷-۳۰)}$$

که در آن :

V : سرعت لحظه‌ای مذاب

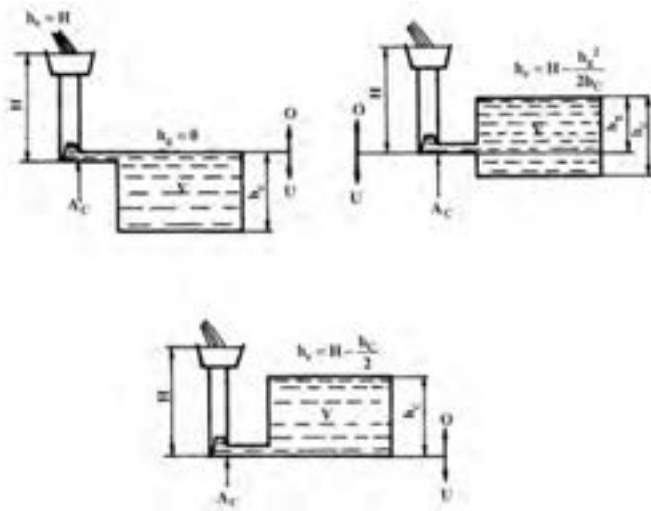
μ : ضریب ریختگی

H : ارتفاع سطح مذاب از حوضچه بارریز تا تنگه A_C (سطح جدایش)

X : فاصله لحظه‌ای سطح مذاب از سطح جدایش (تنگه A_C)

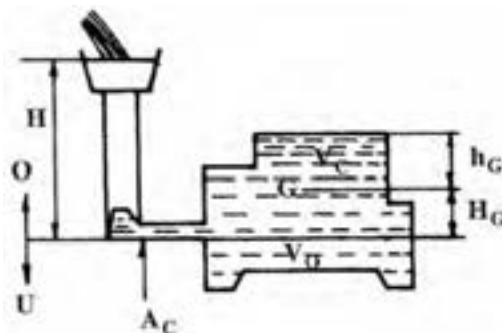
$H-X$: ارتفاع لحظه‌ای سطح مذاب درون محفظه قالب تا سطح مذاب در حوضچه بارریز

با توجه به اینکه ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون محفظه قالب به تدریج در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه ثابت نخواهد ماند بنابراین در هر لحظه این ارتفاع تغییر یافته و سرعت مذاب کاهش خواهد یافت. بنابراین با توجه به اینکه ارتفاع لحظه‌ای تغییر می‌کند می‌توان متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای را که مقدار ثابتی خواهد بود (h_c) در نظر گرفت و با قرار دادن در رابطه تریچلی سرعت مؤثر و ثابتی به دست آورد. در شکل ۷-۱۰ ارتفاع مؤثر h_c برای قطعات ریختگی با سطح مقطع یکنواخت با توجه به مشخصات قطعه و شرایط ریخته‌گری نشان داده شده است.



شکل ۷-۱۰- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت‌های مختلف از تعبیه راهگاه

در حالتی شکل ۷-۱۰ سطح مقطع افقی قطعات ریختگی در قسمت‌های مختلف ارتفاع قطعه متفاوت باشد. ارتفاع مؤثر به ارتفاع ثقل قسمت فوقانی قالب بستگی دارد.



شکل ۷-۱۱- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت کلی

در چنین حالتی ارتفاع مؤثر به صورت زیر محاسبه می‌شود :

مطابق آنچه که در قبل گفته شد، ارتفاع مؤثر برای قسمت پایینی قالب ارتفاع سطح مذاب در حوضچه بارریز تا تنگه یعنی H (ارتفاع استاتیکی مذاب) می‌باشد. اما در قسمت بالایی قالب ثابت شده است که ارتفاع مؤثر (ارتفاع متوسط ثابت) برابر ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح بالایی قطعه (h_G) می‌باشد. با توجه به نسبت حجم قسمت بالایی قالب (V_C) و قسمت پایینی قالب (V_D) به حجم کل محفظه قالب خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times h_G + \frac{V_D}{V} \times H$$

از طرف دیگر داریم : $V_D = V - V_C$ و $h_G = H - H_G$ که در آن H_G ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح جدایش قالب است. لذا خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times (H - H_G) + \frac{V - V_C}{V} \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times H - \frac{V_C}{V} \times H_G + \left(\frac{V}{V} - \frac{V_C}{V} \right) \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} H - \frac{V_C}{V} H_G + \left(1 - \frac{V_C}{V} \right) H$$

$$h_e = \cancel{\frac{V_C}{V}} H - \frac{V_C}{V} H_G + H - \cancel{\frac{V_C}{V}} H$$

$$h_e = H - \frac{V_C}{V} H_G$$

رابطه (۷-۳۱)

که در آن :

h_e : ارتفاع مؤثر (متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای سطح مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون قالب)

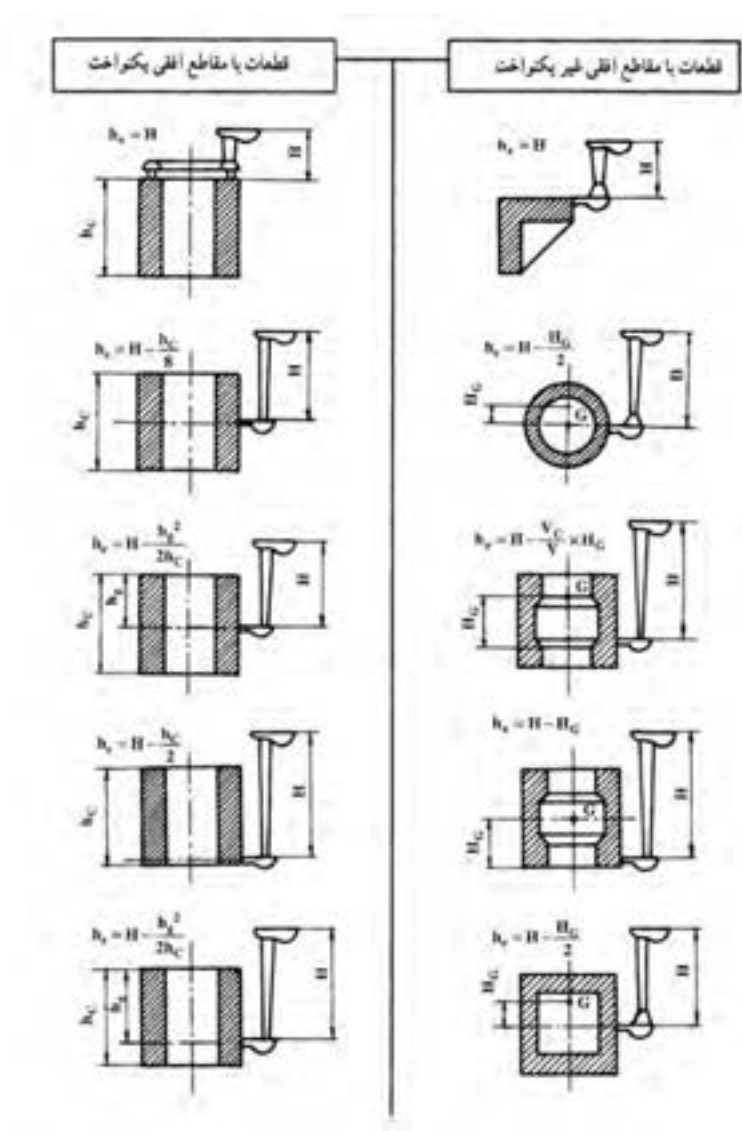
H : ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح جدایش

V_C : حجم قسمت بالایی محفظه قالب

V : حجم کل محفظه قالب

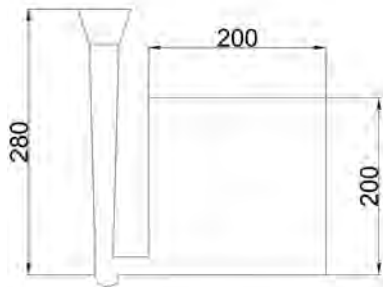
H_G : مرکز ثقل قسمت بالایی قالب

رابطه محاسبه مرکز ثقل چند قطعه متداول در شکل ۱۲-۷ نشان داده شده است.



شکل ۱۲-۷- روابط مربوط به ارتفاع مؤثر برای چند نوع شکل ساده و متداول

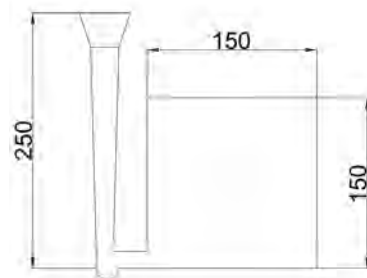
تمرین ۷-۳ مکعبی به ضلع ۲۰ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۸ cm و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را حساب کنید.



شکل (۷-۱۴)

حل (توسط هنجو):

مثال ۷-۳ مکعبی شکل به ضلع ۱۵ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۵ cm و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد، ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۳)

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$h_e = ?$	$a = 15 \text{ cm}$ $H = 25 \text{ cm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

مرحله (۳) تعیین H_G و V_c و h_c



با توجه به این‌که راهبار در قسمت پایین مکعب واقع شده لذا $h_c = 15 \text{ cm}$ ، از طرف دیگر چون قطعه مکعبی شکل است و متقارن می‌باشد بنابراین:

$$H_G = \frac{a}{2} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ cm}$$

	<p>با توجه به این که راهگاه از پایین است لذا خواهیم داشت :</p> $V_c = V = \text{مکعب} = 15 \times 15 \times 15 = V_c = V = 3375 \text{ cm}^3$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه و محاسبه :</p> $h_e = 25 - \frac{3375}{3375} \times 7 / 5$ $h_e = 25 - 7 / 5 \Rightarrow h_e = 17 / 5 \text{ cm}$						
<p>تمرین ۴-۷ در صورتی که در تمرین قبل، ضریب ریختگی ۰/۶ باشد، سرعت مؤثر مذاب را حساب کنید. حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۴-۷ در صورتی که در مثال قبل، ضریب ریختگی ۰/۴ باشد، سرعت مؤثر مذاب را به دست آورید.</p> <p>حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها</p> <table border="1" data-bbox="874 801 1281 1050"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">$V = ?$ مؤثر</td><td>$\mu = 0 / 4$</td></tr> <tr> <td>$h_e = 17 / 5 \text{ cm}$</td></tr> <tr> <td>$g = 10 \text{ m/s}^2$</td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) تبدیل واحد. واحد شتاب ثقل را از m به cm تبدیل می کنیم</p> $g = 10 \text{ m/s}^2 = 10 \times 100 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow g = 1000 \text{ cm/s}^2$ <p>مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله</p> $V = \mu \sqrt{2gh_e}$ $V = 0 / 4 \sqrt{2 \times 1000 \times 17 / 5} \Rightarrow V = 74 / 8 \text{ cm/s}$	خواسته	داده ها	$V = ?$ مؤثر	$\mu = 0 / 4$	$h_e = 17 / 5 \text{ cm}$	$g = 10 \text{ m/s}^2$
خواسته	داده ها						
$V = ?$ مؤثر	$\mu = 0 / 4$						
	$h_e = 17 / 5 \text{ cm}$						
	$g = 10 \text{ m/s}^2$						
<p>۷-۲-۲- تعیین زمان بارریزی :</p> <p>زمان بارریزی معمولاً به صورت تجربی به دست می آید و در حقیقت مدت زمان معینی است که اگر تحت آن محفظه قالب از مذاب پر شود قطعه سالم از لحاظ کیفیت تولید می شود که اگر زمان بارریزی از آن زمان بیشتر یا کمتر باشد قطعه دارای عیب و نقص تولید خواهد شد. برای این منظور روابط تجربی با توجه به نوع قالب و آلیاژ ریختگی وجود دارد که در جداول ۷-۳ و ۷-۴ و ۷-۵ برای قالب ماسه ای و تعدادی از آلیاژهای متداول روابط تجربی زمان بارریزی آمده است.</p>							

با تعیین زمان بارریزی مطابق جدول ۷-۳ می‌توان با توجه به روابط قبلی مساحت تنگه A_c را به‌دست آورد.

$$\left. \begin{aligned} A_c &= \frac{m}{\rho \cdot t \cdot v} \\ V &= \mu \sqrt{rg h_e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{rg h_e}} \quad \text{رابطه (۷-۳۲)}$$

که در آن :

m : جرم مذاب برحسب گرم

ρ : چگالی مذاب برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب

t : زمان بارریزی برحسب ثانیه

g : شتاب ثقل برابر ۹۸۱ سانتی‌متر بر مجذور ثانیه

h_e : ارتفاع مؤثر برحسب سانتی‌متر

A_c : سطح مقطع تنگه برحسب سانتی‌متر مربع

حال برای فلزات آهنی در صورتی که جرم مذاب برحسب کیلوگرم و زمان بارریزی (t) برحسب ثانیه انتخاب شوند. با در نظر گرفتن چگالی تقریبی $\gamma \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ رابطه به شکل زیر خواهد بود :

$$A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{rg h_e}}$$

$$m = 1000 \text{ gr}$$

$$\rho = \gamma \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

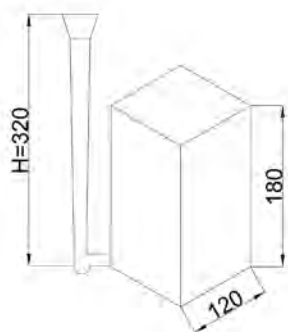
$$g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$A_c = \frac{1000m}{\rho t \mu \sqrt{rg} \times \sqrt{h_e}}$$

صورت و مخرج به ۱۰۰۰ تقسیم می‌شود

$$A_c = \frac{\frac{1000m}{1000}}{\frac{\gamma \sqrt{rg}}{1000} t \mu \sqrt{h_e}} = \frac{m}{0.31 t \mu \sqrt{h_e}}$$

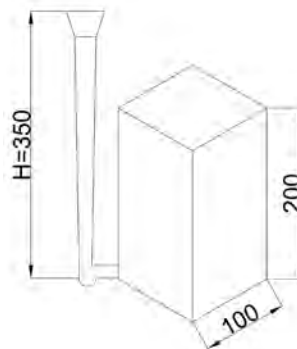
تمرین ۷-۵ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم 12 kg با قاعده مربعی به ضلع 12 cm و ارتفاع 18 cm در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب 32 cm و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی 18 s و چگالی $\gamma\text{ g/cm}^3$ باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. ($\mu = 0.38$)



شکل (۷-۱۶)

حل (توسط هنجرو):

مثال ۷-۵ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم 10 kg با قاعده مربعی به ضلع 10 cm و ارتفاع 20 cm در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب 35 cm و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی 20 s و چگالی $\gamma\text{ g/cm}^3$ باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. ($\mu = 0.45$)



شکل (۷-۱۵)

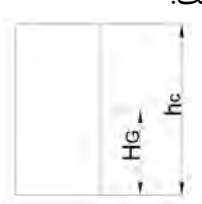
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$m = 10\text{ kg}$ $a = 10\text{ cm}$ $H = 35\text{ cm}$ $t = 20\text{ s}$ $h_c = 20\text{ cm}$ $\rho = \gamma\text{ g/cm}^3$ $\mu = 0.45$ $g = 10\text{ m/s}^2$	$h_e = ?$ $A_c = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

	$A_c = \frac{m}{\rho \cdot t \cdot \mu \sqrt{2gh_e}}$ <p>مرحله ۳) به دست آوردن h_e:</p> <p>با توجه به این که راهباره از کف است $h_c = 20 \text{ cm}$ و $V_c = V$ از طرف دیگر با توجه به این که قطعه به شکل متقارن است.</p>  <p>شکل (۱۷-۷)</p> $H_G = \frac{1}{2} h_c = \frac{1}{2} \times 20$ $H_G = 10 \text{ cm}$ $h_e = 35 - \frac{V_c}{V} \times 10 = 35 - (1 \times 10)$ $h_e = 35 - 10 \Rightarrow h_e = 25 \text{ cm}$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه A_c برای به دست آوردن مساحت مقطع.</p> $m = 10 \text{ kg} = 10 \times 1000 \Rightarrow m = 10000 \text{ gr}$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \times 100 \Rightarrow g = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ $A_c = \frac{10000}{7 \times 10 \times 0.45 \sqrt{2 \times 1000 \times 25}} = \frac{10000}{7043.61}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto;"> $A_c = 1/42 \text{ cm}^2$ </div>
<p>تمرین ۶-۷ در یک سیستم راهگاهی برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه 4 cm^2 و جرم قطعه ریختگی 74 kg می باشد در صورتی که زمان بارریزی 20 s و ضریب ریختگی 0.4 باشد مطلوبست:</p> <p>الف - ارتفاع مؤثر بر حسب سانتی متر</p> <p>ب - سرعت واقعی مذاب در تنگه بر حسب سانتی متر بر ثانیه</p>	<p>مثال ۶-۷ در یک سیستم راهگاهی برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه 5 cm^2 و جرم قطعه ریختگی 84 kg می باشد در صورتی که زمان بارریزی 24 s و ضریب ریختگی 0.5 باشد مطلوبست:</p> <p>الف - ارتفاع مؤثر (h_e) بر حسب سانتی متر</p> <p>ب - سرعت واقعی مذاب در تنگه بر حسب سانتی متر بر ثانیه</p>

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$h_e = ?$	$m = ۸۴ \text{ kg}$
$V = ?$	$t = ۲۴ \text{ s}$
	$A_c = ۵ \text{ cm}^۲$
	$\mu = ۰/۵$
	$\rho = ۷ \text{ g/cm}^۳$
	$g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$

مرحله (۲) تبدیل واحد.

$$m = ۸۴ \text{ kg} = ۸۴ \times (\text{kg}) = ۸۴ \times ۱۰۰۰ \text{ gr} \Rightarrow m = ۸۴۰۰۰ \text{ gr}$$

$$g = ۱۰ \text{ m/s}^۲ = ۱۰ \times (۱ \text{ m/s}^۲) = ۱۰ \times (۱۰۰ \text{ cm/s}^۲) \Rightarrow g = ۱۰۰۰ \text{ cm/s}^۲$$

مرحله (۳) نوشتن روابط لازم برای حل مسأله

$$A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{2gh_e}}$$

$$V = \mu \sqrt{2gh_e}$$

مرحله (۴) محاسبه h_e

$$\frac{۵}{۱} = \frac{۸۴۰۰۰ \times ۱}{۷ \times ۲۴ \times ۰/۵ \sqrt{۲ \times ۱۰۰۰ \times h_e}}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$۵ \times ۷ \times ۲۴ \times ۰/۵ \sqrt{۲ \times ۱۰۰۰ \times h_e} = ۸۴۰۰۰ \times ۱$$

$$۴۲۰ \sqrt{۲۰۰۰ h_e} = ۸۴۰۰۰$$

طرفین رابطه را بر ۴۲۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\cancel{۴۲۰} \sqrt{۲۰۰۰ h_e}}{\cancel{۴۲۰}} = \frac{۸۴۰۰۰}{۴۲۰}$$

طرفین رابطه را به توان ۲ می‌رسانیم

$$(\sqrt{۲۰۰۰ h_e})^۲ = (۲۰۰)^۲$$

$$۲۰۰۰ h_e = ۴۰۰۰۰$$

حل (توسط هنجو):

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{2000 h_e}{2000} = \frac{40000}{2000} \Rightarrow h_e = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۵) محاسبه سرعت

$$V = 0.5 \times \sqrt{2 \times 1000 \times 20}$$

$$V = 0.5 \times \sqrt{40000} \Rightarrow V = 0.5 \times 200 \Rightarrow V = 100 \text{ cm/s}$$

تمرین ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مستطیل شکل به طول و عرض ۳ و ۲ سانتی متر به طور نیمه آرام $R_e = 1200$ حرکت می کند. در صورتی که ویسکوزیته مذاب 0.07 کیلوگرم بر مترثانیه و جرم مخصوص آن 7000 کیلوگرم بر سانتی متر مکعب باشد سرعت مذاب در این کانال بر حسب سانتی متر بر ثانیه حساب کنید.

حل (توسط هنجو):

مثال ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مؤثر $1/2 \text{ cm}$ به طور نیمه آرام $R_e = 1200$ حرکت می کند. در صورتی که ویسکوزیته مذاب 0.07 پواز و جرم مخصوص آن 7 g/cm^3 باشد سرعت مذاب در این کانال بر حسب سانتی متر بر ثانیه حساب کنید.

حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها

خواسته	داده ها
$V = ?$	$D_e = 1/2 \text{ cm}$ قطر مؤثر
	$R_e = 1200$
	$\eta = 0.07 \text{ gr/cm.s}$
	$\rho = 7 \text{ g/cm}^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه

$$V = \frac{0.07 \times 1200}{7 \times 1/2} \Rightarrow V = 100 \text{ cm/s}$$

تمرین ۷-۸ مطلوبست تعیین نسبت سرعت جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد 40×12 میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. ($\pi = 3$)
حل: (توسط هنرجو)

مثال ۷-۸ مطلوبست تعیین نسبت سرعت‌های جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد 48×15 میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره، جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. ($\pi = 3$)

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده
$\frac{V_1}{V_2} = ?$	$A_1 = A_2$

مرحله (۲) نوشتن رابطه سرعت در کانال

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

برای مقاطع غیردایره‌ای $D_e = \frac{4 \times \text{مساحت مقطع}}{\text{محیط مقطع}}$

مرحله (۳) محاسبه قطر مؤثر کانال با مقطع مستطیل

$$\text{مساحت مقطع مستطیل} = 48 \times 15 = 720 \text{ mm}^2$$

$$\text{محیط مقطع مستطیل} = (48 + 15) \times 2 = 126 \text{ mm}$$

$$D_e = \frac{4 \times 720}{126} \Rightarrow D_e = 22.86 \text{ mm}$$

مرحله (۴) محاسبه سرعت در کانال مستطیل

$$V_1 = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot 22.86}$$

مرحله (۵) محاسبه قطر کانال دایره‌ای با سطح مقطع

برابر کانال با سطح مقطع مستطیل

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت دایره} = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$48 \times 15 = 3 \times \frac{D^2}{4} \Rightarrow 720 = 3 \times \frac{D^2}{4}$$

$$720 \times 4 = 3D^2 \Rightarrow 2880 = 3D^2$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{2880}{3} \Rightarrow D^2 = 960$$

$$\Rightarrow \boxed{D = 30/98 \text{ mm}}$$

مرحله ۶) محاسبه سرعت در کانال با مقطع دایره

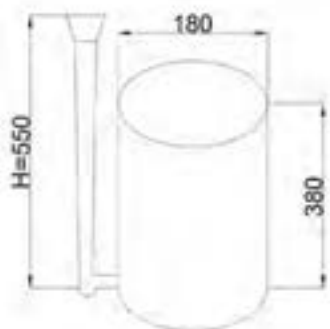
$$V_p = \frac{\eta R_e}{\rho \times 30/98}$$

مرحله ۷) نسبت سرعت در کانال با مقطع مستطیلی به کانال با مقطع دایره‌ای

$$\frac{V_1}{V_p} = \frac{\frac{\eta R_e}{\rho \times 22/68}}{\frac{\eta R_e}{\rho \times 30/98}} = \frac{\cancel{\eta R_e} \times \rho \times 30/98}{\cancel{\eta R_e} \rho \times 22/68}$$

$$\frac{V_1}{V_p} = 1/355$$

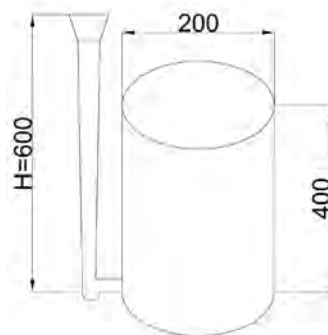
تمرین ۷-۹ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۱۸ cm و ارتفاع ۳۸ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۵۵ cm و راهبار در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۹)

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۹ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۲۰ cm و ارتفاع ۴۰ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۶۰ cm و راهبار در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۸)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$h_e = ?$	$D = 20 \text{ cm}$ $h_c = 40 \text{ cm}$ $H = 60 \text{ cm}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$H_G = \frac{h_c}{2}$$

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

مرحله ۳) به دست آوردن H_G

$$H_G = \frac{h_c}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow H_G = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۴) محاسبه h_e با استفاده از رابطه.

با توجه به این که راهباره در پایین ترین قسمت قطعه است حجم قسمت بالایی قطعه (بالتر از تنگه) برابر است با حجم کل قطعه یعنی $V_c = V$ بنابراین خواهیم داشت :

$$h_e = 60 - \frac{V_c}{V} \times 20$$

$$h_e = 60 - 20 \Rightarrow \boxed{h_e = 40 \text{ cm}}$$

تمرین ۷-۱۰ مذابی از آلومینیم با جریان آرام ($R_e = 2500$) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاہی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۴ و ۵ سانتی متر جاری شده است با توجه به این که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر $\eta = 0.004 \text{ kg/m.s}$ و $\rho = 2460 \text{ kg/m}^3$ می باشد. سرعت خطی مذاب را بر حسب m/s و cm/s به دست

مثال ۷-۱۰ مذابی از آلومینیم با جریان آرام ($R_e = 2000$) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاہی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۲ و ۳ سانتی متر جاری شده است با توجه به این که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر $\eta = 0.003 \text{ kg/m.s}$ و $\rho = 2450 \text{ kg/m}^3$ می باشد. سرعت خطی مذاب را بر حسب m/s و cm/s به دست

آورید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$D_e = ?$ $V = ? (m/s), (cm/s)$	$cm \times 3 = 2$ = مقطع سیستم راهگاهی $R_e = 2000$ $\eta = 0.003 kg/m.s$ $\rho = 1450 kg/m^3$

مرحله (۲) رابطه‌های مورد نیاز برای حل مسأله نوشته می‌شود.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}}$$

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot R_e}$$

مرحله (۳) محاسبه قطر مؤثر

$$cm^3 = 6 = 3 \times 2 = \text{مساحت مستطیل}$$

$$cm = 10 = 2 \times (2 + 3) = \text{محیط مستطیل}$$

$$D_e = \frac{4 \times 6}{10} = \frac{24}{10} = 2.4 cm = 2.4 \times \left(\frac{1}{100} m \right)$$

$$D_e = 0.024 m$$

مرحله (۴) محاسبه سرعت V

$$V = \frac{0.003 \times 2000}{1450 \times 0.024} = \frac{6}{58.8} = 0.1 m/s$$

$$V = 0.1 (100 cm/s) = 10 cm/s$$

آورید.

حل (توسط هنجرو):

