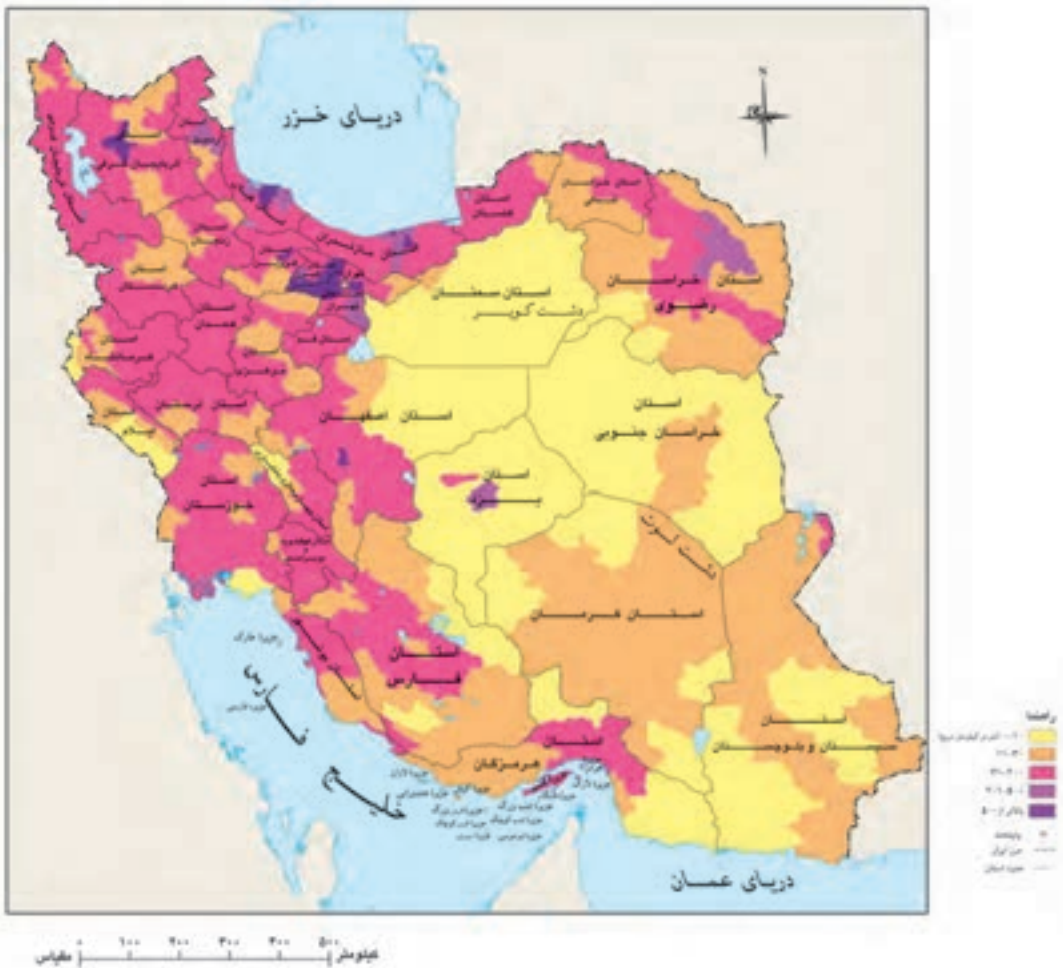


فصل ۱

عددهای صحیح و گویا



عددهای گویا در زندگی واقعی و نیز در علمی چون ریاضیات و فیزیک کاربردهای زیادی دارند. ما بسیاری از اندازه‌ها را با عددهای کسری و اعشاری بیان می‌کنیم.

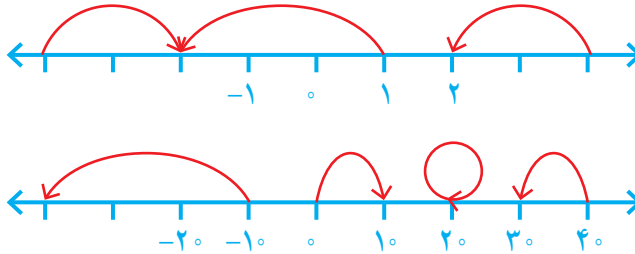


فعالیت



با انجام دادن تمرین‌های زیر، آنچه را در سال گذشته دربارهٔ عددهای صحیح یاد گرفته‌اید، مرور کنید.

۱- برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.



۲- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد صحیح	۶	-۴	$-(-۷)$	۰			۳
قرینه آن					-۸	۵	-۳

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-۱۶ + ۱۲ =$$

$$۸ - ۱۲ =$$

$$-۳ + ۹ =$$

$$-۴ - ۸ =$$

$$-۳ \times ۷ =$$

$$-۸ \div (-۴) =$$

$$-۱۲ \div ۲ =$$

$$-۴ \times (-۳) =$$

۴- حاصل عبارت‌ها را با توجه به ترتیب عملیات به دست آورید.

$$-۸ - ۳ \times ۵ = -۸ - ۱۵ =$$

$$-۱۶ \div ۲ \times ۳ - ۴ =$$

$$۱ - ۲ \times (۱ - (۸ - ۹)) =$$

$$-۴ \div ۴ - ۴ \times ۳ =$$

۵- عبارت $۲۹-۳۷-۴۳$ را چهار دانش آموز محاسبه کرده اند. راه حل هریک را توضیح دهید.

راه حل علی :

$$-۴۳+۳۷-۲۹=-۴۳-۲۹+۳۷=-۷۲+۳۷=-۳۵$$

توضیح :

راه حل مجتبی :

$$-۴۳+۳۷-۲۹=-۴۳+۸=-۳۵$$

توضیح :

راه حل مرتضی :

$$-۴۳+۳۷-۲۹=-۶-۲۹=-۳۵$$

توضیح :

	د	ی
-	۴	۳
+	۳	۷
-	۲	۹

$$-۴۰ - ۳$$

$$+۳۰ + ۷$$

$$-۲۰ - ۹$$

$$-۳۰ - ۵ = -۳۵$$

راه حل مصطفی :

توضیح :

شما کدام راه حل را می پسندید؟ چرا؟

آیا راه حل دیگری برای پیدا کردن حاصل این عبارت سراغ دارید؟

کار در کلاس



۱- حاصل عبارت های زیر را با روش مورد نظر خود به دست آورید.

$$-(-۱۷)+۱۴-۱۳-۱۹=$$

$$-(-۷)-۲+(-۹)=$$

$$-۱۸-(-۴)-(-۱۹)=$$

$$-۲۴-۹۷+۱۰۰-۲۳=$$

۲- حاصل عبارت $۱۰+۳-۷-۲$ را به دو روش حساب کرده ایم. کدام درست و کدام نادرست

است؟ توضیح دهید.

$$۱۰+۳-۷-۲=۱۳-۵=۸$$

$$۱۰+۳-۷-۲=۱۳-۹=۴$$

۳- قبل از انجام دادن محاسبات در عبارت های داده شده خوب دقت، و با دسته بندی مناسب،

راه ساده ای پیدا کنید. راه حل خود را با راه حل های دوستانتان مقایسه کنید و آن گاه با ماشین حساب،

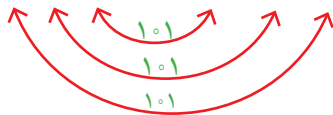
درستی پاسخ های خود را بررسی کنید.

$$-۴۰+۳۵+۸۰-۱۷-۴۰=$$

$$-۳۲-۲۱+۱۲+۳ \times ۷=$$

۴- یکی از ریاضی دانان بزرگ در کودکی جمع عددهای از ۱ تا ۱۰۰ را با روشی ابتکاری محاسبه کرد.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$$



چند جفت عدد با هم جمع شده اند؟

حاصل جمع هر جفت عدد چند است؟

حاصل عبارت چند می شود؟

۵- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. روش کار را توضیح دهید.

$$-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 =$$

$$(10-1)(9-1)(8-1)\dots(-9-1)(-10-1) =$$

۶- ابتدا در مربع های خالی علامت های «+» یا «-» بگذارید؛ سپس، عبارت داده شده را محاسبه کنید و همه عددهای صحیح ممکن را که به دست می آیند از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$-3 \square (+7) \square 2$$



در جاهای خالی علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت زیر، بزرگ ترین مقدار ممکن شود.

$$-5 \square (-6) \square (+3) \square (-9)$$

در زیر، چهار پاسخ به این مسئله داده شده که فقط یکی از آنها درست است. آن را مشخص کنید و دلیل نادرست بودن پاسخ های دیگر را هم توضیح دهید.

$$-5 \square + (-6) \square + (+3) \square + (-9) = -5 - 6 + 3 - 9 = -11 - 6 = -17 \quad \text{پاسخ اول:}$$

$$-5 \square + (-6) \square - (+3) \square + (-9) = -5 - 6 - 3 - 9 = -23 \quad \text{پاسخ دوم:}$$

$$-5 \square - (-6) \square + (+3) \square - (-9) = -5 + 6 + 3 + 9 = 1 + 12 = 13 \quad \text{پاسخ سوم:}$$

$$-5 \square + (-6) \square + (+3) \square - (-9) = -5 - 6 + 3 + 9 = -11 + 12 = 1 \quad \text{پاسخ چهارم:}$$

تمرین



- ۱- عددهای خواسته شده را بنویسید.
- الف) عددهای صحیح بین ۳ و ۵- را بنویسید.
- ب) عددهای صحیح کوچکتر از ۴- را بنویسید.
- ج) عددهای صحیح بزرگتر از ۳- را بنویسید.
- ۲- مانند نمونه، جدول را کامل کنید.

عدد	+۳	۰	۵ ^۳	$\sqrt{4}$	$\frac{3}{1}$	$-(-2)$	$-\frac{2}{3}$	۰/۷
طبیعی	✓							
صحیح	✓							

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-8 + 6 - 12 + 14 - 20 + 22 =$$

$$-8 + 7 - 6 + 8 - 7 + 6 =$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 =$$

$$3 - (2 - (1 - 7) - 1) =$$

$$3 - 4 \times 5 =$$

$$-8 - 4 \div 2 =$$

۴- هریک از عبارت‌های زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟

کوچک‌ترین عدد طبیعی :

بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی :

کوچک‌ترین عدد زوج طبیعی :

کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت :

بزرگ‌ترین عدد زوج طبیعی سه رقمی :

کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی دو رقمی :

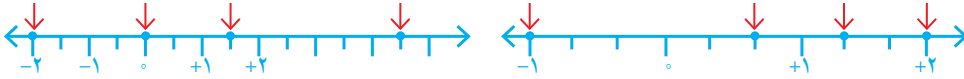
۵- جدول زیر را کامل کنید؛ طوری که حاصل جمع عددهای هر ردیف با مجموع عددهای

هر ستون و هر قطر مساوی باشد.

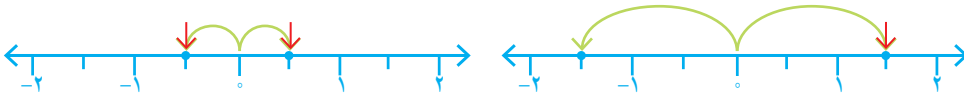
-۸		
	-۲	-۶
		۴



۱- نقطه‌هایی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددهایی را نشان می‌دهند؟



۲- قرینه هر عدد را روی محور پیدا، و تساوی‌ها را مانند نمونه، کامل کنید.



$$\frac{1}{2} \text{ قرینه } = -\frac{1}{2}$$

$$1\frac{1}{2} \text{ قرینه } =$$



$$\frac{2}{3} \text{ قرینه } =$$

$$\frac{4}{3} \text{ قرینه } =$$

۳- به این ترتیب، می‌توانید قرینه همه کسرهایی را که با آنها آشنا شده‌اید بنویسید :

$$\frac{1}{5} \text{ قرینه } = \frac{9}{10} \text{ قرینه } = 0.01 \text{ قرینه } = \text{قرینه صفر} =$$

۴- کسرها را به عدد مخلوط و عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$+3\frac{1}{4} = -\frac{7}{5} = +\frac{14}{3} = -2\frac{1}{3} =$$

۵- نقطه‌هایی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددهایی را نمایش می‌دهند؟ از این عددها،

کدام صحیح و کدام غیر صحیح‌اند؟



عددهای صحیح :

عددهای غیر صحیح :

۶- الف) نقطه‌های مشخص شده روی محورهای کسری را نشان می‌دهند؟ آیا این سه کسر با هم مساوی‌اند؟ نتیجه را به صورت تساوی کسرها بنویسید.



— = — = —



ب) تساوی کسرها را روی محور نمایش دهید. $-\frac{1}{2} = -\frac{2}{4} = -\frac{3}{6}$



۷- مقدار x را به دست آورید.

$$-\frac{3}{7} = -\frac{12}{x}$$

$$-\frac{4}{6} = -\frac{x}{15}$$

کار در کلاس



۱- کسرها را تا حد امکان ساده کنید.

$$-\frac{108}{6} =$$

$$+\frac{66}{42} =$$

$$-\frac{90}{126} =$$

۲- عقربه چه عددی را نشان می‌دهد؟ بنویسید.



۳- به کمک محور، عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

$$\frac{3}{5}, \frac{1}{10}, 0, 2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}$$

۴- در جای خالی علامت مناسب > یا < یا = بگذارید.

$$\frac{3}{5} \bigcirc 0/25$$

$$-\frac{1}{7} \bigcirc -\frac{11}{5}$$

$$-\frac{3}{6} \bigcirc -0/5$$

۵- هریک از عددها را در جدول زیر در جای خود قرار دهید و جدول را کامل کنید.

$$\frac{17}{7}, \frac{1}{15}, -\frac{12}{5}, -3/5, -\frac{25}{6}, +3\frac{5}{7}, 2\frac{7}{10}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{2}{10}$$

کوچک‌تر از -۳	بین -۳ و -۲	بین -۲ و -۱	بین -۱ و ۰	بین ۰ و ۱	بین ۱ و ۲	بزرگ‌تر از ۲



۱- روی محور روبه‌رو فاصله بین عددهای ۱ و ۲



را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم.

نقطه مشخص شده چه عددی را نشان می‌دهد؟

۲- اگر فاصله عددهای ۱ و ۲ را به ۳ قسمت



مساوی تقسیم کنیم، نقطه‌های مشخص شده

چه عددهایی را نشان می‌دهند؟

۳- در شکل زیر، فاصله بین دو عدد ۱ و ۲ را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم اما آن را

بزرگ‌تر رسم کرده‌ایم تا شما نقطه‌ها را بهتر ببینید. اکنون مانند نمونه مشخص کنید که هر نقطه چه

عددی را نشان می‌دهد.



در تساوی زیر، عدد اعشاری $1/2$ را به صورت کسری نوشته‌ایم. شما هم در محور بالا

عددهای اعشاری را به صورت کسری نشان دهید.

$$1/2 = 1 \frac{2}{10} = \frac{12}{10}$$

۴- چگونه می‌توانیم بین دو عدد ۱ و ۲، تعداد بیشتری عدد کسری بنویسیم؟ توضیح دهید.

۵- آیا می‌توانیم بگوییم بین دو عدد ۱ و ۲ کسرهای بی‌شماری وجود دارد؟

آیا همین نتیجه را می‌توان برای عددهای ۱- و ۲- نیز تکرار کرد؟

بین هر دو عدد صحیح چند عدد کسری هست؟



با توجه به محورهای روبه‌رو و تقسیم شدن فاصله



بین دو عدد ۰ و ۱- کسرهای مختلفی بین این دو



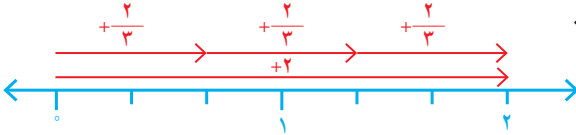
عدد بنویسید.

توضیح دهید چگونه بین هر دو عدد کسری هم می‌توانیم کسرهای بی‌شماری پیدا کنیم.

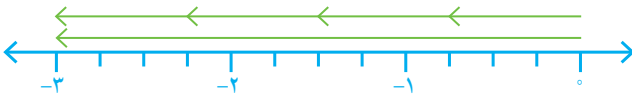


فعالیت

۱- چگونه می‌توانیم به کمک بردارهایی که در شکل نمایش داده شده‌اند، درستی تساوی‌ها را نتیجه بگیریم؟ توضیح دهید.



$$+2 \div 3 = \frac{+2}{3} = +\frac{2}{3}$$



$$-3 \div 4 = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

۲- مانند نمونه، کسر مساوی هر کسر را بنویسید.

$$\frac{-2}{3} = -2 \div 3 = -(2 \div 3) = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{-4}{7} =$$

$$\frac{-3}{-4} =$$

به هر عدد، که بتوان به صورت کسر $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح باشند و $b \neq 0$ نوشت، عدد گویا می‌گوییم.

تمرین



- ۱- آیا می‌توان گفت هر عدد صحیح و هر عدد طبیعی نیز عدد گویاست؟ چرا؟
- ۲- هریک از کسرهای سطر اول را به کسر مساوی‌اش در سطر دوم وصل کنید.

$$\frac{-3}{5}$$

$$\frac{-3}{-5}$$

$$\frac{-3}{-4}$$

$$\frac{-3}{-4}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{-5}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{-3}{4}$$

۳- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد	$-(+4)$	$-\frac{6}{2}$	$\sqrt{9}$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{-8}{-3}$	$-\frac{4}{-2}$	$-\frac{1}{5^3}$	$\frac{12}{-4}$
طبیعی										
صحیح					✓					
گویا					✓	✓				

۴- ابتدا علامت هر عبارت را تعیین، و سپس آن را ساده کنید.

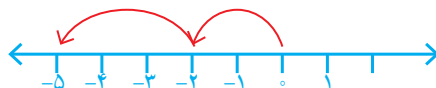
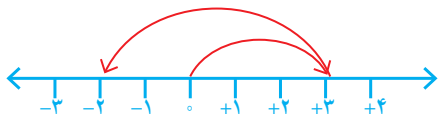
۹
$$\frac{-8 \times (-18)}{12 \times 16} =$$

$$\frac{8 \times 18}{12 \times 16} =$$

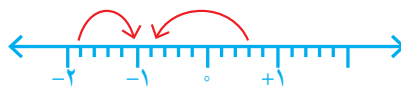
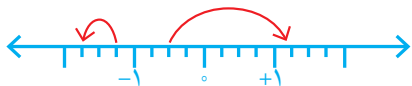
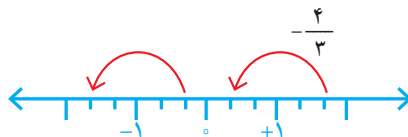
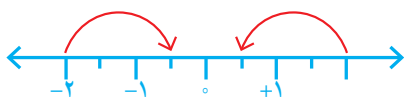
$$\frac{10 \times (-2)}{-7 \times 25} =$$



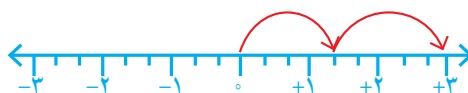
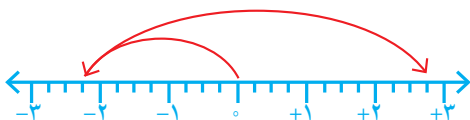
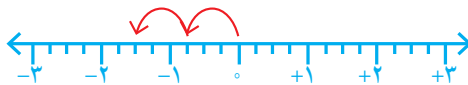
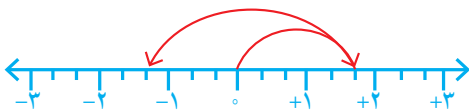
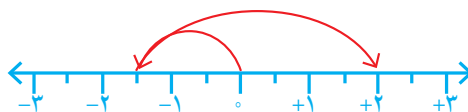
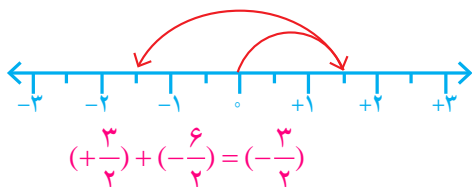
۱- با توجه به درس سال گذشته برای حرکت‌های روی محور، یک جمع عددهای صحیح بنویسید.



۲- با توجه به سؤال ۱، برای هر حرکت روی محور، عددی متناظر بنویسید.



۳- برای محورهای زیر مانند نمونه، یک جمع با عددهای گویا بنویسید.



۴- عبارت‌های زیر را مانند نمونه به صورت جمع دو عدد گویا بنویسید.

$$\frac{5}{8} - \frac{7}{8} =$$

$$-\frac{5}{8} - (-\frac{7}{8}) = -\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5} =$$

$$-\frac{3}{5} - (+\frac{4}{5}) =$$

$$0/5 - 0/85 =$$

$$-2/3 - 5/8 =$$

$$-12/3 - (-7) =$$

$$25 - 18/4 =$$

۵- مانند نمونه، عددها را ابتدا به طور تقریبی به نزدیک ترین عدد صحیح گرد کنید؛ سپس، حاصل عبارت را به دست آورید.

$$-17/9 - (-8/0 \cdot 1) + 12/87 \approx -18 - (-8) + 13 = -18 + 8 + 13 =$$

$$-1\frac{14}{15} + 2\frac{1}{17} - 3\frac{2}{19} \approx$$

کار در کلاس



به کمک محور، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع

بنویسید.

$$-\frac{4}{3} - (+\frac{5}{3}) =$$



$$(+\frac{7}{5}) + (-\frac{9}{5}) =$$



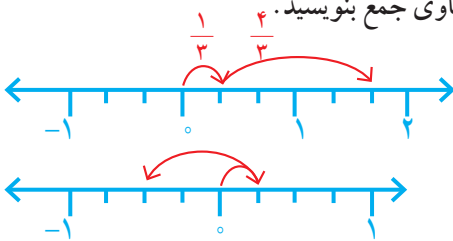
$$-\frac{3}{2} - (-\frac{5}{2}) =$$



فعالیت



۱- برای هر کدام از محورهای یک تساوی جمع بنویسید.



$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = -$$

$$- + (-) = -$$

حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید و با حاصل جمع بالا مقایسه کنید.

$$\frac{1 + (-3)}{4} =$$

با توجه به تساوی‌های زیر، توضیح دهید که چگونه می‌توانیم حاصل جمع و تفریق دو عدد گویا را با استفاده از جمع و تفریق دو عدد صحیح به دست آوریم.

$$-\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{-3+2}{5}$$

$$-\frac{3}{7} - (-\frac{4}{7}) = \frac{-3 - (-4)}{7} = \frac{-3+4}{7}$$

۲- مانند نمونه، ابتدا مخرج‌ها را یکی کنید؛ سپس، جمع و تفریق‌ها را انجام دهید.

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{4} = \frac{20}{28} - \frac{21}{28} = \frac{20-21}{28} = -\frac{1}{28}$$

$$\frac{6}{5} + \frac{7}{5} =$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{2}{3} =$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$$

$$-\frac{2}{5} - \frac{-2}{3} =$$

کار در کلاس



۱- مانند نمونه، حاصل هر یک از عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(+\frac{7}{9}) + (-\frac{4}{9}) = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$(-\frac{7}{9}) - (-\frac{4}{9}) =$$

$$(-\frac{6}{11}) + (+\frac{8}{11}) =$$

$$(-\frac{6}{11}) - (+\frac{8}{11}) =$$

$$-\frac{6}{11} - \frac{8}{11} =$$

$$(-\frac{6}{5}) + (-\frac{12}{25}) = \frac{-30-12}{25} =$$

$$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} =$$

$$\left(-\frac{4}{9}\right) - \left(-\frac{5}{9}\right) =$$

$$-\frac{4}{5} + \frac{4}{5} =$$

$$-\frac{3}{4} - \frac{15}{8} =$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$4 + \frac{3}{7} =$$

$$4 + \left(-\frac{3}{7}\right) =$$

$$-4 + \left(-\frac{3}{7}\right) =$$

$$-4 + \frac{3}{7} =$$

$$4 - \frac{3}{7} =$$

$$-4 - \frac{3}{7} =$$

حالا مانند نمونه، هر عدد مخلوط را به صورت دو عدد صحیح و کسری در آورید و با هم جمع کنید.

$$-2\frac{1}{2} = -2 + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$-3\frac{3}{4} =$$

$$+4\frac{1}{3} =$$



تمرین

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$-\frac{4}{15} + \frac{4}{5} =$$

$$-\frac{3}{8} - \frac{5}{12} =$$

$$-2 - \frac{5}{3} =$$

$$-2 + \frac{3}{5} =$$

$$-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} =$$

$$-4\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2} =$$

$$7\frac{1}{3} - 10\frac{1}{4} =$$

۲- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$\begin{cases} -25 + 75 = \\ -\circ/25 + \circ/75 = \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 + 3 = \\ -\circ/9 + \circ/3 = \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 - 12 = \\ \circ/7 - 1/2 = \end{cases}$$

بین این تساوی‌ها چه رابطه‌ای می‌بینید؟

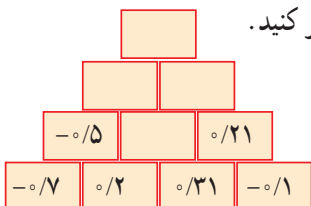
۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$12/8 - 15/4 =$$

$$-25 + 7/2 =$$

$$-4/1 - 3/7 =$$

۴- به کمک الگویابی، جاهای خالی شکل را پر کنید.





۱- مانند نمونه، ضرب عددهای گویا را به ضرب عددهای صحیح تبدیل کنید. با توجه به حاصل عبارت‌ها، جدول را برای ضرب دو عدد گویا کامل کنید.


$$-\frac{2}{3} \times (+\frac{3}{4}) = -\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{(-2) \times (+3)}{3 \times 4} = -\frac{2 \times 3}{3 \times 4} = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4} \times (+\frac{5}{7}) =$$

$$-\frac{2}{9} \times (-\frac{4}{7}) =$$

$$\frac{3}{5} \times (\frac{1}{9}) =$$

$$\frac{4}{3} \times (-\frac{9}{4}) =$$

 ×	+	-
+		
-		

۲- با توجه به جدول بالا، ابتدا علامت حاصل ضرب را تعیین کنید؛ سپس، مانند نمونه با ضرب کسرها حاصل را پیدا کنید.

$$-\frac{3}{4} \times (-\frac{8}{15}) = +\frac{3}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{3 \times 8}{4 \times 15} = \frac{2}{5}$$

$$-4\frac{1}{2} \times (+\frac{2}{3}) =$$

$$+3\frac{1}{3} \times (-\frac{3}{5}) =$$



با توجه به نتیجه‌ای که از فعالیت قبل گرفته‌اید، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(+\frac{3}{5}) \times (-\frac{4}{7}) =$$

$$(+\frac{2}{3}) \times (-\frac{5}{7}) =$$

$$(-\frac{6}{35}) \times (-\frac{21}{8}) =$$

$$-\frac{4}{7} \times (+12) =$$

$$(-\frac{3}{11}) \times (+\frac{11}{6}) =$$

$$-1/2 \times (-0/1) =$$

$$-1\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} =$$

$$-2\frac{1}{4} \times (-1\frac{1}{3}) =$$



۱- معکوس کسر $\frac{2}{3}$ برابر با $\frac{3}{2}$ است. معکوس عددهای گویای زیر را بنویسید.

$$-\frac{3}{5} \rightarrow -\frac{5}{3}$$

$$+\frac{2}{7} \rightarrow$$

$$-3 \rightarrow$$

$$+\frac{7}{3} \rightarrow$$

$$-2\frac{1}{3} \rightarrow$$

$$0/1 \rightarrow$$

$$+1\frac{1}{4} \rightarrow$$

$$-1 \rightarrow$$

مانند نمونه هر عدد بالا را در معکوس خود ضرب کنید و حاصل را به دست آورید.

$$-\frac{3}{5} \times (-\frac{5}{3}) =$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- همان‌طور که می‌دانید، تقسیم را می‌توانیم به ضرب تبدیل کنیم؛ پس، مانند نمونه ابتدا علامت حاصل تقسیم را بگذارید و سپس آن را به ضرب دو عدد تبدیل کنید.

$$(+\frac{2}{3}) \div (-\frac{5}{7}) = -(\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}) = -(\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}) =$$

$$-\frac{6}{35} \div (-\frac{8}{21}) =$$

$$-\frac{15}{12} \div (+\frac{1}{18}) =$$

۳- جاهای خالی را با کسر مناسب پر کنید.

$$-2\frac{1}{2} \times \underline{\hspace{2cm}} = 1$$

$$-\frac{3}{5} \times \underline{\hspace{2cm}} = 1$$

$$+1\frac{1}{4} \times \underline{\hspace{2cm}} = 1$$

$$+\frac{1}{4} \times \underline{\hspace{2cm}} = 1$$

صفر تنها عددی است که معکوس ندارد؛ چون کسری که مخارج آن صفر باشد تعریف نشده است.

کار در کلاس



۱- حاصل تقسیم‌های زیر را حساب کنید.

$$-\frac{8}{9} \div (-8) =$$

$$-\frac{4}{7} \div (-\frac{5}{7}) =$$

$$-\frac{3}{8} \div (-\frac{3}{8}) =$$

$$1 \div (-\frac{2}{3}) =$$

$$(+\circ/4) \div (-5) =$$

$$-\circ/8 \div 4 =$$

۲- طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$1 \div \frac{3}{5} =$$

$$1 \div (-\frac{3}{4}) =$$

$$1 \div (-\frac{7}{2}) =$$

$$\frac{3}{5} \text{ معکوس} =$$

$$-\frac{3}{4} \text{ معکوس} =$$

$$-\frac{7}{2} \text{ معکوس} =$$

حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد غیر صفر چیست؟ توضیح دهید.

فعالیت



۱- کسرهای زیر را مانند نمونه و به کمک ماشین حساب به عددی اعشاری تبدیل کنید.

$$\frac{2}{5} = 2 \div 5 = \circ/4$$

$$\frac{1}{3} \approx$$

$$\frac{3}{7} \approx$$

$$\frac{1}{8} =$$

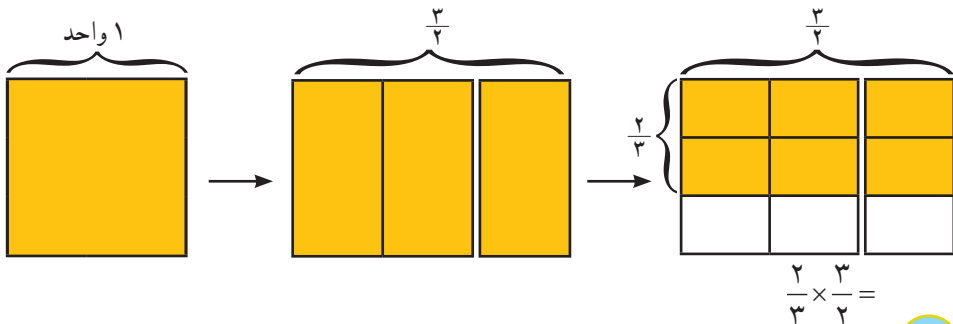
$$\frac{5}{4} =$$

$$\frac{5}{6} \approx$$

بین عددهای حاصل چه تفاوتی مشاهده می‌کنید؟ آیا می‌توانید کسرها را طبقه‌بندی کنید؟

۲- مانند نمونه، ضرب یک کسر در معکوسش را روی شکل نشان دهید. چگونه می‌توانیم از

روی شکل نشان دهیم که حاصل ضرب کسر در معکوسش، یک می‌شود؟



تمرین



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{6}{17}\right) + \left(-\frac{8}{17}\right) =$$

$$\left(-\frac{12}{35}\right) - \left(+\frac{11}{42}\right) =$$

$$\left(-\frac{2}{63}\right) - \left(-\frac{5}{72}\right) =$$

$$-\frac{7}{12} + (-3) =$$

$$\left(+\frac{2}{11}\right) \times \left(-\frac{6}{9}\right) =$$

$$\left(-\frac{1}{10}\right) \times \left(+\frac{8}{12}\right) =$$

$$-8 \div (+5) =$$

$$(-12) \div (-28) =$$

$$\left(-\frac{7}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right) =$$

$$-2/4 \div 1/2 =$$

۲- عددهای زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$-(-\frac{5}{8}) =$$

$$-(\frac{14}{-19}) =$$

$$-(\frac{-5}{-13}) =$$

$$-\frac{3}{5} =$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(\frac{3}{5} - \left(+\frac{2}{5}\right)\right) \times \frac{5}{12} =$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5} + \frac{5}{6}\right) =$$

$$\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} - \frac{7}{5} + \frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{8}{9}\right) \div \frac{-7}{24} =$$

$$(-2 + 3 - 7) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15}\right) =$$

$$-1\frac{1}{2} \times \left(-3\frac{1}{3}\right) =$$

$$-4\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} =$$

$$-1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \times \frac{-8}{5} =$$

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

● عددهای طبیعی ● عددهای صحیح ● عددهای گویا ● معکوس عدد گویا

در این فصل، روش‌های اصلی زیر معرفی شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود، خلاصه درس مربوط به آن را بنویسید.

- محاسبه حاصل یک عبارت، شامل عددهای صحیح با رعایت ترتیب عملیات
- پیدا کردن راه حل مناسب برای محاسبه یک عبارت
- پیدا کردن عددهای گویای مساوی
- نمایش جمع و تفریق عددهای گویا روی محور
- محاسبه جمع و تفریق دو عدد گویا
- محاسبه ضرب و تقسیم دو عدد گویا
- پیدا کردن معکوس یک عدد گویا
- محاسبه حاصل یک عبارت، شامل عددهای گویا با رعایت ترتیب عملیات

کاربرد

محاسبه عددهای گویا در محاسبات عبارت‌های جبری و حل معادله‌ها کاربرد دارد.

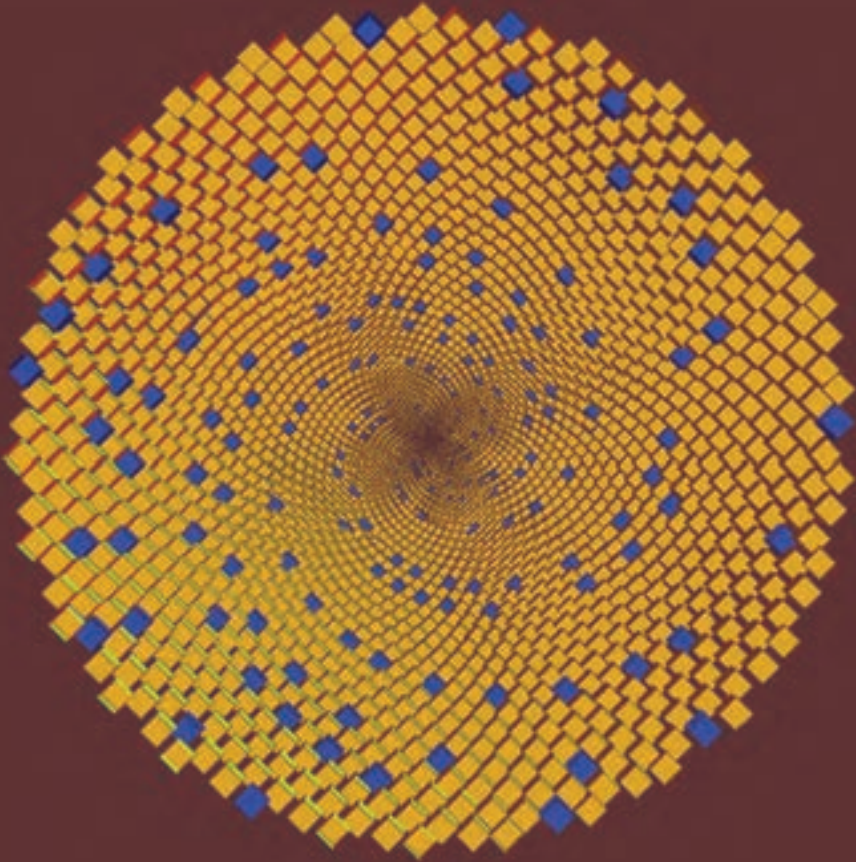
تمرین‌های ترکیبی

۱- عددهای گویا را روی محور نمایش دهید.

$$-\frac{5}{-2} \quad -1\frac{1}{4} \quad -(-\frac{2}{3})$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$1 - \frac{1 - 1\frac{1}{2}}{-1 + 1\frac{1}{3}} = \quad (-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}) \div (-1\frac{1}{4} \times \frac{-2}{5}) =$$



در این مخروط اعداد طبیعی به ترتیب از نوک مخروط چیده شده‌اند. اعداد اول به رنگ آبی هستند.

شمارنده‌های اول یک عدد مانند ماده اولیه کارخانه عدس‌سازی هستند. همه عددهای طبیعی بزرگ‌تر از یک و غیر اول را می‌توانیم با ضرب شمارنده‌های اول به دست آوریم. امروزه از عددهای اول، که تجزیه و شکسته نمی‌شوند برای رمزنگاری و رمزگشایی استفاده می‌شود.



- ۱- می‌خواهیم ۱۹ نفر از دانش‌آموزان را برای کارهای مختلف به گروه‌هایی تقسیم کنیم. آیا می‌توانیم این تعداد را به گروه‌های مساوی تقسیم کنیم؟ اگر تعداد دانش‌آموزان ۷ نفر باشد، چه گروه‌هایی را می‌توانیم تشکیل دهیم؟ همه حالت‌های ممکن را بنویسید.
اگر تعداد آنها ۱۵ نفر باشد، چه گروه‌هایی را می‌توانیم تشکیل دهیم؟

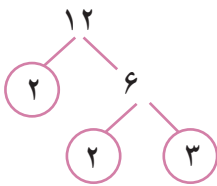


- ۲- تعدادی از سربازان می‌خواهند رژه بروند. فرمانده آنها آرایش‌های مستطیلی مختلف برای گروه‌های ۶ نفره را روی کاغذ کشیده است.



- شما هم برای ۸ نفر، آرایش‌های مستطیلی مختلف رسم کنید.
برای ۵ نفر هم آرایش‌های ممکن را رسم کنید.
کدام عددها فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند؟

- ۳- مانند نمونه‌ها با رسم نمودارهای درختی، عددهای داده شده را به صورت ضرب شمارنده‌های اول بنویسید (تجزیه کنید).



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

۱۵

۱۱

۱۴

۷

۵



هر عدد طبیعی و بزرگ‌تر از یک، که هیچ شمارنده طبیعی به جز یک و خودش نداشته باشد، عدد اول نامیده می‌شود.

کار در کلاس



اگر بتوانیم عددی طبیعی را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسیم، عدد مورد نظر، اول نخواهد بود و به چنین عددی، **عدد مرکب** می‌گویند؛ برای مثال؛ ۲۴ عددی مرکب است؛ چون: $۲۴ = ۶ \times ۴$

همهٔ عددهای مرکب بین ۱۵ و ۳۰ را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسید.

فعالیت



۱- عددهای طبیعی از ۱ تا ۲۰ را بنویسید و دور عددهای اول خط بکشید. آیا

عدد ۱ اول است؟ چرا؟

آیا عدد ۱ مرکب است؟ چرا؟

۲- با توجه به سؤال بالا، عددهای طبیعی را به سه دسته تقسیم کنید و ویژگی‌های هر کدام را بنویسید.

۳- مضرب‌های طبیعی عدد ۲ در زیر نوشته شده است. در صورت امکان، آنها را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ بنویسید.

۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ ، ۱۰ ، ۱۲ ، ۱۴ ، ...

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ ۲ \times ۲ & ۲ \times ۳ \end{array}$$

به همین ترتیب، مضرب‌های طبیعی عددهای ۳ و ۴ را بنویسید و در صورت امکان آنها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ بنویسید.

مضرب‌های طبیعی عدد ۳ :

مضرب‌های طبیعی عدد ۴ :

۴- با توجه به سؤال بالا، آیا می‌توانیم بگوییم که همهٔ مضرب‌های یک عدد طبیعی مرکب‌اند؟ چرا؟

عدد ۱ نهٔ اول است نهٔ مرکب؛ به این ترتیب، عددهای طبیعی را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد :

عددهای اول، عددهای مرکب و عدد یک

کار در کلاس



۱- کدام عددهای طبیعی را می‌شناسید که همهٔ مضرب‌هایشان عددهای مرکب باشند؟

۲- عدد ۱۷ چند مضرب دارد؟ چند تا از مضرب‌های آن عدد اول هستند؟

۳- اگر a یک عدد اول باشد، آیا همهٔ مضرب‌هایش مرکب‌اند؟



فعالیت

۱- ب.م.م جفت عددهای داده شده را بنویسید.

$(15, 6) = 3$	$(2, 8) =$	$(3, 9) =$	$(1, 4) =$
$(18, 12) =$	$(5, 12) =$	$(15, 4) =$	$(3, 5) =$
$(24, 25) =$	$(18, 25) =$	$(7, 8) =$	$(3, 3) =$

اگر ب.م.م (بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه [شمارنده] مشترک) دو عدد برابر یک باشد، می‌گوییم آن دو عدد **نسبت به هم اول** هستند؛ برای مثال، عددهای ۸ و ۹ هر دو مرکب‌اند اما چون $(8, 9) = 1$ می‌گوییم این دو عدد نسبت به هم اول‌اند.

۲- دو عدد اول متفاوت انتخاب کنید و ب.م.م آنها را بنویسید.

آیا می‌توان گفت هر دو عدد اول نسبت به هم اول‌اند؟ چرا؟

۳- یک عدد اول و یک عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۴- دو عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۵- آیا دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول می‌شوند؟

۶- اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آنها چگونه به دست می‌آید؟

تمرین



۱- برای تساوی روبه‌رو، چهار پاسخ مختلف به دست آورید. $1 = (4 \text{ و } \square)$

۲- عددهای اول بین دو عدد 40 و 60 را بنویسید.

۳- تعداد عددهای اول کمتر از 20 ، هشت عدد است، تعداد عددهای مرکب کوچک‌تر از 20 چندتا است؟ چرا؟

۴- آیا جمله زیر درست است؟ چرا؟

«هر عدد طبیعی دست کم ۲ شمارنده دارد.»

۵- مجموع دو عدد اول ۹۹ است. آن دو عدد را مشخص کنید و توضیح دهید که چگونه آنها را پیدا کردید.

۶- پنج عدد بنویسید که غیر از ۲ و ۳ شمارنده اول دیگری نداشته باشند.

۷- عددی در نظر بگیرید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند. حال شش عدد دیگر پیدا کنید که شمارنده‌های عدد مورد نظر باشند.

خواندنی

دو عدد اول که با هم دو واحد اختلاف دارند را یک جفت عدد **اولِ دوقلو** می‌نامند، مانند $(3, 5)$ یا $(11, 13)$ یا $(103, 101)$. ریاضیدانان بر این باورند (حدس می‌زنند) که برای دوقلوهای اول پایانی وجود ندارد.

همچنین هر سه عدد فرد و متوالی را، که هر سه اول نیز باشند، اعداد **اولِ سه قلو** می‌نامند که فقط یک سه قلو اول در بین اعداد طبیعی وجود دارد؛ یعنی $(3, 5, 7)$ و سه قلو دیگری یافت نمی‌شود! چرا؟



می‌خواهیم عددهای اول از ۱ تا ۵۰ را تعیین کنیم.
ابتدا عددهای ۱ تا ۵۰ را می‌نویسیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰

– حالا عددهای غیراول را خط می‌زنیم تا عددهای اول باقی بمانند.

۱– آیا عدد ۱ را خط زدید؟ چرا؟

۲– آیا مضرب‌های عدد ۲ را خط می‌زنید؟ چرا؟

– مضرب‌های مرکب عدد ۲ را به صورت \diagup خط بزنید.

– مضرب‌های مرکب عدد ۳ را خط بزنید.

۳– آیا لازم است مضرب‌های عدد ۴ را خط بزنیم؟ خیر چرا؟ زیرا اگر عددی مضرب ۴ باشد، پیش از آن به عنوان مضرب ۲ خط خورده است.

۴– آیا مضرب‌های عدد ۵ را خط می‌زنید؟ چرا؟

مضرب‌های مرکب عدد ۵ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب عدد ۵، که برای اولین بار خط می‌خورد، کدام است؟

۵– آیا مضرب‌های عدد ۶ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۶– آیا مضرب‌های عدد ۷ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۷– مضرب‌های مرکب عدد ۷ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب عدد ۷، که برای اولین بار خط می‌خورد، کدام است؟

۸– آیا مضرب‌های اعداد ۸ و ۹ و ۱۰ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۹- اگر بخواهیم مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزنیم، کدام مضرب ۱۱ برای اولین بار خط خواهد خورد؟

۱۰- به این ترتیب، آیا لازم است مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزنیم؟

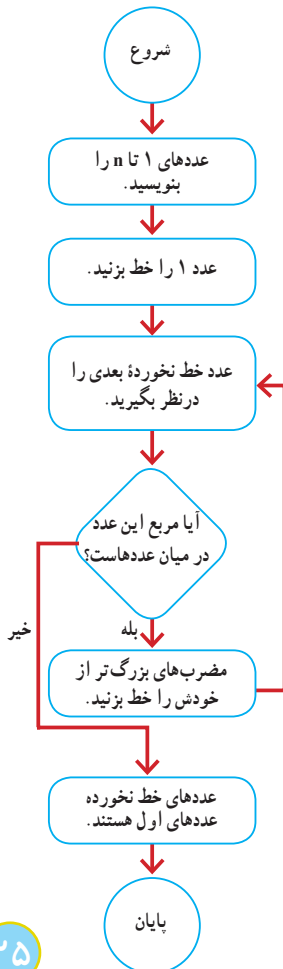
۱۱- آیا عددهای باقیمانده، اول هستند؟

برای تعیین عددهای اول، عدد یک و مضرب‌های مرکب اعداد اول را خط می‌زنیم و خط‌زدن را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مربع آن، بین عددهای نوشته‌شده نباشد.

کار در کلاس



نتایج فعالیت قبل، که به آن **روش غربال** می‌گویند در نمودار زیر خلاصه شده است.



این نمودار را برای $n = 40$ دنبال کنید و همهٔ مرحله‌ها را یک به یک انجام دهید. هر مرحله از نمودار را برای خود توضیح دهید؛ برای مثال، جملهٔ «عددهای ۱ تا n را بنویسید» را بخوانید و عددهای ۱ تا ۴۰ را در کادر زیر بنویسید. عدد ۱ را خط بزنید. عدد خط‌نخوردهٔ بعدی را، که عدد ۲ است در نظر بگیرید. آیا مربع عدد ۲ بین عددها هست؟ مضرب‌های مرکب آن را خط بزنید. دوباره به مرحلهٔ قبلی برگردید و به همین ترتیب کار را ادامه دهید.



می‌خواهیم مشخص کنیم ۴۷ اول است یا نه. مانند روش غربال، که در صفحه قبل توضیح داده شد، فرض کنید عددهای ۱ تا ۴۷ نوشته شده‌اند.

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۲ خط می‌خورد؟ ————— با انجام دادن چه عملی می‌توانید به این سؤال پاسخ دهید؟ —————

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۳ خط می‌خورد؟ ————— چرا؟ —————

آیا عدد ۴۷ با مضرب‌های ۵ خط می‌خورد؟ ————— چرا؟ —————

آیا لازم است بررسی کنیم که عدد ۴۷ با مضرب‌های ۷ خط می‌خورد یا نه؟ ————— چرا؟ —————

آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که عدد ۴۷ را فقط بر عددهای اول تقسیم می‌کنیم؟ ————— چرا؟ —————

چرا تقسیم کردن را تا عدد اولی که مربع آن از ۴۷ بزرگ‌تر شود ادامه می‌دهیم؟ توضیح دهید.



مانند نمونه، بررسی کنید که عددهای داده شده (۹۷، ۱۳۱ و ۱۴۳) اول یا مرکب هستند.

پس باید آن را به عددهای اول ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم. $\sqrt{97} \approx 9 \rightarrow$

$\begin{array}{r l} 97 & 2 \\ \hline & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 97 & 3 \\ \hline & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 97 & 5 \\ \hline & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 97 & 7 \\ \hline & \end{array}$
---	---	---	---

چون تمام تقسیم‌ها باقی‌مانده دارند، ۹۷ مضرب هیچ‌کدام نیست؛ یعنی عددی اول است.

$\sqrt{131} \approx \text{—————} \rightarrow$

$$\sqrt{43} \approx \text{—————} \rightarrow$$



تمرین

- ۱- از روش غربال برای عددهای ۱ تا ۶۰ استفاده و عددهای اول کمتر از ۶۰ را پیدا کنید.
- ۲- مشخص کنید که عددهای ۱۰۷ و ۲۵۱ اول اند یا مرکب.
- ۳- «برای اینکه بفهمیم عددهای کمتر از ۱۰۰ اول اند یا نه، کافی است آنها را به عددهای ۵، ۳، ۲ و ۷ تقسیم کنیم.»
آیا این جمله درست است؟ چرا؟
- ۴- عددی از ۱۲۰ کوچک تر و از ۱۰۰ بزرگ تر است. برای اینکه بفهمیم این عدد اول است یا نه، حداکثر چند تقسیم انجام می دهیم؟ چرا؟
- ۵- عددهای ۱ تا ۱۰۰ را بنویسید و غربال کنید؛ سپس به سؤال های زیر پاسخ دهید.
 - اولین عددی که خط خورد.
 - در مرحله حذف مضرب های ۷، اولین مضرب ۷ که به عنوان مضرب های سایر عددها خط نخورد.
 - عددی که با مضرب های آن عدد ۲۴ خط خورد.
 - تمام مضرب های ۵ که در مرحله حذف مضرب های ۵ برای اولین بار خط خوردند.

خواندنی

توزیع و نوع قرار گرفتن اعداد اول بین اعداد طبیعی بسیار نامنظم است و از قانون خاصی پیروی نمی کند ولی همین اعداد اول که به صورتی نامنظم در بین اعداد طبیعی رویده اند، می توانند هر عدد طبیعی و بزرگ تر از یک را بسازند و به عنوان بلوک های ساختمانی برای اعداد طبیعی به کار بروند.

$$۳۶ = ۲^2 \times ۳^2, \quad ۱۰۰ = ۲^2 \times ۵^2$$

$$۲۷ = ۳^3$$

$$۵ = ۵^1$$

$$۱۲ = ۲^2 \times ۳$$

مفاهیم و مهارت‌ها

اصطلاحات زیر در این فصل به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

● نمودار درختی ● عدد مرکب ● نسبت به هم اول ● روش غربال
روش‌های اصلی زیر در این فصل مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و خلاصه درس را در دفتر خود بنویسید.

- پیدا کردن عددهای اول با روش‌های تقسیم، ضرب و بخش‌پذیری
- تشخیص عددهای اول و مرکب
- تعیین عددهای اول به کمک روش غربال
- دنبال کردن یک دستورالعمل و نمودار
- تعیین اینکه یک عدد، اول یا مرکب است.

کاربرد

این درس در فصل مربوط به توان و جذر کاربرد دارد. از تبدیل پایه‌های مرکب به پایه‌های عدد اول برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار استفاده می‌شود.

تمرین‌های ترکیبی

۱- یک عدد مرکب بنویسید که شمارنده‌های اول غیر از ۲ و ۳ نداشته باشد. آیا این عدد و عددی که شمارنده‌های اول آن ۲ و ۵ است، نسبت به هم اول‌اند؟ چرا؟

۲- با روش غربال، عددهای اول بین ۲۰ و ۴۰ را پیدا کنید. در این روش، کار را از خط‌زدن مضرب‌های کدام عدد شروع می‌کنید و با مضرب‌های کدام عدد پایان می‌دهید؟

۳- آیا عدد ۱۳۷ اول است؟ چرا؟

۴- ۲ عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند.