

جریان‌های سه فازه

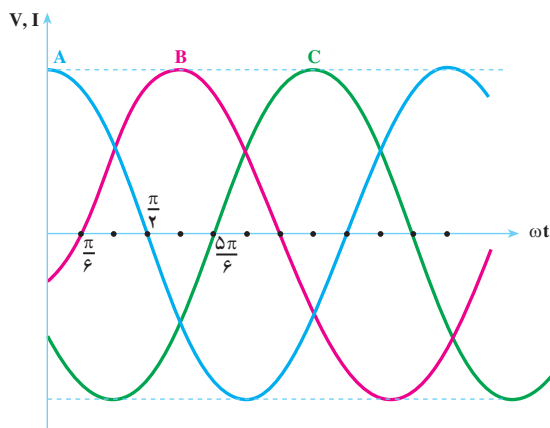
هدف‌های رفتاری

- در پایان این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :
- ۱- جریان‌های سه فاز را تعریف و مشخصات آن‌ها را با رسم دیاگرام بیان کند.
 - ۲- مفاهیم ولتاژهای خطی و فازي و جریان‌های خطی و فازي را در اتصال ستاره و مثلث بیان کند.
 - ۳- جریان‌ها و ولتاژها را در مصرف‌کننده‌های سه فاز متعادل با اتصال ستاره و مثلث محاسبه کند.
 - ۴- توان‌های مؤثر و غیر مؤثر و ظاهری و هم‌چنین ضریب توان را در بارهای متعادل در اتصالات ستاره و مثلث متعادل محاسبه کند.
 - ۵- اثر قطع یک فاز و تعویض جای دو فاز را بر روی مصرف‌کننده تشریح کند.
 - ۶- اثر قطع نول در بارهای سه فاز نامتعادل سه سیمه با اتصال ستاره را شرح دهد.

۱-۷- مقدمه

جریان یا ولتاژ سه‌فاز از امواج سینوسی تشکیل می‌شوند که به‌طور هم‌زمان تولید می‌شوند و نسبت به هم 120° الکتریکی اختلاف فاز زمانی دارند. در شکل ۱-۷-الف منحنی جریان یا ولتاژ سه‌فاز را مشاهده می‌کنید. در این شکل موج A به اندازه 120° از موج B و موج B به اندازه 120° از موج C جلوتر است.

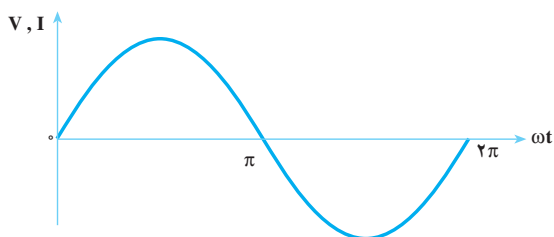
ساختمان ساده‌ی مولدهای جریان متناوب سه‌فاز موجب شده است که انرژی الکتریکی سه‌فاز، راحت‌تر و ارزان‌تر تولید شود. جریان متناوب سه‌فاز، علاوه بر سادگی تولید و ارزان بودن و برخورداری از کلیه‌ی خواص جریان یک فاز، مزایای دیگری نیز دارد.



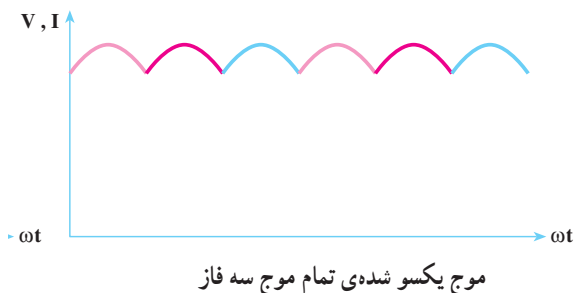
الف: جریان یا ولتاژ متناوب سه فاز

مزایای جریان سه فاز نسبت به جریان یک فاز را می توان به صورت زیر دسته بندی کرد :

۱- توان الکتریکی در مصرف کننده های سه فاز هیچ وقت صفر نمی شود ؛ زیرا با توجه به شکل ۷-۱، وقتی در یکی از فازها دامنه ی جریان یا ولتاژ صفر می شود، مصرف کننده از دو فاز دیگر انرژی می گیرد . بدین علت، مصرف کننده های سه فاز نسبت به مصرف کننده های یک فاز ضریب بهره یا راندمان بالایی دارند.



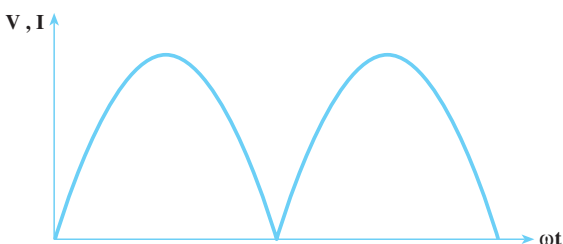
ب: جریان یا ولتاژ متناوب یک فاز
شکل ۷-۱



موج یکسو شده ی تمام موج سه فاز

۲- ضربان موج یکسو شده ی سه فاز نسبت به موج یکسو شده ی یک فاز، بسیار کم تر است . به عبارت دیگر، جریان سه فاز نسبت به جریان یک فاز پس از یکسو سازی، موج صاف تری ایجاد می کند. در شکل های ۷-۲ دو جریان یکسو شده ی سه فاز و یک فاز تمام موج نشان داده شده است.

۳- جریان متناوب سه فاز در مصرف کننده های سه فاز مانند موتورهای



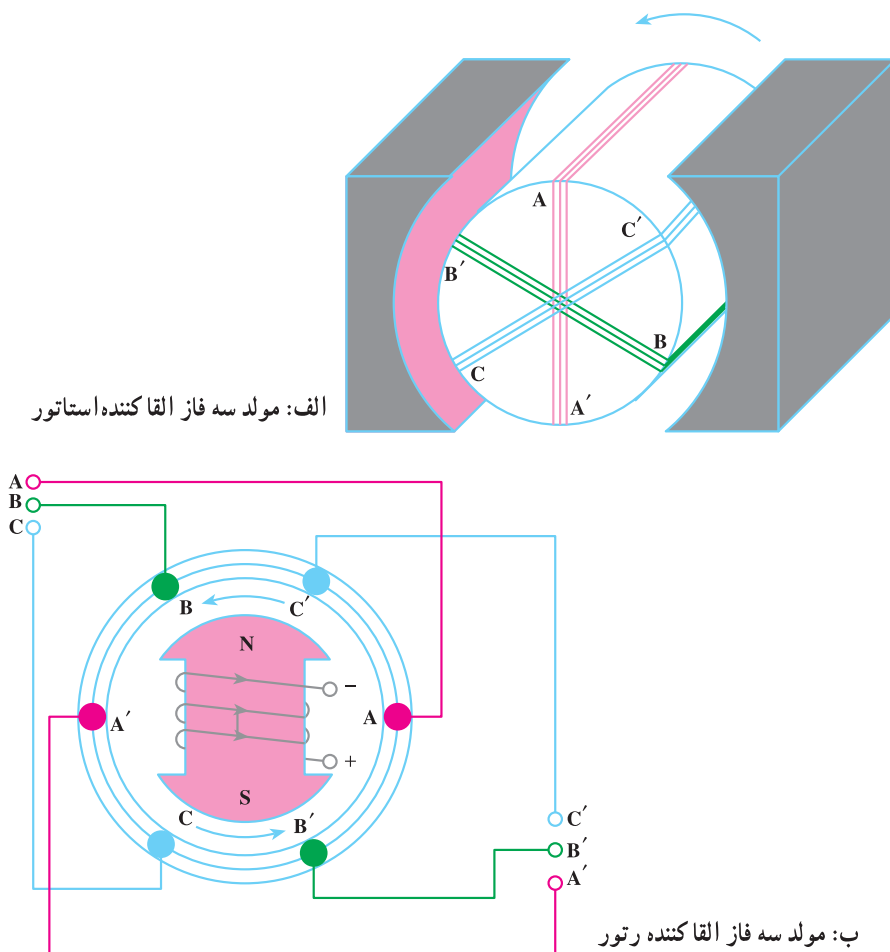
موج یکسو شده ی تمام موج یک فاز

شکل ۷-۲

الکتریکی سه فاز، حوزه‌ی دوار مغناطیسی ایجاد می‌کند. این حوزه‌ی دوار، قسمت متحرک را به دنبال خود می‌کشد. در صورتی که در جریان متناوب یک فاز حوزه‌ی دوار تشکیل نمی‌شود و این موتورها مشکل راه‌اندازی خواهند داشت و برای راه‌اندازی نسبت به موتورهای سه فاز به اجزایی اضافی نیاز دارند که قیمت تمام شده‌ی موتورهای یک فاز را نسبت به موتورهای سه فاز بالا می‌برد.

۷-۲- تولید جریان متناوب سه فاز

شکل‌های ۷-۳، دو نمونه مولد سه فاز جریان متناوب را به طور شماتیک نشان می‌دهند.



شکل ۷-۳

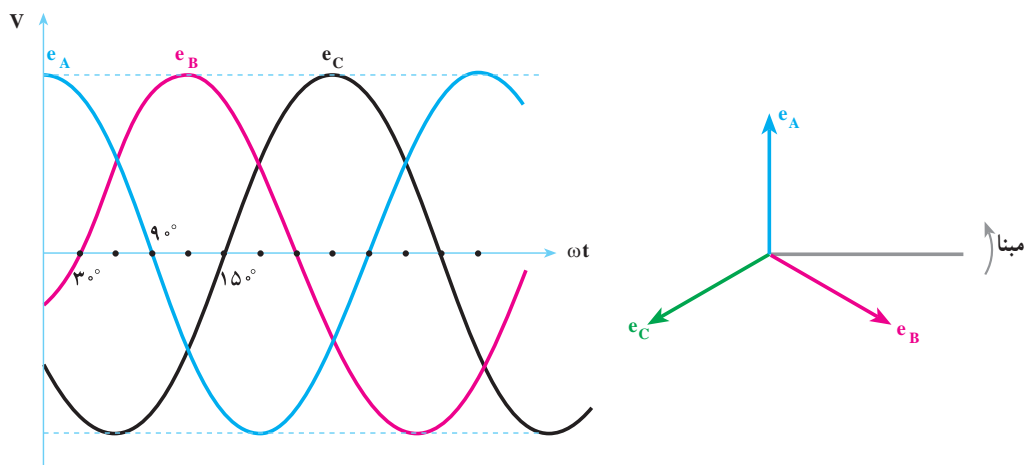
در هر دو شکل ۷-۳، وقتی رتور در جهت مثلثاتی (عکس عقربه‌های ساعت) به گردش درمی‌آید، خطوط قوای مغناطیسی، در هر یک از سیم‌پیچ‌های AA' ، BB' و CC' یک نیروی محرکه‌ی سینوسی القا می‌کند. با توجه به موقعیت مکانی سیم‌پیچ‌ها، ولتاژ القایی در سیم‌پیچ نسبت به ولتاژ القایی در سیم‌پیچ AA' به اندازه‌ی 120° الکتریکی پس فاز است. هم‌چنین ولتاژ القایی در سیم‌پیچ CC' به اندازه‌ی 240° الکتریکی نسبت به ولتاژ سیم‌پیچ AA' پس فاز است. معادلات زمانی نیروهای محرکه‌ی القایی در سیم‌پیچ‌ها به قرار زیر است.

$$e_A = E_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (7-1)$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 30^\circ) \quad (7-2)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + 210^\circ) = E_m \sin(\omega t - 150^\circ) \quad (7-3)$$

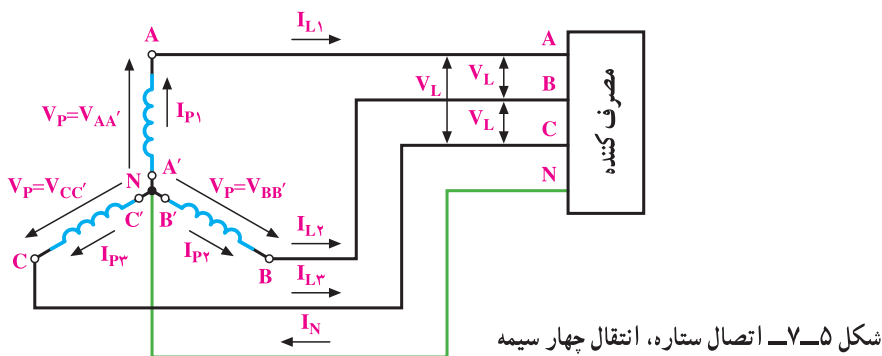
دیاگرام برداری و منحنی تغییرات نیروهای محرکه‌ی الکتریکی القا شده در سیم‌پیچ‌ها به صورت شکل ۷-۴ رسم می‌شوند. همان‌طور که در شکل‌های ۷-۳ مشاهده می‌کنید، در مولدهای سه فاز، سه گروه سیم‌پیچ AA' ، BB' و CC' وجود دارد که در داخل ماشین 120° درجه نسبت به یک‌دیگر



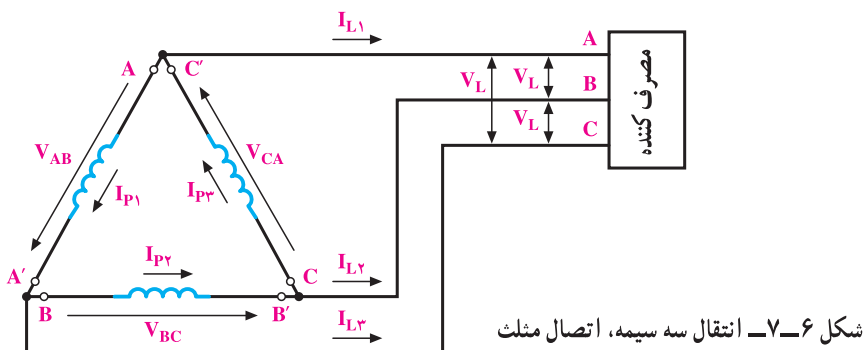
شکل ۷-۴- منحنی تغییرات نیروهای محرکه‌ی القایی در سیم‌پیچ‌ها و دیاگرام برای آن‌ها

اختلاف فاز مکانی دارند. انرژی الکتریکی تولید شده در این سیم‌پیچ‌ها با دو روش اتصال سیم‌پیچ به شبکه‌ی مصرف انتقال می‌یابد. به عبارت دیگر، به دو روش می‌توان انرژی تولیدی را از مولد به مصرف‌کننده انتقال داد. در روش اول سه سیم انتهایی $A'B'C'$ با هم یکی شده و با یک سیم به بیرون مولد هدایت می‌شوند. در تولید صنعتی برق در نیروگاه‌ها، با زمین کردن این سیم، اختلاف

بتانسيل آن را با زمين يکي مي کنند و آن را سيم نول مي نامند و با MP يا N نشان مي دهند. سيم N همراه با سه سيم A، B و C مطابق شکل ۵-۷ انرژی را از مولد به مصرف کننده انتقال مي دهد. سيم هاي A، B و C را به ترتيب R، S و T يا Y، R يا B و L_1 ، L_2 و L_3 نیز نام گذاري مي کنند و به آنها سيم هاي فاز A، فاز B و فاز C مي گويند. اين سيستم انتقال را انتقال چهار سيمه و نوع اتصال سيم پيچ هاي مولد را **اتصال ستاره** گويند و آن را با نماد (سمبل) Y يا λ (لاندا) نشان مي دهند. اگر در انتقال سيم نول حذف شود، انتقال را انتقال ستاره ي سه سيمه گويند.



در روش دوم انتقال انرژی، انتهای سيم پيچ AA' يعني A' را به ابتدای سيم پيچ BB' يعني B، انتهای سيم پيچ BB' يعني B' را به ابتدای سيم پيچ CC' يعني C و انتهای سيم پيچ CC' يعني C' را به ابتدای سيم پيچ AA' يعني A وصل مي کنند و انرژی توليدي مولد را با سه سيم A، B و C يا S، T و Y، به مصرف کننده ها مطابق شکل ۶-۷ انتقال مي دهند. اين روش انتقال را **انتقال سه سيمه** و نوع اتصال سيم پيچ هاي مولد را **اتصال مثلث** مي گويند و با نماد Δ يا D (دلتا) نشان مي دهند.



۷-۲-۱- ولتاژ و جریان فازی:

تعریف ولتاژ فازی: ولتاژ دو سر هر یک از سیم‌پیچ‌های AA' ، BB' و CC' را **ولتاژ فازی** گویند و آن را با V_P نشان می‌دهند.

در مولدهای سه فاز به علت این که همه‌ی مشخصات سیم‌پیچ‌ها یکسان است، ولتاژ مؤثر سیم‌پیچ‌ها برابرند.

تعریف جریان فازی: جریان عبوری از داخل هر سیم‌پیچ را **جریان فازی** گویند و آن را با I_P نشان می‌دهند.

۷-۲-۲- ولتاژ و جریان خطی:

تعریف ولتاژ خطی: ولتاژ بین خطوط A با B (V_{AB}) یا B با C (V_{BC}) یا C با A (V_{CA}) را **ولتاژ خطی** گویند و آن را با V_L نشان می‌دهند. در واقع ولتاژ خطی، اختلاف پتانسیل بین دو فاز مختلف است.

تعریف جریان خطی: جریانی را که در خطوط انتقال S ، R و T جاری می‌شود، **جریان خطی** می‌گویند و آن را با I_L نشان می‌دهند.

جریان خطی و فازی و ولتاژهای خطی و فازی شکل ۷-۵ به قرار زیرند:

$$V_{AA'} = V_P = V_{AN} \quad \text{ولتاژ فازی}$$

$$V_{BB'} = V_P = V_{BN} \quad \text{ولتاژ فازی}$$

$$V_{CC'} = V_P = V_{CN} \quad \text{ولتاژ فازی}$$

$$I_{P1}, I_{P2}, I_{P3} = I_P \quad \text{جریان‌های فازی}$$

$$V_{AB} = V_L \quad \text{ولتاژ خطی}$$

$$V_{BC} = V_L \quad \text{ولتاژ خطی}$$

$$V_{CA} = V_L \quad \text{ولتاژ خطی}$$

جریان‌های خطی و فازی و ولتاژهای خطی و فازی شکل ۷-۶ به ترتیب زیر هستند:

$$V_{AB} = V_P = V_L \quad \text{ولتاژ خطی} = \text{ولتاژ فازی}$$

$$V_{BC} = V_P = V_L \quad \text{ولتاژ خطی} = \text{ولتاژ فازی}$$

$$V_{CA} = V_P = V_L \quad \text{ولتاژ خطی} = \text{ولتاژ فازی}$$

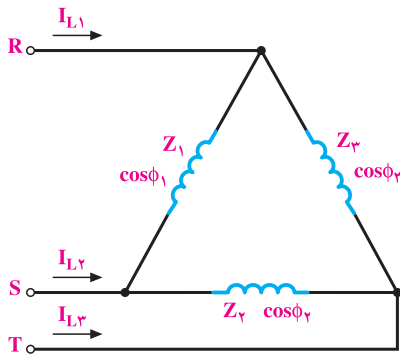
$$I_{AA'} = I_{P1} = \text{جریان فازی} \quad I_{L1} = \text{جریان خطی}$$

جریان خطی $I_{L\gamma} = I_{BB'}$ جریان فازی $I_{P\gamma} = I_{CC'}$

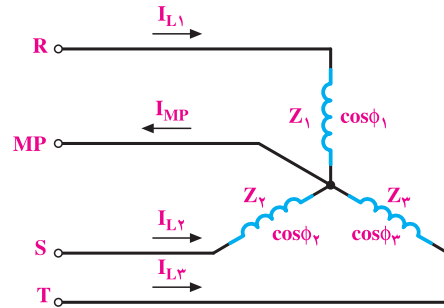
جریان خطی $I_{L\gamma} = I_{BB'}$ جریان فازی $I_{P\gamma} = I_{CC'}$

۳-۲-۷ بار متعادل و بار نامتعادل: سه امپدانس Z_1 و Z_2 و Z_3 را با اتصال ستاره یا

اتصال مثلث مطابق شکل ۷-۷ به شبکه‌ی سه فاز وصل می‌کنیم. اگر همه‌ی مشخصه‌های امپدانس‌های Z_1 ، Z_2 و Z_3 از قبیل دامنه، زاویه‌ی فاز، پس فاز و پیش فاز بودن با هم برابر باشند، آن وقت بار شبکه‌ی سه فاز را **بار متعادل** می‌گویند. اگر یکی از مشخصه‌ها - مثلاً دامنه یا زاویه یا پس فاز یا پیش فاز بودن - در هر کدام از امپدانس‌ها تفاوت داشته باشد، بار شبکه‌ی سه فاز را **بار نامتعادل** می‌گویند.



ب: اتصال مثلث بار سه فاز به شبکه‌ی سه فاز

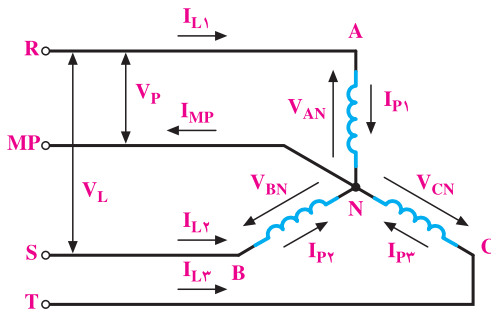


الف: اتصال ستاره‌ی بار سه فاز به شبکه‌ی سه فاز

شکل ۷-۷

۳-۲-۷ اتصال ستاره

بارهای سه فاز را می‌توان با اتصال ستاره مطابق شکل ۷-۷ الف به شبکه‌ی سه فاز اتصال داد و آن را تغذیه کرد. این بارها ممکن است متعادل یا نامتعادل باشند.



شکل ۷-۸

۱-۳-۷ اتصال ستاره و بار

متعادل: سه امپدانس مساوی Z با زاویه‌ی فاز φ که تمام مشخصات آن‌ها با هم برابر است، مطابق شکل ۸-۷ به شبکه‌ی سه فاز اتصال دارد. چون بارها متعادل اند، جریان‌های دریافتی آن‌ها از

شبکه نیز با هم برابر خواهد بود. بنابراین $I_{P1} = I_{P2} = I_{P3} = I_P$ است. به طوری که در شکل ۷-۸ مشاهده می‌کنید، جریان‌های خطوط همان جریان‌های فازهاست. پس در اتصال ستاره می‌توان نوشت:

$$I_L = I_P \quad (7-4)$$

در اتصال ستاره در بار متعادل اندازه‌ی جریان فازی یا خطی از رابطه‌ی ۷-۵ به دست می‌آید.

$$I_L = I_P = \frac{V_P}{Z}, \quad V_P = V_{AN} = V_{BN} = V_{CN} \quad (7-5)$$

و با استفاده از دیاگرام برداری ولتاژها می‌توان رابطه‌ی ۷-۶ را نتیجه گرفت.

$$V_L = \sqrt{3} V_P \quad (7-6)$$

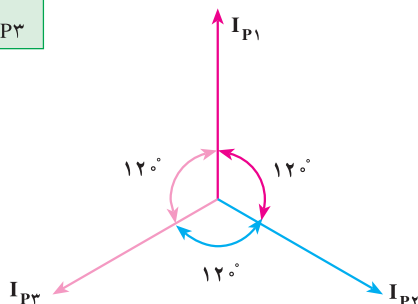
👉 نتیجه: در اتصال ستاره، بار متعادل جریان خطی با جریان فازی برابر و ولتاژ خطی $\sqrt{3}$ برابر ولتاژ فازی است.

$$\lambda \rightarrow \begin{cases} I_P = I_L \\ V_L = \sqrt{3} V_P \end{cases}$$

۷-۳-۲ محاسبه‌ی جریان نول در بار متعادل اتصال ستاره: در شکل ۷-۸ با استفاده

از قانون کیرشهف در گره N می‌توان نوشت:

$$\vec{I}_N = \vec{I}_{MP} = \vec{I}_{P1} + \vec{I}_{P2} + \vec{I}_{P3}$$



شکل ۷-۹

جریان‌های \vec{I}_{P1} ، \vec{I}_{P2} و \vec{I}_{P3} ، به علت متعادل بودن بار از نظر دامنه، یکسان‌اند ولی 120° درجه‌ی الکتریکی اختلاف فاز دارند. برای محاسبه‌ی \vec{I}_N دی‌گرام برداری جریان‌های \vec{I}_{P1} ،

\vec{I}_{P2} و \vec{I}_{P3} را مطابق شکل ۷-۹ رسم می‌کنیم. در فصل دوم اثبات کردیم که برآیند سه بردار مساوی که با هم زاویه‌ی 120° درجه می‌سازند، صفر است. پس، از سیم MP در بار متعادل، جریانی عبور نمی‌کند و می‌توان این سیم را در بار متعادل حذف کرد. در موتورهای الکتریکی به علت مساوی بودن سیم‌پیچ‌های فازها، از سیم MP در اتصال موتور به شبکه استفاده نمی‌شود؛ زیرا در نقطه‌ی N صفر مصنوعی به وجود می‌آید.

۳-۷-۳- محاسبه‌ی توان اتصال ستاره‌ی با بار متعادل: توان مصرفی در هر فاز، در مقاومت اهمی مصرف و توان غیر مفید در راکتانس القایی یا خازنی آن فاز وجود دارد. به دلیل متعادل بودن بار، توان مصرفی و غیر مصرفی در هر فاز برابر است. از جمع توان مصرفی فازها، توان مصرفی کل سه فاز به دست می‌آید. از جمع توان‌های غیر مفید (راکتیو) فازها، توان راکتیو کل سه فاز معلوم می‌شود.

$$\begin{cases} P_{e1} = I_{P1} V_{P1} \cos \varphi_1 = I_{P1}^2 R_1 & (7-7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{e2} = I_{P2} V_{P2} \cos \varphi_2 = I_{P2}^2 R_2 & (7-8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{e3} = I_{P3} V_{P3} \cos \varphi_3 = I_{P3}^2 R_3 & (7-9) \end{cases}$$

$$P_e = P_{e1} + P_{e2} + P_{e3} = 3 V_P I_P \cos \varphi \quad (7-10)$$

از روابط ۷-۴ و ۷-۶ مقادیر $I_L = I_P$ و $V_L = \sqrt{3} V_P$ را در رابطه‌ی ۷-۱۰ جایگزین می‌کنیم.

$$P_e = 3 \times \frac{V_L}{\sqrt{3}} \times I_L \cos \varphi$$

$$P_e = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi \quad W \quad (7-11)$$

$$\begin{cases} P_{d1} = I_{P1} V_{P1} \sin \varphi_1 = I_{P1}^2 X_1 & (7-12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{d2} = I_{P2} V_{P2} \sin \varphi_2 = I_{P2}^2 X_2 & (7-13) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{d3} = I_{P3} V_{P3} \sin \varphi_3 = I_{P3}^2 X_3 & (7-14) \end{cases}$$

$$P_d = P_{d1} + P_{d2} + P_{d3} = 3 V_P I_P \sin \varphi \quad (7-15)$$

در رابطه‌ی ۷-۱۵ و $V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ را جایگزین می‌کنیم و خواهیم داشت :

$$P_d = 3I_L \times \frac{V_L}{\sqrt{3}} \sin \phi = \sqrt{3} V_L I_L \sin \phi \quad V.A.R \quad (7-16)$$

از روابط ۷-۱۱ و ۷-۱۶ می‌توان نوشت :

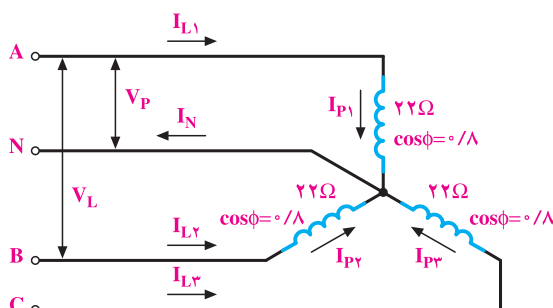
$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{(\sqrt{3} V_L I_L \cos \phi)^2 + (\sqrt{3} V_L I_L \sin \phi)^2}$$

بدین ترتیب، توان ظاهری برابر خواهد بود با :

$$P_s = \sqrt{3} V_L I_L \quad V.A \quad (7-22)$$

مثال ۱: یک بار متعادل سه‌فاز با اتصال ستاره به شبکه‌ی سه‌فاز با ولتاژ 38° ولت مطابق

شکل ۷-۱ متصل است. مطلوب است : $(V_L = 38^\circ V)$



شکل ۷-۱

الف - جریان هر فاز و هر خط.

از رابطه‌ی ۷-۶ داریم :

$$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{38^\circ}{\sqrt{3}} \approx 22^\circ V$$

بار متعادل است؛ پس داریم :

$$I_{L1} = I_{L2} = I_{L3} = I_L$$

$$I_{P1} = I_{P2} = I_{P3} = I_P$$

از رابطه‌ی ۷-۵ می‌توان نوشت :

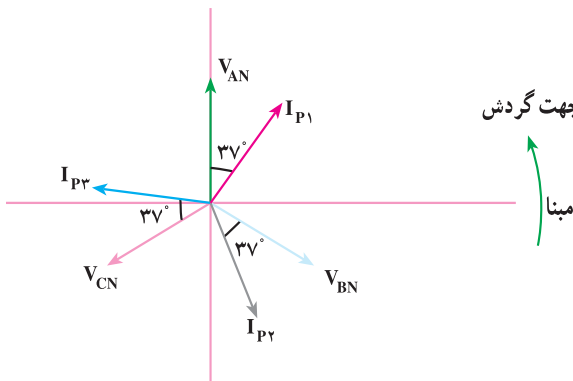
$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{22^\circ}{22} = 1^\circ A$$

چون اتصال ستاره است :

$$I_P = I_L$$

$$I_L = 1^\circ A$$

ب - دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌های فازي.



شکل ۷-۱۱

از آنجایی که ولتاژهای V_{AN} ،

V_{BN} و V_{CN} با هم برابرند، اندازه‌ی

بردارهای V_{AN} ، V_{BN} و V_{CN}

مساوی رسم می‌شوند. از طرفی چون

اختلاف فاز بین جریان هر فاز با ولتاژ

مربوطه یکسان است (بار متعادل)،

اندازه‌ی بردار جریان‌های فازي I_{P1} ،

I_{P2} و I_{P3} نیز مساوی رسم می‌شوند

(شکل ۷-۱۱).

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \cos^{-1}(\cos \phi) = 37^\circ$$

یعنی I_{P1} نسبت به V_{AN} ، I_{P2} نسبت به V_{BN} و I_{P3} نسبت به V_{CN} به اندازه‌ی 37° پس

فاز است.

پ - توان‌های مصرفی.

بار متعادل است و از رابطه‌ی ۷-۱۱ داریم :

$$P_e = \sqrt{3} V_L I_L \cdot \cos \phi$$

$$P_e = \sqrt{3} \times 380 \times 10 \times 0.8 = 5259.2 \text{ [W]}$$

از رابطه‌ی ۷-۱۶ داریم :

$$P_d = \sqrt{3} V_L I_L \sin \phi$$

$$P_d = \sqrt{3} \times 380 \times 10 \times 0.6 = 3994.4 \text{ [V.A.R]}$$

و از رابطه‌ی ۷-۱۷ داریم :

$$P_S = \sqrt{3} V_L I_L = \sqrt{3} \times 380 \times 10 = 6574 \text{ [V.A]}$$

۷-۳-۴ اتصال ستاره و بار نامتعادل: بار نامتعادل را در اتصال ستاره با فرض این که

سیم نول دایر است، مطالعه می‌کنیم. وجود سیم نول باعث می‌شود بارهای موجود در هر فاز از ولتاژ

$$\text{فازی } V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \text{ تغذیه کند.}$$

سؤال: اگر سیم نول در سیستم سه فازه‌ی اتصال ستاره قطع شود، آیا ولتاژ دو سر بارها برابر ولتاژ فازی خواهد بود؟ چرا؟

در اتصال ستاره‌ی بارهای نامتعادل، چون جریان بارها مساوی نیست، در سیم نول جریان الکتریکی برقرار می‌شود و بردار جریان آن از جمع برداری جریان‌های فازها به دست می‌آید. برای تعیین جریان سیم نول با توجه به ولتاژهای فازی و اختلاف هر فاز، جریان‌های هر فاز رسم می‌شود. براینده بردار جریان فازها، جریان سیم نول را معین می‌کند. برای محاسبه‌ی توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار سه فاز، ابتدا توان اکتیو و راکتیو هر فاز را به دست می‌آوریم. توان اکتیو (مؤثر) مدار سه فاز از جمع توان‌های اکتیو هر سه فاز به دست می‌آید. توان راکتیو از جمع جبری توان‌های غیر مؤثر هر فاز محاسبه می‌شود.

$$P_{e1} = I_{P1} V_{P1} \cos \phi_1 = I_{P1}^* R_1$$

$$P_{e2} = I_{P2} V_{P2} \cos \phi_2 = I_{P2}^* R_2$$

$$P_{e3} = I_{P3} V_{P3} \cos \phi_3 = I_{P3}^* R_3$$

$$P_e = P_{e1} + P_{e2} + P_{e3}$$

توان مؤثر کل سه فاز

$$P_e = I_{P1} V_{P1} \cos \phi_1 + I_{P2} V_{P2} \cos \phi_2 + I_{P3} V_{P3} \cos \phi_3 \quad (7-18)$$

بدین ترتیب، توان غیر مؤثر را به قرار زیر به دست می‌آوریم:

$$P_d = \pm P_{d1} \pm P_{d2} \pm P_{d3}$$

$$P_d = \pm I_{P1} V_{P1} \sin \phi_1 \pm I_{P2} V_{P2} \sin \phi_2 \pm I_{P3} V_{P3} \sin \phi_3 \quad (7-19)$$

در رابطه‌ی ۷-۱۹، علامت منفی برای خاصیت خازنی و علامت مثبت برای خاصیت سلفی مدار هر فاز منظور می‌شود. با معلوم بودن توان مؤثر و غیر مؤثر کل مدار سه فاز، توان ظاهری مطابق رابطه‌ی ۷-۲۰ محاسبه می‌شود.

$$P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} \quad (7-20)$$

در بار نامتعادل، ضریب توان شبکه‌ی سه فاز به علت تفاوت ضرایب توان‌های هر فاز، مفهومی مثل بار متعادل نخواهد داشت. بدین علت در بار نامتعادل ضریب توان تعریف نمی‌شود.^۱

۱- از طرح مثال و تمرین برای بحث اتصال ستاره نامتعادل خودداری شود.

۷-۴- اتصال مثلث

اتصال مثلث سه فاز را زمانی که بار متعادل است، بررسی می‌کنیم.

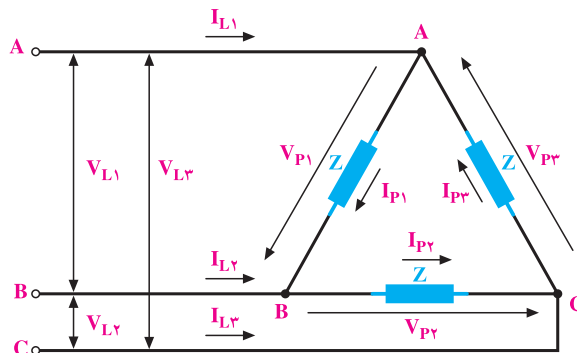
۷-۴-۱- محاسبه‌ی جریان و ولتاژ خطی در اتصال مثلث با بار متعادل: سه بار

متعادل به امپدانس Z و زاویه‌ی فاز هر کدام ϕ مطابق شکل ۷-۱۲ با اتصال مثلث در نظر می‌گیریم. ولتاژهای فاز V_{P1} ، V_{P2} و V_{P3} با ولتاژهای خطی V_{L1} ، V_{L2} و V_{L3} یکی هستند. بنابراین، در اتصال مثلث، ولتاژ بین خطوط با ولتاژ دو سر مصرف‌کننده‌ها در هر فاز یکی است. پس:

$$V_L = V_P \quad (۷-۲۱)$$

چون بار متعادل است، پس، جریان‌های فاز I_L با هم برابرند.

$$|\vec{I}_{P1}| = |\vec{I}_{P2}| = |\vec{I}_{P3}| = I_P \quad \text{و} \quad |\vec{I}_{L1}| = |\vec{I}_{L2}| = |\vec{I}_{L3}| = I_L$$



شکل ۷-۱۲

در گره‌های A، B و C با استفاده از قانون جریان‌های کیرشهف می‌توان

نوشت:

$$\vec{I}_{L1} = \vec{I}_{P1} - \vec{I}_{P3} \quad (۷-۲۲)$$

$$\vec{I}_{L2} = \vec{I}_{P2} - \vec{I}_{P1} \quad (۷-۲۳)$$

$$\vec{I}_{L3} = \vec{I}_{P3} - \vec{I}_{P2} \quad (۷-۲۴)$$


چون $|\vec{I}_{L2}| = |\vec{I}_{L1}| = |\vec{I}_{L3}| = I_L$ است، با استفاده از دیگرام برداری جریان‌ها می‌توان

رابطه‌ی ۷-۲۵ را برای به‌دست‌آوردن I_L استفاده کرد.

$$I_L = \sqrt{3} I_P$$

(۷-۲۵)

از روابط ۷-۲۱ و ۷-۲۵ می‌توان نتیجه گرفت:

 نتیجه: در اتصال مثلث در بار متعادل، جریان خطی، $\sqrt{3}$ برابر جریان فازي و ولتاژ خطی برابر ولتاژ فازي است.

۷-۴-۲- محاسبه‌ی توان‌ها در اتصال مثلث با بار متعادل: در بار متعادل، توان مؤثر

و غیر مؤثر تمام فازها با هم برابرند. به طوری که توان مؤثر کل را می‌توان سه برابر توان مؤثر هر فاز در نظر گرفت. هم‌چنین توان غیر مؤثر کل، سه برابر توان غیر مؤثر هر فاز است.

$$P_{e1} = P_{e2} = P_{e3} \Rightarrow P_e = P_{e1} + P_{e2} + P_{e3}$$

$$\text{توان مؤثر یکفاز } P_{e1} = I_{P1}^2 R_1 = I_P^2 R = V_P I_P \cos \varphi$$

$$\text{توان غیر مؤثر یکفاز } P_{d1} = I_{P1}^2 X = I_P^2 X = V_P I_P \sin \varphi$$

$$\text{توان مؤثر کل } P_e = 3P_{e1} = 3I_P^2 R = 3V_P I_P \cos \varphi \quad (7-26)$$

$$\text{توان غیر مؤثر کل } P_d = 3P_{d1} = 3I_P^2 X = 3V_P I_P \sin \varphi \quad (7-27)$$

اگر مقادیر محاسبه شده در روابط ۷-۲۱ و ۷-۲۵ را در روابط ۷-۲۶ و ۷-۲۷ منظور کنیم، خواهیم داشت:

$$\Delta \begin{cases} V_L = V_P \\ I_L = \sqrt{3} I_P \Rightarrow I_P = \frac{I_L}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$P_e = 3V_P I_P \cos \varphi$$

$$P_e = 3V_L \times \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos \varphi$$

$$P_e = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi \quad [W] \quad (7-28)$$

$$P_d = \sqrt{3} I_P V_P \sin \phi$$

$$P_d = \sqrt{3} \times \frac{I_L}{\sqrt{3}} \times V_L \sin \phi$$

$$P_d = \sqrt{3} I_L V_L \sin \phi \quad [V.A.R] \quad (7-29)$$

$$P_S = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{3} V_L I_L \quad [V.A] \quad (7-30)$$

با مقایسه‌ی روابط ۷-۱۱، ۷-۱۶، ۷-۱۷، ۷-۲۸، و ۷-۳۰ مشاهده می‌شود که ظاهراً در اتصال مثلث و اتصال ستاره توان‌ها یکی هستند. در صورتی که اگر در بار یکسان فازها، یک بار اتصال بارها ستاره و یک بار با اتصال مثلث به یک شبکه‌ی معین اتصال داده شود، توان در اتصال مثلث برابر توان در اتصال ستاره خواهد بود.

$$\Rightarrow \text{اتصال ستاره } \lambda \left\{ \begin{array}{l} I_P = \frac{V_P}{Z} = I_L \\ V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \Rightarrow P_{e\lambda} = \sqrt{3} V_L \times I_L \cos \phi = \sqrt{3} I_P \times \sqrt{3} V_P \times \frac{R}{Z} \\ \cos \phi = \frac{R}{Z} \\ P_{e\lambda} = \sqrt{3} \frac{V_P^2 R}{Z} \end{array} \right. \quad (7-31)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_L = \sqrt{3} I_P = \sqrt{3} \frac{V_L}{Z} \\ V_L = V_P \Rightarrow P_{e\Delta} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \frac{V_L}{Z} \times V_L \times \frac{R}{Z} \\ \cos \phi = \frac{R}{Z} \\ P_{e\Delta} = \sqrt{3} \frac{V_L^2 R}{Z} \end{array} \right. \quad (7-32)$$

از تقسیم رابطه ی ۷-۳۲ به رابطه ی ۷-۳۱ می توان نوشت :

$$\frac{P_{e\Delta}}{P_{e\lambda}} = \frac{\frac{3V_L^2 R}{Z^2}}{\frac{3V_P^2 \times R}{Z^2}} = \frac{V_L^2}{V_P^2} = \frac{(\sqrt{3}V_P)^2}{V_P^2} = 3$$

$$P_{e\Delta} = 3P_{e\lambda}$$

(۷-۳۳)

👉 نتیجه: اگر بتوانیم یک موتور سه فاز را به صورت ستاره و مثلث به شبکه وصل کنیم. موتور در حالت مثلث با توان نامی و در حالت ستاره با $\frac{1}{3}$ توان نامی کار می کند و از شبکه $\frac{1}{3}$ جریان نامی را دریافت می کند. وجود این شرایط، زمینه ی مساعدی را برای راه اندازی موتورهای سه فاز آسنکرون فراهم می کند.

مثال ۳: سه امپدانس (مطابق شکل ۷-۱۳) به شبکه ی سه سیمه با ولتاژ خطی 100° ولت

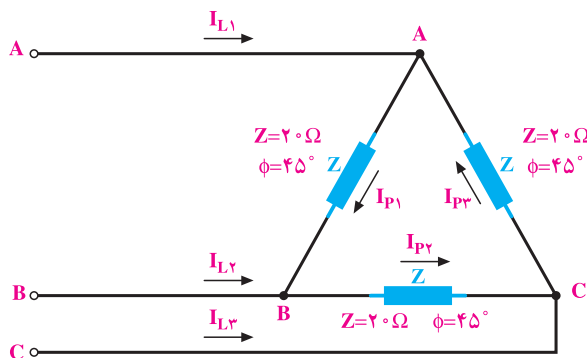
به صورت مثلث اتصال دارند. مطلوب است :

۱- جریان فازی و خطی.

۲- توان مصرفی، غیر مفید و ظاهری.

۳- اگر سه امپدانس به صورت ستاره وصل شوند، چه توانی مصرف می کنند؟ اندازه ی این

توان چه نسبتی از حالت مثلث است؟



شکل ۷-۱۳

راه حل:

۱- می توان نوشت :

$$\Delta \{ V_P = V_L = 100, \text{ بار متعادل } |I_{P1}| = |I_{P2}| = |I_{P3}| \text{ و}$$

$$|I_{L1}| = |I_{L2}| = |I_{L3}| = I_L$$

$$I_{P1} = \frac{V_{P1}}{Z_1} = \frac{100}{20} = 5A$$

برای به دست آوردن جریان خطی می توان از رابطه ی ۷-۲۵ استفاده کرد.

$$|I_{L1}| = |I_{L2}| = |I_{L3}| = I_L = \sqrt{3} I_P = \sqrt{3} \times 5 = 8.66 [A]$$

$$V_L = 100, \quad \varphi = 45^\circ, \quad I_L = 5\sqrt{3} \quad \text{—۲}$$

$$P_e = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$$

$$P_e = \sqrt{3} \times 100 \times 5\sqrt{3} \cos 45^\circ$$

$$P_e = \sqrt{3} \times 100 \times 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1060.6 [W]$$

$$P_d = \sqrt{3} V_L I_L \sin \varphi = \sqrt{3} \times 100 \times 5\sqrt{3} \times \sin 45^\circ$$

$$P_d = 1060.6 [V.A.R]$$

$$P_S = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} = \sqrt{3} V_L I_L = \sqrt{3} \times 100 \times 5\sqrt{3} = 1500 [V.A]$$

$$P_{e\lambda} = \sqrt{3} I_L V_L \cos \varphi \quad \text{—۳}$$

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} [V]$$

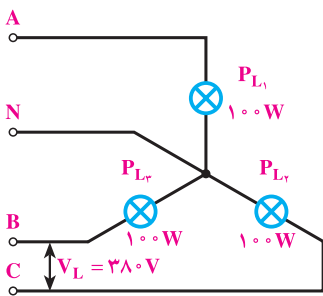
$$I_L = I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{100/\sqrt{3}}{20} = \frac{5}{\sqrt{3}} [A]$$

$$P_{e\lambda} = \sqrt{3} \times \frac{5}{\sqrt{3}} \times 100 \times \cos 45^\circ = 353.55 [W]$$

$$P_{e\lambda} / P_{e\Delta} = \frac{353.55}{1060.6} = \frac{1}{3}$$

۵-۷- اثر قطع یک فاز از خطوط انتقال بر مصرف کننده‌ها

۱-۵-۷- اتصال ستاره: فرض می‌کنیم سه لامپ ۱۰۰ وات (مطابق شکل ۷-۱۴) به یک



شکل ۷-۱۴

شبکه‌ی سه فازه‌ی چهار سیمه با اتصال ستاره وصل باشند. اگر فاز A قطع شود یا مصرف کننده‌ی P_{L1} از مدار خارج گردد، در صورتی که سیم نول وصل شده باشد، دو مصرف کننده‌ی دیگر- یعنی لامپ‌های P_{L2}, P_{L3} - با توان نامی به کار خود ادامه می‌دهند. در نتیجه، توان سیستم سه فاز $P_{L2} + P_{L3} = 200 \text{ W}$ خواهد بود؛ یعنی، مدار سه فازه با $\frac{2}{3}$ قدرت نامی به کار خود ادامه می‌دهد.

اگر سیم نول و فاز A قطع شود، دو بار P_{L2} و P_{L3} با هم سری می‌شوند و تحت ولتاژ خطی V_{BC} قرار می‌گیرند. چنانچه اثر حرارت را در مقاومت‌های مصرف کننده‌ها نادیده بگیریم، می‌توانیم بگوییم مقاومت در این وضعیت دو برابر شده است ولی ولتاژ $V_L = \sqrt{3} V_P$ برابر می‌شود. بنابراین، تغییر ولتاژ از تغییر مقاومت‌ها در مدار V_{BC} کم‌تر است. در نتیجه، جریان کاهش می‌یابد و به دنبال آن، نور و توان لامپ کم‌تر می‌شود. در این حالت، توان مدار برابر است با:

$$P_e = \frac{V_L^2}{2R} = \frac{3V_P^2}{2R} = \frac{3}{2} \times \frac{V_P^2}{R}$$

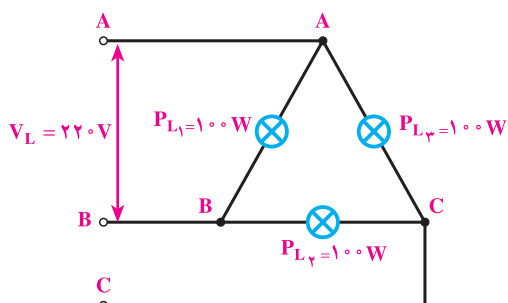
$$P_{L1} = P_{L2} = P_{L3} = \frac{V_P^2}{R} = 100 \text{ [W]}$$

$$P_e = \frac{3}{2} \times 100 = 150 \text{ [W]}$$

توان مدار به نصف کاهش می‌یابد. در موتورهای سه فاز وقتی یک فاز قطع می‌شود، موتور دو فاز کار می‌کند و توان آن به نصف توان نامی می‌رسد. علاوه بر کاهش توان، حوزة دوار در سطح استاتور از شکل سه فاز خارج می‌شود. در صورتی که موتور زیر بار باشد، امکان غلبه‌ی بار بر قدرت موتور زیاد است. در نتیجه، موتور زیر بار می‌خواهد. اگر سیستم حفاظتی موتور عمل نکند، سوختن موتور حتمی است.

۷-۵-۲ اتصال مثلث: فرض می‌کنیم سه لامپ ۱۰۰ واتی به شبکه‌ی سه فاز ی سه سیمه

(مطابق شکل ۷-۱۵) با اتصال مثلث به هم وصل باشند. اگر سه فاز سالم باشد و فقط یکی از مصرف‌کننده‌ها



شکل ۷-۱۵

— مثلاً P_{L_1} — از شبکه خارج شود، دو لامپ

باقی‌مانده — یعنی P_{L_2} و P_{L_3} — با توان نامی به

کار خود ادامه خواهند داد و در کیفیت نور

آن‌ها تغییری به وجود نمی‌آید و مدار سه فاز با

$\frac{2}{3}$ توان نامی کار خواهد کرد. اگر مصرف‌کننده‌ها

سالم باشند و فقط یکی از فازها — مثلاً A — قطع

شود، لامپ L_2 چون ولتاژ نامی را از دو فاز B

و C دریافت می‌کند، با نور طبیعی و توان نامی خود به کار ادامه می‌دهد. دو لامپ P_{L_1} و P_{L_3} سری شده

و از ولتاژ خطی بین B و C تغذیه می‌کنند. در نتیجه، این دو مصرف‌کننده به اندازه‌ی نصف ولتاژ نامی از

شبکه تغذیه می‌شوند. اگر اثرات حرارتی در مصرف‌کننده‌های P_{L_1} و P_{L_3} صرف‌نظر کنیم، خواهیم

داشت:

$$P_e = \frac{V_L^2}{2R} + P_{L_2}$$

(۷-۳۴)

$$P_{L_1} = P_{L_2} = P_{L_3} = \frac{V_L^2}{R} = 100$$

$$P = 50 + 100 = 150 [W]$$

توان مدار سه فاز به برابر نصف توان نامی قبل از قطع یک فاز می‌شود. اگر مصرف‌کننده‌های

P_{L_1} ، P_{L_2} و P_{L_3} سیم‌پیچ‌های یک الکتروموتور باشند، به هنگام بارداری مورد تهدید قرار می‌گیرند

و احتمال از بین رفتن و سوختن سیم‌پیچ‌ها زیاد است.

۷-۶ اثر تعویض دو فاز بر کمیت‌های الکتریکی مصرف‌کننده‌ها

تعویض دو فاز در شبکه‌های سه فاز، وقتی مصرف‌کننده‌ها متعادل‌اند، هیچ اثر نامطلوبی

در مقادیر جریان‌های فازی، خطی، توان‌های مفید، غیرمفید و ضریب توان ندارد. فقط در موتورهای

یا مصرف‌کننده‌هایی که گردش مکانیکی دارند، جهت گردش عوض می‌شود. در بارهای نامتعادل