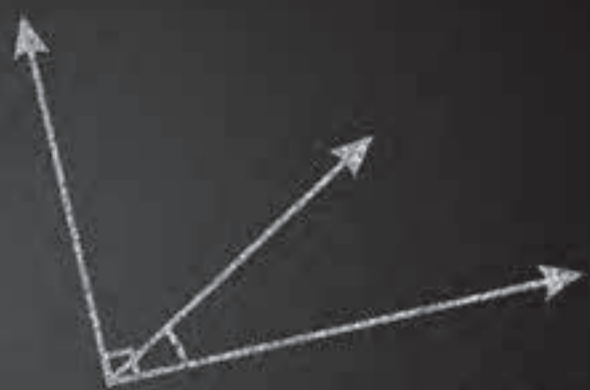




اسکار
 $\theta = +90^\circ$
 توات ظاهری
 زاویه ۹۰ درجه تحلیل
 $P_e = \frac{V_e I}{R}$
مقاومت القا
 $\omega = 100 \text{ Rad/S}$
 ضرب بردارها
 تفاضل بردارها
 $\cos \phi = \frac{P_r}{P_e}$
مولفه های افقی
 معادلات ولتاژ و جریان
 ضرب نقطه ای منحنی تغییرات
 مدار خازنی خالص
 Apparent power
 $X_c = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c}$
تجزیه بردار
 $\sin(\omega t + \theta_v)$
 اسیلوسکوپ
 $\phi = \theta_v - \theta_i = -90^\circ$
 اختلاف فاز
 $P_e = 1000 \text{ W}$
 $\Sigma P_e = P_e + P_e + P_e$
 توان اکتیو
 $I_e = \frac{P_s}{V_e}$
 ϕ

Im
 برآیند
 فاز
 Phase leading

روش هندسی
 توان
 $V_m = X_{C_T} \times I_m$
 موج سینوسی
 $\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi}$

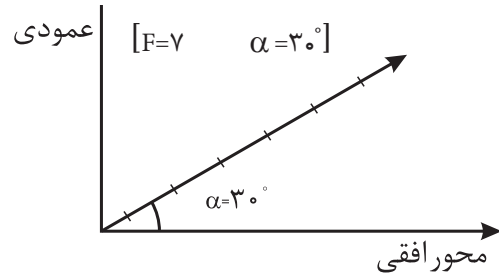


فصل دوم

بردار

بردار

۲-۱- بردار پاره خطی است که دارای اندازه (طول) و جهت است. از بردار در مدارهای الکتریکی به عنوان وسیله‌ای جهت نمایش و محاسبه کمیت‌های الکتریکی مثل ولتاژ و جریان و ... استفاده می‌شود. شکل (۲-۴).



شکل (۲-۱)

۲-۲- عملیات ریاضی روی بردارها: به روی بردارها می‌توان عملیات ریاضی زیر را انجام داد:

الف) جمع یا برآیند بردارها (ب) تفاضل بردارها (ج) ضرب بردارها

۲-۳- جمع بردارها: به دو روش هندسی و تحلیلی انجام می‌شود که خلاصه روابط آن‌ها چنین است:

۱) روش هندسی: این روش برای محاسبه جمع دو بردار به کار می‌رود:

$$R = F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$

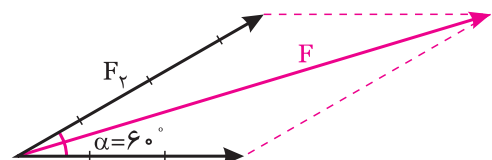
F_1 : مقدار عددی بردار اول

F_2 : مقدار عددی بردار دوم

α : زاویه بین دو بردار

مثال ۱

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه 60° درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند، مطلوبست جمع یا برآیند آن‌ها به روش هندسی: شکل (۲-۲).



شکل (۲-۲)

$$\alpha = 60^\circ \text{ و } F_2 = 4, F_1 = 3$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cdot \cos \alpha} = \sqrt{3^2 + 4^2 + (2 \times 3 \times 4 \times \cos 60^\circ)}$$

$$R = \sqrt{9 + 16 + 12} \Rightarrow R = \sqrt{37} \Rightarrow \boxed{R = 6.08}$$

بیشتر بدانید

چنانچه دو بردار F_1 و F_2 معلوم باشد و برآیند آن‌ها (F) نیز معلوم باشد، برای تعیین زاویه بین دو بردار می‌توان از این رابطه استفاده کرد.

$$\cos \alpha = \frac{F^2 - F_1^2 - F_2^2}{2F_1 F_2}$$

مثال ۲

دو بردار $F_1=6$ و $F_2=8$ نسبت به هم با چه زاویه‌ای قرار گیرند تا برآیند آن‌ها برابر ۱۲ شود؟

بر اساس رابطه بالا:

$$F_1 = 6 \quad F_2 = 8 \quad F = 12 \quad \alpha = ?$$

$$\cos \alpha = \frac{F^2 - F_1^2 - F_2^2}{2F_1 F_2} = \frac{12^2 - 6^2 - 8^2}{2 \times 6 \times 8}$$

$$\cos \alpha = 0.45 \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}(0.45) \quad \boxed{\alpha = 63^\circ}$$

0.45 : \cos^{-1} یعنی چه زاویه‌ای است که، کسینوس آن برابر 0.45 می‌شود.

بیشتر بدانید

بررسی چند حالت خاص:

الف) اگر دو بردار F_1 و F_2 هم جهت و هم راستا باشد

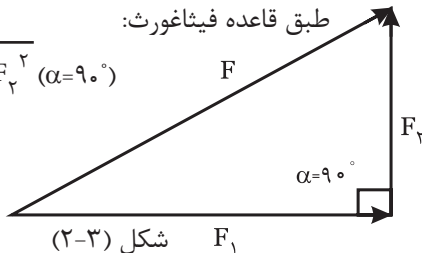
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \underbrace{F_1 + F_2}_{\text{جمع عددی}} \quad (\alpha = 0^\circ) \quad \text{یعنی } \alpha = 0^\circ \text{ باشد:}$$



ب) اگر دو بردار F_1 و F_2 بر هم عمود باشد:

طبق قاعده فیثاغورث:

$$F_1 + F_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (\alpha = 90^\circ)$$



شکل (۲-۳)

حل

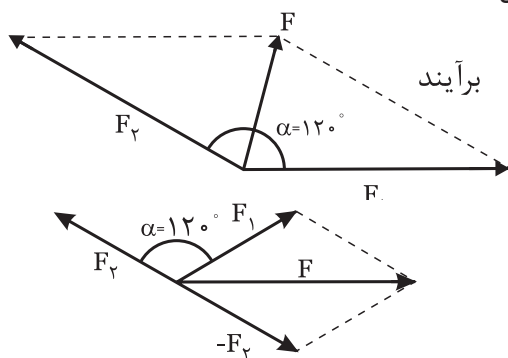
$$F_1 = F_2 = 20 \text{ N}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 20 \cdot \sqrt{3}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_1 \Rightarrow \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = 20$$

مثال ۲

دو بردار $F_1 = F_2 = 30 \text{ N}$ با زاویه 120° درجه نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید. شکل (۲-۶).



شکل (۲-۶)

حل

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1 = 30 \text{ N}$$

$$\alpha = 120^\circ$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1 = 30 \cdot \sqrt{3}$$

مثال ۵

برآیند دو بردار عمود بر هم 10 است، اگر یکی از بردارها مقدارش برابر 6 باشد، بردار دیگر چه اندازه اش خواهد داشت؟

حل

$$F = 10$$

$$F_1 = 6, F_2 = ?$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2}$$

$$F_2 = \sqrt{10^2 - 6^2} \Rightarrow F_2 = 8$$

(ج) اگر دو بردار F_1 و F_2 در خلاف جهت هم باشند:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1 - F_2 \quad (\alpha = 180^\circ)$$

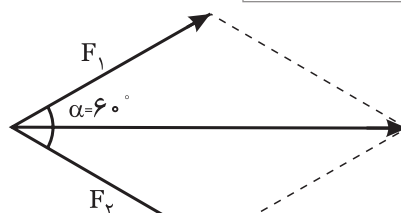
«بردار برآیند در جهت بردار بزرگتر است»

(د) اگر دو بردار برابر باشند و نسبت به یکدیگر با زاویه 60° درجه قرار گیرند، بردار برآیند نیمساز زاویه بین دو بردار می‌باشد: شکل (۲-۴).

$$F_1 + F_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos 60^\circ}$$

$$\cos 60^\circ = 0.5$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1$$



شکل (۲-۴)

از طرف دیگر تفاضل این دو بردار برابر است با:

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_1$$

(ه) اگر دو بردار برابر باشند و با زاویه 120° درجه نسبت

به هم قرار گیرند شکل (۲-۵) طبق روابط قبلی خواهیم داشت:

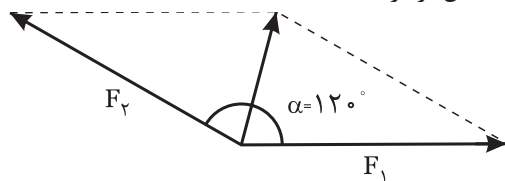
$$F_1 = F_2 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_1$$

$$\alpha = 120^\circ$$

جمع بردارها:

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{3} F_1$$

تفاضل بردارها:



شکل (۲-۵)

مثال ۳

دو بردار مساوی با $F_1 = F_2 = 20 \text{ N}$ هم زاویه 60° درجه دارند،

برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید:

۲-۴- جمع بردارها به روش تحلیلی

این روش معمولاً برای جمع بیشتر از ۲ بردار بکار می‌رود. برای جمع بردارها به این روش:

الف) ابتدا بردارها را به مولفه‌های افقی تجزیه کرده و سپس جمع آنها (ΣF_x) را بدست می‌آوریم:

$$\Sigma F_x = \pm F_1 \cdot \cos \alpha_1 \pm F_2 \cdot \cos \alpha_2 \pm F_3 \cdot \cos \alpha_3$$

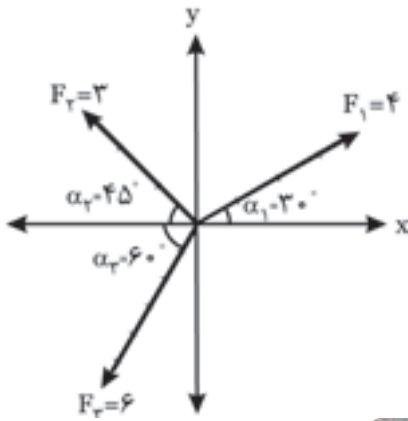
ب) سپس مولفه‌های عمودی بردارها را نیز بدست آورده و آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\Sigma F_y = \pm F_1 \cdot \sin \alpha_1 \pm F_2 \cdot \sin \alpha_2 \pm F_3 \cdot \sin \alpha_3$$

ج) جمع بردار از این رابطه به دست می‌آید.

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

پس از تجزیه بردارهای شکل (۲-۹) به مولفه‌های افقی و عمودی، برآیند آن‌ها را از روشی تحلیلی محاسبه کنید:



شکل (۲-۹)

با توجه به وضعیت قرارگرفتن بردارها می‌توان از الگوی شکل زیر برای علامتگذاری مولفه‌ها استفاده کرد:

الف) تجزیه بردارها به مولفه‌های افقی و عمودی

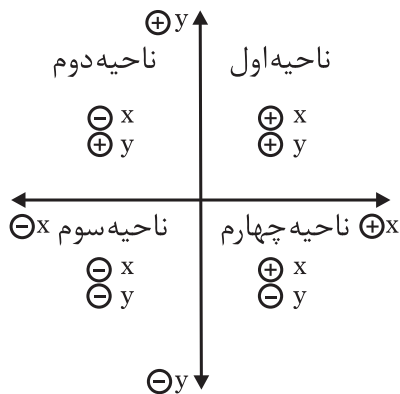
در ناحیه اول است: بنابراین F_{1x} و F_{1y} مثبت است:

$$F_{1x} = 4 \times \cos 30^\circ = 4 \times 0.86 = 3.46$$

$$F_{1y} = 4 \times \sin 30^\circ = 4 \times 0.5 = 2$$

در ناحیه دوم است: بنابراین F_{2x} منفی و F_{2y} مثبت است:

است:



شکل (۲-۱۰)

$$F_{2x} = -3 \times \cos 45^\circ = -3 \times 0.707 = -2.12$$

$$F_{2y} = +3 \times \sin 45^\circ = 3 \times 0.707 = +2.12$$

در ناحیه سوم است.

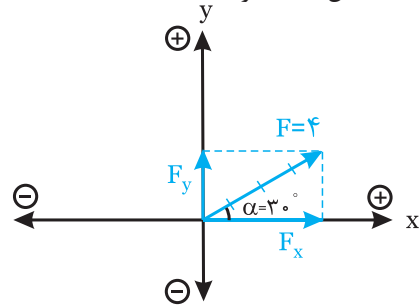
$$F_{3x} = -6 \times \cos 60^\circ = -6 \times 0.5 = -3$$

$$F_{3y} = -6 \times \sin 60^\circ = -6 \times 0.86 = -5.16$$



بردارهای شکل‌های زیر را به مولفه‌های افقی و عمودی

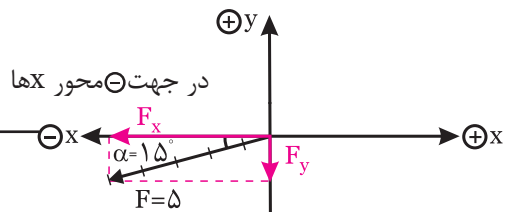
تجزیه کنید. شکل (۲-۷) و (۲-۸).



شکل (۲-۷)

مولفه افقی: $F_x = F \cdot \cos \alpha = 4 \times \cos 30^\circ = 4 \times 0.86 = 3.46$

مولفه عمودی: $F_y = F \cdot \sin \alpha = 4 \times \sin 30^\circ = 4 \times 0.5 = 2$



در جهت - محور Xها

$$F_y = \ominus F \cdot \sin \alpha = -5 \times \sin 15^\circ = -5 \times 0.25 = -1.29$$

$$F_x = \ominus F \cdot \cos \alpha = -5 \times \cos 15^\circ = -5 \times 0.96 = -4.8$$

شکل (۲-۸)

فعالیت ۳

دو بردار $F_1=6$ و $F_2=8$ باید با چه زاویه ای نسبت به هم قرار گیرند تا برآیند آن ها برابر ۱۰ شود؟

$$\vec{F}_1=6, \vec{F}_2=8, F=10, \alpha=?$$

$$\cos \alpha = \frac{F^2 - F_1^2 - F_2^2}{2F_1 F_2}$$

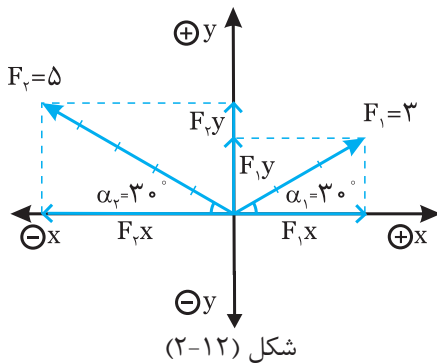
$$\cos \alpha = \frac{(10)^2 - (6)^2 - (8)^2}{2 \times 6 \times 8}$$

$$\cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

فعالیت ۴

جمع بردارهای شکل (۲-۱۲) را از روش تحلیلی بدست آورید:

ابتدا بردارها را تجزیه کنید:



$$\oplus F_{1x} = 3 \times \cos 30^\circ = 2.6$$

$$\oplus F_{1y} = \dots \times \dots \Rightarrow F_{1y} = 1.5$$

$$F_{2x} = -5 \times \cos \dots \Rightarrow F_{2x} = -4.33$$

$$F_{2y} = \dots \times \dots \Rightarrow F_{2y} = 2.5$$

$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} = \dots \Rightarrow \Sigma F_x = -1.73$$

$$\Sigma F_y = F_{1y} + \dots = \dots \Rightarrow \Sigma F_y = \dots$$

$$F = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow F = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$$

$$F = \dots$$

جمع مولفه‌های افقی و عمودی

$$\Sigma F_x = +F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} = 3/46 - 2/12 - 3 \Rightarrow \Sigma F_x = -1/66$$

$$\Sigma F_y = +F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} = 2 + 2/12 - 5/16 \Rightarrow \Sigma F_y = -1/4$$

منفی نشان دهنده آن است که مجموع مولفه‌ها در ناحیه منفی قرار می‌گیرند.

ج) برآیند بردارها

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

$$F = \sqrt{(-1/66)^2 + (-1/4)^2} \Rightarrow F = \sqrt{2/75 + 1/16} = \sqrt{3/83}$$

$$F = 1/95$$

هر عدد منفی اگر به توان ۲ برسد، مثبت می‌شود.

فعالیت ۱

روابط زیر را کامل کنید:

رابطه جمع دو بردار از روش هندسی:

$$R = \sqrt{(F_1)^2 + (\dots)^2 + \dots}$$

جمع مولفه‌های افقی:

$$\Sigma F_x = \pm F_1 \cdot \cos \alpha_1 \pm F_2 \times \dots$$

جمع مولفه‌های عمودی:

$$\Sigma F_y = \pm \dots \times \sin \alpha_1 \pm F_2 \times \dots$$

جمع بردارها (روش تحلیلی)

$$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\dots)^2}$$

فعالیت ۲

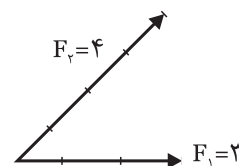
دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به هم قرار دارند، مطلوبست:

الف) جمع بردارها ب) ترسیم بردارها

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2 + (2F_1 F_2 \cdot \cos \alpha)}$$

$$R = \sqrt{(3)^2 + (\dots)^2 + \dots} \Rightarrow R = \dots$$

ب) ترسیم بردارها: (بردار برآیند را از جمع دو بردار به روش متوازی الاضلاع بدست آورید)



شکل (۲-۱۱)



۵-۲- تفاضل بردارها

برای تفریق بردارها، به روش هندسی می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cdot \cos \alpha}$$

مشاهده می‌شود که در این رابطه، تنها یک علامت منفی با جمع بردارها تفاوت دارد.

مثال ۱

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه 60° درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند؛ مطلوب است:

(الف) $F_1 - F_2 = ?$

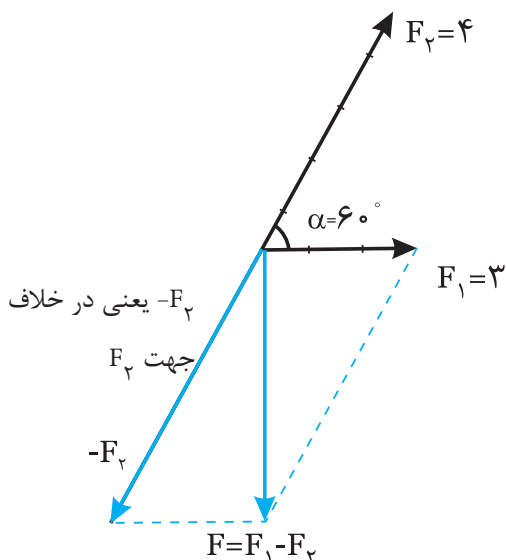
$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cdot \cos \alpha}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{3^2 + 4^2 - (2 \times 3 \times 4 \times \cos 60^\circ)}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{9 + 16 - (24 \times 0.5)} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{13} = 3.6}$$

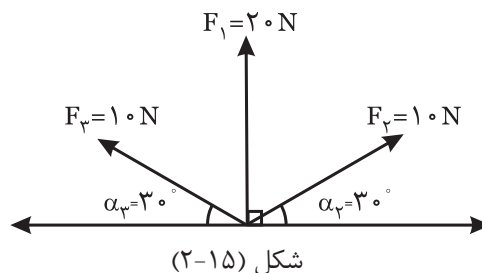
(ب) رسم بردارها:

چون $F_1 - F_2 = F_1 + (-F_2)$ می‌باشد، لذا بردار F_2 را در خلاف آن امتداد داده و با بردار F_1 جمع می‌کنیم.



شکل (۲-۱۶)

۳- برآیند سه بردار F_1, F_2 و F_3 شکل (۲-۱۵) را بدست آورید.
جواب: $F=3.0 \text{ N}$



حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

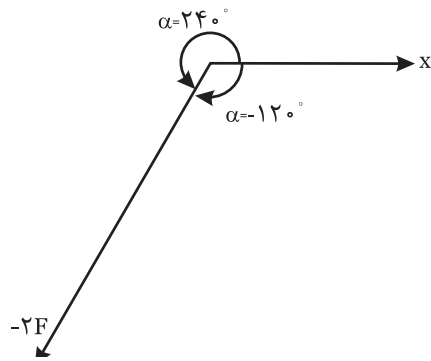
.....

.....

.....

.....

توجه: مطالب مربوط به سوالاتی که به جواب نرسیده است، مجددا مطالعه و سپس به تمرینات پاسخ دهید.



شکل (۲-۱۸)

(ب) ضرب نقطه‌ای:

حاصل این ضرب یک کمیت عددی یا اسکالر است و به همین خاطر ضرب اسکالر یا نقطه‌ای نیز نامیده می‌شود، و از این رابطه بدست می‌آید:

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha$$

مثال ۱۱

دو بردار $F_1 = 5$ و $F_2 = 10$ با زاویه 45° نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، مطلوب است:

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = ?$$

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha = 5 \times 10 \times \cos 45^\circ \Rightarrow \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 50 \times 0.707$$

$$\boxed{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 35.35}$$

فعالیت ۵

روابط زیر را کامل کنید:
رابطه تفاضل بردارها

$$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2 - (\dots)}$$

ضرب اسکالر (عددی)

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \dots \times \dots \times \dots$$

فعالیت ۶

دو بردار $F_1 = 3$ و $F_2 = 4$ با زاویه 45° درجه نسبت به هم قرار دارند. مطلوب است:

(الف) تفاضل بردارها (ب) ضرب داخلی آن‌ها

(الف) تفاضل: $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cdot \cos \alpha}$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 - (\dots)} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \dots}$$



مثال ۹

در چه حالتی جمع دو بردار با تفاضل آن دو بردار برابر است؟

پاسخ: در روابط مربوط به جمع و تفاضل بردارها، چنانچه زاویه برابر 90° درجه باشد.

چون $\cos 90^\circ = 0$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_1 + F_2 = F_1 - F_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad \text{اگر } \alpha = 90^\circ$$

خلاصه درس

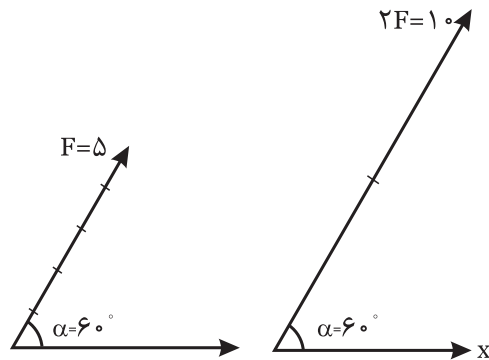
۶-۲- ضرب بردارها

(الف) ضرب یک بردار در یک کمیت عددی:

اگر عددی مثبت مثل K را در یک بردار ضرب کنیم، حاصل ضرب آن برداری است که قدر مطلق آن K برابر می‌شود. چنانچه K عددی منفی باشد، جهت بردار 180° درجه تغییر می‌کند.

مثال ۱۰

بردار $F = 5$ با محور X ها زاویه 60° درجه می‌سازد، مقادیر $2F$ و $-2F$ را محاسبه کنید



شکل (۲-۱۷)

راه حل)

$$\begin{cases} F = 5, \alpha = 60^\circ \\ 2\vec{F} = 2 \times 5 = 10 \quad \alpha = 60^\circ \end{cases}$$

$$-2\vec{F} = -2 \times 5 = -10 \Rightarrow \alpha = 60^\circ \pm 180^\circ = \begin{cases} +240^\circ \\ -120^\circ \end{cases} \text{ یا:}$$

تمرین

۱- دو بردار $F_1 = 5\sqrt{2}$ و $F_2 = 5$ با هم زاویه 45° درجه

می‌سازند، مطلوبست: $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$ و $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$

حل

.....

.....

.....

.....

.....

۲- دو بردار $F_1 = 6$ و $F_2 = 6$ اگر با زاویای زیر نسبت به هم قرار گیرند، تفاضل آن‌ها را محاسبه کنید:

الف) $\alpha = 30^\circ$ ب) $\alpha = 60^\circ$ ج) $\alpha = 120^\circ$

حل

.....

.....

.....

.....

.....

تحقیق کنید

۱) با مراجعه به سایت‌های اینترنتی مطالبی را در خصوص بردار "Vector" و روش‌های جمع و تفریق و ضرب آن تهیه کنید.

۲) به صورت کار گروهی مقایسه‌ای بین کمیت‌های برداری و عددی انجام دهید.

www.Wikipedia.com
www.Roshd.ir

معرفی سایت:

ب) ضرب اسکالر (داخلی)

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \dots \times \dots \times \dots$$

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 3 \times \dots \times \dots \Rightarrow \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \dots$$

فعالیت ۷

دو بردار $F_1 = 6$ و $F_2 = 8$ با زاویه 90° درجه نسبت به هم

قرار دارند. مطلوبست:

الف) تفاضل بردارها

ب) ضرب داخلی آن‌ها

ج) رسم بردارها و تعیین تفاضل آن‌ها

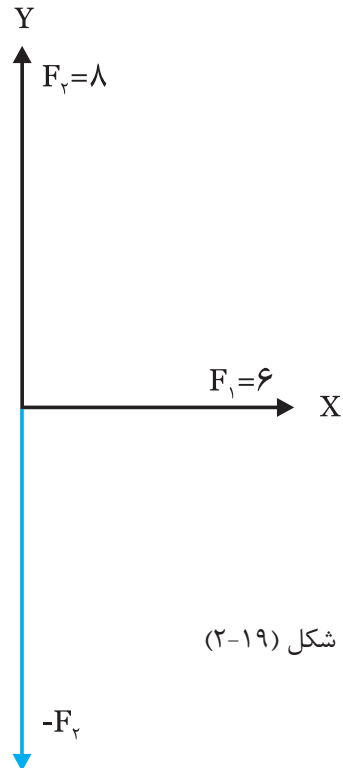
$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2 - (\dots)} \quad \alpha = 90^\circ$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow F_1 - F_2 = \dots$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_1 + -F_2$$

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 =$$



شکل (۱۹-۲)

جواب بدست آمده از طریق محاسبه را با نتیجه بدست

آمده از طریق اندازه‌گیری بردار تفاضل مقایسه کنید.

۲-۸- معادلات ولتاژ و جریان

در جریان متناوب سینوسی در اثر اعمال ولتاژ به مدار جریان از آن عبور می‌کند.

معادله ولتاژ از رابطه: $v_{(t)} = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$ و معادله جریان از رابطه $i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$ بدست می‌آید. در این روابط:

V_m و I_m : مقادیر ماکزیمم یا پیک ولتاژ و جریان،

ω : سرعت زاویه‌ای (rad/s)

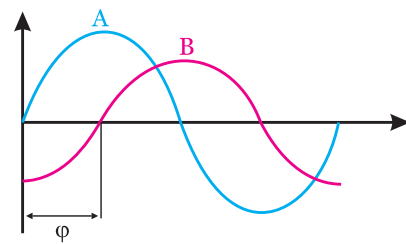
$v_{(t)}$ و $i_{(t)}$: مقادیر لحظه‌ای ولتاژ و جریان،

θ_v : زاویه بردار ولتاژ و θ_i : زاویه بردار جریان است.

۲-۹- اختلاف فاز:

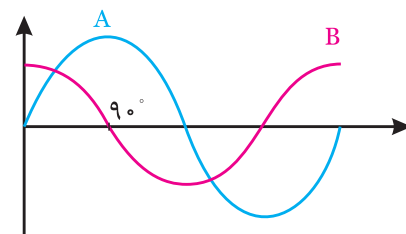
برای تعیین میزان اختلاف فاز بین دو شکل موج، ابتدا دو نقطه مشابه (صفر - ماکزیمم - مینیمم) از شکل موج‌ها را روی محور افقی با هم مقایسه می‌کنیم. در صورتی که موجی از موج دیگر زودتر شروع شده باشد، اصطلاح **پیش فاز** و در صورتی که عقب‌تر (دیرتر) شروع شده باشد. کلمه **پس فاز** و چنانچه دو شکل کاملاً مشابه باشد، کلمه **هم فاز** را بکار می‌بریم.

الف) موج A نسبت به B، ϕ درجه پیش فاز است.



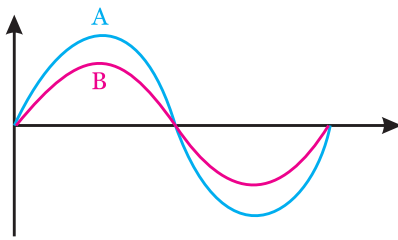
شکل (۲-۱۹) الف)

ب) موج A نسبت به B، 90° درجه پس فاز است.



شکل (۲-۱۹) ب)

ج) موج A و B هم فاز است.



شکل (۲-۲۲) ج)

زاویه اختلاف فاز از این رابطه به دست می‌آید.

$$\phi = \theta_v - \theta_i$$

۲-۱۰- انواع حالت‌های مدار

با توجه به زاویه اختلاف فاز ϕ می‌توان کلید مدارات را در

پنج حالت زیر طبقه بندی کرد:

۱) مدار اهمی خالص:

در این مدار ولتاژ و جریان هم فاز است یعنی $\theta_v = \theta_i$

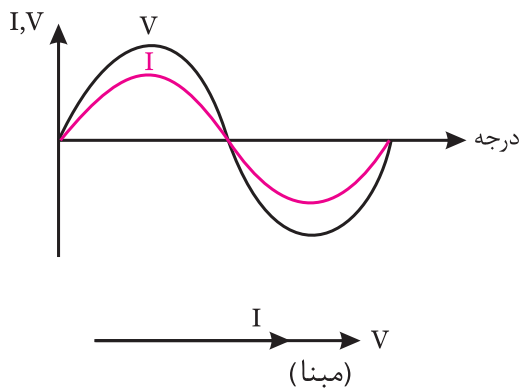
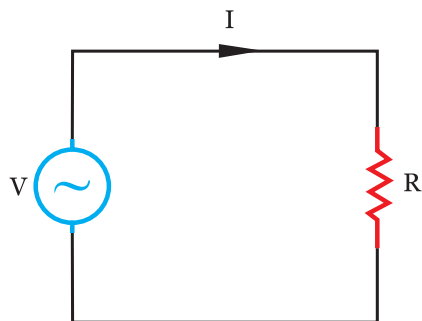
معادله ولتاژ $V_{(t)} = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$

معادله جریان $i_{(t)} = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$

یعنی زاویه اختلاف فاز برابر صفر است:

$$\theta_v = \theta_i$$

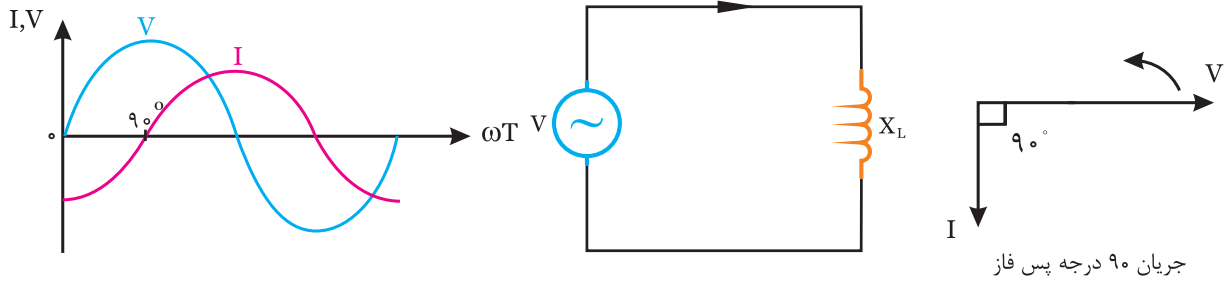
$$\phi = \theta_v - \theta_i = 0$$



شکل (۲-۲۰)

۲) مدار سلفی خالص

جریان نسبت به ولتاژ ۹۰ درجه پس فاز است. شکل (۲-۲۱)



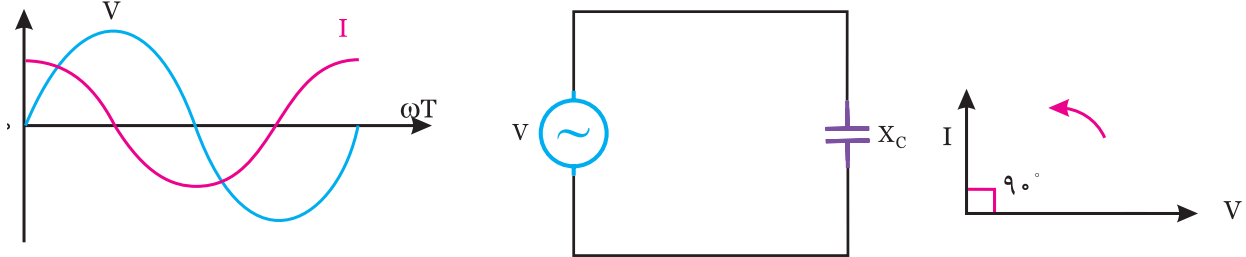
$$\begin{cases} V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \\ i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t - 90^\circ) \end{cases}$$

شکل (۲-۲۱)

چون ولتاژ ۹۰ درجه از جریان جلوتر است، علامت φ مثبت است. $\varphi = \theta_v - \theta_i = +90^\circ$

۳) مدار خازنی خالص

در این مدار، جریان ۹۰ درجه پیش فاز است و چون ولتاژ از جریان عقبتر است φ منفی است. $\varphi = \theta_v - \theta_i = -90^\circ$

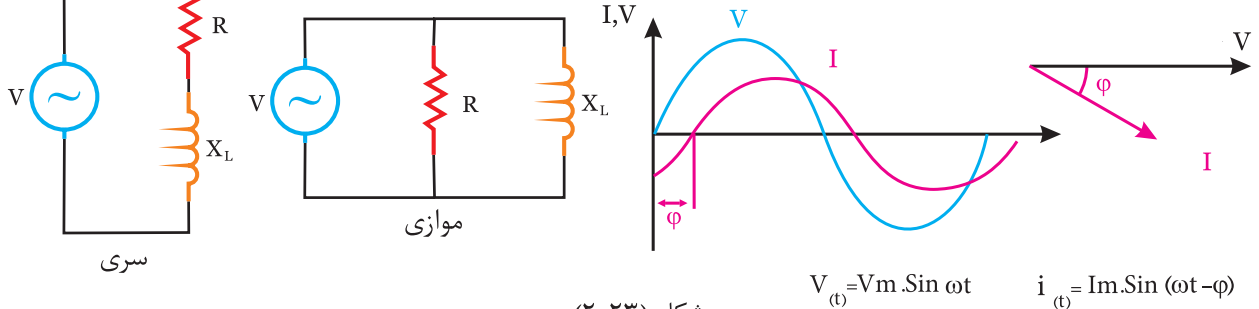


$$\begin{cases} V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \\ i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t + 90^\circ) \end{cases}$$

شکل (۲-۲۲)

۴- مدار اهمی - سلفی

در این مدار φ عددی مثبت و بین ۰ و ۹۰ درجه است. این مدار را نیز پس فاز می گویند.

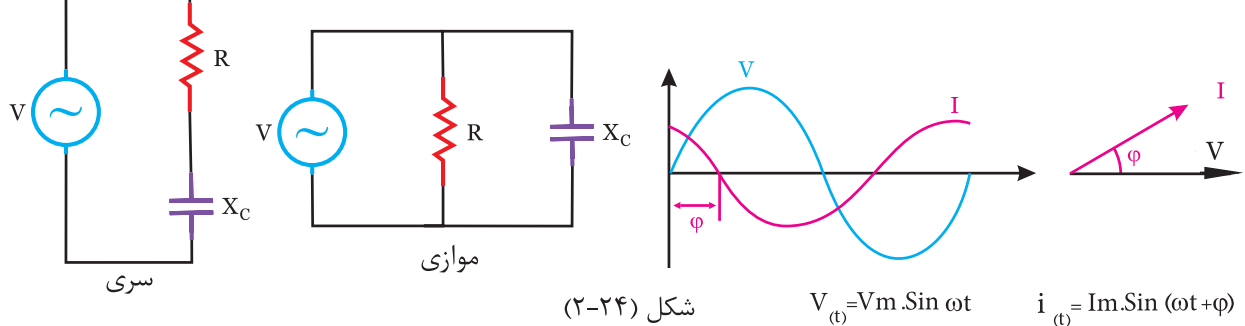


شکل (۲-۲۳)

$$V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \quad i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t - \varphi)$$

۵) مدار اهمی - خازنی

در این مدار φ عددی منفی و بین ۰ و -۹۰ درجه است. این مدار را نیز پیش فاز می گویند. $\varphi = \theta_v - \theta_i$



شکل (۲-۲۴)

$$V_{(t)} = V_m \cdot \sin \omega t \quad i_{(t)} = I_m \cdot \sin (\omega t + \varphi)$$



مثال ۱۳

ج) زاویه اختلاف فاز و حالت مدار:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \varphi = 60 - 90 \Rightarrow \boxed{\varphi = -30^\circ}$$

چون φ منفی است، مدار اهمی - خازنی (پیش فاز) است. یعنی جریان به اندازه 30° درجه نسبت به ولتاژ جلوتر است.

در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ

$$V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

و معادله جریان

$$i_{(t)} = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

است. مطلوبست:

الف) مقادیر ماکزیمم ولتاژ و جریان

ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان

ج) تعیین θ_v و θ_i و φ و حالت مدار.

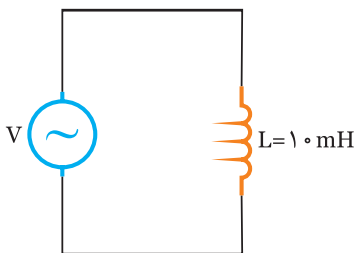
مثال ۱۳

در مدار الکتریکی شکل (۲-۲۵) اگر معادله ولتاژ $V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin(1000t)$ باشد، مطلوبست:

الف) معادله جریان

ب) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



شکل (۲-۲۵)

از معادله ولتاژ داریم:

$$V_m = 100\sqrt{2} \text{ (V)}$$

$$\omega = 1000 \text{ Rad/S}$$

$$\theta_v = 0^\circ$$



حل

با توجه به معادلات ولتاژ و جریان:

$$V_{(t)} = V_m \cdot \sin(\omega t + \theta_v)$$
$$V_{(t)} = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

$$V_m = 100\sqrt{2} \text{ (V)}$$

$$\omega = 1000 \text{ Rad/S}$$

$$\theta_v = 60^\circ$$

با توجه معادله جریان نیز می‌توان نوشت:

$$i_{(t)} = I_m \cdot \sin(1000t + \theta)$$
$$i_{(t)} = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$
$$I_m = 20\sqrt{2}$$
$$\omega = 1000 \text{ Rad/S}$$
$$\theta_i = 90^\circ$$

ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان:

مقدار موثر ولتاژ:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{V_e = 100 \text{ V}}$$

مقدار موثر جریان:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{I_e = 20 \text{ A}}$$

ابتدا مقاومت القایی X_L را محاسبه می‌کنیم:

$$X_L = \omega L \Rightarrow X_L = 1000 \times 10 \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{X_L = 10 \ \Omega}$$

برای محاسبه I_m قانون اهم را بکار می‌بریم:

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{100\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \boxed{I_m = 10\sqrt{2} \text{ A}}$$

در این مدار چون سلفی خالص است:

$$\varphi = +90^\circ$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_i = \theta_v - \varphi \Rightarrow \theta_i = 0 - 90 \Rightarrow \boxed{\theta_i = -90^\circ}$$

جریان 90° درجه پس فاز است.

ب) با توجه به رابطه قانون اهم:

$$V_m = X_{C_T} \times I_m \Rightarrow V_m = 4 \times 10 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow V_m = 40 \cdot \sqrt{2}$$

$\varphi = -90^\circ$ چون مدار خازنی خالص است:
 $\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_v = \varphi + \theta_i \Rightarrow \theta_v = -90 + 0 \Rightarrow \theta_v = -90^\circ$

با معلوم بودن V_m و θ_i معادله ولتاژ را می توان نوشت:

$$V(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$V(t) = 40\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$$



در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ

$$V(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

است، چنانچه جریان دارای مقدار موثر ۱۰ آمپر باشد و نسبت به ولتاژ ۳۰ درجه تقدم فاز (پیش فاز) باشد، معادله جریان را بنویسید.



با توجه به معادله ولتاژ:

$$V_m = 200\sqrt{2}$$

$$\omega = \dots\dots\dots$$

$$\theta_v = \dots\dots\dots$$

چون $I_e = 10A$ بنابراین مقدار ماکزیمم جریان

$$I_m = \dots\dots\dots$$

چون جریان ۳۰ درجه پیش فاز است یعنی $\varphi = -30^\circ$

$$\varphi = -30^\circ$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \theta_i = \theta_v - \dots\dots\dots$$

$$\theta_i = \dots\dots\dots$$

بنابراین با معلوم بودن θ_i و I_m معادله جریان:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \dots\dots\dots)$$

$$i(t) = \dots\dots\dots \sin(\dots\dots\dots)$$



منحنی های ولتاژ و جریان یک موج سینوسی، مطابق

شکل (۲-۲۹) است. مطلوبست: معادلات ولتاژ و جریان

با توجه به منحنی ولتاژ:

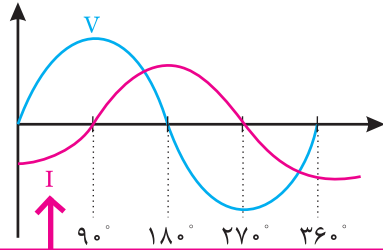
$$V_m = \dots\dots[V]$$

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \theta_i)$$

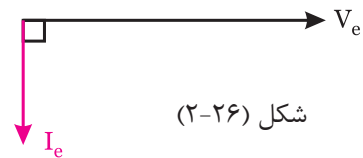
$$i(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(1000t - 90^\circ)$$

ب) رسم منحنی های ولتاژ و جریان: چون زاویه بردار ولتاژ

$\theta_v = 0$ است، آن را مبنا در نظر می گیریم: شکل (۲-۲۶).



جریان ۹۰ درجه پس فاز است یعنی از نیم سیکل \ominus شروع می شود.



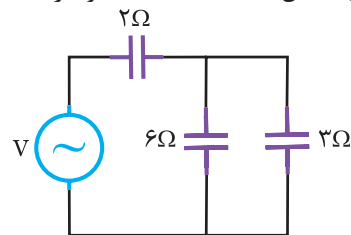
شکل (۲-۲۶)



در مدار الکتریکی شکل (۲-۲۷)، اگر معادله جریان

$i(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(1000t)$ باشد، مطلوبست:

الف) ظرفیت خازن معادل ب) معادله ولتاژ



شکل (۲-۲۷)



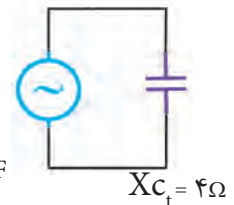
ابتدا مدار را ساده می کنیم: خازن های ۳ و ۶ با هم موازی

شده و با خازن ۲ سری می شود.

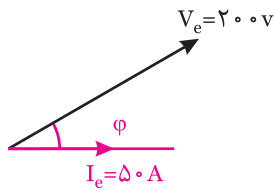
$$X_{C_T} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} + 2 \Rightarrow X_{C_T} = 4 \Omega \quad \text{(الف)}$$

$$X_{C_T} = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C_T = \frac{1}{\omega X_C}$$

$$C = \frac{1}{1000 \times 4} \Rightarrow C_T = 2/5 \times 10^{-4} F$$



شکل (۲-۲۸)



الف) معادله ولتاژ
ب) معادله جریان
(جریان مبنا است)

ج) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان

شکل (۲-۳۰)



.....

.....

.....

.....

.....

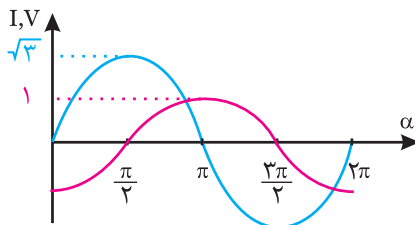
.....

.....

.....

.....

۲) منحنی تغییرات دو موج سینوسی مطابق شکل (۲-۳۱) است، اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج چقدر است؟



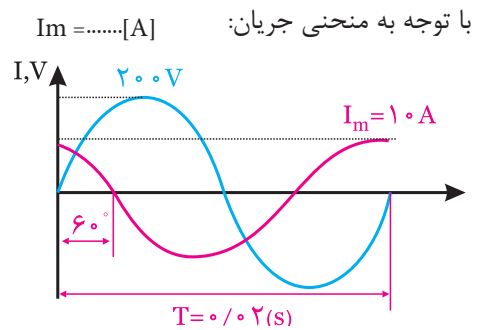
شکل (۲-۳۱)



.....

.....

.....



شکل (۲-۲۹)

زاویه اختلاف فاز: $\varphi = \dots\dots\dots$
زمان تناوب $T = 0.02$ ثانیه است. بنابراین فرکانس:

$$F = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \times \dots \Rightarrow \omega = \dots \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ولتاژ مبنا $V_m = \dots \text{Sin}(\dots)$

جریان مبنا $I_m = \dots \text{Sin}(\dots)$



۱) با کمک شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مطالبی را در خصوص لغات زیر تهیه کنید.

- اختلاف فاز Phase difference

- بردار فاز Phasor

- تقدم فاز Phase leading

- جریان متناوب Alternating current

۲) در آزمایشگاه، انواع مدارات اهمی - سلفی و خازنی را بسته و به کمک اسیلوسکوپ زاویه اختلاف فاز را در آنها اندازه‌گیری کنید.

«به جای اسیلوسکوپ می‌توان از کارت اسیلوسکوپ نیز که بر روی کامپیوتر نصب می‌شود، استفاده کرد.»

۳) با کمک نرم‌افزار مولتی سیم، به صورت مجازی انواع مدارات اهمی - سلفی و خازنی را بسته و مقادیر ولتاژ، جریان، زاویه اختلاف فاز را در آنها اندازه‌گیری کنید.



۱) در یک مدار الکتریکی، بردارهای ولتاژ و جریان مطابق شکل (۲-۳۵) است. مطلوبست:



۱۱-۲- انواع توان‌ها

در مدارهای جریان متناوب، انواع توان‌های الکتریکی عبارتند:

۱- توان ظاهری: طبق تعریف به حاصل ضرب ولتاژ و جریان موثر توان ظاهری گفته می‌شود و آن را با S یا P_s نمایش می‌دهند:

$$P_s = V_e \times I_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \times \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_s = \frac{V_m \cdot I_m}{2}$$

واحد این توان ولت - آمپر $V-A$ است.

۲- توان حقیقی - مفید - اکتیو

توانی است که از طرف بار الکتریکی مورد استفاده قرار گرفته و کار موثر انجام می‌دهد. این توان مربوط به مصرف کننده‌های اهمی است و از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$P_e = V_e \times I_e \times \cos\phi \Rightarrow P_e = P_s \cdot \cos\phi$$

$\cos\phi$: ضریب قدرت اکتیو است.

$$P_e = R \cdot I_e^2$$

$$P_e = \frac{V_e^2}{R}$$

واحد توان حقیقی بر حسب (وات W) است و همیشه مقدار آن مثبت است.

۳- توان راکتیو - غیرحقیقی - غیرموثر:

مقدار توانی که در مقاومت‌های سلفی و خازنی ظاهر می‌شود ولی نمی‌تواند به کار مفید تبدیل گردد را توان راکتیو می‌نامند. این توان به صورت تناوبی بین مصرف کننده و شبکه رفت و برگشت می‌کند. این توان از روابط زیر بدست می‌آید:

$$P_d = \textcircled{V}_e \times I_e \times \sin\phi \Rightarrow P_d = \textcircled{P}_s \cdot \sin\phi$$

چون در مدارات سلفی (پس فاز) ϕ عددی مثبت است، بنابراین در این مدارات \textcircled{P}_d و در مدارات خازنی \textcircled{P}_d است.

۱۲-۲- مثلث توان:

رابطه بین توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری را با مثلث توان نمایش می‌دهند. در این مثلث P_e (ضلع مجاور) توان اکتیو، توان راکتیو P_d (ضلع مقابل) و توان ظاهری P_s (وتر) می‌باشد که در دو حالت سلفی و خازنی ترسیم شده است.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۳) در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V(t) = 50\sqrt{2} \sin(500t + 60^\circ)$ است، چنانچه مقدار موثر جریان ۴ آمپر باشد و ولتاژ نسبت به جریان ۴۵ درجه پیش فاز باشد، معادله جریان را بنویسید.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

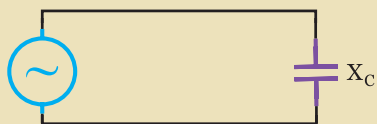
.....

.....

.....

.....

۳) اگر مدار خازنی خالص باشد:



$$\begin{cases} \varphi = \theta_v - \theta_i = -90^\circ \\ \cos -90^\circ = 0 \Rightarrow P_e = 0 \\ \sin -90^\circ = -1 \Rightarrow P_d = -P_s \end{cases}$$

مثال ۱۵

در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ و

$$V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$$

و معادله جریان $i(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ)$ است. مطلوبست:

الف) محاسبه انواع توان‌ها (ب) رسم مثلث توان

حل

از معادلات ولتاژ و جریان داریم:

$$V_m = 100\sqrt{2} \quad \theta_v = 60^\circ$$

$$I_m = 20\sqrt{2} \quad \theta_i = 30^\circ$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_e = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_e = 100V$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_e = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_e = 20A$$

مدار سلفی و پس فاز است:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \varphi = 60^\circ - 30^\circ \Rightarrow \varphi = 30^\circ$$

توان ظاهری:

$$P_s = V_e \times I_e = 100 \times 20 \Rightarrow P_s = 2000 \text{ V.A}$$

توان اکتیو:

$$P_e = P_s \times \cos\varphi \Rightarrow P_e = 2000 \times \cos 30^\circ$$

$$P_e = 2000 \times 0.86 \Rightarrow P_e = 1730 \text{ W}$$

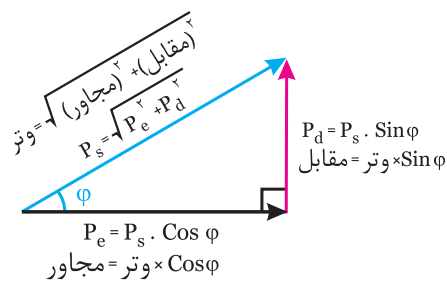
توان راکتیو:

$$P_d = P_s \times \sin\varphi \Rightarrow P_d = 2000 \times \sin 30^\circ$$

$$P_d = 2000 \times 0.5 \Rightarrow P_d = 1000 \text{ V.A.R}$$

«مدار سلفی» φ مثبت است.

$\cos\varphi$: ضریب قدرت اکتیو $\sin\varphi$: ضریب قدرت راکتیو



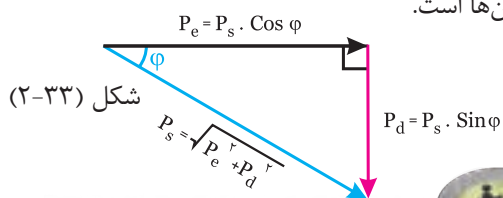
شکل (۲-۳۲)

مدار خازنی (پیش فاز)

φ و P_d منفی است.

مشاهده می‌شود که P_e و P_d بر هم عمود می‌باشد و P_s

برآیند آن‌ها است.

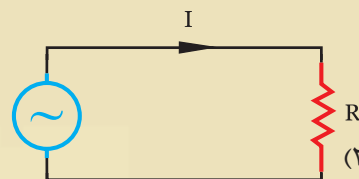


شکل (۲-۳۳)

به خاطر داشته باشید

بررسی چند حالت خاص:

(۱) اگر مدار اهمی خالص باشد.

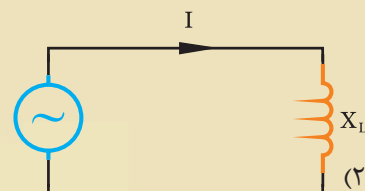


شکل (۲-۳۴)

می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \varphi = \theta_v - \theta_i = 0 \\ \cos\varphi = \cos 0 = 1 \Rightarrow P_e = P_s \\ \sin\varphi = \cos 0 = 0 \quad P_d = 0 \end{cases}$$

(۲) اگر مدار سلفی خالص باشد:



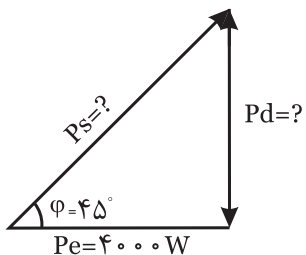
شکل (۲-۳۵)

$$\begin{cases} \varphi = \theta_v - \theta_i = +90^\circ \\ \cos 90^\circ = 0 \Rightarrow P_e = 0 \\ \sin 90^\circ = 1 \Rightarrow P_d = +P_s \end{cases}$$

با توجه به خازنی بودن مدار، مقدار Pd را منفی در نظر می‌گیریم.

مثال ۱۷

با توجه به مثلث توان شکل (۲-۳۹)، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۳)

$$Pe = Ps \times \cos\phi \Rightarrow Ps = \frac{Pe}{\cos\phi}$$

$$Ps = \frac{4000}{\cos 45^\circ} \Rightarrow Ps = \frac{4000}{0.707} \Rightarrow Ps = 4000 \sqrt{2} \text{ V.A}$$

$$Ps = \sqrt{Pe^2 + Pd^2} \Rightarrow Pd = \sqrt{Ps^2 - Pe^2}$$

$$Pd = \sqrt{(4000 \sqrt{2})^2 - (4000)^2} \Rightarrow Pd = 4000 \text{ V.A.R}$$

روش دیگر: برای محاسبه Pd می‌توان نوشت:

$$\sin\phi = \sqrt{1 - \cos^2\phi} = \sqrt{1 - 0.707^2} = 0.707$$

$$Pd = Ps \times \sin\phi = 4000 \sqrt{2} \times 0.707 \Rightarrow Pd = 4000 \text{ V.A.R}$$

فعالیت ۱۰

۱) در یک مدار الکتریکی، ولتاژ موثر مدار ۲۰۰ ولت و جریان موثر مدار ۱۰ آمپر است. اگر جریان ۳۰ درجه پیش فاز باشد، مطلوبست: الف) P_s ب) P_e ج) P_d

$$Ps = Ve \times Ie \Rightarrow Ps = \dots \times \dots \Rightarrow Ps = \dots \text{ VA}$$

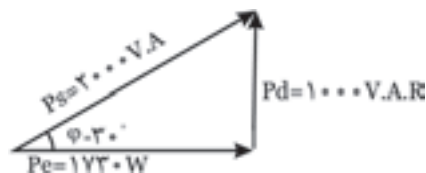
$$Pe = \dots \times \dots \Rightarrow Pe = \dots \times \dots \Rightarrow Pe = 1732 \text{ W}$$

$$Pd = \dots \times \dots \Rightarrow Pd = \dots \times \dots$$

$$\Rightarrow Pd = -1000 \text{ V.A.R}$$

رسم مثلث توان:

با توجه به سلفی بودن (پس فاز) مدار Pd مقداری مثبت دارد، بنابراین آن را در جهت بالا رسم می‌کنیم.



شکل (۲-۴۱)

مثال ۱۷

در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۱ کیلو ولت آمپر و جریان ۶۰ درجه پیش فاز است. اگر جریان مدار ۲۰ آمپر باشد.

الف) ولتاژ موثر چند ولت است؟

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو چقدر است؟

ج) مثلث توان را رسم کنید.



$$Ps = 1000 \text{ V.A}$$

$$Ie = 20 \text{ A}$$

$$\phi = -60^\circ$$

پیش فاز

الف) با معلوم بودن P_s و I_e می‌توان V_e را محاسبه کرد:

$$Ps = Ve \times Ie \Rightarrow Ve = \frac{Ps}{Ie} \Rightarrow Ve = \frac{1000}{20}$$

$$\Rightarrow Ve = 50 \text{ V}$$

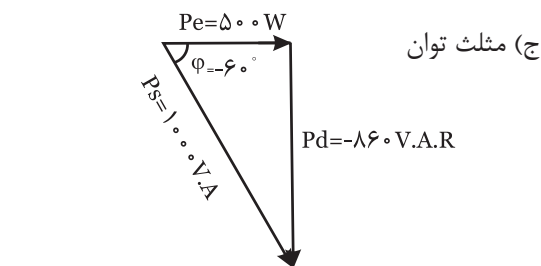
ب) توان‌های اکتیو و راکتیو:

$$Pe = Ps \times \cos\phi \Rightarrow Pe = 1000 \times \cos(60^\circ)$$

$$\Rightarrow Pe = 1000 \times 0.5 \quad Pe = 500 \text{ W}$$

$$Pd = Ps \times \sin\phi \Rightarrow Pd = 1000 \times \sin(-60^\circ)$$

$$\Rightarrow Pd = 1000 \times 0.86 \quad Pd = -860 \text{ V.A.R}$$

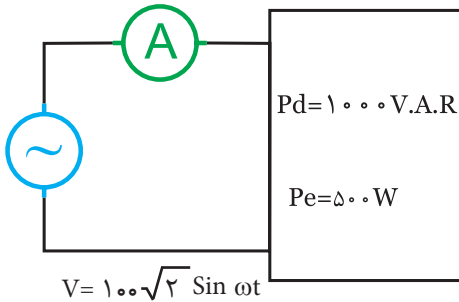


شکل (۲-۳۸)



فعالیت ۱۳

در شکل (۲-۴۰)، آمپر متر چه جریانی را نشان می‌دهد؟



شکل (۲-۴۰)



راهنمایی: آمپر متر جریان موثر را نشان می‌دهد بنابراین ابتدا با داشتن P_d و P_e مقدار P_s را بدست آورید. سپس I_e را از رابطه $I_e = \frac{P_s}{V_e}$ محاسبه کنید.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



فعالیت ۱۱

در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V(t) = 100 \sin(1000t + 60^\circ)$ است. اگر توان ظاهری مدار $P_s = 2000 \text{ VA}$ باشد و جریانی در مدار 30° درجه پیش فاز باشد، مطلوبست:

- الف) معادله جریان مدار
ب) توان‌های اکتیو و راکتیو



حل

از معادله ولتاژ داریم:

$$V_m = 100 \text{ V} \quad \omega = 1000 \quad \theta_v = 60^\circ$$

$$P_s = \frac{V_m \cdot I_m}{2} \Rightarrow I_m = \frac{2 \times P_s}{V_m} \Rightarrow \boxed{I_m = 40 \text{ A}}$$

$$\varphi = -30^\circ \Rightarrow \theta_i = \dots \Rightarrow \boxed{\theta_i = \dots}$$

$$i(t) = \dots \times \sin(1000t + \dots)$$

$$P_e = \dots \times \dots \Rightarrow P_e = 2000 \dots \Rightarrow \boxed{P_e = 1732 \text{ W}}$$

$$P_d = \dots \times \dots \Rightarrow P_d = \dots \times \dots$$

$$\Rightarrow \boxed{P_d = -1000 \text{ V.A.R}}$$



فعالیت ۱۲

با معلوم بودن مقادیر P_s ، P_e ، P_d و مثلث توان‌ها را رسم کنید:

$$P_e = 1000 \text{ W}$$

$$P_d = -1730 \text{ V.A.R}$$

$$P_s = ?$$

$$P_e = 1000 \text{ W}$$





تمرین

- در یک مدار الکتریکی، توان اکتیو با توان راکتیو برابر است. اگر توان ظاهری مدار $P_s = 1000\sqrt{2} \text{ V.A}$ باشد.
(الف) هر یک از توان‌ها را محاسبه کنید.
(ب) ضریب قدرت مدار چقدر است؟



حل



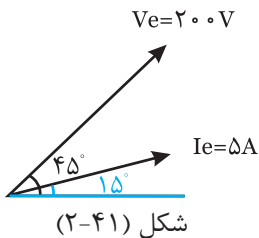
- در یک مدار الکتریکی، معادله جریان مدار $I_{(t)} = 5\sqrt{3} \sin(1000t + 60^\circ)$ است. اگر توان ظاهری مدار $P_s = 200 \text{ V.A}$ باشد و ضریب قدرت 0.5 پس فاز باشد.
مطلوبست:
(الف) معادله ولتاژ و توان‌های اکتیو و راکتیو
(ب) توان‌های اکتیو و راکتیو
(ج) رسم مثلث توان‌ها



حل



- بردارهای ولتاژ و جریان در یک مدار، مطابق شکل (۲-۴۱) است. مطلوبست:



توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری



حل



تحقیق کنید

- در شبکه جهانی اینترنت، مطالبی را در خصوص لغات کلیدی زیر تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.
Power factor ضریب توان
Apparent power توان ظاهری
Reactive power توان راکتیو

محاسبه توان ظاهری Ps و ضریب قدرت Cos φ در

یک شبکه:

چنانچه مداری شامل چند مصرف کننده باشد. محاسبه Ps و Cos φ طی مراحل زیر صورت می گیرد:

(۱) با توجه به روابط موجود Pe ها را محاسبه کرده و سپس آن ها را با هم جمع می کنیم.

$$\sum Ps = Pe_1 + Pe_2 + \dots \dots \dots \text{ (Pe همیشه مثبت است)}$$

(۲) با توجه به روابط Pd ها را نیز محاسبه کرده و با توجه به حالت مدار یعنی سلفی Pd مثبت و خازنی Pd منفی، آن ها را با هم جمع یا تفریق می کنیم: $\sum Pd = \pm Pd_1 \pm Pd_2 \pm Pd_3$

(۳) توان ظاهری کل و ضریب قدرت کل مدار از روابط زیر بدست می آید:

$$Ps = \sqrt{(\sum Pe)^2 + (\sum Pd)^2}$$

$$\cos \phi = \frac{\sum Pe}{Ps}$$

مثال ۱/۱

در یک مدار الکتریکی، دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد، مطلوبست: Ps, Cos φ

(۱) پس فاز $\cos \phi_1 = 0.6$ $Pe_1 = 4 \text{ KW}$

(۲) پیش فاز $\sin \phi_1 = 0.8$ $Ps_1 = 3 \text{ K V.A}$

حل

با توجه به معلوم بودن Pe_1 و $\cos \phi_1$ ابتدا Ps_1 را محاسبه

می کنیم: $Ps_1 = \frac{Pe_1}{\cos \phi_1} = \frac{4}{0.6} \Rightarrow Ps_1 = 6.66 \text{ K V.A}$

$$Pd_1 = \sqrt{Ps_1^2 - Pe_1^2} \Rightarrow Pd_1 = \sqrt{(6.66)^2 - 4^2}$$

$$\Rightarrow Pd_1 = 5.33 \text{ KVAR}$$

با توجه به معلوم بودن Ps_1 و $\sin \phi_1$ باید Pe_1 و Pd_1 را

محاسبه کرد: $Pd_1 = Ps_1 \times \sin \phi_1 \Rightarrow Pd_1 = 3 \times 0.8$

$$\Rightarrow Pd_2 = -2.4 \text{ K V.A.R}$$

ΘPd است، زیرا مدار حالت خازنی (پیش فاز) دارد.

$$\cos \phi_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \phi_1} \Rightarrow \cos \phi_1 = \sqrt{1 - 0.8^2}$$

$$\Rightarrow \cos \phi_1 = 0.6$$

$$Pe_1 = Ps_1 \times \cos \phi_1 \Rightarrow Pe_1 = 3 \times 0.6$$

$$\Rightarrow Pe_1 = 1.8 \text{ KW}$$

با توجه به مقدار توان های اکتیو و راکتیو $\sum Pd$ و $\sum Pe$ را محاسبه می کنیم:

$$\sum Pe = Pe_1 + Pe_2 \Rightarrow \sum Pe = 4 + 1.8 \Rightarrow \sum Pe = 5.8 \text{ KW}$$

$$\sum Pd = + Pd_1 - Pd_2 \Rightarrow \sum Pd = 5.33 - 2.4$$

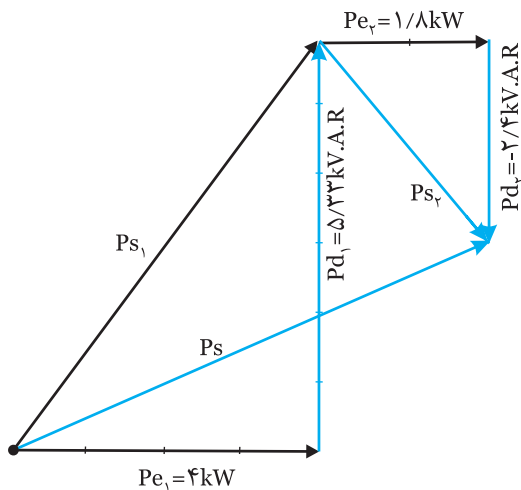
$$\sum Pd = 2.93 \text{ KVAR}$$

$$Ps = \sqrt{(\sum Pe)^2 + (\sum Pd)^2} \Rightarrow Ps = \sqrt{(5.8)^2 + (2.93)^2}$$

$$Ps = 6.5 \text{ KVAR}$$

$$\cos \phi = \frac{\sum Pe}{Ps} = \frac{5.8}{6.5} \Rightarrow \cos \phi = 0.89$$

رسم مثلث توان ها: با توجه به مقادیر بدست آمده و با مقیاس مناسب مثلث توان ها رسم می شود:



شکل (۲-۴۲)

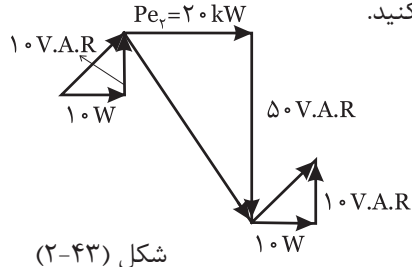
$$\begin{cases} Pe_1 = 4 \text{ KW} \\ Pd_1 = 5.33 \text{ KVAR} \end{cases} \text{ سلفی } \odot$$

$$\begin{cases} Pe_2 = 4 \text{ KW} \\ Pd_2 = -2.4 \text{ KVAR} \end{cases} \text{ خازنی } \ominus$$



مثال ۱۹

شبکه‌ای دارای سه مصرف کننده به صورت شکل (۲-۴۳) می‌باشد. توان ظاهری و ضریب قدرت کل شبکه را محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۳)



حل

با توجه به مثلث‌های توان ابتدا ΣPe را محاسبه می‌کنیم:

$$\Sigma Pe = Pe_1 + Pe_2 + Pe_3 = 10 + 20 + 10 = 40 \text{ W}$$

$$\Sigma Pd = +Pd_1 - Pd_2 + Pd_3 = 10 - 50 + 10 = -30 \text{ VAR}$$

شبکه در مجموع پیش فاز است زیرا Pd منفی است.

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ V.A}$$

$$\text{Cos}\phi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} = \frac{40}{50} = 0.8$$



فعالیت ۱۴

۱- در یک شبکه الکتریکی $\Sigma Pe = 600 \text{ W}$ و $Ps = 1000 \text{ V.A}$ است. مقدار ΣPd و ضریب قدرت شبکه را محاسبه کنید.

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pd)^2 + (\Sigma Pe)^2} \Rightarrow \Sigma Pd = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 - (\Sigma Pd)^2}$$

$$\Sigma Pd = \sqrt{(1000)^2 - (\Sigma Pe)^2}$$

$$\text{Cos}\phi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} \Rightarrow \text{Cos}\phi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} \Rightarrow \text{Cos}\phi = \frac{\Sigma Pe}{Ps}$$

۲- در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده وجود دارد. اگر $\Sigma Pe = 300 \text{ W}$ و ضریب قدرت مدار 0.8 پس فاز باشد. مطلوبست:

- الف) توان ظاهری کل
- ب) زاویه اختلاف فاز ϕ
- ج) توان راکتیو کل

$$Ps = \frac{\Sigma Pe}{\text{Cos}\phi} \Rightarrow Ps = \frac{\Sigma Pe}{\text{Cos}\phi} \Rightarrow Ps = \frac{\Sigma Pe}{\text{Cos}\phi}$$

$$\text{Cos}\phi = 0.8 \Rightarrow \phi = \text{Cos}^{-1} 0.8 \Rightarrow \phi = 36.87^\circ$$

$$\Sigma Pd = \sqrt{Ps^2 - (\Sigma Pe)^2}$$

$$\Sigma Pd = \sqrt{Ps^2 - (\Sigma Pe)^2}$$

$$Pd = \dots$$

۳- یک شبکه الکتریکی دارای مصرف کننده‌های شکل (۲-۴۴) می‌باشد. مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل شبکه

ب) رسم مثلث توان بارها

مصرف کننده اول	مصرف کننده دوم
$Ps_1 = 200 \text{ VA}$	$Pe_1 = 40 \text{ W}$
$\text{Cos}\phi_1 = 0.6$	$Pd_1 = 40 \text{ VAR}$
پس فاز	پیش فاز

شکل (۲-۴۴)

$$Pe_1 = Ps_1 \times \text{Cos}\phi_1 \Rightarrow Pe_1 = 200 \times 0.6 \Rightarrow Pe_1 = 120 \text{ W}$$

$$\text{Sin}\phi_1 = \sqrt{1 - \text{Cos}\phi_1^2} \Rightarrow \text{Sin}\phi_1 = \sqrt{1 - 0.6^2} \Rightarrow \text{Sin}\phi_1 = 0.8$$

$$\Rightarrow \text{Sin}\phi_1 = 0.8$$

$$Pd_1 = Ps_1 \times \text{Sin}\phi_1 \Rightarrow Pd_1 = 200 \times 0.8 \Rightarrow Pd_1 = 160 \text{ VAR}$$

$$\Sigma Pe = 120 + 40 \Rightarrow \Sigma Pe = 160 \text{ W}$$

$$\Sigma Pd = Pd_1 - 40 \Rightarrow \Sigma Pd = 160 - 40 \Rightarrow \Sigma Pd = 120 \text{ VAR}$$

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2} \Rightarrow Ps = \sqrt{160^2 + 120^2} \Rightarrow Ps = 200 \text{ VA}$$

$$Ps = 200 \text{ VA}$$

$$\text{Cos}\phi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} \Rightarrow \text{Cos}\phi = \frac{160}{200} \Rightarrow \text{Cos}\phi = 0.8$$

۲- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در شبکه وجود دارد:

$$\varphi = +30^\circ \quad V_{e1} = 200 \text{ V} \quad I_{e1} = 20 \text{ A} \quad (1)$$

$$\cos \varphi_p = 0.5 \quad P_{s_p} = 1000 \text{ V.A} \quad \text{فاز پیش}$$

مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) ضریب قدرت

ج) رسم مثلث توانها



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

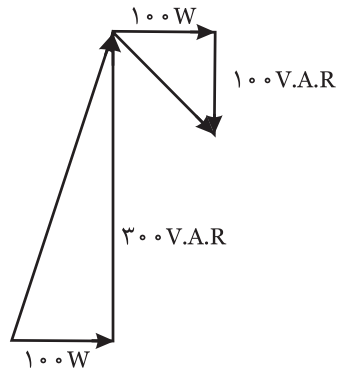


۱- با کمک نرم افزار مولتی سیم، دو مصرف کننده را در مدار ایجاد کنید، با کمک دستگاههای اندازه گیری وات متر، وارمتر و $\cos \varphi$ متر مقادیر ΣP_d ، ΣP_e و P_s و $\cos \varphi$ را محاسبه کنید.

۲- چنانچه در مدار ضریب قدرت $\cos \varphi$ کاهش یابد، چه اتفاقی می افتد؟ چگونه می توان ضریب قدرت را اصلاح کرد؟ (آن را به حدود ۱ رساند)

۳- چه موقع در مدار که شامل دو مصرف کننده است، بیشترین توان اکتیو را داریم؟ در این حالت ضریب قدرت کل مدار چقدر می باشد؟

۴- توان ظاهری مداری که مثلث توانهای آن در شکل (۲-۴۵) آمده است، چند ولت - آمپر است؟



شکل (۲-۴۵)

$$\Sigma P_e = P_{e1} + \dots \quad \Sigma P_e = \dots + \dots$$

$$\Sigma P_d = P_{d1} - \dots \quad \Sigma P_d = \dots - \dots$$

$$P_s = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \quad \boxed{P_s = 200 \sqrt{2} \text{ V.A}}$$



۱- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در مدار وجود دارد:

بار شماره (۱)

$$P_{e1} = 500 \text{ W} \quad , \quad \cos \varphi_1 = 0.8 \quad \text{پس فاز}$$

$$P_{e2} = 1000 \text{ W} \quad , \quad P_{s2} = 2000 \quad \text{پیش فاز}$$

مطلوبست: الف) محاسبه ΣP_e ، ΣP_d و P_s

ب) رسم مثلث توانها براساس مقادیر محاسبه شده



.....

.....

.....

.....

.....

.....



(۱) گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

- برآیند بردار از روش هندسی از رابطه محاسبه می‌شود.

غلط

صحیح

- اگر $F_1 = F_2$ باشد و زاویه بین دو بردار 60° درجه باشد، برآیند آن‌ها $F = \sqrt{3} F$ است.

غلط

صحیح

- در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t$ است اگر معادله جریان $i(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t + 60^\circ)$

باشد، مدار اهمی - سلفی است.

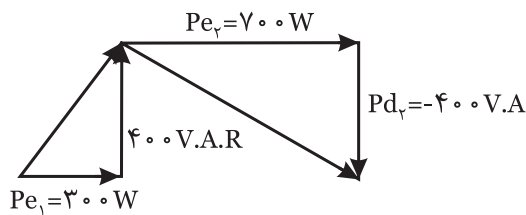
غلط

صحیح

- مثلث توان‌ها در یک شبکه مطابق شکل (۲-۴۶) است. توان ظاهری کل برابر 1000 ولت آمپر است.

غلط

صحیح



شکل (۲-۴۶)

(۲) گزینه‌های مربوط به هر سوال را انتخاب کنید و شماره مربوط را در جای خالی بنویسید.

$$\cos \varphi = \frac{\sum Pe}{Ps}$$

۱- رابطه توان اکتیو

$$Pe = Ps \cdot \cos \varphi$$

۲- رابطه ضریب قدرت اکتیو در یک شبکه

$$Pd = Ps \cdot \sin \varphi$$

۳- رابطه زاویه اختلاف فاز

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

۴- رابطه توان راکتیو

$$\omega = 2\pi f$$

۵- سرعت زاویه‌ای

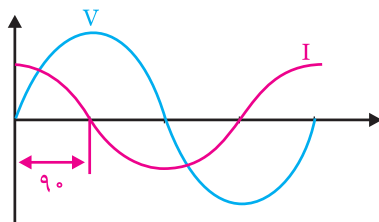
$$Ps = Ve \cdot Ie$$

(۳) چنانچه دو بردار عمود بر هم، با هم برابر باشد، زاویه بین دو بردار است. زیرا

(۴) اگر در مداری زاویه اختلاف فاز منفی باشد، مدار را گویند. زیرا

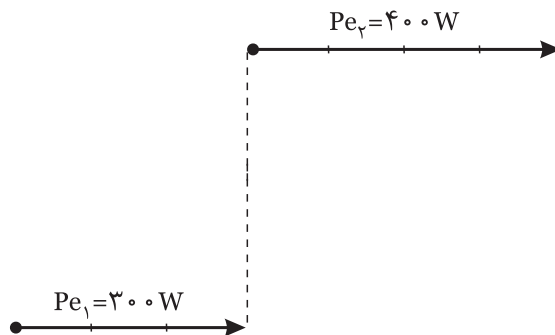
(۵) توان اکتیو با توان راکتیو زمانی برابر می‌شود که ضریب قدرت برابر باشد. زیرا

(۶) در منحنی‌های شکل (۲-۴۷)، توان اکتیو برابر است. زیرا



شکل (۲-۴۷)

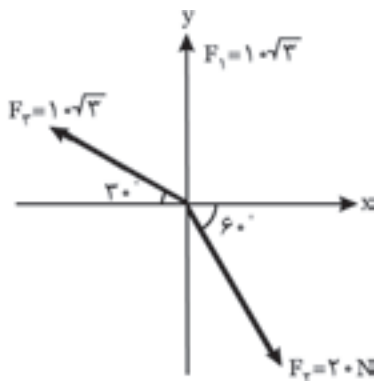
۷) در یک شبکه، $Pe_1 = 300 \text{ W}$ و $Pd_1 = 400 \text{ V.A.R}$ (پس فاز)، $Pe_2 = 400 \text{ W}$ ، $Pd_2 = 500 \text{ V.A.R}$ (پیش فاز) است. مثلث توان‌ها را کامل کنید و توان ظاهری و ضریب قدرت مدار محاسبه کنید.



۸) زمانی که مقادیر Pd ، Pe با هم برابر باشد، $Ps = \dots\dots\dots$ می‌باشد.

۹) در یک شبکه با دو مصرف کننده، زمانی ضریب قدرت شبکه برابر یک است که توان‌های $\dots\dots\dots$ با هم برابر باشد و یکی از مصرف کننده‌ها $\dots\dots\dots$ فاز و دیگری $\dots\dots\dots$ فاز باشد.

۱۰) برآیند سه بردار شکل (۲-۴۹) را به روش تحلیلی محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۹)

۱۱) دو بردار $F_1 = 15 \text{ N}$ و $F_2 = 5 \text{ N}$ با زاویه $\alpha = 60^\circ$ مفروض است. مطلوبست: (شهریور ۸۷)

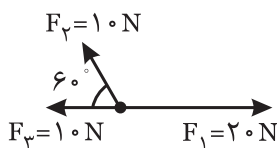
الف) $F_1 + F_2$

ب) $F_1 - F_2$

ج) $F_1 \cdot F_2$

۱۲) برآیند سه بردار شکل (۲-۵۵) را بدست آورید. (خرداد ۸۶)

ضمناً مقدار تفاضل $F_1 - F_2$ چقدر است؟



شکل (۲-۵۰)

۱۳) دو بردار $F_1 = 5\sqrt{2}$ و $F_2 = 5$ مفروض است. اگر زاویه بین دو بردار $\alpha = 45^\circ$ باشد. مطلوبست: (شهریور ۸۵)

الف) $F_1 + F_2$ ب) $F_1 - F_2$ ج) $F_1 \cdot F_2$

۱۴) در یک مدار الکتریکی توان اکتیو با توان راکتیو برابر است و هر کدام برابر $P_e = P_d = 500$ مطلوبست:

- الف) توان ظاهری کل
 ب) ضریب قدرت مدار
 ج) جریان مدار اگر ولتاژ ۱۰۰ ولت باشد.
 (خرداد ۸۲)

۱۵) در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۲۰۰۰ ولت آمپر است. اگر زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان ۳۰ درجه

پس فاز باشد. مطلوبست: (دی ۸۳)

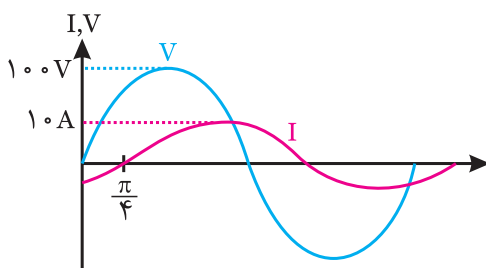
- الف) توان‌های اکتیو و راکتیو
 ب) ضریب قدرت مدار

۱۶) در یک مدار الکتریکی، منحنی‌های ولتاژ و جریان مطابق شکل (۲-۵۱) است. مطلوبست: (خرداد ۸۸)

الف) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری

ب) رسم مثلث توان

ج) رسم دیاگرام برداری I و V



شکل (۲-۵۱)

۱۷) معادله ولتاژ در یک مدار الکتریکی $V(t) = 120\sqrt{2} \sin 50\pi t$ است. اگر جریان 30° درجه پیش فاز باشد و توان ظاهری مدار $P_s = 2400$ و ولت - آمپر باشد. مطلوبست: (شهریور ۸۴)

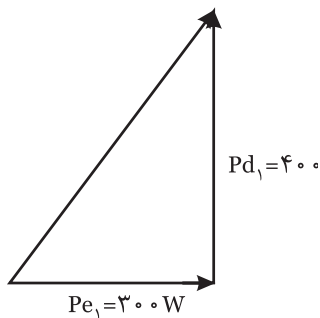
- الف) معادله جریان مدار
 ب) توان‌های اکتیو و راکتیو
 ج) رسم مثلث توان

۱۸) در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد: (شهریور ۸۵)

- ۱) پس فاز $V_e = 200$ V , $I_e = 10$ A , $\phi_1 = 60^\circ$
 ۲) پیش فاز $P_e = 600$ W , $P_d = 800$ V.A.R
 مطلوبست:

- الف) تعیین توان ظاهری کل $P_s = ?$
 ب) ضریب قدرت کل مدار $\cos\phi = ?$
 ج) رسم مثلث‌های توان

۱۹) مثلث توان یکی از دو مصرف کننده موجود در یک مدار الکتریکی ترسیم شده است. شکل (۲-۵۲). اگر بخواهیم ضریب قدرت مدار به یک برسد، مصرف کننده دوم باید چه خصوصیتی داشته باشد. در این حالت توان ظاهری کل مدار $P_s = 500$ V.A است.

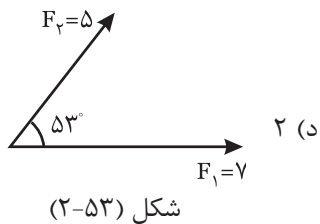


شکل (۲-۵۲)

- $P_e = ?$
 $P_d = ?$

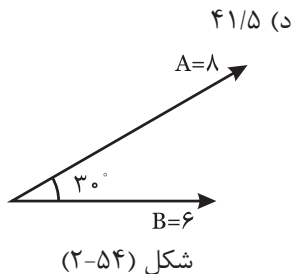
سوالات چند گزینه‌ای

۲۰) تفاضل دو بردار F_1 و F_2 شکل (۲-۵۳) کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0/6$)



- الف) ۵/۶ (ب) ۴/۹ (ج) ۴/۲ (د) ۲

۲۱) حاصل ضرب داخلی دو بردار شکل (۲-۵۴) کدام است؟ ($\sin 30^\circ = 0/5$) (کنکور)



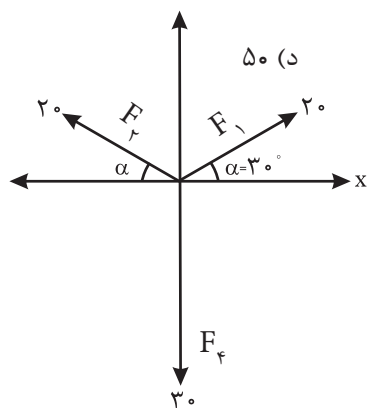
- الف) ۱۰ (ب) ۱۷/۳ (ج) ۲۴ (د) ۴۱/۵

۲۲) زاویه بین دو بردار F_1 و F_2 را باید چند درجه انتخاب کرد تا برآیند دو بردار با تفاضل همان دو بردار، برابر

شود؟

- الف) صفر (ب) ۳۰ (ج) ۹۰ (د) ۱۸۰

۲۳) برآیند بردارهای شکل (۲-۵۵) کدام است؟

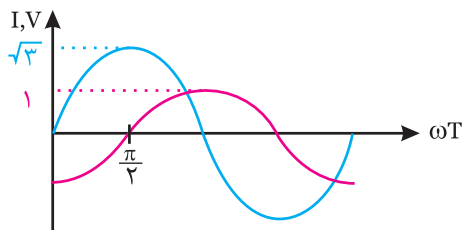


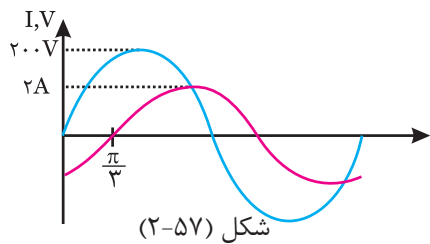
- الف) صفر (ب) ۱۰ (ج) ۲۰ (د) ۵۰

۲۴) منحنی تغییرات دو موج سینوسی جریان متناوب مطابق شکل (۲-۵۶) است. اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج

کدام است؟

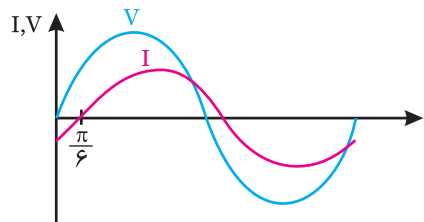
- الف) ۰/۸ (ب) $\sqrt{3}$ (ج) ۲ (د) ۲/۷



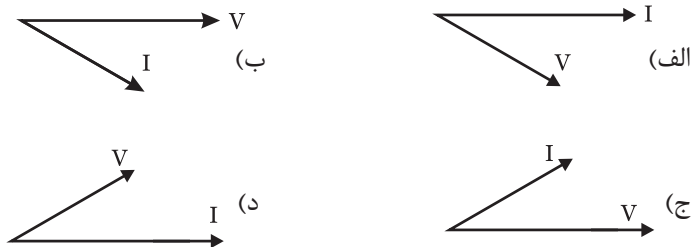


۲۵) توان مصرفی توابع شکل (۲-۵۷) چند وات است؟

- الف) ۱۰۰
ب) $100\sqrt{2}$
ج) ۲۰۰
د) ۲۰۰



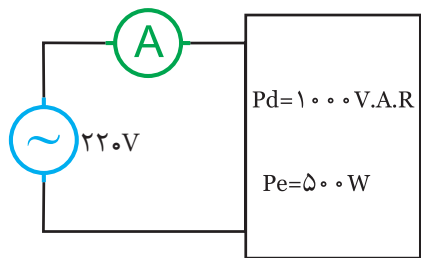
۲۶) بردار فاز شکل (۲-۵۸) کدام است؟ «کنکور»



۲۷) معادله ولتاژ و جریان یک مدار الکتریکی به صورت $V = 50 \sin(500t + 30^\circ)$ و معادله جریان $I = 4 \sin(500t - 30^\circ)$ می‌باشد.

توان غیر موثر مدار چند VAR است؟

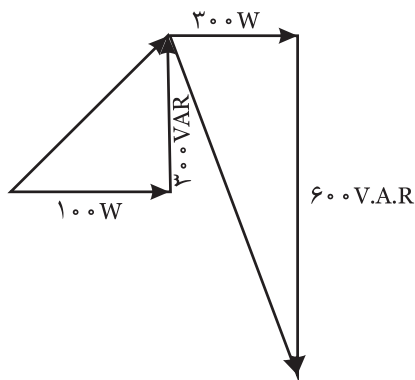
- الف) $100\sqrt{3}$
ب) $50\sqrt{3}$
ج) ۲۰۰
د) ۱۰۰



۲۸) در شکل (۲-۵۹) آمپر متر، چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟

- الف) ۵
ب) ۶
ج) ۴
د) ۲

۲۹) در یک شبکه توان‌ها مطابق شکل (۲-۶۰) است. توان ظاهری شبکه چند ولت آمپر است؟



- الف) ۵۰۰
ب) ۷۰۰
ج) ۹۰۰
د) ۴۰۰

۳۰) در یک شبکه با دو مصرف کننده: $Pe_1 = 300 \text{ W}$ ، $Pd_1 = 400 \text{ V.A.R}$ و $Pe_2 = 500 \text{ W}$ پس فاز می‌باشد. اگر بخواهیم، ضریب

قدرت برابر ۱ باشد، باید Pd_2 چه مقدار و چه حالتی داشته باشد؟

- الف) $Pd_2 = 400 \text{ VAR}$ و پیش فاز
ب) $Pd_2 = 400 \text{ VAR}$ و پس فاز
ج) $Pd_2 = 300 \text{ VAR}$ و هم فاز
د) $Pd_2 = 300 \text{ VAR}$ و پیش فاز

سلف
فرکانس
متغی عبارات

X_L
 $F = \omega$
هم فاز

Z
 R_p
تواز مون

$$R_s = Z \cos \phi$$

ضریب خود القایی Z_p

مقاومت سلفی $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

نسبت های مثلثاتی $\sin \phi = \frac{X_L}{Z}$

میلی هانری توان ظاهری $I = f(F)$

تبدیل مدارهای مختلف $\sin \phi$

تبدیل مدارات $\cos \phi$

ضریب کیفیت $V = 100 \sin(2\pi \cdot t)$

جریان متناوب $\cos \phi = \frac{R}{Z}$

اندوکتانی $R_p = 2 \cdot \Omega$

ادمیتانس $\sqrt{R^2 + X_L^2}$

راکتیو $P_d = \frac{V_e}{P_e} \cdot X$

100 kHz

ضریب خود القایی Z_p

نسبت های مثلثاتی $\sin \phi = \frac{X_L}{Z}$

تبدیل مدارهای مختلف $\sin \phi$

تبدیل مدارات $\cos \phi$

جریان متناوب $\cos \phi = \frac{R}{Z}$

اندوکتانی $R_p = 2 \cdot \Omega$

ادمیتانس $\sqrt{R^2 + X_L^2}$

راکتیو $P_d = \frac{V_e}{P_e} \cdot X$

100 kHz

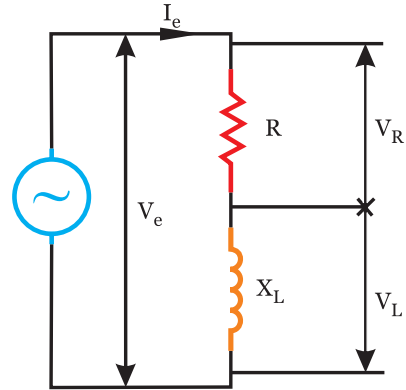


فصل سوم

مدار RL سری و RL موازی

۳-۱- مدار R-L سری

در کلیه مدارهای سری، جریان در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنای است. بنابراین ولتاژ دو سر عناصر R و X_L را با V_R و V_L و ولتاژ کل را با V_e نمایش می‌دهند.



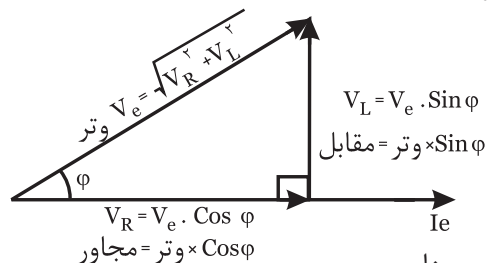
شکل (۳-۱)

۳-۲- مثلث ولتاژ: اضلاع این مثلث عبارتند از:

V_R : هم فاز با I_e

V_L : ۹۰ درجه پیش فاز (به خاطر سلفی بودن)

V_e : درجه پیش فاز



شکل (۳-۲)

در مدار R_L سری، همیشه ولتاژ نسبت به جریان پیش فاز است $\theta_v > \theta_i$ بنابراین زاویه اختلاف فاز $\phi = \theta_v - \theta_i$ عددی بین ۰ و ۹۰+ درجه است.

۳-۳- مثلث امپدانس: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را

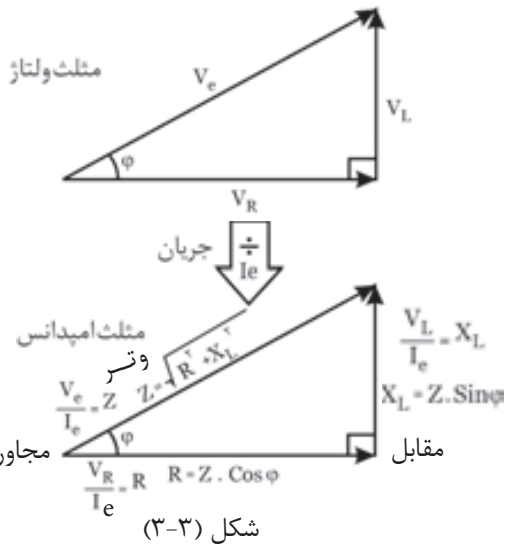
بر عامل مشترک یعنی I_e تقسیم کنیم، اضلاع مثلث امپدانس بدست می‌آید. (شکل ۳-۳)

۳-۴- مثلث توان: مثلث توان که اضلاع آن را P_e ،

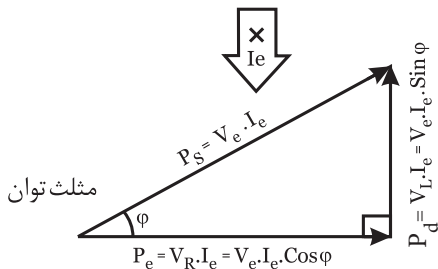
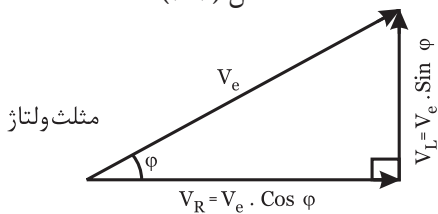
P_s و P_d تشکیل می‌دهد، از دو روش بدست می‌آید:

روش اول: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را در عامل مشترک یعنی

(I_e) ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید شکل (۳-۴):

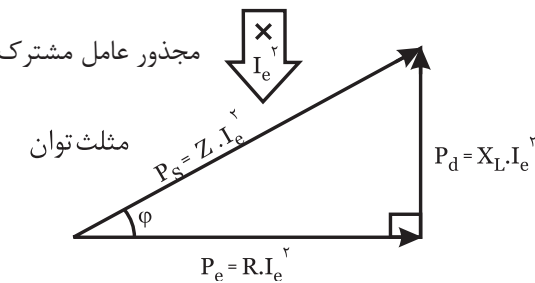
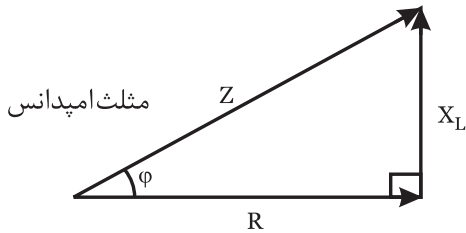


شکل (۳-۳)



شکل (۳-۴)

روش دوم: اگر اضلاع مثلث امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی (I_e^2) ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید:



شکل (۳-۵)

مثال ۲

در یک مدار R-L سری، اگر معادله ولتاژ $V(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ)$ و معادله جریان

$$i(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t)$$

L و R مقادیر است: مطلوب است:

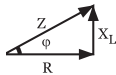
حل

در معادلات ولتاژ و جریان مقادیر $V_m = 100\sqrt{2}$ ، $I_m = 20\sqrt{2}$ ، $\omega = 1000$ ، $\theta_V = 30^\circ$ ، $\theta_I = 0^\circ$ می باشد بنابراین ابتدا

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{100\sqrt{2}}{20\sqrt{2}} \Rightarrow Z = 5\Omega$$

با توجه به اضلاع مثلث امپدانس:

$$\varphi = \theta_V - \theta_I = 30^\circ - 0^\circ = 30^\circ$$



$$R = Z \cdot \cos\varphi = 5 \cdot \cos 30^\circ = 5 \cdot 0.866 = 4.33\Omega$$

$$X_L = Z \cdot \sin\varphi = 5 \cdot \sin 30^\circ = 5 \cdot 0.5 = 2.5\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{2.5}{1000} = 2.5\text{mH}$$

فعالیت ۱

۱- در مدار R-L سری، امپدانس از رابطه $Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$ بدست می آید.

۲- در مدار RL سری، در تمام مدار یکسان است و از رابطه های زیر بدست می آید:

$$I_e = \frac{V_e}{Z} \quad I_e = \frac{P_e}{Z} \quad I_e = \sqrt{\frac{P_e}{Z}}$$

۳- در مدار RL سری، ضریب قدرت اکتیو از رابطه های زیر بدست می آید:

$$\cos\varphi = \frac{VR}{Z} \quad \cos\varphi = \frac{P_e}{Z} \quad \cos\varphi = \frac{P_e}{Z}$$

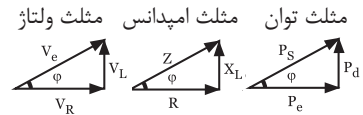
۴- توان اکتیو در این مدار از روابط زیر محاسبه می شود:

$$P_e = V_R \times \dots$$

$$P_e = R \times (\dots)^2$$

$$P_e = \sqrt{(P_s)^2 - (\dots)^2} \quad P_e = V_e \times \dots \times \cos\varphi$$

۳-۵- ضرایب مهم:



$$\sin\varphi = \frac{\text{ضلع مقابل وتر}}{Z} = \frac{V_L}{V_e} = \frac{X_L}{Z} = \frac{P_d}{P_s}$$

$$\cos\varphi = \frac{\text{ضلع مجاور وتر}}{Z} = \frac{V_R}{V_e} = \frac{R}{Z} = \frac{P_e}{P_s}$$

$$\text{tg}\varphi = Q = \frac{\text{ضلع مقابل مجاور}}{R} = \frac{V_L}{V_R} = \frac{P_d}{P_e}$$

ضریب کیفیت

روابط فرعی:

$$\sin\varphi = \sqrt{1 - \cos^2\varphi}$$

$$\sin\varphi = \sqrt{1 - \cos^2\varphi}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

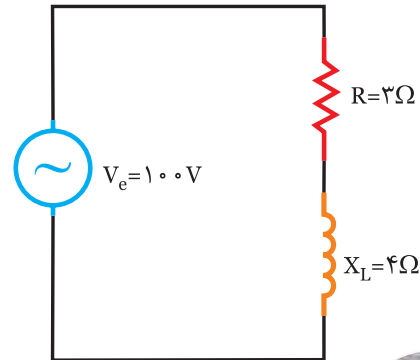
مثال ۱

در مدار شکل (۳-۶) مطلوب است:

(الف) امپدانس مدار (Z)

(ب) جریان مدار (I_e)

(ج) ولتاژ دو سر مقاومت (V_R) و ولتاژ دو سر سلف (V_L)



شکل (۳-۶)

حل

با توجه به معلوم بودن R و X_L ابتدا Z را از مثلث

امپدانسی بدست می آوریم:

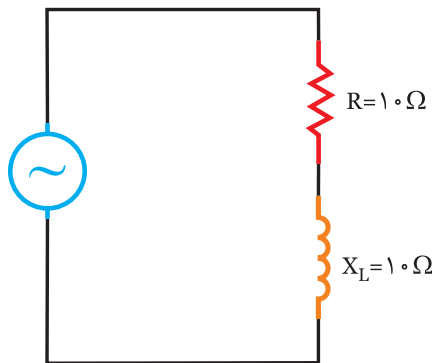
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow Z = \sqrt{25} = 5\Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{5} = 20\text{A}$$

$$V_R = R \cdot I_e = 3 \times 20 = 60\text{V}$$

$$V_L = X_L \cdot I_e = 4 \times 20 = 80\text{V}$$

۲- در مدار RL سری، مطابق شکل (۳-۸) توان ظاهری مدار، ۱۰۰۰ ولت آمپر است، مطلوبست:



شکل (۳-۸)
الف) توان‌های اکتیو و راکتیو مدار
ب) ضریب کیفیت مدار $Q=?$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۵- توان راکتیو از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P_d = \dots \times I_e$$

$$P_e = \dots \times (I_e)^2$$

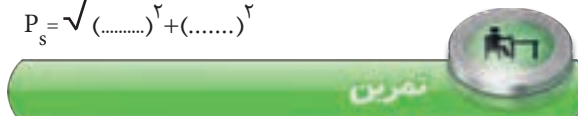
$$P_d = \dots \times I_e \times \dots$$

۶- توان ظاهری از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P_s = \dots \times I_e$$

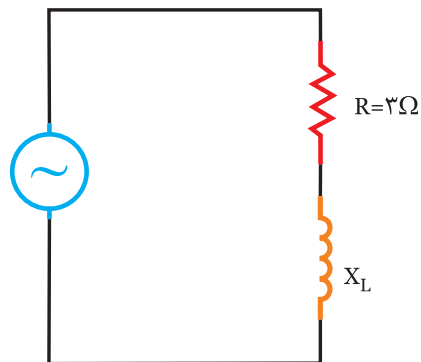
$$P_s = \dots \times (I_e)^2$$

$$P_s = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$$



۱) در یک مدار RL سری، مطابق شکل (۳-۷) اگر زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان ۳۰ درجه باشد، مطلوبست:

الف) ضریب خودالقایی L
ب) مقادیر ولتاژهای موثر دو سر مقاومت و سلف و ولتاژ کل



$$I(t) = 10\sqrt{2} \sin(1000t)$$

شکل (۳-۷)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

روشی دیگر: برای محاسبه توان‌های مدار می‌توانیم از

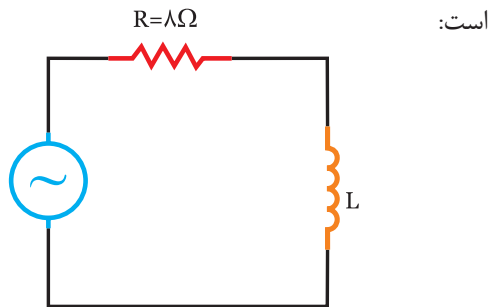
$$P_e = V_R \cdot I_e = V_e \cdot I_e \cdot \cos \phi$$

$$P_d = V_L \cdot I_e = V_e \cdot I_e \cdot \sin \phi$$

$$P_s = V_e \cdot I_e = \sqrt{P_e^2 + P_d^2}$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۳-۱۱) ضریب قدرت می‌باشد، مطلوب



$$V(t) = 100 \sin(1000\pi t + \frac{\pi}{6})$$

شکل (۳-۱۱)

الف) مقدار L

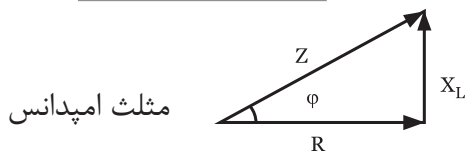
ب) جریان منبع و معادله آن

راهنمایی: چون $\sin \phi = \frac{X_L}{Z}$ می‌باشد، ابتدا آن را بدست

می‌آوریم:

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - 0.8^2} = 0.6$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \frac{Z}{\cos \phi} = \frac{8}{0.8} = 10 \Omega$$



مثلاً امپدانس

$$X_L = Z \cdot \sin \phi = \dots \Rightarrow X_L = 6 \Omega$$

ب) جریان منبع و معادله آن:

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \Rightarrow I_m = 10 \text{ A}$$

$$\cos \phi = 0.8 \Rightarrow \phi = \cos^{-1} 0.8 = 37^\circ$$

$$\theta_i = \dots \Rightarrow \theta_i = -7^\circ$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow i(t) = \dots$$

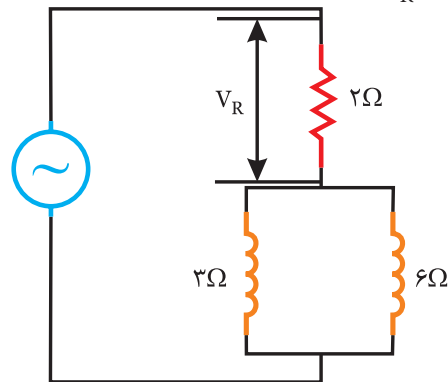
چون معادله جریان خواسته شده است، منظور از جریان

منبع، مقدار ماکزیمم آن یعنی I_m است.

مثال ۳

در مدار شکل (۳-۹)، اگر ولتاژ دو سر مقاومت

اهمی $V_R = 10 \text{ V}$ باشد، مطلوبست:



شکل (۳-۹)

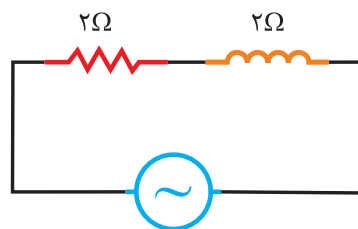
الف) جریان مدار $I_e = ?$

ب) امپدانس مدار $Z = ?$

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو، ظاهری

حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: شکل (۳-۱۰)



شکل (۳-۱۰)

$$X_L = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

با معلوم بودن V_R و R ، جریان مدار که در تمام مدار

$$I_e = \frac{V_R}{R} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

یکسان است محاسبه می‌شود:

ب) برای محاسبه امپدانس Z :

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$Z = 2\sqrt{2}$$

ج) توان‌های مدار:

$$P_e = R \cdot I_e^2 = 2 \times 5^2 = 50 \text{ W}$$

$$P_d = X_L \cdot I_e^2 = 2 \times 5^2 = 50 \text{ VAR}$$

$$P_s = Z \cdot I_e^2 = 2\sqrt{2} \times 5^2 = 50\sqrt{2} \text{ V.A}$$

حل

با توجه به این که معادله جریان را داریم مقادیر: $\theta_i = 0$ و $\omega = 1000$ و $I_m = 20\sqrt{2}$ معلوم است. بنابراین باید ابتدا: Z سپس V_m و به دنبال آن φ و θ_v را بدست آوریم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \Omega$$

$$I_m = \frac{V_m}{Z} \Rightarrow V_m = Z \cdot I_m = 10 \times 20 \cdot \sqrt{2} = 200 \sqrt{2} \text{ V}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\varphi = \cos^{-1} 0.6 = 53^\circ \Rightarrow \boxed{\varphi = 53^\circ}$$

$\varphi = \theta_v - \theta_i \Rightarrow \varphi_v = \theta + \theta_i = 53^\circ + 0 \Rightarrow \boxed{\theta_v = 53^\circ}$
ولتاژ 53° درجه جلوتر از جریان است:

$$V(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$V(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t + 53^\circ)$$

(ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت $V_R(t)$:

ولتاژ دو سر مقاومت با جریان «هم فاز» است:

یعنی زاویه این ولتاژ با جریان یکسان است:

$$V_{R_m} = R \cdot I_m = 6 \times 20 \sqrt{2} = 120 \sqrt{2}$$

$$V_{R(t)} = 120 \sqrt{2} \sin(1000t)$$

(ج) ولتاژ دو سر سلف 90° درجه نسبت به جریان پیش

فاز است:

$$V_L(m) = X_L \cdot I_m = 8 \times 20 \sqrt{2} = 160 \sqrt{2}$$

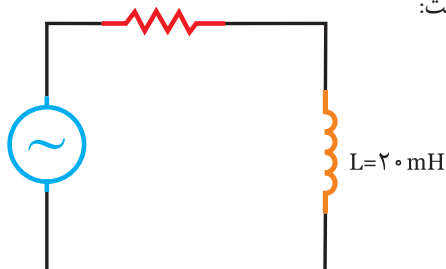
$$V_L(t) = 160 \sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۳-۱۳) ضریب کیفیت برابر ۱ است،

$$R = ?$$

مطلوبست:



$$V(t) = 200 \sqrt{2} \sin(1000t)$$

شکل (۳-۱۳)

(الف) مقدار مقاومت R

(ب) معادله زمانی جریان منبع

تمرین

در یک مدار R_L سری، توان اکتیو نصف توان ظاهری است، اگر در این مدار $R = 3 \Omega$ باشد، مطلوبست:

(الف) ضریب قدرت مدار $\cos \varphi = ?$

(ب) مقادیر امپدانس و مقاومت القایی $Z = ?$ و $X_L = ?$

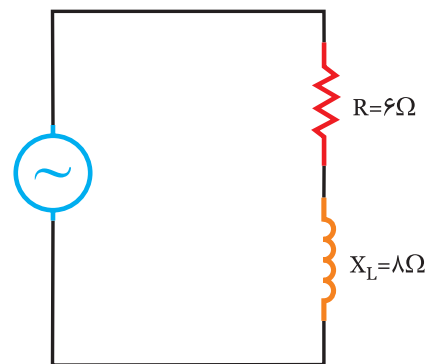
حل

در مدار شکل (۳-۱۲) معادله جریان $I(t) = 20\sqrt{2} \sin(1000t)$ می باشد. مطلوبست:

(الف) معادله ولتاژ کل $V(t)$

(ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت $V_{R(t)}$

(ج) معادله ولتاژ دو سر سلف $V_{L(t)}$



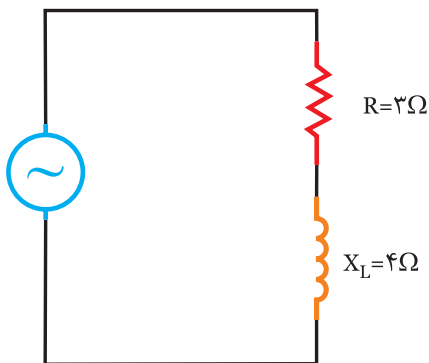
شکل (۳-۱۲)

تمرین: جدول زیر را که مربوط به یک مدار R_L سری است، کامل کنید.

$R=3\ \Omega$	$X_L=4\ \Omega$	$Z=.....$
$R=.....$	$X_L=8\ \Omega$	$Z=10\ \Omega$
$R=6\ \Omega$	$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$X_L=.....$
$R=10\ \Omega$	$Q=1$	$Z=.....$

مثال ۵

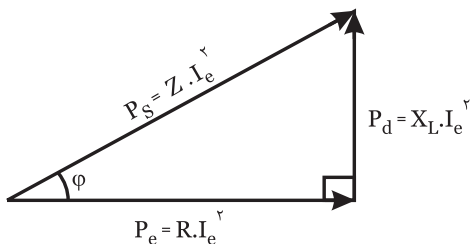
در مدار شکل (۳-۱۵)، توان اکتیو مدار $P_e=300\ W$ است. توان‌های راکتیو و ظاهری را تعیین کنید و مثلث توان را رسم کنید.



شکل (۳-۱۵)

حل

با توجه به اضلاع مثلث توان:



شکل (۳-۱۶)

با معلوم بودن P_e و R می‌توانیم جریان مدار (I_e) را

محاسبه کنیم: $P_e = R \cdot I_e^2 \Rightarrow I_e^2 = \frac{P_e}{R} \Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{P_e}{R}} \Rightarrow$

$I_e = \sqrt{\frac{300}{3}} = \sqrt{100} \Rightarrow I_e = 10\ A$

راهنمایی: $X_L = \omega \cdot L = \Rightarrow X_L = 20\ \Omega$

$Q = \frac{X_L}{R} = \Rightarrow R = \frac{X_L}{Q} = \Rightarrow R =$

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{.....^2 +^2} \Rightarrow Z = 20 \cdot \sqrt{2}\ \Omega$

$I_m = \frac{V_m}{Z} = \Rightarrow I_m = 10\ A$

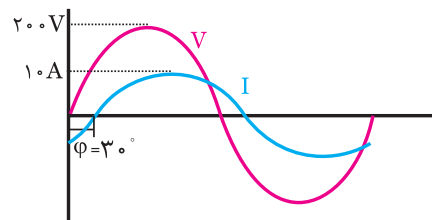
$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \Rightarrow \varphi = 45^\circ$

جریان 45° درجه پس فاز است: $\theta_i = -45^\circ$ با معلوم بودن I_m و θ_i

$I_{(t)} = I_m \cdot \sin(\omega t + \theta_i) \Rightarrow I(t) =$

مثالیت ۲

در یک مدار RL سری، تابع تغییرات ولتاژ و جریان مطابق شکل (۳-۱۴) است، اندازه R و X_L چقدر است؟



شکل (۳-۱۴)

حل

مراحل حل مسئله:

(۱) با معلوم بودن V_m و I_m و Z را محاسبه می‌کنیم:

$Z = \Rightarrow Z = 20\ \Omega$

(۲) با توجه به زاویه اختلاف فاز $\varphi = 30^\circ$ مقادیر R و X_L را

محاسبه می‌کنیم: $R = \Rightarrow R = 17.3\ \Omega$

$X_L = \Rightarrow X_L = 10\ \Omega$



راهنمایی: با معلوم بودن P_e و P_d و I_e و همچنین P_d و I_e مقادیر R و X_L بدست می‌آید:

$$P_e = R.I_e^2 \Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{P_e}{R}} \quad R = 3\Omega$$

$$P_d = X_L.I_e^2 \Rightarrow X_L = 4\Omega$$

(ب) برای ولتاژ منبع به Z نیاز داریم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = 5\Omega$$

با داشتن Z و I_e :

$$V_e = \Rightarrow$$

(ج) با کمک روابط مربوطه می‌توان ضریب توان و توان ظاهری و ضریب کیفیت را محاسبه کرد:

ضریب قدرت:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos \varphi = 0.6$$

توان ظاهری:

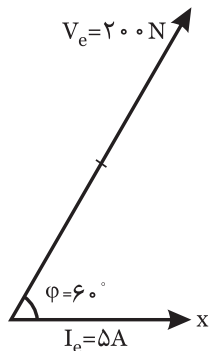
$$P_s = \Rightarrow P_s = 500 \text{ V.A}$$

ضریب کیفیت:

$$Q = \Rightarrow Q = 0.8$$



در یک مدار R-L سری بردارهای ولتاژ و جریان به صورت شکل (۳-۱۹) است. مطلوبست:



شکل (۳-۱۹)

(الف) مقادیر R و X_L

(ب) مقادیر V_R و V_L

(ج) مقادیر P_s و P_d

در مرحله بعدی می‌توانیم P_d و P_s را محاسبه کنیم:

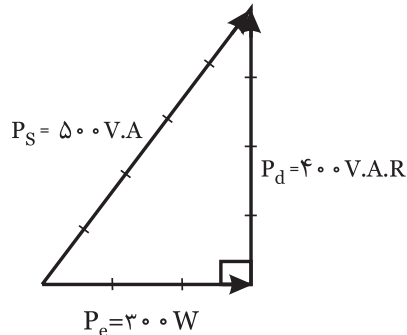
$$P_d = X_L.I_e^2 = 4 \times (10)^2 \Rightarrow P_d = 400 \text{ V.A.R}$$

$$P_s = Z.I_e^2 = 5 \times (10)^2 \Rightarrow P_s = 500 \text{ V.A}$$

لازم است یا ابتدا Z را محاسبه کنیم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\Omega$$

رسم مثلث توان: با معلوم بودن P_d ، P_e و P_s و با توجه به سلفی (پس فاز بودن) مدار P_d مقداری مثبت را دارد.



شکل (۳-۱۷)

روشی دیگر: توان‌ها اکتیو و راکتیو و ظاهری را می‌توان از

روابط زیر نیز محاسبه کرد:

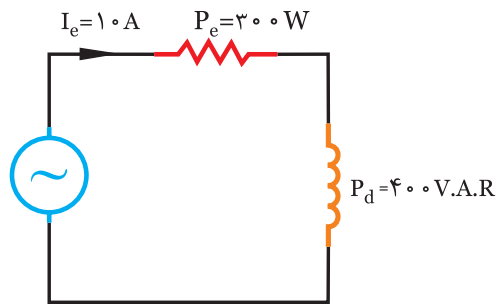
$$P_e = V_e.I_e.\cos \varphi$$

$$P_d = V_e.I_e.\sin \varphi$$

$$P_s = V_e.I_e$$



در مدار شکل (۳-۱۸) مطلوبست:



شکل (۳-۱۸)

(الف) مقدار R و X_L

(ب) ولتاژ منبع

(ج) ضریب قدرت و توان ظاهری و ضریب کیفیت

فرض شده است:

$$P_e = P_d \Rightarrow P_s = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} \Rightarrow P_s = \sqrt{2} P_e$$

توان‌های اکتیو و راکتیو:

$$P_e = \frac{P_s}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_e = \frac{1000}{\sqrt{2}} \Rightarrow P_e = P_d = 707$$

$$Q = \frac{P_d}{P_e} \Rightarrow Q = 1 \Rightarrow Q = \tan \phi = 1 \Rightarrow \phi = 45^\circ$$

$$I_e = \frac{P_s}{V_e} \Rightarrow I_e = 10 \sqrt{2} \Rightarrow I_m = \sqrt{2} I_e \Rightarrow I_m = 141.4 \text{ A}$$

جریان ماکزیمم:

$$I_m = \sqrt{2} \times 10 \sqrt{2} \Rightarrow I_m = 20 \text{ A}$$

زاویه جریان:

$$\theta_i = \theta_v - \phi = -45^\circ$$

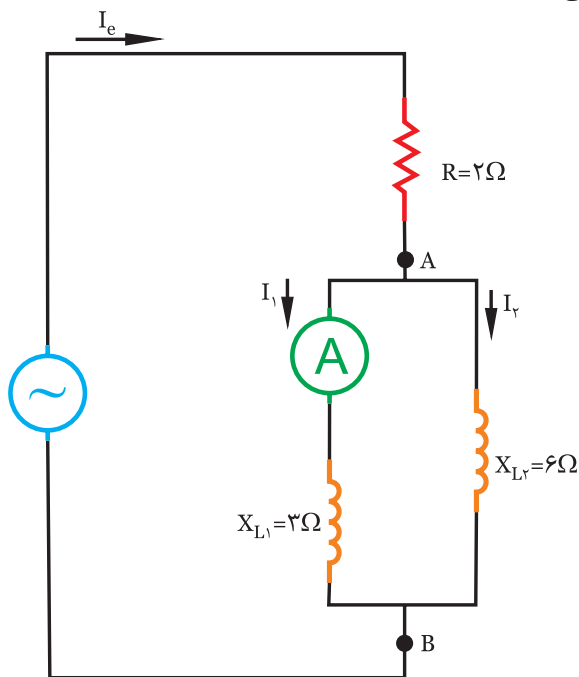
جریان 45 درجه پس فاز است:

معادله جریان $I_{(t)} = \dots$

معادله جریان

فعالیت ۷

در مدار شکل (۳-۲۱) آمپرتر جریان ۴ آمپر را نشان می‌دهد. مطلوبست:



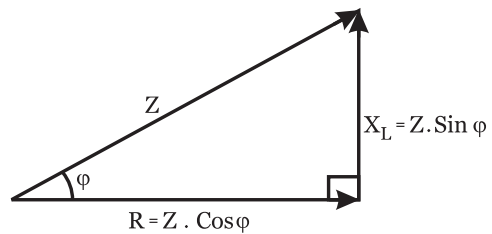
شکل (۳-۲۱)

با معلوم بودن V_e و I_e می‌توانیم Z را به دست آوریم:

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{200}{5} = 40 \Omega$$

مقادیر R و X_L را می‌توانیم از روابط مربوط به مثلث

امپدانس بدست آوریم:



شکل (۳-۲۰)

$$R = Z \cos \phi \Rightarrow R = 40 \times \cos 60^\circ \Rightarrow R = 40 \times 0.5 = 20 \Omega$$

$$X_L = Z \sin \phi \Rightarrow X_L = 40 \times \sin 60^\circ \Rightarrow X_L = 40 \times 0.866 = 34.6 \Omega$$

ب) محاسبه V_L و V_R : با معلوم بودن I_e و R می‌توان

$$V_R = R I_e = 20 \times 5 = 100 \text{ V}$$

نوشت:

$$V_L = X_L I_e = 34.6 / 4 \times 5 = 172.7 \text{ V}$$

$$V_e = Z I_e = 40 \times 5 = 200 \text{ V}$$

ج) P_d

$$P_d = X_L I_e^2 = 34.6 / 4 \times (5)^2 = 86 \text{ VAR}$$

$$P_s = Z I_e^2 = 40 \times (5)^2 = 1000 \text{ V.A}$$

روشی دیگر:

$$P_s = V_e I_e = 200 \times 5 = 1000 \text{ V.A}$$

$$P_d = P_s \sin \phi = 1000 \times 0.866 = 866 \text{ VAR}$$

فعالیت ۷

در یک مدار R_L سری، توان‌های اکتیو و راکتیو برابر است.

اگر توان ظاهری مدار $V.A \sqrt{2} = 1000$ باشد. مطلوبست:

الف) مقادیر P_e و P_d = ?

ب) اگر معادله ولتاژ $V_{(t)} = 100 \sqrt{2} \sin(1000t)$

باشد، معادله جریان را بنویسید:

۲- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری اتصال دهید. با کمک نرم افزار مولتی سیم، ولتاژ، جریان و زاویه اختلاف فاز مدار را اندازه گیری کنید.

۳- با کمک شبکه جهانی اینترنت، مطالبی را در خصوص واژه های زیر تهیه کنید و در کلاس ارائه نمائید.

Impedance	مقاومت ظاهری
ohm's law	قانون اهم
series circuit	مدار سری

خلاصه درس

۳-۶- تاثیر فرکانس بر مقادیر Z و I در مدار R_L سری

در مدار R_L سری، با افزایش فرکانس پارامترهای R و L ثابت است، در حالیکه پارامترهای X_L و Z افزایش می یابد:

$$X_L = 2\pi fL \uparrow$$

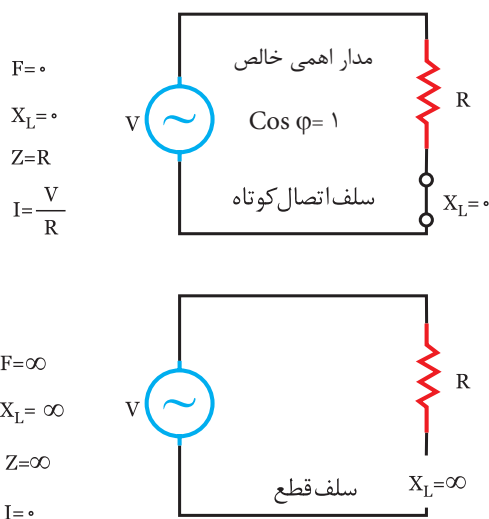
$$\uparrow Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \uparrow$$

بدین ترتیب جریان مدار و ضریب قدرت کاهش می یابد:

$$\downarrow I_e = \frac{V_e}{Z} \uparrow$$

$$\downarrow \cos \varphi = \frac{R}{Z} \uparrow$$

جدول و منحنی های این تغییرات در شکل (۳-۲۳) نشان داده شده است:



شکل (۳-۲۳) الف

الف) جریان کل مدار

ب) امپدانس مدار

ج) توان اکتیو

د) توان ظاهری

با داشتن I_۱ و X_{L۱}، VAB را محاسبه می کنیم:

$$VAB = X_{L1} I_1 = 3 \times 4 \Rightarrow VAB = 12 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{VAB}{X_{L2}} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A} \Rightarrow I_e = I_1 = I_2 = 4 + 2 \Rightarrow I_e = 6 \text{ A}$$

ب) سپس مدار را ساده می کنیم و Z را محاسبه

می کنیم:

$$X_L T = \dots\dots\dots$$

$$Z = \dots\dots\dots$$

ج) توان اکتیو: با معلوم بودن R و P_e، I_e را محاسبه

می کنیم:

$$P_e = \dots\dots\dots \Rightarrow P_e = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \Rightarrow P_e = \dots\dots\dots \text{ W}$$

توان راکتیو:

$$P_d = X_L \times \dots\dots\dots \Rightarrow P_d = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \Rightarrow P_d = \dots\dots\dots \text{ VAR}$$

توان ظاهری:

$$P_s = \sqrt{\dots\dots\dots + \dots\dots\dots} \Rightarrow P_s = \sqrt{\dots\dots\dots + \dots\dots\dots} \Rightarrow P_d = \dots\dots\dots \text{ V.A}$$

د) با معلوم بودن P_s و I_e می توان، V_e را محاسبه کرد:

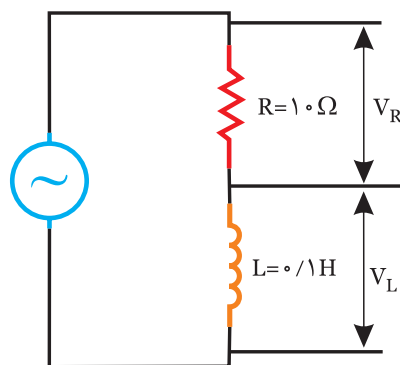
$$V_e = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow V_e = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \Rightarrow V_e = \dots\dots\dots \text{ V}$$

تحقیق کنید

۱- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری

بیندید. ولتاژهای دو سر مقاومت و سلف را اندازه گیری کنید.

رابطه $V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$ را تحقیق کنید.



شکل (۳-۲۲)

الف) مقادیر I و Z در فرکانسهای $f=1\text{Hz}$ و $f=100\text{kHz}$
 ب) ضریب قدرت $\cos \varphi$ در هر دو فرکانس



ابتدا X_L را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 1 \times 10^{-3} = 0.0628\Omega \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 100000 \times 10^{-3} = 6280\Omega \\ f = 100000\text{Hz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس مقاومت القایی X_L افزایش

می‌یابد.

سپس Z را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + (0.0628)^2} \Rightarrow Z = 10\Omega \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z = \sqrt{10^2 + 6280^2} \Rightarrow Z = 6280\Omega \\ f = 100\text{kHz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس، امپدانس (Z)، افزایش می‌یابد.

سپس جریان را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} I = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{10} = 10\text{A} \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{6280} = 0.0158\text{A} \\ f = 100\text{kHz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس جریان، کاهش می‌یابد.

ضریب قدرت در هر دو فرکانس چنین است:

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10} = 1 \\ f = 1\text{Hz} \end{cases}$$

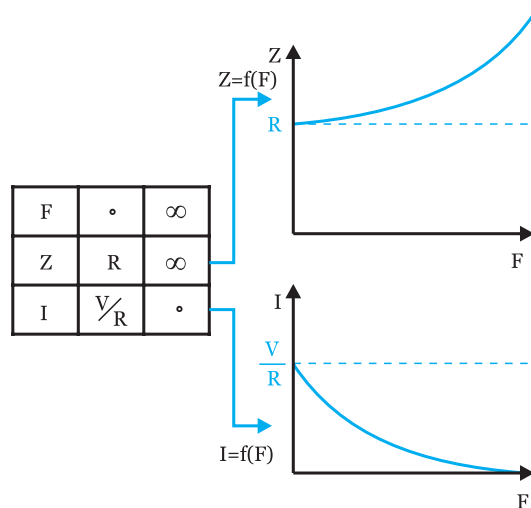
$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{6280} = 0.0158 \\ f = 100\text{kHz} \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس ضریب قدرت $\cos \varphi$ کاهش

می‌یابد.

بنابراین با محاسبه نیز، نتایج جدول مورد تایید قرار

می‌گیرد.



شکل (۳-۲۴)

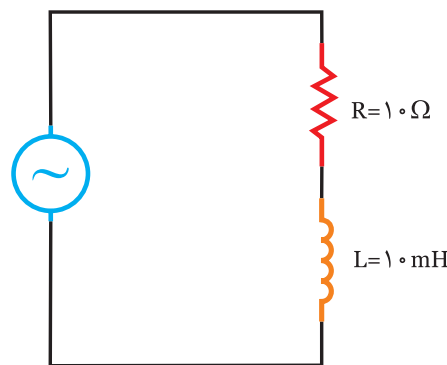
خلاصه تغییرات Z ، I ، $\cos \varphi$ را می‌توان در جدول زیر

خلاصه کرد.

↑ فرکانس F	
$\uparrow X_L = 2\pi fL$	مقاومت سلفی
$\uparrow Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	امپدانس
$\downarrow I = \frac{V_e}{Z}$	جریان
$\downarrow \cos \varphi = \frac{R}{Z}$	ضریب قدرت
افزایش می‌یابد	زاویه اختلاف فاز φ
مدار سلفی تر می‌شود	حالت مدار



در مدار R_L سری، شکل (۳-۲۵) مطلوبست:



$$V_e = 100\text{V}$$

شکل (۳-۲۵)



۱- در یک مدار R_L سری، با استفاده از شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مثل Yahoo یا Google در مورد کلید واژه‌های زیر مطالبی را تحقیق و در کلاس ارائه نمایید.

Phase different	اختلاف فاز
RL filter	فیلتر R_L
ImPedance in RL circuit	امپدانس در مدار R_L

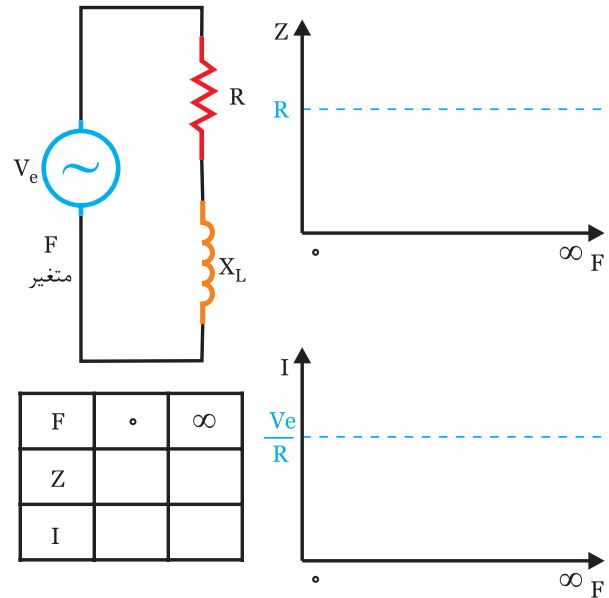
۲- با کمک اسیلوسکوپ، سیگنال ژنراتور و یک مقاومت اهمی و یک سلف اختلاف فاز را در یک مدار R_L سری، در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری نمایید.

« به جای اسیلوسکوپ می‌توانید از کارت اسیلوسکوپ استفاده کنید »

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم یا نرم افزارهای مشابه، یک مدار R_L سری را بسته و با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری مثل ولت متر، آمپر متر، فرکانس متر، وات متر و اسیلوسکوپ پارامترهای ولتاژ، جریان، فرکانس، توان و اختلاف فاز را فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید.



در مدار شکل (۳-۲۶)، جدول تغییرات Z و I را کامل کنید، سپس منحنی تغییرات Z و I را ترسیم نمایید.



شکل (۳-۲۶)



جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس بر روی پارامترهای

یک مدار RL سری است، را کامل کنید:

فرکانس ↑		
$X_L = \omega \times \dots$	<input type="checkbox"/> افزایش <input type="checkbox"/> کاهش	مقاومت سلفی X_L
$Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$	<input type="checkbox"/> افزایش <input type="checkbox"/> کاهش	امپدانس (Z)
$I_e = \frac{V_e}{\dots}$	<input type="checkbox"/> افزایش <input type="checkbox"/> کاهش	جریان (I_e)
$\text{Cos } \varphi = \frac{\dots}{\dots}$	<input type="checkbox"/> افزایش <input type="checkbox"/> کاهش	ضریب قدرت $\text{Cos } \varphi$
$\varphi = \text{Cos}^{-1} = \frac{\dots}{\dots}$	<input type="checkbox"/> افزایش <input type="checkbox"/> کاهش	اختلاف فاز φ



۱) در یک مدار R_L سری، واحد هر یک از کمیت‌های زیر را با توجه به پارامتر مربوطه، تعیین کنید.

ولت-آمپر	<input type="checkbox"/>
اهم	<input type="checkbox"/>
بدون واحد	<input type="checkbox"/>
وات	<input type="checkbox"/>
ولت-آمپر راکتیو	<input type="checkbox"/>
درجه یا رادیان	<input type="checkbox"/>

۱- امپدانس

۲- ضریب قدرت اکتیو

۳- توان ظاهری

۴- توان اکتیو

۵- توان راکتیو

۲) در یک مدار RL سری، گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید.

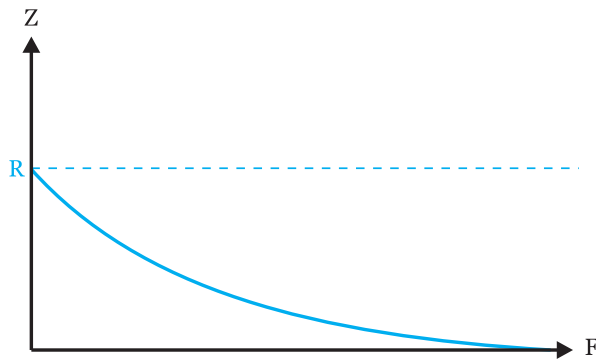
<input type="checkbox"/> غلط	<input type="checkbox"/> صحیح
<input type="checkbox"/> غلط	<input type="checkbox"/> صحیح
<input type="checkbox"/> غلط	<input type="checkbox"/> صحیح
<input type="checkbox"/> غلط	<input type="checkbox"/> صحیح

- امپدانس از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ بدست می‌آید.

- با تغییر فرکانس R و X_L تغییر می‌کند.

- ضریب قدرت $(\cos \phi)$ ، متناسب با ولتاژ مدار تغییر می‌کند.

- منحنی تغییرات Z نسبت به F مطابق شکل (۳-۲۷) است.



شکل (۳-۲۷)

<input type="checkbox"/> غلط	<input type="checkbox"/> صحیح
------------------------------	-------------------------------

- توان اکتیو متناسب با مجذور جریان تغییر می‌کند.

۳) در مدار $R=L$ سری جاهای خالی را پر کنید:

- امپدانس مدار را می‌توان از رابطه $Z = \frac{R}{\dots}$ بدست آورد.

- توان راکتیو از رابطه $Pd = \dots \times Ie^2$ محاسبه می‌شود.

- با افزایش فرکانس، مقادیر Z و \cos به

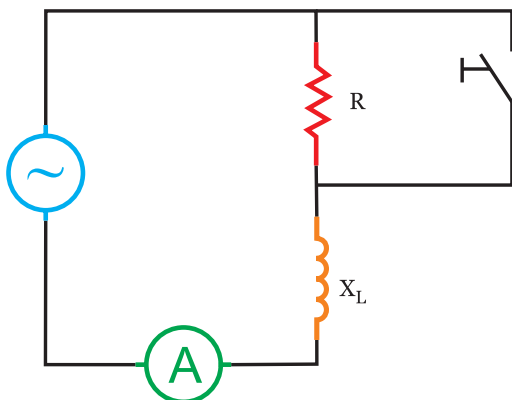
ترتیب و می‌یابد.

- اختلاف فاز ϕ و توان ، مقداری مثبت را خواهد داشت.

۴) در مدار شکل (۳-۲۸) با بستن کلید:

آمپر متر مقدار را نشان می‌دهد زیرا:

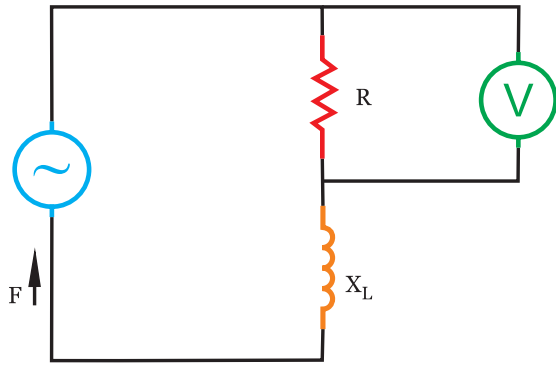
.....



شکل (۳-۲۸)

۵) در مدار شکل (۳-۲۹)، با افزایش فرکانس ولت متر مقدار را نشان می دهد:

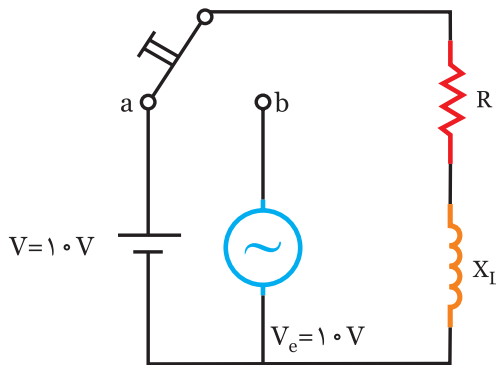
زیرا:.....



شکل (۳-۲۹)

۶) در مدار شکل (۳-۳۰)، با تغییر وضعیت کلید توان اکتیو P_e می یابد.

زیرا:.....



شکل (۳-۳۰)

۷) در مدار R_L سری، مقاومت اهمی R با مقاومت سلفی X_L برابر است. اگر $Z=20\sqrt{2}$ اهم باشد، مطلوبست:

الف) R ، X_L

ب) زاویه اختلاف فاز ϕ

۸) در مدار R_L سری، زاویه اختلاف فاز ولتاژ و جریان 30° درجه است. اگر توان ظاهری $P_s=2000\text{ V.A}$ باشد و جریان مدار 10

آمپر باشد، مطلوبست:

الف) امپدانس z

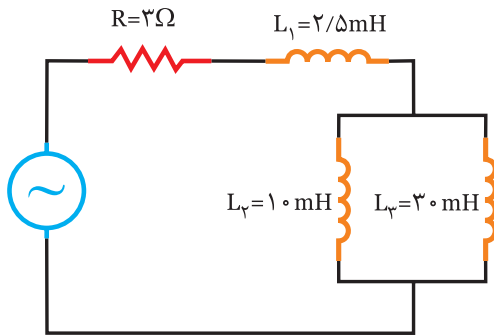
ب) ولتاژ کل $V_e=?$

ج) مقادیر R و X_L

۹) در مدار شکل (۳-۳۱) مطلوبست:

الف) ضریب توان $\cos \varphi$

ب) در چه فرکانس ضریب قدرت نصف حالت قبل می شود؟



شکل (۳-۳۱)

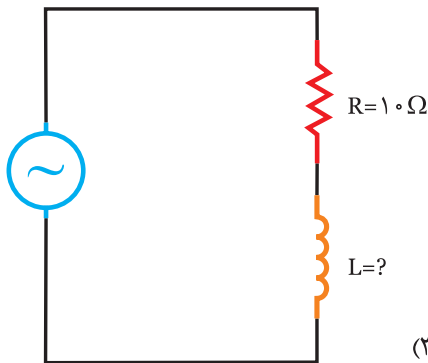
۱۰) در مدار شکل (۳-۳۲) ولتاژ ۴۵ درجه از جریان جلوتر است. مطلوبست مقادیر:

ج) P_s

ب) P_e

الف) I_e

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها



شکل (۳-۳۲)

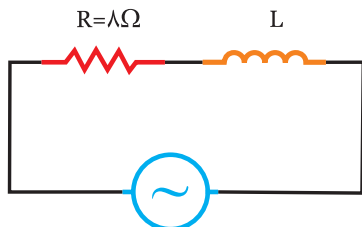
$$V_e = 100 \text{ V}$$

$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

۱۱) در مدار شکل (۳-۳۳) $\cos = 0.8$ است، مطلوبست:

الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن



$$V(t) = 100 \sin(1000t + \frac{\pi}{6})$$

شکل (۳-۳۳)

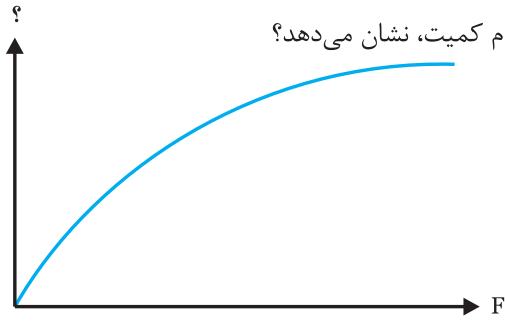
۱۲) در یک مدار R_L سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۶۰ درجه است، مقاومت سلفی چند اهم است؟

ب) ۱۴/۸

الف) ۱۴/۴

د) ۴۳/۳

ج) ۴۱/۲



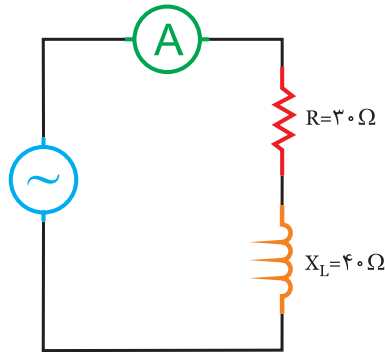
شکل (۳-۳۴)

۱۳) منحنی شکل (۳-۳۴) اثر فرکانس را در کدام مدار R_L و روی کدام کمیت، نشان می‌دهد؟

- الف) موازی - جریان
- ب) سری - مقاومت
- ج) موازی - مقاومت
- د) سری - جریان

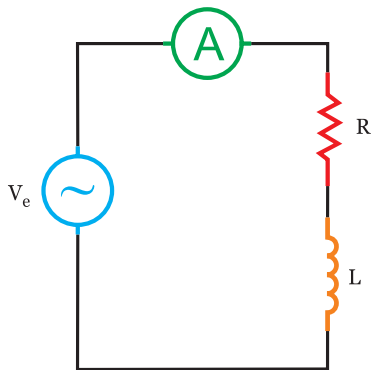
۱۴) در مدار شکل (۳-۳۵) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ درجه و ولتاژ ورودی برابر ولت است. آمپر متر

۲A را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۳۵)

- الف) $100 - 53/1$
- ب) $100 - 36/9$
- ج) $140 - 53/1$
- د) $140 - 36/9$

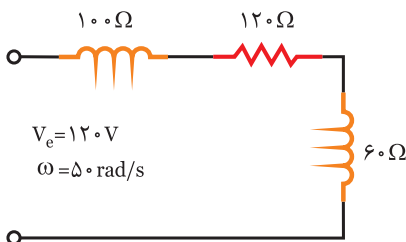


$P_e = 1200 \text{ W}$
 $P_d = 1600 \text{ VAR}$
 $V = 100\sqrt{2} \sin \omega t$

شکل (۳-۳۶)

۱۵) در مدار شکل (۳-۳۶) R چند اهم است؟

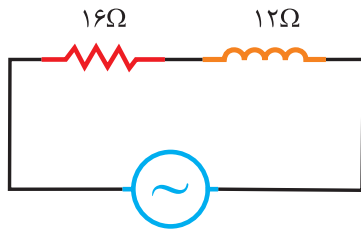
- الف) ۳
- ب) ۴
- ج) ۶
- د) ۱۰



شکل (۳-۳۷)

۱۶) ضریب توان مدار شکل (۳-۳۷) چقدر است؟

- الف) ۰/۶
- ب) ۰/۷
- ج) ۰/۸
- د) ۱



$$V_e = 40V$$

شکل (۳-۳۸)

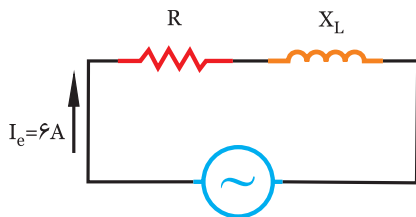
۱۷) در مدار شکل (۳-۳۸) توان مصرفی چند وات است؟

(ب) ۴۸

(الف) ۴۰

(د) ۸۰

(ج) ۶۴



$$V_e = 60V$$

شکل (۳-۳۹)

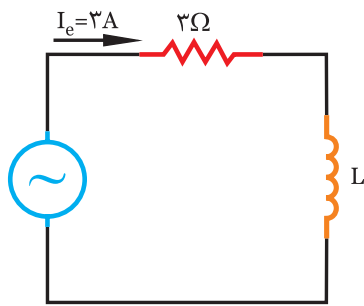
۱۸) در مدار شکل (۳-۳۹) اگر توان موثر ۱۸۰ وات باشد، مقدار X_L چند اهم است؟

(ب) $5\sqrt{2}$

(الف) ۵

(د) $6\sqrt{3}$

(ج) $5\sqrt{3}$



$$V_e = 15V \quad \omega = 200 \text{ rad/s}$$

شکل (۳-۴۰)

۱۹) در مدار شکل (۳-۴۰) اندوکتانس (L) چند میلی هانری است؟

(ب) ۱۰

(الف) ۲۰

(د) ۱

(ج) ۲

۲۰) ضریب کیفیت یک مدار R_L سری، برابر $\frac{4}{3}$ است، این مدار متوسط ولتاژی به معادله $V_{(t)} = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t)$ تغذیه می‌شود. اگر $R = 6\Omega$ باشد، جریان موثر چند آمپر است؟

(ب) ۲۲

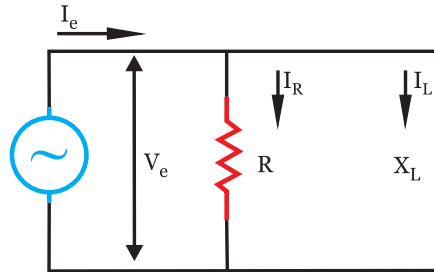
(الف) ۱

(د) $\frac{11\sqrt{2}}{2}$

(ج) $22\sqrt{2}$

۳-۷ مدار RL موازی

در این مدار مقاومت اهمی (R) با مقاومت سلفی X_L به صورت موازی به منبعی با ولتاژ (Ve) قرار گرفته است. شکل (۳-۴۱) مانند کلیه مدارهای موازی، ولتاژ در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است.



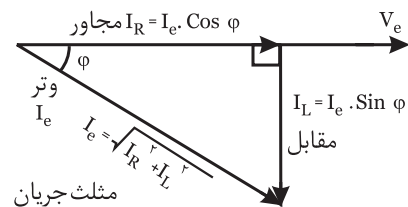
شکل (۳-۴۱)

۳-۸ مثلث جریان

جریان در هر شاخه از این مدار متناسب با عکس مقاومت آن شاخه تغییر می‌کند. جریان‌های هر شاخه عبارتند از: الف) IR که هم فاز با Ve می‌باشد. (اهمی خالص) ب) IL که ۹۰ درجه پس فاز است. (سلفی خالص) ج) Ie که برآیند برداری IR و IL است و ϕ درجه پس فاز می‌باشد.

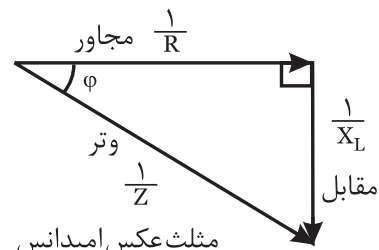
بنابراین می‌توان مثلثی را به نام مثلث جریان ترسیم کرد.

شکل (۳-۴۲)



شکل (۳-۴۲)

تقسیم بر عامل مشترک $\frac{1}{V_e}$



شکل (۳-۴۳)

۳-۹ مثلث عکس امپدانس (ادمیتانس)

چنانچه اضلاع مثلث جریان را بر عامل مشترک یعنی V_e تقسیم کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. شکل (۳-۴۳)

(عکس مقاومت اهمی) $\frac{I_R}{V_e} = \frac{1}{R}$ ضلع مجاور

(عکس مقاومت سلفی) $\frac{I_L}{V_e} = \frac{1}{X_L}$ ضلع مقابل

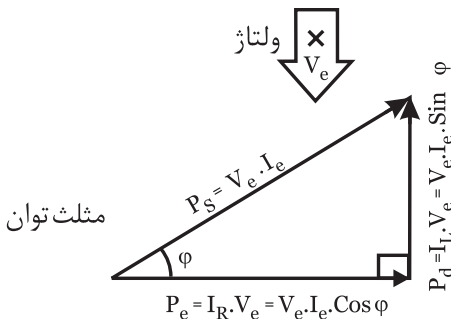
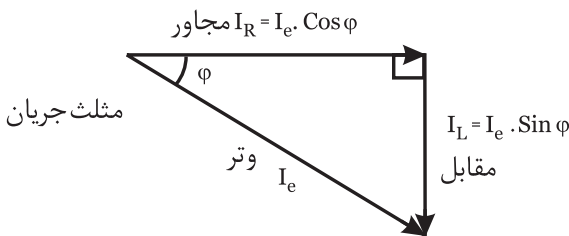
(عکس امپدانس) وتر $\frac{I_e}{V_e} = \frac{1}{Z}$

$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L}\right)^2 \Rightarrow Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ اثبات می‌شود

۳-۱۰ مثلث توان

اضلاع مثلث توان، عبارتند از Ps، Pd، Pe مثلث توان را می‌توان به دو روش بدست آورد:

الف) چنانچه اضلاع مثلث جریان را در عامل مشترک یعنی V_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. این مدار چون خاصیت سلفی دارد. جریان پس فاز، ϕ و \oplus Pd نیز \oplus است. شکل (۳-۴۴)

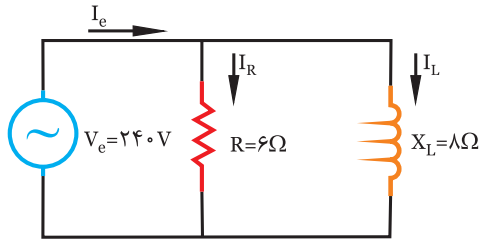


شکل (۳-۴۴)

ب) اگر اضلاع مثلث عکس امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی $(V_e)^2$ ضرب کنیم، اضلاع مثلث توان بدست می‌آید. شکل (۳-۴۵)

مثال ۱

در مدار شکل (۳-۴۶) مطلوبست:

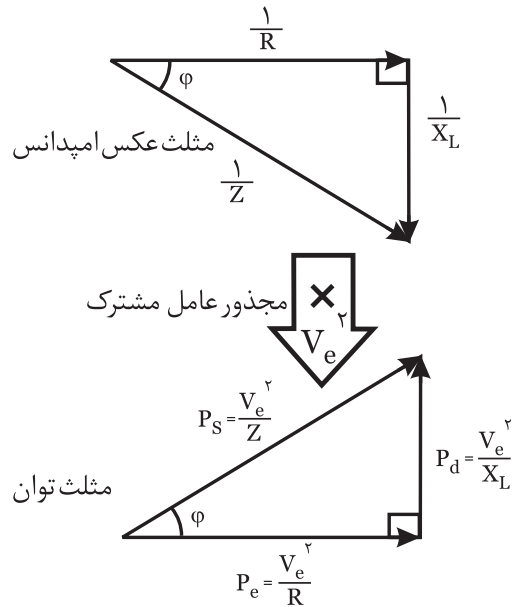


شکل (۳-۴۶)

الف) جریان‌های هر شاخه و جریان کل

ب) امپدانس مدار

ج) توان اکتیو، راکتیو و ظاهری



شکل (۳-۴۵)

بررسی لغات:

۱- امپدانس: مخالفت یک مدار در برابر عبور جریان AC که آن را مقاومت ظاهری نیز نامیده و با حرف Z نمایش می‌دهند.

۲- ادmittانس: عکس مقاومت ظاهری است و آن را با حرف Y نمایش می‌دهند.

نسبت‌های مثلثاتی

در مثلث‌های جریان، عکس امپدانس و توان نسبت‌های مثلثاتی بین اضلاع مجاور، مقابل و وتر برقرار است که می‌توان نوشت:

ضریب قدرت راکتیو

$$\sin \varphi = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{I_L}{I_e} = \frac{1/X_L}{1/Z} = \frac{Z}{X_L} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریب قدرت اکتیو

$$\cos \varphi = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{I_R}{I_e} = \frac{1/R}{1/X_L} = \frac{Z}{R} = \frac{P_e}{P_s}$$

ضریب کیفیت

$$Q = \tan \varphi = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{I_L}{I_R} = \frac{1/L}{1/R} = \frac{R}{X_L} = \frac{P_d}{P_e}$$

مثلث جریان	مثلث عکس امپدانس	مثلث توان
---------------	---------------------	--------------

الف) با معلوم بودن V_e ، R و X_L جریان‌های هر شاخه

$$I_R = \frac{V_e}{R} = \frac{240}{6} = 40 \text{ A} \quad \text{محاسبه می‌شود:}$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{240}{8} = 30 \text{ A}$$

$$I_e = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} \Rightarrow I_e = 50 \text{ A}$$

ب) امپدانس را می‌توان با معلوم بودن V_e و I_e محاسبه کرد:

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{240}{50} = 4/8 \Omega$$

*امپدانس را می‌توان از رابطه زیر نیز محاسبه کرد:

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{6 \times 8}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{48}{10} \Rightarrow Z = 4/8 \Omega$$

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} = \frac{240^2}{6} = 9600 \text{ W} \quad \text{ج) توان اکتیو:}$$

$$P_d = \frac{V_e^2}{X_L} = \frac{240^2}{8} = 7200 \text{ VAR}$$

$$P_s = V_e \times I_e = 240 \times 50 = 12000 \text{ V.A}$$

توان اکتیو و راکتیو را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد:

$$P_e = P_s \times \cos \varphi = 12000 \times 0/8 = 9600 \text{ W} \quad \text{کرد:}$$

$$P_d = P_s \times \sin \varphi = 12000 \times 0/6 = 7200 \text{ VAR}$$

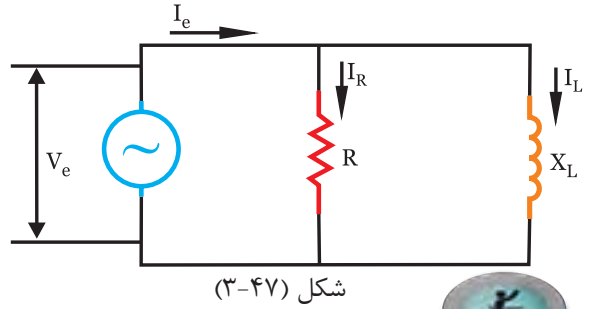
$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{4/8}{6} = 0/8$$

$$\sin \varphi = \frac{Z}{X_L} = \frac{4/8}{8} = 0/6$$



فعالیت ۹

با توجه به شکل (۳-۴۷) روابط زیر را کامل کنید:



شکل (۳-۴۷)

$$I_R = \frac{V_e}{\dots\dots\dots} \quad I_L = \frac{V_e}{\dots\dots\dots} \quad I_e = \frac{V_e}{\dots\dots\dots}$$

$$I_e = \sqrt{(\dots\dots)^2 + (\dots\dots)^2}$$

$$Z = \frac{V_e}{\dots\dots\dots} \quad Z = \frac{R \times \dots\dots\dots}{\sqrt{(\dots\dots)^2 + (\dots\dots)^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{I_e} = \frac{Z}{\dots\dots\dots} = \frac{P_e}{\dots\dots\dots}$$

$$\sin \varphi = \frac{\dots\dots\dots}{I_e} = \frac{Z}{\dots\dots\dots} = \frac{P_d}{\dots\dots\dots}$$

$$\tan \varphi = Q = \frac{\dots\dots\dots}{I_e} = \frac{P_d}{X_L} = \frac{P_d}{\dots\dots\dots}$$

$$P_e = V_e \times \dots\dots\dots = \frac{V_e^2}{\dots\dots\dots} = V_e \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

$$P_d = \dots\dots\dots \times I_L = \frac{V_e^2}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots \times I_e \times \dots\dots\dots$$

$$P_s = V_e \times \dots\dots\dots = \frac{V_e^2}{\dots\dots\dots} \sqrt{(\dots\dots)^2 + (P_d)^2}$$

با مراجعه به متن درس، روابطی را که درست نوشته‌اید،

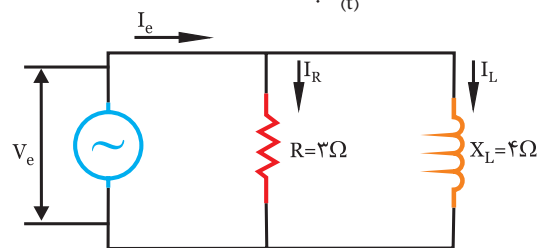
مجددا مطالعه و بازنویسی کنید.



تمرین

در مدار شکل (۳-۴۸) اگر معادله جریان

$$I_t = 20 \sqrt{2} \sin(1000t) \text{ باشد:}$$



شکل (۳-۴۸)

(الف) معادله ولتاژ کل را بنویسید.

(ب) معادله جریان را در هر شاخه بنویسید.

(ج) دیگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها را رسم کنید.



مثال ۹

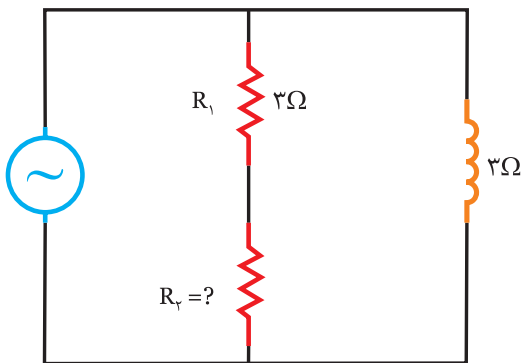
در مدار شکل (۳-۴۹) توان راکتیو مدار VAR Pd=۳۰۰ است.

اگر ضریب قدرت مدار ۰/۶ باشد. مطلوبست:

(الف) ولتاژ مدار =? Ve

(ب) مقدار مقاومت R۲

(ج) توان‌های اکتیو و ظاهری =? Pe و =? Ps



شکل (۳-۴۹)

برای محاسبه ولتاژ، چون مقاومت‌های اهمی و سلفی به صورت موازی قرار دارد، با معلوم بودن جریان یکی از شاخه‌ها و مقاومت سلفی می‌توان نوشت:

$$V_e = X_{L1} \times \dots \Rightarrow V_e = 10 \times \dots = 60V$$

(ب) برای محاسبه امپدانس (z)، ابتدا مدار را ساده

$$R_t = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \dots \times \dots \Rightarrow R_t = \dots$$

$$X_{L1} = \frac{\dots \times \dots}{\dots + \dots} = \dots \times \dots \Rightarrow X_{L1} = \dots$$

$$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \frac{\dots \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \dots$$

(ج) با معلوم بودن ولتاژ کل و امپدانس، جریان مدار

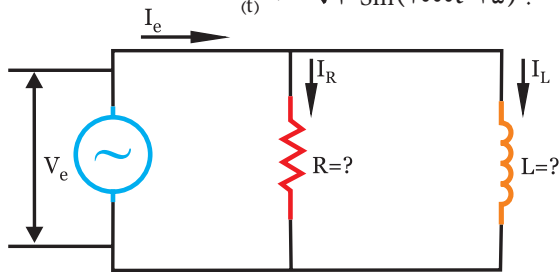
محاسبه می‌شود:

$$I_e = \frac{V_e}{Z} \Rightarrow I_e = \dots \Rightarrow I_e = \dots$$

تمرین

در مدار R_L موازی شکل (۳-۵۱) معادله ولتاژ $V_{(t)} = 100 \sqrt{2} \sin(1000t)$ و معادله جریان مساوی

است با $I_{(t)} = 20 \sqrt{2} \sin(1000t - 45)$



شکل (۳-۵۱)

الف) مقادیر R و L را محاسبه کنید.

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار را رسم کنید.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

توان راکتیو مربوط به سلف یا خازن است. با معلوم بودن X_L و P_d می‌توان نوشت:

$$P_d = \frac{V_e^2}{X_L} \Rightarrow V_e = \sqrt{P_d \times X_L} = \sqrt{300 \times 3} \Rightarrow V_e = 30V$$

$$\cos \varphi = 0.6 \Rightarrow \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} \Rightarrow \sin \varphi = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8$$

(ب) برای تعیین مقاومت R_p ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin \varphi = \frac{Z}{X_L} \Rightarrow Z = X_L \times \sin \varphi \Rightarrow Z = 3 \times 0.8 \Rightarrow Z = 2.4 \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow R = \frac{Z}{\cos \varphi} = \frac{2.4}{0.6} \Rightarrow R = 4 \Omega$$

$$R_t = R_1 + R_p \Rightarrow R_p = R_t - R_1 \Rightarrow R_p = 6 - 3 \Rightarrow R_p = 3 \Omega$$

(ج) توان‌های اکتیو و ظاهری:

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} \Rightarrow P_e = \frac{(30)^2}{6} \Rightarrow P_e = 150W$$

$$P_s = \frac{V_e^2}{Z} \Rightarrow P_s = \frac{(30)^2}{2.4} = \frac{900}{2.4} \Rightarrow P_s = 375VA$$

برای محاسبه توان‌های ظاهری و اکتیو می‌توان از راه حل

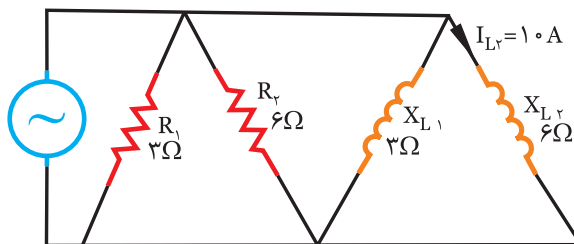
دیگری نیز استفاده کرد: $P_s = V_e \times I_e = 30 \times 12.5 = 375VA$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{30}{2.4} = 12.5A$$

$$P_e = P_s \times \cos \varphi = 375 \times 0.6 = 150W$$

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۳-۵۰)، مطلوبست:



شکل (۳-۵۰)

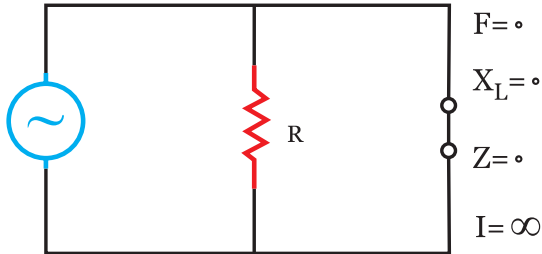
الف) ولتاژ مدار (V_e)

ب) امپدانس کل (z)

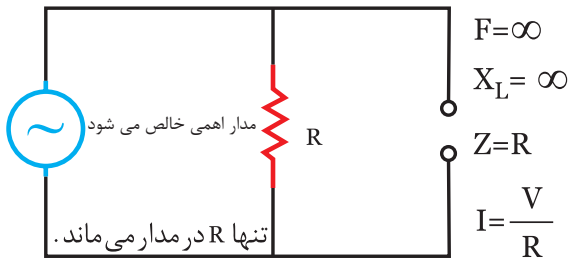
ج) جریان مدار (I_e)

۳-۱۱- تاثیر فرکانس روی مدار RL موازی

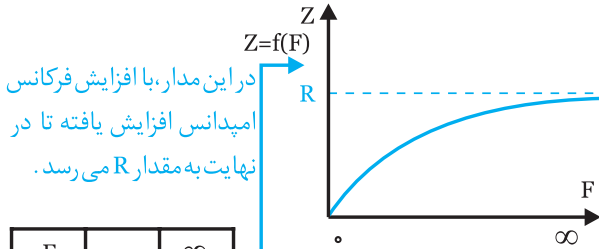
در این مدار، با افزایش فرکانس R ثابت است، ولی X_L افزایش می‌یابد. اگر فرکانس از کوچکترین مقدار یعنی $F=0$ تا فرکانس‌های بسیار بالا $F=\infty$ افزایش یابد، تغییرات امپدانس و جریان را می‌توان چنین بررسی کرد. شکل (۳-۵۳)



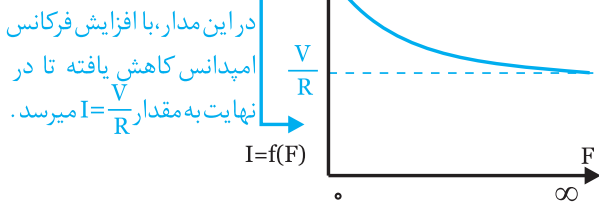
سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.



سلف مدار را قطع می‌کند.



F	0	∞
Z	0	R
I	∞	$\frac{V}{R}$

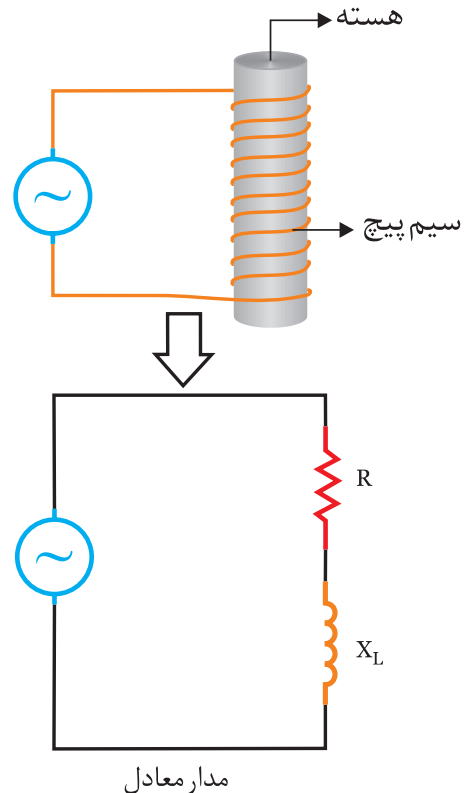


شکل (۳-۵۳)

۳-۱۲- تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت ($\cos \phi$)

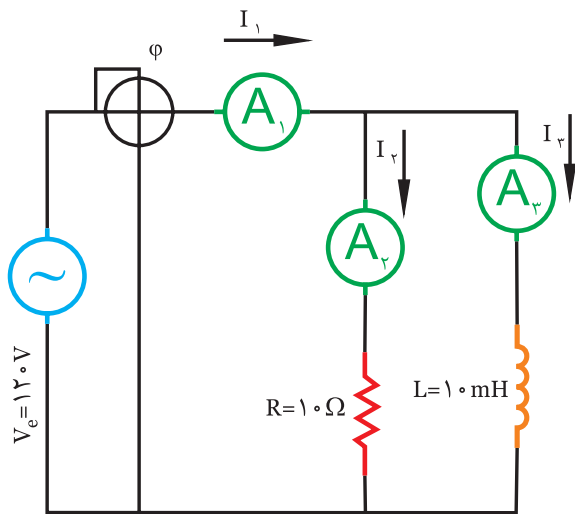
در این مدار با افزایش فرکانس، ضریب قدرت افزایش می‌یابد. در فرکانس‌های بسیار بالا، ضریب قدرت به حداکثر

چنانچه چند دور سیم روکش‌دار را روی یک هسته بی‌پیچیم، یک بوبین یا سلف ساخته می‌شود. هر بوبین یا سلف دارای یک مقاومت اهمی (R) و ضریب خودالقایی (L) می‌باشد. در اثر عبور جریان متناوب این سیم پیچ یک مقاومت سلفی (X_L) از خود نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان هر سیم پیچ را ترکیبی از یک مقاومت اهمی (R) و یک مقاومت سلفی (X_L) در نظر گرفت که با هم سری شده است. شکل (۳-۵۲)



شکل (۳-۵۲)

بنابراین سیم پیچ‌های ترانسفورماتورها و موتورهای الکتریکی را می‌توان به عنوان یک مدار RL سری در نظر گرفت.

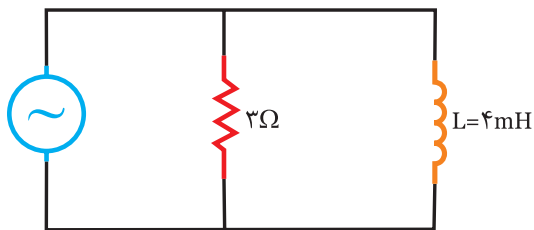


شکل (۳-۵۴)

۴- در مورد کاربرد مدار R_L موازی (مثلا به عنوان فیلتر) مطالبی را تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

مثال ۱۰

در مدار الکتریکی شکل (۳-۵۵) مطلوبست:



$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

شکل (۳-۵۵)

الف) ضریب قدرت مدار در $\omega = 1000 \text{ rad/s}$

ب) در چه فرکانسی ضریب قدرت نصف می شود؟

حل

ابتدا مقاومت سلفی را محاسبه می کنیم:

$$X_L = \omega \cdot L \Rightarrow X_L = 1000 \times 4 \times 10^{-3} \Rightarrow X_L = 4 \Omega$$

با معلوم بودن X_L و R ، Z و سپس $\cos \phi$ را محاسبه

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{3 \times 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{12}{5} \Rightarrow Z = 2.4 \Omega \quad \text{می کنیم:}$$

$$\cos \phi = \frac{Z}{R} \Rightarrow \cos \phi = \frac{2.4}{3} \Rightarrow \cos \phi = 0.8$$

مقدار خود یعنی ϕ می رسد و مدار حالت اهمی خالص می یابد.

جدول زیر تاثیر فرکانس را روی پارامترهای مدار نشان

می دهد.

$\uparrow F$	
$\uparrow X_L = 2 \pi f L$	X_L مقاومت سلفی
$\uparrow Z \leftarrow \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} = \frac{1}{\uparrow X_L^2}$	امپدانس (Z)
$\downarrow I_e = \frac{V_e}{Z \uparrow}$	جریان (I_e)
$\uparrow \cos \phi = \frac{Z \uparrow}{R}$	$\cos \phi$ ضریب قدرت
$\downarrow \phi$	ϕ زاویه اختلاف فاز
اهمی تر میشود	حالت مدار

تحقیق کنید

۱- با کمک سایت های اینترنتی و موتورهای جستجوگر مثل Yahoo و Google درباره لغات کلیدی زیر مطالبی را تهیه کرده و در کلاس ارائه کنید.

- Parallel RL Circuits (مدارات RL موازی)

- Phase Angle (زاویه فاز)

- Impedance (امپدانس)

- Real Power (توان حقیقی)

- R-L-filter (فیلترهای RL)

۲- با کمک اسپیلوسکوپ و سیگنال ژنراتور، در مورد یک مدار RL موازی زاویه اختلاف فاز و دامنه ولتاژ و جریان را در فرکانس های مختلف اندازه گیری کنید.

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم، مدار الکتریکی شکل

(۳-۵۴) را بسته و پارامترهایی مثل جریان هر شاخه، ضریب

قدرت و زاویه اختلاف فاز را در فرکانس های مختلف اندازه گیری

کنید و نتایج را در جدول زیر بنویسید.

F	
I_1	
I_2	
I_3	

در نهایت می توان ضریب قدرت (Cos φ) را نیز برای هر دو فرکانس محاسبه کرد:

F=۱ Hz

$\text{Cos } \varphi = \frac{\dots}{R} \Rightarrow \text{Cos } \varphi = \dots \Rightarrow \text{Cos } \varphi = \dots$

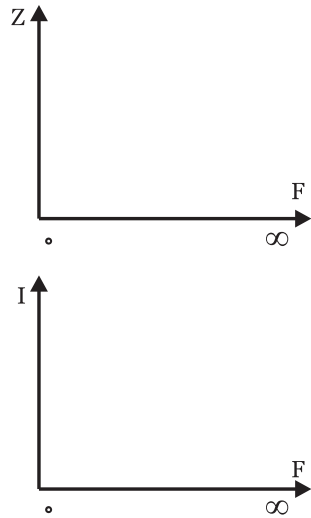
F= ۱۰ KHz

$\text{Cos } \varphi = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \text{Cos } \varphi = \dots \Rightarrow \text{Cos } \varphi = \dots$



۱- منحنی های تغییرات امپدانس نسبت به فرکانس Z=f(f) و جریان نسبت به فرکانس I=f(f) را رسم کنید. جدول مربوط به آن را نیز کامل کنید. شکل (۵۶-۳)

F	۰	∞
Z		
I		



شکل (۵۶-۳)

۲- جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس روی پارامترهای مختلف مدار می باشد را کامل کنید.

	↑F
↑X _L =۲ π f.L	مقاومت سلفی XL
	امپدانس (Z)
	جریان (Ie)
	ضریب قدرت Cos φ
	زاویه اختلاف فاز φ
	حالت مدار

(ب)

$\text{Cos } \varphi = \frac{1}{2} \text{ Cos } \varphi = \frac{1}{2} \times 0.8 \Rightarrow \text{Cos } \varphi = 0.4$

$\text{Cos } \varphi = \frac{Z_r}{R} \Rightarrow Z_r = R \cdot \text{Cos } \varphi = 3 \times 0.4 \Rightarrow Z_r = 1.2 \Omega$

$\text{Sin } \varphi = \sqrt{1 - \text{Cos } \varphi^2} = \sqrt{1 - 0.4^2} \Rightarrow \text{Sin } \varphi = 0.91$

$\text{Sin } \varphi = \frac{Z}{X_{Lr}} \Rightarrow X_{Lr} = \frac{Z}{\text{Sin } \varphi} = \frac{1.2}{0.91} \Rightarrow X_{Lr} = 1.31 \Omega$

$F_r = \frac{X_{Lr}}{2 \pi \times L} = \frac{1.31}{2 \times 3.14 \times 1.4 \times 10^{-3}} \Rightarrow F_r = 52 \text{ Hz}$

مشاهده می شود با کاهش فرکانس، ضریب قدرت و امپدانس کاهش می یابد.



در یک مدار R-L موازی، که R=۶ Ω و L=۸ mH و Ve=۱۰۰ V است. فرکانسی را از F_۱=۱ Hz به F_۲=۱۰ KHz می رسانی. امپدانس (Z) و ضریب قدرت (Cos φ) و جریان (Ie) را در هر دو فرکانس محاسبه کنید.



ابتدا مقاومت القایی و سپس امپدانس (Z) و جریان Ie را در هر دو فرکانس محاسبه کنید:

F=۱ Hz

$X_L = 2 \pi f \times \dots \Rightarrow X_L = 2 \times \dots \times \dots \Rightarrow X_L = \dots$

$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \frac{\dots \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow Z = \dots$

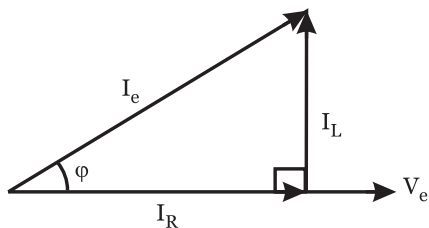
$I_e = \frac{V_e}{\dots} \Rightarrow I_e = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow I_e = \dots$

F= ۱۰ KHz

$X_L = 2 \times \dots \times L \Rightarrow X_L = 2 \times \dots \times \dots \Rightarrow X_L = \dots$

$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{\dots}} \Rightarrow Z = \frac{\dots \times \dots}{\sqrt{\dots}} \Rightarrow Z = \dots$

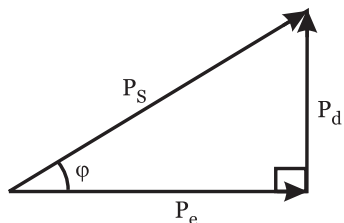
$I_e = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow I_e = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow I_e = \dots$



شکل (۳-۵۸)

۱- مثلث توان‌ها در این مدار مطابق شکل (۳-۵۹) است.

غلط صحیح



شکل (۳-۵۹)

۱۳-۳- تبدیل مدار R-L سری به R-L موازی

در بسیاری از موارد خصوصاً در مدارهای سری - موازی (مختلط) که در فصول آینده مورد بررسی قرار می‌گیرد، لازم است تا یک مدار R-L سری به یک مدار R-L موازی تبدیل شود. در این تبدیل باید: اولاً امپدانس و ضریب قدرت در هر دو حالت یکسان باشد، ثانیاً خاصیت مدار در هر دو حالت یکسان باشد. برای این تبدیل مراحل زیر انجام می‌شود:

۱- ابتدا امپدانس را در حالت سری از $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ رابطه محاسبه می‌کنیم.

۲- ضرایب $\sin \phi$ و $\cos \phi$ را از رابطه‌های $\cos \phi = \frac{R}{Z}$ و $\sin \phi = \frac{X_L}{Z}$ در حالت سری محاسبه می‌کنیم.

۳- برای تبدیل به حالت موازی، چون مقادیر $\cos \phi$ ، Z و $\sin \phi$ باید در هر دو مدار یکسان باشد. می‌توان نوشت:

$$\cos \phi = \frac{Z}{R_p} \Rightarrow R_p = \frac{Z}{\cos \phi} \Rightarrow R_p = \frac{Z}{\frac{R}{Z}} \Rightarrow R_p = \frac{Z^2}{R}$$

$$\sin \phi = \frac{Z}{X_{Lp}} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{Z}{\sin \phi} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{Z}{\frac{X_L}{Z}} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{Z^2}{X_L}$$

گزینه‌های صحیح و غلط را در مورد مدار R-L موازی انتخاب کنید:

۱- در این مدار، افزایش فرکانس تاثیری در مقاومت

اهمی (R) ندارد. صحیح غلط

۲- در این مدار، توان اکتیو (P_e) متناسب با مقدار

مقاومت القایی X_L تغییر می‌کند.

صحیح غلط

۳- ضریب قدرت از رابطه $\cos \phi = \frac{Z}{R}$ بدست می‌آید.

صحیح غلط

۴- با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ثابت می‌ماند.

صحیح غلط

۵- جریان در شاخه سلفی، متناسب با مقاومت اهمی

مدار تغییر می‌کند. صحیح غلط

۶- جریان کل مدار، از رابطه $I_e = I_p + I_r$ بدست می‌آید.

صحیح غلط

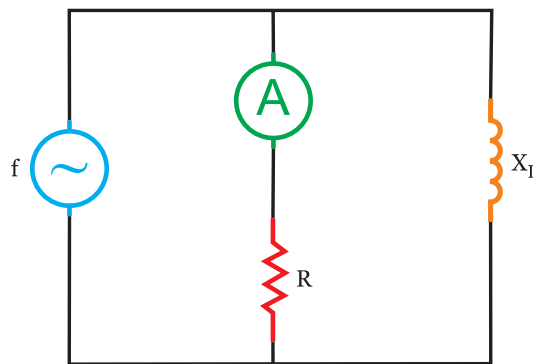
۷- امپدانس مدار از رابطه $Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ بدست می‌آید.

صحیح غلط

۸- در مدار شکل (۳-۵۷)، افزایش فرکانس موجب

افزایش جریان آمپرتر می‌شود.

صحیح غلط



شکل (۳-۵۷)

۹- دیاگرام برداری جریان‌ها و ولتاژ مطابق شکل (۳-۵۸)

است. صحیح غلط

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = \sqrt{10^2 + 10^2} \Rightarrow Z = 10\sqrt{2}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R_p = \frac{Z}{\cos \varphi} = \frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow R_p = 20\Omega$$

$$X_{Lp} = \frac{Z}{\sin \varphi} = \frac{10\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow X_{Lp} = 20\Omega$$

۱۴-۳- تبدیل مدار R-L موازی به R-L سری

برای این تبدیل عکس مراحل قبلی را انجام می‌دهیم:

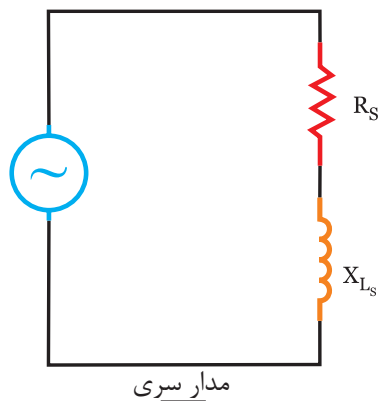
۱- ابتدا امپدانس را در حالت موازی از رابطه $Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ محاسبه می‌کنیم.

۲- ضرایب $\sin \varphi$ و $\cos \varphi$ را از رابطه‌های $\sin \varphi = \frac{Z}{X_L}$ و $\cos \varphi = \frac{Z}{R}$ محاسبه می‌کنیم. (شکل ۳-۶۲)

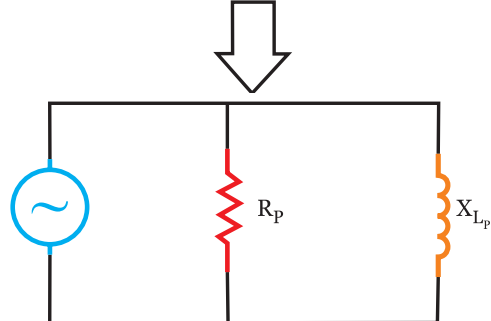
۳- برای تبدیل به حالت سری، مقادیر Z ، $\cos \varphi$ و $\sin \varphi$ باید در هر دو حالت یکسان باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R_s = Z \cdot \cos \varphi \Rightarrow R_s = Z \times \frac{Z}{R_p} \Rightarrow R_s = \frac{Z^2}{R_p}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_{Ls} = Z \cdot \sin \varphi \Rightarrow X_{Ls} = Z \times \frac{Z}{X_{Lp}} \Rightarrow X_{Ls} = \frac{Z^2}{X_{Lp}}$$



مدار سری



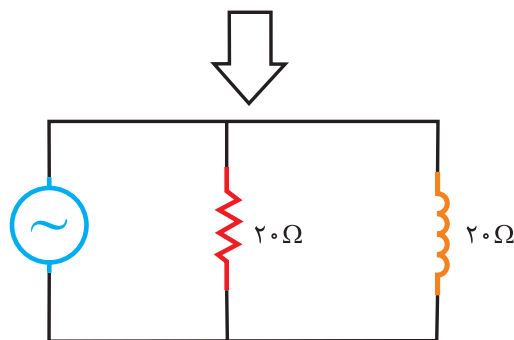
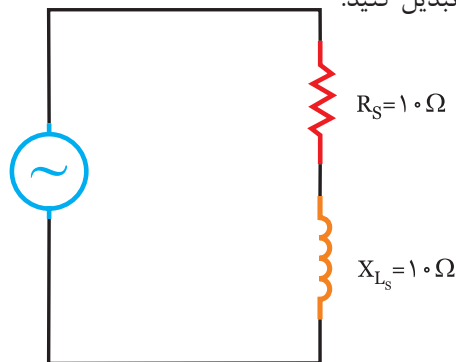
مدار معادل موازی

شکل (۳-۶۰)

مثال II

مدار شکل (۳-۶۱) را از حالت مدار سری به حالت مدار

موازی تبدیل کنید.



شکل (۳-۶۱)

$$Z = \frac{R X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \Rightarrow Z = \frac{20 \times 20}{\sqrt{20^2 + 20^2}} = \frac{400}{20\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}}$$

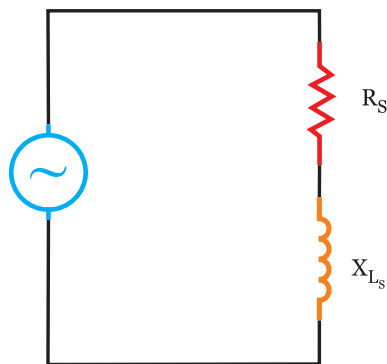
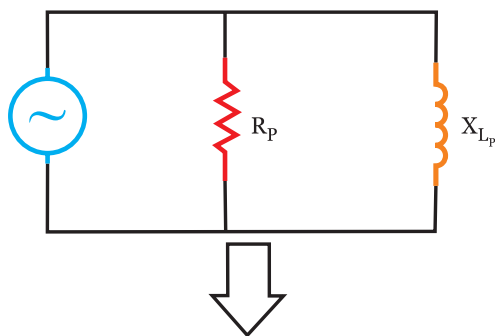
$$Z = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow Z = 10\sqrt{2}$$

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{10\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{Z}{X_L} = \frac{10\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

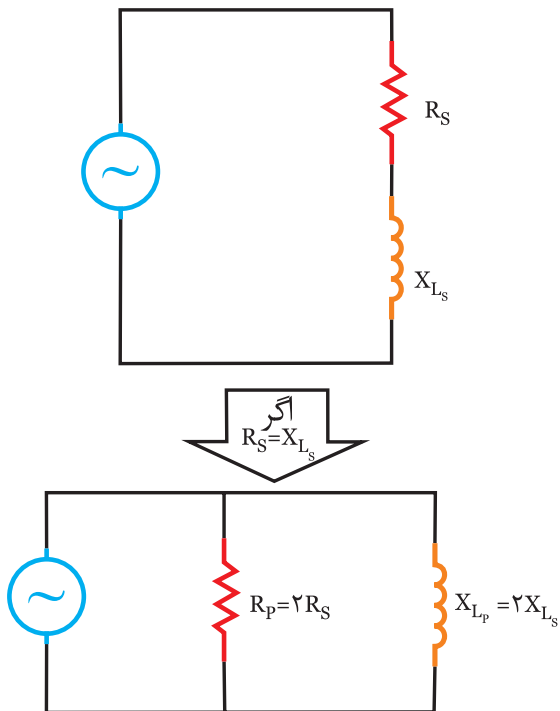
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R_s = Z \cos \varphi = 10\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_s = 10 \Omega$$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_{Ls} = Z \sin \varphi = 10\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow X_{Ls} = 10 \Omega$$



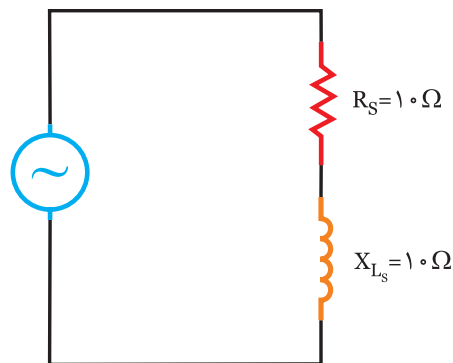
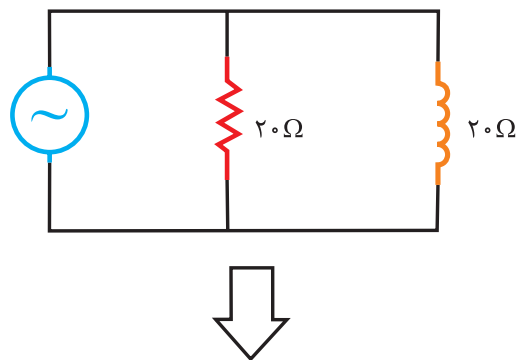
شکل (۳-۶۲)

در تبدیل مدارات از حالت سری به موازی، اگر مقادیر R و X_L مساوی باشد، مقدار مقاومت R و X_L در حالت موازی دو برابر مقاومت‌ها در حالت سری است. شکل (۳-۶۴)

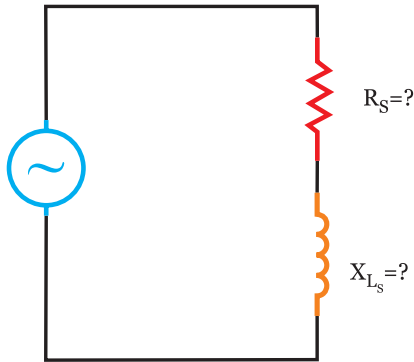
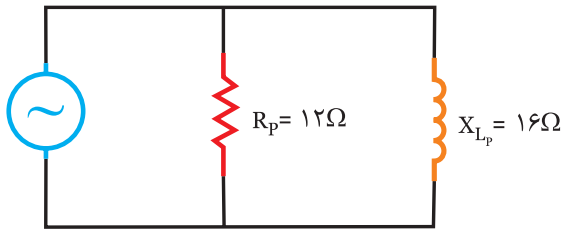


شکل (۳-۶۴)

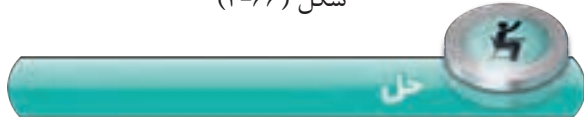
مدار شکل (۳-۶۳) را از حالت مدار موازی به حالت سری تبدیل کنید.



شکل (۳-۶۳)



شکل (۳-۶۶)



ابتدا، امپدانس (Z) و ضریب قدرت (Cos φ) و Sin φ را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \frac{R \times \dots}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}} \Rightarrow$$

$$\cos \varphi = \frac{\dots}{R} \Rightarrow \cos \varphi = \dots \Rightarrow \boxed{\cos \varphi = \dots}$$

$$\sin \varphi = \frac{Z}{\dots} \Rightarrow \sin \varphi = \dots \Rightarrow \boxed{\sin \varphi = \dots}$$

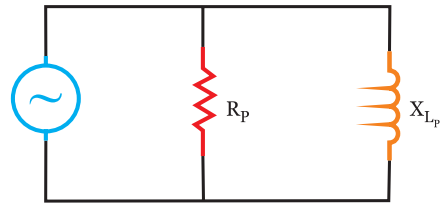
برای تبدیل به حالت سری و تعیین RS و XLS از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\cos \varphi = \frac{R_s}{Z} \Rightarrow R_s = \dots \times \cos \varphi = R_s = \dots \times \dots \Rightarrow \boxed{R_s = \dots}$$

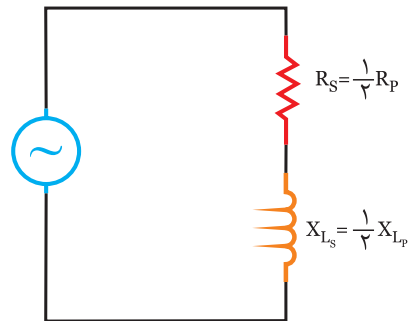
$$\sin \varphi = \frac{X_{Ls}}{Z} \Rightarrow X_{Ls} = \dots \times \sin \varphi = X_{Ls} = \dots \times \dots$$

$$\Rightarrow \boxed{X_{Ls} = \dots}$$

بنابراین در تبدیل موازی به سری، مقادیر RS و XLS نصف حالت موازی می‌باشد: شکل (۳-۶۵)



اگر $R_p = X_{Lp}$ باشد.



شکل (۳-۶۵)



کاربرد تبدیل مدارات از سری به موازی و یا موازی به سری را بررسی کنید.

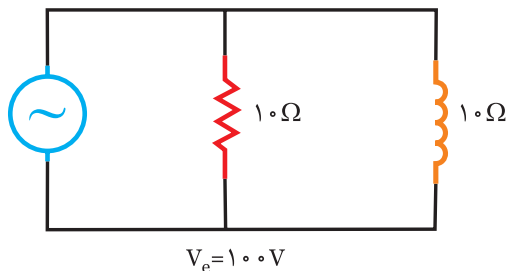


در مدار شکل (۳-۶۶) ابتدا امپدانس (Z)، Cos φ و Sin φ را در حالت موازی محاسبه کنید.

سپس پارامترهای RS و XLS را در حالت سری محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت سری رسم کنید.

در مدار شکل (۳-۶۸) ابتدا معادل مدار را در حالت سری بدست آورید.

سپس توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری را هم در حالت سری و هم موازی محاسبه کنید.



شکل (۳-۶۸)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

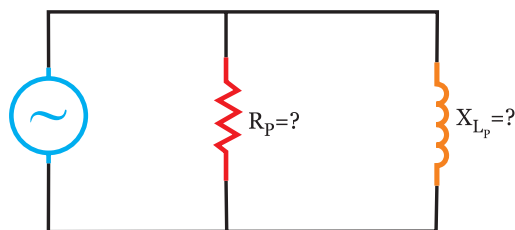
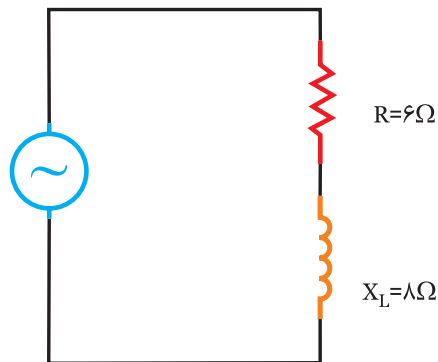
.....

.....

.....

در مدار شکل (۳-۶۷) ابتدا، امپدانس (Z)، $\cos \phi$ و $\sin \phi$ را در حالت سری محاسبه کنید.

- سپس پارامترهای R_p و X_{Lp} را در حالت موازی محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت موازی رسم کنید.



شکل (۳-۶۷)

ابتدا، امپدانس (Z) و ضریب قدرت ($\cos \phi$) و $\sin \phi$ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}$$

$$\Rightarrow Z = \dots \Omega$$

$$\cos \phi = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \cos \phi = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \cos \phi = \dots$$

$$\sin \phi = \frac{X_L}{\dots} \Rightarrow \sin \phi = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow \sin \phi = \dots$$

سپس مقادیر R_p و X_{Lp} را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$\cos \phi = \frac{\dots}{R_p} \Rightarrow R_p = \frac{\dots}{\cos \phi} \Rightarrow R_p = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow R_p = \dots$$

$$\sin \phi = \frac{\dots}{X_{Lp}} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{\dots}{\sin \phi} \Rightarrow X_{Lp} = \frac{\dots}{\dots} \Rightarrow X_{Lp} = \dots$$



پرسش‌های صحیح و غلط:

در یک مدار R_L موازی موارد صحیح یا غلط را تعیین کنید:

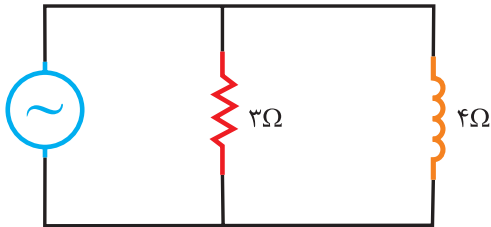
۱- در این مدار، در فرکانس $F=0$ مدار به صورت اتصال کوتاه در می‌آید.

۲- در جریان dc، این مدار دارای ضریب قدرت واحد می‌شود. ($\cos \varphi = 1$)

۳- در مدار شکل (۳-۶۹)، ضریب قدرت مدار برابر 0.6 است.

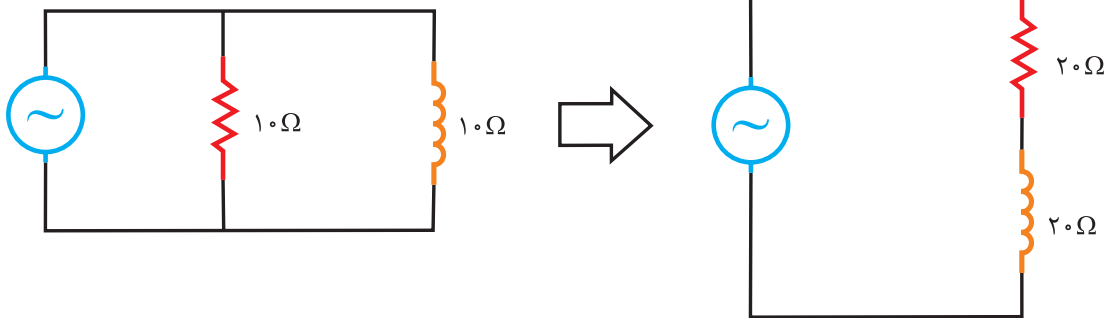
- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> غلط | <input type="checkbox"/> صحیح |
| <input type="checkbox"/> غلط | <input type="checkbox"/> صحیح |
| <input type="checkbox"/> غلط | <input type="checkbox"/> صحیح |

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> غلط | <input type="checkbox"/> صحیح |
|------------------------------|-------------------------------|



شکل (۳-۶۹)

۴- مدار معادل سری در این مدار مطابق شکل (۳-۷۰) است.

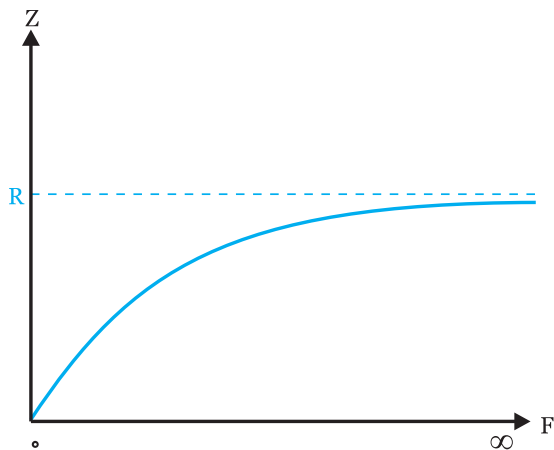


شکل (۳-۷۰)

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> غلط | <input type="checkbox"/> صحیح |
|------------------------------|-------------------------------|

۵- منحنی در این مدار، مطابق شکل (۳-۷۱) است.

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> غلط | <input type="checkbox"/> صحیح |
|------------------------------|-------------------------------|



شکل (۳-۷۱)

۶- با توجه به پارامتر مورد نظر، رابطه مربوطه را مشخص کنید: «دو مورد اضافی است»
شماره هر رابطه را در محل مشخص شده بنویسید

۱) $\text{Cos } \varphi = \frac{Z}{R}$

۲) $Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$

۳) $\text{tg } \varphi = \frac{R}{X_L}$

۴) $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

۵) $P_e = \frac{V_e^2}{R}$

۶) $P_d = \frac{V_e^2}{X_L}$

۷) $\text{Cos } \varphi = \frac{R}{Z}$

۱- امپدانس

۲- ضریب قدرت

۳- توان اکتیو

۴- توان ظاهری

۵- ضریب کیفیت

۷- در مدار RL موازی، با افزایش فرکانس، ضریب قدرت می‌یابد.

۸- در این مدار، با افزایش فرکانس امپدانس می‌یابد.

۹- در این مدار، افزایش مقاومت اهمی باعث می‌شود تا مدار حالت یابد.

۱۰- در این مدار، توان اکتیو متناسب با مجذور تغییر می‌کند.

۱- در مدار شکل (۳-۷۲) معادله ولتاژ $V(t) = 100 \sin(400t)$ می‌باشد. مطلوبست محاسبه:

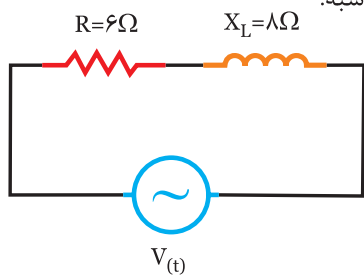
«دی ۸۴»

الف) امپدانس مدار

ب) معادله زمانی جریان

ج) ضریب خودالقایی سلف

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار



شکل (۳-۷۲)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

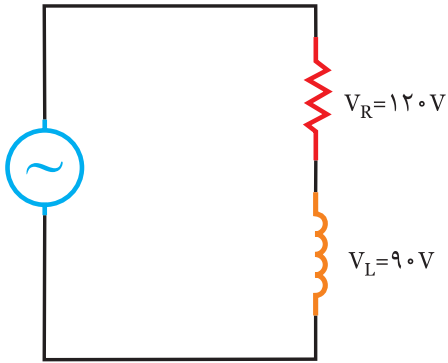
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۳-۷۳) معادله زمانی جریان به صورت $I_{(t)} = 4\sqrt{2} \sin 500t$ است. مطلوبست: «خرداد ۸۵»



شکل (۳-۷۳)

الف) ولتاژ کل مدار

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

ج) مقادیر R و L

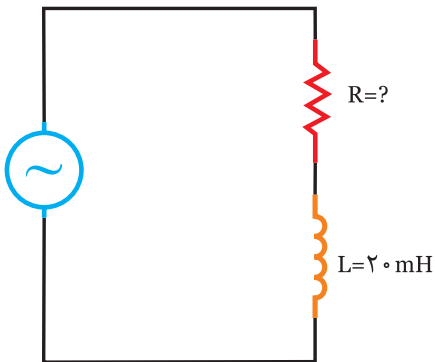
د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

.....

.....

.....

.....



$V_{(t)} = 100 \sin(1000t)$

شکل (۳-۷۴)

۳- در مدار شکل (۳-۷۴) ضریب کیفیت برابر ۱ است. مطلوبست: «دی ۸۵»

الف) مقدار مقاومت R

ب) معادله زمانی جریان منبع

.....

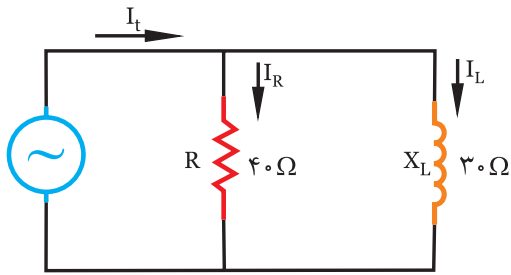
.....

.....

.....

.....

۴- در مدار شکل (۳-۷۵) معادله زمانی ولتاژ به صورت $V_{(t)} = 120\sqrt{2} \sin 250t$ است. مطلوبست: «شهریور ۸۶»



شکل (۳-۷۵)

الف) امپدانس مدار

ب) معادلات زمانی جریان‌های مقاومت و سلف

ج) معادله زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

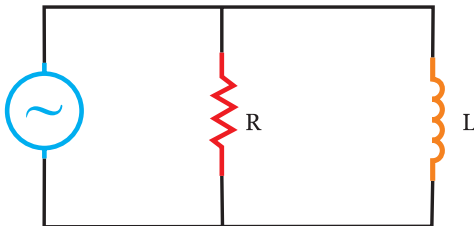
.....

.....

.....

.....

۵- در مدار شکل (۳-۷۶) معادله ولتاژ و جریان منبع به ترتیب $V_{(t)} = 500 \sin 500t$ و $I = 5 \sin(400t - \frac{\pi}{6})$ است. مطلوبست:



شکل (۳-۷۶)

«دی ۸۳»

الف) امپدانس کل مدار

ب) اندازه R

ج) اندازه L

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

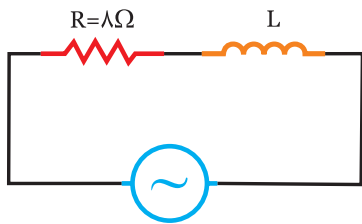
.....

.....

.....

.....

.....



$$V(t) = 100 \sin(1000t + \frac{\pi}{6})$$

شکل (۳-۷۷)

۶- در مدار شکل (۳-۷۷) ضریب قدرت $\cos \varphi = 0.8$ می‌باشد. مطلوبست: «خرداد ۸۷»

الف) مقدار L

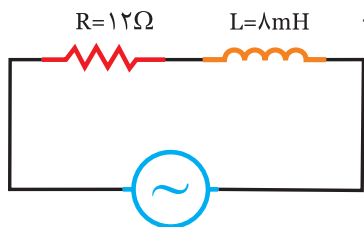
ب) جریان منبع و معادله آن

.....

.....

.....

.....



$$V(t) = 100 \sin(2000t)$$

شکل (۳-۷۸)

۷- در مدار شکل (۳-۷۸) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) ضریب کیفیت مدار

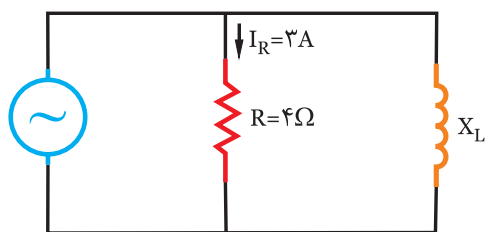
ج) معادله زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....



شکل (۳-۷۹)

۸- در مدار شکل (۳-۷۹) ضریب قدرت برابر 0.6 است، تعیین کنید: «دی ۸۶»

الف) امپدانس مدار

ب) معادلات جریان شاخه‌ها

راهنمایی: ابتدا با توجه به IR و R ولتاژ مدار و سپس Ie را

محاسبه کنید:

.....

.....

.....

۹- با رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان در یک مدار RL سری رابطه $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ را اثبات کنید. «شهریور ۸۱»

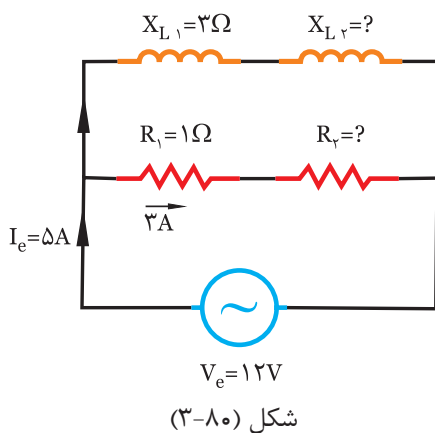
.....

.....

.....

.....

.....



۱۰- در مدار شکل (۳-۸۰) مطلوبست: «خرداد ۸۳»

الف) امپدانس مدار

ب) مقدار X_{L2}

ج) مقدار R_2

راهنمایی: با توجه به معلوم بودن V_e , Z و I_e را محاسبه کنید:

.....

.....

.....

.....

.....

سوالات چند گزینه ای

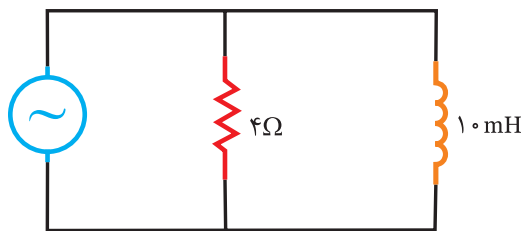
۱- امپدانس کل مدار جریان متناوب شکل (۳-۸۱) چند اهم است؟

الف) ۲

ب) $4\sqrt{2}$

ج) $2\sqrt{2}$

د) ۵



۲- در یک مدار RL سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان 60° درجه است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

($\cos 60^\circ = 0.5$, $\sin 60^\circ = 0.86$)

الف) ۱۴/۴

ب) ۱۴/۸

ج) ۴۱/۲

د) ۴۳/۳

۳- در یک مدار RL موازی مقاومت اهمی ۲۰ و ضریب قدرت ۰/۸ است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

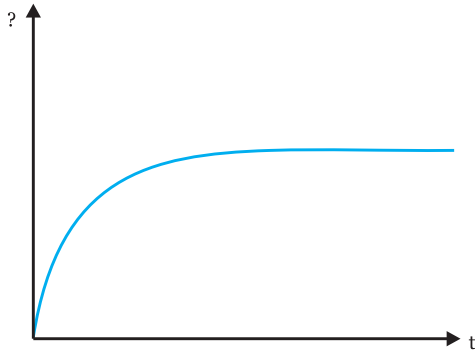
الف) ۱۲

ب) ۱۵

ج) ۲۳/۳

د) ۲۶/۶

۴- منحنی شکل (۳-۸۲) اثر فرکانس را در کدام مدار RL و روی کدام کمیت می‌باشد؟



شکل (۳-۸۲)

الف) موازی - جریان

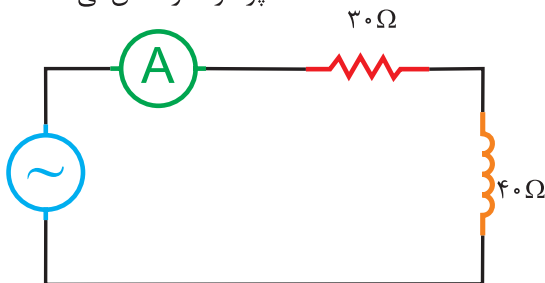
ب) سری - مقاومت

ج) موازی - مقاومت

د) سری - جریان

۵- در مدار شکل (۳-۸۳)، اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ درجه و ولتاژ ورودی برابر است.

آمپر متر ۲A را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۸۳)

$$\sin^{-1}(0/6) = 37^\circ$$

الف) ۵۳/۱ - ۱۰۰

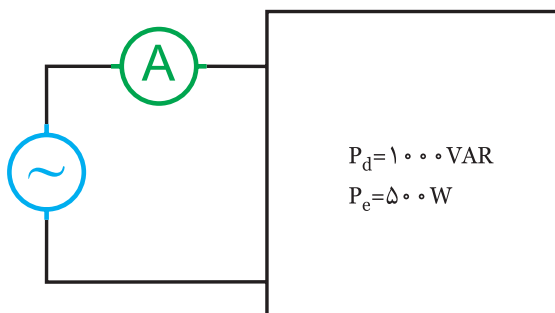
$$\sin^{-1}(0/8) = 53^\circ$$

ب) ۳۷ - ۱۰۰

ج) ۵۳/۱ - ۱۴۰

د) ۳۶/۹ - ۱۴۰

۶- در مدار شکل (۳-۸۴)، آمپر متر چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟



$$V = 100\sqrt{2} \sin 500t$$

شکل (۳-۸۴)

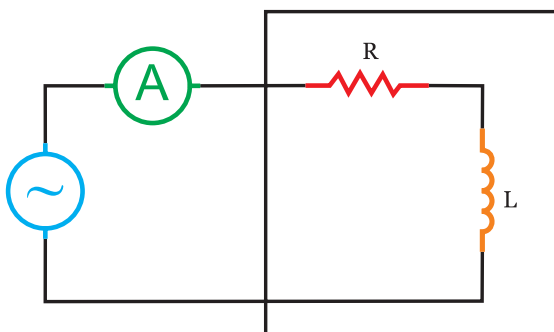
الف) ۱۱/۸

ب) ۱۵

ج) ۱۶/۶۷

د) ۲۰

۷- در مدار شکل (۳-۸۵) R چند اهم است؟



$$P_e = 1200 \text{ W} \quad P_d = 1600 \text{ VAR}$$

شکل (۳-۸۵)

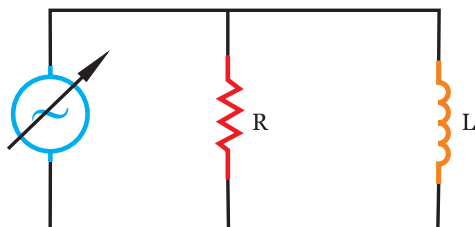
الف) ۳

ب) ۴

ج) ۶

د) ۱۰

۸- در مدار شکل (۳-۸۶) با افزایش فرکانس کدام اتفاق می افتد؟



شکل (۳-۸۶)

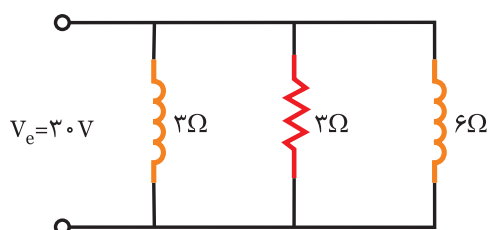
الف) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ زیاد می شود.

ب) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ کم می شود.

ج) امپدانس ورودی مدار به سمت صفر میل می کند.

د) امپدانس ورودی مدار به سمت بی نهایت میل می کند.

۹- در مدار شکل (۳-۸۷) توان ظاهری چند VA می باشد.



شکل (۳-۸۷)

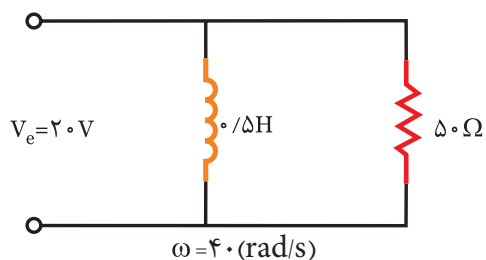
الف) ۷۵۰

ب) ۶۳۰

ج) ۵۴۰

د) ۱۵۰

۱۰- ضریب کیفیت مدار شکل (۳-۸۸) کدام است؟



شکل (۳-۸۸)

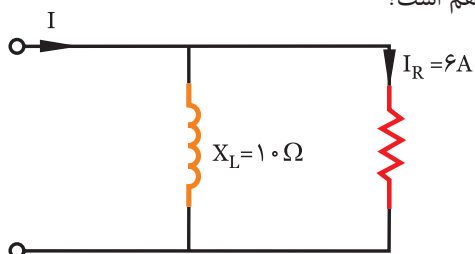
الف) ۱/۵

ب) ۴/۵

ج) ۲/۵

د) ۱۰۰

۱۱- در مدار شکل (۳-۸۹) اگر توان موثر ۳۶۰ وات باشد، امپدانس چند اهم است؟



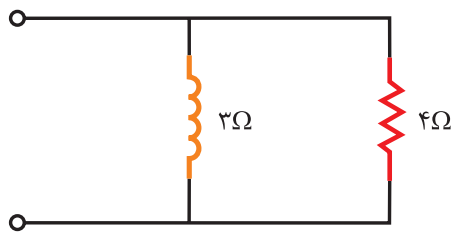
شکل (۳-۸۹)

الف) ۶

ب) $5\sqrt{2}$

ج) ۸

د) $10\sqrt{2}$



شکل (۳-۹۰)

۱۲- در مدار شکل (۳-۹۰) ضریب قدرت چقدر است؟

الف) $0/5$

ب) $0/6$

ج) $0/8$

د) $1/66$