

دینامیک



فصل

## دینامیک

**نگاهی به فصل:** قانون‌های نیوتون از جمله قانون‌های اساسی و بنیادی در دانش فیزیک به شمار می‌روند. این قانون‌ها، کاربردهای گسترده‌ای در فناوری و غالب رشته‌های مهندسی دارند. در صنعت، امور ساختمانی، دریانوردی، فضانوردی و... اصول حاکم بر پدیده‌ها از قانون‌های نیوتون پیروی می‌کنند.

شما در فیزیک (۲) و آزمایشگاه، با قانون‌های نیوتون آشنا شدید و دیدید که چگونه می‌توان آنها را برای حل مسئله‌های دینامیک در یک بُعد به کار برد. در این فصل، پس از یادآوری این قانون‌ها، کاربرد آنها را در حل مسئله‌ها، در دینامیک دوبعدی، بررسی می‌کنیم.

### ۱-۲-۱ قانون‌های نیوتون

**قانون اول نیوتون:** «هر جسمی، حالت سکون و یا حرکت یکنواخت خود را روی خط راست حفظ می‌کند، مگر آنکه تحت تأثیر نیرو یا نیروهایی، مجبور به تغییر آن حالت شود.»

**قانون دوم نیوتون:** «نیروی برآیند وارد بر جسم برابر است با حاصل ضرب جرم جسم در شتاب آن» به عبارت دیگر شتاب یک جسم در همان جهت نیروی برآیند وارد بر آن است و با نیروی برآیند تقسیم بر جرم جسم برابر است؛ یعنی:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

(۱-۲)

توجه کنید در رابطه بالا  $\vec{F}$  برآیند نیروهای وارد بر جسم است.

**قانون سوم نیوتون:** «هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی هم‌اندازه، هم راستا و در خلاف سوی آن وارد می‌کند.»

همچنین در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم، نیرویی که جسم اول وارد می‌کند، «کنش» و نیرویی که جسم دوم وارد می‌کند «واکنش» نام دارد. این دو نیرو همواره هم‌اندازه، هم راستا و در سوی مخالف یکدیگرند و هر یک بر دیگری وارد می‌شود.

## تمرین ۱-۲

- با مراجعه به آنچه در فیزیک (۲) و آزمایشگاه خوانده‌اید، جمله‌های زیر را کامل کنید :
- ۱- تغییر بردار سرعت در اثر ..... است.
  - ۲- اگر در اثر اعمال نیرو، جسم ساکنی به حرکت درآید، در شروع حرکت بردارهای سرعت و ..... هم جهت‌اند.
  - ۳- در مسیر خمیده بردارهای سرعت و نیرو.....
  - ۴- اگر جسمی بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی هم‌راستا و هم‌سو با سرعت حرکت آن وارد شود، حرکت جسم..... خواهد شد.
  - ۵- در صورتی که جسمی بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی در خلاف جهت سرعت اعمال شود حرکت جسم ..... خواهد شد.

## تمرین ۲-۲



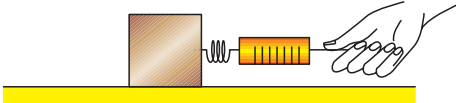
- توضیح دهید چرا هنگامی که :
- ۱- با پا به دیواری ضربه می‌زنید پای شما درد می‌گیرد؟
  - ۲- قایق‌ران پارو می‌زند، قایق در آب حرکت می‌کند؟
  - ۳- چمدان را از زمین بلند می‌کنید، دست شما به طرف پایین کشیده می‌شود؟
  - ۴- در شکل ۱-۲ آب از فواره خارج می‌شود، فواره می‌چرخد؟

## فعالیت ۱-۲



- در شکل ۲-۲ تصویر یک موشک ایرانی را در حال پرتاب، مشاهده می‌کنید. براساس قانون سوم نیوتون چگونگی حرکت آن را شرح دهید.

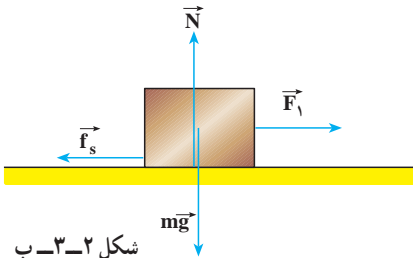
شکل ۲-۲



شکل ۲-۳-الف

صندوقی به جرم  $10\text{ kg}$  روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی  $0/4$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $0/2$  قرار دارد.

مطابق شکل ۲-۳-الف نیروسنج را به صندوق وصل می‌کنیم و آن را می‌کشیم: (الف) نخست با نیرویی برابر با  $20\text{ N}$  صندوق را می‌کشیم. آیا صندوق شروع به حرکت می‌کند؟ در این حالت نیروی اصطکاک بین صندوق و سطح چه مقدار است؟ (ب) نیروی وارد بر صندوق را به  $60\text{ N}$  می‌رسانیم، در این حالت نیروی اصطکاک چه مقدار است؟ شتاب حرکت صندوق را در این حالت حساب کنید.



شکل ۲-۳-ب

پاسخ

(الف) در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم، برای آنکه جسمی به حرکت درآید باید نیروی وارد بر آن از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بیشتر باشد. بنابراین ابتدا نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (بیشینه نیروی اصطکاک) را محاسبه می‌کنیم:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg = 10 \times 10 = 100\text{ N}$$

$$f_{s,\max} = \mu_s N \Rightarrow f_{s,\max} = 0/4 \times 100 = 40\text{ N}$$

در این حالت، چون نیروی وارد شده، از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت کمتر است، صندوق ساکن می‌ماند و در نتیجه شتاب حرکت آن صفر است. بنابر قانون دوم نیوتون داریم:

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_1 - f_s = ma = 0 \Rightarrow f_s = 20\text{ N}$$

(ب) در این حالت، چون نیروی وارد شده، از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بیشتر است، جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک، جنبشی است و با استفاده از رابطه  $f_k = \mu_k N$  محاسبه می‌شود.

$$f_k = 0/2 \times 100 = 20\text{ N}$$

برای محاسبه شتاب حرکت، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow 60 - 20 = 10a \Rightarrow a = 4\text{ m/s}^2$$

## ۲-۲- چگونگی استفاده از قانون های نیوتون در حرکت یک جسم

در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که برای حل مسئله های دینامیک یک بعدی چه نکاتی را باید در نظر بگیریم. اکنون برای حل مسئله های دینامیک دوبعدی این نکات را یادآوری و تکمیل می کنیم:

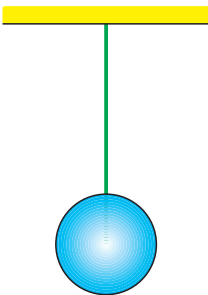
- ۱- شکل ساده ای از جسم و تکیه گاه آن را رسم می کنیم.
- ۲- نیروهایی را که اجسام دیگر بر جسم وارد می کنند، روی شکل مشخص می کنیم.
- ۳- دستگاه محورهای مختصات مناسب انتخاب می کنیم. (ضمن حل مسئله، با نحوه انتخاب دستگاه مختصات مناسب آشنا خواهیم شد.)
- ۴- نیروها را روی محورهای مختصات تجزیه می کنیم؛ یعنی، مؤلفه های هر نیرو را روی محورها تعیین می کنیم.

۵- با نوشتن قانون دوم نیوتون روی هر یک از محورها، شتاب حرکت جسم را روی هر محور محاسبه می کنیم. به عبارت دیگر، مؤلفه های نیرو را روی هر محور به طور جداگانه، به صورت  $F_x = ma_x$  و  $F_y = ma_y$  می نویسیم.

۶- هرگاه چند جسم به هم متصل باشند، در صورتی که بردار شتاب حرکت همگی یکسان باشد، مجموعه را می توانیم به عنوان یک دستگاه (با جرمی برابر مجموع جرم ها) در نظر بگیریم و قانون دوم را برای آن بنویسیم.

نحوه استفاده از قانون های نیوتون در مثال هایی که در ادامه می آید، نشان داده شده است.

### مثال ۲-۲

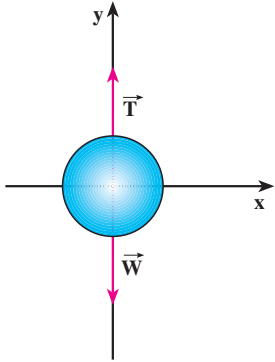


شکل ۲-۴- الف

جسمی به جرم  $m = 12 \text{ kg}$  را با طنابی که جرم آن ناچیز است مطابق شکل ۲-۴- الف می آویزیم. نیروهای وارد بر جسم را تعیین کنید و مقدار هر یک را به دست آورید.

### پاسخ

نیروهای وارد بر جسم عبارت اند از:  
نیروی وزن، که از طرف زمین بر جسم وارد می شود و نیرویی که از طرف طناب به جسم وارد می شود. چون جسم ساکن است، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. در نتیجه باید از طرف طناب،



شکل ۲-۴ ب

نیروی در امتداد قائم و رو به بالا بر جسم اعمال شود. این نیرو را نیروی کشش طناب (نخ) می‌نامند که آن را با  $\vec{T}$  نمایش می‌دهیم.

نیروهای وارد بر جسم، در راستای محور  $y$  هستند و در شکل ۲-۴ ب نشان داده شده‌اند. بنابر قانون دوم نیوتون داریم:

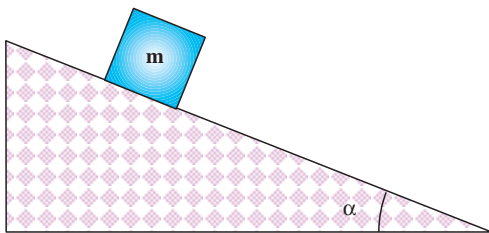
$$T - mg = ma$$

چون  $a = 0$ ، داریم:

$$T = mg = 12 \times 10 = 120 \text{ N}$$

در هر نقطه از طناب کشیده شده، نیرویی از طرف یک بخش بر بخش دیگر وارد می‌شود. نیروی کشش طناب در هر نقطه برابر نیرویی است که در صورت پاره شدن طناب در آن نقطه، باید وارد کنیم تا وضعیت اولیه آن حفظ شود؛ یعنی، اگر جسم ساکن بوده با جای‌گزینی این نیرو در آن نقطه همچنان ساکن بماند و اگر در حرکت بوده با همان حالت قبل از پاره شدن حرکت کند.

### مثال ۲-۳



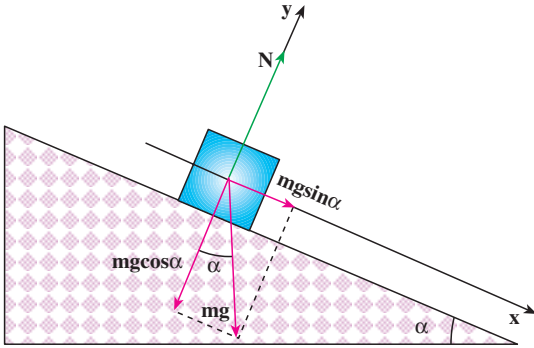
شکل ۲-۵ الف

جسمی به جرم  $m$  را روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه  $\alpha$  می‌سازد قرار می‌دهیم: الف) شتاب حرکت جسم و نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه کنید. (در این قسمت اصطکاک را نادیده بگیرید.)

ب) اگر در اثر نیروی اصطکاک، جسم روی سطح ساکن بایستد، نیروی اصطکاک را محاسبه کنید.

## پاسخ

الف) ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم در امتداد سطح شیب‌دار حرکت می‌کند، محور  $x$  را در راستای سطح شیب‌دار و در جهت حرکت و محور  $y$  را عمود بر آن سطح، انتخاب می‌کنیم.



شکل ۲-۵-ب

مؤلفه‌های وزن روی محورهای  $x$  و  $y$  به ترتیب عبارت‌اند از:

$$mg \cos \alpha \text{ و } mg \sin \alpha$$

با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای محور  $x$  داریم:

$$F_x = mg \sin \alpha = ma$$

$$a = g \sin \alpha$$

چون جسم در راستای محور  $y$  حرکت ندارد:

$$F_y = 0$$

$$N - mg \cos \alpha = 0$$

و در نتیجه:

$$N = mg \cos \alpha$$

ب) نمودار نیروهای وارد بر

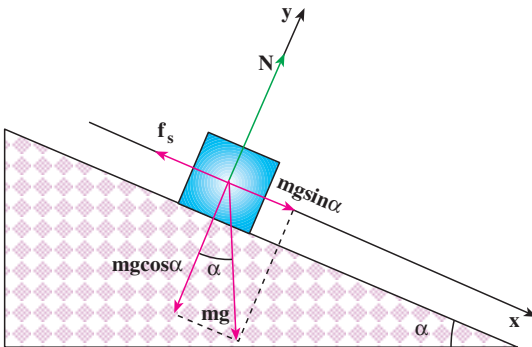
جسم در شکل ۲-۶ نشان داده شده است؛ چون جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است:

$$F_x = 0$$

$$mg \sin \alpha - f_s = 0$$

و از آنجا داریم:

$$f_s = mg \sin \alpha$$



شکل ۲-۶

## ۲-۳- تکانه (اندازه حرکت)



شکل ۲-۲

در شکل ۲-۷ یک خودروی سواری و یک کامیون مجاور هم با سرعت یکسان در حرکت اند. با نزدیک شدن به چراغ قرمز خودرو و کامیون باید پس از طی مسافت  $50\text{ m}$  متوقف شوند. به نظر شما نیروی لازم برای

متوقف کردن کدام یک از آنها با شتاب ثابت بیشتر است؟ برای بررسی دقیق تر، فرض کنید جرم کامیون  $10\text{ t}$  و جرم خودروی سواری  $1\text{ t}$  باشد و هر کدام با سرعت  $20\text{ m/s}$  در حرکت باشند. شتاب حرکت کندشونده برای کامیون و خودروی سواری، در این جابه جایی برابر است با:

$$|a_1| = |a_2| = \left| \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} \right| = \frac{400}{2 \times 50} = 4\text{ m/s}^2$$

نیروی لازم برای توقف کامیون برابر است با:

$$F_1 = m_1 a = 10000 \times 4 = 4 \times 10^4\text{ N}$$

و نیروی لازم برای توقف خودروی سواری برابر است با:

$$F_2 = m_2 a = 1000 \times 4 = 4 \times 10^3\text{ N}$$

نتیجه می گیریم که نیروی لازم برای متوقف کردن کامیون بیشتر از نیروی لازم برای متوقف کردن خودروی سواری است.

### فعالیت ۲-۲

فرض کنید در مثال بالا، جرم خودرو و کامیون یکسان، ولی سرعت یکی  $20\text{ m/s}$  و دیگری  $15\text{ m/s}$  باشد. نیروی لازم برای متوقف کردن هر کدام از آنها را محاسبه و با هم مقایسه کنید. نتیجه های این فعالیت و مثال قبل را در گروه خود، تجزیه و تحلیل و به کلاس گزارش کنید.

در مثال های بالا دیدیم که نیروی لازم برای متوقف کردن خودروها به جرم و سرعت آنها بستگی دارد. در فیزیک کمیتی به نام تکانه (اندازه حرکت) تعریف می شود که به هر دو کمیت جرم و سرعت بستگی دارد. «تکانه یک جسم، حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن است.»



تکانه را با  $\vec{P}$  نمایش می دهند و یکای آن کیلوگرم متر بر ثانیه (kgm/s) است. بنابراین می توان

نوشت:

$$\vec{P} = m \vec{v} \quad (2-2)$$

تکانه، کمیتی برداری است؛ چرا؟

**رابطه بین نیرو و تکانه:** با به کارگیری قانون دوم نیوتون، به سادگی رابطه نیرو و تکانه به دست

می آید؛ با استفاده از رابطه ۱-۲ داریم:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

چون جرم جسم، مقداری ثابت است، می توان نوشت:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = d(m\vec{v}) \Rightarrow \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

(۳-۲)

یعنی آهنگ تغییر تکانه یک جسم نسبت به زمان برابر برآیند نیروهای وارد بر جسم

است. به بیان دیگر، برآیند نیروهای وارد بر جسم، مشتق تکانه آن نسبت به زمان است.

اگر در بازه زمانی  $\Delta t$  تغییر تکانه یک جسم  $\Delta \vec{P}$  باشد، نیروی متوسط وارد بر آن از رابطه زیر

به دست می آید:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

(۴-۲)

### مثال ۱۴-۲



شکل ۸-۲

چکشی به جرم ۱/۵kg را با سرعت ۱۰ m/s

به سر میخی می کوبیم (شکل ۸-۲). اگر زمان برخورد

چکش با سر میخ ۵/۰۰۰s باشد، بزرگی نیروی متوسطی

که به چکش وارد می شود، چه مقدار است؟

**پاسخ**

$$\vec{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = m \left( \frac{v - v_0}{\Delta t} \right)$$

$$|\vec{F}| = \left| 1/5 \frac{(0 - 10)}{0.005} \right| = 3000 \text{ N}$$

دو خودروی A و B دارای مشخصات فنی متفاوت اند. جرم خودروی A برابر  $1000 \text{ kg}$  و جرم خودروی B برابر  $800 \text{ kg}$  است. سرعت خودروی A حداقل پس از  $11/7 \text{ s}$  از صفر به  $96 \text{ km/h}$  می‌رسد، ولی سرعت خودروی B حداقل پس از  $12/8 \text{ s}$ ، همین مقدار افزایش پیدا می‌کند. حداکثر برابند نیروهای وارد بر هر کدام از خودروهای A و B را حساب کنید.

### نقش کیسه هوا در تصادف‌های رانندگی

حوادث ناشی از سوانح رانندگی هر روز عده‌ای را به کام مرگ می‌کشاند و یا موجب آسیب‌ها و خسارت‌های فراوان می‌شود. از این رو، شرکت‌های خودروسازی، همواره می‌کوشند خودروهای خود را با امکانات جدیدی، به منظور کاهش ضایعات ناشی از تصادف، مجهز کنند.

جاسازی کیسه هوا در خودروها، یکی از تازه‌ترین روش‌های ایجاد ایمنی است. ساز و کار این وسیله، به این صورت است که هنگام بروز حادثه که به تغییر سرعت ناگهانی خودرو می‌انجامد، در اثر یک واکنش شیمیایی سریع، گازی در یک کیسه پلاستیکی تولید



شکل ۹-۲

می‌شود و کیسه‌ پر از گاز در مقابل راننده و سرنشین قرار می‌گیرد. برخورد آنها به کیسه‌ هوا، مدت زمان تغییر سرعت یا زمان توقف آنها را بسیار طولانی‌تر می‌کند؛ در نتیجه بر طبق رابطه  $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ ، با افزایش  $\Delta t$  نیروی متوسط وارد بر سرنشینان کاهش می‌یابد و بدین ترتیب از وارد آمدن آسیب جدی به آنها جلوگیری می‌شود.

زمان توقف در برخورد با جسم سخت در حدود هزارم ثانیه است، درحالی‌که کیسه‌ هوا، این زمان را تا چند ثانیه افزایش می‌دهد از این رو، نیروی وارد بر سرنشین تا حدود یک هزارم، کاهش می‌یابد.

### فعالیت ۲-۳

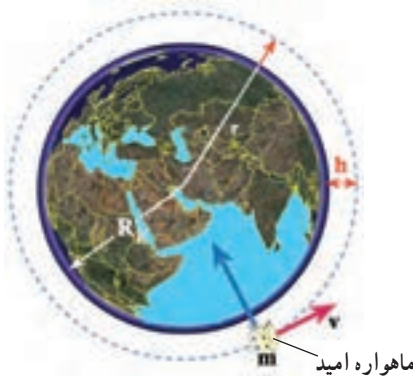
در یک مسابقه‌ پرش با نیزه، ورزشکاری از مانع پرش با ارتفاع ۶m بدون خطا عبور می‌کند.  
نقش تشک را در جلوگیری از آسیب رسیدن به ورزشکار مورد بحث و بررسی قرار دهید.



شکل ۲-۱۰

## ۴-۲- حرکت دایره‌ای

حرکت یک جسم در مسیر دایره‌ای، نمونه دیگری از حرکت در صفحه است. مسیر حرکت ماه و ماهواره‌ها به دور زمین و برخی سیاره‌ها به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است. در بعضی وسایل خانگی مانند لباس شویی، آب میوه‌گیری و... اجسام درون آنها در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر نمونه‌هایی از حرکت اجسام بر مسیر دایره‌ای را مشاهده می‌کنید.



شکل ۲-۱۱-ب- طرحی از چرخش ماهواره امید به دور زمین



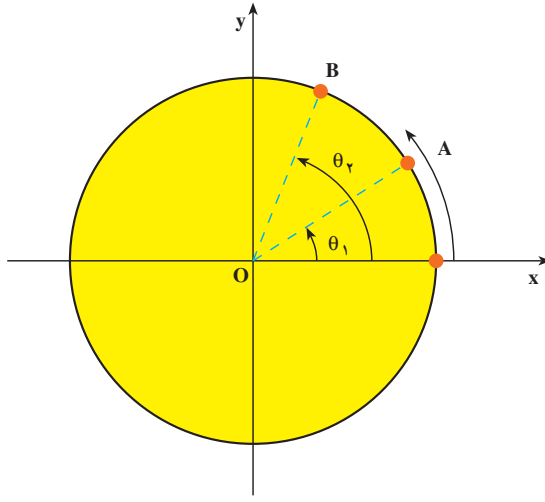
شکل ۲-۱۱-الف- تصویری از یک قطار هوایی در پارک تفریحی



شکل ۲-۱۱-پ- تصویری از حرکت اتومبیل در شیبی عرضی

اکنون به بررسی حرکت دایره‌ای و دینامیک آن می‌پردازیم.

**سرعت زاویه‌ای متوسط:** ذره‌ای را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌ای در جهت مخالف عقربه‌های ساعت در حرکت است (شکل ۲-۱۲). در این جا منظور از ذره، جسم کوچکی است که ابعاد آن در برابر شعاع دایره ناچیز باشد. مکان ذره را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویه  $\theta$  نسبت



شکل ۲-۱۲

به محور  $ox$  نمایش داد. به  $\theta$ ، مکان زاویه‌ای می‌گوییم. بنابراین هنگامی که ذره در نقطه  $A$  قرار دارد مکان آن را با زاویه  $\theta_1$  و هنگامی که در نقطه  $B$  قرار دارد، مکان آن را با زاویه  $\theta_2$  نشان می‌دهیم.  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$  را جابه‌جایی زاویه‌ای ذره می‌نامیم. سرعت زاویه‌ای متوسط ذره در حرکت دایره‌ای، به صورت نسبت جابه‌جایی زاویه‌ای به زمان آن تعریف می‌شود؛ یعنی:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (2-5)$$

یکای سرعت زاویه‌ای، رادیان بر ثانیه (rad/s) است.

### مثال ۲-۵

حرکت زمین به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است، سرعت زاویه‌ای متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه کنید.

**پاسخ**

زمین در مدت ۳۶۵ روز، یک بار به دور خورشید می‌چرخد و در این مدت  $2\pi$  رادیان طی می‌کند؛ بنابراین:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{365 \times 24 \times 3600} = \frac{2\pi}{31536000} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ (rad/s)}$$

**سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای**: سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را، مانند آنچه در مورد تعریف سرعت

لحظه‌ای در فصل ۱ دیدیم، چنین تعریف می‌کنیم:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

و یا

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2-6)$$

از این به بعد، سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را به اختصار **سرعت زاویه‌ای** می‌گوییم.

### تمرین ۲-۴

مکان زاویه‌ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، با رابطه  $\theta = 2t^2 + 6t$  بیان شده است.

( $t$  برحسب ثانیه و  $\theta$  برحسب رادیان)

(الف) سرعت زاویه‌ای متوسط ذره را بین لحظه‌های  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 2s$  و

(ب) سرعت زاویه‌ای آن را در لحظه  $t_3 = 3s$  حساب کنید.

## ۲-۵ - حرکت دایره‌ای یکنواخت

هرگاه اندازه سرعت زاویه‌ای ذره‌ای که بر روی مسیر دایره‌ای در حرکت ثابت بماند، می‌گوییم

ذره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌ای متوسط در هر بازه زمانی با

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای ذره برابر است.

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

و یا

$$\theta = \omega t + \theta_0 \quad (2-7)$$

برای بررسی حرکت دایره‌ای یکنواخت، کمیت‌های زیر را تعریف می‌کنیم:

دوره: زمانی که طول می‌کشد تا ذره روی مسیر دایره‌ای یک دور کامل طی کند، دوره نامیده

می‌شود. دوره را با  $T$  نمایش می‌دهند و یکای آن ثانیه است.

بسامد: تعداد دورهای ذره را در یک ثانیه بسامد (فرکانس) می‌گویند. بسامد را با  $f$  نمایش

می‌دهند. یکای بسامد  $\frac{1}{s}$  یا هرتز (Hz) است.

روشن است که :

$$T = \frac{1}{f} \quad (۸-۲)$$

چون ذره در هر دور،  $2\pi$  رادیان طی می کند، سرعت زاویه ای آن برابر است با :

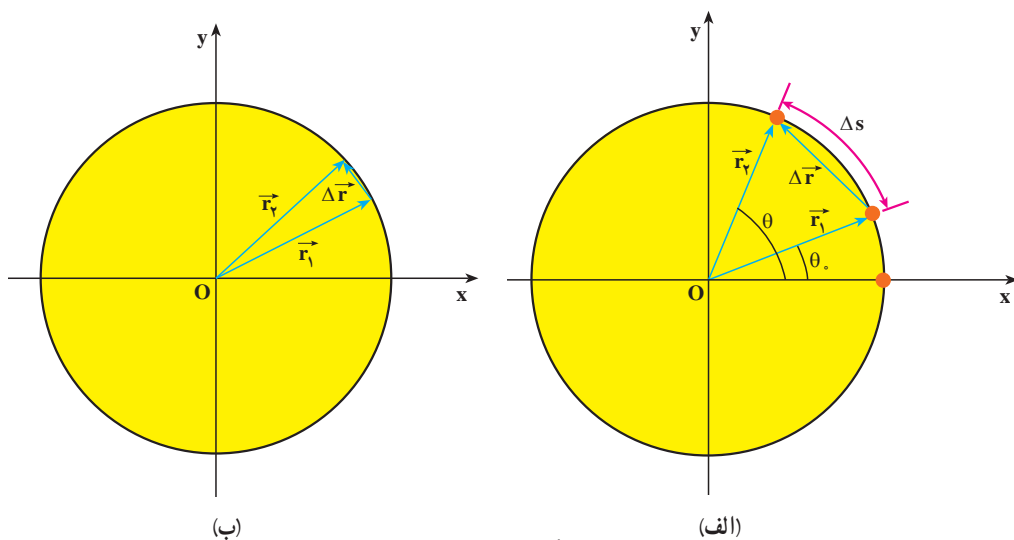
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (۹-۲)$$

## تمرین ۲-۵

سرعت زاویه ای گردش ماه به دور زمین را محاسبه کنید (دوره گردش ماه به دور زمین را ۲۹ روز و حرکت آن را دایره ای یکنواخت فرض کنید).

**سرعت خطی در حرکت دایره ای :** در فصل قبل دیدید که موقعیت ذره را در صفحه می توان

با بردار مکان مشخص کرد (شکل ۲-۱۳). اگر بردار مکان ذره در لحظه  $t_1$ ،  $\vec{r}_1$  و در لحظه  $t_2$ ،  $\vec{r}_2$  باشد، جابه جایی ذره در بازه زمانی  $\Delta t = t_2 - t_1$  برابر  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  خواهد بود. ذره در این بازه زمانی کمان  $\Delta s$  را می پیماید. اگر بازه زمانی  $\Delta t$  بسیار کوچک باشد، کمان  $\Delta s$  کوچک می شود و می توان طول کمان  $\Delta s$  را تقریباً با طول وتر مقابل آن، یعنی  $|\Delta \vec{r}|$  برابر گرفت.



شکل ۲-۱۳

در فصل قبل دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می‌توان از رابطه ۱-۲۲ به دست آورد و بزرگی سرعت لحظه‌ای نیز با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

از آنجایی که در حالت حد،  $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$  داریم:

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (۱-۲)$$

در درس ریاضی خوانده‌اید که زاویه  $\Delta\theta$  برحسب رادیان برابر است با نسبت طول کمان مقابل به آن زاویه، به شعاع دایره.

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \quad \text{یعنی:}$$

و یا

$$\Delta s = r\Delta\theta \quad (۱۱-۲)$$

بنابراین رابطه ۲-۱ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$v = r \frac{d\theta}{dt}$$

و یا

$$v = r\omega \quad (۱۲-۲)$$

در فصل ۱ دیدیم که بردار سرعت جسم، همواره مماس بر مسیر حرکت است.  $v$  را سرعت خطی متحرک نیز می‌نامند.

## تمرین ۲-۷

طول عقربه‌های ساعت شمار، دقیقه شمار و ثانیه شمار یک ساعت دیواری به ترتیب ۸ cm، ۱۲ cm و ۱۲ cm است. سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را محاسبه کنید.



## مثال ۲-۶



شکل ۲-۱۴

در یک شهربازی، گردونه‌ای افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌ای می‌گرداند (شکل ۲-۱۴). به طوری که هر فرد حرکت دایره‌ای یکنواختی دارد. اگر گردونه در هر  $۱۰^\circ$  ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر ۵ متر باشد، سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی هر شخص را در این گردونه محاسبه کنید.

### پاسخ

دوره چرخش  $T = ۱۰$  s است.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۵} \text{ rad/s}$$

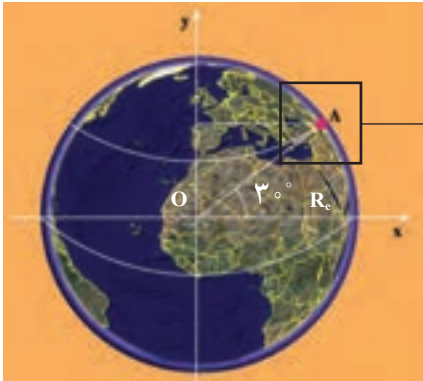
پس سرعت زاویه‌ای برابر است با:

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بود با:

$$v = r\omega = ۵ \times \frac{\pi}{۵} = ۳.۱۴ \text{ m/s}$$

## مثال ۲-۷

شهر آبادان در مدار جغرافیایی  $۳^\circ$  شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی شخصی را که در این شهر زندگی می‌کند حساب کنید. شعاع زمین را  $R_e = ۶/۴ \times ۱۰^۶$  m بگیریید.



شکل ۲-۱۵

## پاسخ

سرعت زاویه‌ای حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است (چرا؟). با توجه به این که دورهٔ چرخش زمین به دور خود، ۲۴ ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌ای هر نقطه از زمین را محاسبه کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 24 \times 60 \times 60 = 86400 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{86400} = 7/27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

فاصلهٔ آبادان از محور چرخش زمین، با توجه به شکل ۲-۱۵ برابر است با:

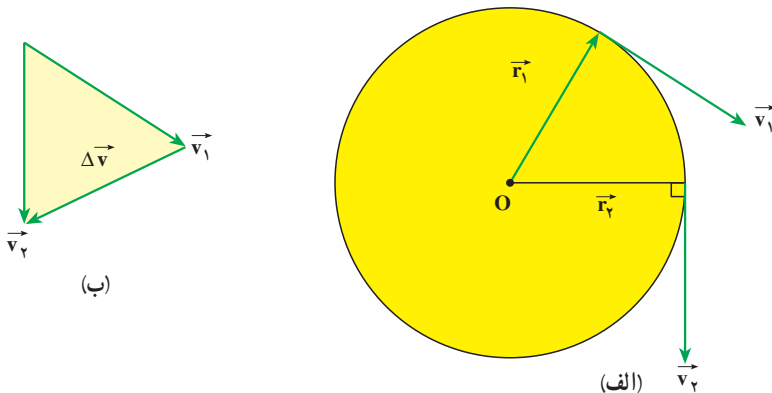
$$r = 6/4 \times 10^6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5/54 \times 10^6 \text{ m}$$

و سرعت خطی شخص در آبادان برابر است با:

$$v = r\omega = 5/54 \times 10^6 \times 7/27 \times 10^{-5} = 402/76 \text{ m/s}$$

## شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت: ذره‌ای را در نظر بگیرید که دارای حرکت دایره‌ای

یکنواخت است (شکل ۲-۱۶ الف). در فصل قبل دیدیم که بردار سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر است. اگر مکان ذره در لحظهٔ  $t_1$ ،  $r_1$  و در لحظهٔ  $t_2$ ،  $r_2$  باشد، بردارهای سرعت متحرک در این نقاط به ترتیب بر  $r_1$  و  $r_2$  عمودند. بردار  $\Delta v = v_2 - v_1$  در شکل ۲-۱۶ ب رسم شده است.



شکل ۲-۱۶

ملاحظه می‌شود با این که بزرگی بردار سرعت ثابت است، به علت تغییر راستای بردار سرعت  $\Delta \vec{v} \neq 0$  است. اندازه شتاب متوسط حرکت در این حالت را می‌توان با استفاده از رابطه  $|\vec{a}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$  به دست آورد. می‌توان نشان داد، هنگامی که  $\Delta t$  به سمت صفر میل می‌کند، شتاب حرکت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (2-13 \text{ الف})$$

و یا

$$a = r\omega^2 \quad (2-13 \text{ ب})$$

راستای این شتاب در راستای شعاع دایره و سوی آن به طرف مرکز است، به این ترتیب، این شتاب را شتاب مرکزگرا گویند.

### تمرین ۲-۷

شتاب مرکزگرای ماه به دور زمین را محاسبه کنید.  
فاصله ماه از زمین  $m \times 10^8 \times \frac{3}{8}$  و دوره حرکت ماه را ۲۹ روز بگیرید.

### مثال ۲-۸

خودرویی در یک جاده به شعاع انحنای  $200 \text{ m}$  با سرعت ثابت  $20 \text{ m/s}$  در حرکت است. شتاب مرکزگرای این خودرو را حساب کنید.

پاسخ

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{400}{200} = 2 \text{ m/s}^2$$

### ۶-۲- دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

در بخش ۵-۲ دیدیم که در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنابر قانون دوم نیوتون نیرو و شتاب هم جهت‌اند، در نتیجه در حرکت دایره‌ای

یکنواخت، برابند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع و به سوی مرکز است. از این رو برابند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شوند نیروی مرکز‌گرا می‌نامند.

با توجه به رابطه‌های ۱۳-۲ قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به صورت زیر

درمی‌آید:

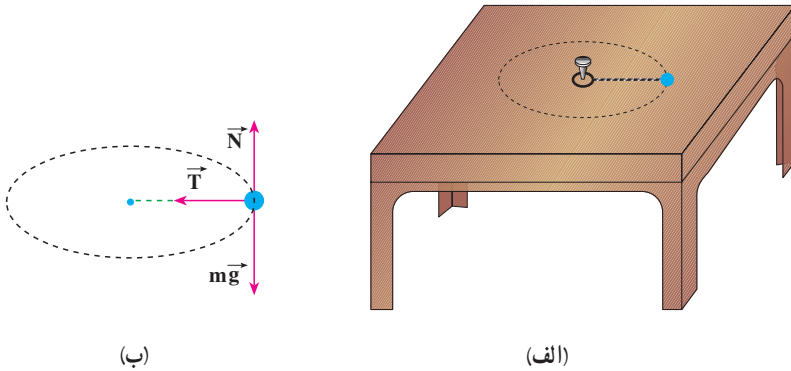
$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \text{(الف-۱۴-۲)}$$

$$F = mr\omega^2 \quad \text{(ب-۱۴-۲)}$$

در این رابطه،  $F$  بزرگی برابند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع دایره است.

## مثال ۹-۲

مهره‌ای به جرم  $20\text{g}$  را به نخ می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقه کوچکی وصل می‌کنیم، سپس حلقه را مطابق شکل ۱۷-۲-الف با میخ کوتاهی در وسط یک میز ثابت می‌کنیم. نیروی اصطکاک مهره با میز ناچیز است.



شکل ۱۷-۲

فاصله مهره از میخ  $25\text{cm}$  است، با یک ضربه که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌ای به حرکت درمی‌آوریم. نیروهای وارد بر مهره را با رسم شکل مشخص کنید. اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، بزرگی نیروی کشش نخ را محاسبه کنید.

## پاسخ

نیروهای وارد بر مهره در شکل ۲-۱۷ ب نشان داده شده است.  
در راستای قائم، نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر جسم اثر می‌کنند. برآیند این دو نیرو صفر است:

$$N - mg = 0$$

$$\Rightarrow N = mg$$

تنها نیروی کشش نخ می‌ماند که در اینجا همان نیروی مرکزگرا، یعنی:  $T = m \frac{v^2}{r}$  است. سرعت زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \text{ rad/s}$$

و سرعت خطی نیز برابر است با:

$$v = r\omega = 0.25 \times 2\pi = \frac{\pi}{2} \approx 1.57 \text{ m/s}$$

و نیروی کشش نخ برابر است با:

$$T = m \frac{v^2}{r} = 2 \times 10^{-3} \times \frac{\pi^2}{4} \times \frac{1}{0.25} \approx 0.24 \text{ N}$$

## تمرین ۲-۸

- در هر یک از موارد زیر نیروی مرکزگرا را مشخص کنید.
- ۱- در حرکت لباس‌هایی که در ماشین لباس‌شویی می‌چرخند.
  - ۲- در چرخش الکترون به دور هسته
  - ۳- در گردش سیاره‌ها به دور خورشید



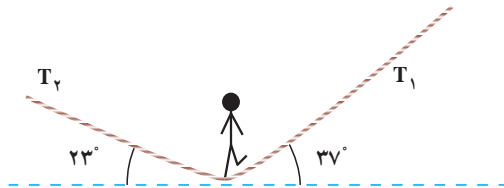
## ابوریحان بیرونی

ابوریحان محمد بن احمد بیرونی، دانشمند برجسته ایرانی، در نیمه دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم می زیست. وی در بیرون (حومه) شهر کاث، پایتخت خوارزمشاهیان، به دنیا آمد. او تا سن بیست و پنج سالگی در زادگاه خود مشغول فراگیری علمی چون جغرافیا، ریاضیات، ستاره شناسی، پزشکی، فقه، کلام و ... بود. بیرونی اولین فعالیت های علمی خود را در حدود سال ۳۸۰ هجری در شهر کاث با رصد آسمان به کمک وسایل نه چندان دقیق آغاز کرد. در سال ۳۸۷ هجری بار دیگر در شهر کاث خسوفی را با هماهنگی انجام شده بین او و ابوالوفاء بوزجانی، از برجسته ترین منجمان آن دوره، رصد کرد. در واقع، ابوالوفاء نیز همین خسوف را در بغداد رصد کرده بود. با مقایسه نتایج به دست آمده از این دو رصد، بیرونی اختلاف طول جغرافیایی بغداد و کاث را پیدا کرد. با توجه به اطلاعات به دست آمده، تعداد آثار ابوریحان بیرونی شامل تألیف ها، ترجمه ها و آثار نیمه تمام او به ۱۸۰ عنوان می رسد که دست کم ۱۱۵ عنوان از آنها به ریاضیات و نجوم اختصاص دارد و از این تعداد تنها ۲۸ عنوان به دست ما رسیده است.

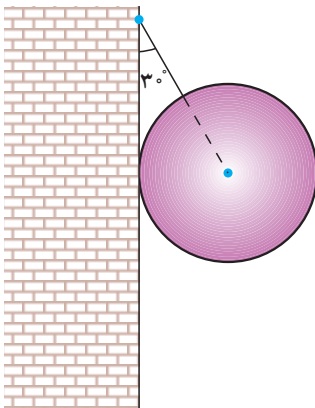
بیرونی در کتاب «افراد المقال فی امر الظلال»، یکی از نظریات مشهور ارسطو را با تکیه بر آزمایش رد می کند. نکته مهم و مورد توجه در آزمایش های بیرونی، شیوه علمی او در انجام دادن آزمایش هاست. وی مانند یک محقق امروزی در آزمایش خود به نکاتی توجه می کند؛ از جمله هنگام مقایسه خاصیتی ویژه از دو ماده می کوشد تا سایر شرایط برای آنها یکسان باشد و نیز به تکرار در آزمایش تأکید می کند تا مطمئن شود که نتایج حاصل از فرایند اتفاقی نیست. دیدگاه بیرونی درباره چپستی کهکشان راه شیری که در کتاب التفهیم آمده از اهمیتی بسزا برخوردار است؛ زیرا در میان طبیعی دانان مسلمان کمتر کسی به آن پرداخته است و همگی از نظریات ارسطو در این زمینه پیروی می کرده اند. تنها بیرونی و ابن هیثم نظریاتی نو در این زمینه مطرح کرده اند. بیرونی چنین می گوید: «مجره را پارسیان راه کاهکشان خوانند و هندوان راه بهشت و آن جمله شدن ستارگان است از جنس ستارگان ابری و ...»

بیرونی در بخشی از کتاب افراد المقال فی امر الظلال سخن احمد بن طیب سرخسی در کتاب «ارکان الفلسفه» درباره سیاهی هوا بر فراز نقاط مرتفع را نشانه مبالغه وی در پیروی از نظریه ای که از کتاب «الحس و المحسوس» ارسطو برمی آید، می داند. ابوریحان بر آن است که در این باره باید فقط با استناد به آزمایش و تجربه سخن گفت و می گوید که هیچ گاه از تغییر رنگ هوا در سرما یا نبود گرما سخنی نرفته است و قله کوه دماوند با بلندی بسیارش دیده می شود و هیچ نشانه ای از سیاهی در آن نیست.

- ۱- براساس قانون سوم نیوتون، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :  
الف) نیروهای وارد بر یک شخص، هنگامی که جسمی را هل می‌دهد و همچنین نیروهای وارد بر جسم چگونه است؟  
ب) نقش نیروهای مختلف در هنگام راه رفتن ما بر روی زمین چگونه است؟
- ۲- به جسمی به جرم  $100 \text{ kg}$  نیروی ثابت  $F$  در راستای قائم به طرف بالا وارد می‌شود. جسم از حال سکون با شتاب  $5 \text{ m/s}^2$  به طرف بالا حرکت می‌کند و پس از  $2 \text{ s}$  نیروی  $F$  حذف می‌شود.  
الف) مقدار نیروی  $F$  را تعیین کنید.  
ب) ارتفاعی که جسم بالا می‌رود.  $g = 10 \text{ m/s}^2$  (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید).
- ۳- یک بازیگر سیرک به وزن  $600 \text{ N}$  روی طنابی مطابق شکل ۱۸-۲ در حال تعادل است. نیروهای کشش طناب را محاسبه کنید.



شکل ۱۸-۲



شکل ۱۹-۲

- ۴- کره‌ای به جرم  $20 \text{ kg}$  را مطابق شکل ۱۹-۲، به وسیله کابلی به دیوار قائم و بدون اصطکاک آویزان می‌کنیم. نیروی کشش کابل و واکنش دیوار را محاسبه کنید.

۵- دو جسم به جرم‌های  $m_1 = 1\text{ kg}$  و  $m_2 = 2\text{ kg}$  مطابق شکل ۲-۲ روی سطح افقی صافی قرار دارند. نیروی افقی  $\vec{F}$  باعث می‌شود که دو جسم با شتاب  $3\text{ m/s}^2$  به حرکت درآیند. اندازه نیروی  $F$  و نیروی تماسی‌ای که دو جسم بر یکدیگر وارد می‌کنند را در هر یک از دو شکل «الف» و «ب» محاسبه کنید.



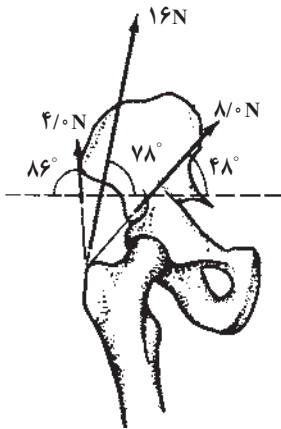
شکل ۲-۲



شکل ۲-۲۱

۶- کتابی را مانند شکل ۲-۲۱ به دیوار فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) آیا نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است؟ چرا؟  
 ب) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیرویی افزایش می‌یابد؟



شکل ۲-۲۲

۷- سه ماهیچه، استخوان ران را به لگن متصل می‌کنند. در شکل ۲-۲۲ مقدار و جهت نیروهایی که این ماهیچه‌ها به استخوان ران وارد می‌کنند، نشان داده شده است. برایندهای نیروهای وارد بر استخوان ران از طرف این ماهیچه‌ها را به دست آورید.



۸- پره‌های یک بالگرد (هلیکوپتر) در هر دقیقه  $900^\circ$  دور می‌گردد. کمیت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

الف) دوره، بسامد و سرعت زاویه‌ای

ب) سرعت خطی و شتاب مرکزگرای نقطه‌ای که فاصله آن از محور دوران  $3\text{m}$  است.

۹- ماهواره‌ای روی مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. اگر جرم ماهواره  $m = 250\text{kg}$ ، جرم زمین  $M_e = 5.98 \times 10^{24}\text{kg}$ ، ثابت جهانی گرانش  $G = 6.67 \times 10^{-11}\text{N.m}^2/\text{kg}$ ، فاصله ماهواره از سطح زمین  $2600\text{km}$  و شعاع زمین  $6400\text{km}$  باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) نیروی گرانش بین ماهواره و زمین

ب) سرعت ماهواره

پ) دوره گردش ماهواره

۱۰- یک ماهواره در چه فاصله‌ای از مرکز زمین باید قرار گیرد، تا همواره در یک نقطه در

بالای خط استوا باشد؟

۱۱- جرم ماهواره امید (شکل ۲-۲۳) تقریباً  $27$  کیلوگرم و فاصله آن از سطح زمین حدوداً

$250$  کیلومتر است. با توجه به داده‌های مسئله ۹، دوره، سرعت و نیروی گرانشی بین این ماهواره و زمین را به دست آورید.



شکل ۲-۲۳