

من پرچم هدایتم و پناهگاه پرهیزگاری و جایگاه سخاوت و دریای  
جود و جوانمردی کوه خرد. من صدیق اکبرم و علم خدا هستم  
و قلب آگاه خدایم و زبان گویای خدا و چشم خدا و دست خدا  
هستم. من ریسمان استوار خدایم و کلمه تقوایم و امین راز خدایم.  
من حجت عظمی و آیت کبری و نمونه والا و دروازه پیامبر مصطفی  
هستم. من میزان اعمالم.



# اندازه‌گیری و مدل‌سازی

آیا فکر می‌کنید میزان تحصیلات افرادی که با آنها تماس دارید در علاقه شما به ادامه تحصیل نقش تعیین‌کننده‌ای دارند؟ مسلماً بی‌تأثیر نیست. چگونه می‌توان تصور خوبی از بیشتر افرادی که روزانه با آنها برخورد می‌کنید در مورد تحصیلات عالی بدست آورد؟

آیا تاکنون از خود پرسیده‌اید روزانه با چه کسانی سر و کار دارید؟ این افراد چه سن و سالی دارند؟ شغل آن‌ها چیست و میزان تحصیلات آن‌ها چقدر است؟ برای چند روز متوالی فهرستی از این افراد تهیه کنید، اطلاعاتی درباره شغل، میزان تحصیلات و سن آن‌ها جمع‌آوری کنید.

قبل از آن که این فهرست را تهیه کنید چه اعدادی در ذهن شما مجسم شده است؟ پاسخ شما به این سؤال‌ها در ابتدا ممکن است حتی به صورت کمی (عددی) نباشد، مثلاً ممکن است بگویید: روزانه با تعداد کمی از افراد سر و کار دارم، اکثر آن‌ها باسواد و جوان هستند. این پاسخ‌ها برای ترسیم دورنمای اولیه از اطلاعات مورد نظر کفایت می‌کند، ولی به هیچ وجه از نظر مطالعات علمی سودمند نیستند. این اطلاعات باید با معیارهای مناسب اندازه‌گیری و به صورت اعداد و ارقام بیان شوند. برای انجام بررسی‌های آماری به اندازه‌گیری نیاز داریم.

## اندازه‌گیری

ما در بخش  
کشاورزی در تولید  
گندم در سال‌های  
اخیر پیشرفت زیادی  
داشته‌ایم.

فکر می‌کنید فردی کوتاه قد یا بلند قد هستید؟ هنگام پاسخ، قدتان را با چه کسانی مقایسه می‌کنید. اگر در چین و یا اتریش زندگی می‌کردید جواب‌های متفاوتی به این سؤال می‌دادید. اگر بخواهید در مورد قدتان دقیق‌تر صحبت کنید اولین قدم اندازه‌گیری آن است.

طول قد شما چقدر است؟ قد را با کدام واحد اندازه

می‌گیرید؟ متر؟ سانتی‌متر؟ میلی‌متر؟

اگر بتوانیم اطلاعات خود را به زبان اعداد و ارقام بیان کنیم،

کار مفیدتری انجام داده‌ایم. چون اطلاعات کمی (اطلاعاتی که به صورت اعداد و ارقام بیان شدند) قابل تفسیر نیستند و برای همه کس یک معنای واحد دارد، اما اطلاعات کیفی (توصیفی) این طور نیستند ممکن است شنونده برداشت‌های متفاوتی از آن داشته باشد. تیر خبری بالا را در نظر بگیرید.

این جمله خبری خوشحال‌کننده است ولی برای مسئولان که باید دربارهٔ واردات گندم تصمیم بگیرند کافی نیست. باید منظور از سال‌های اخیر معلوم باشد آیا منظور دو سال گذشته است و یا ۶ سال گذشته پیشرفت در تولید گندم چقدر بوده است؟ آیا به میزانی بوده است که ما را از واردات آن بی‌نیاز کند و یا اگر تا آن حد نبوده است به چه میزانی کمبود داریم. ما نمی‌توانیم به کشورهای صادرکننده بگوییم مقداری گندم به ما بفروشید. باید وزن و یا حتی نوع آن کاملاً مشخص باشد.

اولین اقدام در رسیدن به اطلاعات عددی اندازه‌گیری است. انتخاب معیار اندازه‌گیری برای بعضی از موضوعات از قبیل، قد، وزن، میزان تحصیلات و درجه حرارت آسان است و با وسایلی که می‌شناسیم می‌توانیم آن‌ها را اندازه‌گیری کنیم.

هر چند انتخاب معیار مناسب برای اندازه‌گیری ممکن است ابتدا آسان به نظر بیاید ولی برای برخی از موضوعات، کار آسانی نیست. به نظر می‌رسد به آسانی می‌توان قد، وزن، سن و میزان تحصیلات افرادی را که با آن‌ها سر و کار دارید، اندازه‌گیری کنید ولی میزان درآمد آن‌ها به این سادگی نیست. (امتحان کنید) مثلاً مردم زیاد مایل نیستند که دربارهٔ درآمد خود با دیگران صحبت کنند، بنابراین اگر شما بخواهید از میزان درآمد افراد اطلاعاتی کسب کنید، مشکلاتی خواهید داشت. در بعضی مواقع مردم کم‌گویی می‌کنند، یعنی درآمد خود را کم‌تر از آن چیزی که هست بیان می‌کنند و در بعضی مواقع زیادگویی می‌کنند. شاید به بعضی‌ها برخورد کنید که اصلاً نمی‌دانند میزان درآمد آن‌ها چقدر است ممکن است یک میزان تقریبی برای آن بیان کنند. در هر صورت شما سعی کنید درآمد افراد خانواده، برخی از افراد فامیل،



## در نماز خم ابروی تو در یاد آمد ...

آشنایان و دوستان را معلوم کنید. در عمل خواهید دید که دست‌یابی به میزان درآمد به سادگی اندازه‌گیری قد نیست.

از این‌ها مشکل‌تر اندازه‌گیری موضوعاتی است که دسترسی به آن‌ها مشکلاتی دارد. برای مثال ممکن است شما درباره‌ی هوش هم‌کلاسی‌های خود قضاوت کرده باشید. بعضی‌ها را باهوش و برخی دیگر را دارای هوش متوسط ارزیابی کرده باشید؛ ولی اگر بخواهید مقایسه دقیق‌تری انجام دهید، لازم است معیاری برای سطح برخورداری از هوش در اختیار داشته باشید تهیّه این معیارها و استاندارد کردن آن‌ها کار افراد متخصص است. آن‌ها به‌نحوی و وسایل اندازه‌گیری را طراحی می‌کنند تا مطمئن شوند این وسیله همان چیزی را اندازه می‌گیرد که مورد نظر آن‌هاست.



فرض کنید هنوز وسیله‌ای برای اندازه‌گیری وزن درست نشده است و ما می‌خواهیم سنگینی افراد و یا اشیاء را اندازه‌گیری کنیم. ممکن است این‌طور استدلال کنیم هر شیئی که جای بیش‌تری اشغال کند (حجم آن بیش‌تر باشد) سنگین‌تر است و لذا برای محاسبه سنگینی اشیاء، آن‌ها را در ظرف مدرج پر از آب قرار دهیم و به این ترتیب حجم آن را حساب کنیم. شاید این‌طور اندازه‌گیری کردن تا حدودی ما را به واقعیت نزدیک کند ولی می‌دانیم که دو مفهوم حجم و وزن دو مقوله جدا از هم هستند. می‌دانیم می‌توان دو قطعه هم وزن از طلا چنان ساخت که یکی حجم تراز دیگری به نظر برسد. بنابراین رسیدن به وزن از طریق حجم کار درستی نیست. در تعیین ظرفیت هواپیما و آسانسورها وزن اهمیت دارد نه حجم. درباره هوش اگر مواظب نباشیم شاید حافظه فرد و یا سایر قابلیت‌های دیگر ذهنی او اندازه‌گیری شود. در این کتاب، وارد مبحث ساختن معیارها، برای اندازه‌گیری نمی‌شویم و به آنچه که تاکنون آشنا شده‌ایم و به کار بسته‌ایم قناعت می‌کنیم.

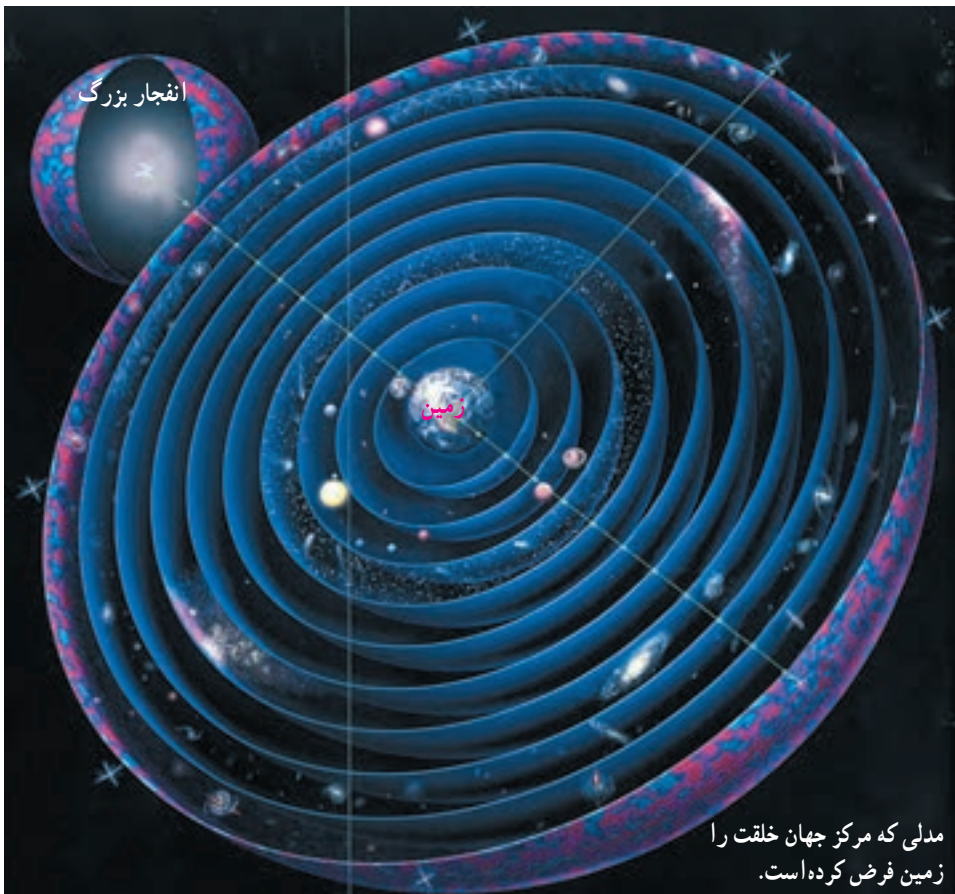
## فعالیت

کاغذی در کلاس خود به دیوار نصب کنید و در مقابل آن بایستید، بالای سر خودتان را روی کاغذ علامت بزنید و اندازه قد و نام خود را در کنار آن یادداشت کنید. این ورقه می‌تواند به عنوان یادگاری از شما در این کلاس باقی‌بماند و سایرین هم در سال‌های آینده از آن تبعیت کنند. این اعداد ممکن است مبنایی برای مقایسه قد دانش‌آموزان در سال‌های مختلف تحصیل در این مدرسه باشد.



## مدل‌سازی

کیپلر ستاره‌شناس بزرگ در مورد خلقت جهان چنین گفته است: «خداوند جهان را به زبان اعداد خلق کرده است». شاید سخن او به این معنی است که هر آن چه که خداوند آفریده است به زبان ریاضی قابل توضیح و تفسیر است. مثلاً کاری که خود کیپلر در طول ۲۳ سال کار مداوم انجام داد، بیان ریاضی علت و چگونگی حرکت سیارات در قالب سه قانون کیپلر است. البته برای رسیدن به این سه قانون مجبور شد فرض‌هایی را در نظر بگیرد. مثلاً سیارات را به صورت نقطه در نظر گرفت. در حرکت، مسیرها و اندازه‌گیری‌ها از تقریب‌های مناسب استفاده کرد. همه ما زمین را به شکل کره در نظر می‌گیریم و حال آن که واقعیت امر این نیست. کره، ساده‌ترین و نزدیک‌ترین شیء ریاضی است که زمین به آن شباهت دارد. همین در نظر گرفتن شکل زمین به صورت کره نوعی مدل‌سازی ریاضی است. وقتی که کیپلر قوانین حرکت سیارات را در قالب سه قانون خود با استفاده از نمادها و اصطلاحات و قوانین ریاضی بیان کرد در واقع حرکت سیارات را مدل‌سازی ریاضی کرد.



شما اگر به بازی‌های کودکان توجه کنید تمام آن‌ها به نوعی مدل‌های زندگی بزرگسالان است. وقتی کودکی عروسکی را در آغوش دارد همان رفتار و حرکاتی را دارد که مادران به هنگام در آغوش گرفتن فرزندان از خود بروز می‌دهند. وقتی کودکی اتومبیل کوچکی را روی زمین حرکت می‌دهد، ساده‌ترین شکلی است که در دنیای کودکان می‌توان اتومبیل‌رانی را مدل‌سازی کرد. زیبایی، خلاقیت و اهمیت این نوع بازی‌ها در این است که اولاً اسباب‌بازی‌ها حتی الامکان ساده باشند و ثانیاً کودکان بتوانند آنچه را که در ذهن آن‌ها می‌گذرد بهتر نشان دهند. ما اگر بتوانیم با مفاهیم ریاضی و یا آمار پدیده‌ها را توضیح دهیم یک مدل‌سازی ریاضی و یا آماری کرده‌ایم.

بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی می‌گوییم. هرچقدر مفاهیم ریاضی به کار برده ساده‌تر و ابتدایی‌تر و نتیجه کار به پدیده مورد نظر نزدیک‌تر باشد، مدل‌سازی، با ارزش‌تر است.

ما در این درس به نوعی خاص از مدل‌سازی ریاضی که براساس آمار و مفاهیم آن بنا شده است، اشاره خواهیم کرد. در واقع خواهید دید هر یک از مفاهیمی را که در آمار معرفی می‌کنیم ابزاری است برای مدل‌سازی پدیده‌های تحت مطالعه.

مثلاً قد افراد یک پدیده طبیعی است که بنا بر ضرورت در مسائل مختلف در نظر گرفته می‌شود. وقتی شما قد یک فرد را اندازه می‌گیرید در واقع نزدیک‌ترین و ساده‌ترین مفهوم ریاضی به قد را که همان طول قد، که یک عدد است در نظر گرفته‌اید. پس از این اندازه‌گیری‌ها شما با افراد و سایر مشخصات آن‌ها کاری ندارید، فقط این اعداد هستند که از این پس موضوع مطالعه شما خواهند بود. وقتی یک طراح از یک چهره طراحی می‌کند در واقع مدلی از این چهره می‌سازد این مدل می‌تواند خیلی ساده باشد، مثلاً از چند خط راست تشکیل شده باشد مانند شکل الف.



ب



الف

اگر بتوانیم از خطوط منحنی و برخی از مهارت‌های طراحی هم استفاده کنیم مدل پیشرفته‌تری خواهیم داشت که به شکل واقعی نزدیک‌تر است مانند شکل ب. همین‌طور اگر ادامه دهیم و اجازه داشته باشیم از رنگ و سایر وسایل نقاشی استفاده کنیم به مدل کامل‌تری دست خواهیم یافت.

این تقریبات متوالی در اندازه‌گیری طول هم رخ می‌دهد. اگر فقط بخواهیم قد فردی را وجب کنیم (صرف‌نظر از اینکه اندازه دست افراد متفاوت است)، مثلاً خواهیم گفت قد همکلاسی شما کمی بیش‌تر از هفت وجب خودش است. چون مقدار کمی بیش‌تر را نمی‌توانیم برحسب وجب بیان کنیم، خواهیم گفت قد این فرد هفت وجب است. و این یک مدل‌سازی ساده از قد است. ولی اگر قد همین فرد را با یک خط‌کش مدرج اندازه‌گیری کنید خواهید گفت قد این فرد ۱۵۴ سانتی‌متر است.

مدل‌سازی اول خیلی ساده و ابتدایی بود و لذا کار دقیق نمی‌توان روی آن انجام داد. مثلاً شما لباسی را تصور کنید که برحسب وجب برای کسی دوخته شده است. اما مدل‌سازی دوم دقیق است و لباسی که از این طریق دوخته می‌شود قابل قبول‌تر است. البته ما در اندازه‌گیری قد نتوانسته‌ایم کار را تمام کنیم، زیرا از واحدهای کوچک‌تر از سانتی‌متر صرف‌نظر کرده‌ایم. البته دو یا سه میلی‌متر در مقابل یک متر محسوس نیست. لذا صرف‌نظر کردن از آن‌ها لطمه‌ی زیادی به مدل نخواهد زد.

ولی مواردی هست که به‌سادگی نمی‌توان از این جزئیات گذشت. شما وزن خود را برحسب کیلوگرم اندازه‌گیری می‌کنید. اگر بخواهید دقت زیاد داشته باشید از نیم‌کیلو هم استفاده خواهید کرد. از این رو وزن افراد معمولاً به‌صورت اعداد طبیعی (مثلاً ۵۳ کیلو، ۶۴ کیلو) و یا به‌صورت اعشار (مثلاً ۵۴/۵ کیلو و ۷۲/۵ کیلو) است. به ندرت از واحدهای گرم در اندازه‌گیری وزن بزرگسالان استفاده می‌شود. زیرا در مقابل چند ده کیلو، چند گرم به حساب نمی‌آید. اما در مسابقات کشتی از این واحدهای جزئی یعنی گرم هم نمی‌توان گذشت. در شرایط مساوی کسی برنده است که وزن او ولو چند گرم، کم‌تر باشد. در مسابقات شنا به واحدهای دهم ثانیه هم متوسل می‌شوند. اگر روزی وسایل اندازه‌گیری دقیق‌تر شود شاید به واحد کوچک‌تر هم متوسل شوند ولی شاید هیچ‌گاه نتوانند مقدار دقیق زمانی را که یک شناگر ۵۰ متر را طی کرده است اندازه‌گیری کنند. وسایل اندازه‌گیری را همیشه می‌توانند دقیق‌تر کنند ولی هیچ‌گاه دقت به آن اندازه‌ای نخواهد رسید که خطای اندازه‌گیری را صفر کند.

خطای اندازه‌گیری همان تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه‌گیری شده است. این خطا لزوماً از واحد اندازه‌گیری کمتر است.



چگونه می‌توانیم این پدیدهٔ عدم دسترسی به مقدار واقعی را مدل‌سازی کنیم؟ فرض کنید مدت زمانی که یک دوندۀ فاصله ۱۰۰ متر را دویده است برابر ۷ ثانیه اندازه‌گیری شده باشد. می‌دانیم مدت‌زمان مذکور ممکن است دقیقاً برابر ۷ ثانیه نباشد، پس مرتکب خطایی که اندازهٔ آن از یک ثانیه کم‌تر است شده‌ایم، ولی واقعاً چقدر کم‌تر، نمی‌دانیم! از این رو اگر مدت‌زمانی که دوندۀ ۱۰۰ متر را بر حسب ثانیه دویده است با متغیر T نمایش دهیم، می‌توان مدل زیر را برای آن پیشنهاد کرد:

$$T = 7 + E^*$$

که در آن قدرمطلق E از یک ثانیه که واحد اندازه‌گیری ماست کم‌تر است، E ممکن است مثبت و یا منفی باشد.

به عنوان مثال دیگر فرض کنید وزن فردی برابر ۶۴/۵ کیلو گزارش شده باشد. چه مدلی ممکن است برای اندازه‌گیری بکار رفته باشد؟  
فرض کنیم P وزن این فرد باشد، در این صورت

$$P = 64.5 + E$$

پس در این جا واحد اندازه‌گیری نیم کیلو در نظر گرفته شده است.

پس قدرمطلق E از ۰/۵ کیلو و یا ۵۰۰ گرم کم‌تر است.

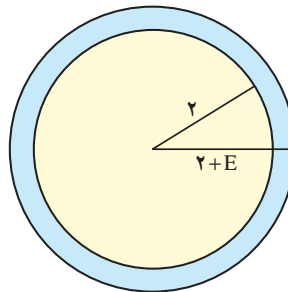
اگر یک پدیده تابعی از چند متغیر باشد، خطای آن متغیرها چگونه در پدیدهٔ نهایی ظاهر می‌شود؟ مثلاً فرض کنید شعاع دایره‌ای به صورت  $R = 2 + E$  مدل‌سازی شده باشد. می‌خواهیم مدلی

برای مساحت این دایره بنویسیم.

می‌دانیم مساحت دایره برابر  $\pi R^2$  است. بنابراین اگر فرض کنیم:

$$S = \text{مساحت دایره}$$

$$\begin{aligned} S &= \pi(2 + E)^2 \\ &= \pi(4 + E^2 + 4E) \end{aligned}$$

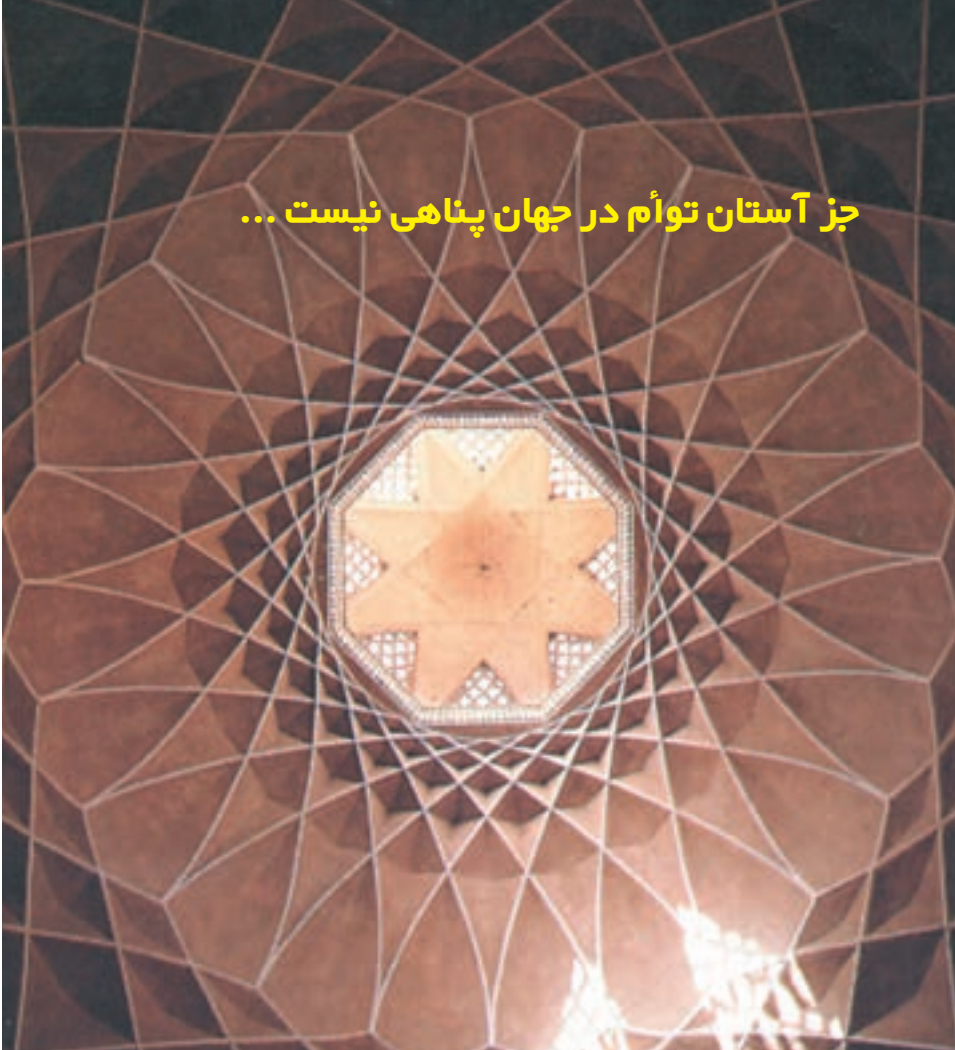


آن‌گاه

می‌توان از جملاتی که شامل توان دوم یا بالاتر از خطاست صرف‌نظر کرد.

\* E ابتدای ERROR به معنای خطا می‌باشد.

## جز آستان توأم در جهان پناهی نیست ...



پس داریم :

$$S \approx 4\pi + 4\pi E$$

اگر  $4\pi E$  را برابر  $E_1$  فرض کنیم مدل مساحت دایره عبارت خواهد بود از :

$$S \approx 4\pi + E_1$$

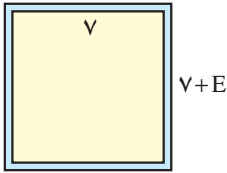
که  $4\pi$  مساحت دایره‌ای به شعاع ۲ است.

می‌بینیم که خطای مساحت  $4\pi$  برابر از خطای شعاع بزرگتر است. پس ممکن است از واحد سطح بزرگتر شود. برای جلوگیری از این اتفاق باید دقت اندازه‌گیری طول شعاع را بیشتر کنیم. می‌توان با اندازه‌گیری دقیق‌تر  $E$  را چنان کوچک کرد که  $E_1$  از واحد سطح کمتر باشد.

حال به مثال دیگری می‌پردازیم. اگر ضلع مربعی به صورت  $E + \sqrt{}$  باشد، مساحت آن با چه

تقریبی در دسترس است؟

فرض کنید  $S$  برابر مساحت مربع باشد، در این صورت :



$$S = (V + E)^2 = 49 + 14E + E^2$$

با صرف نظر کردن از جملات مرتبه بالا داریم :

$$\begin{aligned} S &\approx 49 + 14E \\ &= 49 + E_1 \end{aligned}$$

اگر بخواهیم بینیم محیط مربع با چه تقریبی در دسترس است، این طور می نویسیم.

فرض کنید  $P$  محیط مربع باشد، در این صورت :

$$\begin{aligned} P &= 4(V + E) = 28 + 4E \\ &= 28 + E_2 \end{aligned}$$

ما در عمل محیط مربع را برابر ۲۸ خواهیم گرفت ولی می دانیم که محیط مربع با ۲۸ تفاوتی دارد. اگر قرار باشد این تفاوت را به حساب بیاوریم باید از برابری  $P = 28 + E_2$  استفاده کنیم.

خطای ناشی از اندازه گیری اضلاع بیشتر در محیط مربع اثر می گذارد یا در مساحت آن؟

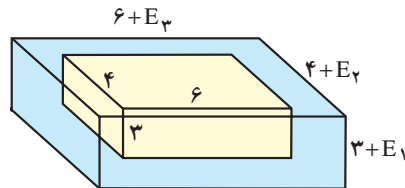
در بعضی موارد پدیده مورد بررسی متأثر از چند عامل است که هر یک با خطای متفاوتی اندازه گیری می شوند.

مثلاً اگر اضلاع یک مکعب مستطیل را به صورت زیر داشته باشیم :

$$\text{ارتفاع} = L_1 = 3 + E_1$$

$$\text{عرض} = L_2 = 4 + E_2$$

$$\text{طول} = L_3 = 6 + E_3$$



حجم این مکعب از چه مدلی بیروی می کند؟ فرض کنید حجم مکعب برابر  $V$  باشد، در این صورت :

$$\begin{aligned} V &= L_1 L_2 L_3 \\ &= (3 + E_1)(4 + E_2)(6 + E_3) \\ &\approx 72 + 24E_1 + 18E_2 + 12E_3 \end{aligned}$$

در این مدل  $E_i$  ها از واحد کوچک ترند پس حاصل ضرب آن ها خیلی کوچک خواهد بود، پس می توانیم از آن هم صرف نظر کنیم. بنابراین یک مدل ساده قابل قبولی به دست خواهد آمد. به پدیده های اطراف خود توجه کنید و ببینید تابع چه متغیرهایی هستند و سعی کنید اثر خطای اندازه گیری در هر یک از متغیرها را در کل پدیده بررسی کنید.

در دو مثال قبل دیدیم که چگونه خطای اندازه‌گیری در مساحت و محیط مربع و حجم مکعب مستطیل «منتشر» می‌شود. این روابط به ما کمک می‌کنند تا برای جلوگیری از خطاهای بزرگ در محصول نهایی محاسبات، از ابتدا پیش‌گیری‌های لازم را به‌عمل آوریم.

## تمرین

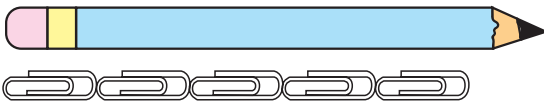


۱- دماسنجی بردارید و با اندازه‌گیری دمای اتاق مدلی برای گرمای آن بنویسید. این مدل تا چه مدت اعتبار دارد؟ آیا از همین مدل برای ۸ ساعت دیگر نیز می‌توانید استفاده کنید؟ توضیح دهید.

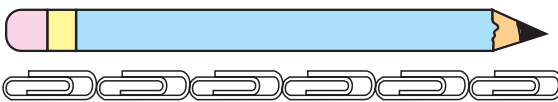
۲- طول مداد و قطر قاعده آن را برحسب میلی‌متر اندازه‌گیری کنید و مدلی برای حجم مداد بنویسید. (Eهایی که برای طول و قطر قاعده به کار می‌برید یکی نیستند، توضیح دهید.)  
۳- طولی را برحسب سانتی‌متر اندازه‌گیری کرده‌اید و مدل آن را به صورت  $L = 2 + E$  نوشته‌اید. اگر این طول را برحسب میلی‌متر اندازه‌گیری کنید آیا مدل  $L = 20 + E$  برای آن مناسب است یا خیر؟ توضیح دهید.

۴- مدلی برای وزن خودتان پیشنهاد کنید. با استفاده از ابزار اندازه‌گیری وزن، درستی آن را تحقیق کنید.

۵- مدلی برای اندازه‌گیری طول مداد مطابق با هر یک از شرایط زیر بنویسید.



الف




ب



ج





خدایی که آفریدگان را از هیچ پدید آورد. الگویی نداشت تا به کار برد، و نه مقیاسی از آفریننده‌ای پیش از خود، تا بدان دستور کار کند، و آفریدگان اعتراف دارند بدین حقیقت که سر اسر ناتوان و فقیرند و نیازمند و حقیر؛ و اوست که باید بر آنان رحمت آرد، و به قدرت خود برپایشان دارد. به ما آن نشان داد که دیدیم، به حکم ضرورت آشکار است. که این نشانه‌ها بر شناخت او دلیلی استوار است و در آنچه آفریده، آثار صنعت و نشانه‌های حکمت او پدیدار است. چنانکه هر چه آفریده، او را برهانی است، و بر قدرت و حکمت او نشانی. و گرچه آفریده‌ای باشد خاموش، بر تدبیر او گویاست، و بر وجود پدیدآورنده دلیلی رساست.



## جامعه و نمونه

چند ستاره در آسمان می‌توان یافت؟ آیا تا به حال در یک شب صاف که ماه در آسمان نیست به آسمان نگاه کرده‌اید؟ شاید فکر کرده‌اید که تعداد ستاره‌ها آن قدر زیاد است که هرگز نمی‌توان آن‌ها را شمرد. اما باید بدانید که تعداد ستارگانی که می‌توان بدون چشم مسلح دید بیش از ۳۰۰۰ نیست. اگر با یک دوربین به آسمان نگاه کنید تعداد آن‌ها تا ۵۰۰۰۰ افزایش می‌یابد و اگر با یک تلسکوپ بزرگ به آسمان نظر کنید تعداد ستارگانی که در دیدرس شما هستند تا ۵۰۰,۰۰۰,۰۰۰ افزایش می‌یابند. این عدد آن قدر بزرگ است که اگر شما در تمام طول عمر هر شب تمام شب را به شمردن ستارگان بگذرانید، عمر شما کفاف نخواهد داد که این تعداد ستاره را بشمارید.

فکر می‌کنید ستاره‌شناسان چگونه به چنین عدد بزرگی رسیده‌اند؟ آنان این شمارش را با نمونه‌گیری انجام داده‌اند. می‌توانیم آسمان را به چندین بخش مساوی تقسیم کنیم و تعداد ستارگان را در برخی از این نواحی بشماریم. براساس این اعداد، می‌توان تعداد تقریبی ستاره‌ها را محاسبه کرد.

### جامعه

در فصل قبل با مسائل مربوط به اندازه‌گیری و مدل‌سازی‌های آن به‌طور مقدماتی آشنا شدید. حال به موضوع قد افراد باز می‌گردیم. شما قبلاً قد بعضی از همکلاسی‌های خود را اندازه گرفته‌اید. اگر بخواهید راجع به قد افراد مطالعه کنید، چه اقداماتی انجام خواهید داد؟ خوب است که در یک کار علمی و دقیق، کلمات دارای معنای روشن و تعریف شده‌ای باشد. آیا می‌دانید منظور از مطالعه قد چیست؟ پاسخ این سؤال را به تدریج در طول این درس خواهید فهمید ولی مقدمتاً بیان می‌کنیم که منظور از مطالعه قد افراد، آن است که بدانیم چند درصد افراد قد کوتاه و چند درصد دارای قد معمولی و چند درصد افراد قد بلند هستند و یا اصلاً می‌خواهیم بدانیم که چه افرادی را قد کوتاه و چه افرادی را قد بلند می‌گویند. اندازه قد بیش‌تر مردم چقدر است؟ و سؤالاتی از این قبیل. بلافاصله ممکن است بر این سؤالات این اشکال را وارد کنید که سؤال‌های بالا برای سنین مختلف متفاوت

است. معیار قد کوتاهی برای نوجوانان با معیار قد کوتاهی برای جوانان و یا بالاتر تفاوت می‌کند. پس نمی‌توانیم بدون محدود کردن افراد، جواب مشخصی به سؤال‌های بالا بدهیم. مگر افراد را مشخص کنیم و برای آن‌ها شرایطی تعیین کنیم. مثلاً بگوییم منظور ما مطالعه قد نوجوانان پسر است (پسران بین ۱۴-۱۱ سالگی) با این شرایط مجموعه‌ای از افراد مشخص داریم که مطالعه قد آن‌ها معقول به نظر می‌رسد و اشکالات مطرح شده در بالا را ندارد. چنین مجموعه‌ای را یک جامعه آماری می‌گوییم.

جامعه آماری مجموعه‌ای از افراد یا اشیا است که دربارهٔ اعضای آن می‌خواهیم موضوع و یا موضوعاتی را مطالعه کنیم.

- مثالهایی از جامعه آماری و ویژگی‌های مورد بررسی آن‌ها می‌توانند به صورت زیر باشند:
- محصولات کشاورزی استان مازندران و موضوع مورد مطالعه، انواع محصولات.
  - واردات و صادرات کشور و موضوع مورد مطالعه، نوع کالاهای وارد شده یا صادر شده.
  - مجموعهٔ دانش‌آموزانی که در سال ۱۳۷۹ در مقطع راهنمایی در شهر تهران ثبت نام کردند و موضوع مورد مطالعه، معدل سال قبل آن‌ها.
  - مجموعهٔ پزشکان متخصص قلب و عروق و موضوع مورد مطالعه، تعداد بیمارانی که به علت ناراحتی‌های قلبی در مقطع معینی از سال به آن‌ها مراجعه کرده‌اند.





– مجموعه کارگاه‌های خدمات فنی استان مرکزی و موضوع مورد مطالعه، تعداد کارگران شاغل در آن‌ها.

– مجموعه افراد جویای کار در سه ماهه اول سال ۱۳۷۹ و موضوع مورد مطالعه، میزان تحصیلات آن‌ها.

– مجموعه فارغ‌التحصیلان دانشگاه‌های ایران در سال ۱۳۷۸ و موضوع مورد مطالعه، طول دوره تحصیل دانشگاهی آن‌ها.

– مجموعه دبیران استان خراسان و موضوع مورد مطالعه، سابقه تدریس آن‌ها.

– مجموعه دبیران ریاضی استان خراسان و موضوع مورد مطالعه، سابقه تدریس آن‌ها. همانطوری که ملاحظه می‌کنید بعضی از جامعه‌های آماری خود زیر مجموعه‌ای از جامعه‌های آماری دیگر هستند. مثلاً مجموعه دبیران ریاضی استان خراسان زیر مجموعه‌ای از دبیران این استان است.

### نمونه

ما در مطالعه قد گفتیم که می‌خواهیم بدانیم چند درصد افراد با در نظر گرفتن معیار قد بلندی در جامعه مورد بررسی، قد بلند هستند. یک راه حل ابتدایی آن است که تمام افراد را اندازه بگیریم و بعد ببینیم چند نفر قد بلند هستند و از این‌جا درصد مورد نظر را محاسبه کنیم. مثلاً اگر جامعه ما ۶۰۰ نفر عضو داشته باشد و ۶۰ نفر قد بلند باشند آن‌گاه ده درصد افراد این جامعه قد بلند هستند.





اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.

معمولاً در سرشماری‌ها با مشکلاتی مواجه هستیم، مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

- در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه
- وقت‌گیر بودن دسترسی به تمام اعضای جامعه
- گران تمام شدن بررسی تمام اعضای جامعه
- از بین رفتن جامعه در برخی از مطالعات

این مشکلات سبب می‌شود تا سعی کنیم از راه میان‌بر برویم و به‌جای آن که تمام اعضای جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم بخشی از آن را که با دقت و مطالعه لازم انتخاب شده است، بررسی کنیم. البته در این صورت بخشی از اطلاعات را از دست داده‌ایم ولی در مقابل، مشکلاتی را که در بالا به آن‌ها اشاره کردیم از پیش‌رو برداشته‌ایم. این بخش کوچک از جامعه آماری را نمونه می‌گوییم.

## نمونه زیر مجموعه‌ای از جامعه آماری است.

فرض کنید بخواهید برخی از ویژگی‌های ماهی‌اوزن برون را در دریای خزر مطالعه کنید. در این صورت به تمام ماهی‌های دریای خزر دسترسی نخواهید داشت، لذا لازم است از طریق مطالعه نمونه، این بررسی انجام شود.

در بعضی از کارخانه‌ها بخشی به نام بخش کنترل کیفی کالا وجود دارد که کالاها را از لحاظ مرغوبیت و یا سالم و معیوب بودن بررسی می‌کند. فرض کنید یک کارخانه تولید لامپ، بخواهد ولتاژی را که لامپ تولیدی آن کارخانه تحمل می‌کند بررسی کند. آزمایشی که برای تعیین سطح تحمل لامپ از آن استفاده می‌شود به گونه‌ای است که لامپ در این آزمایش می‌سوزد. در این مثال خاص سرشماری یعنی از بین بردن تمام محصولات کارخانه. پس برای جلوگیری از چنین زیانی مجبوریم از نمونه استفاده کنیم.

در ادبیات ما ضرب‌المثل «مشت نمونه خروار است» به خوبی موضوع جامعه و ضرورت استفاده از نمونه را نشان می‌دهد. در این جا مسأله عبارت است از خرید برنج برای مصرف یک سال خانواده. فرض کنید میزان مصرف ۱۰۰ کیلو باشد. قبل از خرید باید به قسمی از کیفیت برنج موجود در انبار اطمینان حاصل کنیم. برای رسیدن به این هدف قسمتی از آن که در حد یک مشت برنج است آزمایش می‌شود و براساس آن تصمیم‌گیری می‌شود. در این شرایط برنج موجود در انبار جامعه و یک مشت





برنجی که انتخاب شده است، نمونه است.

ملاحظه می‌کنید که این نمونه نسبت به آن جامعه خیلی کوچک است. آیا نتیجه‌ای که از بررسی این نمونه کوچک حاصل می‌شود قابل اطمینان است؟ پاسخ به این سؤال مثبت است. زیرا فرض بر این است که برنج موجود در انبار همگی از یک نوع بوده و محصول یک دست است. اگر غیر از این باشد و برنج‌های موجود در انبار از انواع مختلف در گونی‌های متفاوت روی هم انبار شده باشند، این یک مشت نمی‌تواند معیاری برای قضاوت باشد.

عمل نمونه‌گیری مهم‌ترین بخش آمار را تشکیل می‌دهد. یک نمونه گروه کوچکی از اعضا است که به نحوی انتخاب شده‌اند که نمایانگر خصوصیات عده بزرگ‌تری که «جامعه» نام دارد، باشد. برای آن که نمونه به‌درستی نمایانگر خصوصیت تمام جامعه باشد، باید به اندازه کافی بزرگ باشد. اگر تعداد اعضای نمونه خیلی کوچک باشد ممکن است اعضای آن نتوانند نمایندگان خوبی برای اعضای جامعه باشند. همچنین اعضای نمونه باید تصادفی انتخاب شوند. یعنی انتخاب آن‌ها نباید از قانون خاصی پیروی کند.

اندازه جامعه و اندازه نمونه: گفتیم جامعه یک مجموعه است که می‌خواهیم موضوعاتی را در آن مطالعه کنیم. این مجموعه اعضای دارد. تعداد این اعضا در بررسی‌های آماری نقش مؤثری دارد. اگر جامعه در ارتباط با کاری که می‌خواهیم انجام دهیم کوچک باشد، بیشتر اوقات به‌صورت سرشماری مطالعه را انجام می‌دهیم ولی اگر بزرگ باشد همان‌طوری که گفتیم لازم است مطالعات از طریق نمونه‌گیری دنبال شود. از این رو تعداد اعضای جامعه را به‌عنوان پارامتری که باید مد نظر قرار داد مطرح می‌کنند. این تعداد را اندازه جامعه می‌گویند.

### تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه می‌گوییم.

بعضی از جامعه‌ها به سبب ویژگی خاص آن‌ها کوچک‌اند مثلاً مجموعه افراد زال مو (افرادى که موهای آن‌ها از بدو تولد سفید است نه آنکه سفید شده باشد). این یک مجموعه نسبتاً کوچک است و از جمله مواردی است که دسترسی به تمام آن‌ها امکان‌پذیر نیست. مجموعه ماهی‌های کفال دریای خزر، مجموعه‌ای است بزرگ و باز هم دسترسی به همه آن‌ها غیر ممکن است.

مجموعه دانش‌آموزان کشور، مجموعه‌ای بزرگ و ناهمگون است. زیرا آن‌ها را می‌توان

به دسته‌های پسر، دختر و یا از نظر مقطع تحصیلی به ابتدایی، راهنمایی و دبیرستان تفکیک کرد. حتی می‌توان از نظر محل جغرافیایی تحصیل نیز آن‌ها را تقسیم‌بندی کرد.

اندازهٔ جامعه در نمونه‌ای که می‌خواهیم انتخاب کنیم تأثیر دارد. اگر جامعه بزرگ باشد یعنی اگر اندازهٔ آن زیاد باشد، اغلب لازم است نمونه‌ای که از آن انتخاب می‌شود بزرگ باشد، از این رو تعداد اعضای نمونه هم یکی دیگر از پارامترهایی است که در یک بررسی آماری باید مورد توجه قرار گیرد. این تعداد را اندازهٔ نمونه می‌گوییم.

### تعداد اعضای نمونه را اندازهٔ آن نمونه می‌گوییم.

هرچه جامعه بزرگ‌تر باشد، برای آن که نمونه بتواند بیان‌گر جامعه باشد، باید نمونه بزرگ‌تر باشد. همچنین اگر جامعه از گوناگونی بیش‌تری برخوردار باشد برای حصول اطمینان از حضور نماینده‌ای از این گوناگونی‌ها در نمونه، باز هم لازم است نمونه بزرگ باشد. اگر اندازهٔ نمونه مناسب نباشد نتیجه‌ای که از آن گرفته می‌شود معتبر نخواهد بود. مثلاً در شهری با جمعیت ۱۰ میلیون نفر اگر از ۱۰۰ نفر دربارهٔ یک موضوع اجتماعی سؤال شود، نتیجه‌ای که از آن حاصل می‌شود نمی‌تواند قابل تعمیم به جامعه باشد.

بنابر ضرب‌المثل معروف «با یک گل بهار نمی‌شود» نمی‌توان همواره با شواهد کم حکم کلی کرد.

همان‌طوری که گفتیم اندازهٔ جامعه ممکن است خیلی بزرگ باشد، در بعضی مواقع حتی ممکن است نامتناهی باشد و یا آن‌قدر بزرگ باشد که ما آن را نامتناهی فرض کنیم، مطالعهٔ این قبیل جامعه‌ها مشکلات خاص خود را دارد و چون ما هنوز در ابتدای راه هستیم فقط جامعه‌هایی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم که اندازهٔ آن‌ها متناهی باشد.



## بحث کلاسی

در زیر چند نمونه‌گیری مطرح می‌شود. علت تناسب یا عدم تناسب این نمونه‌ها را در کلاس به بحث بگذارید. همچنین روشی برای نمونه‌گیری مناسب ارائه دهید.

۱- موضوع مورد مطالعه: بررسی سطح نمرهٔ ریاضیات در دورهٔ دبستان.  
نمونه: دانش‌آموزان یکی از مناطق آموزش و پرورش که حرف اول اسم کوچکشان با «ذال» شروع می‌شود.

۲- موضوع مورد مطالعه: نظرسنجی در مورد اینکه کدام یک از زن و شوهر نقش مهم‌تری در ادارهٔ خانواده دارند.

نمونه: دبیران ریاضی دبیرستان‌های پسرانه شیراز.  
۳- موضوع مورد مطالعه: مطالعه آماری تعداد فرزندان هر خانواده در شهر تهران.

نمونه: ساکنین یکی از مناطق تهران که به تصادف انتخاب می‌شوند.  
۴- موضوع مورد مطالعه: رضایت مشتریان از محصولات یک کارخانه.  
نمونه: خانواده‌های کارکنان آن کارخانه.

## تمرین

۱- فرض کنید بخواهید میزان آلودگی هوا را در شهر خود بررسی کنید. جامعه را معرفی کرده و توضیح دهید که نمونه از این جامعه به چه صورتی انتخاب می‌شود.

۲- می‌خواهیم مدت زمانی را که طول می‌کشد تا افراد یک شهر از منزل به سر کارشان بروند، مطالعه کنیم، جامعه را معرفی کنید و دربارهٔ نمونه‌ای که باید انتخاب شود صحبت کنید.

۳- از یک تولیدکننده مرکبات می‌خواهید ۵۰ جعبه پرتقال بخرید. قبلاً می‌خواهید دربارهٔ اندازهٔ پرتقال‌ها مطمئن شوید. آیا بررسی پرتقال‌هایی که روی جعبه چیده شده است کفایت می‌کند؟

۴- از سه موضوع مورد مطالعه زیر دربارهٔ کلاسی که در آن درس می‌خوانید، کدام یک از تنوع بیش‌تری برخوردار است.

موضوع مورد مطالعه:

۱- معدل

۲- قد

۳- سن

در این تمرین، نمونه‌ای مربوط به بررسی کدام یک از ویژگی‌ها می‌تواند کوچک باشد؟  
۵- پنج خانوار از بین خانوارهای همکلاسی‌های خود انتخاب و تعداد افراد هر خانوار را تعیین کنید. با توجه به اطلاعات بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

— بیش‌تر خانوارها چند نفره هستند؟

— خانوارهایی که بیش‌ترین تعداد عضو را دارند در نظر بگیرید. این خانوارها چند نفره هستند؟  
قبل از این که اطلاعات را جمع‌آوری کنید حدس شما درباره‌ی پاسخ سؤال‌های بالا چیست؟  
پاسخ خود را یادداشت کنید و آن را با نتیجه حاصل از اطلاعات بالا مقایسه کنید. آیا جمع‌آوری اطلاعات بر اساس حدس و گمان نتایج مستندی به دست می‌دهد؟

۶- سن پدر ۸ نفر از همکلاسی‌های خود را بی‌رسید. حال به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

— چند نفر از آن‌ها بین ۲۰ تا ۳۵ سال سن دارند؟

— چند نفر از آن‌ها بین ۳۵ تا ۴۵ سال سن دارند؟

— چند نفر از آن‌ها بیش از ۴۵ سال سن دارند؟

قبل از اینکه سن دیران خود را بی‌رسید چه پاسخی برای سؤال‌های بالا داشتید، حال حدس خود را با این پاسخ‌ها مقایسه کنید و دلایل یکسانی و عدم یکسانی آن‌ها را جستجو کنید.

۷- ۱۵ نفر از همکلاسی‌های خود را انتخاب کنید و از آن‌ها درباره‌ی تعداد محصلین در خانوارشان سؤال کنید. این تعداد را یادداشت کنید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

— بیش‌ترین تعداد محصل در این خانوارها چقدر است؟

— بیش‌تر این خانوارها چند محصل دارند؟

۸- «خانواده‌ها کوچک‌تر شده‌اند. سال‌ها قبل متوسط تعداد فرزندان خانواده‌ها ۵ بوده است ولی اکنون ۲ است.» فرض کنید از شما خواسته شده تا یک نمونه ۱۰۰ تایی از خانواده‌ها را در نظر گرفته و درستی خبر فوق را تحقیق کنید. در این مطالعه: جامعه و نمونه را تعریف کنید.

۹- ترس از بی‌کاری برای بخشی از مردم وجود دارد. بررسی وضعیت شغلی کارمندان شاغل در یک شرکت خصوصی، نشان داد از هر ۵ نفر، ۱ نفر نگران از دست دادن شغل خود است. در این بررسی، جامعه و نمونه را مشخص کنید.

۱۰- «کارمندان بیمارستان‌ها ترجیح می‌دهند به جای نوبت روز، در نوبت شب کار کنند.»

نظر ۳۰ پرستار شاغل در نوبت شب چند بیمارستان راجع به کار کردن در نوبت شب پرسیده شد. پاسخ آن‌ها به قرار زیر است:

۱۱ نفر نوبت روز را ترجیح دادند. ۱۶ نفر نوبت شب را ترجیح دادند. ۲ نفر بی تفاوت بودند.

از این بررسی می‌توان دید که پرستاران ترجیح می‌دهند نوبت شب کار کنند. در این بررسی و نتیجه‌گیری چه ایرادهایی وجود دارد؟



## نمونه تصادفی

نمونه تصادفی ساده: کلاس خود را به عنوان جامعه آماری در نظر بگیرید. اندازه آن چقدر است؟ یک نمونه با اندازه ۸ از آن انتخاب کنید. چگونه این نمونه را انتخاب کردید؟ یکی از راه‌هایی که ممکن است به کار برده باشید، آن است که ۸ نفر اول را به ترتیب حروف الفبا از روی دفتر کلاس انتخاب کرده باشید. ممکن است ۸ نفری را که اطراف شما در کلاس می‌نشینند، انتخاب کرده باشید. بعضی مواقع ممکن است روش انتخاب نمونه مشکل‌ساز باشد. ابتدا یادآوری می‌کنیم که هدف ما از نمونه و مطالعه آن شناخت جامعه است. پس نمونه باید به‌قسمی انتخاب شود که بتواند «بیانگر» جامعه باشد. با این مقدمه فرض کنید بخواهید دربارهٔ قد هم‌کلاسی‌های خود مطالعه کنید. حال اگر افراد تیم بسکتبال کلاس را به‌عنوان نمونه انتخاب کرده باشید، نمونه خوبی دربارهٔ قد هم‌کلاسی‌های خود ارائه نکرده‌اید. آیا می‌توانید بگویید چرا؟ دلایل خود را توضیح دهید.

باید روش انتخاب نمونه به‌گونه‌ای باشد که :

- امکان انتخاب هر فرد به‌عنوان عضوی از نمونه امکان‌پذیر باشد.
- قبل از انتخاب نمونه، توانیم با اطمینان بیش‌تر دربارهٔ حضور و یا عدم حضور عده‌ای در نمونه قضاوت کنیم. به عبارت دیگر، هر فرد برای شرکت در نمونه همان‌قدر سهم داشته باشد که دیگران دارند.



نمونه‌ای که ویژگی‌های بالا را داشته باشد نمونه تصادفی ساده می‌گوییم و برای دستیابی به آن‌ها روش‌هایی ذکر شده است که یکی از آن‌ها استفاده از اعداد تصادفی است که ذیلاً توضیح می‌دهیم.

**اعداد تصادفی:** این عنوان شاید بنا بر آن‌چه که تا به حال خوانده‌ایم، درست نباشد و در واقع همچنین است چون ما عدد تصادفی نداریم. آن‌چه که در این عنوان نهفته است این است که ما عددی را از بین مجموعه‌ای از اعداد با اتکا به روش‌های تصادفی انتخاب کنیم. منظور از روش‌های تصادفی، یعنی روشی که این اطمینان را به ما بدهد که سهم انتخاب عددی از سایرین بیش‌تر و یا کم‌تر نیست. مثلاً اگر از فردی بخواهید که عددی طبیعی از بین اعداد ۱۰ تا ۱۵ انتخاب کند، به ندرت ممکن است عدد انتخاب شده ۱۳ باشد. زیرا اعتقادات مردم دربارهٔ این عدد به گونه‌ای است که کم‌تر ممکن است به آن توجه کنند و معمولاً در انتخاب، اعداد ابتدایی و انتهایی سهم کم‌تری برای انتخاب شدن دارند. پس انتخاب تصادفی به روشی که اراده و سابقه ذهنی انسان در آن دخیل باشد، عملی نیست. از این رو با برنامه‌نویسی‌هایی که در ماشین‌های حساب و کامپیوترها شده است، می‌توان به اعدادی که خارج از کنترل، سلیقه و سابقه ذهنی انسان‌ها باشد دسترسی پیدا کرد. ما ذیلاً به روش دست‌یابی به اعداد تصادفی در ماشین حساب می‌پردازیم.

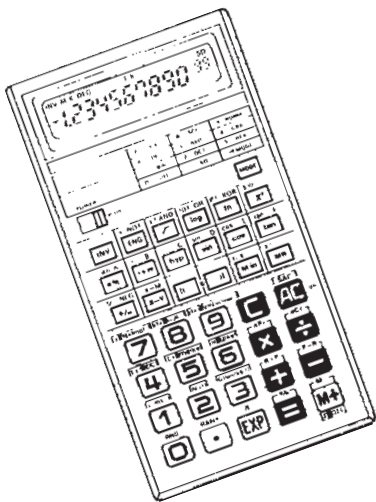
این روش در اکثر ماشین حساب‌ها یکسان به کار می‌رود. پس از روشن کردن ماشین حساب، دکمه INV (در برخی، دکمه SHIFT) را فشار دهید. سپس دکمه RAN# را فشار می‌دهیم. پس از انجام این اعمال، عددی مثلاً به صورت ۰/۳۵۷ در صفحه ماشین ظاهر می‌شود. حال اگر مراحل فوق را تکرار کنیم اعداد تصادفی دیگری به دست خواهد آمد. اعداد تصادفی که توسط ماشین حساب تولید می‌شوند همواره غیر منفی و کوچکتر از ۱ است.

فرض کنید عدد تصادفی انتخاب شده ۰/۲۷۳ باشد و اندازهٔ جامعه‌ای که می‌خواهیم از آن نمونه را انتخاب کنیم ۱۵۰ باشد. در این صورت:

$$0.273 \times 150 = 40.95$$

قسمت اعشاری عدد را حذف کرده و یک واحد به آن اضافه کنید. ۴۱، یکی از اعدادی است که از بین اعداد از ۱ تا ۱۵۰ به تصادف انتخاب شده است.

انتخاب نمونه: به مسئله انتخاب ۸ نفر از بین همکلاسی‌های خود باز می‌گردیم. تعداد افراد



کلاس را می‌دانید، مثلاً ۳۵ نفر. به این افراد می‌توانید خودتان یک شماره از ۱ تا ۳۵ اختصاص دهید و یا آن که همان شماره‌ای را که در دفتر کلاس دارند، در نظر بگیرید. حال با استفاده از ماشین حساب یک عدد تصادفی تولید کنید. مثلاً ۰/۱۲۴. در این صورت با ضرب این عدد در ۳۵ خواهیم داشت  $۰/۱۲۴ \times ۳۵ = ۴/۳۴$ . با حذف قسمت اعشاری و اضافه کردن ۱ به ۴ فرد شماره ۵ به‌عنوان عضوی از نمونه انتخاب خواهد شد. این عمل را ۸ بار تکرار می‌کنیم. جدول زیر اعداد تصادفی که توسط کامپیوتر تولید شده است را نشان می‌دهد.

جدول ۱

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
عدد تصادفی	۰/۴۹۶	۰/۳۹۹	۰/۹۴۳	۰/۱۰۸	۰/۵۹۳	۰/۱۹۹	۰/۹۷۷	۰/۲۹۸
$\times ۳۵$	۱۷/۳۶	۱۳/۹۶۵	۳۳/۰۰۵	۳/۷۸	۲۰/۷۵۵	۶/۹۶۵	۳۴/۱۹۵	۱۰/۴۳
شماره انتخاب شده	۱۸	۱۴	۳۴	۴	۲۱	۷	۳۵	۱۱

با ضرب کردن در ۳۵ اعداد تصادفی نامنفی و کوچکتر از ۳۵ به‌دست آمده است. بنابراین، نفرات به شماره‌های ۱۸، ۱۴، و ... ۱۱ اعضای نمونه شما را تشکیل خواهند داد. تذکر: ممکن است در تولید اعداد تصادفی این حالت پیش بیاید که دو شماره یکسان به‌دست آید. در این صورت از یکی از این اعداد صرف‌نظر کرده و عمل را یک بار بیش‌تر تکرار می‌کنیم تا در نهایت ۸ عدد متمایز داشته باشیم.

آن چه که از نمونه موردنظر ماست خود افراد یا اشیای انتخاب شده نیستند. قبلاً در تعریف جامعه گفتیم جامعه مجموعه‌اشیایی است که در یک یا چند موضوع مشترک باشند. نمونه که زیرمجموعه‌ای از جامعه است نیز این ویژگی را دارد. حال که نمونه را انتخاب کرده‌ایم، باید سراغ موضوعات مورد توجه برویم. مثلاً اگر بخواهیم قد افراد کلاس را مطالعه کنیم، باید به اندازه‌گیری قد آن‌ها بپردازیم.

## روش‌های جمع‌آوری داده‌ها

شما کلاس خود را به‌عنوان جامعه در نظر گرفتید ۸ نفر از همکلاسی‌های خود را به‌عنوان یک نمونه ۸ تایی با استفاده از اعداد تصادفی انتخاب کردید. موضوع مورد مطالعه شما قد همکلاسی‌ها بود. حال قد همکلاسی‌های خود را اندازه بگیرید. حاصل کار ۸ عدد خواهد بود. این اعداد را که حاصل اندازه‌گیری اعضای نمونه هستند، داده می‌گوییم.

نتایج حاصل از اندازه‌گیری و یا بررسی نمونه را داده می‌گوییم.



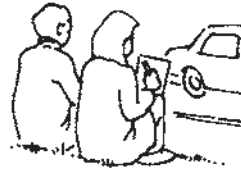
داده‌ها به چند طریق جمع‌آوری می‌شوند:

۱- استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده

۲- از طریق پرسش: مستقیماً از اشخاص (شفاهی، مصاحبه)

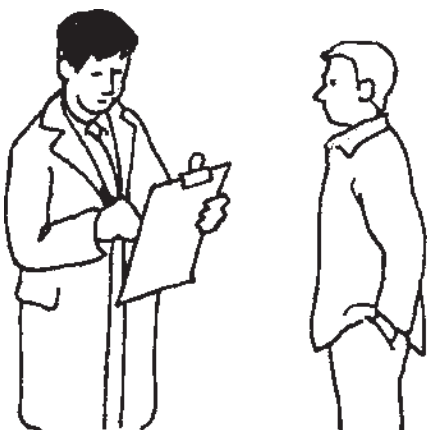
پرسش‌نامه کتبی

۳- از طریق مشاهده و ثبت وقایع



۴- از طریق انجام آزمایش





طراحی پرسش نامه: پرسیدن سؤال یکی از راه‌های متداول جمع‌آوری داده است که به دو صورت مصاحبه یا پرسش نامه کتبی می‌باشد. برای آن که مطمئن شویم از تمام افرادی که مورد بررسی هستند، سؤالاتی به طور یکسان پرسیده می‌شود، پرسش نامه‌ای به صورت کتبی تهیه می‌شود. از طرفی دیگر در مصاحبه اگر فرد مورد بررسی سؤال را به خوبی متوجه نشود مصاحبه‌گر می‌تواند توضیحات بیش‌تری بدهد.

– قبل از آن که هرگونه سؤالی نوشته شود، محتوای پرسش نامه باید سازمان‌دهی شود.

– هدف بررسی باید در نظر گرفته شود. چه می‌خواهید بدانید و چرا؟

– فهرستی از عناوینی که باید راجع به آن‌ها اطلاعات جمع‌آوری کنید، تهیه کنید.

– از جمع‌آوری داده‌ها و اطلاعات اضافی که مورد نیاز نمی‌باشند خودداری کنید.



– از سؤالات ساده و کاملاً واضح استفاده کنید. استفاده از عباراتی چون بزرگ، کوچک که معیار مشخصی ندارند خودداری کنید تا از سؤالات چند برداشت نشود.

سعی کنید از سؤالاتی که پاسخ آن‌ها «تا حد امکان» یک کلمه‌ای یا اعداد هستند استفاده شود. – در مورد سؤالاتی که پاسخ‌دهنده ممکن است نخواهد جواب دقیق بدهد مانند سن، درآمد

و ... از پاسخ‌های پیش‌آماده شده چون :

کمتر از ۱۶ سال

۱۶ الی ۲۵ سال

۲۶ الی ۳۵ سال

۳۶ الی ۴۵ سال

۴۶ الی ۵۴ سال

بالاتر از ۵۴ سال استفاده کنید.

– از سؤالات هدایت‌کننده استفاده نکنید. به‌طور مثال اگر می‌خواهید برنامه جدید مدرسه را بررسی کنید، هرگز نپرسید : نظرتان را راجع به برنامه کامل شده مدرسه بیان کنید. عبارت «برنامه کامل

شده» به طور غیرمستقیم در خواننده نظر مثبت القا می کند.

– سعی کنید از سؤالات با پاسخ‌های چندگزینه‌ای استفاده کنید.

– اگر جوابی نظر یا عقیده راجع به موضوع یا محصولی هستید، پاسخ‌ها را به صورت گزینه‌های

کمی یا کیفی سطح‌بندی شده انتخاب کنید. مانند: بسیار خوب

خوب

متوسط

ضعیف

بسیار ضعیف

– دستورالعمل کامل و واضح پاسخ‌گویی به پرسش‌نامه را ضمیمه کنید.

– در پایان پرسش‌نامه از پاسخ‌دهندگان تشکر کنید.

برای به انجام رساندن یک بررسی آماری باید پاسخ سؤالاتی زیر را بدانید:

- ۱- می‌خواهید چه چیزی پیدا کنید؟ چرا؟
- ۲- چه داده‌هایی را باید جمع‌آوری کنید؟ چگونه تصمیم می‌گیرید؟
- ۳- کدام راه، بهترین راه جمع‌آوری داده است؟ چرا؟ آیا به وسیله و ابزار خاصی نیاز دارید؟
- ۴- به چه مقدار داده نیاز دارید؟ چگونه تصمیم می‌گیرید؟
- ۵- داده‌های شما باید چقدر دقت داشته باشند؟ چرا؟ آیا می‌توانید داده‌هایتان را آزمایش کنید؟
- ۶- داده‌هایتان را چگونه ثبت می‌کنید؟ چرا این روش را انتخاب کردید؟
- ۷- داده‌ها را چگونه ارائه می‌کنید؟ چرا؟
- ۸- آیا داده‌ها از الگوی خاصی پیروی می‌کنند؟ داده‌ها بیان‌گر چه می‌باشند؟
- ۹- چه نتیجه‌گیری یا پیش‌گویی می‌توانید از داده‌ها بکنید؟ آیا می‌توانید نتیجه یا پیش‌گویی خود را آزمایش کنید؟

۱۰- آیا نتایج، با آنچه انتظار داشتید تطبیق دارد؟

۱۱- چگونه نتایج کار را ارائه می‌کنید؟ برای چه کسانی ارائه می‌کنید؟

۱۲- با توجه به نتایج به دست آمده، آیا می‌توانید سؤالات دیگری را نیز مورد بررسی قرار دهید؟

به نظر شما در مرحله جمع‌آوری داده به کدامیک از سؤالات فوق باید پاسخ داده شود؟



## فعالیت

ما معمولاً از یک مشکل زمانی آگاهی پیدا می‌کنیم که یک واقعه غیرقابل قبول یا غیرقابل انتظار گزارش داده شود و اگر این مشکل به اندازه کافی بزرگ باشد در روزنامه‌ها و یا دیگر وسایل ارتباط جمعی منعکس می‌شوند. به مثال زیر توجه کنید:

خبر زیر در یکی از روزنامه‌ها آمده است:

مادری با فرزندش مجبور شدند ۲۰ دقیقه صبر کنند تا از عرض یک اتوبان بگذرند.

اهالی اطراف یکی از بزرگراه‌ها از این که مجبورند زمان زیادی را منتظر بمانند تا با ایمنی از عرض اتوبان بگذرند خسته شده‌اند. این مشکل هفته گذشته به شهرداری منطقه پس از این که مادری مجبور شد ۲۰ دقیقه صبر کند تا با فرزندش از عرض اتوبان عبور کند، گزارش داده شد.....

فرض کنید، شما مسئول بررسی این مشکل هستید. ابتدا باید بدانید مشکل تا چه حد جدی است. سپس باید اطلاعاتی چون چند نفر در روز نیاز به عبور از عرض اتوبان در این محل دارند؟، به طور متوسط چند دقیقه باید صبر کنند تا به طور امن از عرض اتوبان بگذرند؟، آیا همیشه عبور از عرض اتوبان مشکل است یا گاه‌گاه؟، ... جمع‌آوری کنید.

پرسش‌نامه‌ای طرح کنید تا بتوانید این اطلاعات را جمع‌آوری کنید. (آیا به جز پرسش‌نامه می‌توان از روش دیگری استفاده کرد؟)

جامعه در این بررسی چیست؟ و نمونه خود را چگونه انتخاب می‌کنید.

چه راه‌حلهایی برای رفع این مشکل پیشنهاد می‌کنید؟

## تمرین

- ۱- یک نمونه ۸ تایی از بین اعداد ۱ تا ۶۲۵ انتخاب کنید.
- ۲- یک نمونه ۶ تایی از بین اعداد طبیعی ۲۳ تا ۷۸ انتخاب کنید.
- ۳- مجموعه افراد فامیل درجه اول و درجه دوم خود را بنویسید و آن‌ها را شماره‌گذاری کنید. سپس یک نمونه ۴ تایی از این جامعه انتخاب کنید.
- ۴- موضوع‌های زیر را در نظر بگیرید. درباره بهترین روش جمع‌آوری داده برای آزمایش این فرضیه‌ها تصمیم بگیرید:

- بیش تر مردم فکر می کنند «حداکثر سرعت در اتوبان ها باید تعیین شود».
- آبی، رنگ مورد علاقهٔ بیش تر مردم برای ماشین است.
- در زمان مطالعه گوش دادن به موسیقی کلاسیک به یادگیری کمک می کند.
- بیش تر تصادفات اتومبیل ها را رانندگان با سن کم تر از ۲۵ سال موجب می شوند.
- رژیم گرفتن، موجب کاهش هوش می شود.
- ۵- دو موضوع بررسی برای هر یک از روش های جمع آوری داده بیان کنید.
- از طریق مصاحبه
- از طریق مشاهده
- از طریق مطالعهٔ داده های از پیش تهیه شده
- از طریق آزمایش

## پروژه

- روی موضوعات زیر فکر کنید. برای هر موضوع که انتخاب می کنید، فهرستی از فرضیات در نظر بگیرید. یک پرسش نامه یا آزمایش طراحی کنید. نمونه ای برای بررسی انتخاب کنید و پرسش نامه را توزیع کنید. گزارشی از چگونگی و روش جمع آوری داده های خود تهیه کنید.
- اثر آلودگی روی کیفیت زندگی
  - در دسترس بودن پارک های بازی کودکان اطراف محل زندگی تان
  - زمانی را که کودکان در گروه های سنی مختلف صرف تماشا کردن تلویزیون می کنند.
  - آزمون هایی که در بعد از ظهر برگزار می شوند نتیجه بهتری از آزمون هایی که صبح ها برگزار می شوند دارند.
  - گل ها هر چه نور خورشید بیش تری دریافت کنند، سریع تر رشد می کنند.
  - هر چه وزن بیش تر باشد، سریع تر می توان وزن کم کرد.
  - گوش دادن به موسیقی کلاسیک، یادگیری را افزایش می دهد.
  - دانش آموزانی که نمره ریاضی بالاتر از ۱۸ دارند، نمره ادبیات بالای ۱۸ کسب می کنند.



و اگر به دیده دل بنگری بدانچه از بهشت برایت ستایند، دل برکنی از آنچه در دنیاست، هر چند بدیع و زیباست؛ از خواهش‌های نفسانی، و خوشی‌های زندگانی و منظره‌های آراسته. و فکر تو درمی‌ماند در آهنگ و آوای شاخه‌ها و برگ‌های درختان که در کنار نهرهای بهشتی است، و در آویختن خوشه‌های لؤلؤ آبدار بر شاخه‌های آن درختانی که ریشه‌های آن در پشته‌های مشک‌نمان است و رُستن این میوه‌های گوناگون، در غلافها و پوشش‌های درون. شاخه‌ها بی‌رنجی خم گردد و چنانکه چیننده آن خواهد در دسترس او بود. خدای به رحمت خود، ما و شما را از آنان گرداند که به دل کوشد تا خود را به منزل‌های نیکوکاران رساند.



## متغیرهای تصادفی

### مقدمه

تلویزیون یکی از رسانه‌های دیداری است که نقش بزرگی در فرهنگ هر جامعه‌ای دارد. تأثیر تلویزیون در آموزش مدرسه‌ای یک مسئله مهم است که می‌توان به کمک آمار آن را بررسی کرد. معلم بررسی نقش تلویزیون در تحصیل دانش‌آموزان را به‌عنوان پروژه گروهی پیشنهاد کرد. یک گروه از دانش‌آموزان روی این مسئله کار کردند. با هم روند کار علی یکی از اعضای گروه را مرور می‌کنیم:

علی برنامه‌های شبکه‌های سیمای جمهوری اسلامی ایران را به ۱۰ دسته تقسیم نمود که عبارتند از: فرهنگی و اجتماعی، ورزشی و تفریحات سالم، معارف اسلامی، اطلاعات عمومی، هنر و ادب، سیاسی، اقتصادی، علم و فن، ارزش‌های دفاع مقدس، و در آخر برنامه‌های تاریخی. او با یک نمونه‌گیری از برنامه‌های سه ماه متوالی، تعداد ساعتی را که هر شبکه به هر یک از موضوعات بالا اختصاص داده است، تخمین زد. علی برای این که مطمئن شود تعداد اعضای نمونه او کافی بوده است، بار دیگر نمونه‌ای به همان تعداد اول گرفت و نتایج به دست آمده را با نتایج اولیه مقایسه کرد. چون این نتایج اختلاف چندانی نداشتند نتیجه گرفت که نمونه او به تعداد کافی عضو داشته که بتواند نمایانگر تمام برنامه‌های تلویزیون باشد. اما این سؤال برای او پیش آمد که چرا نتایج دو نمونه‌گیری او «دقیقاً» منطبق بر هم نیستند؟ ما می‌دانیم که اطلاعات هر عضو نمونه، متغیری است که به عمل تصادفی نمونه‌گیری بستگی دارد. به همین دلیل موضوع مورد مطالعه را متغیر تصادفی می‌گوییم. چون مقدار آن پس از یک آزمایش تصادفی به دست می‌آید.

آنچه بین نتایج دو نمونه‌گیری تصادفی مناسب مشترک است الگوهای آماری است که در هر دو نمونه برقرار هستند. نتایج دو نمونه‌گیری تصادفی هرگز دقیقاً مساوی نیستند. حال دقت کنید به این که آیا علی واقعاً موضوع مورد سؤال را بررسی کرده است؟ بهتر بود علی پیش از جمع‌آوری داده‌ها با هم گروهی‌های خود مشورت می‌کرد!



در زیر میزان تولید برنامه در شبکه‌های سیمای جمهوری اسلامی ایران به نقل از گزارش‌های سالانه مرکز آمار آورده شده است.

جدول ۱ - میزان تولید برنامه در شبکه‌های سیمای جمهوری اسلامی ایران (ساعت)

شبکه پنجم (تهران)	شبکه چهارم	شبکه سوم	شبکه دوم	شبکه اول	جمع	سال و برنامه
۱۳۴۴	۱۱۴۱	۳۵۳۹	۲۵۹۶	۳۱۶۰	۱۱۸۷۶	۱۳۷۶ .....
۵۹۴	۲۸۳	۱۱۲۳	۹۷۵	۱۸۳۱	۴۸۰۵	فرهنگی و اجتماعی .....
۳۶	۰	۲۰۷۶	۴۶۳	۲۱۰	۲۷۸۴	ورزش و تفریحات سالم .....
۶۳	۲۳۷	۱۰۴	۲۹۹	۲۵۷	۹۶۰	معارف اسلامی .....
۱۹۳	۲۰۹	۱۸۱	۴۲۶	۲۰۱	۱۲۰۹	اطلاعات عمومی .....
۲۸۵	۱۰۲	۱۸	۱۰۶	۰	۵۱۰	هنر و ادب .....
۲۸	۵۵	۲۹	۱۶۷	۱۷۲	۴۵۰	سیاسی .....
۸۷	۱۳۷	۰	۵۴	۱۵۹	۴۳۷	اقتصادی .....
۹	۱۹۷	۰	۷۰	۴۲	۳۱۸	علم و فن .....
۲۳	۲۰	۸	۲۷	۲۲۹	۳۰۷	ارزش‌های دفاع مقدس ...
۲۶	۱	۰	۹	۵۹	۹۶	تاریخی .....

### متغیر تصادفی

در فصل قبل با جامعه آماری و نمونه آشنا شدید. دیدیم برای آن که نمونه بتواند بیان‌گر جامعه باشد، باید به دور از نظر شخصی و سلیقه‌های فردی انتخاب شود، و برای این منظور از اعداد تصادفی استفاده کردیم و گفتیم حال که نمونه به دست آمده است، باید موضوع و یا موضوعات مورد نظر را بررسی کنیم. این موضوع و یا موضوعات را **متغیر تصادفی** می‌نامیم. تا به حال با متغیرهای تصادفی زیادی سروکار داشته‌اید بدون آن که آن‌ها را با این نام بشناسید. قد دانش‌آموزان یک کلاس، سابقه کار دبیران ریاضی مدرسه شما، تعداد بیماران مراجعه‌کننده به یک درمانگاه، میزان درآمد افراد، تعداد کلماتی که در هر بیت از غزل‌های حافظ به کار رفته است، متغیرهای تصادفی هستند. حتی رنگ چشم افراد و یا گروه خونی متغیرهای تصادفی هستند. مثال‌های دیگری از متغیرهای تصادفی عبارتند از:

- درجه حرارت هوا در ساعت ۱۰ صبح روزهای آبان ماه سال جاری.
- تعداد افراد خانواده همکلاسی‌های شما.

– مرحله زندگی افرادی که برای گردش به یک پارک محلی آمده‌اند (مراحل زندگی عبارت است از: نوزادی، کودکی، نوجوانی، جوانی، میان‌سالی و پیری).

– گروه خونی همکلاسی‌های شما.

برخی از متغیرها قابل اندازه‌گیری‌اند، مانند قد، وزن، درجه حرارت، درآمد خانوار، میزان بارندگی در سال در یک منطقه، میزان آلودگی هوا، شدت زلزله و غیره. آن‌چه که در این متغیرها مهم است آن است که اگرچه ما نمی‌دانیم که مقدار حاصل از اندازه‌گیری چه قدر خواهد شد ولی می‌دانیم عدد حاصل در مجموعه‌ای خواهد بود. مثلاً قد نوجوانان می‌تواند از ۱۲۰ سانتی‌متر شروع و به ۲۰۰ ختم شود. درجه حرارت در منطقه‌ای در فصل معینی باز دامنه معلومی دارد.

برخی دیگر از این متغیرها قابل شمارشند. مانند تعداد افراد خانواده، تعداد زنبورهای یک کندو، تعداد غایبین کلاس، تعداد تصادف‌های رانندگی در یک روز و در یک شهر، تعداد اتومبیل‌هایی که در یک روز به علت تخلف رانندگی جریمه شده‌اند و تعداد تخم‌مرغ‌هایی که فردی در طول یک ماه مصرف می‌کند. این قبیل متغیرها مانند حالت قبل این ویژگی را دارند که اگرچه تعداد مورد نظر از قبل برای ما معلوم نیست ولی می‌توانیم محدوده‌ای برای آن مشخص کنیم.

برخی از دیگر متغیرها قابل اندازه‌گیری نیستند مانند گروه خونی، بلکه این متغیرها به نوع و یا دسته خاصی تعلق دارند، در این‌جا هم اگرچه از قبل نمی‌توانیم بگوییم که گروه خونی افراد انتخاب شده کدام نوع خواهد بود ولی مجموعه‌ای انواع گروه خونی برای ما معلوم است (A, B, AB و O) مثال‌های دیگری از انواع متغیرهای غیرقابل اندازه‌گیری عبارتند از: کشت که ممکن است یکی از دو نوع دیم و یا آبی باشد، جنسیت افراد که ممکن است یکی از دو نوع زن و یا مرد باشد، کیفیت کالای تولید شده به وسیله کارخانه‌ای که ممکن است سالم و یا معیوب باشد، فردی از یک شهر ممکن است باسواد و یا بی‌سواد باشد و یا همچنین این فرد ممکن است شغل دولتی داشته باشد و یا شغل آزاد.



همان طوری که دیدیم متغیرها عموماً از دو نوع بودند یکی متغیرهایی که اندازه گیری می شدند و عدد به آن ها نسبت داده می شد که این متغیرها را متغیرهای کمی می گوئیم.

مثال هایی از متغیرهای کمی عبارتند از: وزن، فاصله، طول، جمعیت، خسارت مالی ناشی از تصادفات، تعداد کسانی که در یک کلاس معدل بالای ۱۵ دارند، تعداد درس هایی که شما بالاتر از ۱۵ دارید. از ویژگی های یک متغیر کمی آن است که می توانیم افراد را از نظر این متغیر مقایسه کنیم.

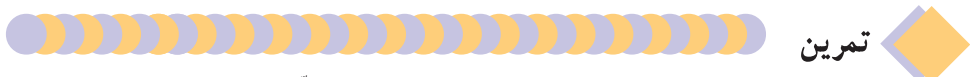
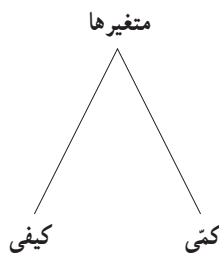
### متغیرهای کمی متغیرهایی هستند که قابل اندازه گیری اند.

نوع دیگری از متغیرها، آن هایی هستند که اندازه گیری نمی شوند، فقط نوع آن ها تعیین می شود، مانند گروه خونی، کشت و مراحل زندگی یک فرد که این نوع متغیرها را متغیرهای کیفی می گوئیم.

### متغیرهای کیفی متغیرهایی هستند که قابل اندازه گیری نیستند.

بنابراین ما متغیرها را از نظر این که قابل اندازه گیری باشند و یا نباشند به صورت زیر دسته بندی

کردیم.



تمرین

۱- چهار متغیر تصادفی نام ببرید و نوع هر یک را از نظر کمی و کیفی بودن تعیین کنید.

۲- فهرستی از متغیرهای تصادفی که روزانه با آن ها سروکار دارید تهیه کنید. آیا در این فهرست حجم غذای مصرفی را منظور کرده اید، آیا میزان کالری دریافتی از این غذا را در نظر گرفته اید، میزان پروتئین را چطور؟ مدتی را که صرف تماشای تلویزیون می کنید ثبت کرده اید، مدتی را که به ورزش می پردازید، مدتی را که به مطالعه درس های فردا می پردازید، مدتی را که مطالعه آزاد می کنید و... به نظر می رسد این فهرست بی انتها می باشد. ما به وسیله متغیرهای تصادفی زیادی احاطه شده ایم.

انواع متغیرهای تصادفی: در بخش قبلی متغیرهای تصادفی معرفی شدند و آن‌ها را به دو دسته عمده کمی و کیفی تقسیم کردیم. اگر مثال‌های مربوط به متغیرهای کمی را در نظر بگیرید ملاحظه خواهید کرد که بعضی از این متغیرها می‌توانند هر مقداری بین دو عدد را اختیار کنند، مثلاً وزن. اگر وزن فردی در کلاس شما ۶۰ کیلو و وزن یکی دیگر ۶۶ کیلو باشد، هر عددی را که بین ۶۰ و ۶۶ در نظر بگیرید (اعم از طبیعی و یا غیرطبیعی) دلیلی نداریم که وزن فردی نتواند برابر آن مقدار باشد. یعنی وزن می‌تواند به‌طور پیوسته تمام مقادیر واقع در بازه‌ای را بگیرد. این قبیل متغیرها را متغیرهای کمی پیوسته می‌گوییم.

متغیر پیوسته، یک متغیر کمی است که اگر دو مقدار  $a$  و  $b$  را بتواند اختیار کند هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند.

در مقابل، متغیرهای کمی دیگری هستند که ویژگی بالا را ندارند، مثلاً تعداد غایبین کلاس که ممکن است امروز ۵ نفر و دیروز ۳ نفر باشد، در این کلاس ممکن است روزی تعداد غایبین برابر ۴ نفر باشد ولی نمی‌تواند این تعداد برابر  $4/5$  شود. این قبیل متغیرها را متغیرهای کمی گسسته می‌گویند.

به متغیر کمی که پیوسته نباشد، گسسته می‌گوییم.

معمولاً متغیرهای گسسته از نوع تعداد هستند مانند تعداد تصادفات، تعداد کالاهای سالم، تعداد روزهای بارانی در یک شهر و غیره، ولی ممکن است متغیرهایی نیز مثال زد که از نوع تعداد نباشند. مثلاً در ساختمان‌سازی، معمولاً ساختمان را در چند طبقه بنا می‌کنند ولی گاهی اوقات ممکن است یک طبقه را کامل نسازند که در این صورت به آن نیم طبقه گفته می‌شود. از این رو اصطلاح «ساختمانی در دو و نیم طبقه و یا سه و نیم طبقه» رایج است، در این صورت اگر متغیر تصادفی شما تعداد طبقات باشد، این متغیر مقادیر ۱ و  $1/5$  و ۲ و  $2/5$  و غیره را می‌تواند اختیار کند.

– بیش‌تر میوه‌ها بر اساس وزن که یک متغیر پیوسته است خرید و فروش می‌شوند. میوه‌هایی را مثال بزنید که بر اساس وزن خرید و فروش می‌شوند.

متغیرهای کیفی را نیز می‌توان به دو دسته تقسیم کرد. قبلاً در ویژگی‌های متغیرهای کمی گفتیم که می‌توانیم افراد را از نظر متغیرهای کمی مقایسه کنیم. مثلاً بگوییم فردی از فرد دیگری بلند قدتر است، سنگین‌تر است، این کلاس بیش‌تر از کلاس دیگر غایب دارد. امروز آلودگی هوا کم‌تر از دیروز است و غیره.

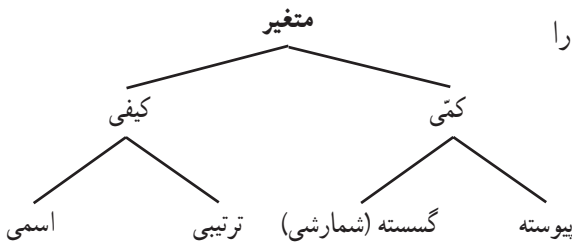
اما چنین مقایسه‌ای را به‌وسیله متغیرهای کیفی نمی‌توانیم انجام دهیم، دو فرد از نظر گروه

خونی مقایسه نمی‌شوند فقط می‌توان گفت که آیا این دو از نظر گروه خونی یکی هستند یا خیر. علت این امر در این است که در اعداد رابطه بزرگ تری و کوچک تری تعریف شده است اما مثلاً در گروه خونی چنین رابطه‌ای وجود ندارد. اما بعضی از متغیرهای کیفی از نوعی ترتیب طبیعی برخوردارند مثلاً مراحل زندگی که در آن مسلماً نوزادی قبل از کودکی، کودکی قبل از نوجوانی و الی آخر است و یا مراحل تحصیل که در آن‌ها دبستان قبل از راهنمایی و راهنمایی قبل از دبیرستان و غیره است. این قبیل متغیرها را متغیرهای کیفی ترتیبی می‌گوییم.

متغیرهایی کیفی‌ای که در آن‌ها نوعی ترتیب طبیعی وجود دارد متغیرهای کیفی ترتیبی می‌گوییم.

متغیرهایی کیفی نیز وجود دارند که در آن‌ها این ترتیب ملاحظه نمی‌شود، مانند گروه خونی، RH، خون. این قبیل متغیرها را متغیر کیفی اسمی می‌گوییم.

متغیر کیفی که ترتیبی نباشد متغیر کیفی اسمی می‌گوییم.



حال می‌توانیم تقسیم‌بندی متغیرها را به صورت روبرو تکمیل کنیم.

- غیر از مثال‌های ارائه شده در متن، برای هر یک از انواع متغیرها مثالی ارائه کنید.
- چند متغیر کیفی در توصیف میوه‌ها نام ببرید.





۱- کدام یک از متغیرهای زیر گسسته و کدام یک پیوسته‌اند؟

- تعداد مکالمات تلفنی یک اداره در یک روز.
- طول مکالمات تلفنی یک اداره.
- تعداد نامه‌های یک صندوق.
- وزن نامه‌های موجود در یک صندوق.
- زمانی که یک بیمار در اتاق انتظار مطب یک پزشک منتظر است.
- تعداد بیماران مراجعه‌کننده به یک پزشک در طول روز.

۲- کدام یک از متغیرهای زیر کمی و کدام یک کیفی هستند؟

- نوع تلفن مورد استفاده شهروندان (تلفن سیار و یا تلفن ثابت).
- جنسیت افراد یک شهر (زن، مرد).
- میزان تحصیلات افراد یک شهر (دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد، دکترا).
- وضع سواد (باسواد، بی‌سواد).
- وضعیت مسکن (صاحب مسکن، بدون مسکن ملکی).
- میزان اجاره پرداختی به‌وسیله شهروندان.
- میزان پرداخت مالیات سالانه ساختمان‌های مسکونی.
- میزان آلودگی هوا.
- میزان بارندگی در یک شهر در طول سال.

۳- نوع هر یک از متغیرهای زیر را مشخص کنید :

- رنگ اتومبیل‌های موجود در یک نمایشگاه اتومبیل.
- مقاومت یک ترانزیستور.
- گنجایش آب یک تانکر.
- تعداد شکایات رسیده شده به یک پاسگاه پلیس.
- درآمد دانشجویان شاغل به کار.
- وضعیت تأهل کارمندان یک شرکت.
- سن دانشجویان شرکت‌کننده در یک دوره هنری.

۴ - کدام یک از نمونه‌گیری‌های زیر، یک نمونه‌گیری تصادفی است؟ در هر یک جامعه و نمونه را مشخص کنید.

- با تمام پلیس‌های یک پاسگاه پلیس برای پیدا کردن نظر پلیس‌های این پاسگاه راجع به تخلفات مصاحبه شد.
- با بچه‌هایی که وارد یک پارک بازی می‌شدند پنج در میان مصاحبه شد تا وسیله بازی مورد علاقه کودکان را مورد بررسی قرار دهیم.
- برای بررسی pH شامپوهای تولیدی یک کارخانه، شامپوها را صد در میان مورد آزمایش قرار دادیم.

۵ - برای تحقیقات و بررسی‌های زیر جامعه را مشخص کرده و روش نمونه‌برداری پیشنهاد کنید.

- پیدا کردن درصد بیکاران استان مازندران.
- مردان کدام شامپو را بیش‌تر ترجیح می‌دهند.
- ۶ - می‌خواهیم مدت زمانی را که دانش‌آموزان کلاس شما در طول یک هفته صرف مطالعه کتاب‌های غیردرسی می‌کنند بررسی کنیم.

- در این بررسی جامعه را مشخص کنید.
- یک روش نمونه‌گیری برای انتخاب نمونه معرفی کنید.
- از چه روشی برای جمع‌آوری اطلاعات استفاده می‌کنید.
- برای این بررسی یک نمونه مشخص کنید.
- اندازه این جامعه چه قدر است؟
- اندازه نمونه مورد بررسی چه قدر است؟ آیا این تعداد برای بررسی مورد نظر مناسب است؟ در صورت مناسب نبودن، روش نمونه‌برداری و نمونه خود را اصلاح کنید.
- متغیر مورد مطالعه در این مسئله چیست؟ توضیح دهید.
- متغیر مورد مطالعه از چه نوعی است؟

## پروژه

با افزایش جمعیت و با توجه به محدود بودن منابع آب، ضرورت صرفه‌جویی در مصرف آب احساس می‌شود. برای مطالعه در این مسئله مدلی را معرفی کنید.

## لقمان و مرد پیاده



روزی لقمان در کنار چشمه‌ای نشسته بود. مردی که از آنجا می‌گذشت از لقمان پرسید: چند ساعت دیگر به ده بعدی خواهیم رسید؟ لقمان گفت: راه برو. آن مرد پنداشت که لقمان نشنیده است. دوباره سؤال کرد: مگر نشنیدی؟ پرسیدم چند ساعت دیگر به ده بعدی خواهیم رسید؟ لقمان گفت: راه برو. آن مرد پنداشت که لقمان دیوانه است و رفتن را پیشه کرد. زمانی که چند قدمی راه رفته بود، لقمان به بانگ بلند گفت: ای مرد، یک ساعت دیگر بدان ده خواهی رسید. مرد گفت: چرا اول نگفتی؟ لقمان گفت: چون راه رفتن تو را ندیده بودم، نمی‌دانستم تند می‌روی یا کند. حال که دیدم دانستم که تو یک ساعت دیگر به ده خواهی رسید.

در این داستان ساده و قدیمی تمام اصول آماری رعایت شده است.

**جامعه؛** مجموعه افرادی است که از محل زندگی لقمان به ده می‌روند.

**متغیر تصادفی؛** مدت زمانی که طول می‌کشد تا فردی به ده برسد.

**نمونه؛** این مرد نمونه‌ای از جامعه افرادی است که به ده می‌روند و چند قدمی که مرد راه می‌رود

نمونه‌ای است از جامعه قدمهای فرد تا شهر تا لقمان بتواند سرعت شخص را تخمین بزند.

نکته ظریف این داستان این است که لقمان فقط می‌گوید، راه برو و توضیح دیگری نمی‌دهد.

لقمان نمی‌گوید که می‌خواهم راه رفتن تو را ببینم تا از روی آن بگویم چه مدت طول می‌کشد تا به ده برسی. زیرا لقمان فکر می‌کند این اطلاع ممکن است در راه رفتن آن مرد اثر بگذارد و در نتیجه سرعتی که لقمان تخمین می‌زند، سرعت واقعی راه رفتن آن فرد نباشد و در نتیجه زمانی را که تخمین خواهد زد، مدت زمان دقیقی نباشد.