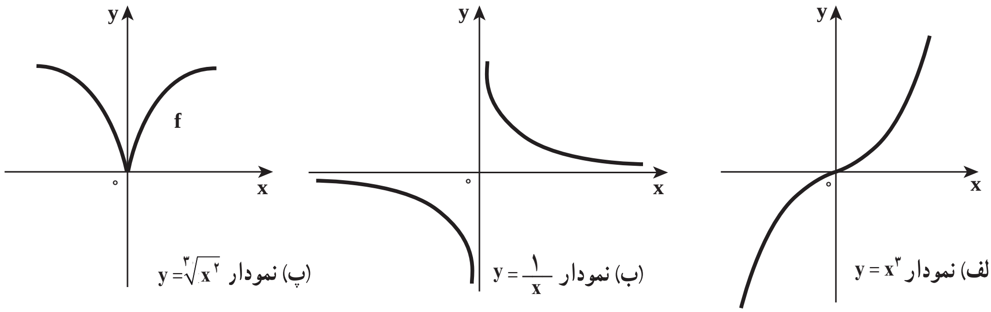
رایانه‌ها با یافتن نقاط بیشتری از توابع نمودار نسبتاً دقیق‌تری از توابع مربوطه به‌دست می‌دهند.

اکنون که مفهوم مشتق و شگردهای مربوط به آن را در بخش‌های پیشین بیان کردیم، به کمک آن می‌توانیم به آسانی رفتار بسیاری از توابع را مشخص کرده و حتی بدون رسم نمودار هندسی خواص آن را تعیین کنیم. برای نمونه با استفاده از حد تابع، پیوستگی، مجانب‌ها، مشتق و کاربرد آن، می‌توان نمودار هندسی توابع زیر را با دقت بیشتری در صفحهٔ مختصات رسم کرد.

الف) تابع f با ضابطه $y = x^۳$ در تمام نقاط دامنه‌اش پیوسته است و $\lim\limits_{x\to +\infty} x^۳ = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to -\infty} x^۳ = -\infty$ و شیب‌های خط مماس در تمام نقاط $x \neq ۰$، مثبت‌اند و در $x=۰$ شیب مماس بر منحنی صفر است در نتیجه نمودار تابع در مبدأ بر محور طول‌ها مماس است.

در بازه $(۰ , +\infty)$، $f''(x) = ۶x > ۰$، پس تقعر منحنی در این بازه رو به بالا است و در بازه $(-\infty , ۰)$ ، $f''(x) < ۰$، پس تقعر منحنی در این بازه رو به پایین است بنابراین (۰و۰) نقطه عطف تابع است. (شکل ۳ـ۵۶ قسمت الف)



(الف) نمودار $y = x^۳$ (ب) نمودار $y = \frac{۱}{x}$ (پ) نمودار $y = \sqrt[۳]{x^۲}$

شکل ۳ـ۵۶

ب) تابع f با ضابطه $y = \frac{۱}{x}$ در $x=۰$ تعریف نشده است و $\lim\limits_{x\to ۰^+} \frac{۱}{x} = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{۱}{x} = -\infty$ ، پس خط $x=۰$ مجانب قائم تابع است و $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{۱}{x} = ۰$ ، $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{۱}{x} = ۰$ پس خط $y=۰$ مجانب افقی تابع است در بازه $(۰ , +\infty)$، $f''(x) = \frac{۲}{x^۳} > ۰$ و تقعر منحنی در این بازه رو به شکل ۳ـ۵۶ است در بازه $(-\infty$ و $۰)$، $f''(x) < ۰$ و تقعر منحنی در این بازه رو به پایین است (شکل ۳ـ۵۶ قسمت ب را ببینید)

پ) تابع f با ضابطه $y = \sqrt[۳]{x^۲}$ در IR پیوسته است و $\lim\limits_{x\to ۰^+} \frac{f(x) - f(۰)}{x - ۰} = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{f(x) - f(۰)}{x - ۰} = -\infty$ پس نمودار تابع در $x=۰$ نقطهٔ بازگشتی دارد و در این نقطه تابع مشتق‌پذیر نیست و (۰و۰) نقطه مینیمم نسبی و در این نقطه مینیمم مطلق خود را می‌گیرد.

در بازه $(-\infty , \circ)$، $f''(x) = \frac{-۲}{۹x\sqrt[۳]{x}} < \circ$ ، و تقعر منحنی در این بـازه رو بـه پایین است. و در بازه $(\circ , +\infty)$، $f''(x) < \circ$ و تقعر منحنی در این بازه رو به پایین است. (شکل ۳ــ۵۶ قسمت پ را ببینید.)

تاکنون اکثر موارد مربوط به رسم نمودارها را بررسی کرده‌ایم : دامنه تابع، تقارن، حد و پیوستگی، مجانب‌ها، مشتق و مماس، نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی و مطلق، صعودی و نزولی بودن تابع در یک بازه، جهت تقعر و نقاط عطف منحنی. همهٔ این اطلاعات را به شرح زیر جمع‌بندی کرده تا بتوانیم با استفاده از آنها نمودار تابع را با دقت نسبتاً خوبی رسم کنیم.

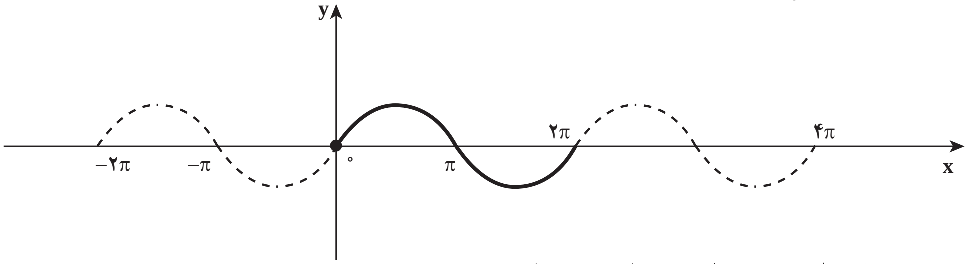
الف) دامنه تابع را مشخص می‌کنیم.

ب) تقارن

۱) اگر تابع زوج باشد، نموار نسبت به محور y تقارن دارد. بنابراین کافی است ابتدا نمودار را به ازای $x \geq \circ$ رسم کنیم و سپس قرینهٔ آن را نسبت به محور y پیدا کنیم تا نمودار تابع کامل شود.

۲) اگر تابع فرد باشد،نمودار نسبت به مبدأ تقارن دارد. در این حالت نمودار را به ازای $x \geq \circ$ رسم کرده و سپس قرینهٔ آن را نسبت به مبدأ مختصات پیدا می‌کنیم تا نمودار تابع کامل شود.

۳) اگر تابع f متناوب و با دوره تناوب اصلی T باشد. ابتدا نمودار تابع را در یک دوره تناوب مثلاً در بازه $[\circ,T]$ یا $[\alpha , \alpha+T]$ رسم می‌کنیم و اگر بدانیم نمودار تابع در بازه‌ای به طول T چه شکلی است، آن وقت می‌توانیم کل نمودار را با انتقال رسم کنیم. مانند شکل زیر برای تابع $f(x) = \sin x$ با دوره تناوب اصلی $T=۲\pi$



پ) نقطه برخورد با محورهای مختصات

ت) مجانب‌های قائم و افقی و مایل تابع را در صورت وجود پیدا می‌کنیم.

ث) بازه‌هایی که تابع در آنها صعودی یا نزولی است، پیدا می‌کنیم (با استفاده تعیین علامت $f'(x)$ در بازه‌های بدست آمده)

ج) نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی را پیدا می‌کنیم (نقاط بحرانی درون بازه را پیدا کرده و از آزمون مشتق اوّل استفاده کرده تا نقاط ماکسیمم و یا مینیمم نسبی تابع به‌دست آیند)

چ) تقعر و نقطه‌های عطف تابع f را به‌کمک $f''(x)$ و آزمون تقعر مشخص می‌کنیم.

ح) تنظیم یک جدول به‌نام جدول رفتار تابع که کلیه اعمال انجام شده در قسمت‌های بالا در آن درج شده باشد.

خ) رسم نمودار تابع با استفاده از اطلاعات قسمت‌های الف تا چ و یا با استفاده از جدول رفتار تابع

مثال: جدول رفتار و نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=3x^3-9x$ را رسم کنید.

حل: دامنه تابع مجموعه اعداد حقیقی است و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$، $(0,0)$ نقطه برخورد نمودار تابع با محور y است و $(0,0)$ و $(-\sqrt{3},0)$ و $(\sqrt{3},0)$ نقاط برخورد نمودار تابع با محور x هستند. از طرفی مشتق تابع برابر است با $f'(x)=9x^2-9$ به ازای $x<-1$ ، $f'(x)>0$ و به ازای $-1<x<1$ ، $f'(x)<0$ و به ازای $x>1$ ، $f'(x)>0$ در بازه‌هایی که $f'(x)>0$ ، تابع صعودی اکید است و در بازه‌هایی که $f'(x)<0$ ، تابع نزولی اکید است.

با $f'(x)=0$ داریم $x=-1$ و $x=1$ که نقاط بحرانی تابع‌اند. چون f' در $x=-1$ از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، لذا بنابر آزمون مشتق اوّل $(-1, 6)$ نقطه ماکسیمم نسبی تابع است.و f' در $x=1$ از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد، پس بنابر آزمون مشتق اوّل، $(1, -6)$ نقطه مینیمم نسبی است.

مشتق دوم تابع f برابر است با

$$f''(x)=18x$$

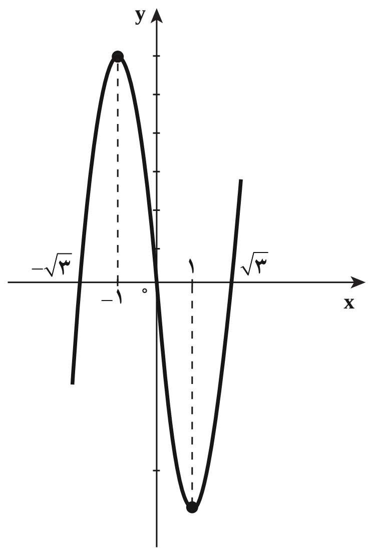
به ازای هر $x>0$ ، $f''(x)>0$ و به ازای هر $x<0$ ، $f''(x)<0$ و به ازای $x=0$ ، $f''(x)=0$

منحنی تابع در بازه $(-\infty, 0)$ تقعرش روبه پایین است. و در بازه $(0, +\infty)$ تقعر منحنی رو به بالا است. و در نقطه $(0, 0)$مماس وجود دارد با شیب $m=f'(0)=-9$ پس $(0, 0)$ نقطه عطف منحنی است.

نتیجه محاسبات و اعمال فوق را در جدول رفتار تابع درج می‌کنیم.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y′		+	0	−		−	0	+	
y″		−		−	0	+		+	
y	$-\infty$	↗	6	↘	0	↘	-6	↗	$+\infty$
			Max		نقطهٔ عطف		Min		

با استفاده از جدول رفتار تابع، نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



تمرین در کلاس

جدول رفتار و نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^۴-۸x^۲+۷$ را رسم کنید.

مثال: جدول رفتار و نمودار تابع f با ضابطه $f(x)=\frac{x+۱}{x-۲}$ را رسم کنید.

حل:

الف: دامنه تابع $D_f=IR-\{۲\}$

ب) در نقاط $(۰,\frac{-۱}{۲})$ و $(-۱$ و $۰)$ نمودار تابع محورها را قطع می‌کند.

پ) چون $x=۲$ ریشه مخرج کسر است، حدهای زیر را حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x)=-\infty \quad و \quad \lim_{x\to ۲^+} f(x)=+\infty$$

بنابراین $x=۲$ مجانب قائم تابع است.

چون $\lim_{x\to +\infty} f(x)=۱$ و $\lim_{\to -\infty} f(x)$

پس خط ۱=y مجانب افقی تابع است.

ت) مشتق تابع برابر است با :

$$f'(x)=\frac{-۳}{(x-۲)^{۲}}\ ,\ x\neq ۲$$

به ازای هر x از بازه‌های $(-\infty ,۲)$ و $(۲,+\infty)$، $f'(x)<۰$ تابع f در هر کدام از بازه‌های $(-\infty ,۲)$ و $(۲,+\infty)$ نزولی است.

ث) مشتق دوّم تابع f برابر است با

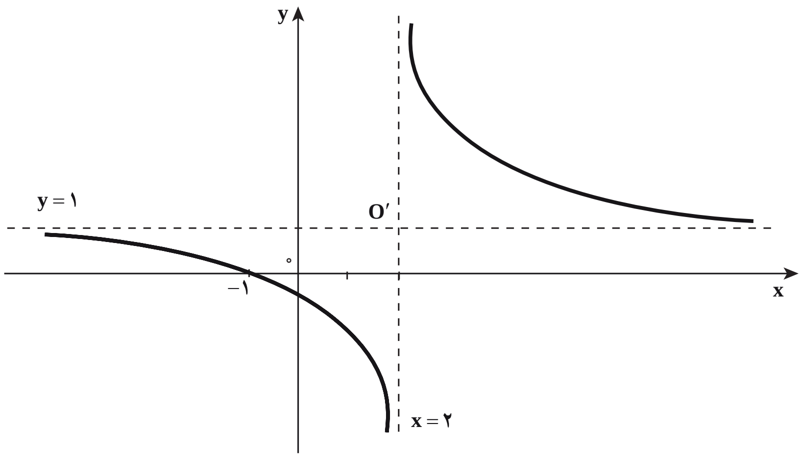
$$f''(x)=\frac{۶}{(x-۲)^{۳}}\ ,\ x\neq ۲$$

به ازای هر x از بازه $(-\infty ,۲)$، $f''(x)<۰$ پس تقعر منحنی f در این بازه رو به پایین است و برای هر x از بازه $(۲,+\infty)$، $f''(x)>۰$ پس تقعر منحنی f در این بازه رو به بالا است.

ج) جدول رفتار تابع

x	$-\infty$		-۱		۰		۲		$+\infty$
y'		−		−		−	‖	−	
y''		−		−		−	‖	+	
y	۱	↘	۰	↘	$\frac{-۱}{۲}$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	۱

چ) با استفاده از جدول رفتار تابع، نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



یادداشت : مانند تابع بالا، تابعی با ضابطه $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ را که $c\neq ۰$ و $\dfrac{a}{c}\neq\dfrac{b}{d}$ تابع هموگرافیک می‌نامیم و o' نقطه تلاقی مجانب‌ها مرکز تقارن نمودار تابع است. در مثال بالا $o'(۲,۱)$ مرکز تقارن نمودار تابع $y=\dfrac{x+۱}{x-۲}$ است.

تمرین در کلاس

جدول رفتار و نمودار تابع $y=\dfrac{x-۲}{x}$ را رسم کنید.

مثال: جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=\dfrac{x^۲}{x^۲-۱}$ را رسم کنید.

حل:

الف) دامنه تابع $D_f=IR-\{-۱,۱\}$

ب) طول و عرض نقطه برخورد منحنی با محورها هر دو صفرند.

پ) چون $x=\pm۱$ ریشه‌های مخرج کسر هستند، حدهای زیر را حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x)=+\infty\ ,\ \lim_{x\to ۱^-} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to (-۱)^+} f(x)=-\infty\ ,\ \lim_{x\to (-۱)^-} f(x)=+\infty$$

بنابراین x=۱ و x=-۱ مجانب‌های قائم تابع هستند.

چون $\lim_{x\to -\infty} f(x)=۱$ ، $\lim_{x\to +\infty} f(x)=۱$

پس خط y=۱ مجانب افقی تابع است.

ت) $f'(x)=\dfrac{-۲x}{(x^۲-۱)^۲}$

به ازای $x<۰\ (x\neq-۱)$، $f'(x)>۰$ و به ازای $x>۰\ (x\neq ۱)$، $f'(x)<۰$، در بازه‌هایی که $f'(x)>۰$، تابع f صعودی اکید است و در بازه‌هایی که $f'(x)<۰$، تابع f نزولی اکید است.

ث) با $f'(x)=۰$ داریم $x=۰$ پس تنها نقطه بحرانی x=۰ است.

چون f' در ۰ از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، لذا بنا بر آزمون مشتق اوّل $f(۰)=۰$، مقدار ماکسیمم نسبی است.

ج) مشتق دوّم تابع f برابر است با $f''(x)=\dfrac{۶x^۲+۲}{(x^۲-۱)^۳}$

چون به ازای هر x، $۶x^۲+۲>۰$ پس :

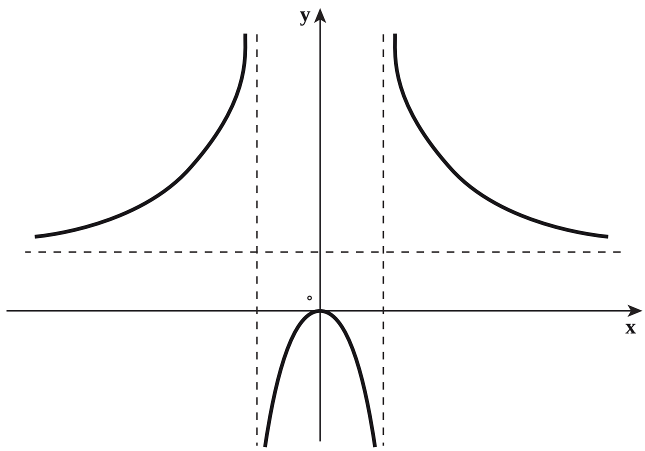
به ازای هر x که $|x|>۱$ داریم $f''(x)>۰$ و به ازای هر x که $|x|<۱$ داریم $f''(x)<۰$

بنابراین منحنی تابع در بازه‌های $(-\infty, -۱)$ و $(۱, +\infty)$ تقعرش رو به بالا است و در بازه $(-۱,۱)$ تقعر منحنی رو به پایین است و تابع نقطه عطفی ندارد.

چ) جدول رفتار تابع

x	$-\infty$		-۱		۰		۱		$+\infty$
y'		+	‖	+	۰	−	‖	−	
y''		+	‖		−		‖	+	
y	۱	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	۰ Max	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	۱

ح) نمودار تابع



تمرین در کلاس

جدول رفتار نمودار تابع $y=\dfrac{x^۲-۳x}{x-۴}$ را رسم کنید.

مثال: جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=e^{\frac{۱}{x}}$ را رسم کنید.

حل: الف) دامنه تابع f، $\{x|x\in IR, x\neq ۰\}$ است. پس برای مجانب‌های قائم حدهای چپ و راست تابع را وقتی $x\to ۰$ حساب می‌کنیم با انتخاب $t=\frac{۱}{x}$ وقتی که $x\to ۰^+$، داریم $t\to +\infty$ در نتیجه :

$$\lim_{x\to ۰^+} e^{\frac{۱}{x}} = \lim_{t\to +\infty} e^t = +\infty$$

بنابراین $x=۰$ مجانب قائم است.

وقتی که $x\to ۰^-$، داریم $t\to -\infty$ در نتیجه :

$$\lim_{x\to ۰^-} e^{\frac{۱}{x}} = \lim_{t\to -\infty} e^t = ۰$$

از طرفی دیگر $\lim\limits_{x\to +\infty} e^{\frac{۱}{x}} = e^۰ = ۱$ ، $\lim\limits_{x\to -\infty} e^{\frac{۱}{x}} = e^۰ = ۱$

که این هم نشان می‌دهد $y=۱$ مجانب افقی است.

ب) مشتق تابع را با استفاده از قاعده زنجیری به‌دست می‌آوریم.

$$f'(x) = -\frac{۱}{x^۲}e^{\frac{۱}{x}}$$

به ازای هر x از بازه‌های $(۰,+\infty)$ و $(-\infty,۰)$، $f'(x)<۰$ پس تابع f در این بازه‌ها نزولی اکید است و هیچ نقطه بحرانی وجود ندارد، در نتیجه تابع f ماکسیمم یا مینیمم ندارد.

پ) مشتق دوم تابع f برابر است با :

$$f''(x) = -\frac{x^۲e^{\frac{۱}{x}}(-\frac{۱}{x^۲}) - e^{\frac{۱}{x}}(۲x)}{x^۴} = \frac{e^{\frac{۱}{x}}(۲x+۱)}{x^۴}$$

$$f''(x)=۰ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۲}$$

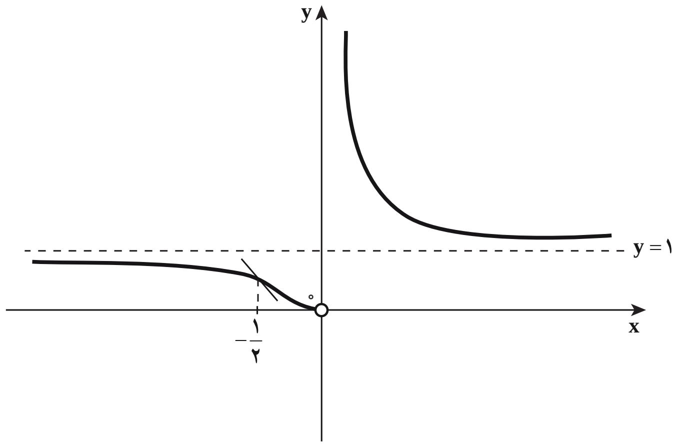
به ازای $x>-\frac{۱}{۲}$ $(x\neq ۰)$، $f''(x)>۰$ و به ازای $x<-\frac{۱}{۲}$، $f''(x)<۰$ بنابراین تقعر منحنی در بازه‌های $(-\frac{۱}{۲},۰)$ و $(۰,+\infty)$ روبه بالا است. و تقعر منحنی روی بازه $(-\infty,-\frac{۱}{۲})$ روبه پایین است.

پس $(-\frac{۱}{۲},e^{-۲})$ نقطه عطف منحنی است.

ت) جدول رفتار تابع

x	$-\infty$		$-\frac{۱}{۲}$		۰		$+\infty$
y'		$-$		$-$	‖	$-$	
y''		$-$	۰	$+$	‖	$+$	
y	۱	$\searrow$	$e^{-۲}$	$\searrow$	۰ ‖ $+\infty$	$\searrow$	۱

ث) با استفاده از جدول رفتار تابع، نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



توجه کنید که تابع در $x = ۰$ تعریف نشده است و امّا $\lim\limits_{x \to ۰^-} f(x) = ۰$

تمرین در کلاس

جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \dfrac{۱}{۱ + e^{-x}}$ را رسم کنید.

مثال: جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \dfrac{x^۳}{(x-۱)^۲}$ را رسم کنید.

حل:

الف) دامنه تابع تمام اعداد حقیقی به‌جز $x = ۱$، چون $\lim\limits_{x \to ۱} \dfrac{x^۳}{(x-۱)^۲} = +\infty$

بنابراین $x=۱$ مجانب قائم f است.

چون $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و f تابع کسری گویا است به‌طوری که درجه صورت یک واحد بیشتر از درجه مخرج کسر است، بنابراین تابع f مجانب مایل دارد که از تقسیم صورت بر مخرج کسر به‌دست می‌آید.

$$
\begin{array}{l|l}
x^۳ & x^۲-۲x+۱ \\ \cline{2-2}
 & x+۲ \\
\mp x^۳ \pm ۲x^۲ \mp x & \\ \cline{1-1}
۲x^۲ - x & \\
\mp ۲x^۲ \pm ۴x \mp ۲ & \\ \cline{1-1}
۳x-۲ &
\end{array}
$$

مجانب مایل

ب) مشتق تابع f برابر است با

$$f'(x)=\frac{x^۲(x^۲-۴x+۳)}{(x-۱)^۴}=\frac{x^۲(x-۳)}{(x-۱)^۳} \quad ,\ x\neq ۱$$

اگر $f'(x)=۰$ داریم $x=۰$ و $x=۳$ پس $(۰،۰)$ و $(۳,\frac{۲۷}{۴})$ نقاط بحرانی تابع‌اند و در بازه $(۱،۳)$، $f'(x)<۰$ پس f نزولی اکید و در بازه $(۳,+\infty)$ ، $f'(x)>۰$ پس f صعودی اکید است و بنابر آزمون مشتق اول $(۳,\frac{۲۷}{۴})$ نقطه مینیمم نسبی f است و در بازه‌های $(-\infty\ ,\ ۰)$ و $(۰،۱)$، $f'(x)>۰$ پس f صعودی اکید است در نتیجه $(۰,۰)$ نه نقطه ماکسیمم است و نه نقطهٔ مینیمم.

پ) مشتق دوّم تابع f برابر است با

$$f''(x)=\frac{(۳x^۲-۶x)(x-۱)^۳-۳(x-۱)^۲(x^۳-۳x^۲)}{(x-۱)^۶}=\frac{۶x}{(x-۱)^۴} \quad ,\ x\neq ۱$$

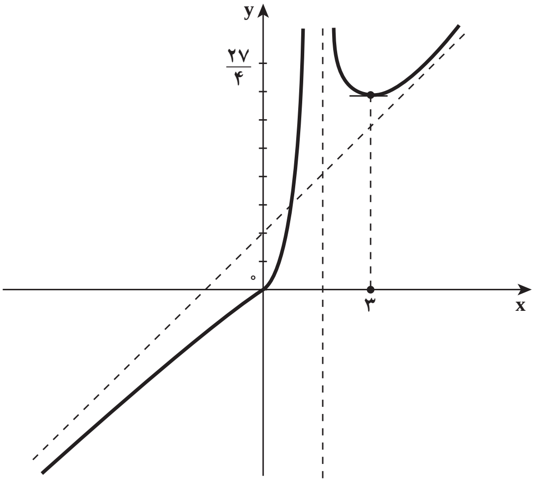
به ازای $x=۰$ ، $f''(x)=۰$ است.

در بازه $(-\infty\ ,\ ۰)$ ، $f''(x)<۰$ لذا تقعر منحنی روبه پایین است. و در بازه $(۰,۱)$، $f''(x)>۰$ پس تقعر منحنی روبه بالا است و منحنی در $(۰،۰)$ بر خط $y=۰$ مماس است بنابراین $(۰،۰)$ نقطه عطف منحنی است.

ت) جدول رفتار

x	$-\infty$		۰		۱		۳		$+\infty$
y'		+	۰	+	‖	−	۰	+	
y''		−	۰	+	‖		+		
y	$-\infty$	↗	۰	↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$\frac{۲۷}{۴}$ Min	↗	$+\infty$

ث) با اطلاعات جدول رفتار تابع، نمودار آن را رسم می‌کنیم.



تمرین در کلاس

جدول رفتار و نمودار تابع $y=x+\sqrt{x^{۲}-۱}$ را رسم کنید.

مثال: جدول رفتار تابع $f(x)=\tan^{-۱}(\frac{۱}{x})$ را تنظیم کرده و به کمک آن نمودار تابع را رسم کنید.

حل:

الف) دامنه تابع $IR-\{۰\}$ است با انتخاب $U=\frac{۱}{x}$ داریم:

$$\lim_{x\to ۰^{+}} f(x)=\lim_{U\to +\infty} \tan^{-۱}(U)=\frac{\pi}{۲}$$

$$\lim_{x\to ۰^{-}} f(x)=\lim_{U\to -\infty} \tan^{-۱}(U)=-\frac{\pi}{۲}$$

تابع f در نقاط $(۰,\frac{\pi}{۲})$ و $(۰,-\frac{\pi}{۴})$ تعریف نشده است و امّا $\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{U\to ۰^{+}} \tan^{-۱}(U)=۰$

و $\lim_{x\to -\infty} f(x)=\lim_{U\to ۰^{-}} \tan^{-۱}(U)=۰$

بنابراین خط $y=0$ مجانب افقی تابع است.

ب) مشتق تابع $y=\tan^{-1}(x)$ می‌شود $y'=\dfrac{1}{1+x^2}$ پس با استفاده از قاعده زنجیری مشتق تابع $f(x)=\tan^{-1}(\dfrac{1}{x})$ برابر است با :

$$f'(x)=\frac{-\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=\frac{-1}{1+x^2}<0$$

تابع در هریک از بازه $(-\infty\,,0)$ و $(0,+\infty)$ نزولی اکید است و نقطه بحرانی ندارد.

پ) مشتق دوّم تابع برابر است با :

$$f''(x)=\frac{2x}{(1+x^2)^2}$$

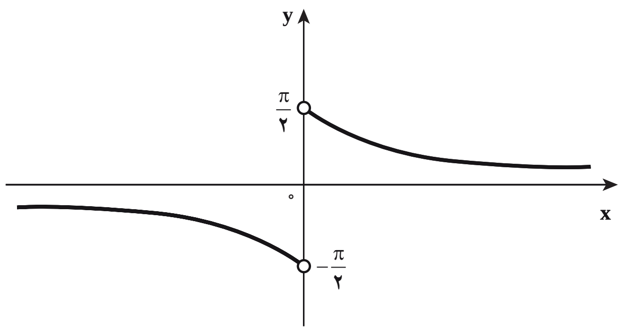
در بازه $(-\infty\,,0)$ ، $f''(x)<0$ و تقعر منحنی روبه پایین است.

و در بازه $(0,+\infty)$ ، $f''(x)>0$ پس تقعر منحنی روبه بالا است.

ت) جدول رفتار تابع

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y''	$-$		$+$
y	$0 \searrow -\dfrac{\pi}{2}$		$\dfrac{\pi}{2} \searrow 0$

ث) نمودار تابع به‌صورت زیر است.



تمرین در کلاس

جدول رفتار و نمودار تابع f با ضابطه $y=\sin^{-1}(\dfrac{1}{x})$ را رسم کنید.

مسائل

۱ــ جدول رفتار و نمودار توابع با ضابطه‌های زیر را رسم کنید.

الف) $y=\dfrac{x^{۲}-۴x+۸}{x-۲}$

ب) $y=\dfrac{x^{۲}+۲x}{x^{۲}+۲x-۳}$

پ) $y=x+\sqrt{x^{۲}-۳x+۲}$

ت) $y=\sin x+\sqrt{۳}\cos x$ ، $۰\le x\le ۲\pi$

ث) $y=\dfrac{۱-\sin x}{۱+\cos x}$ ، $۰\le x\le ۲\pi$

۲ــ a و b را چنان اعدادی انتخاب کنید که نمودار تابع f با ضابطه $y=\dfrac{x^{۲}+ax+۱}{۲x^{۲}+b}$ به‌صورت زیر باشد.