

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# هندسه (۲)

سال سوم آموزش متوسطه

رشته ریاضی و فیزیک

وزارت آموزش و پرورش

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

نام کتاب : هندسه (۲) - ۲۵۸/۴

مؤلفان :

فصل‌های ۱ و ۲ : جواد حاجی بابایی، محمد هاشم رستمی، بیژن ظهوری زنگنه، سهیلا غلام آزاد، زهرا گویا و جعفر نیوشا

فصل ۴ : بهمن اصلاح‌پذیر، ناصر بروجرדיان، عزیزه رحمانی، محمد هاشم رستمی، اسدالله رضوی، بیژن ظهوری زنگنه،

زهرا گویا و مرتضی میرمحمد رضایی

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کدپستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹.

وبسایت : [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)

رسم : هدیه بندان

صفحه‌آرا : خدیجه محمدی

طراح جلد : علیرضا رضائی‌کُر

ناشر : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران : تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (دارو بخش)

تلفن : ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار : ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی : ۱۳۹-۳۷۵۱۵

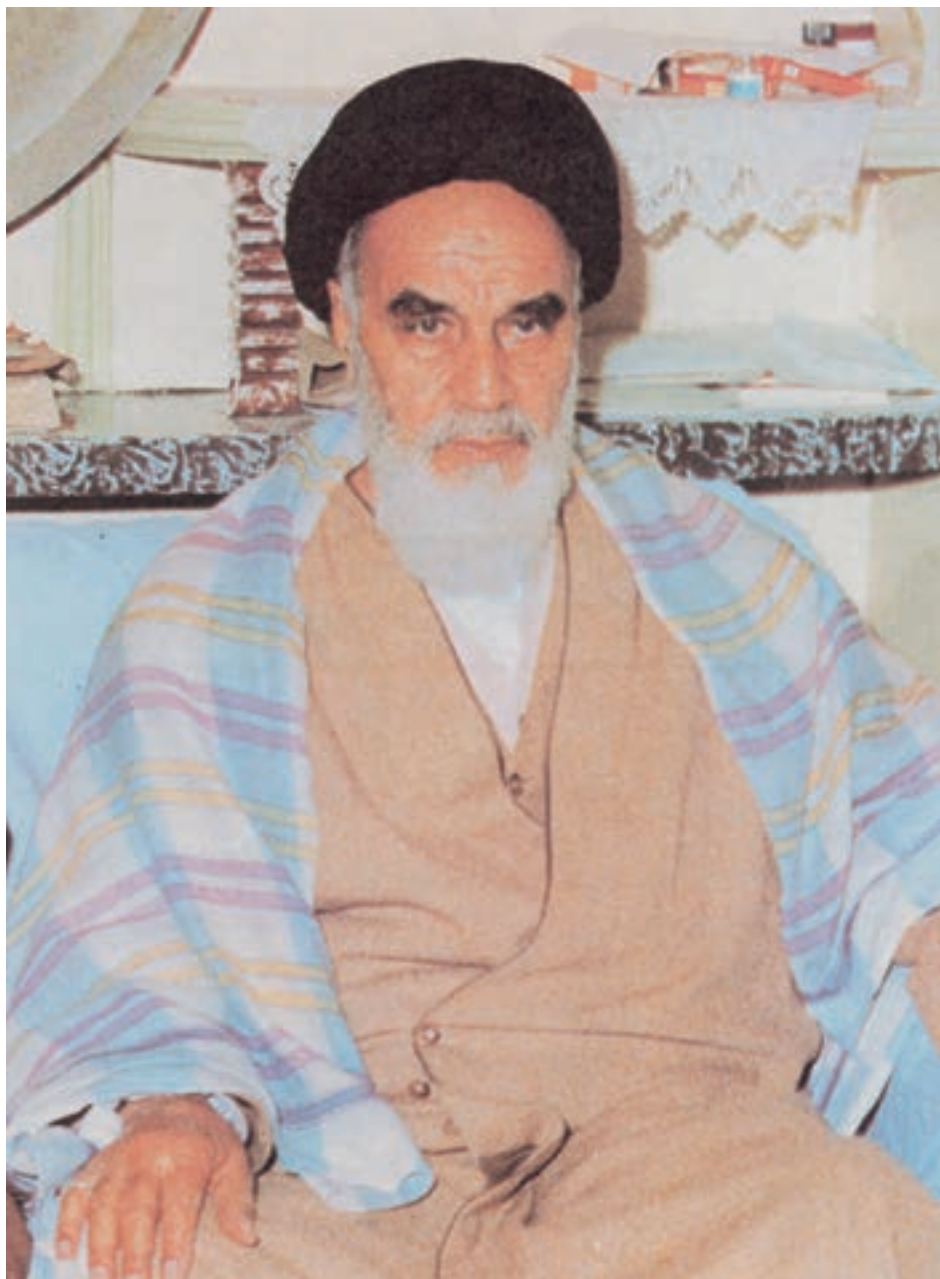
چاپخانه : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار و نوبت چاپ : چاپ بیستم ۱۳۹۵

حق چاپ محفوظ است.

شابک ۹۶۴-۰۵-۱۲۹۷-۴ ISBN 964-05-1297-4

۱۳۹۵



باید شما (معلمان) اینها (دانش آموزان) را از آن طبیعت منحطی که انسان را به انحطاط می کشد، آن حب جاه و حب مال و حب منصب احتراز دهید. اینها را از آن چیزهایی که خارِ راهِ انسان هستند، مانع ترقی انسان هستند احتراز بدهید ... شما باید به اینها بفهمانید که زندگی شرافتمندانه، زندگی است.

# فهرست

۱۲۹ ۱-۱-۴ صفحه در فضا

۱۳۱ ۲-۱-۴ وضعیت دو صفحه

نسبت به هم، در فضا

۱۳۳ ۳-۱-۴ وضعیت دو خط

نسبت به هم، در فضا

۱۳۷ ۴-۱-۴ وضعیت خط و

صفحه نسبت به هم، در فضا

۱۳۹ ۲-۴ خط‌ها و صفحه‌های موازی

۴-۲-۱ خط و صفحه

موازی

۱۳۹ ۲-۲-۴ چند ویژگی از

خط‌ها و صفحه‌های موازی

۱۴۲ ۳-۲-۴ صفحه‌های موازی

۴-۲-۴ زاویه بین دو

خط در فضا

۱۴۵ ۳-۴ خط‌ها و صفحه‌های عمود

بر هم

۱۴۸ ۱-۳-۴ خط عمود بر

صفحه

۱۴۹ ۲-۳-۴ کاربرد تعامد در

حل مسأله‌های توازی

۱۵۳ ۳-۳-۴ صفحه عمود -

منصف یک پاره خط

۱۵۴ ۴-۳-۴ دو صفحه عمود

بر هم

۱۵۵ ۵-۳-۴ فاصله نقطه از

صفحه

۱۵۶ ۶-۳-۴ عمود مشترک

دو خط متنافر

۱۶۰ مسأله‌های گوناگون فصل ۴

۱۶۲ پیوست

۱۶۸ منابع

فصل ۱- استدلال در هندسه

۱-۱-۱ استدلال استقرایی

۱۱ ۲-۱ استدلال استنتاجی

۱۴ ۱-۲-۱ مثال نقض

۱۶ ۲-۲-۱ قضیه‌های شرطی

۱۷ ۳-۲-۱ عکس قضیه

۲۲ ۳-۱ اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف

۳۱ ۴-۱ مکان هندسی

۳۸ ۵-۱ ترسیم با خط کش و پرگار

فصل ۲- دایره

۴۷ ۱-۲ زاویه مرکزی، وتر و مماس

۱-۱-۲ خط‌های قاطع و

۵۰ مماس نسبت به دایره

۲-۱-۲ وضع دو دایره

۵۴ نسبت به هم

۵۶ ۲-۲ زاویه محاطی

۶۰ ۳-۲ زاویه ظلی

۶۱ ۴-۲ کمان درخور یک زاویه

۶۸ ۵-۲ زاویه بین دو وتر

۶۹ ۶-۲ زاویه بین امتداد دو وتر

۷۴ ۷-۲ رابطه طولی در دایره

۷۹ ۸-۲ ترسیم‌های هندسی

فصل ۳- تبدیل‌ها

۸۳ ۱-۳ نگاشت

۹۱ ۲-۳ انتقال

۹۷ ۳-۳ بازتاب

۱۰۴ ۴-۳ دوران

۱۱۲ ۵-۳ تجانس

۱۱۹ ۶-۳ تبدیل یافته خط و معادله آن

۷-۳ اثبات با استفاده از

۱۲۲ ویژگی‌های تبدیل‌ها

فصل ۴- هندسه در فضا

۱۲۹ ۱-۴ خط و صفحه در فضا

وَإِذْ قَالَ إِبْرَاهِيمُ رَبِّ ارْبِنِي كَيْفَ تُخَيِّمُ الْمُؤْتَى قَالَ أَوْ لَمْ تُؤْمِنْ يَا قَالِ بَنِي وَلَكِنْ لَبِئْسَ لِقَابِي  
 قَالَ فَخُذْ أَرْبَعَةً مِّنَ الطَّيْرِ فَصُرْهُنَّ إِنَّكَ تَمْلِكُ عَلَى كُلِّ بَلٍّ مِّنْ جُفَاءٍ ثُمَّ آؤُهُنَّ يَا تَيْنَبُ سَعِيًّا وَأَعْلَمُ  
 إِنَّ اللَّهَ عَزِيزٌ حَكِيمٌ

و به (خاطر بیاور) هنگامی را که ابراهیم گفت: «خدایا! به من نشان بده چگونه مردگان را زنده می‌کنی؟» فرمود: «مگر ایمان نیاورده‌ای؟!» عرض کرد: «آری، ولی می‌خواهم قلمب آرامش یابد.» فرمود: «در این صورت، چهار نوع از مرغان را انتخاب کن! و آنها را (پس از ذبح کردن)، قطعه‌قطعه کن (و در هم بیامیز)؛ سپس بر هر کوهی، قسمتی از آن را قرار بده، بعد آنها را بخوان، به سرعت به سوی تو می‌آیند! و بدان خداوند قادر و حکیم است: (هم از ذرات بدن مردگان آگاه است، و هم توانایی بر جمع آنها دارد).»

سوره بقره — آیه ۲۶۰

## سخنی با خوانندگان

انسان برای رسیدن به اطمینان قلبی در مورد درستی بسیاری از مفاهیم مجزّه به درک شهودی و تجربی نیازمند است. ریاضی نیز به عنوان یک تلاش انسانی و یک جریان طبیعی تفکر بشری، همچنان که پولیا می‌گوید «دارای دو جنبه است، یکی ساختار شهودی و تجربی ریاضی و دیگری ساختار مجرد آن.» دانش‌آموزان برای درک و پذیرش اثبات و اطمینان یافتن از درستی یک مطلب ریاضی، نیاز به تقویت شهود و رسیدن به استدلال محتمل<sup>۱</sup> از طریق تجربه و آزمایش را دارند تا زمینه‌های لازم برای درک تجربی آنها فراهم شود. همانطور که ۷۵ ریاضیدان نامی در بیانیه ۱۹۶۲ خود اظهار داشتند، «تفکر ریاضی تنها استدلال استنتاجی نیست، همچنین اثبات صوری صرف هم نمی‌باشد. فرایندهای ذهنی و فکری که اثبات و چگونگی اثبات را ارائه می‌کند همانند خود اثبات که نتیجه تفکر ریاضی است بخشی از تفکر ریاضی محسوب می‌شود. استخراج مفاهیم درست از وضعیت‌های محسوس و ملموس، تعمیم از حالت‌های مشهود، استدلال استقرایی، استدلال از طریق تمثیل و زمینه‌های شهودی که برای آشکار کردن یک حدسیه به کار می‌روند، همگی سبک و طریقه ریاضی گونه تفکر است. در واقع، بدون تجربه‌های ناشی از این گونه فرایندهای غیر رسمی تفکر، دانش‌آموزان نمی‌توانند نقش صحیح نمادها و فرمول‌ها و اثبات‌های خشک و صوری را درک کنند.»

به همین علت است که حدسیه‌سازی که نتیجه حدس زدن یا استدلال محتمل می‌باشد، باید با برنامه هندسه دبیرستان تلفیق گردد. معمولاً حدسیه‌ها با عبارت‌های همه، هر یا برای هر به جای بعضی، چند تا و وجود دارد، شروع می‌شوند. حدسیه‌ها درباره مجموعه‌هایی شامل یک تعداد نامتناهی از اشیا هستند، پس امکان آزمایش تمام حالت‌ها و اثبات یک حدسیه به وسیله استدلال استقرایی وجود ندارد. در نتیجه، تنها راه تعیین قطعی درستی یا نادرستی یک

حدسیه، استفاده از استدلال استنتاجی است. در همین راستا، درس هندسه باید برای دانش‌آموزان فرصت‌های مناسبی ایجاد کند تا حدس زدن از روی آگاهی را یاد بگیرند، حدس‌ها را به آزمایش بگذارند، براساس الگوهایی که از نتیجه حدس‌ها به دست می‌آورند حدسیه‌سازی کنند و سپس به وسیله استدلال استنتاجی، در مورد درستی یا نادرستی حدسیه خود تصمیم قطعی بگیرند. به همین دلیل، فعالیت‌های کتاب طوری تنظیم شده‌اند تا چنین فرصت‌هایی را - هر چند اندک - فراهم آورند. گاهی فعالیت‌ها درباره قسمت‌هایی از هندسه است که دانش‌آموزان قبلاً درستی یا نادرستی آنها را شنیده‌اند و ممکن است که ظاهراً نتیجه فعالیت برای آنها هیجانی نداشته باشد. اما انجام آنها همان اطمینان قلبی است که نیاز هر انسان جستجوگر و خلاق است. از نظر مؤلفان، با پرورش درک شهودی توسط این فعالیت‌ها، دانش‌آموزان در درک اثبات‌های دقیق و توسعه تفکر تجریدی که غایت یادگیری ریاضی است، تواناتر می‌شوند، همانطور که پولیا می‌گوید: سعی کنید آنچه را که شهودی به نظر می‌رسد، به طور رسمی و دقیق اثبات کنید و آنچه را که به طور رسمی و دقیق اثبات کرده‌اید، به طور شهودی درک کنید. این یک ورزش مغزی جالب است. چنین فعالیت‌هایی، ضرورت داشتن شهود قوی، بها دادن به نتیجه‌های تجربی، حدس زدن براساس آنها و سپس توسل به استدلال دقیق برای تصمیم قطعی در مورد درستی یا نادرستی حدسیه‌ها را به دانش‌آموزان نشان می‌دهد. دانش‌آموزان برای دفاع از استدلال‌های خود در گروه‌های کوچک، پیوسته دانش هندسی خود را افزایش می‌دهند و اعتماد به نفس آنها در مورد توان یادگیری و تولید ریاضی خودشان بیشتر می‌شود. امیدواریم دانش‌آموزان با چگونگی تولید و خلق ریاضی توسط ریاضیدان‌های نامی آشنا شوند و بدانند که آن بزرگان نیز با فرآیند حدس زدن، تجربه کردن، حدسیه‌سازی و سپس استدلال استنتاجی، ریاضیاتی را تولید کرده‌اند که بدون آنها، تصور زندگی در زمان فعلی بعید به نظر می‌رسد. دانش‌آموزان باید بدانند که دیگر نمی‌توانند تنها دریافت کنندگان منفعل دانش تولید شده توسط دیگران باشند. در نتیجه، برنامه درسی و کتاب درسی هندسه باید به گونه‌ای تهیه شود تا بتوان «از دانش‌آموزان انتظار داشت که نقش فعالی در توسعه دانش ریاضی خود داشته باشند»<sup>۱</sup>.

ارتباط و اتصال بین مقوله‌های مختلف ریاضی و بین ریاضی، مقوله‌های خارج از آن یعنی وحدت درونی و بیرونی ریاضی، به فعال تر کردن دانش‌آموزان در جریان یادگیری هندسه که بخشی از ریاضی است کمک مؤثری می‌کند. هماهنگی درونی در هندسه باید به گونه‌ای باشد تا بتوان از ابزارهای گوناگون آن برای استدلال کردن سود جست. هندسه ترکیبی، هندسه تحلیلی و هندسه محاسباتی، همگی بخش‌های مختلف هندسه هستند و دلیلی بر محدود شدن به یکی از گونه‌های آن وجود ندارد. در استدلال‌های هندسه ترکیبی، نه تنها ابزارهای موجود در آن مورد استفاده قرار می‌گیرند، بلکه هر جا مناسب باشد، می‌توان هندسه تحلیلی را به کمک گرفت و از نگرش‌های تبدیلی و مختصاتی نیز سود برد. برای نمونه، چون دانش‌آموزان دستگاه مختصات و معادله خط را در سال‌های گذشته مطالعه کرده‌اند، بنابراین می‌توانند از این دانش قبلی در اثبات قضیه‌ها استفاده کنند.

همچنان که ارتباط درونی در هندسه به توسعه مفهوم‌ها کمک می‌کند، ارتباط بیرونی آن یعنی پیوند هندسه با دنیای واقعی و با مقوله‌های دیگر درسی نیز در ایجاد انگیزه، علاقه‌مندی و افزایش قدرت ریاضی دانش‌آموزان، مؤثر و ضروری است. همانگونه که در هندسه ۱ یادآور شدیم، از همکاران عزیز استدعا داریم که امکان انجام فعالیت‌ها در کلاس در قالب

گروه‌های کوچک را فراهم آورند تا روح مشارکت و همکاری در آنها تقویت شود. ممکن است در ابتدای کار، این روند، به دلیل کم رنگ بودن زمینه مشارکت در کلاسهای درس، از نظر زمانی وقت گیر باشد. اما تحقیقات متعدد نشان می‌دهند که با پیش گرفتن این روند، در زمانی نه چندان طولانی، روحیه کار گروهی در کلاس ایجاد شده و پس از آن، زمان به ظاهر از دست رفته را می‌توان به سرعت جبران کرد. به علاوه، با انجام چنین فعالیتهایی، دانش‌آموزان به اندازه کافی برای انجام مسأله‌های پایان هر بخش توانمند شده و حل آنها وقت کمتری را به خود اختصاص خواهد داد. همچنین ذکر این نکته ضروری است که ارزشیابی باید به طور مستمر صورت بگیرد و جلوه‌های مختلف توانایی دانش‌آموزان از جمله قابلیت ارائه استدلال شفاهی در نظر گرفته شود. لازمه استدلال شفاهی، داشتن درک عمیق است، در نتیجه، دانش‌آموزانی که توانایی استدلال شفاهی را پیدا می‌کنند، حتماً از درجه بالاتری از درک و فهم موضوع برخوردار شده‌اند، همکاران گرامی می‌توانند کیفیتهای یادگیری دانش‌آموزان از جمله میزان داشتن روحیه مشارکت در فعالیتهای فکری کلاس درس، تلاش برای انجام فعالیتهای، پرسشهای خوب و بجا که نشان‌دهنده جستجوگری، خلاقیت و دقت نظر است، پاسخ به سؤالات طرح شده از طرف معلم و سایر دانش‌آموزان و توانایی دفاع از حدسها و پیشنهادهاى آنها را به عنوان بخشهایی از ۵ نمره ارزشیابی کلاسی به حساب آورند. در امتحانهای پایان نیمسال تحصیلی، تأکید بر به کار بردن روشهای مختلف استدلال، توانایی حل مسأله و به کارگیری مفهوما، تعریفها و قضیه‌های کتاب ضروری است. مؤلفان وظیفه خود می‌دانند از اعضای محترم شورای ریاضی دفتر تألیف کتابهای درسی ابتدایی و متوسطه نظری و خانم حمیده داریوش همدانی و آقای روح‌الله جهانی‌پور که ما را در برنامه‌ریزی و تدوین کتاب یاری داده‌اند تشکر کنند. همچنین از همکاران واحد فنی اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی که با تلاش مستمر در آماده‌سازی به موقع کتاب کوشش کرده‌اند، صمیمانه قدردانی نمایند.

در پایان از همکاران گرامی استدعا می‌شود که پس از بررسی و تدریس کتاب، اظهار نظرهای موشکافانه و سازنده خود را برای ما ارسال نمایند. قبلاً از حسن توجه همکاران ارجمند صمیمانه تشکر می‌شود.

مؤلفان

معلمان محترم، صاحب نظران، دانش‌آموزان عزیز و اولیای آنان می‌توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطالب این کتاب از طریق نامه به نشانی تهران صندوق پستی ۴۸۷۴/۱۵۸۷۵ گروه درسی مربوط و یا پیام‌نگار (Email) [talif@talif.sch.ir](mailto:talif@talif.sch.ir) ارسال نمایند.

دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری