

## ۲-۶- عملیات روی تابع‌ها (+, -, \*, /)

اگر  $f$  و  $g$  دو تابع حقیقی باشند و به ازای هر  $x$  از دامنه‌ی مشترک  $f$  و  $g$  دو عدد حقیقی به دست آید، می‌توان چهار عمل اصلی (اعمال روی توابع) یعنی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را تعریف کرد.

۱-۲-۶- جمع دو تابع  $f$  و  $g$ : جمع  $f$  و  $g$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

دامنه‌ی مجموع  $f$  و  $g$  برابر است با اشتراک دامنه‌های آن‌ها:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$f(x) = \sqrt{2-x} \quad \text{و} \quad g(x) = \sqrt{3x-5}$$

مثال: اگر داشته باشیم:

ضابطه‌ی  $f+g$  را به دست آورید و سپس دامنه‌ی  $f+g$

را محاسبه کنید.

$$f(x) + g(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{3x-5}$$

حل: ضابطه‌ی  $f+g$  برابر است با:

با توجه به زوج بودن فرجه‌ی رادیکال و شرط  $2-x \geq 0$

دامنه  $f$  برابر است با:

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, 2-x \geq 0\} = \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 2\} = (-\infty, 2]$$

$$D_g = \{x | x \in \mathbb{R}, 3x-5 \geq 0\} = \left\{x | x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{5}{3}\right\}$$

- دامنه‌ی تابع  $g$  همانند تابع  $f$  برابر است با:

$$= \left[\frac{5}{3}, +\infty\right)$$

دامنه‌ی  $f+g$  برابر است با اشتراک دامنه‌های  $f$  و  $g$ :

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = (-\infty, 2] \cap \left[\frac{5}{3}, +\infty\right) = \left[\frac{5}{3}, 2\right]$$

۲-۲-۶- تفریق دو تابع  $f$  و  $g$ : تفریق  $g(x)$  از  $f(x)$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

دامنه‌ی تفاضل  $f$  و  $g$  برابر است با:

۳-۲-۶- حاصل ضرب دو تابع  $f$  و  $g$ : حاصل ضرب دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

- دامنه‌ی  $f \times g$  برابر است با:

مثال ۲: تابع‌های مقابل مفروض است

$$f(x) = 2x - 1, g(x) = \frac{x}{x-1}$$

ضابطه‌ی  $f-g$  و  $f \times g$  را به دست آورید و دامنه‌ی هر یک را محاسبه کنید.

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2x - 1 - \frac{x}{x-1} \Rightarrow$$

ضابطه‌ی  $f \times g$  برابر است با:

$$f(x) - g(x) = \frac{2x^2 - 2x - x + 1 - x}{x-1} = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x-1}$$

- پس از مخرج مشترک خواهیم داشت:

$$f(x) \times g(x) = (2x-1) \times \left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{2x^2 - x}{x-1}$$

ضابطه‌ی  $f \times g$  برابر است با:

$$D_f = \mathbb{R}$$

- تابع  $f$  دوجمله‌ای است. دامنه‌ی آن برابر است با:

$$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

- تابع  $g$  کسری است دامنه‌ی آن برابر است با:

- دامنه‌ی  $f-g$  و  $f \times g$  برابر است با اشتراک دامنه‌های

$$D_{f-g} = D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

توابع  $f$  و  $g$ ، بنابراین خواهیم داشت:

۴-۶-۲- خارج قسمت دو تابع: تابع  $f/g$  به ازای هر  $x$  از دامنه‌ی مشترک  $f$  و  $g$  که  $g(x) \neq 0$  به صورت

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

مقابل تعریف می‌شود:

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x | x \in \mathbb{R}, g(x) = 0\}$$

دامنه‌ی  $f/g$  برابر است با:

مثال ۳: تابع‌های  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های مقابل مفروض اند:

$$f(x) = \sqrt{3-x} \text{ و } g(x) = \sqrt{1+x}$$

ضابطه‌ی  $f/g$  را به دست آورید و سپس دامنه‌ی آن را

محاسبه کنید.

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{1+x}}$$

حل: چون فرجه رادیکال زوج است با شرط  $3-x \geq 0$

دامنه‌ی  $f$ ، برابر است با:

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, 3-x \geq 0\} = \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$$

$$= (-\infty, 3]$$

- دامنه‌ی  $g$  با شرط  $x+1 \geq 0$  برابر است با:

$$D_g = \{x | x \in \mathbb{R}, 1+x \geq 0\} = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$$

$$= [-1, +\infty)$$

– دامنه‌ی  $f/g$  طبق رابطه کلی برابر است با:

$$D_{f/g} = D_f \setminus D_g - \{x | x \in \mathbb{R}, g(x) = 0\} \Rightarrow$$

آن‌گاه خواهیم داشت:

$$D_{f/g} = (-\infty, 3] \setminus [-1, +\infty) - \{x | x \in \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{1+x} = 0\}$$

$$\Rightarrow D_{f/g} = [-1, 3] - \{x | x \in \mathbb{R}, 1+x=0\}$$

پس  $D_{f/g}$  برابر است با:

$$\Rightarrow D_{f/g} = [-1, 3] - \{-1\} = (-1, 3]$$

## فعالیت ۲۴-۲

تابع‌های مقابل مفروض‌اند.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \text{ و } g(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

– جاهای خالی را تکمیل کنید.

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty, -2] \quad \square \quad (1)$$

$$D_g = \{x | x \in \mathbb{R}, 9 - x^2 \geq 0\} = [-3, \square] \quad (2)$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \square \quad (3)$$

$$D_{f/g} = D_f \setminus D_g - \{\pm 3\} = \square \quad (4)$$

مثال ۴: تابع‌های مقابل مفروض‌اند. مطلوب است:

$$f = \{(3, 5), (-4, 9), (11, 1)\}$$

$$D_{f \times g}, D_{f \pm g} \text{ (الف)}$$

$$g = \{(3, 9), (2, 5), (11, 17), (0, 12)\}$$

$$f \times g, f + g \text{ (ب)}$$

حل: برای پیدا کردن دامنه‌های  $f \pm g$  و  $f \times g$  دامنه‌های

$f$  و  $g$  را می‌یابیم:

– اشتراک  $D_f$  و  $D_g$  برابر است با:

$$D_f = \{3, -4, 11\} \text{ و } D_g = \{3, 2, 11, 0\}$$

$$D_{f \pm g} = D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{3, 11\}$$

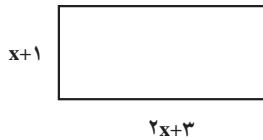
حل ب: برای یافتن  $f + g$ ،  $f \times g$  دامنه‌های مشترک  $f$  و

$g$  را مشخص می‌کنیم و مقادیر مربوط به دامنه‌های مشترک را با

هم جمع و یا در هم ضرب می‌کنیم.

$$f + g = \{(3, 5 + 9), (11, 1 + 17)\} = \{(3, 14), (11, 18)\}$$

$$f \times g = \{(3, 5 \times 9), (11, 1 \times 17)\} = \{(3, 45), (11, 17)\}$$



مثال ۵: مستطیل مقابل مفروض است.

– ضابطه‌ای برای مساحت  $S(x)$  بنویسید، سپس  $S(3)$  را محاسبه کنید.

حل: مساحت مستطیل  $S(x)$  برابر است با طول ضرب در عرض.

عرض طول

$$S(x) = (2x + 3) \times (x + 1)$$

–  $S(3)$  برابر است با:

$$S(3) = (2 \times 3 + 3)(3 + 1) = 9 \times 4 = 36$$

مثال ۶: مختصات نقاط  $M$  و  $N$  در رویه‌رو مفروض است.

$$M \begin{cases} t + 4 \\ t^2 \end{cases} \text{ و } N \begin{cases} 2t - 1 \\ 4t + 3 \end{cases}$$

$$x_P = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{t + 4 + 2t - 1}{2} = \frac{3t + 3}{2}$$

$$y_P = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{t^2 + 4t + 3}{2}$$

الف) مختصات وسط  $MN$  را بر حسب  $t$  به دست آورید. سپس به ازای  $t = 3$  مختصات وسط را محاسبه کنید.

حل:  $x$  نقطه‌ی  $P$  وسط  $MN$  برابر است با:

–  $y$  نقطه‌ی  $P$  وسط  $MN$  برابر است با:

$$x_P = \frac{3(3) + 3}{2} = 6 \quad y_P = \frac{3^2 + 4(3) + 3}{2} = 12$$

– به ازای  $t = 3$ ، مقادیر  $x_P$  و  $y_P$  برابر است با:

ب) طول پاره خط  $MN$  را بر حسب  $t$  یافته، سپس به ازای  $t = 4$  مقدار  $MN$  را حساب کنید.

حل ب: رابطه‌ی محاسبه‌ی طول پاره خط  $MN$  برابر است

با:

$$MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2}$$

$$MN = \sqrt{(t + 4 - 2t + 1)^2 + (t^2 - 4t - 3)^2}$$

– مختصات  $M$  و  $N$  را در رابطه‌ی  $MN$  قرار می‌دهیم:

– طول پاره خط MN بر حسب t به دست می آید.

$$\Rightarrow MN = \sqrt{(5-t)^2 + (t^2 - 4t - 3)^2}$$

$$MN = \sqrt{(5-4)^2 + (4^2 - 4 \times 4 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

– به ازای  $t = 4$  مقدار MN را محاسبه می کنیم.

پاسخ:

تمرین: در مثال ۶، مختصات وسط پاره خط را به ازای

$t = 0$  حساب کنید.

مثال ۷: مقدار آبی که در هر ثانیه، بر حسب لیتر، از

فواره‌های A و B وارد استخر می شود به ترتیب از دو تابع f و g

با ضابطه‌های مقابل محاسبه می شود.

$$f(t) = 4t \text{ و } g(t) = 7t$$

الف) مقدار آبی که از فواره‌های A و B وارد استخر

می شود از چه دستوری محاسبه می شود؟

حل: اگر مجموع  $f(t)$  و  $g(t)$  را  $h(t)$  فرض کنیم داریم:

$$h(t) = (f+g)(t) = f(t) + g(t) = 4t + 7t$$

– آبی که وارد استخر می شود برابر است با:

$$h(t) = 11t$$

ب) در  $20$  ثانیه چقدر آب وارد استخر می شود؟

$$h(t) = 11t \Rightarrow$$

به جای t عدد  $20$  را در تابع با ضابطه‌ی  $h(t)$  قرار می دهیم:

$$h(20) = 11 \times 20 = 220 \text{ لیتر}$$

ج) فرض کنید گنجایش این استخر معادل  $7700$  لیتر

باشد، پس از چند ثانیه پر می شود؟

$$h(t) = 11t$$

– مقدار  $h(t)$  را برابر ظرفیت استخر قرار می دهیم، بنابراین:

$$11t = 7700 \Rightarrow t = \frac{7700}{11} \Rightarrow t = 700 \text{ ثانیه}$$

### تمرین

$$f(t) = t^2 + 2t, g(t) = 3t$$

ضابطه‌ی تابع‌های مقابل داده شده‌اند :

۱- ضابطه‌ی  $(f \pm g)$  را محاسبه کنید.

۲- به ازای  $t = 3$  مقدار  $(f + g)(t)$  را پیدا کنید.

۳- به ازای  $t = -3$  مقدار  $(f - g)(t)$  را پیدا کنید.

مثال ۸: تابع‌های  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های مقابل مفروض‌اند.

$$f(x) = \sqrt{x}, g(x) = \sqrt{2-x}$$

- دامنه‌های  $f + g$  و  $f/g$  را بیابید.

حل: با توجه به زوج بودن فرجه‌ی رادیکال، دامنه‌ی  $f$  برابر

است با :

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 0\} = [0, +\infty)$$

- با توجه به زوج بودن فرجه‌ی رادیکال دامنه‌ی  $g$  برابر

است با :

$$D_g = \{x | x \in \mathbb{R}, 2 - x \geq 0\} = (-\infty, 2]$$

- دامنه‌ی  $f + g$  برابر است با :

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, 2]$$

- دامنه‌ی  $f/g$  را محاسبه می‌کنیم،

$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x | x \in \mathbb{R}, g(x) = 0\} \Rightarrow$$

دامنه‌ی  $f/g$  برابر است با :

$$D_{f/g} = [0, 2] - \{2\} = [0, 2)$$

### تمرین

۱- تابع‌های  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های مقابل مفروض‌اند :

الف) ضابطه‌های  $f \times g$  و  $g/f$  را محاسبه کنید.

ب) دامنه‌های  $f - g$  و  $g/f$  را محاسبه کنید.

۲- دو تابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های مقابل مفروض‌اند :

$$f = \sqrt{x-1} \text{ و } g(x) = \sqrt{9-x^2}$$

$$f(x) = 3x + 1, g(x) = x^2 - 2x$$

مقدار  $(f + g)(3)$  را محاسبه کنید.

## آزمون پایانی (۶)

### محل پاسخ به سوالات آزمون پایانی (۶)

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 - 4}, \quad g(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} \quad \text{و} \quad g(x) = 3x - 2$$

۱- تابع های  $f$  و  $g$  با ضابطه های مقابل مفروض اند :

۲- دامنه های  $f - g$ ،  $f \times g$  و  $f/g$  را به دست آورید.

۳- تابع  $f$  با ضابطه ی مقابل مفروض است. حاصل عبارت های  $f(3) \times f(2)$  و  $f(3) + f(-2)$  را به دست آورید.

۴- تابع های  $f$  و  $g$  با ضابطه های روبه رومفروض اند :

الف) ضابطه ی  $f \times g$  و  $f/g$  را بنویسید.

ب) مقدار  $(f+g)(0)$  را بیابید.

ج) مقدار  $\frac{f(8)}{g(2)}$  را بیابید.

۵- هرگاه

$$f = \{(-1, 1), (7, 3), (9, 5), (5, 11), (0, 2), (4, 0)\}$$

$$g = \{(-1, 0), (2, 5), (7, 11), (-5, 11), (3, 9)\}$$

الف) دامنه های  $f \pm g$  و  $f \times g$  را بیابید.

ب) توابع  $2f + 3g$  و  $f \times g$  را تعیین کنید.

# بخش دوم

## فصل هفتم

### ترکیب دو تابع

#### هدف کلی

ترکیب دو یا چند تابع و کاربردهای آن در حل مسائل

- هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از هنرجو انتظار می‌رود که بتواند:
- ۱- ضابطه‌ی  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را با داشتن ضابطه‌ی  $f$  و  $g$  بنویسد؛
  - ۲- مقدار تابع‌های  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را در بعضی از نقطه‌های دامنه‌اش تعریف کند؛
  - ۳- مسائل مربوط به کاربرد ترکیب تابع‌ها را حل کند.



## پیش‌آزمون (۷)

### محل پاسخ به سؤالات پیش‌آزمون (۷)

$$f(x) = 3x + 2$$

- ۱- تابع  $f$  با ضابطه‌ی روبه‌رو مفروض است :
- الف) مقادیر  $f(0)$  و  $f(-2)$  را به‌دست آورید.
- ب)  $f(x-2)$  را بنویسید.
- ج)  $f(3x+2)$  را بنویسید.

$$f(x) = \sqrt{x+1}, \quad g(x) = x^2 - 1$$

- ۲- تابع‌های  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند.

ضابطه‌های  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را بنویسید.

$$f(x) = 3x^2 + 2bx - 7$$

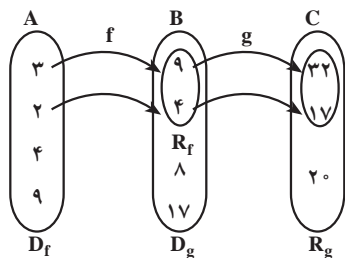
- ۳- تابع  $f$  با ضابطه‌ی روبه‌رو مفروض است. اگر  $f(-1) = 4$  باشد مقادیر  $b$  و  $f(-2)$  را بیابید.

$$f(x) = 2x + 1, \quad (f \circ g)(x) = 3x + 4$$

- ۴- تابع  $f$  و  $f \circ g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند،  $g(3)$  را بنویسید.

## ۲-۷- ترکیب دو تابع

### فعالیت ۲-۲۵



شکل ۲-۱۲۵



فرض کنید  $f: A \rightarrow B$  و  $g: B \rightarrow C$

$$x \rightarrow 3x + 5 \quad x \rightarrow x^2$$

با توجه به تابع‌های  $f$  و  $g$  و شکل ۲-۱۲۵ به سؤال‌های

زیر پاسخ دهید.

۱- مقدارهای  $f(3)$  و  $g(9)$  برابر چه اعدادی هستند؟

۲- مقدارهای  $f(2)$  و  $g(4)$  برابر چه اعدادی هستند؟

۳- آیا روابط  $g(f(2)) = g(4)$  و  $g(f(3)) = g(9)$

صحیح است؟

۴- مجموعه‌ی  $R_f \cap D_g$  را به دست آورید.

۵- با توجه به شکل ۲-۱۲۵ و روابط بالا، آیا می‌توان

تابع  $h$  را به صورت  $h: A \rightarrow C$  با ضابطه‌ی زیر تعریف کرد؟

$$x \rightarrow 3x^2 + 5$$

(در حالت کلی  $g(f(x))$  را می‌توان با نماد  $(g \circ f)(x)$

نشان داد)

تعریف: دو تابع  $f$  و  $g$  مفروض‌اند. ترکیب تابع  $g$  با  $f$  را با

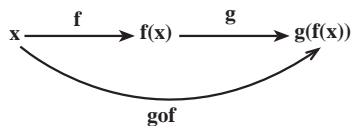
$g \circ f$  نشان می‌دهند و تابع  $g \circ f: A \rightarrow C$  است که به ازای هر

$x \in A$ ،  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ . شکل ۲-۱۲۶ نمودار ترکیب

این دو تابع است.

تذکر:  $g \circ f$  هنگامی قابل تعریف است که  $D_g \cap R_f \neq \emptyset$ .

$$f: A \longrightarrow B \quad \text{و} \quad g: B \longrightarrow C$$



شکل ۲-۱۲۶

مثال: تابع  $f$  با ضابطه‌ی روبه‌رو مفروض است:

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

$$f(1), f(3), f(z), f(-2z+1)$$

مقدارهای مقابل را به دست آورید.

$$f(1) = 1^2 + 2(1) + 3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

حل: برای محاسبه‌ی  $f(1)$  به جای  $x$ ، ۱ را قرار می‌دهیم:

$$f(3) = 3^2 + 2(3) + 3 = 9 + 6 + 3 = 18$$

- برای محاسبه‌ی  $f(3)$ ، به جای  $x$ ، ۳ را قرار می‌دهیم:

– برای محاسبه ی  $f(z)$ ، به جای  $x$ ،  $z$  را قرار می‌دهیم:

$$f(z) = z^2 + 2z + 3$$

– برای محاسبه ی  $f(-2z+1)$ ، به جای  $x$ ،  $-2z+1$  را

قرار می‌دهیم:

$$f(-2z+1) = (-2z+1)^2 + 2(-2z+1) + 3$$

– با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$\Rightarrow f(-2z+1) = 4z^2 - 4z + 1 - 4z + 2 + 3$$

$$\Rightarrow f(-2z+1) = 4z^2 - 8z + 6$$

– پس از ساده کردن  $f(-2z+1)$  به دست می‌آید:

مثال ۲: توابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض اند:

$(f \circ g)(x)$ ،  $g \circ f(x)$  را به دست آورید.

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = -2x + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (g(x))^2 = (-2x + 3)^2$$

حل: روش اول:  $f \circ g$  برابر است با:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = -2f(x) + 3 = -2x^2 + 3$$

–  $g \circ f$  برابر است با:

روش دوم: در  $f(g(x))$  به جای  $g(x)$  مقدار آن را قرار

می‌دهیم، یعنی:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-2x + 3) = (-2x + 3)^2$$

– در  $g(f(x))$  به جای  $f(x)$  مقدار آن را قرار می‌دهیم:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = -2x^2 + 3$$

مثال ۳: تابع‌های  $f$  و  $f \circ g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض اند.

$$f(x) = 4x + 1 \quad \text{و} \quad (f \circ g)(x) = 3x - 1$$

– ضابطه تابع  $g$  را بیابید، سپس  $g(1)$  را حساب کنید.

حل: در رابطه ی  $f \circ g$  به جای  $x$  در  $f(x)$  مقدار  $g(x)$  را

قرار می‌دهیم؛

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 4g(x) + 1$$

از تابع fog با ضابطه ی  $3x-1$  خواهیم داشت :

$$\Rightarrow 4g(x)+1=3x-1$$

- ضابطه ی g برابر است با :

$$\Rightarrow 4g(x)=3x-1-1 \Rightarrow g(x)=\frac{3x-2}{4}$$

- در  $g(x)$ ، به جای x عدد 1 را قرار می دهیم :

$$g(1)=\frac{3 \times 1 - 2}{4} = \frac{1}{4}$$

مثال 4: تابع های f و g مفروض اند.

$$f = \{(-1, 7), (3, 4), (7, 5), (4, 2)\}$$

$$g = \{(7, 11), (0, 1), (5, 18), (9, 9)\}$$

حل الف)  $D_g = \{7, 0, 5, 9\}$  و  $R_f = \{7, 4, 5, 2\} \Rightarrow$

الف)  $D_g$  و  $R_f$  را به دست آورید.

$$D_g \cap R_f = \{7, 5\}$$

حل ب)  $(gof)(7) = g(f(7)) = g(5) = 18$

ب)  $gof(7)$  و  $gof(-1)$  را به دست آورید.

$(gof)(-1) = g(f(-1)) = g(7) = 11$

ج) دامنه ی gof را به دست آورید.

حل ج)  $gof = \{(7, 18), (-1, 11)\} \Rightarrow$

- دامنه ی gof برابر است با :

$$D_{gof} = \{7, -1\}$$

مثال 5: رابطه ی مقابل مفروض است.  $f(t)$  را به دست

$$f(-4t+1) = 5t-1$$

آورید.

حل: عبارت  $-4t+1$  را برابر متغیر x قرار می دهیم و t را

بر حسب x محاسبه می کنیم.

$$-4t+1=x \Rightarrow -4t=x-1 \Rightarrow t=\frac{x-1}{-4}$$

- در تابع f، متغیرها را بر حسب x مرتب می کنیم.

$$f(x) = 5\left(\frac{x-1}{-4}\right) - 1 = \frac{5x-5}{-4} - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{5x-5+4}{-4}$$

- مخرج مشترک می گیریم :

- ضابطه  $f(x)$  برابر است با :

$$\Rightarrow f(x) = \frac{5x-1}{-4}$$

- به جای متغیر x متغیر t را قرار می دهیم، پس داریم :

$$f(t) = \frac{5t-1}{-4}$$

مثال ۶: تابع‌های  $f$  و  $(f \circ g)$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند.

مقدار  $g(3)$  را محاسبه کنید.

$$f(x) = 3x + 2 \text{ و } (f \circ g)(x) = \frac{2x-1}{1-5x}$$

حل: ابتدا  $(f \circ g)(x)$  را به دست می‌آوریم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 2 = \frac{2x-1}{1-5x} \Rightarrow$$

– از طرف دوم رابطه مخرج مشترک می‌گیریم.

$$3g(x) = \frac{2x-1}{1-5x} - 2 = \frac{2x-1-2+10x}{1-5x} = \frac{12x-3}{1-5x}$$

– ضابطه‌ی  $g(x)$  برابر است با:

$$\Rightarrow 3g(x) = \frac{3(4x-1)}{1-5x} \Rightarrow g(x) = \frac{4x-1}{1-5x}$$

– به جای  $x$ ، عدد ۳ را قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow g(3) = \frac{4(3)-1}{1-5(3)} \Rightarrow g(3) = \frac{11}{-14}$$

## فعالیت ۲۶-۲

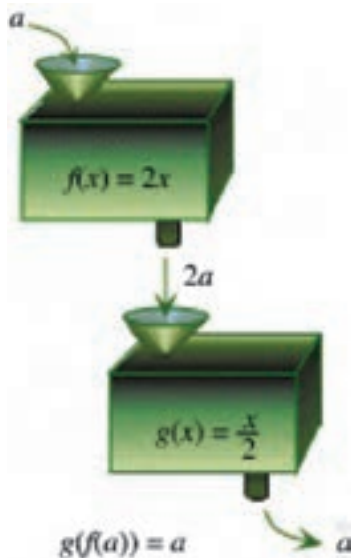
تابع‌های  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های مقابل مفروض‌اند.

$$f(x) = 2x \text{ و } g(x) = \frac{x}{2}$$

با توجه به شکل ۲۶-۱۲۷ آیا می‌توان ادعا کرد که:

الف)  $(g \circ f)(2) = 2$ ؟ چرا؟

ب)  $(g \circ f)(a) = a$ ؟ چرا؟



شکل ۲۶-۱۲۷

مثال ۷: تابع‌های  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند.

$$f(x) = 3x + 7 \text{ و } g(x) = 2x - 3$$

– معادله‌ی مقابل را حل کنید.

$$3(f \circ g)(x) + 2(g \circ f)(x) = 7$$

حل: ضابطه‌ی تابع fog برابر است با:

$$(fog)(x) = 3g(x) + 7 = 3(2x - 3) + 7$$

$$\Rightarrow (fog)(x) = 6x - 2$$

– ضابطه‌ی تابع gof برابر است با:

$$(gof)(x) = g(f(x)) = 2f(x) - 3$$

$$= 2(3x + 7) - 3$$

– پس از ساده کردن داریم:

$$\Rightarrow gof(x) = 6x + 11$$

– مقادیر  $(gof)(x)$  و  $(fog)(x)$  را در معادله قرار می‌دهیم:

$$3(fog)(x) + 2(gof)(x) = 18x - 6 + 12x + 22 = 7$$

– مقدار  $x$  برابر است با:

$$\Rightarrow 3 \cdot x + 16 = 7 \Rightarrow 3 \cdot x = 7 - 16 \Rightarrow x = \frac{-9}{3} = -3$$

## آزمون پایانی (۷)

### محل پاسخ به سوالات آزمون پایانی (۷)

$$f(x) = \frac{5x+3}{3x-1} \text{ و } g(x) = 1-4x$$

$$f(x) = 2x+1 \text{ و } g(x) = 4x-3$$

$$f(x) = 3x+1 \text{ و } (fog)(x) = \frac{1}{4}x+3$$

$$f(x) = x^2+2 \text{ و } g(x) = x+3$$

۱- دو تابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند. مقادیر زیر را به دست آورید.

الف)  $f(0)$  و  $g(f(0))$

ب)  $f(g(1))$  و  $g(1)$

۲- دو تابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند. ضابطه‌ی توابع  $f \circ g$ ،  $g \circ f$  و  $f \circ f$  را بنویسید.

۳- دو تابع  $f$  و  $(f \circ g)$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند. مقدار  $g(-2)$  را حساب کنید.

۴- دو تابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های روبه‌رو مفروض‌اند. ریشه‌های  $(g \circ f)(x) = 3x$  را به دست آورید.