فصل ۱

عبارت‌های جبری

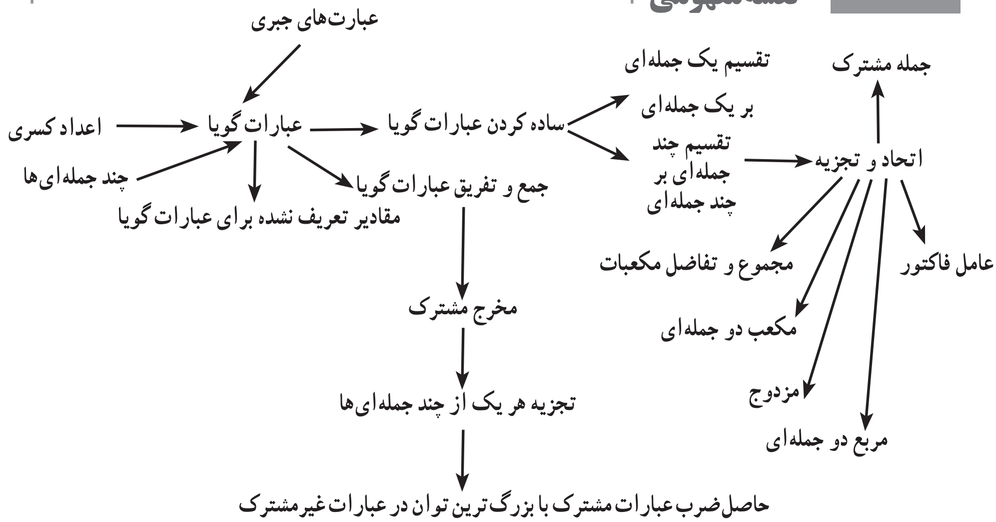
نگاه کلی به فصل

در پایه نهم، فصل پنجم، دانش‌آموزان با عبارت‌های جبری و همچنین با اتحادهایی نظیر، اتحاد مربع مجموع دو جمله، مربع تفاضل دو جمله، مزدوج و جملهٔ مشترک و تجزیهٔ آنها و همچنین در فصل هفتم پایهٔ نهم با عبارات گویا، ساده کردن و اعمال جبری روی عبارات گویا آشنا شده‌اند. در این فصل که شامل دو درس می‌باشد، در درس اول، دانش‌آموزان پس از مرور مطالب مربوط به اتحادهای سال گذشته با استفاده از خاصیت ضرب عبارات جبری و انجام کار در کلاس‌ها و فعالیت‌ها به اتحادهای جدیدی نظیر اتحاد مکعب دو جمله‌ای و اتحاد تفاضل و مجموع مکعب دو جمله‌ای و تجزیهٔ آنها دست می‌یابند. نکتهٔ حائز اهمیت در فعالیت‌های این درس، این است که رسیدن به اتحادهای جبری با توجه به مثلث خیام صورت گرفته است و در این راستا باید توجیه کامل دانش‌آموزان در خصوص مثلث خیام، انجام گیرد و پس از رسیدن به اتحاد موردنظر، دانش‌آموزان باید بتوانند آن اتحاد را به‌صورت یک عبارت کلامی بیان کنند.

درس دوم : یادآوری و تکمیل مطالب مربوط به ساده‌کردن و جمع و تفریق عبارات گویا می‌باشد.

از آنجایی که در درس اول مطالب مربوط به اتحادهای سال نهم کامل گردید، در این درس نیز ساده‌کردن عبارات گویا و اعمال جبری روی عبارات گویا با کمک این اتحادهای جدید مطرح می‌گردد و مطالب مربوط به عبارات گویا به‌صورت کامل بیان می‌شود. همچنین در جمع و تفریق عبارات گویا، مبحث مخرج مشترک‌گیری نیز عنوان می‌گردد.

نقشهٔ مفهومی



درس اول

چند اتحاد جبری و کاربردها

اهداف درس اول

در فرایند آموزشی این درس، انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به اهداف زیر برسند :

۱ــ یادآوری مطالب ارائه شده در مورد عبارت‌های جبری که در سال‌های قبل با آن آشنا شدند (به‌خصوص اتحادهای مربع دو جمله‌ای، مزدوج و اتحاد جمله مشترک و تجزیه عبارت‌های جبری).

۲ــ آشنا شدن با چند اتحاد جدید از جمله اتحاد مکعب دو جمله‌ای، تفاضل مکعب دو جمله‌ای و اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای

۳ــ آشنا شدن با مثلث خیام و نحوهٔ استفاده از آن جهت محاسبه $(a+b)^n$ برای nهای مختلف طبیعی (بسط دو جمله‌ای)

۴ــ کاربردهایی از مثلث خیام

۵ــ الگویابی

روش تدریس درس اول

هدف از این درس یادگیری اتحادهای مکعب دو جمله‌ای و مجموع و تفاضل مکعبات می‌باشد که در راستای تحقق این هدف، ابتدا با یادآوری اتحادهای سال گذشته، کار در کلاس‌هایی طراحی شده است و سپس دانش‌آموزان با انجام فعالیت‌هایی به اتحادهای جدید دست می‌یابند.

هدف از کار در کلاس صفحات ۱۰ و ۱۱ مروری بر اتحادهای یاد گرفته شده در پایهٔ نهم و تجزیه به کمک آنها می‌باشد.

در کار در کلاس آخر صفحه ۱۱ می‌خواهیم دانش‌آموزان کاربرد اتحادها را در بعضی از محاسبات عددی بیاموزند.

در کار در کلاس صفحه ۱۲ می‌خواهیم حاصل مکعب دو جمله‌ای را با استفاده از حاصل‌ضرب دو چند جمله‌ای که یکی از آنها اتحاد مربع دو جمله‌ای است که سال قبل آموخته و دیگری چند جمله‌ای ساده

است، را به‌دست آوریم.

هدف از فعالیت صفحه ۱۲ شناساندن مثلث خیام به دانش‌آموزان و توضیح دادن ارتباط بین سطوح آن و در نهایت به‌دست آوردن اتحاد مکعب دو جمله‌ای است و بیان آن با عبارت کلامی می‌باشد.

کار در کلاس صفحه ۱۳ تمرین اتحاد مکعب دو جمله‌ای است.

هدف از کار در کلاس ابتدای صفحه ۱۴، چگونگی الگویابی از مثلث خیام است که دانش‌آموز، با توجه به توان‌های مختلف عدد ۲ و ارتباط آن با سطرهای مثلث خیام، یک حدس بیان می‌کند و براساس آن مقادیر مختلف توان‌های عدد ۲ را به‌دست می‌آورد. البته باید به دانش‌آموزان تأکید نمود که هر حدس ریاضی، باید ابتدا اثبات گردد در غیراین‌صورت ممکن است درست نباشد. در همین راستا، کار در کلاس بعدی در صفحه ۱۴ آورده شده است که دانش‌آموز با توجه به توان‌های محاسبه شده برای عدد ۱۱ تا توان چهارم و ارتباط آن با مثلث خیام، حدس می‌زند که باید 11^5 نیز بر حسب اعداد واقع در سطر ششم مثلث خیام به‌صورت زیر نوشته شود :

$$11^5=15101051$$

در صورتی که اگر 11^5 را با همان روش توان‌های کوچک‌تر، به صورت مستقیم به‌دست آورد، به‌صورت زیر خواهد بود.

$$11^5=(1+10)^5=1+5\times10+10\times10^2+10\times10^3+5\times10^4+1\times10^5=161051$$

یعنی حدس دانش‌آموز غلط است. حال سؤالی که مطرح می‌شود این است که آیا الگویی برای یافتن توان‌های مختلف ۱۱، با استفاده از مثلث خیام وجود دارد؟ جواب مثبت است.

برای این‌منظور، از 11^5 شروع می‌کنیم. برای پیدا کردن مقدار 11^5، اولین عدد سمت چپ سطر ششم مثلث خیام را درنظر گرفته و آن را با رقم دهگان عدد بعدی و سپس با رقم صدگان عدد بعد از آن و به همین صورت ادامه می‌دهیم و حاصل آن را به‌عنوان اولین رقم از سمت چپ حاصل عبارت 11^5 قرار می‌دهیم.

۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱ سطر ششم

چون رقم دهگان عدد ۵، صفر است و اعداد بعد از ۵ نیز رقم صدگان ندارند، لذا طبق فرمول بالا، اولین رقم 11^5 برابر است با

رقم اول $1+0=1$

دومین رقم از سمت چپ 11^5، بقیه به حالت قبل از دومین عدد سطر ششم مثلث خیام شروع می‌شود و با رقم دهگان عدد بعد از آن جمع می‌شود و سپس با رقم صدگان عدد بعد ۷ و ... لذا داریم :

رقم دوم $5+1=6$

رقم‌های بعدی 11^5 نیز به‌طور مشابه محاسبه می‌شوند :

رقم ششم ۵=۰+۵ رقم سوم ۱=۱+۰

رقم هفتم = ۱ رقم چهارم ۰=۰+۰

بنابراین

$11^5 = 1\ 6\ 1\ 0\ 5\ 1$

برای توان‌های کمتر از ۵، یعنی 11^1، 11^2، 11^3 و 11^4 نیز الگوی بالا را اعمال کنید و چون هیچ‌کدام از اعداد واقع در سطرهای دوم تا پنجم مثلث خیام، عدد دو رقمی نیستند لذا رقم دهگان و صدگان و ...، همگی صفر هستند و دقیقاً ارقام توان‌های ۱۱، همان اعداد واقع در سطرهای دوم تا پنجم مثلث خیام هستند.

حال این الگو را برای 11^6 انجام می‌دهیم :

سطر هفتم مثلث خیام ۱ ۶ ۱۵ ۲۰ ۱۵ ۶ ۱

11^6 رقم اول از سمت چپ =۱+۰=۱

11^6 رقم دوم از سمت چپ =۶+۱=۷

11^6 رقم سوم =۵+۲=۷

11^6 رقم چهارم =۱+۰=۱

11^6 رقم پنجم =۵+۰=۵

11^6 رقم ششم =۶+۰=۶

11^6 رقم هفتم =۱+۰ =۱

لذا خواهیم داشت :

$11^6 = 1\ 7\ 7\ 1\ 5\ 6\ 1$

حال سؤالی که در ذهن بسیاری از شما معلمین ایجاد خواهد شد این است که د ر مراحل بالاتر توان‌های عدد ۱۱، احتمالاً جمع رقم یکان + رقم دهگان + رقم صدگان + ...، خود نیز یک عدد دو رقمی و یا چندرقمی خواهد شد، در این صورت باید چه کار کرد؟ جواب بسیار راحت است. باید در چنین حالتی، حاصل به‌دست آمده که یک عدد دو رقمی یا بیشتر است را در همان موقعیت به‌دست آمده قرار داد و سپس، همین الگو را مجدداً روی رقم‌های حاصل، اعمال کرد. به مثال زیر توجه کنید.

قصد داریم 11^8 را به‌دست آوریم. لذا باید سطر نهم مثلث خیام را درنظر بگیریم :

سطر نهم مثلث خیام ۱ ۸ ۲۸ ۵۶ ۷۰ ۵۶ ۲۸ ۸ ۱

این همه عدد، دو رقمی هستند

رقم اول $۱۱^۸$ = ۱+۰=۱

رقم دوم $۱۱^۸$ = ۸+۲=۱۰

رقم سوم $۱۱^۸$ = ۸+۵=۱۳

رقم چهارم $۱۱^۸$ = ۶+۷=۱۳

رقم پنجم $۱۱^۸$ = ۰+۵=۵

رقم ششم $۱۱^۸$ = ۶+۲=۸

رقم هفتم $۱۱^۸$ = ۸+۰=۸

رقم هشتم $۱۱^۸$ = ۸+۰=۸

رقم نهم $۱۱^۸$ = ۱

لذا اعداد زیر را که حاصل شده‌اند، پشت سر هم قرار می‌دهیم :

۱ ۱۰ ۱۳ ۱۳ ۵ ۸ ۸ ۸ ۱

حال مجدداً همان الگو را روی اعداد بالا اعمال می‌کنیم :

رقم اول $۱۱^۸$ = ۱+۱=۲

رقم دوم $۱۱^۸$ = ۰+۱=۱

رقم سوم $۱۱^۸$ = ۳+۱=۴

رقم چهارم $۱۱^۸$ = ۳+۰=۳

رقم پنجم $۱۱^۸$ = ۵

رقم ششم $۱۱^۸$ = ۸

رقم هفتم $۱۱^۸$ = ۸

رقم هشتم $۱۱^۸$ = ۸

رقم نهم $۱۱^۸$ = ۱

لذا عبارت $۱۱^۸$ به‌صورت زیر خواهد بود :

$۱۱^۸$ = ۲ ۱ ۴ ۳ ۵ ۸ ۸ ۸ ۱

در فعالیت صفحه ۱۵ می‌خواهیم مهارت تجزیهٔ عبارات را به کمک اتحادهای مجموع و تفاضل مکعبات به‌دست آوریم.

هدف از تمرین ۶ صفحه ۱۶ به‌دست آوردن اتحاد مربع دو جمله‌ای با استفاده از مجموع مساحت‌های مستطیل‌های واقع در مربعی به ضلع a می‌باشد.

توصیه‌های آموزشی

۱ در تجزیهٔ عبارات جبری اگر فقط کلمهٔ تجزیه به‌کار برده شد، عبارات را تا جایی که به عدد صحیح برسیم، تجزیه می‌کنیم. اما اگر عبارت «به‌ساده‌ترین صورت تجزیه کنید» به‌کار برده شود، می‌توان تجزیه را تا آخرین مرحله و داشتن ضرایب گویا نیز ادامه داد.

۲ بیان عبارت کلامی متناظر با اتحادها ضروری است. بنابراین بعد از طی مراحل رسیدن به اتحادها، از دانش‌آموزان بخواهید که عبارت اتحاد را به‌صورت عبارت کلامی و کامل بیان کنند.

۳ با حل کامل کار در کلاس‌ها و فعالیت‌های مرتبط با مثلث خیام، سعی کنید دانش‌آموزان را با این شیوه به‌طور کامل آشنا سازید و کاربرد آن را در اتحادها برایشان روشن نمایید.

۴ به‌دست آوردن اتحادهایی که جملات گویا دارند، برای دانش‌آموزان کمی دشوار است. توجّه نمایید که با حل تمرین ۱ صفحه ۱۵ و تکرار مثال‌هایی مشابه این تمرین، می‌توان این مشکل را برطرف ساخت.

۵ در تجزیه عبارات جبری مرکب، می‌توان به دانش‌آموز توصیه کرد که ابتدا از عامل مشترک، فاکتورگیری انجام گیرد پس از اتحادها، تا در تمرین‌هایی شبیه تمرین (۵ــ الف) دچار مشکل نشود. همچنین باید یادآوری کرد که عامل فاکتور می‌تواند خود یک عبارت، حتی عبارت توان‌دار باشد.

۶ دانش‌آموزان در مبحث توان‌رسانی دچار مشکل می‌شوند. سعی شود قبل از ورود اعداد توان‌دار در اتحادها و به‌دست آوردن حاصل آنها،در مورد توان‌رسانی یادآوری صورت گیرد.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان

بعضی اوقات دانش‌آموزان در اتحاد مکعب تفاضل دو جمله، هم منفی بین دو جمله را برای جملهٔ دوم درنظر می‌گیرند و هم طرف دوم اتحادها را. لازم است یادآوری شود که در این مواقع فقط ما جملات را بدون درنظر گرفتن علامتشان، در طرف دوم اتحاد قرار می‌دهیم.

$(۲x-۱)^۳=(۲x)^۳-۳(۲x)^۲(-۱)+۳(۲x)(-۱)^۲-(-۱)^۳$

$=۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+۱ \rightarrow$ اشتباه است.

$(۲x-۱)^۳=(۲x)^۳-۳(۲x)^۲(۱)+۳(۲x)(۱)^۲-(۱)^۳$

$=۸x^۳-۱۲x^۲+۶x-۱ \rightarrow$ صحیح است.

نمونه سؤال‌های ارزشیابی

۱ با استفاده از اتحادها، حاصل عبارات زیر را به‌دست آورید.

الف) $(۲x+۳y)^۲$ ب) $(-۱+y^۲)^۲$ پ) $(۲x+\frac{۱}{۲})^۲$

ت) $(۲x-۱)(۴x^۲+۲x+۱)$ ث) $(x-\frac{۱}{۳})(x+\frac{۱}{۳})$ ج) $(\frac{a}{۳}-\frac{b}{۲})^۳$

چ) $(۲x-۴)(۲x+۳)$ ح) $(a+۲b)(a^۲-۲ab+۴b^۲)$

۲ عبارات زیر را به کمک اتحادها تجزیه کنید.

الف) $x^۲+۱۰x+۲۵$ ب) $۴a^۲+۴ax+x^۲$

پ) $۴x^۲-y^۲$ ت) $\frac{x^۲}{۴}-\frac{z^۲}{۹}$

ث) $۴x^۲-۱۰x-۶$ ج) $a^۳+۸b^۳$

چ) $x^۳+۳x^۲+۳x+۱$ ح) $۲۷x^۳-\frac{۱}{۸}$

خ) $a^۳-۶a^۲+۱۲a-۸$ د) $x^۲+۲\sqrt{۲}x+۲$

ذ) $۲-a^۲$

۳ حاصل عبارت را به کمک اتحادها به‌دست آورید.

$(x+y)^۲-(x-y)^۲$

۴ با استفاده از اتحادها حاصل عبارات زیر را به‌دست آورید.

الف) $(۱۱)^۳$ ب) $۱۰۲×۹۸$ پ) $(۹۹)^۲$ ت) $(۹۹۹)^۳$

۵ عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین عبارت تجزیه کنید.

الف) $۱۸a^۸(a^۲+۴)^۴+۶۴a^۶(a^۲+۴)^۳$

ب) $x^{۱۲}-۲۷x^۳$

درس دوم

عبارت‌های گویا

اهداف درس دوم

در فرایند آموزشی این درس، انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به اهداف زیر برسند :

۱ شناسایی عبارت‌های گویا و تشخیص آنها از عبارات غیرگویا

۲ توانایی ساده‌کردن عبارات گویا

۳ توانایی جمع و تفریق عبارات گویا و مخرج مشترک‌گیری بین آنها

۴ به‌دست آوردن مقادیری از متغیرها که به ازای آنها، مقدار عددی عبارات گویا تعریف نمی‌شود.

روش تدریس درس دوم

هدف از این درس کامل کردن مطالب مربوط به عبارات گویای سال گذشته، اعم از ساده‌کردن و جمع و تفریق عبارات گویا، می‌باشد. برای همین‌منظور، ابتدا با یادآوری تشخیص عبارات گویا از عبارات غیرگویا، فعالیت و کار در کلاسی طراحی شده است و سپس با انجام کار در کلاس‌ها و فعالیت‌های بعدی هدف اصلی درس تحقق می‌یابد.

هدف از فعالیت صفحه ۱۸ این است که دانش‌آموز بتواند عبارات گویا را از عبارات غیرگویا تشخیص دهد. و در این راستا به مطالب سال گذشته راجع به عبارات گویا نیز، باید مسلط باشد.

هدف از اولین کار در کلاس صفحه ۱۹ تشخیص عبارات گویا و همچنین تعیین مقداری است که به ازای آن مخرج کسر صفر شود. (مروری بر مطالب سال گذشته)

قسمت ۱ دومین کار در کلاس صفحه ۱۹، ساده‌کردن عبارات گویایی که در تجزیهٔ آنها از اتحادها استفاده می‌شود را یادآوری می‌کند.

قسمت ۲ آن کار در کلاس، اشاره به یکی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان است که در ساده‌کردن عبارات گویا به عمل ضرب بین عامل‌های مشترک دقت نمی‌کنند و عبارت داده شده را به‌صورت غلط ساده می‌کنند.

$\frac{۲x^{۲}+\cancel{y^{۲}}}{\cancel{y^{۲}}}=۲x^{۲}+۱ \rightarrow$ اشتباه است،

زیرا باید صورت و یا مخرج به‌صورت حاصل‌ضرب باشند تا ساده شوند.

قسمت ۳، نکتهٔ صفحه ۱۹ (ساده کردن عبارات گویا) را با مثال مفهومی متذکر می‌شود و آن این است که عاملی که از صورت و مخرج خط می‌زنیم باید مخالف صفر باشد.

هدف از فعالیت صفحه ۲۱، درک مفهوم کوچک‌ترین مضرب مشترک بین چند جمله‌ای‌ها و در نهایت رسیدن به این نکته که مخرج مشترک‌گیری یعنی به‌دست آوردن حاصل‌ضرب عبارات مشترک با بزرگ‌ترین توان در عبارات غیرمشترک بعد از تجزیهٔ هر یک از چند جمله‌ای‌هاست.

قسمت ۱ کار در کلاس صفحه ۲۲ یادآوری کوچک‌ترین مضرب مشترک بین دو عبارت می‌باشد که در سال‌های گذشته به‌صورت ساده‌تر خوانده‌اند.

قسمت ۲ کار در کلاس صفحه ۲۲ نشان می‌دهد که مخرج مشترک همان کوچک‌ترین مضرب مشترک دوچند جمله‌ای می‌باشد.

فعالیت صفحه ۲۳، با توجه به فراگیری دانش‌آموزان در مورد مخرج مشترک، در اینجا به‌طور کلی جمع و تفریق عبارات گویا را می‌آورد و از کوچک‌ترین مضرب مشترک برای مخرج مشترک‌گیری به این ترتیب که ابتدا با یکی کردن مخرج‌ها و سپس اینکه مخرج اولی چه چیزی نسبت به مخرج مشترک کم دارد که صورتش باید در آن ضرب شود، تک‌تک این عبارات را به این‌صورت به‌دست آورده و در آخر بر طبق صورت مسئله با هم جمع یا از هم کم می‌کنند.

کار در کلاس صفحه ۲۳ تمرینی بریادگیری فعالیت صفحه ۲۳ می‌باشد.

توصیه‌های آموزشی

۱ در ساده‌کردن عبارات گویای مرکب، از دانش‌آموزان بخواهید که تجزیه عبارت‌های جبری را به‌خاطر بیاورند و سپس به آنها توصیه کنید که از روشی استفاده کنند که برای آنها راحت‌تر و قابل فهم‌تر است.

۲ در حالت کلی، اکثر دانش‌آموزان با مخرج مشترک‌گیری ساده نیز مشکل دارند، بنابراین توصیه می‌شود ضمن یادآوری مخرج مشترک‌گیری ساده، در مبحث جمع و تفریق عبارات گویا، مخرج مشترک‌گیری عبارات گویا را مفصل برای دانش‌آموزان تفهیم فرمایید.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان

۱ یکی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان، در ساده‌کردن عبارت‌هایی است که در صورت و مخرج عامل

مشترکی وجود دارد، ولی به‌صورت ضرب نیست مانند :

$$\frac{\cancel{x^۲}+۶}{\cancel{x^۲}}=۶$$ اشتباه است.

برای پرهیز از این‌گونه اشتباهات، باید به دانش‌آموزان تذکر داده شود که فقط در صورتی می‌توان عامل مشترک صورت و مخرج را با هم ساده کرد که هم صورت و هم مخرج کسر به‌صورت حاصل‌ضرب دو یا چند عبارت نوشته شده باشد. در صورتی‌که در عبارت بالا $x^۲+۶$ را نمی‌توان به صورت حاصل‌ضرب $x^۲$ در یک عبارت دیگر نوشت.

۲ اشتباهات دیگر دانش‌آموزان اینکه، در تفریق عبارات گویا، علامت منفی‌پشت عبارت را فقط در اولین جمله تأثیر داده و در بقیهٔ جملات لحاظ نمی‌کنند. در این‌صورت حتماً باید به دانش‌آموزان متذکّر شوید که علامت منفی باید در تمام جملات بعد از آن ضرب شود.

$$\frac{y-۳}{۲y-۵}-\frac{۳y-۴}{۲y-۵}=\frac{y-۳-۳y-۴}{۲y-۵}=\frac{-۲y-۷}{۲y-۵}\rightarrow$$ اشتباه است

$$\frac{y-۳}{۲y-۵}-\frac{۳y-۴}{۲y-۵}=\frac{y-۳-۳y+۴}{۲y-۵}=\frac{-۲y+۱}{۲y-۵}\rightarrow$$ صحیح است

۳ یکی دیگر از اشتباهاتی که دانش‌آموزان مرتکب می‌شوند این است که برای تعیین مقادیر تعریف نشدهٔ یک عبارت گویا، ابتدا صورت و مخرج را ساده می‌کنند. سپس با مساوی صفر کردن مخرج، مقدار تعریف‌نشده را به دست می‌آورند و این کار اشتباه است. برای به‌دست آوردن مقادیر تعریف نشدهٔ یک عبارت گویا اصلاً نباید عبارت گویا را ساده کرد. بلکه فقط باید مخرج را تجزیه کرده و مساوی صفر قرار داد و مقدار تعریف نشده را به‌دست آورد.

نمونه سؤال‌های ارزشیابی

۱ حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

الف) $\frac{۱}{x^۲-۴x+۳}-\frac{۲x}{x-۱}+\frac{۱}{x-۳}$

ب) $\frac{x}{x-۱}-\frac{x+۱}{۲x-۲}-\frac{۱}{x}$

پ) $\frac{x^۳+۸}{x^۳-۸}-\frac{۱}{x-۲}+\frac{۲}{x^۲+۲x+۴}$

ت) $\frac{x^۲+xy}{x^۲-xy}-\frac{x^۲+۲xy+y^۲}{x^۲-y^۲}$

۲ عبارات گویای زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

الف) $\frac{x^۲-x-۶}{x^۲+۴x+۴}$

ب) $\frac{a^۲c^۳-ab^۲c}{a^۲b^۲c^۳-a^۳bc}$

پ) $\frac{x^۴-۱۶a^۴}{۲x^۳-۸xa^۲}$

ت) $\frac{x^۳-۴x^۲+۳x}{x(x-۱)(x+۲)}$

۳ عبارت گویایی را بیابید که اگر با $\frac{x+۱}{x-۱}$ جمع شود حاصل ۳ شود.

حل تمرین فصل ۱

تمرین صفحه ۱۵

۱ $(x-۱)^۲=x^۲-۲x+۱$

$$(y+\frac{۱}{۴})^۲=y^۲+\frac{۱}{۲}y+\frac{۱}{۱۶}$$

$$(۲-\frac{a}{۳})^۲=۴-\frac{۴a}{۳}+\frac{a^۲}{۹}$$

$$(۲z-\frac{۱}{۲})^۳=۸z^۳-۳(۲z)^۲(\frac{۱}{۲})+۳(۲z)(\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۸}$$

$$=(۲z)^۳-۶z^۲+\frac{۳}{۲}z-\frac{۱}{۸}$$

$$(\frac{۱}{۴}+\frac{b}{۳})^۳=(\frac{۱}{۴})^۳+۳(\frac{۱}{۴})^۲(\frac{b}{۳})+۳(\frac{۱}{۴})(\frac{b}{۳})^۲+(\frac{b}{۳})^۳$$

$$=\frac{۱}{۶۴}+\frac{۳b}{۴۸}+\frac{\cancel{۳}b^۲}{\underset{۱۲}{\cancel{۳۶}}}+\frac{b^۳}{۲۷}=\frac{۱}{۶۴}+\frac{b}{۱۶}+\frac{b^۲}{۱۲}+\frac{b^۳}{۲۷}$$

۲ $(a+\sqrt{۲})^۲=a^۲+۲\sqrt{۲}a+۲$

$(۱-۲x)^۲=۱-۴x+۴x^۲$

$(\sqrt{3}+x)^3 = 3\sqrt{3}+9x+3\sqrt{3}x^2+x^3$

۳ $x^6-1=(x^3)^2-1^2=(x^3-1)(x^3+1)=(x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)$

$1+z^3=(1+z)(1-z+z^2)$

$8-t^6=2^3-(t^2)^3=(2-t^2)(4+2t^2+t^4)$

$9x^2-6x+1=(3x-1)^2$

$25x^2+25x+6=(5x+2)(5x+3)$

$4x^2+14x+12=(2x+3)(2x+4)=2(2x+3)(x+2)$

۴ $(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+8$

$(7x-2)(49x^2+14x+4)=(7x)^3-8=343x^3-8$

۵ الف) $12x^6(x^2+5)^3-10x^4(x^2+5)^4$

$2x^4(x^2+5)^3(6x^2-5(x^2+5))=2x^4(x^2+5)^3(x^2-25)$

$=2x^4(x^2+5)^3(x-5)(x+5)$

ب) $x^8-625x^4=x^4(x^4-5^4)=x^4\,(x^2-5^2)(x^2+5^2)$

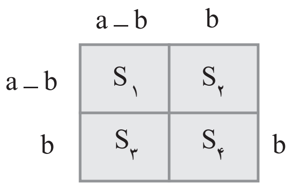
$=x^4(x-5)(x+5)(x^2+25)$

۶ الف) $S_1=(a-b)^2$

$S_2=b(a-b)$

$S_3=b(a-b)$

$S_4=b^2$



ب) $S=S_1+S_2+S_3+S_4=(a-b)^2+b(a-b)+b(a-b)+b^2$

$=(a-b)^2+2b(a-b)+b^2$ *

پ) $S=(\underbrace{(a-b)+b}_{(x\ +\ y)^2})^2 \overset{\text{طبق}\,*}{=\!=} (\underbrace{a-b}_{x^2})^2+\underbrace{2b}_{2y}(\underbrace{a-b}_{X})+\underbrace{b^2}_{y^2}$

۷ $(1001)^3=(1000+1)^3=(1000)^3+3(1000)^2(1)+3(1000)(1)^2+1^3$

$=1000000000+3000000+3000+1=1003003001$

$(99)^3=(100-1)^3=(100)^3-3(100)^2(1)+3(100)(1)^2-1=1000000-30000+300-1$

$=970299$

تمرین صفحه ۲۴

۱ $\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$ $\quad x^2-1=0 \longrightarrow x=\pm 1$

۲ $\dfrac{2x^2+1}{x^2+4}$ $\quad x^2+4=0 \longrightarrow x^2=-4$ غ ق ق

۳ $\dfrac{5}{x^2+x}$ $\quad x^2+x=0 \longrightarrow x(x+1)=0 \rightarrow x=0,\ x=-1$

۴ $\dfrac{x^3+3x^2+2x}{x(x+1)(x^2-4)}$ $\quad x(x+1)(x^2-4)=0 \rightarrow x=0,\ x=-1,\ x=\pm 2$

۵ $\dfrac{3x^2y+6xy^2}{x^2}$ $\quad x^2=0 \longrightarrow x=0$

۶ $\dfrac{42a^3-30a^3m}{am^2-25a}$ $\quad am^2-25a=0 \longrightarrow a(m^2-25)=0 \rightarrow a=0,\ m=\pm 5$

۷ $\dfrac{b^3x^4-ab^3x^3}{a^2b^2x^2-a^3b^2x}$ $\quad a^2b^2x^2-a^3b^2x=0 \longrightarrow a^2b^2x(x-a)=0 \rightarrow x=0,\ x=a$

۸ $\dfrac{x^6-a^6}{ax^3-a^3x}$ $\quad ax^3-a^3x=0 \longrightarrow ax(x^2-a^2)=0 \rightarrow x=0,\ x=\pm a$

۹ $\dfrac{4}{9x}-\dfrac{5x}{6y^2}+1=\dfrac{8y^2-15x^2+18xy^2}{18xy^2}$

۱۰ $\dfrac{x+1}{x-1}-1=\dfrac{x+1-x+1}{x-1}=\dfrac{2}{x-1}$

۱۱ $\dfrac{\frac{1}{m}+1}{m+1}=\dfrac{\frac{1+m}{m}}{\frac{m+1}{1}}=\dfrac{\cancel{1+m}}{m\,\cancel{(1+m)}}=\dfrac{1}{m}$

۱۲ $$\frac{۲x}{x^۲-y^۲}+\frac{۱}{x+y}-\frac{۱}{x-y}=\frac{۲x+(x-y)-(x+y)}{x^۲-y^۲}=\frac{۲x-۲y}{x^۲-y^۲}=\frac{۲\cancel{(x-y)}}{\cancel{(x-y)}(x+y)}$$

$$=\frac{۲}{x+y}$$

۱۳ $$\frac{x+۳}{x^۲-۶x+۹}-\frac{x+۲}{x^۲-۹}-\frac{۵}{۳-x}$$

$x^۲-۶x+۹=(x-۳)^۲$

$x^۲-۹=(x-۳)(x+۳) \xrightarrow{\text{ک م م}} -(x-۳)^۲(x+۳)$

$۳-x=-(x-۳)$

$$=\frac{-(x+۳)(x+۳)+(x+۲)(x-۳)-۵(x-۳)(x+۳)}{-(x-۳)^۲(x+۳)}$$

$$=\frac{-\cancel{x^۲}-۶x-۹+\cancel{x^۲}-x-۶-۵x^۲+۴۵}{-(x-۳)^۲(x+۳)}=\frac{-۵x^۲-۷x+۳۰}{-(x-۳)^۲(x+۳)}=\frac{۵x^۲+۷x-۳۰}{(x-۳)^۲(x+۳)}$$

۱۴ $$\frac{y-۳}{y^۲-۴}-\frac{y+۲}{y^۲-۴y+۴}-\frac{۲}{۲-y}$$

$y^۲-۴=(y-۲)(y+۲)$

$y^۲-۴y+۴=(y-۲)^۲ \xrightarrow{\text{ک م م}} -(y-۲)^۲(y+۲)$

$۲-y=-(y-۲)$

$$=\frac{-(y-۳)(y-۲)+(y+۲)^۲-۲(y^۲-۴)}{-(y-۲)^۲(y+۲)}=\frac{-\cancel{y^۲}+۵y-۶+\cancel{y^۲}+۴y+۴-۲y^۲+۸}{-(y-۲)^۲(y+۲)}$$

$$=\frac{-۲y^۲+۹y+۶}{-(y-۲)^۲(y+۲)}=\frac{۲y^۲-۹y-۶}{(y-۲)^۲(y+۲)}$$