# فصل ششم

## کاربردهای معادلات درجه‌ی دوم در حسابداری

**هدف‌های رفتاری:** در پایان این فصل، از فراگیرنده انتظار می‌رود :

۱ــ نقطه‌ی تعادل انواع توابع را تعیین کند.

۲ــ دستگاه‌های معادلات را برای تعیین انواع اقلام مجهول به‌کار برد.

۳ــ معادلات درجه‌ی دوم را حل و بحث نماید.

## ۶ــ کاربردهای معادلات درجه‌ی دوم در حسابداری

همان‌گونه که در فصل قبل گفته شد، صورت کلّی معادلات درجه‌ی یک $ax = b$ است، که به آن معادلات خطی نیز می‌گویند. اگر طرفین را بر $(a \neq ۰)$ تقسیم کنیم

$$ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$$

$x$ به دست می‌آید. بدیهی است در خیلی از موارد، شکل ظاهری معادله‌ی درجه‌ی اوّل به صورت $ax = b$ نیست و باید عملیّاتی روی آن انجام شود تا به این صورت درآید.

**مثال ۱ــ** شرکتی لیوان پلاستیکی تولید می‌نماید. هزینه‌ی متغیر هر لیوان ۲۰ ریال و هزینه‌ی ثابت آن شرکت ۵۰۰ ریال در روز است. اگر قیمت فروش هر لیوان ۳۰ ریال باشد، چه تعداد لیوان باید در روز تولید شود و به فروش برسد تا شرکت نه سود داشته باشد و نه زیان؟

$$۳۰x = ۲۰x + ۵۰۰$$

$$۳۰x - ۲۰x = ۲۰x + ۵۰۰ - ۲۰x$$

$$۱۰x = ۵۰۰$$

$$x = ۵۰$$

## ۱ــ۶ معادله‌ی درجه‌ی دوم

در مورد معادله‌ی درجه‌ی دوم نیز، صورت کلی آن $ax^۲ + bx + c = ۰$ است، که به آن معادله‌ی درجه‌ی دوم کامل می‌گویند. روشن است که پارامترهای a، b و c اعداد ثابتی هستند و گاهی اوقات ممکن است صفر نیز باشند.

اگر a برابر با صفر باشد، معادله به درجه‌ی اوّل تبدیل می‌شود. بنابراین، با شرط $a \neq ۰$ این معادله درجه‌ی دوم خواهد بود. $bx + c = ۰$

اگر $b = ۰$ باشد، $ax^۲ + c = ۰$

معادله دارای دو جواب قرینه است (به شرطی که a و c علامت مختلف داشته باشند).

$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$ اگر b و c هر دو صفر باشند و a مخالف صفر باشد، آن‌گاه $ax^۲ = ۰$ یعنی $x = ۰$ (مضاعف). دقّت کنید که اگر $b = ۰$ باشد و $a > ۰$ و $c > ۰$ باشد و یا a و c هر دو منفی باشد به‌عبارت دیگر اگر $b = ۰$ و a و c هر دو دارای علامت یک‌سان باشند، آن‌گاه معادله جواب حقیقی نخواهد داشت و جواب، موهومی‌خواهد بود.

درصورتی که $c = ۰$ باشد $(ax + b) \times x = ۰ \Rightarrow ax^۲ + bx = ۰$ یکی از جواب‌ها صفر و جواب دیگر $\frac{-b}{a}$ است $x = ۰$، $x = \frac{-b}{a}$

**مثال ۲ــ** معادله‌ی روبه‌رو را حل کنید.

$$۴x^۲ + ۸x = ۰$$

$$x = ۰ \qquad x = \frac{-۸}{۴} = -۲$$

**مثال ۳ــ** معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$-۶x^۲ + ۵۴ = ۰$$

$$x^۲ = \frac{۵۴}{۶} = ۹$$

$$x = \pm ۳$$

**مثال ۴ــ** معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$۲x^۲ + ۷ = ۰ \qquad ۲x^۲ = -۷$$

$$x^۲ = \frac{-۷}{۲}$$

جواب حقیقی ندارد

### ۱ــ۱ــ۶ حل معادلات درجه‌ی دوم کامل

$$ax^{۲} + bx + c = ۰$$

چون معادله‌ی درجه‌ی دوم کامل است، پس $a \neq ۰$ و $b \neq ۰$ و $c \neq ۰$. بنابراین، طرفین را بر a، که مخالف صفر است، تقسیم می‌نماییم.

$$x^{۲} + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = ۰$$

با استفاده از دو جمله‌ی اوّل، آن را به اتّحاد اوّل مشابه می‌کنیم. سپس، جمله‌ی سوم را، که $\frac{b^{۲}}{۴a^{۲}}$ است، به آن اضافه و کم می‌کنیم.

$$x^{۲} + \frac{b}{a}x + \frac{b^{۲}}{۴a^{۲}} - \frac{b^{۲}}{۴a^{۲}} + \frac{c}{a} = ۰$$

درنتیجه

$$(x + \frac{b}{۲a})^{۲} + \frac{-b^{۲} + ۴ac}{۴a^{۲}} = ۰$$

و

$$(x + \frac{b}{۲a})^{۲} = \frac{b^{۲} - ۴ac}{۴a^{۲}}$$

اگر از طرفین جذر بگیریم

$$x + \frac{b}{۲a} = \pm\sqrt{\frac{b^{۲} - ۴ac}{۴a^{۲}}}$$

$$x + \frac{b}{۲a} = \pm\frac{\sqrt{b^{۲} - ۴ac}}{۲a} \Rightarrow x = \frac{-b}{۲a} \pm \frac{\sqrt{b^{۲} - ۴ac}}{۲a}$$

پس

$$x', x'' = \frac{-b \pm \sqrt{b^{۲} - ۴ac}}{۲a}$$

که با استفاده از این فرمول (به شرطی که زیر رادیکال مقداری مثبت باشد) همیشه دو جواب برای معادله‌ی درجه‌ی دوم به دست می‌آید. امّا اگر $b^{۲} - ۴ac = ۰$ باشد، معادله، یک ریشه‌ی مضاعف خواهد داشت و اگر $b^{۲} - ۴ac < ۰$ باشد،معادله،جواب حقیقی ندارد و ریشه‌های موهومی‌خواهد داشت.

معمولاً $b^{۲} - ۴ac$ را با علامت دلتا $(\Delta)$ نشان می‌دهند و به آن مبیّن معادله‌ی درجه‌ی دو می‌گویند.

$$\Delta = b^{۲} - ۴ac$$

پس، اگر $\Delta > ۰$ باشد، معادله دارای دو جواب حقیقی است و اگر $\Delta = ۰$ باشد، معادله دارای جواب مضاعف است و اگر $\Delta < ۰$ باشد، معادله دارای جواب حقیقی نیست و دارای دو جواب موهومی‌است.

**مثال ۵ــ** معادله را حل و پاسخ آن را پیدا کنید.

$$۳x^۲ + ۷x + ۲ = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = ۴۹ - ۴ \times ۲ \times ۳ = ۲۵$$

**مثال ۶ــ** معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$x' = \frac{-۷ \pm ۵}{۶} = \begin{cases} -۲ \\ \frac{-۱}{۳} \end{cases}$$

$$x^۲ - ۶x + ۹ = ۰$$

$$\Delta = ۳۶ - ۳۶ = ۰$$

ریشه‌ی مضاعف
$$x = \frac{۶}{۲} = ۳$$

**مثال ۷ــ** معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$x^۲ - ۳x + ۱۰ = ۰$$

$$\Delta = ۹ - ۴۰ = -۳۱$$

چون $\Delta < ۰$ است، پس معادله‌ی زیر جواب حقیقی ندارد.

**مثال ۸ــ** معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$x^۲ - ۴x + ۳ = ۰$$

$$\Delta = ۱۶ - ۱۲ = ۴$$

$$x' = \frac{۴ + ۲}{۲} = ۳$$

$$x'' = \frac{۴ - ۲}{۲} = ۱$$

**۲ــ۱ــ۶ حالت خاص معادله‌ی درجه‌ی دوم:** همان گونه که در مثال ۷ ملاحظه نمودید، b عددی زوج است و می‌توان از نصف آن، یعنی $\frac{b}{۲}$ استفاده کرد.

اگر $b'$ را نصف b فرض کنیم، خواهیم داشت :
$$b = ۲b'$$

و معادله به این صورت درمی‌آید :
$$ax^۲ + ۲b'x + c = ۰$$

جواب‌ها عبارت‌اند از :

$$x'', x' = \frac{-2b' \pm \sqrt{4b'^2 - 4ac}}{2a}$$

و یا

$$x', x'' = \frac{-2(-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac})}{2a}$$

درنتیجه

$$x', x'' = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

و

$$\Delta' = b'^2 - ac$$

بنابراین، برای سهولت می‌توان از این فرمول به‌جای فرمول قبلی‌درزمانی که b زوج باشد استفاده نمود. روشن است تمام مطالبی که در مورد $\Delta$ گفته شد، عیناً در مورد $\Delta'$ صدق می‌کند.

**مثال ۹ــ** معادله‌ی مثال ۸ را با استفاده از فرمول اخیر حل کنید.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = 4 - 3 = 1$$

$$x', x'' = \frac{2 \pm 1}{1} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$$

**مثال ۱۰ــ** معادله

$$x^2 - 18x + 32 = 0$$

را با استفاده از هر دو فرمول گفته شده حل کنید.

$$\Delta = 18 \times 18 - 4 \times 32 = 196$$

$$x', x'' = \frac{18 \pm \sqrt{196}}{2} = \begin{cases} 2 \\ 16 \end{cases}$$

$$\Delta' = 9 \times 9 - 32 = 49$$

$$x', x'' = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{1} = \begin{cases} 2 \\ 16 \end{cases}$$

ملاحظه می‌شود که روش دوم بسیار ساده‌تر است. جواب‌ها نیز عیناً یکی است. اگر جمع ضرایب یک معادله‌ی درجه‌ی دوم برابر با صفر باشد، یکی از جواب‌ها ۱ است و جواب دیگر، برابر با $\frac{c}{a}$ است.

$$a + b + c = 0$$

در چنین حالتی $ax^2 + bx + c$ بر $x - 1$ قابل قسمت است. اگر $ax^2 + bx + c$ را بر

$x-1$ تقسیم نماییم، مانده صفر است و خارج‌قسمت آن

$$ax-c=0$$

درنتیجه

$$x=\frac{c}{a}$$

**مثال ۱۱ــ** جواب معادله‌ی زیر را محاسبه کنید.

$$2x^2-3x+1=0$$

$$2-3+1=3-3=0$$

پس

$$x'=1 \qquad x''=\frac{1}{2}$$

**۳ــ۱ــ۶ جمع و ضرب جواب‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم:** اگر جواب‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم را با هم جمع و یا در هم ضرب کنیم، نتایج زیر حاصل می‌شود.

$$x'=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{و} \quad x''=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

مجموع ریشه‌ها

$$x'+x''=\frac{-2b}{2a}=\frac{-b}{a}=S$$

$$x'\times x''=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\times\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

حاصل‌ضرب ریشه‌ها

$$x'\times x''=\frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}=P$$

با دانستن روابط بین ریشه‌ها به این نکته توجّه کنید.

$$ax^2+bx+c=0$$

طرفین را بر a، که مخالف صفر است، تقسیم می‌کنیم.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \;\Rightarrow\; x^2-(\frac{-b}{a})x+\frac{c}{a}=0$$

$$\frac{c}{a}=P \quad \text{و} \quad \frac{-b}{a}=S \qquad x^2-Sx+P=0$$

$\frac{c}{a}$ برابر با حاصل ضرب ریشه‌ها و $\frac{-b}{a}$ برابر با حاصل جمع ریشه‌هاست.

**مثال ۱۲ــ** معادله‌ای بنویسید که مجموع ریشه‌های آن ۵ و حاصل ضرب ریشه‌های آن ۴ باشد.

$$x^{۲} - Sx + P = ۰$$
$$x^{۲} - ۵x + ۴ = ۰$$
$$\Delta = ۲۵ - ۱۶ = ۹$$
$$x', x'' = \frac{۵ \pm ۳}{۲} = \begin{cases} ۴ \\ ۱ \end{cases}$$

گاهی اوقات لازم است که سه جمله‌ای درجه‌ی دوم $ax^{۲} + bx + c$ را به حاصل‌ضرب عوامل تجزیه کنیم. برای این عمل، کافی است از فرمول زیر استفاده کنیم.

$$ax^{۲} + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

**مثال ۱۳ــ** معادله $۲x^{۲} - ۶x + ۴ = ۰$ را به حاصل‌ضرب عوامل تبدیل کنید.

$$\Delta' = ۹ - ۸ = ۱$$
$$x', x'' = \frac{۳ \pm ۱}{۲} = \begin{cases} ۲ \\ ۱ \end{cases}$$
$$ax^{۲} + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$
$$۲x^{۲} - ۶x + ۴ = ۲(x - ۱)(x - ۲)$$

## ۲ــ۶ کاربردهای معادلات درجه‌ی دوم

معادلات درجه‌ی دوم، کاربردهای زیادی دارند، از جمله در محاسبات مجهولات. معمولاً حل معادلات درجه‌ی دوم برای دانش‌آموزان بسیار ساده است، ولی گاهی تبدیل کردن صورت مسئله به معادله اندکی مشکل به نظر می‌رسد. برای حل این مشکل، باید به مثال‌های زیر توجّه کرد و تمرین‌های پایان فصل را به‌دقّت انجام داد.

**مثال ۱۴ــ** برای ساختن قوطی، یک ورق مقوّا به‌شکل مربع و به‌ضلع ۵ سانتی‌متر در اختیار داریم. امّا این مقوا جواب‌گوی نیاز ما نیست و لازم است ۲۴ سانتی‌متر مربع به سطح آن افزوده شود. تعیین کنید به اندازه‌ی هر ضلع مربع چه‌قدر باید اضافه کرد تا مربّعی به دست آید که اختلاف مساحت آن با مساحت فعلی ۲۴ سانتی‌متر مربّع باشد.

مساحت مقوّای فعلی $۵ \times ۵ = ۲۵$

اگر طول ضلع مربّع جدید را $(x + ۵)$ فرض کنیم، مساحت آن $(x + ۵)(x + ۵)$ است. پس،

$$(x + ۵)(x + ۵) = ۲۵ + ۲۴$$

$$x^{۲}+۲۵+۱۰x=۴۹$$

$$x^{۲}+۱۰x-۲۴=۰$$

$$\Delta'=۲۵+۲۴=۴۹$$

$$x',x''=\frac{-۵\pm۷}{۱}=<\begin{matrix}۲\\-۱۲\end{matrix}$$

روشن است که جواب ۱۲− پذیرفتنی نیست و فقط $x=۲$ قابل قبول است.

**مثال ۱۵ــ** اگر معادلات عرضه و تقاضای کالایی به شکل زیر باشد، درحالت تعادل مقدار و قیمت کالا را تعیین کنید. x نشانگر مقدار کالا وy نشانگر قیمت آن است.

$$\begin{cases}(x+۱۲)(y+۶)=۱۶۹\\x-y+۶=۰\end{cases}$$

از معادله‌ی دوم داریم $y=x+۶$

در معادله‌ی اوّل قرار می‌دهیم $(x+۱۲)(x+۶+۶)=۱۶۹$

$$(x+۱۲)(x+۱۲)=۱۶۹$$

$$x^{۲}+۲۴x+۱۴۴=۱۶۹$$

$$x^{۲}+۲۴x-۲۵۰=۰$$

$$\Delta'=۱۴۴+۲۵=۱۶۹$$

$$x',x''=\frac{-۱۲\pm۱۳}{۱}=<\begin{matrix}۱\\-۲۵\end{matrix}$$

چون قیمت و مقدار نمی‌تواند منفی باشد $x=۱ \Rightarrow y=۷$

پس، فقط جواب ۷ برای قیمت $x=-۲۵ \Rightarrow y=-۱۹$

و ۱ برای مقدار کالا مورد قبول است و نقطه‌ی تعادل (۷و۱) است.

**مثال ۱۶ــ** مساحت میدان دایره شکلی، ۳۱۴ مترمربع است. بنا به دلایلی، لازم است این میدان سه برابر بزرگ‌تر از وضع فعلی گردد. معین کنید شعاع میدان چه‌قدر باید بیش‌تر بشود.

$$۳۱۴\div۳/۱۴=۱۰۰$$

$$\sqrt{۱۰۰}=۱۰$$

پس، شعاع فعلی میدان ۱۰متر است ؛ لذا شعاع میدان جدید $x+۱۰$ فرض می‌شود. پس،

$$(x+۱۰)(x+۱۰)\times۳/۱۴=۳۱۴+۳\times۳۱۴$$

$$(x^{۲}+۲۰x+۱۰۰)\times۳/۱۴=۳۱۴\times۴$$

$$x^2+20x+100=400$$
$$x^2+20x-300=0$$
$$\Delta'=100+300=400$$
$$x',x''=\frac{-10\pm 20}{1}=\!<\begin{matrix}10\\-30\end{matrix}$$
$$10+10=20$$

واضح است که ۳۰− پذیرفتنی نیست و $x=10$ قابل‌قبول است. یعنی شعاع دایره باید دو برابر گردد تا مساحت میدان چهار برابر وضع فعلی شود.

**مثال ۱۷ــ** رابطه‌ی درآمد کلّ یک مؤسّسه با تعداد تولید آن

$$y=-x^2+9x$$

است، که در آن $y$ درآمد کلّ ناخالص به میلیون ریال ماهانه است و $x$ تعداد تولید کالا به میلیون واحد در ماه است. اگر این مؤسّسه بخواهد در ماه، درآمدی کلّی برابر با ۸میلیون ریال داشته باشد، چه تعداد کالا باید تولید نماید؟

$$y=-x^2+9x$$
$$8=-x^2+9x$$
$$-x^2+9x-8=0$$
$$\Delta=9^2-4\times 8=81-32=49$$
$$x'=\frac{-9+7}{-2}=\frac{-2}{-2}=1\ ,\ \ x''=\frac{-9-7}{-2}=+8$$

اگر چه از نظر ریاضی جواب ۸ میلیون و یک میلیون، یک درآمد مشخّصی را برای مؤسّسه ایجاد می‌کند، ولی از نظر اقتصادی باید با جواب کم‌تر، یعنی یک میلیون واحد تولید نمود.

**مثال ۱۸ــ** اگر $x$ مقدار کالا به تُن و $y$ قیمت کالا به هزار ریال را نشان دهد مقدار و قیمت تعادل برای معادلات عرضه و تقاضای زیر را پیدا کنید.

$$x^2+5x-y+1=0$$
$$2x^2+y-9=0$$
$$\begin{cases}y=x^2+5x+1\\ y=-2x^2+9\end{cases}$$

$$x^۲+۵x+۱=-۲x^۲+۹$$

$$۲x^۲+x^۲+۵x+۱=۲x^۲-۲x^۲+۹$$

$$۳x^۲+۵x+۱=۹$$

$$۳x^۲+۵x+۱-۹=۹-۹$$

$$۳x^۲+۵x-۸=۰$$

$$\Delta=۲۵+۹۶=۱۲۱$$

$$x=\frac{-۵\pm\sqrt{۱۲۱}}{۶}=\begin{cases} x'=۱ \\ x''=\frac{-۸}{۳} \end{cases}$$

**با توجه به این‌که در این‌گونه مسائل فقط آن قسمت از معادلات قابل‌قبول است که در ربع اوّل واقع شده باشد، پس فقط جواب $x=۱$ قابل‌قبول است و $x=\frac{-۸}{۳}$ قابل‌قبول نیست.**

**پس**

$$y=-۲x^۲+۹$$

$$y=-۲+۹=۷$$

$$y=۷$$

**یعنی قیمت ۷ هزار ریال و مقدار ۱ تُن قابل‌قبول است.**

**مثال ۱۹ــ** اگر $x$ مقدار کالا به تُن و $y$ قیمت کالا به هزار ریال را نشان دهد، مقدار و قیمت تعادل برای معادلات عرضه و تقاضای زیر را پیدا کنید.

$$(x+۱۲)(y+۶)=۱۶۹$$

$$x-y+۶=۰$$

$$y=x+۶$$

$$(x+۱۲)(x+۶+۶)=۱۶۹$$

$$(x+۱۲)(x+۱۲)=۱۶۹$$

$$x^۲+۱۴۴+۲۴x=۱۶۹$$

$$x^۲+۲۴x+۱۴۴-۱۶۹=۱۶۹-۱۶۹$$

$$x^۲+۲۴x-۲۵=۰$$

**چون جمع ضرایب صفر است**

$$(x-۱)(x+۲۵)=۰$$

$$x' = ۱ \qquad x'' = -۲۵$$

پس فقط $x = ۱$ قابل‌قبول است.

$$y = x + ۶$$

$$y = ۱ + ۶$$

$$y = ۷$$

یعنی قیمت ۷ هزار ریال و مقدار ۱ تُن قابل‌قبول است.

**مثال ۲۰ــ** اگر $x$ مقدار کالا به تُن و $y$ قیمت کالا به هزار ریال را نشان دهد، مقدار و قیمت تعادل برای معادلات عرضه و تقاضای زیر را پیدا کنید.

$$۲x + y - ۱۰ = ۰$$

$$y^۲ - ۸x - ۴ = ۰$$

$$y = -۲x + ۱۰$$

$$(-۲x + ۱۰)^۲ - ۸x - ۴ = ۰$$

$$۴x^۲ + ۱۰۰ - ۴۰x - ۸x - ۴ = ۰$$

$$۴x^۲ - ۴۸x + ۹۶ = ۰$$

$$x^۲ - ۱۲x + ۲۴ = ۰$$

$$x = \frac{۶ \pm \sqrt{۶ \times ۶ - ۲۴ \times ۱}}{۱} = \frac{۶ \pm \sqrt{۳۶ - ۲۴}}{۱} = ۶ \pm \sqrt{۱۲}$$

$$x = ۶ \pm ۲\sqrt{۳}$$

ظاهراً هر دو جواب قابل‌قبول است.

حال باید $y$ را بررسی نمود

$$x = ۶ + ۲\sqrt{۳}$$

$$y = -۲(۶ + ۲\sqrt{۳}) + ۱۰$$

$$y = -۱۲ - ۴\sqrt{۳} + ۱۰$$

$$y = -۲ - ۴\sqrt{۳}$$

این جواب قابل‌قبول نیست

$$x = ۶ - ۲\sqrt{۳} \approx ۲/۵$$

$$y = -۲(۶ - ۲\sqrt{۳}) + ۱۰$$

$$y = -۱۲ + ۴\sqrt{۳} + ۱۰$$

$$y = -۲ + ۴\sqrt{۳} \approx ۴/۹$$

این جواب قابل‌قبول است

پس $x \approx ۲/۵$ و $y \approx ۴/۹$ قابل‌قبول است.

## تمرین‌های فصل ششم

۱ــ معادلات زیر را حل نمایید و درصورتی که جواب دارند، جواب را مشخّص کنید.

$$۱۱x^۲ - ۷x + ۲ = ۰$$

$$۳x^۲ + ۶x - ۱۱ = ۰$$

$$۷x^۲ - ۹x + ۲ = ۰$$

$$x^۲ - ۳x + ۱۰ = ۰$$

$$x^۲ + x + ۷ = ۰$$

$$۵x^۲ - ۳x - ۲ = ۰$$

$$x^۲ + ۶x - ۷ = ۰$$

۲ــ بدون حل معادلات، حاصل جمع و حاصل ضرب جواب‌های معادلات دارای جواب تمرین ۱ را محاسبه، سپس با جواب‌ها مقایسه کنید.

۳ ــ حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی ۷۲ است، آن دو عدد را پیدا کنید.

۴ــ مجموع مربّعات سه عدد صحیح متوالی ۱۱۰ است. آن اعداد را تعیین کنید.

۵ــ آن چه عددی است که اگر ۳۵واحد به دو برابر آن افزوده شود، حاصل برابر با مربّع همان عدد گردد؟

۶ــ مجموع ارقام یک عدد دو رقمی ۱۰ است و رقم دهگان آن ۴واحد بیش‌تر از مربع رقم یکان آن است. آن عدد را پیدا کنید.

۷ــ رابطه‌ی امکانات تولید برای یک مؤسسه، به این ترتیب است $۹y + x^۲ = ۲۲۵$

این مؤسسه با داشتن امکانات تولیدی ثابت می‌تواند کالای x یا کالای y یا ترکیبی از هردو را تولید

نماید. مقادیر کالا برحسب واحد تُن است. تعیین کنید اگر این مؤسّسه بخواهد از کالای y، ۱۶ تُن تولید نماید، قادر به تولید چند تُن از کالای x خواهد بود؟

۸ــ رابطه‌ی عرضه‌ی کالایی $y=۲x^{۲}-۴x+۲$ است که در آن y قیمت به هزار ریال و x مقدار کالا به میلیون کیلو در ماه است. تعیین کنید در قیمت ۸ هزار ریال، چه مقدار کالا به بازار عرضه می‌گردد؟

۹ــ رابطه‌ی هزینه‌ی کلّ (هزینه‌ی ثابت به‌علاوه‌ی هزینه‌ی متغیّر) یک بنگاه تولیدی $y=\frac{۱}{۱۰}x^{۲}+۶x+۲۰۰$ است که در آن y هزینه‌ی کل به ده هزار ریال و x مقدار کالا به تُن است. تعیین کنید وقتی هزینه‌ی کل بنگاه برابر ۶ میلیون ریال باشد، مقدار تولید بنگاه چه‌قدر است؟

۱۰ــ رابطه‌ی هزینه کل یک شرکت تولیدی گچ پاکتی $y=\frac{۱}{۵}x^{۲}+۲x+۳$ است. اگر y هزینه‌ی کل به ده هزار ریال و x مقدار گچ تولیدی به تُن باشد، تعیین کنید زمانی که هزینه‌ی کل کارخانه ۱۸۰,۰۰۰ ریال باشد مقدار تولید چه مقدار است؟

۱۱ــ رابطه‌ی درآمد کل یک شرکت با تعداد تولید آن به‌صورت $y=-x^{۲}+۶x$ است، که در آن y درآمد کل به میلیون ریال و x تعداد تولید کالا به میلیون واحد است. اگر مدیر شرکت بخواهد درآمدی کلی، برابر با ۹ میلیون ریال داشته باشد، چه تعداد کالا باید تولید نماید؟

۱۲ــ اگر رابطه‌ی هزینه‌ی کل شرکتی $y=x^{۲}-۳x+۷$ باشد (y هزینه‌ی کل به میلیون ریال و x تعداد تولید است)، چه تعداد کالا باید تولید گردد تا هزینه‌ی شرکت ۵ میلیون ریال باشد؟

۱۳ــ رابطه‌ی درآمد شرکتی $T_R=۲۰x-۵x^{۲}$ و رابطه‌ی هزینه‌ی کل آن شرکت $Tc=۱۰x+۶x^{۲}$ است. درصورتی‌که شرکت با زیان یک میلیون ریالی مواجه باشد، مقدار تولید را به میلیون واحد تعیین کنید.

۱۴ــ رابطه‌ی هزینه‌ی کل شرکتی $Tc=۳x^{۲}+۲۰x-۵۰$ و رابطه درآمد کل آن شرکت $T_R=۳۰x-x^{۲}$ است. مطلوب است تعداد تولید در نقطه‌ی سربه‌سر.

۱۵ــ محیط مغازه‌ای به شکل مستطیل ۳۴ متر و مساحت آن برابر با ۶۰ مترمربع است. طول و عرض این مغازه را محاسبه نمایید.

۱۶ــ اندازه‌ی ضلع انبار مربع شکلی ۱۰ متر است. مساحت آن کافی نیست و نیاز است که اضلاع مربع از هر طرف به یک اندازه افزایش یابد تا در کل، ۴۴ مترمربع به سطح آن افزوده گردد. مقدار افزایش از هر طرف را محاسبه کنید.