

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

هندسه ترسیمي

رشته نقشه کشی عمومی

زمینه صنعت

شاخه آموزش فنی و حرفه ای

شماره درس ۱۵۹۲

۵۱۶

/۶

هندسه ترسیمي / مؤلفان : محمد خواجه حسینی، ابوالحسن موسوی . - [ویرایش دوم] / بازسازی و تجدیدنظر : کمیسیون برنامه ریزی و تألیف رشته نقشه کشی عمومی . - تهران : شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران، ۱۳۹۵ . ۸۲۸ هـ ۱۳۹۵

۲۱۳ ص. : مصور . - (آموزش فنی و حرفه ای؛ شماره درس ۱۵۹۲)

متون درسی رشته نقشه کشی عمومی، زمینه صنعت.

برنامه ریزی و نظارت، بررسی و تصویب محتوا : کمیسیون برنامه ریزی و تألیف کتاب های درسی رشته نقشه کشی عمومی دفتر تألیف کتاب های درسی فنی و حرفه ای و کاردانش وزارت آموزش و پرورش.

۱. هندسه ترسیمي. وزارت آموزش و پرورش. کمیسیون تألیف رشته نقشه کشی عمومی.

الف. عنوان. ب. فروست.

۱۳۹۵

همکاران محترم و دانش آموزان عزیز :

پیشنهادات و نظرات خود را درباره محتوای این کتاب به نشانی
تهران- صندوق پستی شماره ۴۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و
کاردانش، ارسال فرمایند.

info@tvoccd.sch.ir

پیام نگار (ایمیل)

www.tvoccd.sch.ir

وب‌گاه (وب‌سایت)

وزارت آموزش و پرورش

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

نام کتاب : هندسه ترسیمی - ۴۸۷/۵

مؤلفان : محمد خواجه حسینی ، ابوالحسن موسوی

اعضای کمیسیون تخصصی : غلامحسن پایگانه، عزیز خوشینی، حسن امینی، حسن عبدالله زاده و سیدکمال‌الدین میرزنده دل

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کدپستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹،

وب‌سایت : www.chap.sch.ir

مدیر امور فنی و چاپ : لیدا نیک‌روش

رسام : فاطمه رئیس‌یان فیروزآباد، مریم دهقان‌زاده

طراح جلد : مریم کیوان

صفحه‌آرا : غزاله نجمی

حروفچین : مینا کیوان، افسر مهدی‌زاده اردکان

مصحح : صمد اصولی هلان، سید کیوان حسینی

امور آماده‌سازی خبر : زینت بهشتی شیرازی

امور فنی رایانه‌ای : حمید ثابت کلاچاهی، ناهید خیام‌باشی

ناشر : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران - تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)

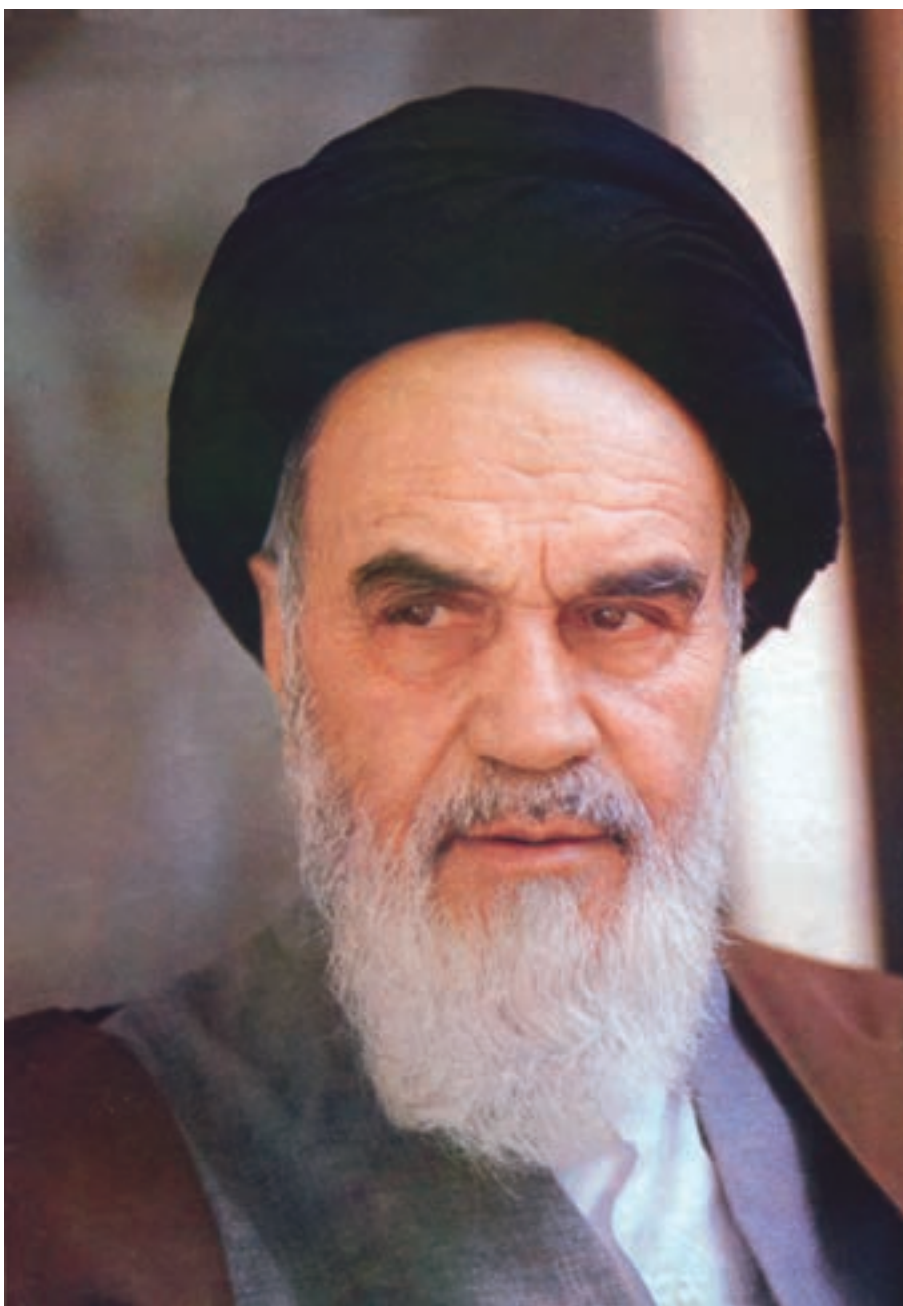
تلفن : ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار : ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی : ۱۳۹-۳۷۵۱۵

چاپخانه : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار : ۱۳۹۵

حق چاپ محفوظ است.

شابک ۲-۱۵۳۰-۵-۹۶۴-۲-964-05-1530-2



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آید و احتیاجات
کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید
و از اتکای به اجانب پرهیزید.

امام خمینی «قدس سرّه الشّریف»

فهرست

۱	فصل اول
۲	اصول هندسه ترسیمی
۲	۱-۱- تاریخچه هندسه ترسیمی
۴	۱-۲- مفهوم هندسه ترسیمی
۵	۱-۳- صفحات تصویر و فرجه ها
۶	۱-۴- هم سطح کردن صفحات تصویر
۷	۱-۵- طول و بعد و ارتفاع
۸	۱-۶- فرجه های مورد استفاده در رسم فنی
۱۱	فصل دوم
۱۲	نقطه و مختصات آن
۱۲	۲-۱- نقطه و مختصات آن
۱۳	۲-۲- هم سطح کردن چهار فرجه و بررسی وضع نقطه در هر یک از چهار فرجه
۱۴	۲-۳- نمایش نقطه ها
۱۶	۲-۴- حالات خاص نقطه
۱۸	فصل سوم
۱۹	خط و انواع آن
۱۹	۳-۱- خط
۱۹	۳-۲- اوضاع مختلف خط نسبت به صفحه های تصویر
۲۰	۳-۳- گروه اول خط، خط های خاص
۲۱	۳-۴- گروه دوم خط، یعنی خط های نیمه خاص
۲۳	۳-۵- خط غیر خاص
۲۴	۳-۶- اندازه حقیقی خط غیر خاص
۳۰	فصل چهارم
۳۱	صفحه
۳۱	۴-۱- صفحه و چگونگی نمایش آن در هندسه ترسیمی
۳۲	۴-۲- بررسی وضع صفحه نسبت به صفحات تصویر
۳۹	فصل پنجم
۴۰	تغییر صفحه
۴۰	۵-۱- اندازه حقیقی صفحه
۴۲	۵-۲- تعیین اندازه حقیقی خط دلخواه
۴۳	۵-۳- تعیین اندازه حقیقی صفحه

۴۸	فصل ششم
۴۹	وضعیت دو خط نسبت به هم
۴۹	۶-۱- تعریف
۴۹	۶-۲- اوضاع نقطه و خط
۵۰	۶-۳- وضعیت دو خط نسبت به هم (در فضا)
۵۶	فصل هفتم
۵۷	وضعیت خط و صفحه نسبت به هم
۵۷	۷-۱- نقطه و صفحه
۵۹	۷-۲- خط و صفحه
۶۳	فصل هشتم
۶۴	چگونگی وضعیت دو صفحه نسبت به هم
۶۴	۸-۱- حالات مختلف دو صفحه
۶۴	۸-۲- دو صفحه متوازی
۶۶	۸-۳- دو صفحه متقاطع
۶۷	۸-۴- برخورد دو صفحه دلخواه
۷۴	فصل نهم
۷۵	دید و ندید
۷۵	۹-۱- تعریف
۷۵	۹-۲- اصول دید و ندید کردن خطوط
۷۶	۹-۳- نقطه و صفحه
۷۶	۹-۴- خط و صفحه
۷۹	۹-۵- صفحه و صفحه
۸۳	فصل دهم
۸۴	اجسام هندسی
۸۴	۱۰-۱- تعریف
۸۵	۱۰-۲- منشورها
۸۶	۱۰-۳- هرم ها
۸۷	۱۰-۴- چند وجهی های منتظم
۹۰	۱۰-۵- نمایش جسم به روش ترسیمی
۹۰	۱۰-۶- مقایسه تصویر ترسیمی و رسم فنی

۹۶	فصل یازدهم
۹۷	بررسی برخورد خط، صفحه با جسم
۹۷	۱۱-۱- مقدمه
۹۷	۱۱-۲- تعیین تصاویر نقطه
۱۰۰	۱۱-۳- برخورد خط و جسم
۱۰۲	۱۱-۴- دید و ندید
۱۰۲	۱۱-۵- برخورد صفحه با جسم
۱۰۳	۱۱-۶- حالات خاص برخورد صفحه و جسم
۱۰۴	۱۱-۷- اندازه حقیقی سطوح برش خورده
۱۱۰	فصل دوازدهم
۱۱۱	کاربرد هندسه ایرانی اسلامی در صنعت
۱۱۱	۱۲-۱- مقدمه
۱۱۳	۱۲-۲- بررسی دقت یک گونیایی
۱۱۴	۱۲-۳- تقسیم پاره خط
۱۱۵	۱۲-۴- ساخت زاویه برابر با زاویه دلخواه
۱۱۵	۱۲-۵- رسم خطی موازی با خط دیگر
۱۱۶	۱۲-۶- تعیین مرکز یک دایره معلوم
۱۱۶	۱۲-۷- رسم منحنی ها
۱۲۱	فصل سیزدهم
۱۲۲	برخورد اجسام با سطوح تخت
۱۲۲	۱۳-۱- برخورد دو جسم
۱۲۴	۱۳-۲- دستور مهم
۱۲۴	۱۳-۳- منشور و هرم
۱۲۷	فصل چهاردهم
۱۲۸	سطوح منحنی
۱۲۸	۱۴-۱- تعاریف
۱۲۸	۱۴-۲- اجسام انحنا دار معروف
۱۲۹	۱۴-۳- استوانه ها
۱۳۰	۱۴-۴- مخروط ها
۱۳۱	۱۴-۵- کره
۱۳۲	۱۴-۶- بیضوی
۱۳۲	۱۴-۷- زانو
۱۳۲	۱۴-۸- جدول اجسام سطوح انحنا دار

۱۳۳	۹-۱۴- برخورد خط با استوانه
۱۳۴	۱۰-۱۴- برخورد خط با مخروط
۱۳۵	۱۱-۱۴- برخورد خط با کره
۱۳۶	۱۲-۱۴- برخورد خط و زانو

فصل پانزدهم

۱۳۹	برش‌های اجسام
۱۴۰	۱-۱۵- مقدمه
۱۴۰	۲-۱۵- برش‌های استوانه
۱۴۲	۳-۱۵- برش‌های مخروط
۱۴۶	۴-۱۵- رسم برش‌های مخروط
۱۴۹	۵-۱۵- صفحه و کره
۱۵۰	۶-۱۵- صفحه و زانو
۱۵۱	۷-۱۵- اندازه حقیقی مقاطع بریده شده

فصل شانزدهم

۱۵۶	برخورد اجسام با سطوح انحنادار
۱۵۷	۱-۱۶- یادآوری
۱۵۷	۲-۱۶- برخورد استوانه و مخروط
۱۶۶	۳-۱۶- کاربردها
۱۷۰	

فصل هفدهم

۱۷۷	گسترش
۱۷۸	۱-۱۷- گسترش
۱۷۸	۲-۱۷- اصول گسترش
۱۸۰	۳-۱۷- گسترش منشور
۱۸۰	۴-۱۷- گسترش هرم
۱۸۳	۵-۱۷- گسترش استوانه
۱۸۵	۶-۱۷- گسترش مخروط
۱۸۷	۷-۱۷- گسترش زانو
۱۹۲	۸-۱۷- گسترش برخورد استوانه‌ها
۱۹۶	

ارزشیابی

۱۹۷	پیوست‌ها
۲۰۵	منابع مفید برای مطالعه
۲۱۳	

مقدمه

هندسه یکی از شاخه‌های ریاضی و هندسه ترسیمی شاخه‌ای از آن است. به کمک مجموعه قوانین آن می‌توان اجسام سه‌بعدی را بر روی صفحات دوبعدی معرفی کرد. این علم پایه‌ای برای شروع اساسی نقشه‌کشی صنعتی است و در حقیقت اصول و مبانی آن را بیان می‌کند. کوشش این کتاب در آماده‌سازی و گسترش ذهن و تجسم فراگیران برای نقشه‌کشی به گونه‌ای علمی‌تر می‌باشد. همچنین در متن موجود کوشش بسیار شده است که برای سادگی و روانی گفتار از به کارگیری کلمات ناآشنا، که البته درست هم هستند، تا حد ممکن پرهیز شود به همین جهت مطالعه دقیق آن، قبل از تدریس، جداً توصیه می‌شود. آنچه که تحت عنوان برای مطالعه آمده تنها در صورت باقی‌بودن وقت خواهد بود. ان شاء... با دریافت نظرهای اصلاحی همکاران ارجمند و اعمال آنها بتوان این کتاب را به صورت یک کتاب مرجع درآورد.

کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف رشته نقشه‌کشی

هدف کلی

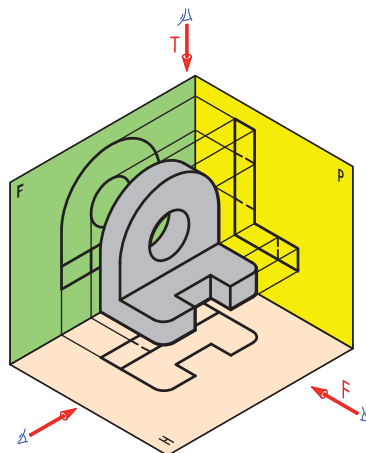
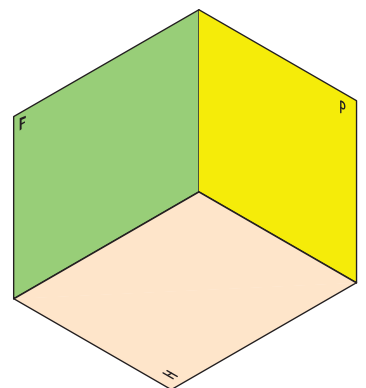
فراگیری اصول هندسه ترسیمی و کاربرد آن در ترسیم برخوردها و نمایش اندازه های

حقیقی

فصل اول



برج میلاد



به کمک هندسه ترسیمی می توان اجسام سه بعدی را با اندازه های حقیقی روی صفحه دو بعدی نمایش داد.



گاسپارد مونتر

اصول هندسه ترسیمی

هدف های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می رود :

- ۱- تاریخچه هندسه ترسیمی را بیان کند.
- ۲- مفهوم هندسه ترسیمی را بیان کند.
- ۳- فرجه های اول تا چهارم را بیان کند.
- ۴- فرجه ها را بر روی صفحه تسطیح کند.
- ۵- طول، بعد و ارتفاع را معرفی کند.
- ۶- فرجه هایی را که در نقشه کشی مورد استفاده قرار می گیرند، شناخته و بیان کند.

۱-۱- تاریخچه هندسه ترسیمی

به درستی نمی توان گفت که بشر از کی و از کجا با هندسه آشنا شد، اما به هر حال با تشخیص شکل ها و یافتن تفاوت آنها از هم، مانند خط راست، چهار گوش، دایره، سه گوش و... احجام مانند استوانه، مکعب، مخروط، کره و... که هر روز و به شکل های گوناگون با آنها روبه رو بود، هندسه را شروع و مفاهیم آن را تجربه کرد. علمی که به کمک آن می توانست بین نقطه، خط، سطح و حجم رابطه برقرار کند، در زندگی روزانه از آن استفاده و مشکلات بسیاری را با آن حل کند. بدین ترتیب و بر طبق اسناد به دست آمده بشر از دیر باز با هندسه آشنایی داشته، به عبارت دیگر هندسه جزئی جدایی ناپذیر از زندگی انسان بوده است. مصریان باستان در چند هزار سال قبل از میلاد با روش های هندسی آشنایی داشته اند. ریسمان معروف مصری دارای دوازده قسمت متساوی بود که با گره هایی مشخص می شد. از این ریسمان برای ساختن زاویه قائمه استفاده می کردند^۱. آنها مجبور بودند هر سال بعد از فرو نشستن طغیان نیل،



مرز زمین های کشاورزی را دوباره تعیین کنند. این کاری استفاده از اصول هندسی، امکان نداشت. ساختن بناهای عظیم مانند اهرام سه گانه، مجسمه های غول پیکر و ساختمان های زیبا، بدون ارتباط نزدیک با علمی به نام هندسه ممکن نبود. با این همه، اطلاعات موجود حکایت از آن دارد که پایه گذاری مطالعه علمی درباره هندسه به وسیله دانشمندانی مثل اقلیدس، فیثاغورس، افلاطون، تالس، آپولونیوس و ارشمیدس با استفاده از اطلاعات هندسی گردآوری شده توسط مصریان، بابلیان،... شروع شد. هندسه که شاخه ای از ریاضی است، طی هزاران سال آنقدر پیشرفت کرد که امروزه خود دارای بیش از ۳۰ شاخه است. ابتدا اقلیدس اصول معروف خود را بیان کرد و این آغاز مطالعه جدی و علمی در مورد هندسه است. او در اصل پنجم گفت :

۱- آنها با ساختن یک مثلث به اضلاع ۳، ۴ و ۵ زاویه قائمه را به دست می آوردند.

از یک نقطه در خارج یک خط، فقط یک خط می‌توان با آن موازی رسم کرد. اصل اقلیدس قابل اثبات نیست، همچنین نمی‌توان آن را رد کرد. این علم به همراه سایر علوم به پیش می‌رفت، پس از قرن‌ها، با پیدایش زغال سنگ و کشف روش‌های نوین تولید آهن، انقلابی در زندگی انسان به وقوع پیوست، انقلاب صنعتی، پدیده‌ای نوین بود که به هر حال به پیش می‌رفت. دانشمندان اروپا بیش از دیگران درگیر این مسائل بودند. آنها ناچار بودند افکار خود را به نحوی بیان کنند. البته از روزگاران گذشته برای ساخت مصنوعات انسانی، نقشه رایج بود. اما این نقشه‌ها با آنکه در بسیاری موارد بسیار خوب کشیده می‌شدند، دارای یک نقطه کور و یک حالت مبهم بودند. در اینجا باید گفت که در این دوران، تصاویری شبیه به نقشه‌ی امروزی دارای نمای افقی و عمودی توسط طراح آلمانی آلبرشت دورر ترسیم شده بود و بزرگانی چون لئوناردو داوینچی و ایوان کولیپین و مانند آنها طرح‌های بسیاری رسم کرده بودند، با این همه، این طرح‌ها و نقشه‌ها، معماران و صنعتگران را به درستی قانع نمی‌کرد.

در این دوران، صنعت با مسائل تازه‌ای روبه‌رو بود که نیاز به انجام محاسبات پیچیده و مشکل را داشت. انجام جنگ‌های بزرگ در اروپا نیز مسائلی جدید را به وجود آورده بود^۱.

سال‌های ۱۷۴۶ تا ۱۸۱۸، سال‌های مهمی در تاریخ هندسه هستند. گاسپارد مونژ، ریاضی‌دان، مهندس و فیزیک‌دان بزرگ فرانسوی در این سال‌ها می‌زیست. او که مدتی در ارتش فرانسه خدمت می‌کرد به سبب همین نیازها و مشکلات، در جستجوی راهی ترسیمی بود تا بتواند مسائل موجود را حل کند. مطالعات او سرانجام منجر به ابداع بزرگی شد. ابداعی بزرگ در سی و سه سالگی او به نام هندسه ترسیمی^۲. در سال ۱۷۷۹ او دریافت که می‌توان اجسام سه بعدی را با تصاویری دو بعدی معرفی کرد^۳، به طوری که همه اندازه‌های حقیقی و جزئیات ساختمانی طرح مورد نظر معرفی شود. به طور خلاصه: هندسه ترسیمی در حقیقت مجموعه قواعدی است که به کمک آنها می‌توان اجسام فضایی یعنی سه بعدی را، آن چنان که در حقیقت هستند، بر روی دو صفحه تخت عمود بر هم نمایش داد و مسائل هندسه فضایی را به کمک دستورهای هندسه مسطحه حل و رسم کرد. او توانست با ابداع جدید خود نقشه‌های جنگی را به صورتی اصولی و علمی تنظیم کند. کاربرد هندسه اختراعی او به نقشه‌های جنگی منحصر نبود بلکه بسیاری از مسائل را به جای محاسبه از طریق ترسیم حل می‌نمود. مانند کوتاه‌ترین فاصله میان دو خط متنافر، اندازه حقیقی مقاطع، اندازه طول قوس‌ها و ...

روش مونژ سال‌ها جزء اسرار ارتش بود ولی پیشرفت سریع صنعت نیازمند زبانی کامل و توانا بود و هندسه اختراعی مونژ جوابی قاطع به این نیاز بود که با کوشش طراحان و مهندسين، رفته رفته کاملتر و گویاتر شد^۴. دانشمندان زیادی در ایران در زمینه هندسه ترسیمی فعالیت داشته‌اند از جمله استاد احمد بی‌رشک که یکی از تألیفات ایشان به نام هندسه ترسیمی و هندسه رقومی در سال ۱۳۲۸ توسط انتشارات دانشگاه تهران چاپ شده است.

باید گفت که ورود هندسه ترسیمی و درک جایگاه آن در صنعت، توسط صنعتگران، انقلابی در مبادلات صنعتی و طراحی به وجود آورد به طوری که می‌توان پیدایش هندسه ترسیمی را یکی از بزرگترین تحولات در تاریخ هندسه دانست.

امروزه مطالعه علمی در اصول و قواعد تصویر، روابط بین اجزای تصویر مانند نقطه، خط و سطح و حجم را با عنوان «هندسه ترسیمی» انجام می‌دهیم و حالت‌های کاربردی و ساده شده هندسه ترسیمی در نقشه‌کشی با عنوان، رسم فنی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین یادآوری می‌شود که در تصاویر مربوط به هندسه ترسیمی به دلایل درک بهتر یا پیچیدگی مسئله، نقاط نامگذاری می‌شوند اما در رسم فنی نه. ولی در مجموع، هم نماهای رسم فنی و هم نماهای ترسیمی را نقشه خواهیم نامید.

۱- مانند نیاز به داشتن نقشه‌های دقیق جنگی، دارای اطلاعات گوناگون چون پستی و بلندی زمین، موقعیت‌های استراتژیک و ...

۲- با الهام از کارهای دانشمندان پیشین. همچنین اصطلاح هندسه ترسیمی را اول بار خود مونژ به کار برد.

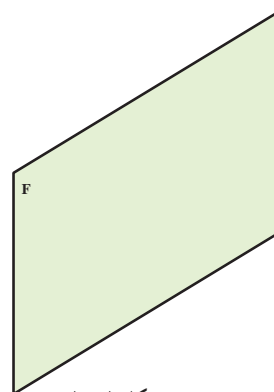
۳- با دادن فاصله‌هایشان از دو صفحه تخت عمود بر هم به نام صفحات تصویر.

۴- البته همان‌طور که می‌دانید وظیفه سر و سامان دادن نهایی به قواعد موجود به عهده سازمان بین‌المللی استاندارد یا ISO است.

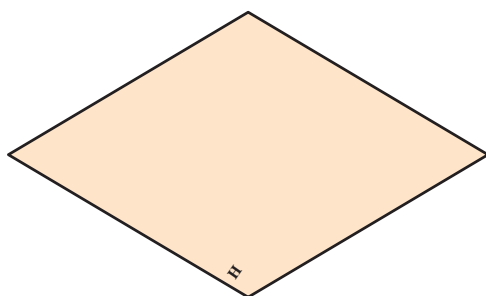
در اینجا ذکر نکته مهمی لازم است بدین ترتیب که شرط موفقیت در هندسه ترسیمی دارا بودن پیش زمینه های هندسی و موارد مربوط به آن است. به همین جهت در موارد لازم به این موضوع توجه شده است. در بخش های پایانی به دلیل دقت زیادتری که در انجام ترسیمات، در موقع ساخت عملی قطعات لازم است، فصلی با عنوان (ترسیمات پایه) پیش بینی شده است که فراگیری آن جداً مورد نیاز است. این مطلب به دلیل جامعیت آن در کتاب «کاربرد هندسه در عمل» اثر ابوالوفا، عیناً از این کتاب آورده شده است^۱.

۱-۲- مفهوم هندسه ترسیمی

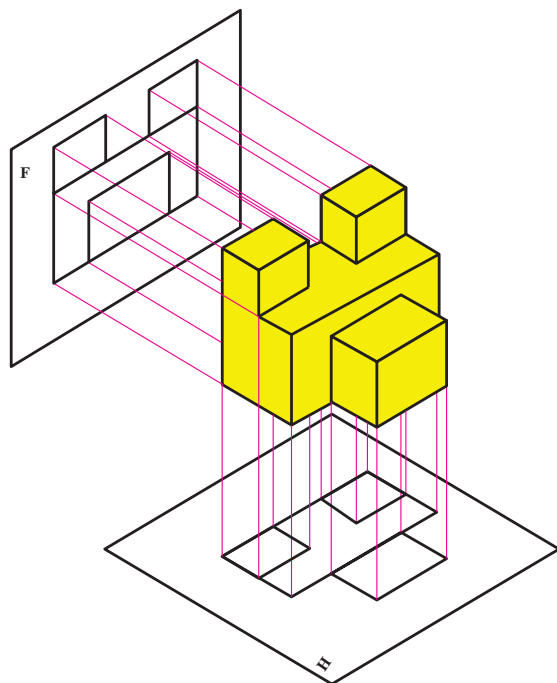
هندسه ترسیمی عبارت است از نمایش یک چیز با تصاویری دوبعدی از آن به تعداد لازم مثلاً دوتا. این چیز می تواند یک نقطه، یک خط، یک سطح یا یک جسم باشد. وقتی ناظر مثلاً جسم را از روبه رو نگاه می کند، باید آنچه را که می بیند روی سطحی به نام $F^{(r)}$ یا صفحه روبه روی تصویر (شکل ۱-۱) و آنچه را که از بالا می بیند روی سطحی به نام $H^{(t)}$ یا صفحه افقی تصویر رسم کند (شکل ۱-۲).



شکل ۱-۱



شکل ۱-۲



شکل ۱-۳

از این تصاویر دوبعدی، می توان جسم سه بعدی را نتیجه گرفت. پس به جای جسم فضایی که سه بعدی و ترسیم آن هم مشکل است، تنها تصاویر دوبعدی آن را روی صفحه های دوبعدی نمایش می دهیم. هندسه ترسیمی برای رسیدن به این هدف دارای دستورات خاص خود می باشد و از واژه ها و عباراتی مانند فرجه، نما یا تصویر، خط رابط، خط زمین و ... استفاده می کند (شکل ۱-۳).

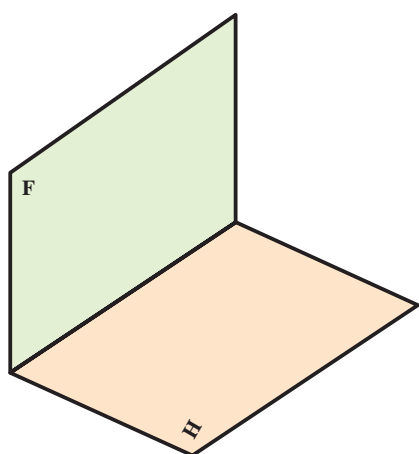
۱- این کتاب تحت نام «هندسه ایرانی» هم اکنون در اختیار است.

۲- روبه رو Frontal به این صفحه عمودی یا Vertical هم می گویند.

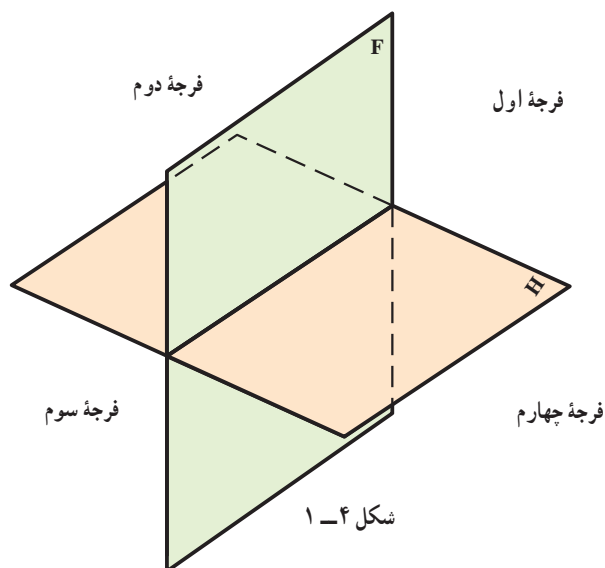
۳- افقی Horizontal سطحی است موازی با زمین (یا خود زمین) مانند سطح میز شما.

۱-۳- صفحات تصویر و فرجه‌ها

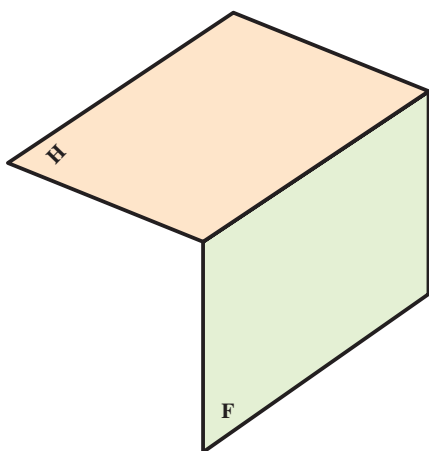
با انتخاب دو صفحه عمود برهم با نام‌های روبه‌رو و افقی به راحتی می‌توان فضا را به چهار ناحیه، (بازه یا فرجه)، تقسیم کرد شکل ۱-۴. این دو صفحه در یک خط با یکدیگر مشترک هستند. این خط مشترک را خط زمین می‌نامند. این چهار فرجه را به ترتیب، فرجه اول، فرجه دوم، فرجه سوم و فرجه چهارم نامیده‌اند (شکل‌های ۵-۱ تا ۸-۱).



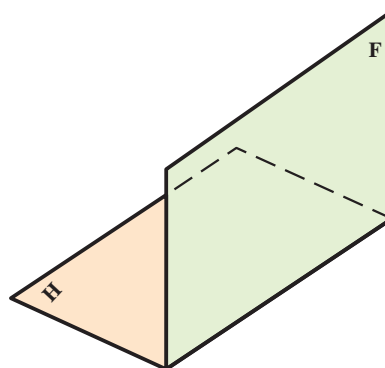
شکل ۵-۱- فرجه اول



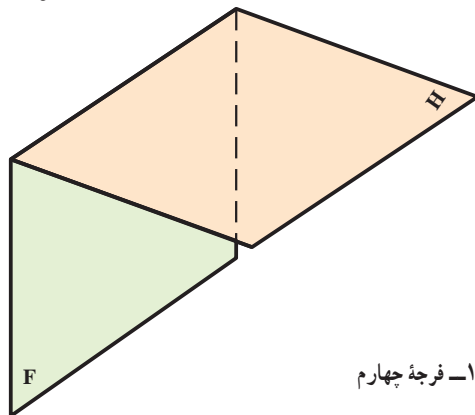
شکل ۴-۱



شکل ۷-۱- فرجه سوم

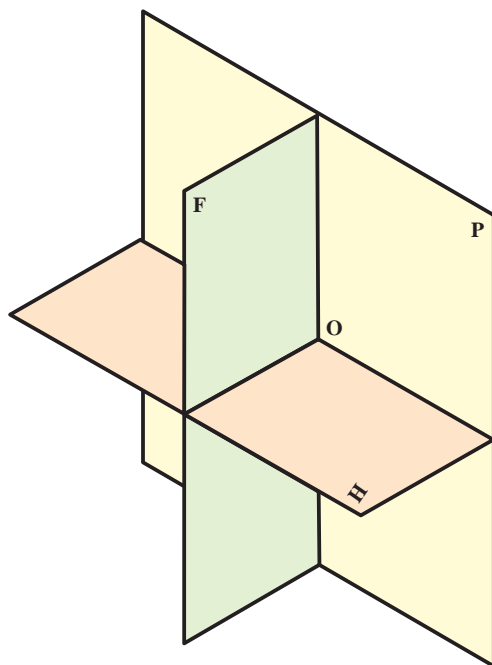


شکل ۶-۱- فرجه دوم



شکل ۸-۱- فرجه چهارم

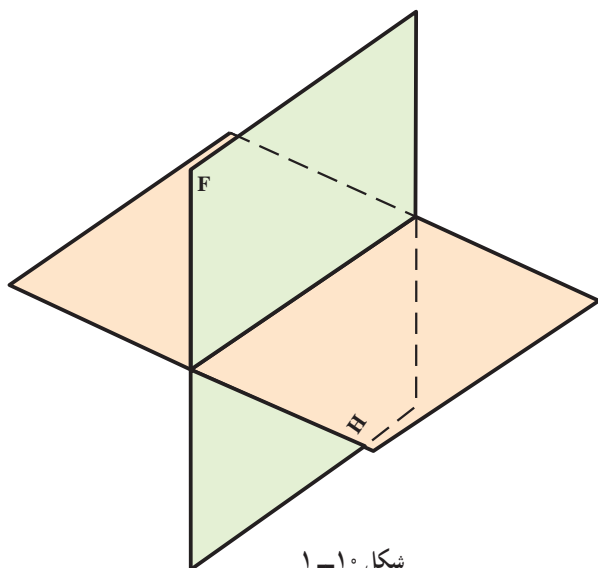
اغلب می‌توان صفحه‌تصویر سومی هم در نظر گرفت. این صفحه را نیمرخ یا جانبی گویند که بر F و H عمود می‌باشد^۱. در هندسه ترسیمی صنعتی فقط از فرجه اول (روش اروپایی) و از فرجه سوم (روش آمریکایی) استفاده می‌شود (شکل ۹-۱).



شکل ۹-۱

۴-۱- هم‌سطح کردن^۲ صفحات تصویر

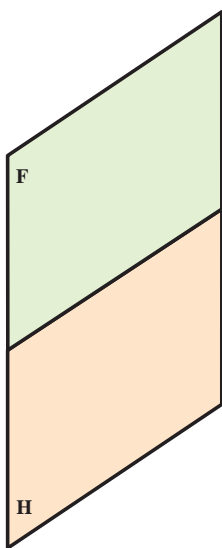
فرجه‌ها، به صورت سه‌بعدی قابل استفاده نیستند پس برای سادگی کار، طبق قراردادی که خواهیم پذیرفت؛ با هم‌سطح کردن، وضعیت سه‌بعدی فرجه را قابل انطباق بر صفحه دو بعدی می‌نماییم. به همین جهت صفحه روبه‌رو تصویر را به عنوان صفحه نخست و اصلی انتخاب می‌کنیم و صفحه افقی تصویر را با چرخشی 90° ، در جهت عقربه‌های ساعت در راستای صفحه روبه‌رو تصویر قرار می‌دهیم (شکل‌های ۱۰-۱ الی ۱۳-۱).



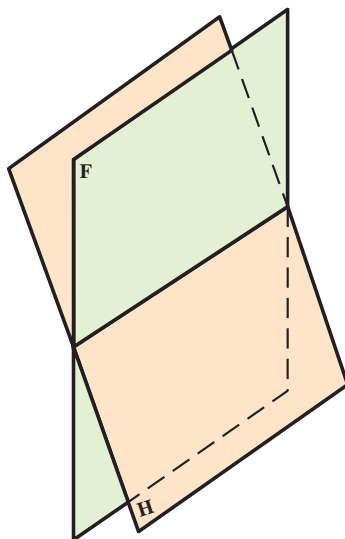
شکل ۱۰-۱

۱- البته دو صفحه F و H کافی است ولی برای ساده شدن بحث و پرهیز از روش‌های ویژه‌ای که خود مونژ به کار برده است، صفحه سوم در نظر گرفته می‌شود. این کار به‌ویژه در رسم فنی امروزی متداول است. صفحه سوم را با نماد P از Profile نمایش می‌دهیم.

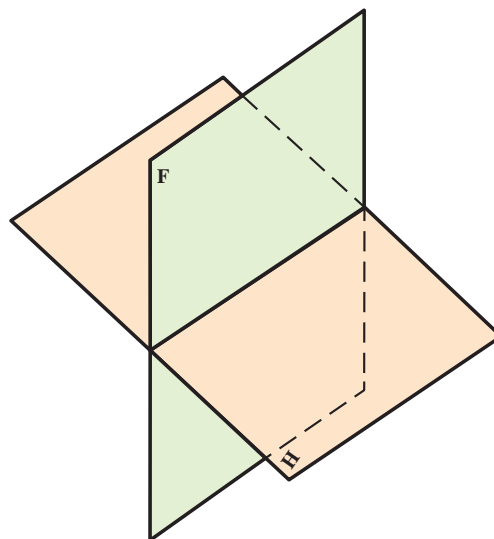
۲- هم‌سطح کردن به معنی تخت کردن، صاف کردن، تسطیح... کاری است که برای آوردن یک فضای سه‌بعدی بر روی سطح دو بعدی و تبدیل آن به صفحه‌ای تخت انجام می‌شود.



شکل ۱-۱۳



شکل ۱-۱۲



شکل ۱-۱۱

همان‌طور که می‌دانیم اندازه زاویه فرجه در دو صفحه عمود بر هم برابر 90° می‌باشد. پس از هم‌سطحی صفحه افقی بر صفحه عمودی مقدار زاویه 180° درجه می‌شود. مرز مشترک بین دو صفحه را به صورت یک خط باقی می‌گذاریم^۱. از طرفی به نظر می‌رسد که خط زمین به تنهایی برای نشان دادن صفحات تصویر کافی است. زیرا این صفحات را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. در اینجا تأکید می‌شود که حرف F در بالای خط زمین نماینده صفحه عمودی یا رو به روی تصویر و در زیر آن حرف H نمایانگر صفحه افقی تصویر خواهد بود (شکل ۱-۱۴).

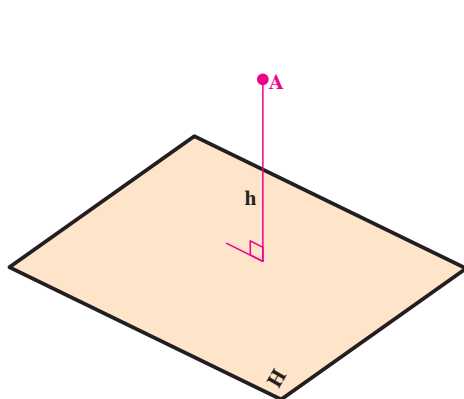


شکل ۱-۱۴

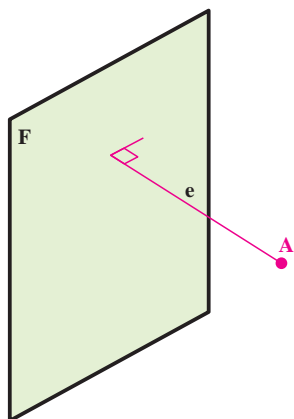
خط نشان داده شده در شکل ۱-۱۴ به این معنی است که در ابتدا دو صفحه تصویر یکی عمودی و دیگری افقی در اختیار بوده است که طبق قرارداد، صفحه روبه‌رو تصویر ثابت، و صفحه افقی تصویر در جهت عقربه‌های ساعت، 90° چرخانده شده و در راستای صفحه F قرار داده شده است.

۵-۱- طول و بعد و ارتفاع

هر نقطه دارای فاصله‌ای از صفحه F است که آن را بُعد می‌نامند و با حرف e نشان می‌دهند و هم‌چنین فاصله‌ای تا صفحه افقی تصویر دارد، که به آن ارتفاع گویند و با حرف h نشان می‌دهند و نیز فاصله‌ای از صفحه نیم‌رخ دارد که آن را طول گویند و با حرف x مشخص می‌شود (شکل‌های ۱-۱۵ الی ۱-۱۷).

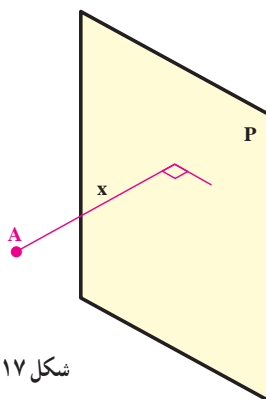


شکل ۱-۱۶



شکل ۱-۱۵

۱- این خط باید نازک باشد، اما برای توجه بیشتر، در این کتاب از خط پهن استفاده می‌شود.

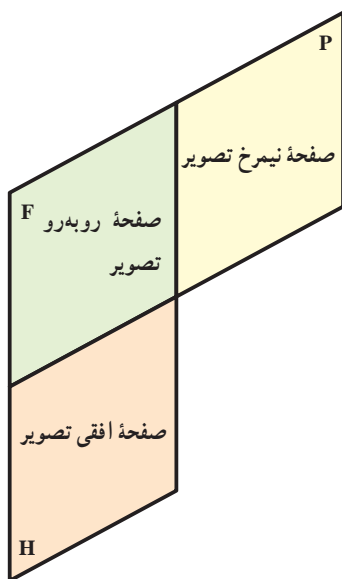


شکل ۱۷-۱

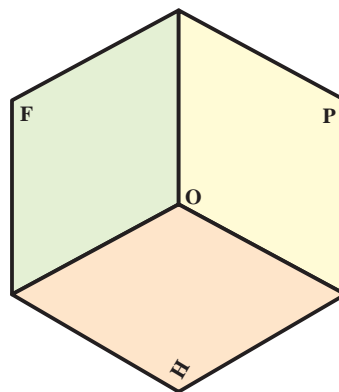
با توجه به این که فرجهٔ اول را به عنوان فرجهٔ مبنا انتخاب کرده ایم، طبق قرارداد طول و بعد و ارتفاع یعنی مقدار x و e و h هر نقطه‌ای واقع در این فرجه، مثبت در نظر گرفته می‌شود.

۶-۱- فرجه‌های مورد استفاده در رسم فنی

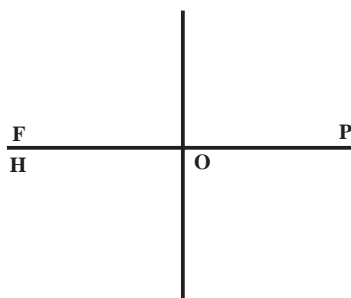
از میان چهار فرجهٔ موجود، تنها دو فرجه، یکی فرجهٔ اول و دیگری فرجهٔ سوم، در نقشه‌کشی به کار می‌روند. فرجهٔ اول پس از هم‌سطح کردن به شکل‌های زیر در می‌آید (شکل‌های ۱۹-۱ و ۲۰-۱).



شکل ۱۹-۱- هم‌سطح کردن صفحه‌های تصویر

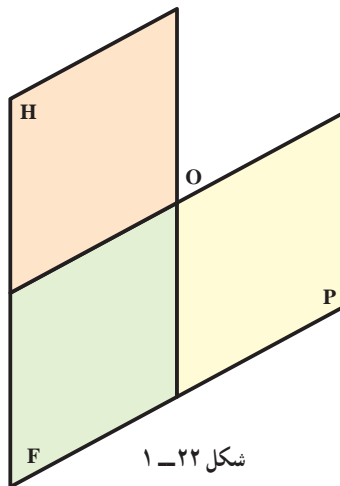


شکل ۱۸-۱- فرجهٔ اول



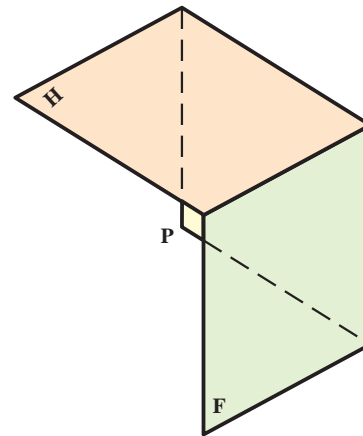
شکل ۲۰-۱

فرجه سوم پس از هم سطحی به شکل های ۱-۲۲ و ۱-۲۳ درمی آید^۱.

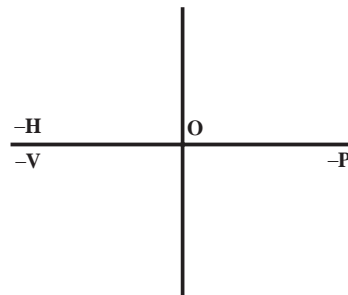


شکل ۱-۲۲

صفحه نیم رخ تصویر
صفحه روبه رو تصویر
صفحه افقی تصویر



شکل ۱-۲۱



شکل ۱-۲۳

ترسیم در فرجه اول معروف به روش اروپایی و ترسیم در فرجه سوم معروف به روش امریکایی است. در هر دو روش تصویر روبه رو به عنوان نمای اصلی در نظر گرفته می شود. اما در فرجه اول، تصویر افقی زیر نمای روبه رو واقع می شود و در فرجه سوم، همان گونه که دیده شد، تصویر افقی بالای نمای روبه رو قرار می گیرد. اگر چهار فرجه را باهم در نظر گیریم، برای بعدها و ارتفاع ها، جدول زیر را خواهیم داشت (جدول فاصله های ۱-۱).

جدول ۱-۱

فرجه اول	فرجه دوم	فرجه سوم	فرجه چهارم
+d	-d	-d	+d
+h	+h	-h	-h

F جایگاه ارتفاع های مثبت و بعدها های منفی

H جایگاه بعدها های مثبت و ارتفاع های منفی

۱- روشن است، در کتاب هایی که بر پایه فرجه سوم هستند، نشانه های منفی در نظر گرفته نمی شود.

- ۱- همه آن چیزهایی را که واژه هندسه، برای شما یادآوری می کند، نام ببرید.
- ۲- خط زمین جایگاه همه نقطه هایی است، که بعد و ارتفاع آنها،... باشد.
- ۳- هر نقطه ای که فاصله اش از صفحه افقی تصویر صفر باشد در ... قرار دارد.
- ۴- هر نقطه ای که فاصله اش از صفحه روبه روی تصویر صفر باشد در ... قرار دارد.
- ۵- صفحه ... تصویر H صفحه ... تصویر است.
- ۶- عامل مشترک در دو صفحه تصویر روبه رو و افقی چیست؟
- ۷- برای هم سطح کردن، کدام یک از صفحات تصویر را ثابت در نظر می گیریم؟
- ۸- فاصله های x و e و h هر کدام نسبت به کدام صفحه تصویر سنجیده می شوند؟
- ۹- هم سطح کردن به چه منظوری انجام می شود؟
- ۱۰- تفاوت دو شکل الف و ب را توضیح دهید.

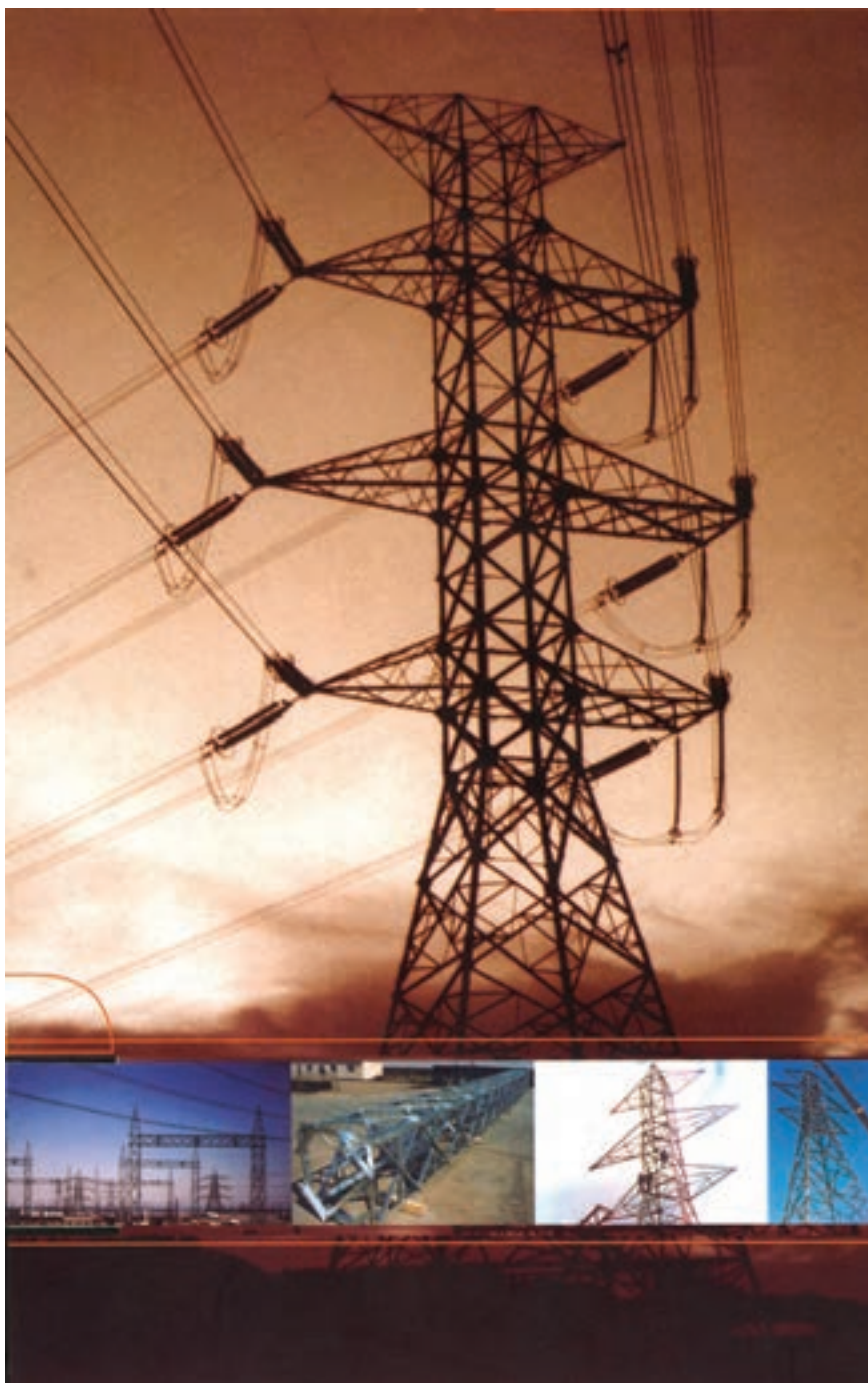


- ۱۱- صفحه تصویر نیمرخ بر کدام یک از صفحات F و H عمود است؟
- ۱۲- آیا نقطه ای می شناسید که فاصله های آن از F و H و P صفر باشد؟

برای مطالعه

- ۱- جایگاه همه نقاط فضا که از O (نقطه مشترک F و H و P) به فاصله ۵° هستند، چیست؟
 - ۲- همه نقاط فضا که از H به فاصله ۳° هستند، چیست؟
 - ۳- همه نقاط فضا که بعد و ارتفاع آنها برابر است، چه جایگاهی دارند؟
 - ۴- چند نقطه می توان در فضا معین کرد که فاصله های آنها از F و H و P برابر باشد؟
- آیا می توانید جایگاه همه آنها را تصور کنید؟

فصل دوم



نقطه را می‌توان با فاصله‌هایش از دو صفحه عمود برهم، در فضا مشخص نمود (گاسپارد مونتر)

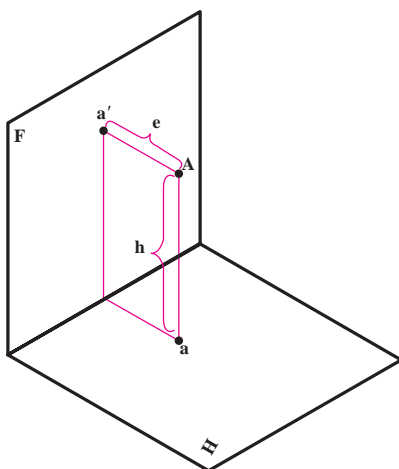
نقطه و مختصات آن

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

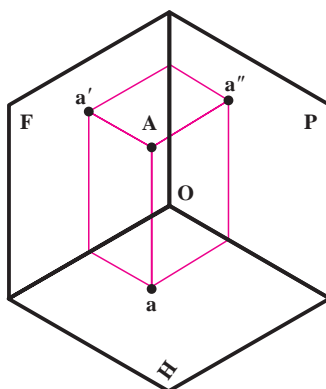
- ۱- مختصات نقطه را تعیین کند؛
- ۲- تسطیح فرجه و نمایش تصویر را انجام دهد؛
- ۳- حالات خاص نقطه را بیان کند.

۱-۲- نقطه و مختصات آن

کوچکترین جزء هندسی را نقطه نامند^۱. نقطه A را در فضا در نظر می‌گیریم. فاصله این نقطه را تا F بُعد و فاصله آن را تا H، ارتفاع می‌نامند. گفتیم که می‌توان بعد را با e و ارتفاع را با h معرفی کرد. پس طبق شکل ۱-۲ داریم:

$$\overline{Aa'} = e \text{ و } \overline{Aa''} = h$$


شکل ۱-۲



شکل ۲-۲

نقاط را در فضا با حرف بزرگ، و تصاویر آن روی صفحات تصویر را با همان حرف اما کوچک نشان می‌دهیم. مانند نقطه فضایی A که تصویر افقی آن a و تصویر روبه‌روی آن a' و نمای جانبی آن a'' خواهد بود (شکل ۲-۲).

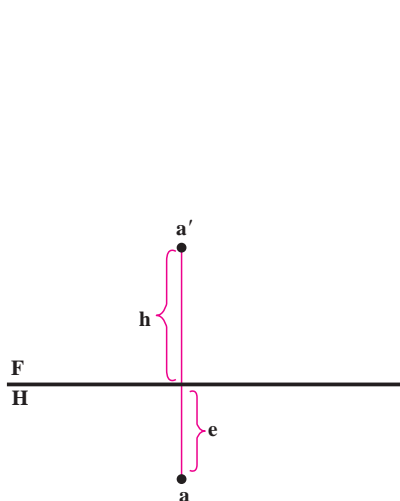
۱- البته مفاهیمی مانند نقطه، خط و سطح، به گونه‌ای دقیق، قابل تعریف نیستند.

۲-۲- هم سطح کردن چهار فرجه و بررسی وضع نقطه در هر یک از چهار فرجه

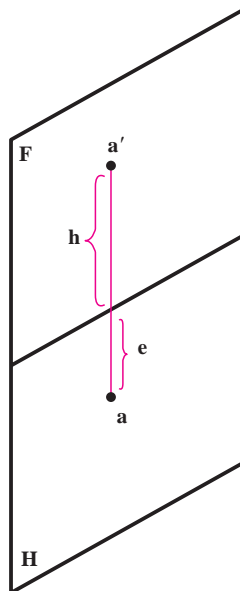
— پس از هم سطح کردن چهار فرجه، وضعیت نقطه به شرح زیر است :

۱-۲-۲- فرجه یکم — با ثابت نگه داشتن F و چرخاندن H به اندازه 90° درجه و در جهت عقربه ساعت، به دور خط زمین،

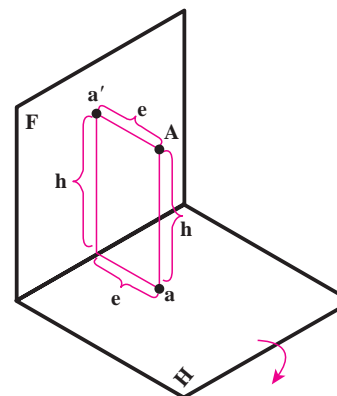
H در راستای F قرار می گیرد. به سادگی معلوم می شود که a با a' هم راستا خواهد شد (شکل های ۲-۳ تا ۲-۵).



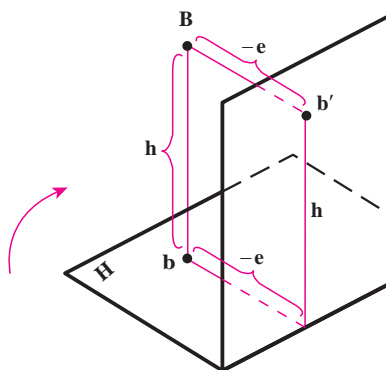
شکل ۲-۵ — (نقشه) فرجه اول



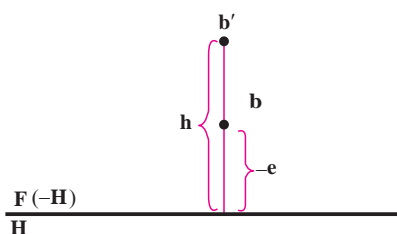
شکل ۲-۴ — هم سطح شده فرجه اول



شکل ۲-۳ — شکل فضایی فرجه اول



شکل ۲-۶ — فرجه دوم



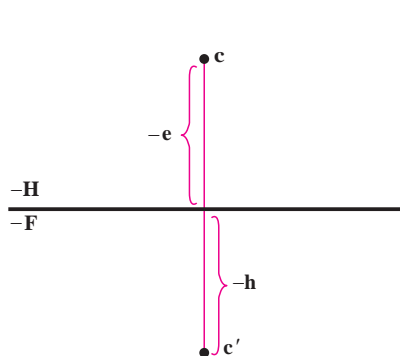
شکل ۲-۷ — فرجه دوم (نقشه)

در هندسه ترسیمی آنچه را که در قسمت F است، تصویر رویه رو و آنچه را که در قسمت H است نمای افقی گویند. همواره می توان دو نمای یک نقطه را با یک خط نازک به هم وصل کرد.

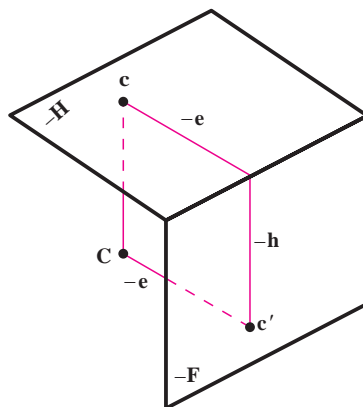
۲-۲-۲- فرجه دوم — چنانچه نقطه در فرجه دوم قرار

گیرد (شکل ۲-۶). پس از هم سطحی، یعنی چرخاندن H در جهت عقربه ساعت، شکل ۲-۷ حاصل می شود. چنانچه دقت کنیم، بعد نقطه، در قسمت بالای خط زمین قرار گرفته است. بنابراین طبق جدول فاصله ها، علامت آن منفی خواهد شد.

۳-۲-۲- فرجه سوم — اگر نقطه در فرجه سوم باشد (شکل ۲-۸)، پس از هم سطحی، شکل ۲-۹ به دست می آید.



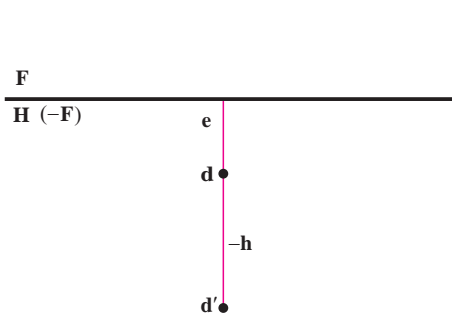
شکل ۲-۹ — (نقشه) فرجه سوم



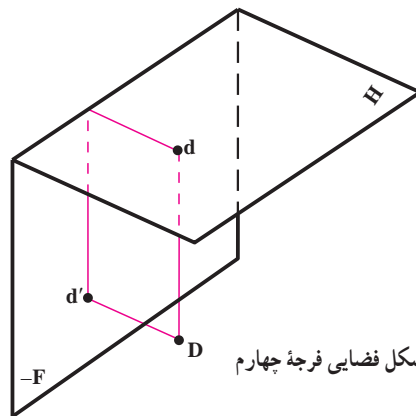
شکل ۲-۸ — (شکل فضایی) فرجه سوم

همان طور که مشاهده می شود، ارتفاع نقطه در قسمت پایین خط زمین و بعد نقطه در قسمت بالای خط زمین، قرار گرفته است. با مراجعه به جدول ۱-۱ نشانه های فاصله ها، مشخص می شود، که در فرجه سوم، تصویر افقی، بالای تصویر روبه رو قرار می گیرد. چون هم ارتفاع نقطه و هم بعد نقطه منفی می باشند

۴-۲-۲- فرجه چهارم — طبق شکل های ۲-۱۰ و ۲-۱۱، ارتفاع نقطه واقع در فرجه چهارم منفی است. (چرا؟)



شکل ۲-۱۱ — (نقشه) فرجه چهارم



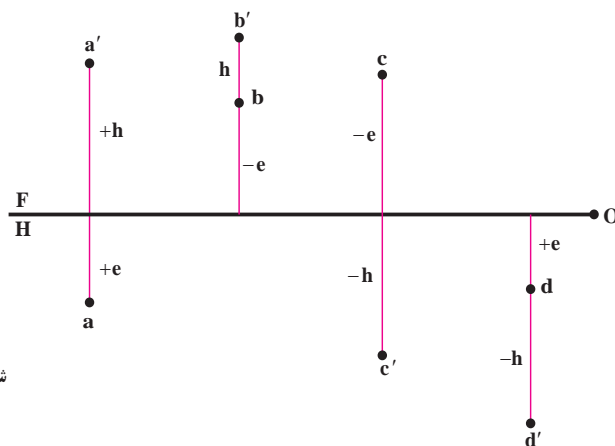
شکل ۲-۱۰ — شکل فضایی فرجه چهارم

۳-۲- نمایش نقطه ها

نقاط A و B و C و D با مختصات

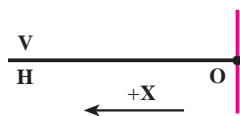
	X_1	X_2	X_3	X_4
A	+e	-e	-e	+e
B	+h	+h	-h	-h

در نقشه به شکل ۲-۱۲ نشان داده می شود.



شکل ۲-۱۲

همان گونه که دیده می شود، هنوز مشخصات نقطه کامل نیست. به همین جهت به آسانی رسم آن ممکن نمی باشد. زیرا معلوم نیست، در کدام نقطه خط زمین باید خط رابط کشیده شود، تا مقادیر عددی e و h روی آن خط رابط انتقال یابد. بنابراین برای کامل شدن مشخصات نقطه، نیاز به صفحه نیمرخ «P» می باشد و لازم است، که پس از کشیدن خط زمین خط برخورد دو صفحه روبه رو و نیمرخ با خط زمین مشخص شود (مانند شکل ۲-۱۳).



شکل ۲-۱۳

پس دیده می شود که نیاز به داشتن طول نقطه (x) برای رسم نقطه هست. در مشخصات نقطه، نخست X را می نویسیم، سپس e

و h را در دوم و سوم مشخص می کنیم.
 اکنون به حل یک نمونه می پردازیم:

$\begin{matrix} x \\ e \\ h \end{matrix}$	یعنی	$\begin{matrix} \text{طول} \\ A \\ \text{بعد} \\ \text{ارتفاع} \end{matrix}$
---	------	--

نقطه $A \begin{vmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ یا $A(5, 3, 2)$ را در نقشه نشان دهید.

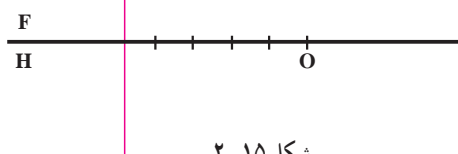
– ابتدا خط زمین را رسم و نقطه O را که نشان دهنده مبدأ برای x و جهت آن می باشد، مشخص می کنیم (شکل ۲-۱۴).



شکل ۲-۱۴

– با توجه به نخستین عدد، روی خط زمین در سمت چپ، به اندازه ۵ واحد

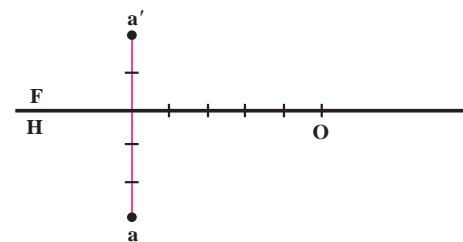
جدا و سپس خط رابط را رسم می کنیم (شکل ۲-۱۵).



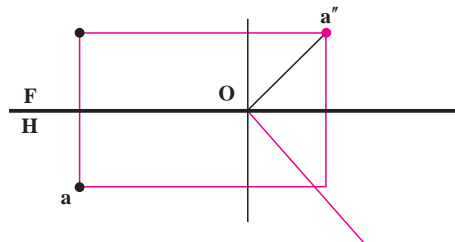
شکل ۲-۱۵

– عدد دوم که نشان دهنده بعد نقطه است و علامتش مثبت روی خط رابط پایین خط زمین، عدد سوم را که نشان دهنده ارتفاع

نقطه است و علامتش مثبت روی خط رابط بالای خط زمین، با توجه به واحد انتخابی جدا می کنیم. (شکل الف-۲-۱۶).



شکل ۲-۱۶ الف



شکل ۲-۱۶ ب

در شکل ۱۶-۲ ب، نمای نیمرخ A یعنی a'' به دست آمده است.

یادداشت ۱- در صورتی که بخواهیم تنها بعد و ارتفاع نقطه را معرفی کنیم به صورت $A \begin{vmatrix} e \\ h \end{vmatrix}$ می نویسیم، برای نمونه اگر

داشته باشیم $M \begin{vmatrix} 20 \\ 14 \end{vmatrix}$ یا $M(20^\circ, 14)$ منظور نقطه ای است به بعد 20° و ارتفاع ۱۴ با رابط دلخواه.

یادداشت ۲- در نمای نیمرخ (دید از چپ می‌توانید فاصله نقطه را تا خط زمین ببینید که برابر $\overline{a''o}$ می‌باشد.

۲-۴- حالات خاص نقطه

برخی از نقطه‌ها دارای ویژگی‌هایی هستند.

۲-۴-۱- نقطه روی خط زمین قرار دارد. در این حالت بعد و ارتفاع نقطه صفر است. به عبارت دیگر خط زمین مکان

هندسی نقاطی است، که بعد و ارتفاع آنها صفر است.

۲-۴-۲- نقطه در F است. در این حالت بعد نقطه صفر است، به عبارت دیگر F مکان هندسی نقاطی است که بعد آنها صفر

است.

۲-۴-۳- نقطه در H است. در این حالت ارتفاع نقطه صفر است، به عبارت دیگر صفحه افقی تصویر، مکان هندسی نقاطی

است، که ارتفاع آنها صفر است.

۲-۴-۴- نقطه در o (مبدأ) است. پس طول و بعد و ارتفاع آن صفر است

۲-۴-۵- نقطه روی صفحه نیمرخ تصویر قرار دارد، پس طول آن صفر است.

ارزشیابی

۱۵	
۱۰	A را رسم کنید.
۲۵	
۲۰	
۱۵	B را رسم کنید.
۳۰	

۳- مختصات نقطه‌ای را به دلخواه، در فرجه اول بنویسید.

۴- مختصات نقطه‌ای را به دلخواه، در فرجه چهارم بنویسید.

۵- فاصله‌های نقطه‌ای از هر سه صفحه تصویر ۲۰ می‌باشد؛ آن را رسم کنید.

۶- مطلوب است رسم نماهای نقاط داده شده، سپس توضیح لازم برای هر کدام. (یعنی هریک در کدام فرجه‌اند؟).

۱۰	۱۵	۴۰	۱۰	۱۰	۵۰	۳۰	۱۲	۱۰	۱۰
A	B	C	D	E	F	G	I	J	
۱۰	۱۵	۸۰	۱۰	۱۵	۵۰	۳۰	۱۰	۱۰	۱۰
۱۰	۱۵	۸۰	۱۰	۱۵	۵۰	۳۰	۱۰	۱۰	۱۰

۷- نسبت بعد نقطه A به ارتفاع آن $\sqrt{2}$ است. اگر ارتفاع نقطه ۵۰ باشد، نقطه را نمایش دهید «جای رابط دلخواه».

۸- تصاویر نقطه A را رسم کنید به شرطی که فاصله‌اش از خط زمین ۵۱ و بُعدش ۳۷ باشد^۲ «جای رابط دلخواه».

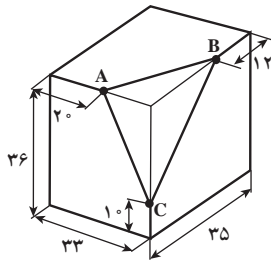
۹- فاصله نقطه A از خط زمین ۴۳ و نسبت بعد آن به ارتفاعش $\frac{2}{3}$ است. نقطه را با انتخاب رابط دلخواه نمایش دهید.

۱۰- صفحه نیمرخ تصویر ... هندسی نقاطی است که ... آنها ... است.

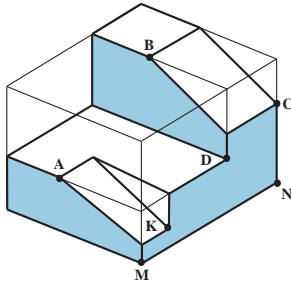
۱- همه تمرین‌ها باید روی کاغذ سفید و با رعایت دقت کامل و اصول نقشه‌کشی انجام شود.

۲- فاصله یک نقطه تا یک خط، درازای عمودی است که از نقطه بر خط رسم شود. شما می‌توانید در نمای نیمرخ این فاصله را ببینید.

۱۱- شکلی رسم کنید و در آن تنها سه نقطه A و B و C را با توجه به طول و بعد و ارتفاع آنها نمایش دهید.

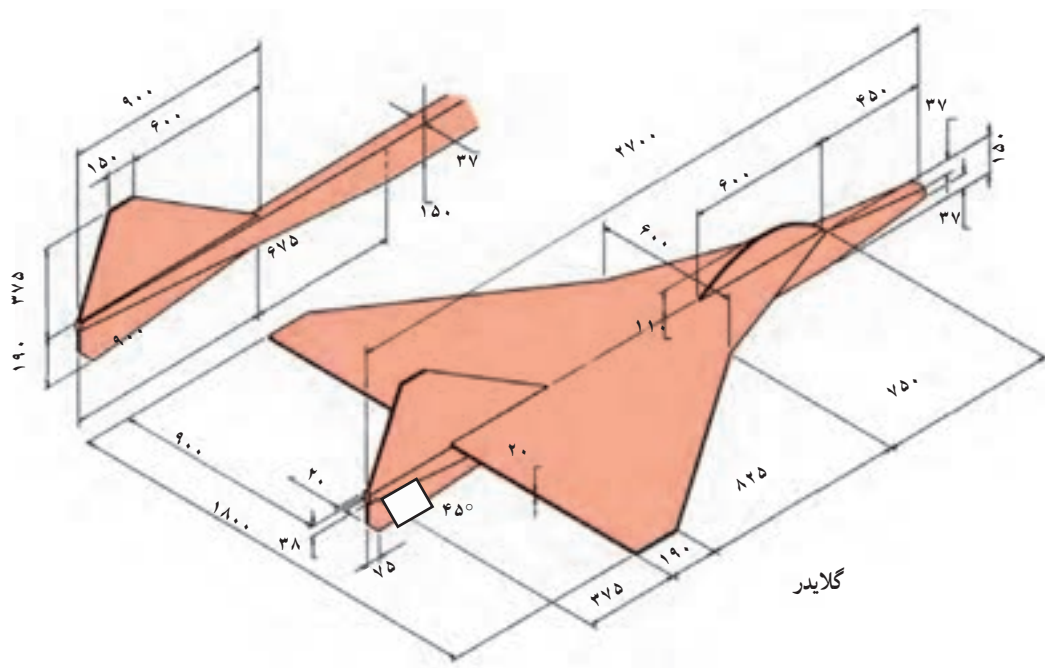


۱۲- با در نظر گرفتن هر مربع برابر 1° ، تنها نقطه‌های A، B، C، D، M، N و K را با توجه به طول و بعد و ارتفاع، در یک نقشه نمایش دهید.



برای مطالعه

- ۱- دو نقطه A و B با مشخصات $A(4^\circ, 3^\circ, 35)$ و $B(4^\circ, -3^\circ, 35)$ را در نظر بگیرید. چه عنوانی را برای دو نقطه A و B مناسب می‌دانید؟
- ۲- دو نقطه $A(5^\circ, 3^\circ, 4^\circ)$ و $B(5^\circ, -3^\circ, -4^\circ)$ را در نظر بگیرید. چه عنوانی را برای آنها مناسب می‌دانید؟
- ۳- آیا می‌توان نقطه $A(-5^\circ, 3^\circ)$ را قرینه نقطه $B(5^\circ, 3^\circ)$ دانست؟ نسبت به کدام صفحه؟
- ۴- قرینه $A(37, 27)$ نسبت به H چه بُعد و ارتفاعی دارد؟
- ۵- تفاضل بعد و ارتفاع نقطه A، 3° و فاصله‌اش از خط زمین 7° است. نقطه را نمایش دهید.

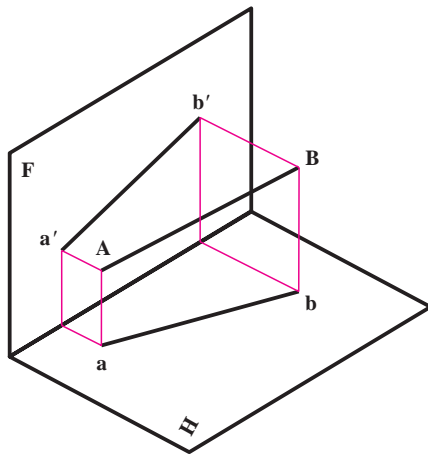


خط مهمترین عامل در به وجود آمدن یک نقشه است .

خط و انواع آن

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

- ۱- خط را تعریف و نامگذاری کند.
- ۲- وضعیت خط را نسبت به صفحات تصویر نشان دهد.
- ۳- اندازه حقیقی خط دلخواه را تعیین کند.

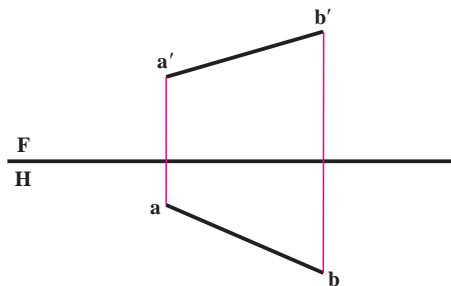


شکل ۳-۱

۳-۱- خط

تعریف : وقتی نقطه شروع به حرکت کند خط پدید می‌آید. یا می‌توان گفت که از برخورد دو سطح خط به وجود می‌آید.

همچنین می‌توانیم بگوییم که مطابق شکل ۳-۱، خط \overline{AB} از اتصال دو نقطه A و B ساخته می‌شود، که پس از هم‌سطح کردن صفحات تصویر نماهای خط به شکل ۳-۲ خواهد بود و می‌توان هر خط را با شناسایی ابتدا و انتهای آن نامگذاری کرد^۱.



شکل ۳-۲

۳-۲- اوضاع مختلف خط نسبت به صفحه‌های تصویر

خط نسبت به صفحه‌های تصویر حالت‌های گوناگونی دارد که در هر مورد نامی معین دارد. می‌توان خط‌ها را به سه گروه تقسیم کرد.

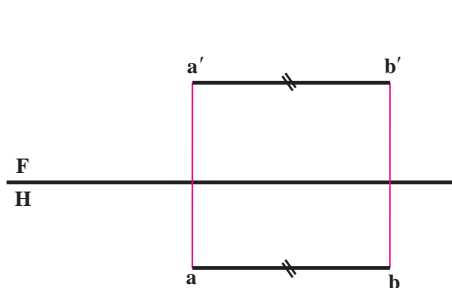
- ۱- ۲- ۳- گروه اول خط‌های خاص - هر کدام بر یکی از صفحه‌های تصویر عمودند. پس ویژگی موازی بودن را هم دارند.

۱- بیشتر به جای اصطلاحات درست پاره خط و نیم خط، به همان واژه خط بسنده شده است. نیز روشن است که بر دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد.

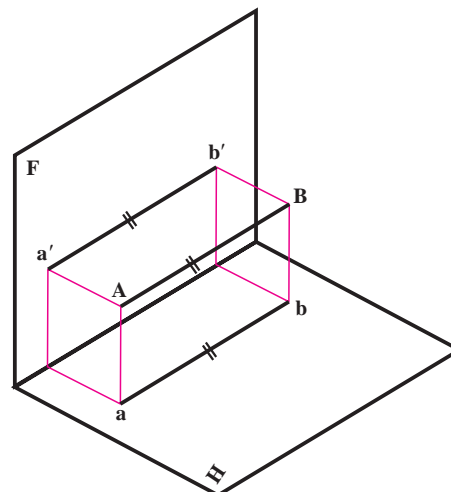
۲-۲-۳ گروه دوم خط‌های نیمه‌خاص — هر کدام با یکی از رویه‌های تصویر موازی اند، اما ویژگی عمود بودن را ندارند.
 ۳-۲-۳ گروه سوم خط‌های غیر خاص — آنها ویژگی آشنایی ندارند.

۳-۳-۳ گروه اول، خط‌های خاص

شامل خط مواجه، خط قائم و خط منتصب است که به ترتیب، آنها و ویژگی‌های تصویریشان را معرفی می‌کنیم.

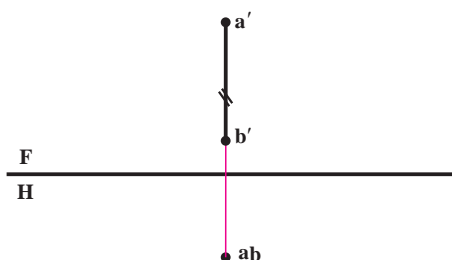


شکل ۳-۴

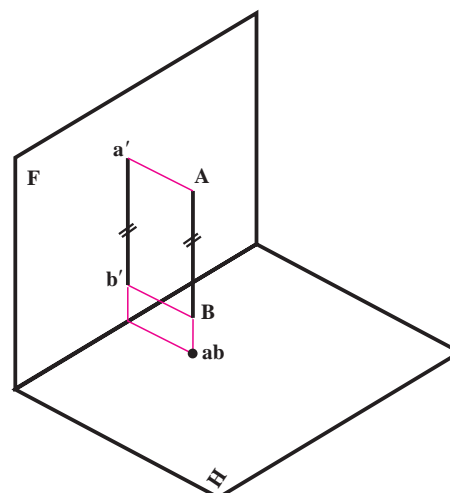


شکل ۳-۳

۱-۳-۳-۳ خط مواجه: خطی است موازی با خط زمین (شکل ۳-۳). چون خط موازی هر دو صفحه تصویر است، بعد همه نقاط با هم برابر و ارتفاع همه نقاط نیز با هم برابر است. به همین دلیل هر دو تصویر خط به موازات خط زمین خواهد بود و نماهای خط به شکل ۳-۴ در خواهد آمد. همان‌طوری که از شکل فضایی پیداست، هم تصویر روبه‌رو و هم تصویر حقیقی به اندازه حقیقی خط در فضا می‌باشد. پس $\overline{AB} = \overline{ab} = \overline{a'b'}$. وضعیت این خط نسبت به صفحه نیم‌رخ چیست؟
 ۲-۳-۳-۳ خط قائم: خطی عمود بر H است (شکل ۳-۵). بنابراین با F موازی خواهد بود. تصویر افقی تنها یک نقطه و نمای روبه‌رو خطی به اندازه حقیقی است. پس $\overline{AB} = \overline{a'b'}$ و امتداد $\overline{a'b'}$ عمود است بر خط زمین (شکل ۳-۶).



شکل ۳-۶

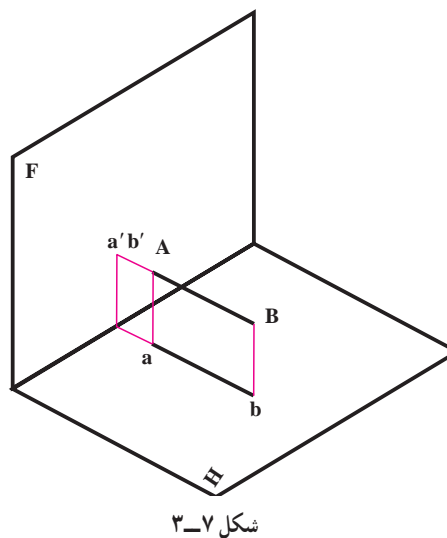
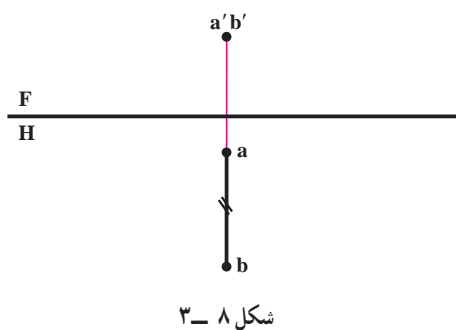


شکل ۳-۵

۱- نکته خیلی مهم آن است که در زمان ساخت قطعات همیشه باید از اندازه‌های حقیقی استفاده کرد. بنابراین روی اندازه حقیقی مرتباً تأکید خواهد شد. ضمناً نقشه‌ای

ارزشمند است که بتواند تمام اندازه‌های حقیقی جسم را در اختیار سازنده قرار دهد.

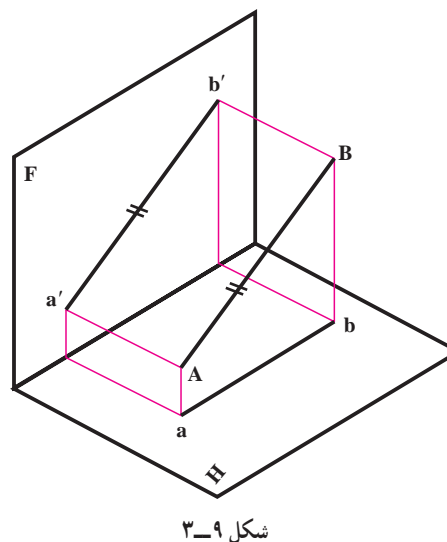
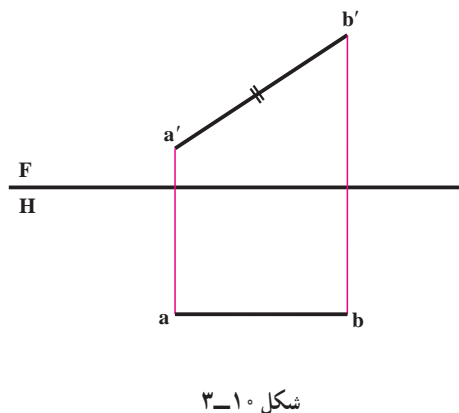
۳-۳-۳ خط منتصب: خطی است عمود بر F (شکل ۳-۷). پس با H موازی و تصویر افقی به اندازه حقیقی است یعنی $\overline{AB} = \overline{ab}$ و امتداد ab عمود بر خط زمین و تصویر روبه‌رو تنها یک نقطه است (شکل ۳-۸).



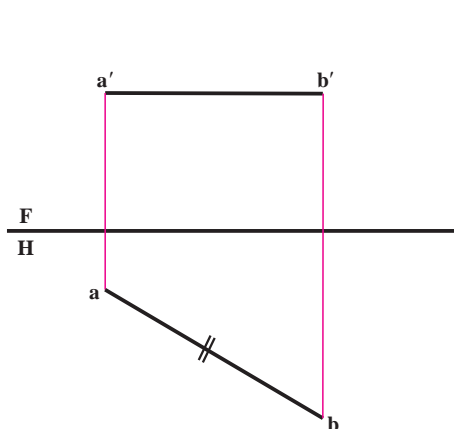
۳-۴ گروه دوم خط، یعنی خط‌های نیمه‌خاص

شامل خط جبهی، خط افقی و خط نیم‌رخ است.

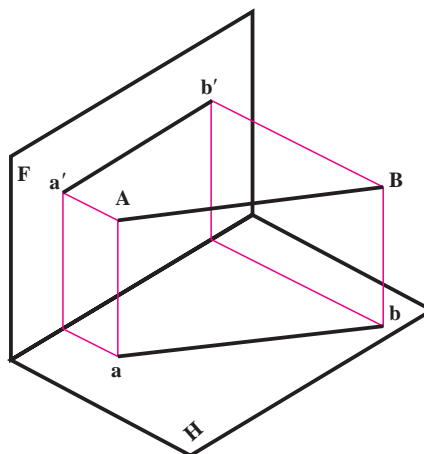
۳-۴-۱ خط جبهی: این خط با F موازی است (شکل ۳-۹). پس نمای روبه‌روی آن به اندازه حقیقی می‌باشد یعنی داریم $\overline{AB} = \overline{a'b'}$. نمای افقی موازی با FH (خط زمین) و بعد همه نقاط برابر است. زاویه‌ای که این خط با H می‌سازد در نمای روبه‌رو دیده خواهد شد (شکل ۳-۱۰).



۲-۴-۳ خط افقی: این خط با H موازی است، پس در تصویر افقی به اندازه واقعی است یعنی $\overline{AM} = \overline{ab}$. ارتفاع همه نقاط آن مساوی و نمای روبه‌رو موازی با FH خواهد بود. زاویه حقیقی آن با F در تصویر افقی دیده خواهد شد (شکل‌های ۳-۱۱ و ۳-۱۲).

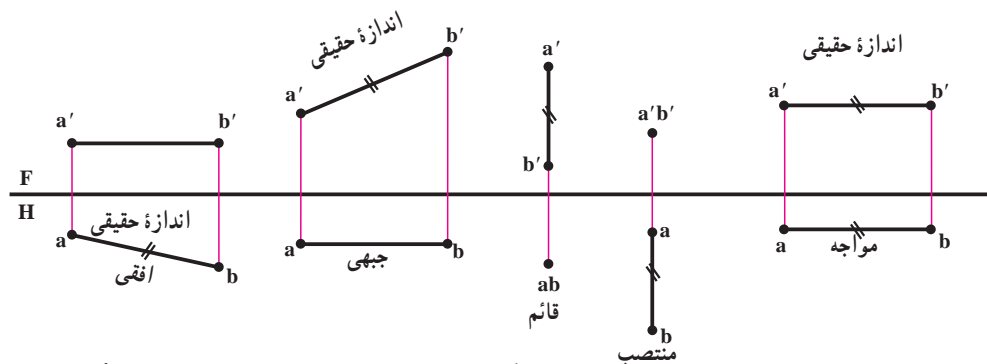


شکل ۳-۱۲

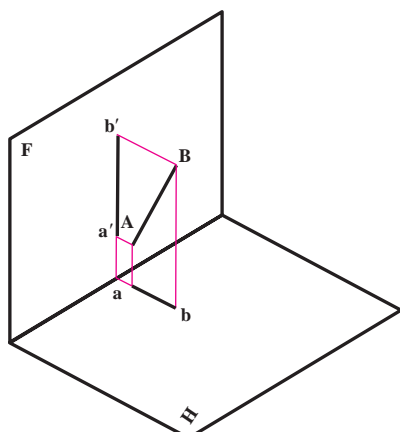


شکل ۳-۱۱

در شکل ۳-۱۳ پنج خط گفته شده یک جا و برای مقایسه دیده می‌شوند. دقت کنید: خاصیت مهم این پنج خط، به اندازه حقیقی دیده شدن آنها دست کم در یکی از نماها است. با تأکید دوباره که، چون در کار ساخت و تولید تنها اندازه‌های حقیقی مورد استفاده قرار می‌گیرند، داشتن اندازه‌های حقیقی خیلی مهم است.



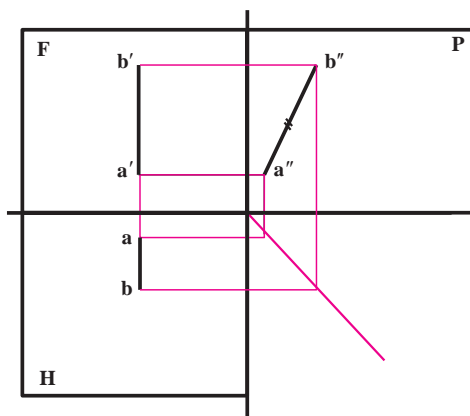
شکل ۳-۱۳



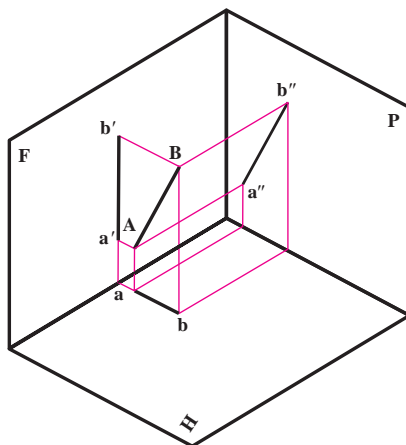
شکل ۳-۱۴

بدین ترتیب دیده می‌شود که تنها با داشتن تصاویر این پنج خط، می‌توان به اندازه حقیقی آنها در فضای برد.

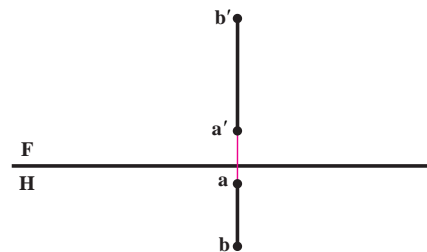
۳-۴-۳ خط نیمرخ: خطی است عمود بر خط زمین یا موازی با صفحه نیمرخ تصویر (شکل ۳-۱۴). همان گونه که از شکل فضایی پیداست، تصاویر روبه‌رو افقی آن کوچکتر از اندازه حقیقی است. در شکل ۳-۱۵ دو تصویر خط در راستای یک خط رابط قرار می‌گیرند. بدین ترتیب نمای جانبی اندازه حقیقی خط را می‌دهد (چرا؟) (مطابق شکل‌های ۳-۱۶ و ۳-۱۷).



شکل ۳-۱۷



شکل ۳-۱۶

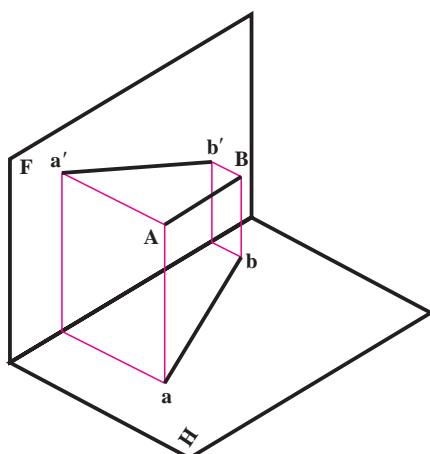


شکل ۳-۱۵

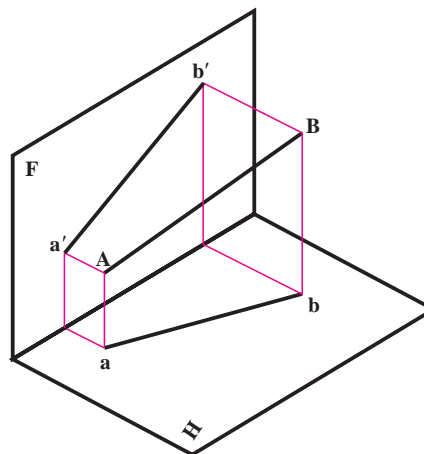
پس گاهی برای رسیدن به اندازه حقیقی خط می توان از نمای سوم استفاده کرد.

۳-۵ خط غیر خاص

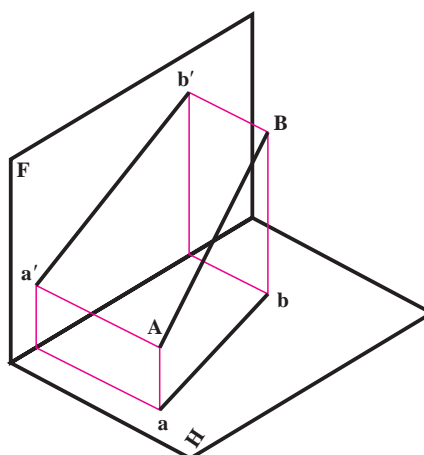
اگر خطی نسبت به صفحه های تصویر وضعی دلخواه داشته باشد، به آن غیر خاص گویند. پس با هیچ یک از صفحات موازی و بر هیچ کدام عمود نیست. شکل های ۳-۱۸ تا ۳-۲۰ نمونه هایی را معرفی می کند.



شکل ۳-۱۹

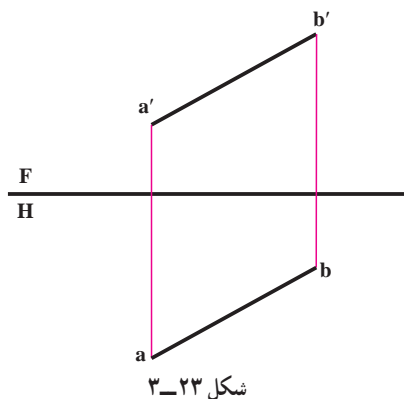


شکل ۳-۱۸

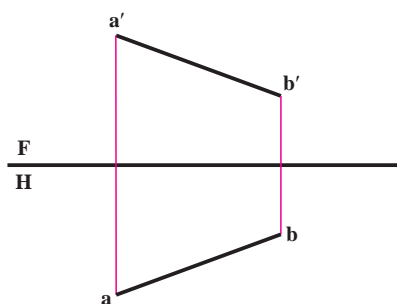


شکل ۳-۲۰

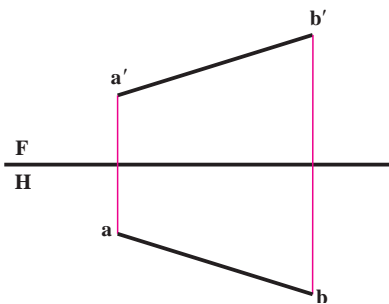
شکل‌های ۳-۲۱ تا ۳-۲۳ به ترتیب نماهای شکل‌های فضایی ۳-۱۸ تا ۳-۲۰ می‌باشند. بدیهی است که خط غیر خاص در هیچ یک از نماها اندازه حقیقی ندارد.^۱



شکل ۳-۲۳



شکل ۳-۲۲



شکل ۳-۲۱

۳-۶- اندازه حقیقی خط غیر خاص

گفته شد که خط غیر خاص در نماهای سه‌گانه خود دارای اندازه حقیقی نیست. پس برای تعیین اندازه حقیقی آن باید روش مناسبی انتخاب نمود. برای این کار روش‌های گوناگون وجود دارد که تنها دو مورد گفته می‌شود «در فصل پنجم راه دیگری نیز گفته خواهد شد».

۳-۶-۱- روش ترسیمه : شکل ۳-۲۴- الف را در نظر بگیرید. همان‌طور که دیده می‌شود، AB عبارت است از وتر مثلث قائم‌الزاویه ABM، دقت کنید که :

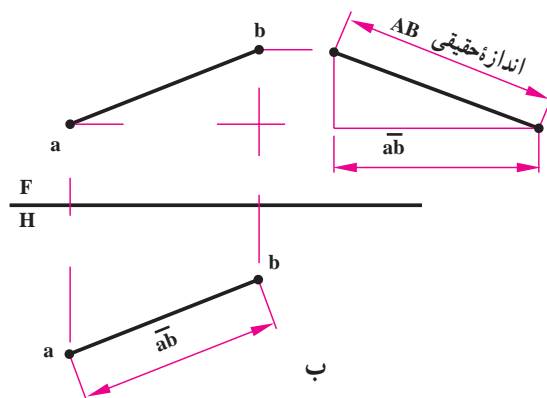
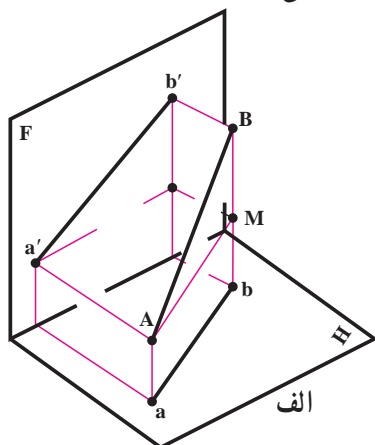
$$\overline{AB} = \text{اندازه حقیقی}$$

$$\overline{AM} = \overline{ab}$$

$$\overline{Aa} = \overline{Mb}$$

$$\overline{BM} = \overline{Bb} - \overline{Mb} = h_B - h_A$$

اکنون مطابق شکل ۳-۲۴- ب می‌توان یک ترسیمه ساده برای رسیدن به اندازه حقیقی AB کشید.

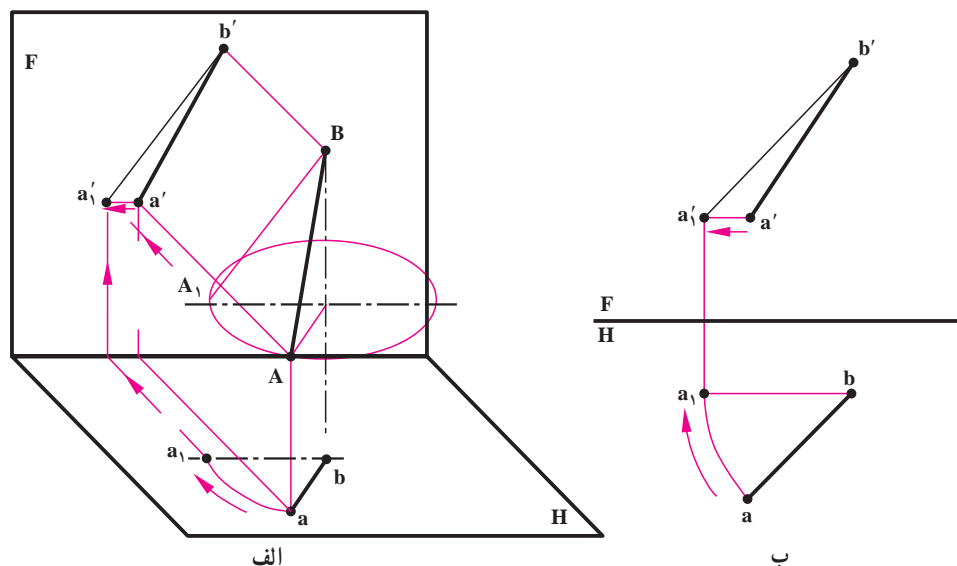


شکل ۳-۲۴

۱- تقسیمات خط به صورت یاد شده ویژه هندسه ترسیمی صنعتی است ولی در هندسه ترسیمی کلاسیک خطوط بسیار دیگر با ویژگی‌هایی موجودند که مابه علت آشنا نبودن با آنها همه را غیر خاص می‌نامیم.

۲-۶-۳ - روش دوران : مطابق شکل ۳-۲۵ الف پاره خط AB را می توان یکی از مولدهای مخروطی فرضی در نظر گرفت. پس خط غیرخاص AB می تواند مساوی با پاره خط A_1B باشد. اما A_1B یک خط جبهی خواهد بود. پس ساده است که با دوران A با شعاع \overline{ba} و به مرکز b می توان به وضعیت a_1b در نقشه رسید. این کار در شکل ۳-۲۵ ب انجام شد. بنابراین :

$$\overline{AB} = \overline{a_1'b'} = \text{اندازه حقیقی}$$

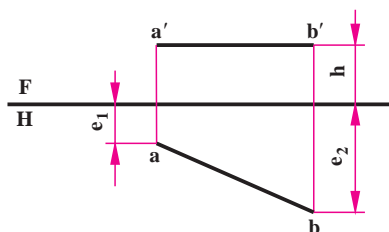


شکل ۳-۲۵

انتخاب هر یک از روش های بالا، به شرایط مسئله هم بستگی دارد.

ارزشیابی

- ۱- از سه تعریف داده شده برای خط کدام یک را بهتر می پسندید؟ چرا؟
- ۲- خط داده شده یک خط... است که بلندی همه نقاط آن ولی نقاط آن است.

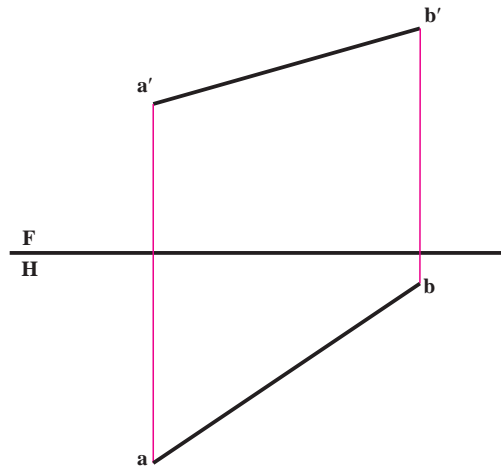


شکل ۳-۲۶

پرسشی مطابق پرسش بالا، به همراه شکل مناسب برای خط جبهی تنظیم کنید و پاسخ دهید.

- ۳- خط AB به مختصات $A \begin{matrix} 55^\circ \\ 10^\circ \end{matrix}$ و $B \begin{matrix} 10^\circ \\ 40^\circ \end{matrix}$ را رسم و نام آن را معین کنید.

۴- الف : روی راستای AB نقطه‌ای مانند M تعیین کنید، که فاصله‌اش از صفحه افقی تصویر برابر 15^{mm} باشد.
 ب : نقطه دیگری مانند N تعیین کنید، که فاصله‌اش از صفحه روبه روی تصویر برابر 10^{mm} باشد. سپس اندازه حقیقی خط MN را پیدا کنید. (همه کارها با انتقال شکل و با مقیاس ۱:۲ انجام شود). نمای سوم خط را هم به دست آورید.



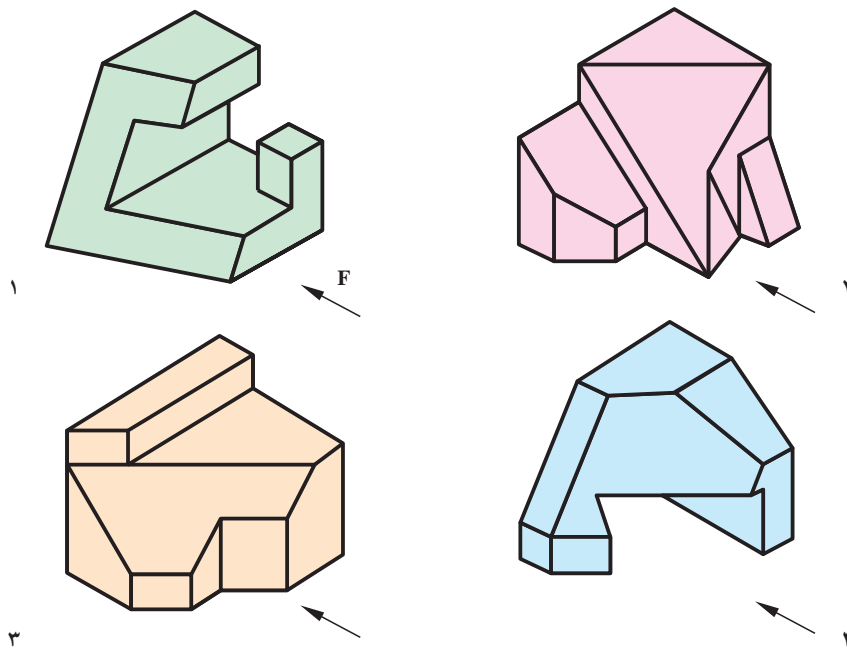
شکل ۲۷-۳

۵ - مطلوب است، رسم سه تصویر از خط مواج AB، به طول 50^{mm} ، که فاصله‌اش از F برابر 15^{mm} ، و از H برابر 35^{mm} باشد. A سمت چپ B و طول B برابر 10° . اکنون نقاط M و N را به ترتیب با طول‌های ۱۲ و ۳۷ روی آن مشخص کنید. ۵
 ۶ - از نقطه A 15° خطی جبهی به اندازه 70^{mm} رسم کنید، که زاویه‌اش با صفحه افقی تصویر برابر 30° باشد. این پرسش چند پاسخ دارد؟ ۵

۷- از نقطه A $(25, 50, 10)$ یک خط افقی به طول ۴۷ رسم کنید که زاویه‌اش با صفحه روبه روی تصویر ۴۵ درجه باشد و در تعداد جواب‌ها بحث کنید. آیا با تغییر مقدار زاویه، تعداد جواب‌ها فرق می‌کند؟
 ۸ - نماهای خطی را رسم کنید که در صفحه افقی تصویر قرار دارد زاویه‌اش با خط زمین 60° درجه و طولش ۵۵ می‌باشد. آیا قبل از ترسیم می‌توانید، درازای نمای روبه‌رو را معین کنید.
 ۹ - همه نقاطی که دارای بعد 30° و فاصله 50° تا خط زمین می‌باشند را رسم کنید. ارتفاع نقاط چیست؟
 ۱۰ - نمودار شکل ۱۳-۳ را با افزودن دو خط نیمرخ و غیر خاص و با اندازه‌های دلخواه، دوباره رسم کنید. سپس ویژگی‌های هر خط را زیر آن بنویسید.

۱۱ - با توجه به دید روبه روی داده شده، تعداد هر خط موجود در هر جسم را معین کنید (شکل ۲۸-۳). راهنمایی : می‌توان برای هر شکل جدول صفحه بعد را تشکیل داد :

خط	مواجهه	قائم	منتصب	جبهی	افقی	نیمرخ	غیرخاص
تعداد							



شکل ۲۸-۳

۱۲- دو رابط به طول های 10° و 70° رسم کنید. ابتدا خط جبهی AB را به طول حقیقی ۷۵ رسم کنید به گونه ای که دو سر آن متکی بر این دو رابط باشد و داشته باشیم $A(10^\circ, 30^\circ, 10^\circ)$. سپس AB را به نسبت ۱ و ۲ و ۳ تقسیم کنید.

۱۳- ابتدا خط AB را رسم کنید به گونه ای که داشته باشیم $A(12^\circ, 40^\circ, 15^\circ)$ و $B(5^\circ, 10^\circ, 40^\circ)$. سپس نقطه $C = (40^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$ را در نظر بگیرید. آیا می توانید از C خطی موازی با AB رسم کنید؟ در این صورت دیگر مشخصات D که ارتفاع آن صفر است چه خواهد بود؟ اندازه حقیقی AB چیست؟

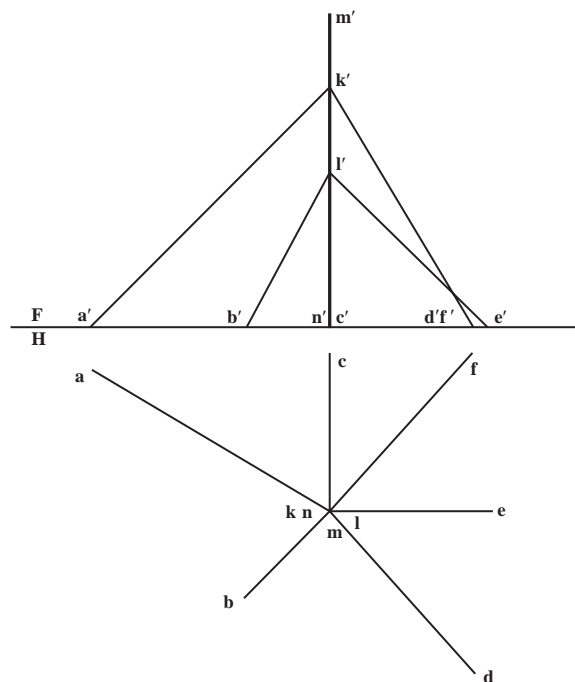


حکیم عمر خیام

حکیم ابوالفتح عمر خیام نیشابوری (زاده ۴۳۹ هجری قمری، وفات حدود ۵۲۶ هجری قمری)، حکیم، فیلسوف، شاعر و ریاضی‌دان بزرگ و از چهره‌های درخشان ایران و جهان است. او مطالعات زیادی در معادلات جبری برای نمونه در معادلات درجه سوم، انجام داد و با استفاده از مقاطع مخروطی به حل این معادلات پرداخت. ضمناً با طبقه‌بندی معادلات برای آنها روش‌های هندسی پیشنهاد کرد. به این ترتیب او از اولین کسانی است که جبر را با هندسه تلفیق نمود. همچنین خیام به پژوهش‌های متعددی دربارهٔ اصول موضوعه دست زد. اصول موضوعه مجموعه قوانین در هندسه هستند که در این علم بدون برهان و استدلال پذیرفته می‌شوند. خیام دربارهٔ اصل پنجم از اصول موضوعه اقلیدس با این مضمون که از یک نقطه در خارج از یک خط راست تنها یک خط می‌توان موازی با آن رسم کرد پژوهش کرد و مانند بسیاری از دانشمندان یونانی پیش از خود در درستی این اصل تردید نمود و نتایج حاصل از تردیدهای خیام مقدمه‌ای برای پایه‌گذاری هندسه‌های نااقلیدسی توسط ریاضی‌دانان غربی به شمار می‌آید. رباعیات خیام شهرت جهانی دارد.

برای مطالعه

- ۱- اندازه پاره خط AB برابر 8° و B روی خط زمین و در سمت چپ A است. اگر داشته باشیم $A(3^\circ, 4^\circ, 48)$ طول B چیست؟
- ۲- دو خط رسم کنید که هر دو از $A(8^\circ, 4^\circ, 5^\circ)$ بگذرند. AB یک خط افقی به طول 6° به گونه ای که B روی F باشد و AC یک نیمرخ به طول 5° که C روی F باشد. در تعداد جواب ها بحث کنید.
- ۳- زاویه AB با H، 45° درجه، طول آن 6° است و داریم:
 $A(^\circ, 5^\circ, 5^\circ)$ و $B(4^\circ, e, h)$ را نمایش دهید.
- ۴- دکل فولادی MN نشان داده شده در شکل ۲۹-۳ با سیم های فولادی مهار شده است. طول کل سیم بکسل را بر حسب متر با 10% اضافی تعیین کنید. مقیاس نقشه $1:25^\circ$ می باشد.
- ۵- گزاره را کامل کنید:
 همیشه نقطه ای با بعد و ارتفاع بر روی یک خط دلخواه، تعیین کرد
- ۶- بررسی کنید که آیا سه نقطه، $A(^\circ, 8^\circ, 1^\circ)$ ، $B(8^\circ, 4^\circ, 34)$ و $C(144, 8, 56)$ روی یک خط راست هستند یا نه؟
- ۷- روی راستای AB با مشخصات $A(2^\circ, 7^\circ, 5)$ و $B(14^\circ, 2^\circ, 5^\circ)$ نقطه ای به ارتفاع صفر بیابید. برای این نقطه، بعد چقدر است؟ آیا می توانید نامی برای این نقطه بگذارید؟ آیا روی این خط نقطه ای با بعد صفر هم وجود دارد؟ در صورت آری، ارتفاع آن چیست؟
- ۸- بر $A(^\circ, 6^\circ, 3^\circ)$ خطی افقی بگذارید که BC با شرایط $B(13^\circ, 7^\circ, 6^\circ)$ و $C(25, 2^\circ, 1^\circ)$ را قطع کند.
- ۹- روی خط AB با شرایط $A(5^\circ, 5^\circ, 1^\circ)$ و $B(5^\circ, 7^\circ, 7^\circ)$ نقطه ای با بعد ۳۵ مشخص کنید.

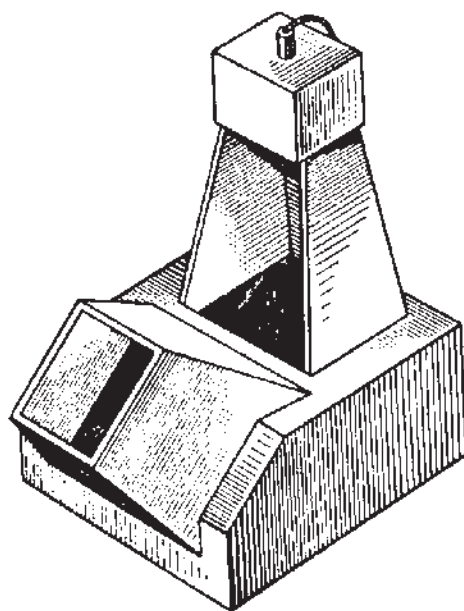


شکل ۲۹-۳

فصل چهارم



آرامگاه حکیم عمر خیام، نیشابور



هر جسم از اجتماع چند صفحه با شرایط مختلف به وجود می آید.

صفحه

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- صفحه و چگونگی نمایش آن، در هندسه ترسیمی را بیان کند.
- ۲- وضعیت صفحات مختلف را نسبت به صفحات تصویر تعیین نماید.

۴-۱- صفحه و چگونگی نمایش آن در هندسه ترسیمی

تعریف - صفحه، سطحی است تخت، نامحدود که فضا را به دو ناحیه تقسیم می‌کند.

سطح می‌تواند به صورت تخت یا منحنی باشد. معمولاً منظور از اصطلاح صفحه، یک سطح تخت می‌باشد.

نمایش صفحه به روش‌های مختلفی ممکن است، که برخی از آنها عبارتند از:

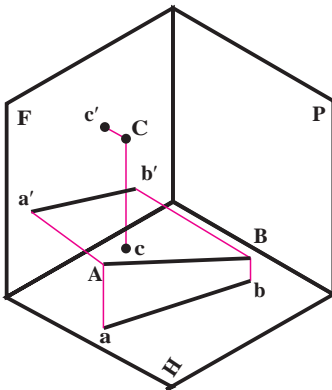
۴-۱-۱- سه نقطه غیر واقع بر یک راستا: (شکل‌های ۴-۱ و ۴-۲).

۴-۱-۲- خط و یک نقطه: (شکل‌های ۴-۳ و ۴-۴).

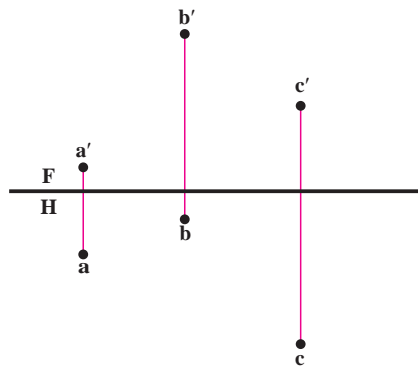
۴-۱-۳- دو خط متوازی: (شکل‌های ۴-۵ و ۴-۶).

۴-۱-۴- دو خط متقاطع: (شکل‌های ۴-۷ و ۴-۸).

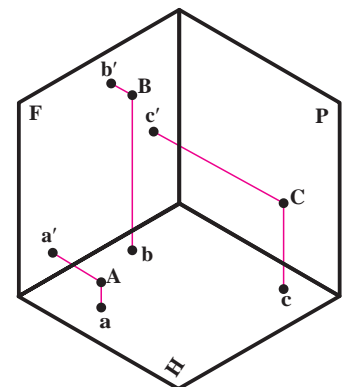
که در هندسه ترسیمی نیز همچنان به همان شکل‌ها نشان داده می‌شوند ولی متداول‌ترین صورت معرفی صفحه، نمایش با محدوده‌ای از آن مانند مثلث، مستطیل، ... خواهد بود.



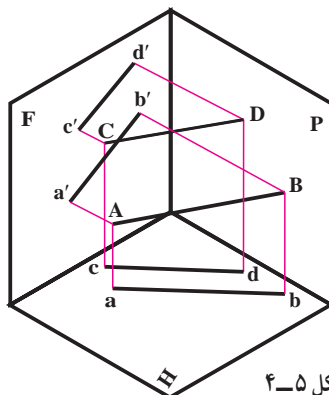
شکل ۴-۳



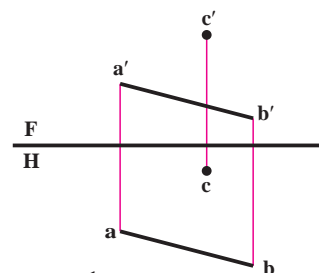
شکل ۴-۲



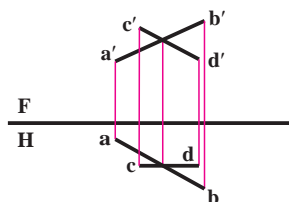
شکل ۴-۱



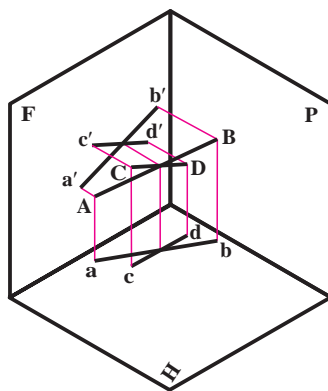
شکل ۴-۵



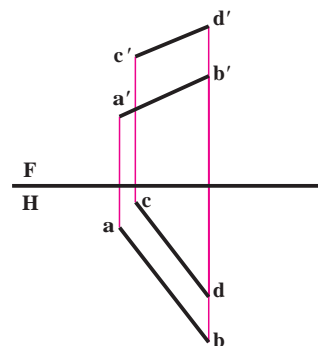
شکل ۴-۴



شکل ۸-۴



شکل ۷-۴



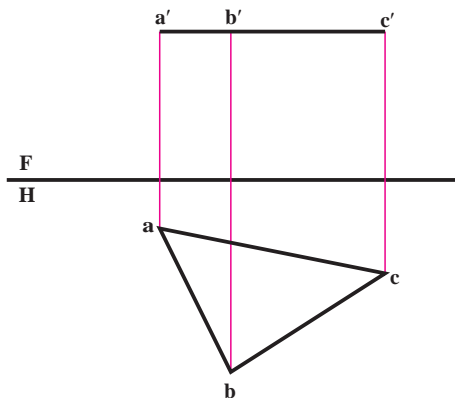
شکل ۶-۴

۲-۴- بررسی وضع صفحه نسبت به صفحات تصویر

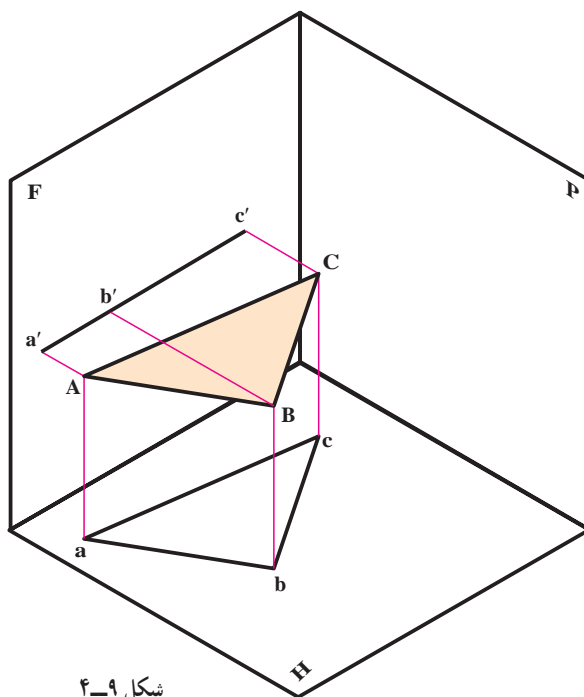
در اینجا صفحه را با یک مثلث نمایش می‌دهیم. این صفحه می‌تواند وضعیت‌های گوناگون نسبت به F و H داشته باشد. می‌خواهیم این حالات را بررسی کنیم. در اینجا هم می‌توان صفحات را به سه گروه خاص، نیمه خاص و غیر خاص تقسیم کرد. ویژگی مهم صفحات گروه اول یعنی افقی، جبهی و نیمرخ موازی بودن آنها با یکی از صفحات تصویر است. ویژگی مهم صفحات گروه دوم یعنی قائم و منتصب و مواجه، عمود بودنشان بر یکی از صفحات تصویر است. سرانجام صفحه غیر خاص هیچ یک از این ویژگی‌ها را ندارد.

۱-۲-۴- صفحه افقی: این صفحه به موازات صفحه افقی تصویر است (شکل ۹-۴). همان گونه که مشاهده

می‌شود، ارتفاع همه نقاط صفحه برابر است. بنابراین تصویر روبه روی صفحه ABC به صورت خطی موازی خط زمین در می‌آید ($a'b'c'$) و چون صفحه ABC با H موازی است، تصویر افقی یعنی abc از نظر شکل و اندازه دقیقاً با صفحه فضایی ABC برابر است. صفحه افقی در نقشه به شکل ۱۰-۴ نشان داده می‌شود.

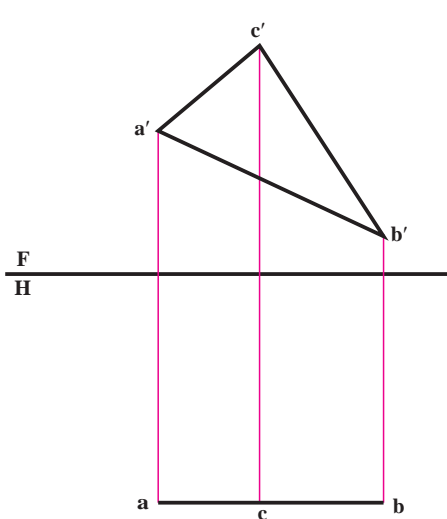


شکل ۱۰-۴

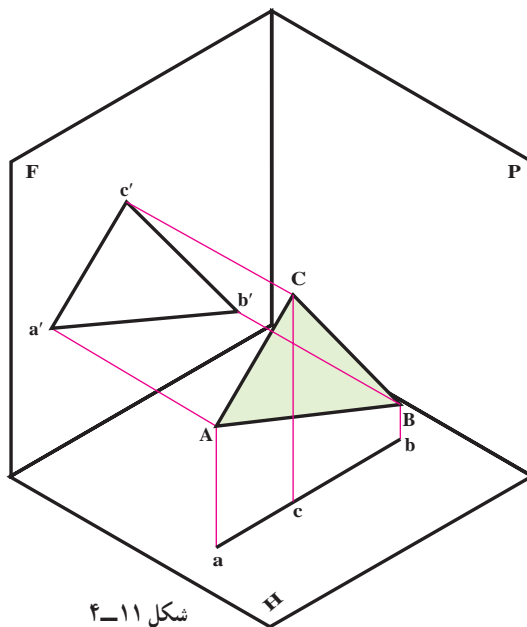


شکل ۹-۴

۲-۲-۴- صفحهٔ جبهی: این صفحه به موازات F است (شکل ۴-۱۱). همان گونه که دیده می‌شود، بعد همهٔ نقاط صفحه برابر است. بنابراین تصویر افقی صفحهٔ ABC به صورت خطی موازی خط زمین در می‌آید (\overline{abc}) و چون صفحهٔ ABC با F موازی است، تصویر روبه‌رو یعنی $a'b'c'$ از نظر شکل و اندازه دقیقاً با صفحهٔ فضایی ABC برابر است. صفحهٔ جبهی در نقشه به شکل ۴-۱۲ نشان داده می‌شود.



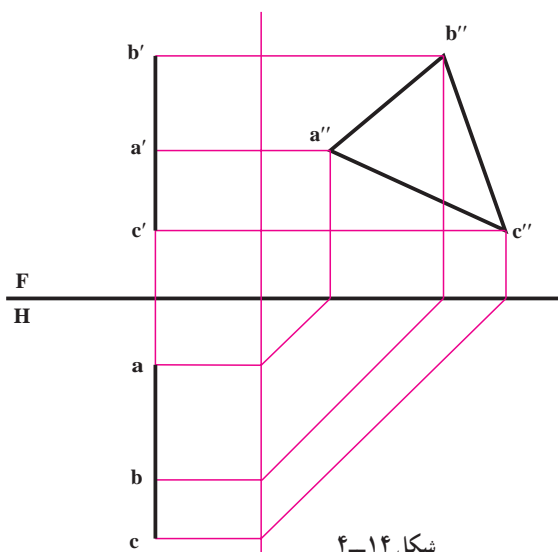
شکل ۴-۱۲



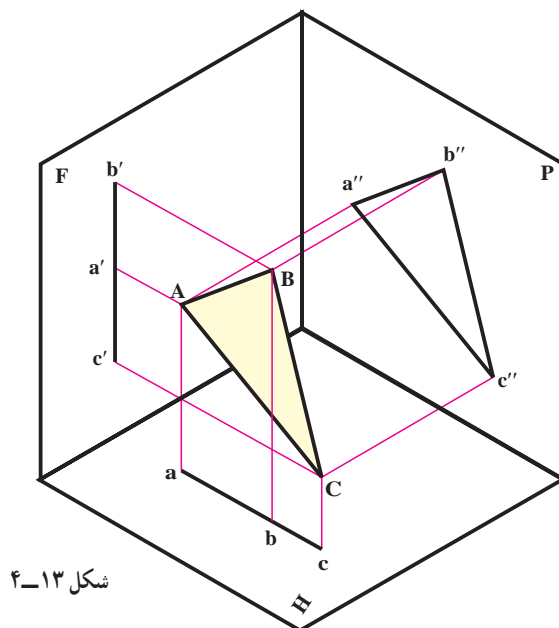
شکل ۴-۱۱

پیش از آنکه از صفحات دیگر نام برده شود، یادآوری می‌شود که دو صفحهٔ افقی و روبه‌رو برای ویژگی‌هایی که دارند، از صفحات بسیار مهم هستند، که در حل مسائل گوناگون، کاربرد فراوان دارند.

۳-۲-۴- صفحهٔ نیمرخ: صفحه‌ای است عمود بر خط زمین یا موازی با P (شکل ۴-۱۳). به عبارت دیگر بر دو صفحه تصویر روبه‌رو و افقی عمود می‌باشد. همان طوری که در شکل دیده می‌شود، تصویر روبه‌رو و افقی، هر دو خطی است، در راستای یک خط رابط و عمود بر خط زمین. نقشهٔ این صفحه به شکل ۴-۱۴ در می‌آید. نمای نیمرخ و یا تصویر جانبی به شکل و اندازه حقیقی می‌باشد.



شکل ۴-۱۴

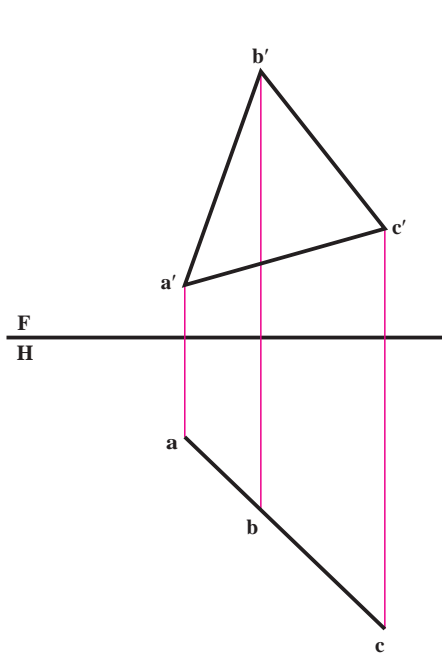


شکل ۴-۱۳

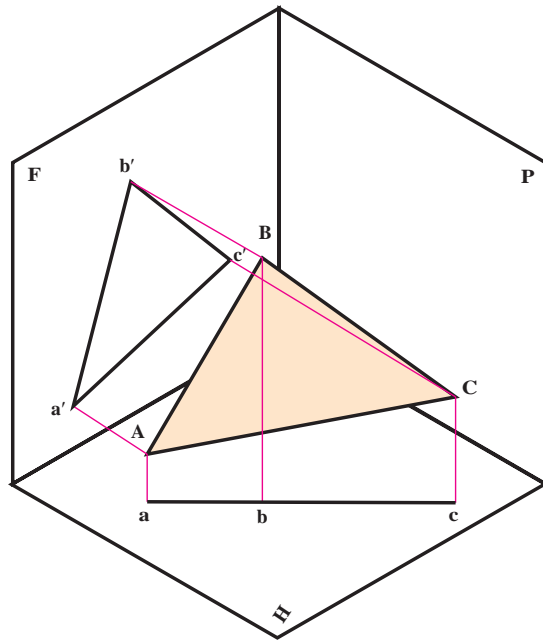
۴-۳- گروه دوم صفحه‌های نیمه‌خاص هستند با ویژگی عمود بودنشان بر یکی از صفحات تصویر.

۴-۳-۱- صفحه قائم: صفحه‌ای است عمود بر H (شکل ۴-۱۵)، بنابراین تصویر افقی آن یک خط خواهد شد و زاویه‌ای که تصویر افقی

با خط زمین می‌سازد، همان زاویه‌ای خواهد بود که صفحه فضایی با صفحه روبه‌روی تصویر دارد و در نقشه به شکل ۴-۱۶ در خواهد آمد.



شکل ۴-۱۶



شکل ۴-۱۵

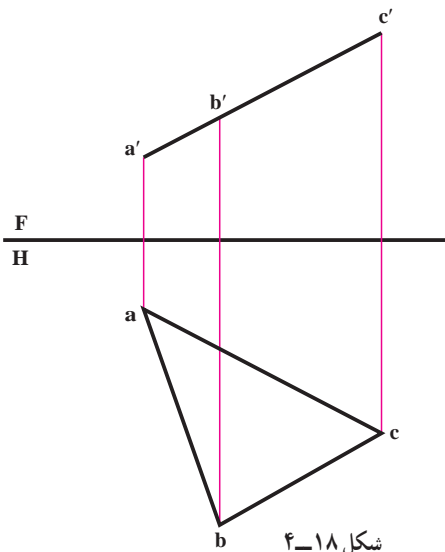
همان‌طور که دیده می‌شود، تصویر روبه‌رو شکلی است کوچکتر از اندازه حقیقی. ارزش صفحه قائم، خط شدن آن در تصویر

افقی است.

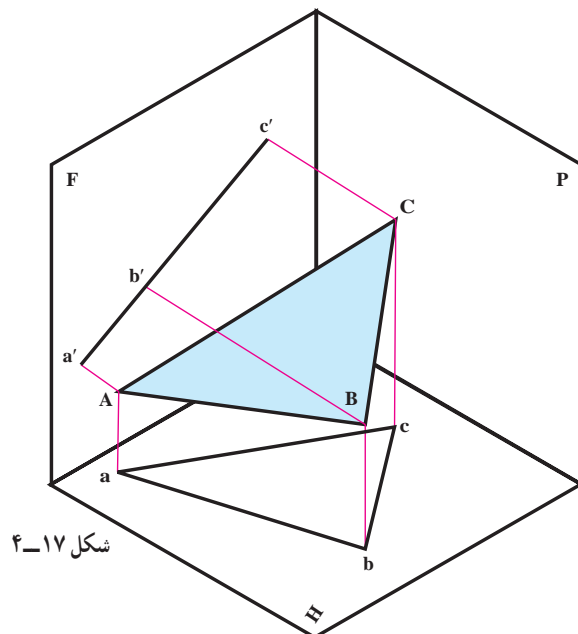
۴-۳-۲- صفحه منتصب: صفحه‌ای است، عمود بر F ، (شکل ۴-۱۷). بنابراین تصویر روبه‌روی آن یک خط است و

زاویه‌ای که این تصویر با خط زمین می‌سازد، زاویه‌ای خواهد بود، که صفحه فضایی با H دارد، و در نقشه به شکل ۴-۱۸ در خواهد آمد.

تصویر افقی، شکلی است کوچکتر از اندازه حقیقی. خاصیت صفحه منتصب، خط شدن آن در تصویر روبه‌رو است.

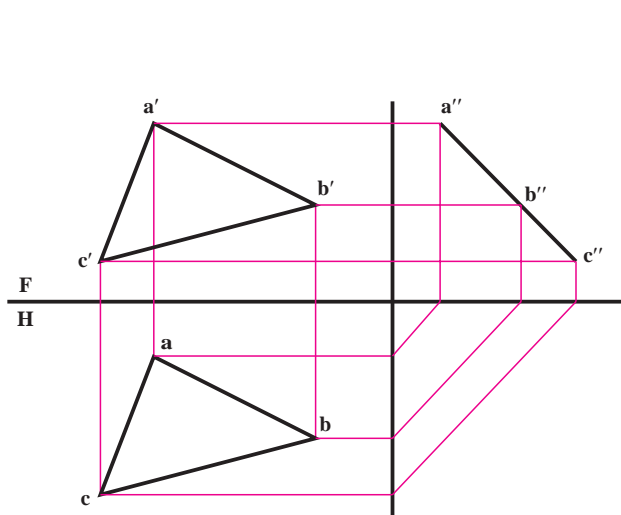


شکل ۴-۱۸

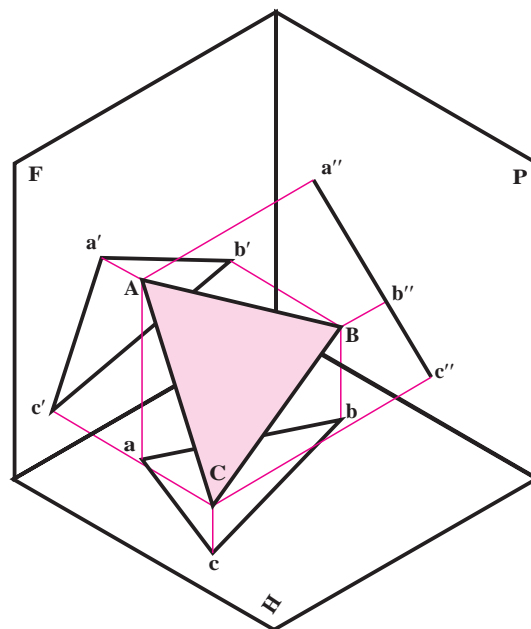


شکل ۴-۱۷

۳-۳-۴- صفحه مواجه : صفحه ای است عمود بر صفحه نیمرخ و یا موازی با خط زمین (شکل ۴-۱۹). پس نمای نیمرخ آن یک خط است و تصاویر افقی و روبه روی آن کوچکتر از اندازه حقیقی. پس نقشه آن به شکل ۴-۲۰ خواهد بود.

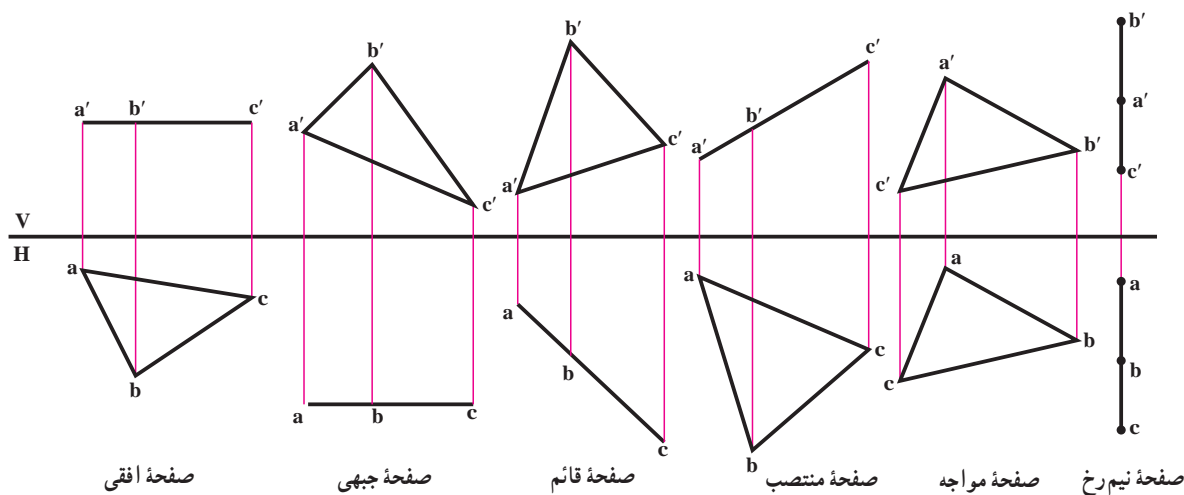


شکل ۴-۲۰



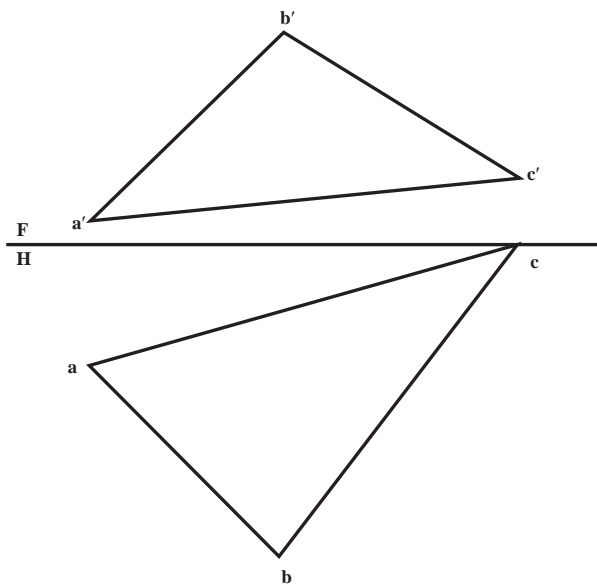
شکل ۴-۱۹

به شکل ۴-۲۱ نگاه کنید. هر شش صفحه یاد شده را برای سنجیدن می بینید. گروه اول عبارتند از افقی و جبهی و نیمرخ که صفحات خاص هستند با ویژگی موازی بودن با H یا F یا P. گروه دوم عبارتند از منتصب، قائم و مواجه، با ویژگی عمود بودن بر F یا H یا P. دقت کنید که صفحات افقی و جبهی هر کدام در یک تصویر اندازه حقیقی دارند. پس مهم ترین صفحات خواهند بود.



شکل ۴-۲۱

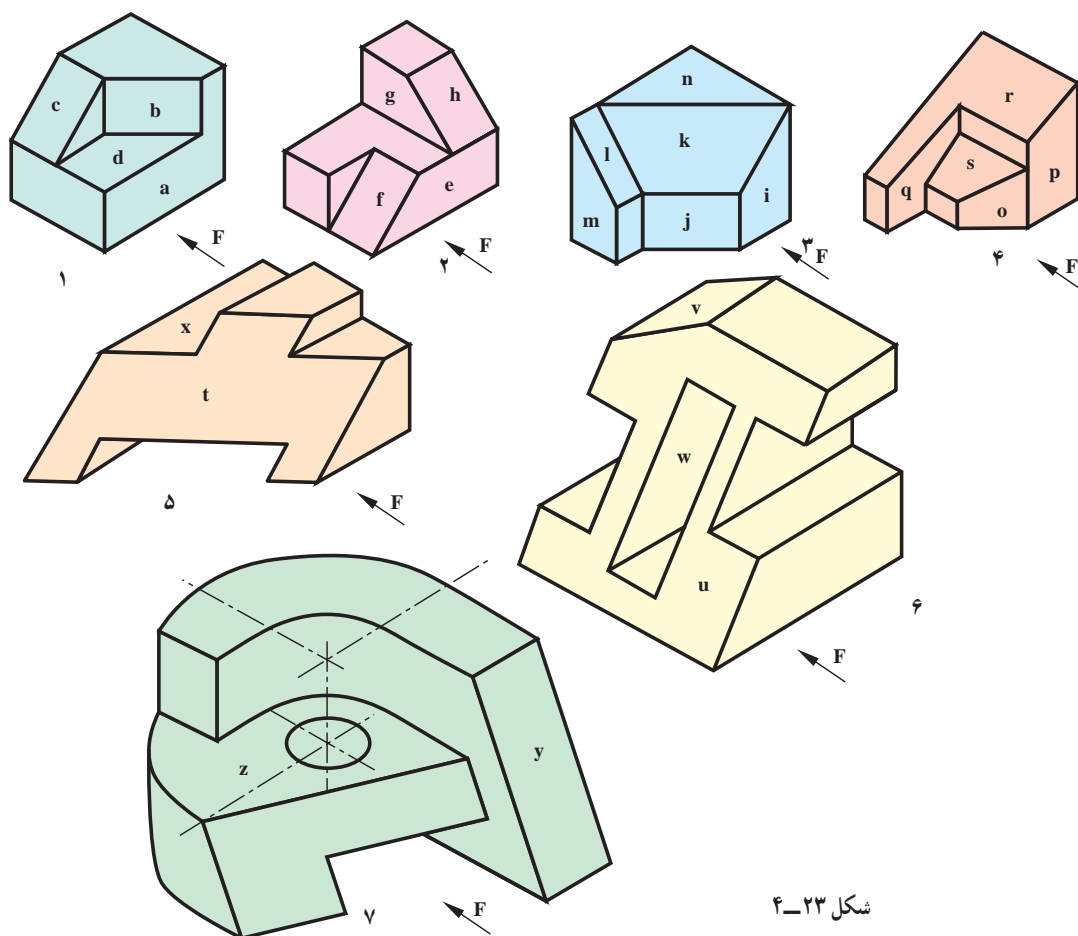
دو صفحه قائم و منتصب، در یک تصویر به صورت خط درمی آیند. این دو صفحه بعد از صفحه های افقی و جبهی، صفحات مهمی هستند. زیرا فقط با یک تغییر به اندازه حقیقی تصویر خواهند شد (که بعداً بررسی می شود).
 صفحه مواجه تنها خاصیتی که دارد، تبدیل شدنش به خط در تصویر نیمرخ است.
 صفحه نیمرخ نیز در تصویر جانبی، اندازه واقعی خواهد داشت.
۴-۲-۴ صفحه غیر خاص: این صفحه ویژگی معینی ندارد یعنی نه با صفحات تصویر موازی و نه بر آنها عمود است. پس در هیچ یک از تصاویر اندازه حقیقی نخواهد داشت و به صورت یک خط نیز دیده نخواهد شد (شکل ۴-۲۲).



شکل ۴-۲۲

- ۱- مطلوب است، نمایش یک صفحه افقی، با دو خط متقاطع AB و CD، که فاصله نقطه برخورد از صفحه افقی تصویر برابر 20° میلی متر باشد. (سایر مشخصات دلخواه)
 - ۲- مطلوب است، نمایش یک صفحه جبهی، با دو خط متقاطع AB و CD، که فاصله نقطه تقاطع از F برابر 15° میلی متر باشد. (سایر مشخصات دلخواه)
 - ۳- مطلوب است، نمایش صفحه افقی دلخواهی، با دو خط موازی AB و CD.
 - ۴- مطلوب است، نمایش صفحه جبهی دلخواهی، با دو خط موازی AB و CD.
 - ۵- مطلوب است، نمایش یک صفحه قائم، با دو خط متقاطع که زاویه اش با صفحه روبه روی تصویر برابر 45° باشد.
 - ۶- مطلوب است، نمایش صفحه منتصب دلخواهی، با دو خط متقاطع، که زاویه اش با صفحه افقی تصویر برابر 30° باشد.
 - ۷- مطلوب است، نمایش صفحه مواجی، با دو خط متقاطع AB و CD که زاویه اش با صفحه افقی تصویر برابر 30° باشد.
 - ۸- مطلوب است، نمایش صفحه مواجی، با دو خط موازی AB و CD که زاویه اش با صفحه روبه روی تصویر برابر 45° باشد.
 - ۹- مطلوب است، نمایش صفحه نیمرخ، با دو خط متقاطع AB و CD.
 - ۱۰- صفحه ای را نمایش دهید که از نقطه M گذشته و شامل خط افقی AB باشد.
 - ۱۱- از نقطه N صفحه ای رسم کنید که شامل خط غیر خاص AB باشد.
 - ۱۲- تعیین کنید در هر یک از ۷ صفحه معرفی شده، چه نوع خطوطی موجود است؟ راهنمایی: می توان برای این کار یک جدول تنظیم کرد.
 - ۱۳- مطلوب است، نمایش یک صفحه جبهی، با سه نقطه A و B و C به گونه ای که داشته باشیم $A(30^\circ, 35)$ ، ارتفاع B برابر 10° با فاصله 40° از A و C با فاصله 32° از A و با ارتفاع 17° B سمت راست و C سمت چپ A، اندازه حقیقی این سطح چند میلی متر مربع است؟
 - ۱۴- یک صفحه افقی به شکل مثلث متساوی الاضلاع ABC را نمایش دهید به شرطی که داشته باشیم $A(20^\circ, 15)$ و $\overline{AB} = 28$ اگر:
- الف - دیگر شرایط دلخواه باشد.
 - ب - زاویه AB با F ، 60° درجه باشد. (بحث در تعداد جواب ها)
- ۱۵- مطلوب است، نمایش یک صفحه جبهی به شکل دایره به قطر 40° میلی متر، در صورتی که فاصله مرکز آن از F برابر 10° میلی متر باشد. (سایر شرایط دلخواه، مسئله چند جواب دارد؟)
 - ۱۶- مطلوب است، نمایش صفحه قائمی به شکل مربع به ضلع 30° میلی متر، با زاویه نسبت به F، در صورتی که فاصله محل برخورد دو قطر مربع از صفحه های روبه رو و افقی تصویر به ترتیب برابر 20° میلی متر و 50° میلی متر باشد. یک ضلع مربع هم افقی است.

۱۷- نوع صفحات را در شکل ۲۳-۴ مشخص نمایید. (دید از جلو در همه اجسام مشابه است)



شکل ۲۳-۴

۱۸- قطعه ای طراحی کنید (به صورت ایزومتریک) که شامل هفت گونه صفحه یاد شده باشد، سپس هر صفحه را مطابق رنگ های داده شده در متن رنگ کنید. (صفحه دلخواه به رنگ مشکی!)

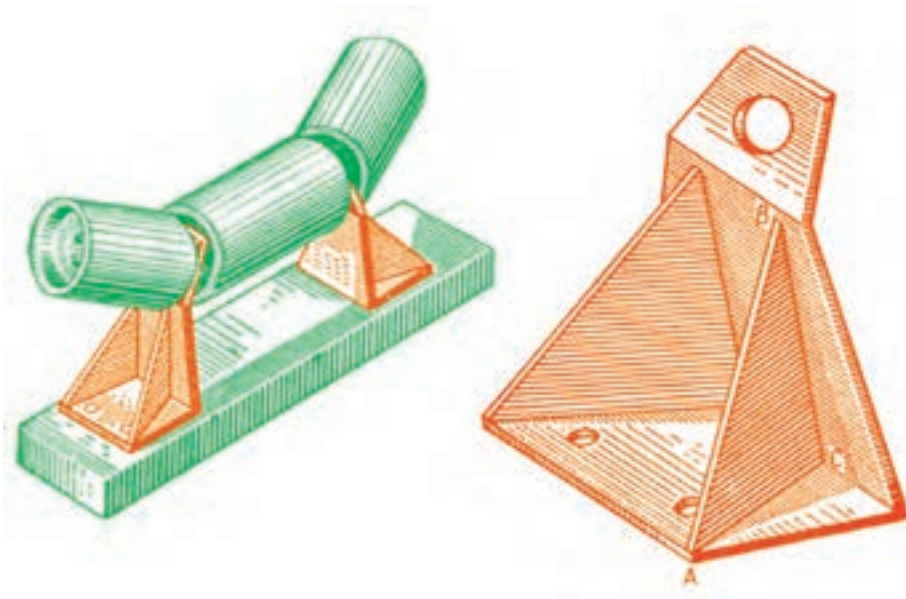
برای مطالعه

۱- از صفحه ای به شکل متوازی الاضلاع سه گوشه $A(0, 15, 60)$, $B(20, 55, 20)$ و $C(100, 45, 0)$ را داریم. صفحه را کامل کنید.

۲- بررسی کنید که آیا چهار نقطه $A(10, 30, 40)$, $B(50, 5, 50)$, $C(100, 44, 5)$ و $D(80, 0, 40)$ در یک صفحه هستند یا نه.

۳- سه خط افقی دلخواه در صفحه ABC در نظر بگیرید. آیا می توانید با توجه به آنها به یک نتیجه مهم برسید؟
داریم: $A(60, 20, 30)$, $B(0, 48, 40)$ و $C(40, 40, 10)$

۴- ادامه صفحه داده شده در مسئله بالا (ABC) را در نظر می گیریم، آیا می توان خط برخورد آن با H را مشخص کرد؟



نقشه‌ای ارزشمند است که اندازه حقیقی خط و صفحه را معرفی کند.

تغییر صفحه

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

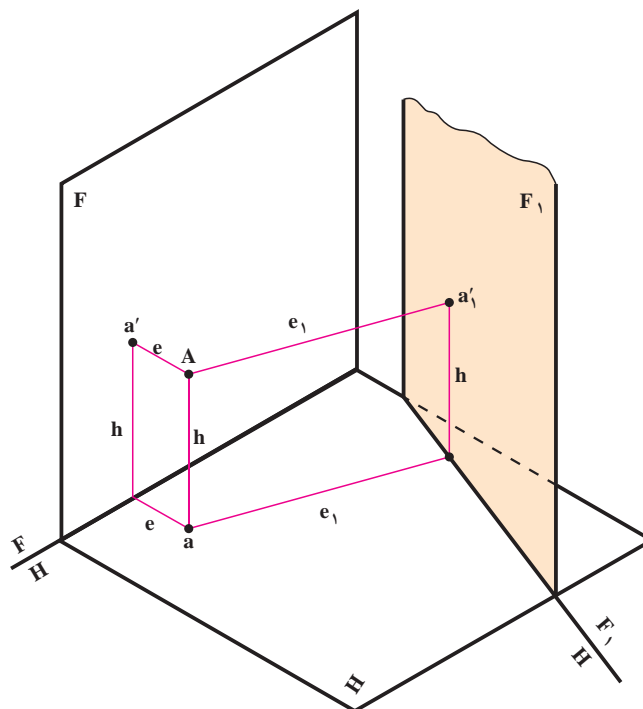
- ۱- چگونگی استفاده از تغییر صفحه برای تعیین اندازه حقیقی را بیان کند.
- ۲- اندازه حقیقی صفحه را به دست آورد.

۱-۵- اندازه حقیقی صفحه

گفته شد که صفحاتی مثل منتصب یا قائم در نماهای خود به اندازه حقیقی دیده نمی‌شوند. اما با توجه به اینکه برای ساختن قطعات نیاز به اندازه‌های حقیقی داریم باید بتوانیم اندازه حقیقی آنها را معین کنیم. صفحات F و H معمولی این کار را انجام نمی‌دهند. برای نمونه در صفحه منتصب، تصویر افقی اندازه حقیقی ندارد، چرا؟

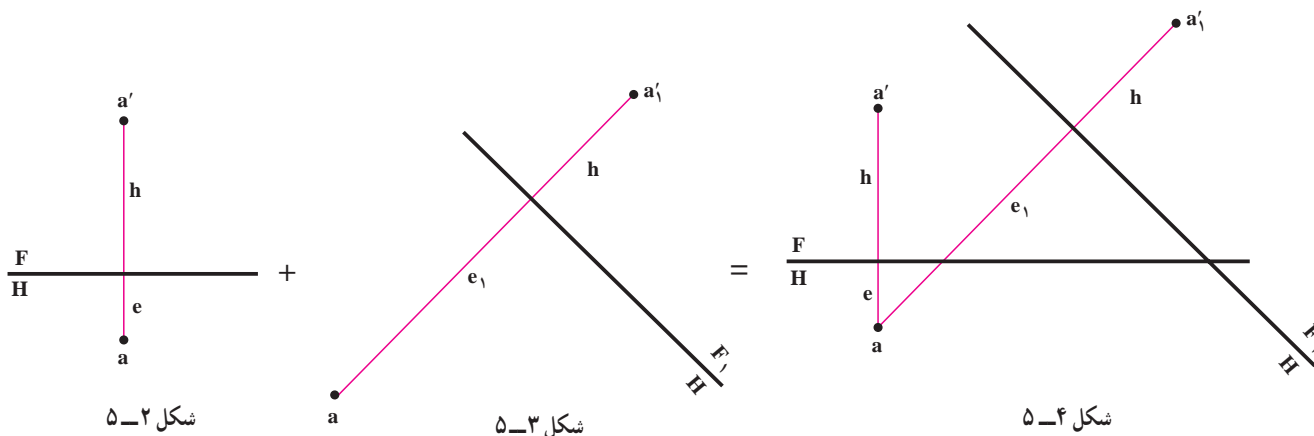
تعریف: تغییر صفحه عبارت است از تغییر دادن یکی از صفحات تصویر یا هر دوی آنها. این یک روش کار برای حل برخی مسایل در هندسه ترسیمی است که ما کاربرد آن را در تعیین اندازه حقیقی صفحات قائم، منتصب و مواجه بررسی می‌کنیم.

با توجه به شکل ۱-۵ صفحات تصویر H و F و نقطه A را با ارتفاع h و بعد e در نظر می‌گیریم. اکنون اگر با ثابت بودن H ، به جای F از صفحه دیگری مثل F_1 استفاده کنیم، فرجه جدید V_1H را خواهیم داشت. (فراموش نشود که همیشه صفحات تصویر بر هم عمودند!)

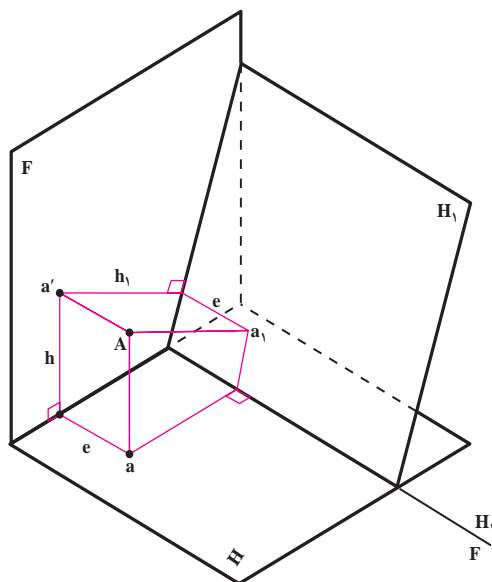


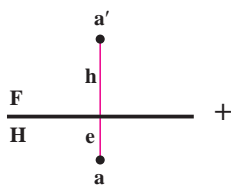
شکل ۱-۵

تصاویر A را در این فرجه تعیین می‌کنیم. می‌بینیم که ارتفاع نقطه همان ارتفاع پیشین است. تنها بعد نقطه به جای e تبدیل به e_1 می‌شود. در نتیجه اگر V برداشته شود، نمای روبه‌رو از بین می‌رود. ولی مقدار ارتفاع ثابت باقی می‌ماند. و از طرفی تصویر افقی نیز همچنان در اختیار است. پس کافی است، از تصویر افقی خط رابطی رسم کنیم و مقدار ارتفاع را که تغییری نکرده است در راستای خط رابط نسبت به خط زمین جدا کنیم. بدین طریق به نمای روبه‌روی جدید خواهیم رسید. حال نقشه نقطه را یک بار در صفحات تصویر F و H، و بار دیگر در صفحات تصویر F و H_1 بررسی می‌کنیم (شکل‌های ۲-۵ تا ۵-۵). توجه کنید که محل رسم F_1H_1 دلخواه است.

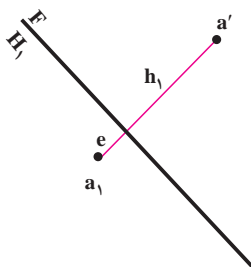


و چنانچه صفحه افقی تصویر تغییر داده شود (شکل ۵-۵). تصویر افقی از بین می‌رود، به دنبال آن ارتفاع نقطه تغییر می‌کند. چون صفحه افقی تصویر تغییر کرده است. ولی تصویر روبه‌روی نقطه، و بعد آن، تغییر نمی‌کند. با داشتن همین دو جزء می‌توان تصویر افقی جدید را مشخص کرد. کافی است، از تصویر روبه‌رو خط رابطی رسم شود و اندازه e نقطه روی خط رابط جدا شود. (شکل‌های ۶-۵ الی ۸-۵).

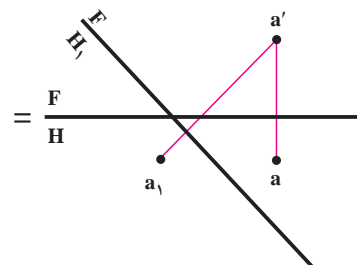




شکل ۸-۵



شکل ۷-۵

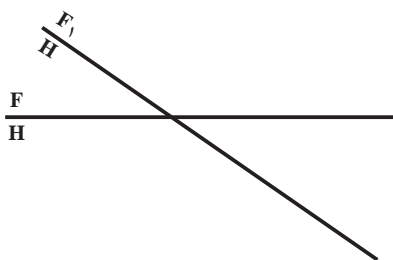


شکل ۶-۵

از آنچه گفته شد، چنین نتیجه گیری می کنیم، که هر صفحه تصویر با دو جزء از چهار جزء (بعد، تصویر روبه رو، ارتفاع، تصویر افقی) ارتباط دارد، که با تغییر هر کدام از صفحات تصویر، دو جزء مرتبط نیز از بین می روند. اما هنوز دو جزء دیگر باقی است که، به کمک همین دو جزء آنچه را که حذف شده است، می توان به دست آورد. خلاصه آنچه گفته شد در جدول ۵-۱ دیده می شود.

جدول ۵-۱

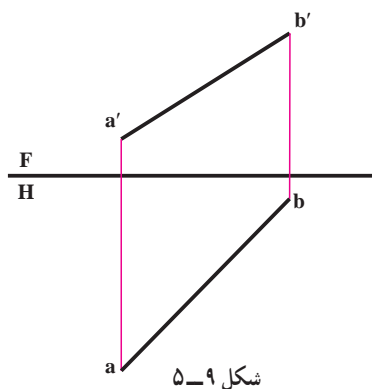
متغیر	ثابت	
تصویر روبه رو و e ها	تصویر افقی و h ها	$F \xrightarrow{\text{به}} F_1$
تصویر افقی و h ها	تصویر روبه رو و e ها	$H \xrightarrow{\text{به}} H_1$



می دانیم که خط زمین $\frac{F}{H}$ به معنای دو صفحه تصویر روبه رو و افقی است. اینک اگر برای حل مسئله مجبور به تغییر صفحه روبه رو شویم، خط زمین قبلی همچنان باقی می ماند. خط زمین جدید یعنی $\frac{F_1}{H}$ در موقعیت تازه نسبت به خط زمین قدیم رسم می شود. و این تغییر موقعیت را هنگام حل مسئله باید به درستی تشخیص داد و رسم کرد. (محل F_1H دلخواه است.)

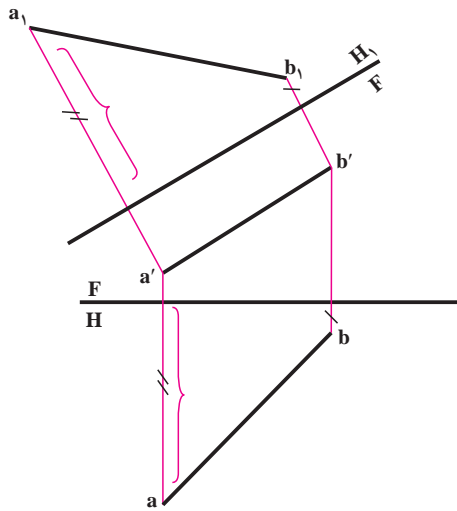
۵-۲- تعیین اندازه حقیقی خط دلخواه

اندازه حقیقی خط دلخواه را می توان با یک تغییر صفحه به دست آورد. می خواهیم اندازه حقیقی خط غیر خاص AB را که در شکل ۵-۹ نمایش داده شده است، به کمک تغییر صفحه پیدا کنیم.

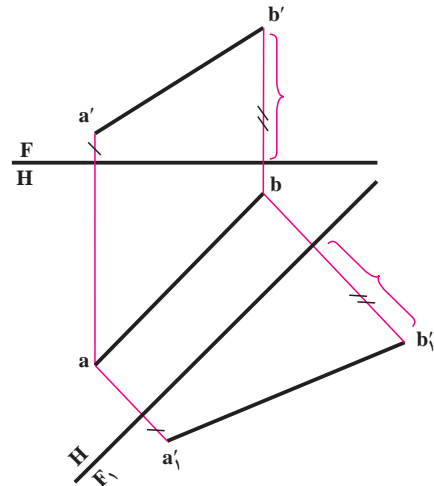


شکل ۹-۵

حل : به شکل ۵-۱۰ توجه کنید. در اینجا F_1H موازی با ab رسم شده است (تغییر صفحهٔ روبه‌رو)، پس خط ما به یک خط جبهی تبدیل شده و اندازهٔ حقیقی آن $a_1'b_1'$ خواهد بود. در شکل ۵-۱۱ خط زمین FH_1 موازی با $a'b'$ رسم شده است که تغییر صفحهٔ افقی و اندازهٔ حقیقی خط، a_1b_1 است. در پایان افزوده می‌شود که ممکن است به دلایلی بخواهیم یک خط جبهی را به قائم و یا یک خط افقی را به یک منتصب تبدیل کنیم. در این صورت به ترتیب تغییر صفحهٔ افقی و یا عمودی لازم خواهد بود.



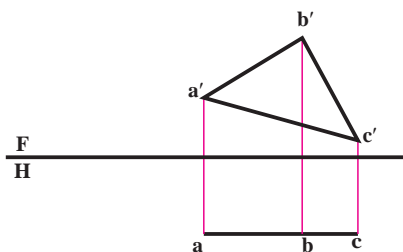
شکل ۵-۱۱



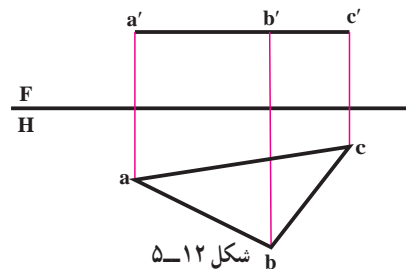
شکل ۵-۱۰

۵-۳- تعیین اندازهٔ حقیقی صفحه

با توجه به نماهای صفحه‌ها، تنها دو صفحهٔ افقی، در نمای از بالا (شکل ۵-۱۲) و جبهی، در نمای از جلو (شکل ۵-۱۳) دارای اندازهٔ حقیقی می‌باشند. برای صفحات قائم و منتصب با یک تغییر صفحه می‌توان به اندازهٔ حقیقی رسید.



شکل ۵-۱۳

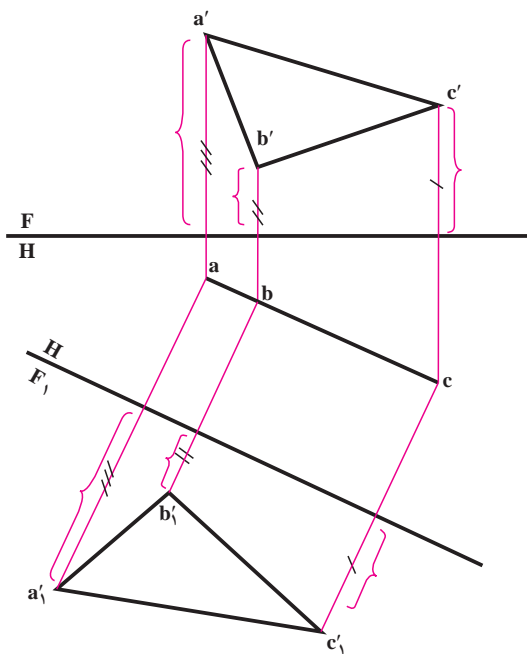


شکل ۵-۱۲

۱-۳-۵ - تعیین اندازه حقیقی صفحه قائم - برای

صفحه قائم که تصویر افقی آن خط می باشد، کافی است، با یک تغییر صفحه F_1 (که خط زمین جدید به موازات تصویر افقی رسم می شود)، به اندازه حقیقی صفحه دست یافت (شکل ۵-۱۴).

یادداشت : می بینید که صفحه قائم موجود با یک تغییر صفحه روبه‌رو، به یک صفحه جبهی، تبدیل شد.

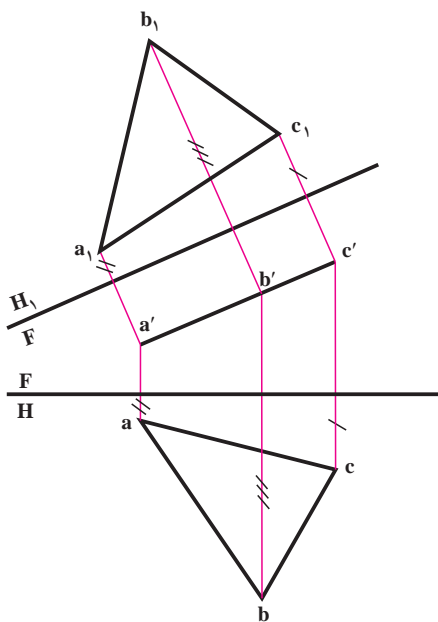


شکل ۵-۱۴

۲-۳-۵ - تعیین اندازه حقیقی صفحه منتصب :

در اینجا که تصویر روبه‌روی صفحه خط می باشد، با یک تغییر صفحه افقی H_1 که خط زمین جدید به موازات تصویر روبه‌روی صفحه منتصب رسم می شود، می توان به اندازه حقیقی صفحه رسید (مطابق شکل ۵-۱۵).

یادداشت : می بینید که صفحه منتصب با یک تغییر صفحه افقی به صفحه ای افقی تبدیل شد.



شکل ۵-۱۵

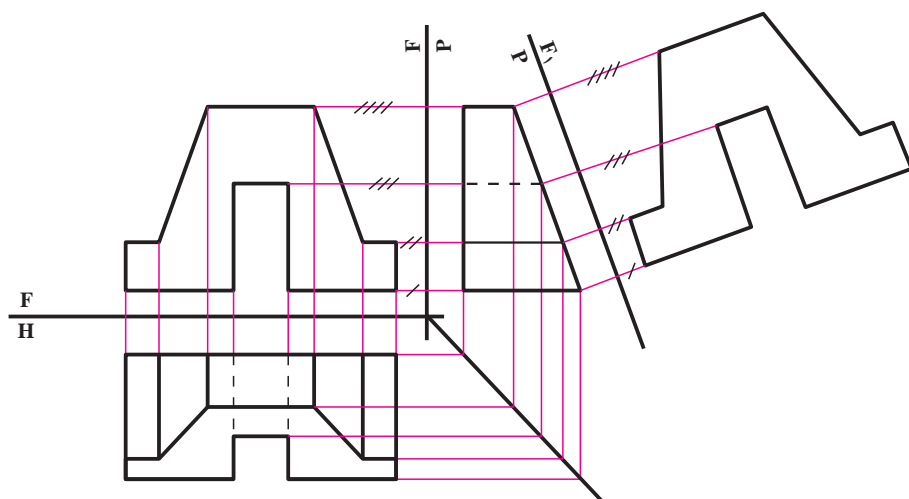
۳-۲-۵ - تعیین اندازه حقیقی صفحه نیمرخ : در اینجا کافی است نمای جانبی را به دست آوریم.

۴-۲-۵ - تعیین اندازه حقیقی صفحه مواجه : پس از پیدا کردن، نمای سوم که یک خط شیب دار است، می توان با تغییر

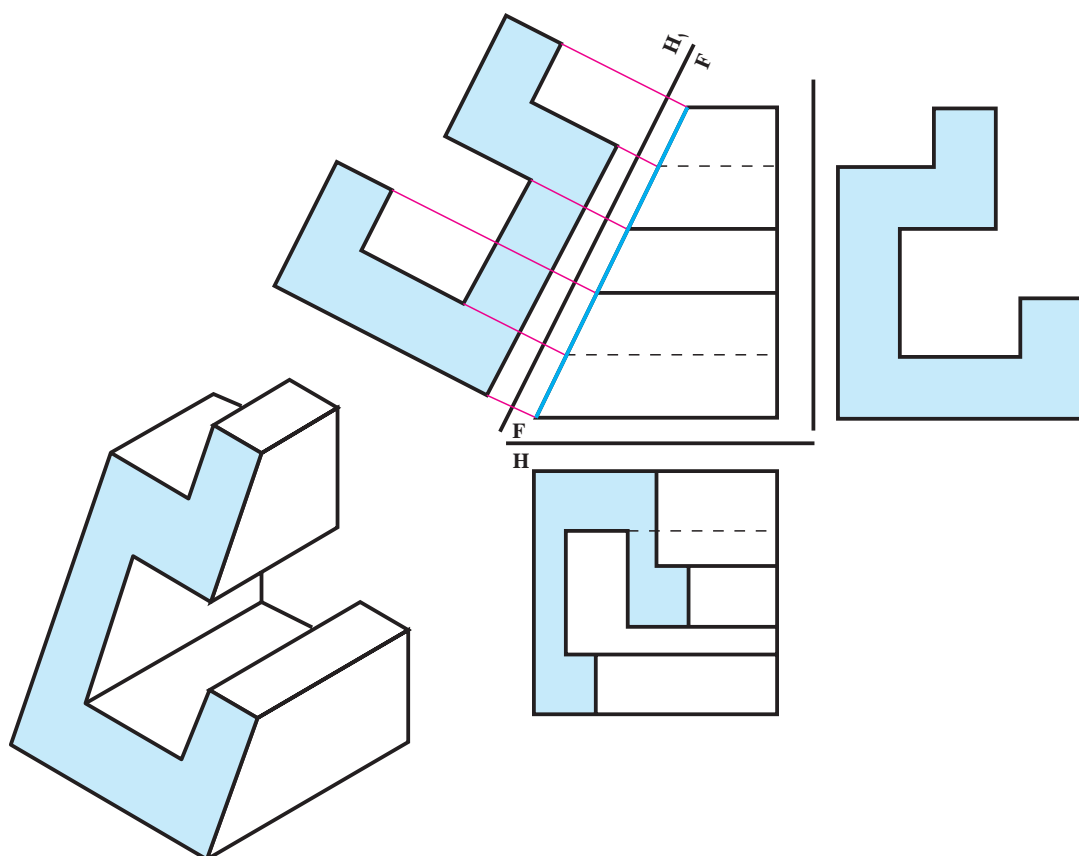
صفحه روبه‌رو که خط زمین به موازات نمای جانبی کشیده می شود، به اندازه حقیقی صفحه رسید (شکل ۵-۱۶).

توجه شود که از طول های ثابت استفاده کرده ایم!

شکل ۵-۱۷ پیدا کردن، اندازه مقطع جسمی را که با صفحه ای منتصب بریده شده است، نشان می دهد.



شکل ۵-۱۶



شکل ۵-۱۷

- ۱- در تغییر صفحه افقی، آنچه که بدون تغییر باقی می ماند، عبارتست از.....
- ۲- در تغییر صفحه روبه رو، آنچه که بدون تغییر باقی می ماند، عبارتست از.....
- ۳- آیا می توان برای رسم نمای نیمرخ با در دست داشتن دو نمای دیگر از تغییر صفحه استفاده کرد؟ در صورتی که پاسخ آری است، زاویه میان دو خط زمین چه قدر است؟
- ۴- برای تبدیل خط غیر خاص به خط قائم، ابتدا به کمک تغییر صفحه..... خط را به خط و سپس با تغییر صفحه..... به نتیجه خواهیم رسید.
- ۵- برای تبدیل خط غیر خاص به خط منتصب، ابتدا به کمک تغییر صفحه..... خط را به خط..... و بار دیگر با تغییر صفحه..... به نتیجه خواهیم رسید.

$$۶- \text{خط } A \begin{array}{|l} ۵^{\circ} \\ ۱۰^{\circ} \\ ۲۵^{\circ} \end{array} \text{ و } B \begin{array}{|l} ۰^{\circ} \\ ۳۵^{\circ} \\ ۲۵^{\circ} \end{array} \text{ را به یک خط منتصب تبدیل کنید.}$$

$$۷- \text{خط } A \begin{array}{|l} ۶^{\circ} \\ ۳۰^{\circ} \\ ۵^{\circ} \end{array} \text{ و } B \begin{array}{|l} ۰^{\circ} \\ ۳۰^{\circ} \\ ۴۰^{\circ} \end{array} \text{ را به یک خط قائم تبدیل کنید.}$$

$$۸- \text{خط } AB \text{ با مختصات } A \begin{array}{|l} ۲۵^{\circ} \\ ۱۰^{\circ} \\ ۳۰^{\circ} \end{array} \text{ و } B \begin{array}{|l} ۰^{\circ} \\ ۲۵^{\circ} \\ ۵^{\circ} \end{array} \text{ مفروض است. پس از رسم نماها و مشخص کردن نوع خط، یک}$$

بار آن را تبدیل به خط جبهی، و بار دیگر آن را تبدیل به خط افقی نمایید.

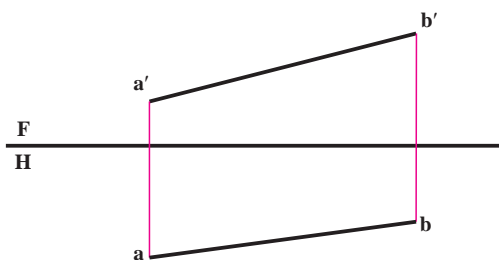
۹- در تبدیل خط غیر خاص به خط نیمرخ، چند تغییر صفحه مورد نیاز است؟ و مسئله دارای چند پاسخ است؟

۱۰- نماهای خط غیر خاص AB در شکل ۱۸-۵ داده شده

است. ابتدا نقشه را با مقیاس ۱:۲ رسم کنید. سپس نقطه M را روی

آن تعیین کنید به گونه ای که بعد و ارتفاعش مساوی باشد. آنگاه اندازه

حقیقی MB را مشخص کنید (به روش تغییر صفحه)



شکل ۱۸-۵

۱۱- پس از رسم و تعیین نوع صفحه، مساحت آن را به دست آورید: (آیا می توانید قبل از ترسیم، نوع صفحه را مشخص کنید؟)

الف -	$C(۶۰, ۲۰, ۴۰)$	$B(۳۰, ۲۰, ۰)$	$A(۰, ۲۰, ۶۰)$
ب -	$C(۶۰, ۵, ۲۵)$	$B(۳۵, ۴۰, ۲۵)$	$A(۰, ۰, ۲۵)$

پ- $A(0^\circ, 10^\circ, 20^\circ)$	$B(40^\circ, 25^\circ, 50^\circ)$	$C(80^\circ, 40^\circ, 10^\circ)$
ت- $A(100^\circ, 10^\circ, 0^\circ)$	$B(50^\circ, 60^\circ, 50^\circ)$	$C(0^\circ, 30^\circ, 20^\circ)$
ث- $A(100^\circ, 10^\circ, 50^\circ)$	$B(50^\circ, 50^\circ, 30^\circ)$	$C(0^\circ, 0^\circ, 10^\circ)$
ج- $A(50^\circ, 10^\circ, 30^\circ)$	$B(50^\circ, 70^\circ, 60^\circ)$	$C(50^\circ, 50^\circ, 0^\circ)$

۱۲- یک صفحه به شکل متوازی الاضلاع ABCD را با سه گوشه معلوم A و B و C رسم کنید. اگر AC یکی از قطرها باشد، نخست مختصات مرکز و سپس مساحت آن را تعیین کنید.

$$A(100^\circ, 30^\circ, 10^\circ) \quad B(70^\circ, 80^\circ, 60^\circ) \quad C(0^\circ, 90^\circ, 70^\circ)$$

۱۳- پاره خط AB یک ضلع مستطیل ABCD واقع در یک صفحه قائم است. اگر عرض مستطیل 50° باشد، دو نمای آن را رسم کنید.

$$A(70^\circ, 10^\circ, 10^\circ) \quad B(0^\circ, 30^\circ, 50^\circ)$$

برای مطالعه

۱- نخست صفحه ABC را نمایش دهید.

سپس بگویید این چه نوع صفحه‌ای است؟

$$A(0^\circ, 3^\circ, 38^\circ) \quad B(30^\circ, 60^\circ, 0^\circ) \quad C(66^\circ, 0^\circ, 20^\circ)$$

آن گاه مساحت آن را تعیین کنید.

راهنمایی: می‌توانید اول اندازه حقیقی هر یک از اضلاع را به دست آورید، سپس یک مثلث را با داشتن سه ضلع آن رسم کنید و آن گاه با رسم یک ارتفاع، مساحت را تعیین کنید.

۲- پس از ترسیم شکل ۱۸-۵ به مقیاس ۱:۲ نقطه M را روی AB به گونه‌ای تعیین کنید که بعد آن دو برابر ارتفاعش باشد.

۳- جمله را کامل کنید:

برای تبدیل خط غیر خاص، به خط مواجه تغییر صفحه مورد نیاز است.

تبدیل خط غیر خاص به خط با تغییر صفحه سپس تغییر صفحه و یا ابتدا تبدیل خط

غیر خاص، به خط با تغییر صفحه و سپس تغییر صفحه



اسکله شهیدرجایی — بندرعباس

تصاویر عمودی دو خط متوازی، همواره متوازیند.

وضعیت دو خط نسبت به هم

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

۱- حالات نقطه و خط را نسبت به هم بررسی کند.

۲- اوضاع دو خط را نسبت به هم بررسی کند.

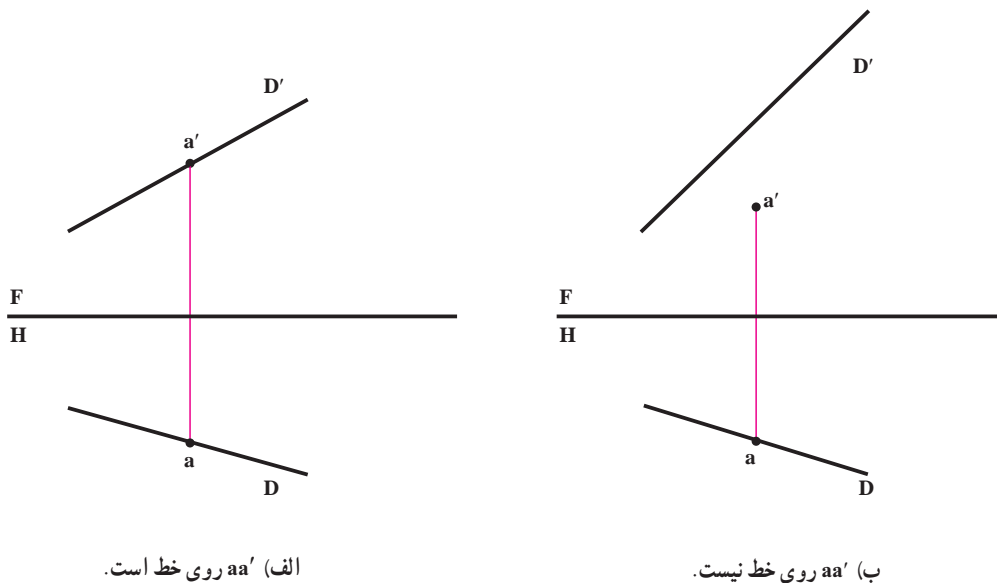
۱-۶- تعریف

بررسی اوضاع دو خط نسبت به هم، در نظر گرفتن وضعیت‌های گوناگونی است که ممکن است دو خط نسبت به هم داشته باشند.

اما قبل از ورود به این بحث بهتر است چگونگی نقطه و خط را بررسی کنیم.

۲-۶- اوضاع نقطه و خط

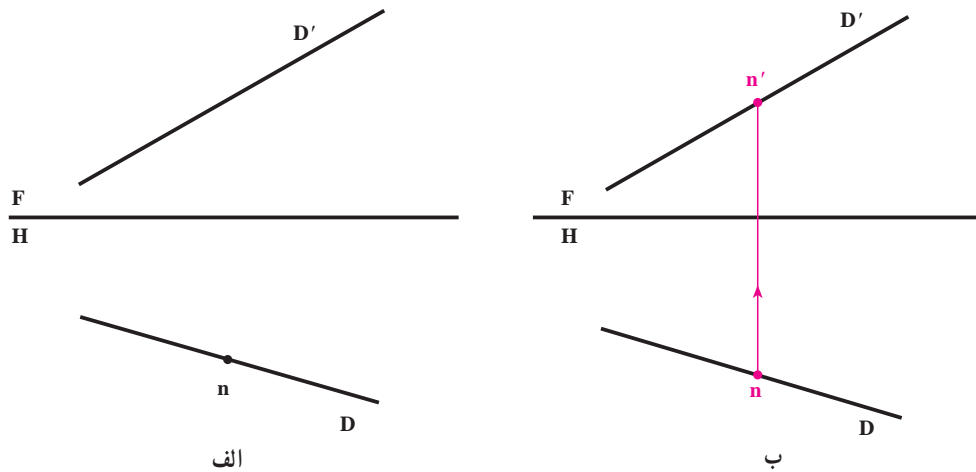
A و یک خط مانند D را در نظر می‌گیریم. نقطه A ممکن است روی خط یا خارج از خط باشد.
- برای آنکه نقطه روی خط باشد، کافی است نماهای نقطه روی تصاویر خط باشد (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۶

در صورتی که یکی از تصاویر نقطه «و یا هر دو تصویر» بر خط قرار نداشته باشد، نقطه هیچ‌گونه اشتراکی با خط ندارد.
نمونه: n یکی از تصاویر nn' بر روی تصویر افقی یک خط قرار دارد، تصویر دیگر نقطه را معلوم کنید، به شرط اینکه نقطه واقع بر خط باشد.

حل : کافی است از n رابط کنیم تا نقطه n' روی تصویر روبه روی خط معین شود (شکل ۶-۲).



شکل ۶-۲

۶-۳- وضعیت دو خط نسبت به هم (در فضا)

دو خط نسبت به هم تنها سه حالت دارند :

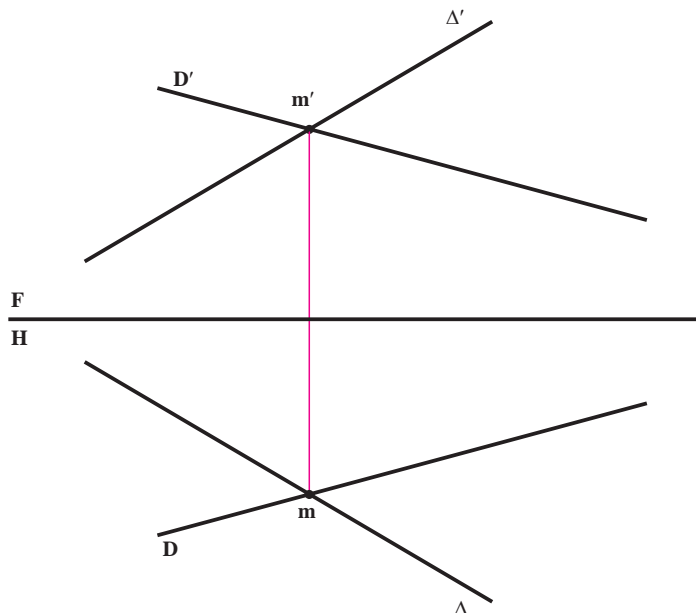
۱- متقاطع، یعنی یکدیگر را قطع می کنند.

۲- متوازی، یعنی نقطه اشتراکی با هم ندارند، اما هر دو روی یک صفحه تخت قرار دارند.

۳- متنافر، یعنی نه متوازیند و نه متقاطع، پس بر آنها یک صفحه تخت نمی گذرد.

۱-۶-۳- تقاطع دو خط - در شکل ۶-۳، دو خط D و Δ متقاطعند و شرط لازم و کافی برای متقاطع بودن آنها قرار

داشتن نقاط تقاطع ظاهری در هر تصویر بر روی یک رابط است :

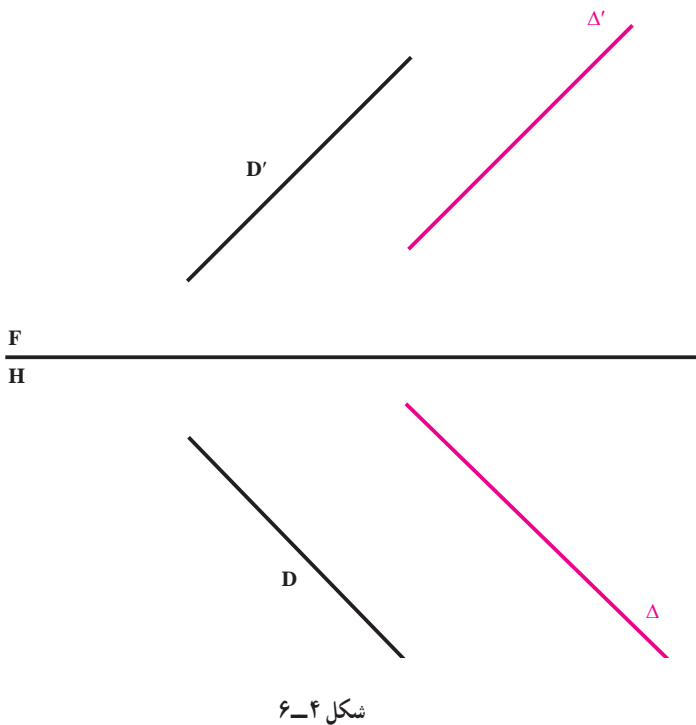


شکل ۶-۳

۲-۳-۶- توازی دو خط - در شکل

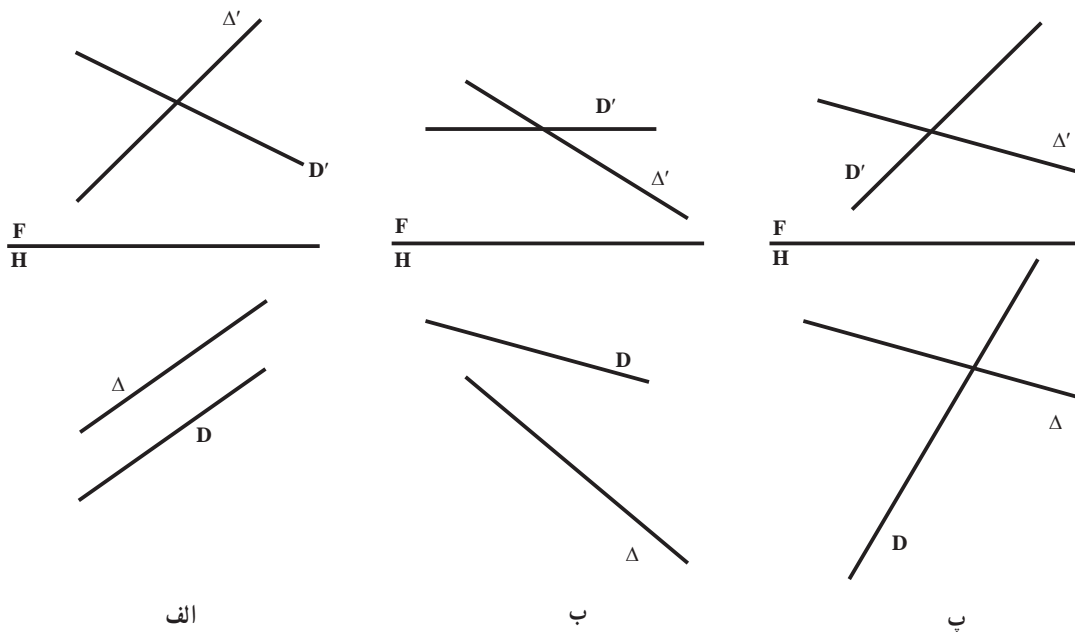
۶-۴، دو خط متوازیند. در این مورد قضیه مهم زیر وجود دارد:

قضیه: تصاویر دو خط متوازی، در هر شرایطی، متوازی هستند؛ بنابراین، تصویر افقی دو خط با هم و تصویر روبه‌روی آنها نیز با هم موازی خواهد بود (شکل ۶-۴).



حال، بگویید تصویر نیم‌رخ آنها چگونه است؟

۳-۳-۶- دو خط متنافر - شکل ۵-۶ نمونه‌هایی از دو خط متنافر را که نه موازی هستند و نه متقاطع نشان می‌دهد.



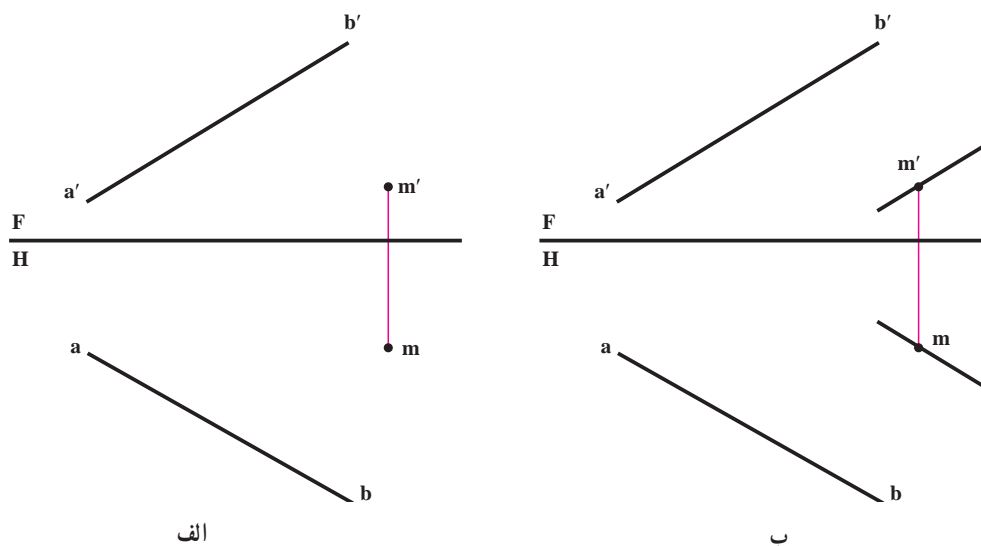
شکل ۶-۵

۱- عکس قضیه هم درست خواهد بود. اگر تصاویر روبه‌رو و افقی دو خط با هم موازی باشند، آن دو خط در فضا متوازیند.

نمونه ۱: خط AB و نقطه M در دست است، از M خطی موازی با AB رسم کنید.

حل: خطی که موازی با AB رسم می‌شود باید دو شرط داشته باشد:

از M بگذرد و با AB موازی باشد. پس از m در تصویر افقی، موازی با ab و از m' در تصویر روبه‌رو موازی با $a'b'$ رسم می‌کنیم (شکل ۶-۶). بدیهی است این مسئله تنها یک جواب دارد:



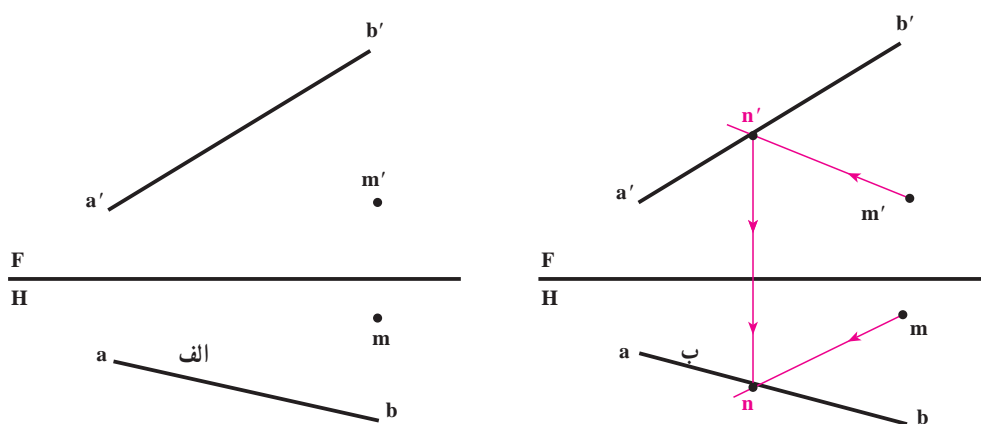
شکل ۶-۶

نمونه ۲: از M خطی رسم کنید که با خط AB برخورد کند.

حل: طبق شکل ۶-۷، در تصویر روبه‌رو خطی رسم می‌کنیم که از m' بگذرد و با $a'b'$ متقاطع باشد، نقطه تقاطع را n' می‌نامیم.

– از n' رابط می‌کنیم تا n روی ab به دست آید.

– از m به n وصل می‌کنیم. خط $m'n'mn$ پاسخ است.



شکل ۶-۷

یادداشت ۱- می‌توانیم حل مسئله را با برگزیدن یک نقطه از ab آغاز کنیم.

یادداشت ۲- چون n' انتخابی است و می‌توان جای آن را در روی $a'b'$ عوض کرد، مسئله بی‌شمار جواب خواهد داشت.

نمونه ۳: از نقطه mm' خطی موازی با نیمرخ $aba'b'$ رسم کنید.

حل: با آن‌که می‌دانیم که خطی موازی با یک خط نیمرخ، خود خطی نیمرخ است، رسم خطوطی موازی با ab و $a'b'$ برای رسیدن

به جواب کافی نیست، زیرا برای نمایش یک خط نیمرخ، نام‌گذاری دو نقطه آن لازم است؛ پس، حل مسئله به این قرار است:

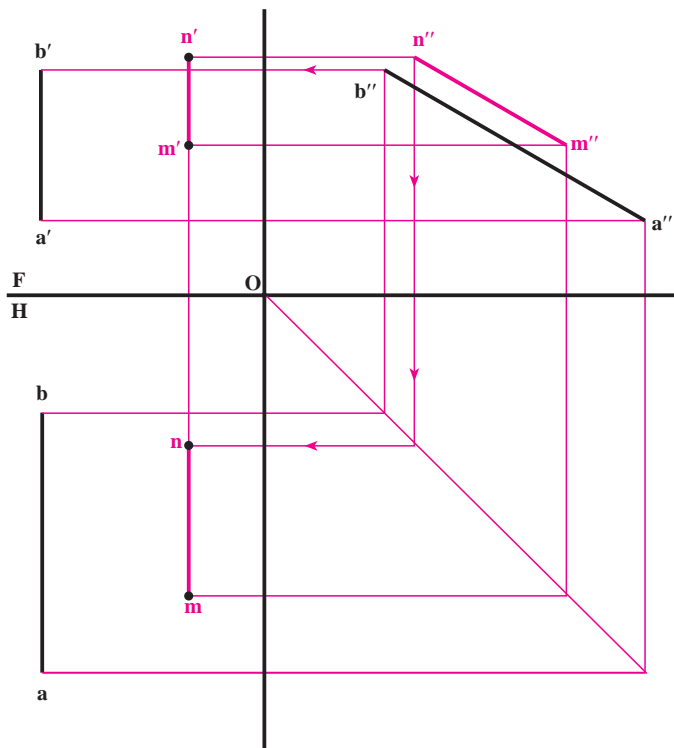
- با توجه به دو تصویر روبه‌رو و افقی، تصویر جانبی خط را رسم می‌کنیم (شکل ۸-۶).

- نمای نیمرخ نقطه mm' یعنی m'' را معین می‌کنیم.

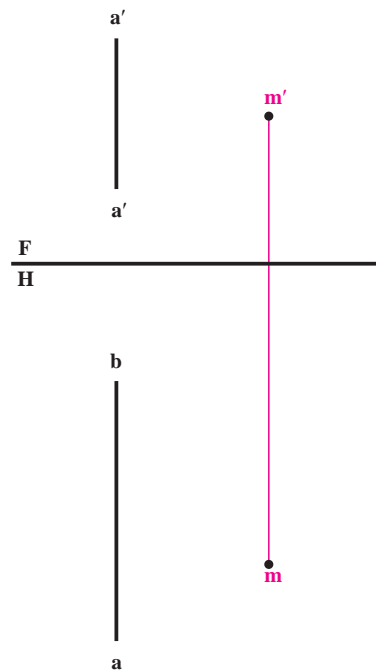
- در نمای جانبی خطی از m'' موازی با $a''b''$ رسم می‌کنیم.

- یک نقطه از این خط را n'' می‌نامیم و آن را در نماهای افقی و روبه‌رو به‌دست می‌آوریم.

- $mm'n'n'$ جواب مسئله است:



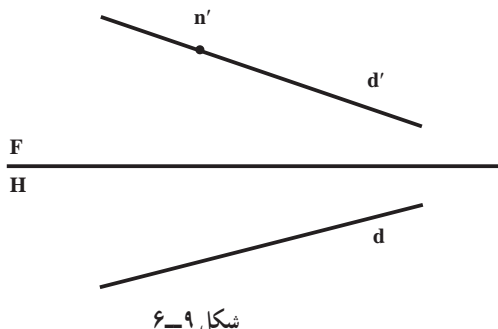
ب



الف

شکل ۸-۶

- ۱- هدف از بررسی اوضاع دو خط نسبت به هم چیست؟
- ۲- یک نقطه نسبت به یک خط چند حالت دارد؟
- ۳- برای آنکه نقطه‌ای واقع بر یک خط باشد، شرط لازم چیست؟
- ۴- در شکل ۹-۶، n' ، از dd' معلوم است، n را معین کنید.
 («روی همین شکل»)



شکل ۹-۶

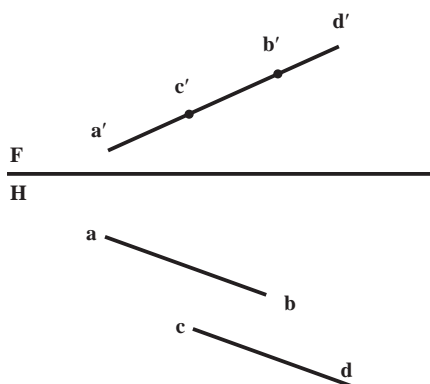
- ۵- نقطه mm' از یک خط افقی معلوم است. این خط را به گونه‌ای رسم کنید که زاویه‌اش با F ، 45° درجه باشد. مسئله چند جواب دارد؟
- ۶- نقطه nn' از یک خط نیمرخ در دست است. نیمرخ را به گونه‌ای رسم کنید که زاویه‌اش با صفحه افقی تصویر 3° درجه باشد. چند پاسخ داریم؟

- ۷- خط AB با مختصات $B \begin{matrix} 25 \\ 15 \end{matrix}$ و $A \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$ را ترسیم و نقطه M از آن را به گونه‌ای معین کنید که فاصله‌اش

از F ، $2^\circ mm$ باشد. ارتفاع این نقطه چه قدر است؟

- ۸- دو خط چه اوضاعی نسبت به هم می‌توانند داشته باشند؟
- ۹- قضیه مربوط به دو خط موازی چیست؟

- ۱۰- چگونگی دو خط AB و CD را در شکل ۱۰-۶ توضیح دهید. « ab و cd موازی هستند».



شکل ۱۰-۶

- ۱۱- خط غیر خاص AB و نقطه N را در نظر بگیرید. اکنون از نقطه nn' ، یک بار یک خط افقی و بار دیگر یک خط جبهی متقاطع با AB رسم کنید.

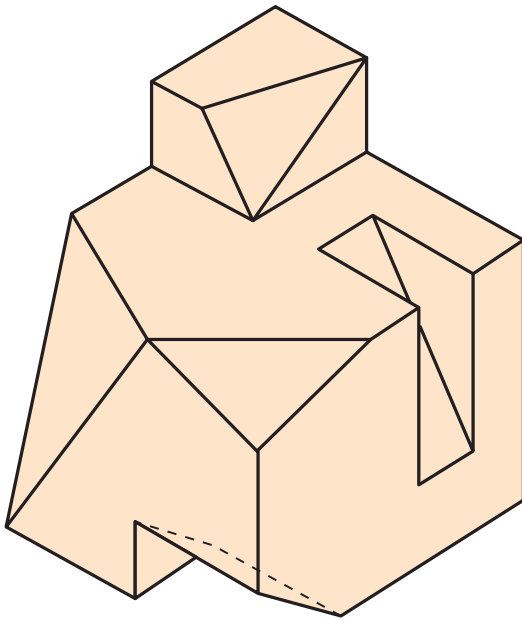
- ۱۲- نخست سه نقطه $A \begin{matrix} 16 \\ 10 \end{matrix}$ و $B \begin{matrix} 10 \\ -10 \end{matrix}$ و $C \begin{matrix} 50 \\ 30 \end{matrix}$ را نمایش دهید. سپس، دو خط رسم کنید که از A و C بگذرند و در B به هم برسند.

۱۳- دو خط غیر خاص AB و CD و نقطه M را خارج از آنها در نظر بگیرید. آیا می‌توانید صفحه‌ای از M بگذرانید که هم با AB و هم با CD موازی باشد؟

راهنمایی: برای آنکه خطی با صفحه‌ای موازی باشد کافی است با یک خط از آن صفحه موازی باشد.

۱۴- در شکل ۶-۱۱ جسمی را می‌بینید. خطوط

متوازی، متقاطع و متناظر را در این جسم مشخص کنید «با نام‌گذاری همه نقاط». می‌توانید برای مرتب بودن کار، یک جدول درست کنید.



شکل ۶-۱۱

۱۵- بر خط AB با مشخصات $A(65^\circ, 30^\circ, 15)$ و $B(0^\circ, 10^\circ, 50)$ ، نقطه N را به گونه‌ای تعیین کنید که ارتفاع آن دو برابر بعدش باشد.

۱۶- یک خط قائم و یک خط منتصب و یک غیر خاص در نظر بگیرید. خطی رسم کنید که با قائم و منتصب برخورد کند و با غیر خاص موازی باشد.

۱۷- خطی رسم کنید که دو خط قائم و دو خط منتصب معین را قطع کند.

برای مطالعه

۱- خطی رسم کنید که یک قائم، یک منتصب، یک مواجه و خط زمین را قطع کند.

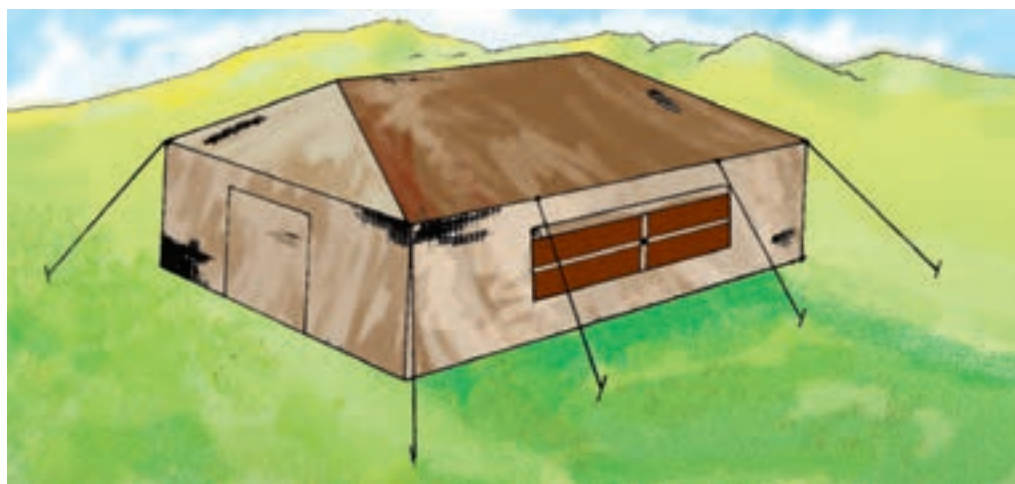
۲- از نقطه N خطی افقی رسم کنید که یک خط نیمرخ معلوم را قطع کند.

۳- از $M(40^\circ, 32^\circ, 10)$ خطی رسم کنید که خط AB با مشخصات $A(0^\circ, 5^\circ, 20)$ و $B(60^\circ, 30^\circ, 50)$ را در نقطه N به ارتفاع ۳۵ قطع کند. اندازه حقیقی MN چیست؟

۴- از $M(60^\circ, 60^\circ, 60)$ خطی رسم کنید که خط AB با مشخصات $A(0^\circ, 10^\circ, 20)$ و $B(80^\circ, 40^\circ, 10)$ را در N با بعد و ارتفاع مساوی قطع کند، نخست طول حقیقی MN چیست؟ دوم، آیا مسئله جواب دیگری هم دارد؟

۵- ابتدا از نقطه $M(30^\circ, 19^\circ)$ خطی افقی رسم کنید که با F زاویه 30° درجه بسازد، سپس خطی در M بر آن عمود کنید که زاویه اش با H، 45° درجه باشد.

فصل هفتم



برخورد خط و صفحه را می توان به روش های خط کمکی، صفحه کمکی و تغییر صفحه تعیین کرد.

وضعیت خط و صفحه نسبت به هم

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- وضعیت نقطه را نسبت به صفحه بیان کند.
- ۲- حالت مختلف خط و صفحه را با روش خط کمکی بررسی کند.

۷-۱- نقطه و صفحه

پیش از بررسی وضعیت‌های گوناگونی که خط نسبت به صفحه می‌تواند داشته باشد، لازم است وضع نقطه را نسبت به صفحه بررسی کنیم.

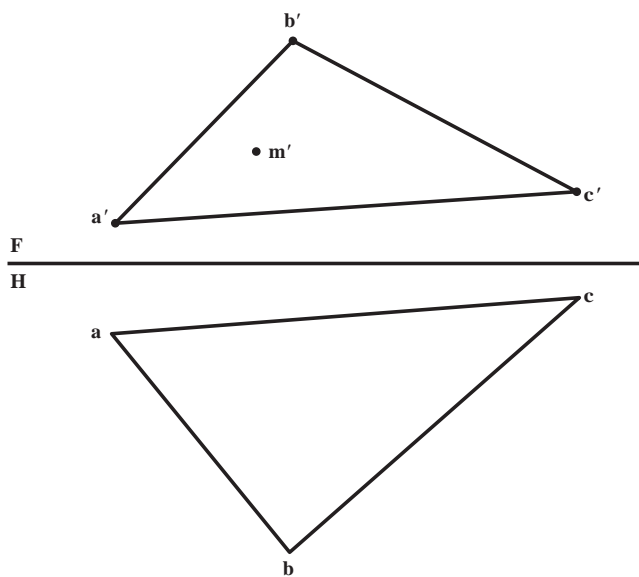
نقطه نسبت به صفحه می‌تواند تنها دو حالت داشته باشد:

الف - نقطه روی صفحه است؛

ب - نقطه خارج از صفحه است.

در دو مسئله حل شده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

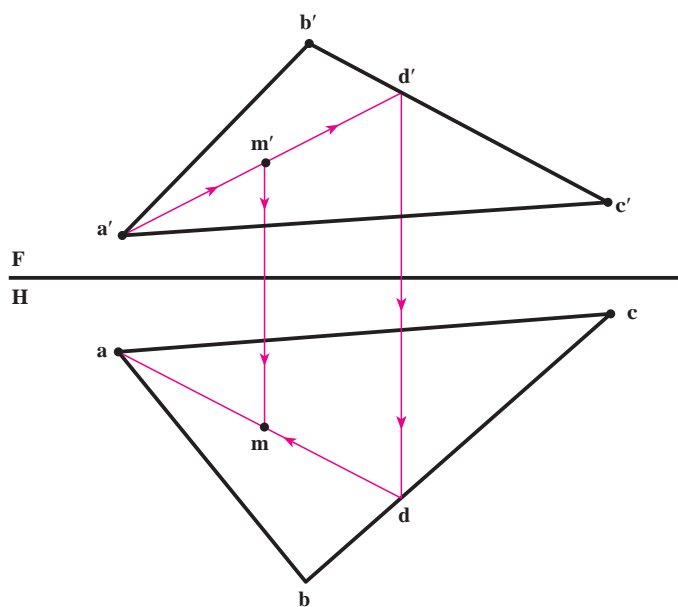
تمرین اول: صفحه‌ای با یک مثلث ABC نمایش و تصویر روبه‌روی نقطه‌ای از آن به نام m' داده شده است. تصویر افقی نقطه را معین کنید (شکل ۷-۱).



شکل ۷-۱

برای حل مسئله می‌توان از یک خط کمکی استفاده کرد. به این صورت که:

- ابتدا تصویر روبه‌روی خطی از صفحه را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که شامل m' باشد؛
- این خط را از نقطه معلومی از صفحه مانند a' می‌گذرانیم؛
- خط در نقطه d' ، ضلع $b'c'$ را قطع می‌کند؛

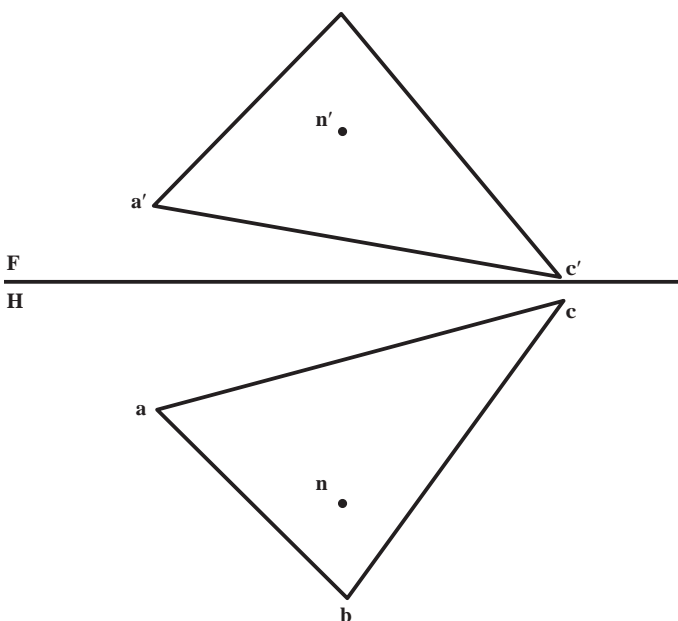


شکل ۷-۲

تصویر افقی نقطه D ، یعنی d را روی bc به کمک خط رابط به دست می آوریم؛

در نتیجه ad ، تصویر افقی خط کمکی انتخابی، معین می شود.

با ترسیم رابط، m ، یعنی تصویر افقی نقطه به دست می آید (شکل ۷-۲).



شکل ۷-۳

تمرین دوم : در اینجا باز هم صفحه ای را به کمک یک مثلث معرفی کرده ایم. نقطه ای مانند nn' هم مفروض است. می خواهیم تحقیق کنیم که آیا نقطه nn' در صفحه واقع هست یا خیر (شکل ۷-۳).

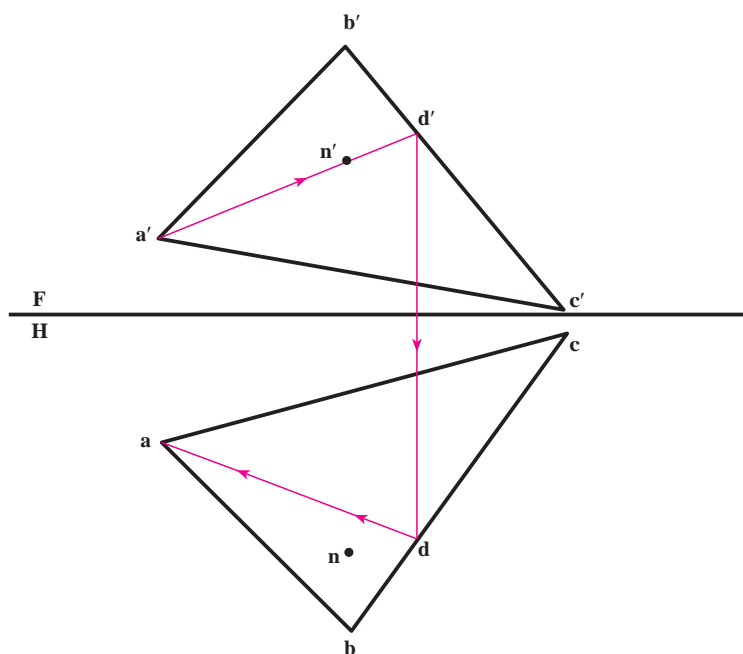
حل : مطابق مسئله پیش و در تصویر روبه رو، خطی را از صفحه در نظر می گیریم که به ظاهر از n' می گذرد.

– تصویر افقی خط، یعنی ad را به دست می آوریم.

در این صورت، دو حالت پیش می آید :

– اگر n روی ad بود، nn' در صفحه واقع است.

– اگر n روی ad نبود، nn' نقطه‌ای خارج از صفحه است که در تمرین چنین است (شکل ۷-۴).



شکل ۷-۴

در اینجا اضافه می‌شود که می‌توان خط AD یعنی خط کمکی را افقی، جبهی و یا هر خط دیگری از صفحه هم در نظر گرفت. همچنین می‌توان حل مسئله را از تصویر افقی شروع کرد.

۷-۲ خط و صفحه

خط و صفحه نسبت به هم می‌توانند سه حالت داشته باشند :

۱- خط روی صفحه است.

۲- خط با صفحه متقاطع است.

۳- خط با صفحه موازی است.

برای آنکه خطی واقع در صفحه‌ای باشد، شرط لازم و کافی آن است که دو نقطه‌اش در صفحه قرار داشته باشد.

۷-۲-۱ روش خط کمکی : برای تحقیق وضع خط نسبت به صفحه؛ روش‌های مختلفی وجود دارد که یکی از آنها روش

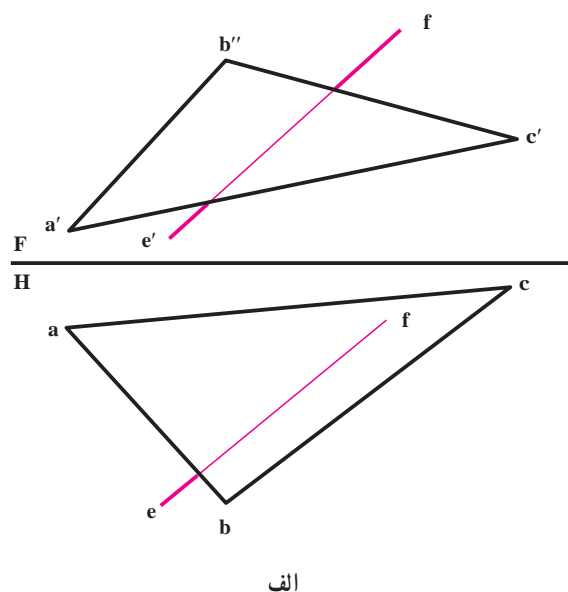
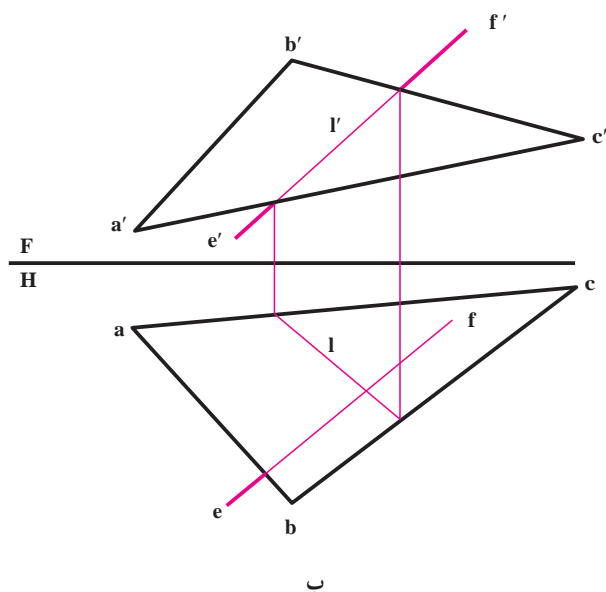
« خط کمکی » است.

تمرین اول : وضع خط $e'f'$ را نسبت به صفحه ABC معین کنید (شکل ۷-۵ الف).

حل :

– خطی از صفحه ABC موجود است که تصویر روبرویش روی $f'e'$ واقع است. با نام‌گذاری این خط به نام Π' تصویر افقی

آن را به دست می‌آوریم (شکل ۷-۵ ب).



شکل ۵-۷

– تصویر افقی l خواهد بود.

در این شرایط سه حالت ممکن است :

۱- l واقع بر ef است. در این صورت EF خطی واقع بر صفحه ABC می باشد.

۲- l با ef متقاطع است. در این صورت EF صفحه ABC را قطع می کند «نقطه تقاطع l با ef در حقیقت نقطه برخورد EF و

صفحه است».

۳- l با ef موازی است، در این صورت EF با صفحه ABC موازی است. در شرایط این مسئله، پاره خط EF با صفحه برخورد

دارد، «زیرا l با ef متقاطع شد».

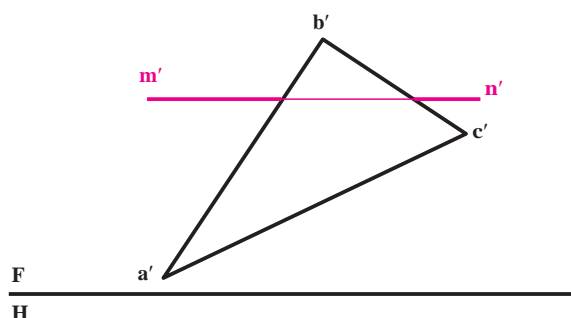
اکنون اگر نقطه برخورد را m بنامیم، با رابط، m' را هم معین می کنیم. همچنین حل مسئله را می توان از تصویر افقی هم

شروع کرد.

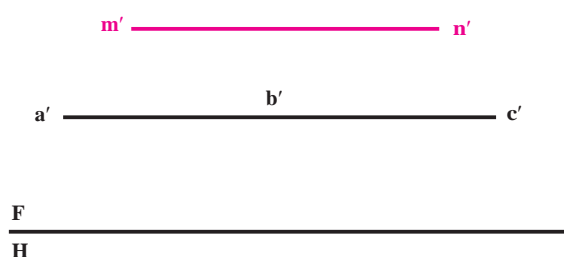
یادداشت : ممکن است خط با صفحه موازی نباشد، در آن هم واقع نباشد ولی در محدوده موجود تقاطعی هم نداشته باشد، در

این صورت خط، ادامه l را در خارج از محدوده abc قطع خواهد کرد که تعیین آن لزومی ندارد.

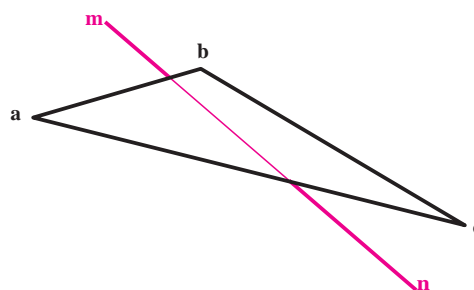
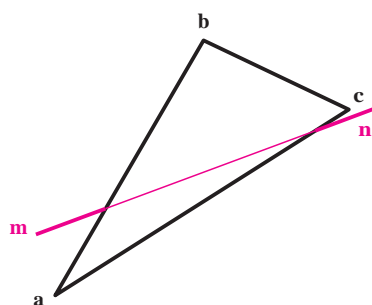
- ۱- نقطه نسبت به صفحه چه حالت‌هایی دارد؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.
- ۲- چگونگی نقطه $M(60^\circ, 40^\circ, 30^\circ)$ را نسبت به صفحه ABC با شرایط $A(0^\circ, 0^\circ, 20^\circ)$ ، $B(60^\circ, 80^\circ, 60^\circ)$ و $C(120^\circ, 20^\circ, 0^\circ)$ بررسی کنید.
- ۳- خط نسبت به صفحه چند حالت دارد؟ در صورت محدود بودن صفحه، آیا حالت چهارمی هم هست؟
- ۴- ابتدا صفحه MNK را رسم کنید با شرایط $M(0^\circ, 20^\circ, 40^\circ)$ ، $K(60^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ و $N(120^\circ, 60^\circ, 60^\circ)$ ، آنگاه وضعیت خط AB با شرایط $B(20^\circ, 20^\circ, 36^\circ)$ و $A(80^\circ, 26^\circ, 20^\circ)$ را نسبت به آن تحقیق کنید.
- ۵- روش خط کمکی برای تعیین نقطه برخورد خط و صفحه را بیان کنید.
- ۶- در نمونه‌های داده شده وضع خط MN و صفحه ABC را نسبت به هم بررسی نمایید و در صورت تقاطع بودن، نقطه تقاطع را معین کنید. «همچنین نوع خط و صفحه را در شکل‌های ۶-۷ تا ۷-۹ بگویید.»

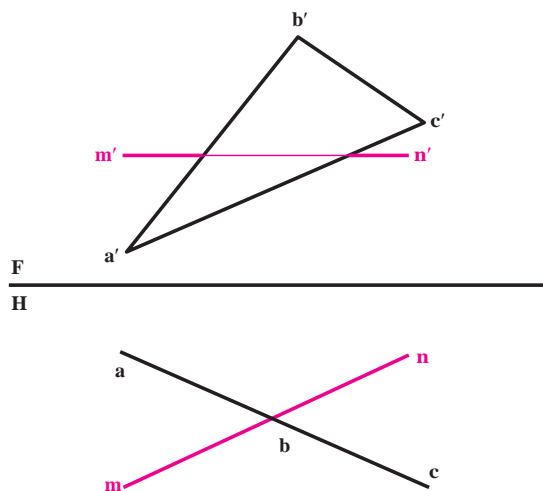


شکل ۷-۷

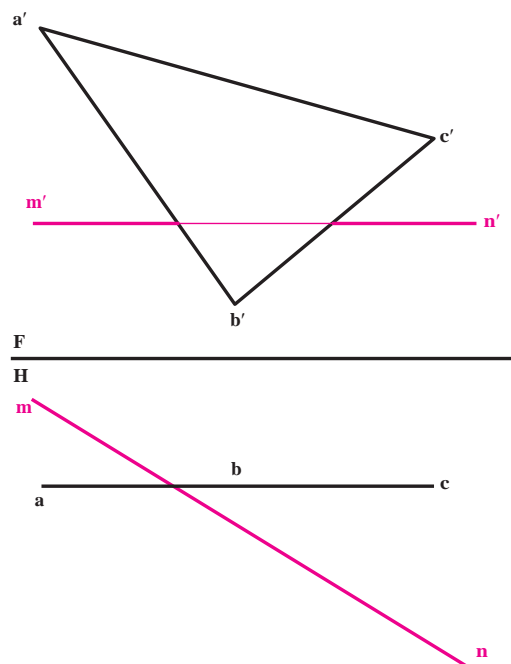


شکل ۷-۶





شکل ۹-۷



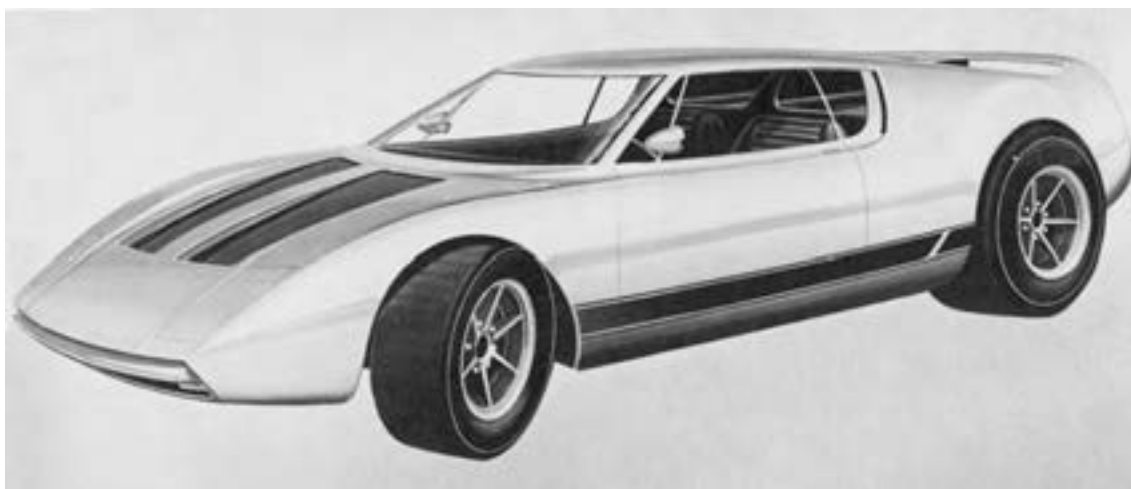
شکل ۸-۷

برای مطالعه

- ۱- چگونگی دو خط نیمرخ AB و CD را بررسی کنید. معلومات زیر را داریم :
 $A(60^\circ, 60^\circ, 5)$, $B(60^\circ, 10^\circ, 55)$, $C(10^\circ, 45^\circ, 0)$ و $D(10^\circ, 5, 45)$
- ۲- دو خط AB و CD در نقطه O برخورد کرده اند. یک خط روبه‌رو با نام MN به طول ۶۶ را به گونه‌ای رسم کنید که M روی AB و N روی CD باشد. معلومات زیر را داریم :
 $B(0^\circ, 0^\circ, 70)$, $D(20^\circ, 60^\circ, 10)$ و $O(60^\circ, 30^\circ, 30)$ طول A برابر 90° و طول C برابر 100°
- ۳- O مرکز یک صفحه منتصب به شکل حقیقی مربع (ABCD) است. این صفحه با زاویه 30° درجه دارد. معلومات زیر را داریم :
 $O(60^\circ, 40^\circ, 30)$ خطی روبه‌رو، ضلع مربع برابر $20\sqrt{2}$. مربع را بسازید.



برج طغرل شهری



از برخورد صفحات با یکدیگر در فضا، احجام هندسی می‌توانند به‌وجود آیند.

چگونگی وضعیت دو صفحه نسبت به هم

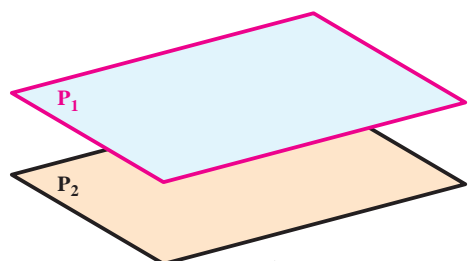
هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

– وضعیت دو صفحه را نسبت به هم بررسی کند.

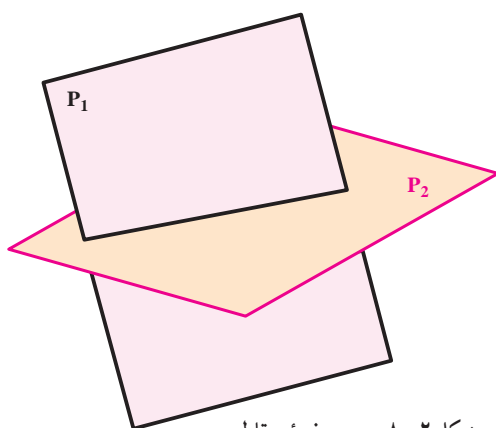
۸-۱ – حالات مختلف دو صفحه

دو صفحه نسبت به هم تنها دو حالت می‌توانند داشته باشند^۱.

دو صفحه متوازی هستند (شکل ۸-۱).



شکل ۸-۱ – دو صفحه متوازی



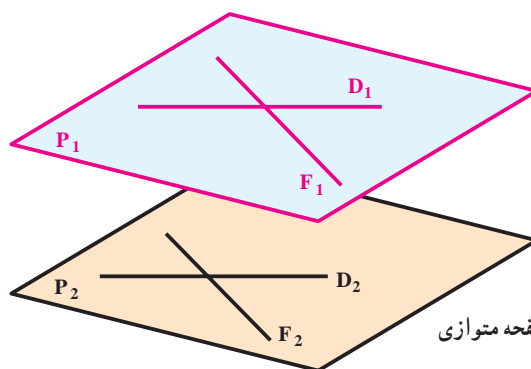
شکل ۸-۲ – دو صفحه متقاطع

دو صفحه متقاطع هستند (شکل ۸-۲).

۸-۲ – دو صفحه متوازی

برای آن که دو صفحه متوازی باشند شرط لازم و کافی این است که دو خط متقاطع از یکی با دو خط متقاطع از دیگری موازی

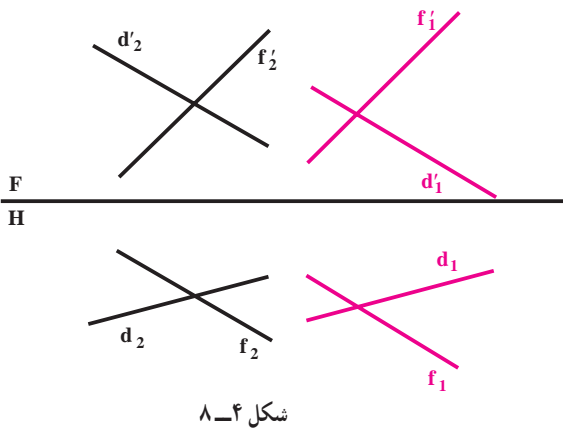
باشند. در شکل ۸-۳ دو خط متقاطع به نام‌های D_1 و F_1 از صفحه P_1 به ترتیب با دو خط متقاطع به نام‌های D_2 و F_2 از صفحه P_2 موازی هستند.



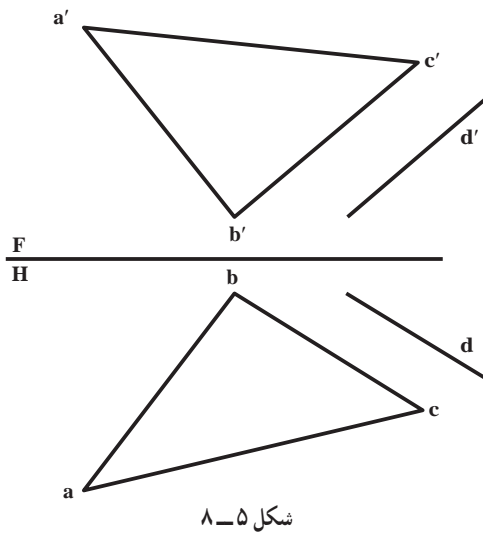
شکل ۸-۳ – دو صفحه متوازی

۱- این مطلب برای زمانی است که دو صفحه نامحدود باشند، اما برای صفحات محدود ممکن است حالت سومی هم باشد که دو صفحه نه متوازیند و نه متقاطع.

در هندسه ترسیمی نیز با رعایت شرط یاد شده دو صفحه متوازی خواهند بود. در شکل ۸-۴ دو صفحه که به وسیله دو خط متقاطع نمایش داده شده‌اند با یکدیگر متوازی هستند.

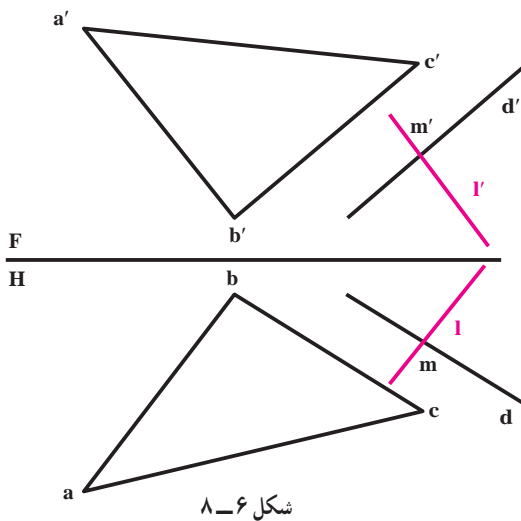


تمرین: خط dd' با صفحه ABC موازی است. صفحه‌ای بر D بگذرانید که با ABC موازی باشد (شکل ۸-۵).



حل: ابتدا نقطه‌ای از dd' مثل mm' را در نظر می‌گیریم (شکل ۸-۶).

از mm' خطی موازی با صفحه ABC رسم می‌کنیم. برای نمونه از mm' به موازات aa' و bb' رسم می‌کنیم. این خط را ll' می‌نامیم. صفحه‌ی گذرنده بر خطوط dd' و ll' موازی با ABC است.



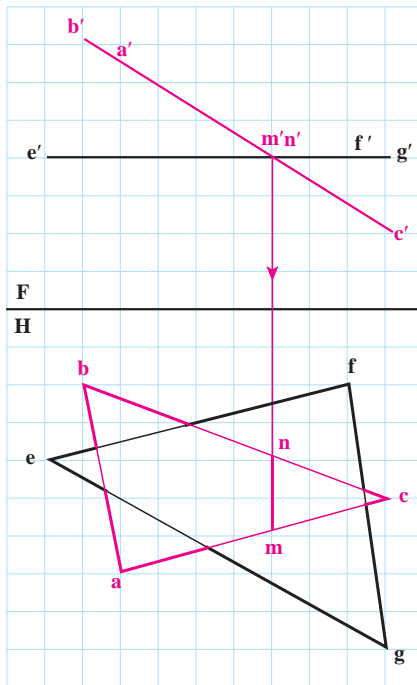
۱- چون در نمای روبه‌رو، d' با $b'c'$ و در نمای افقی d با bc موازی است، پس dd' که با یک خط از ABC موازی است، با خود آن موازی خواهد بود.

۳-۸- دو صفحه متقاطع

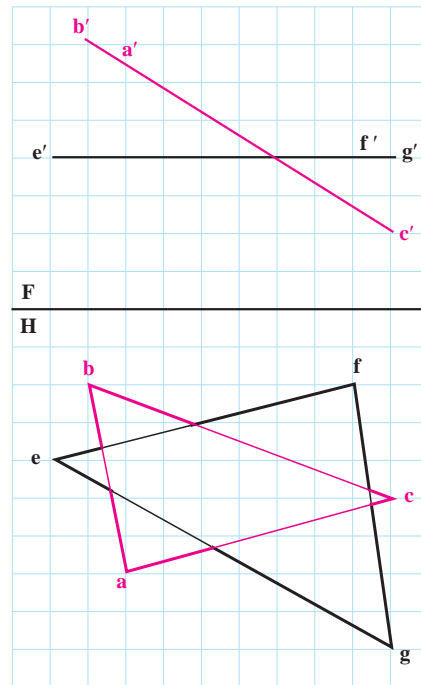
اگر دو صفحه با هم موازی نباشند، متقاطع خواهند بود.

اگر دو صفحه تخت باشند، خط حاصل از برخورد آنها، یک خط مستقیم است که آن را «برخورد» یا «فصل مشترک دو صفحه» نامند.

برخورد دو صفحه در حالت خاص: در برخورد دو صفحه، ممکن است یکی از صفحات حالت خاص داشته باشد، مانند صفحات تصویر، صفحه قائم، منتصب، روبه‌رو و افقی. در این صورت تعیین فصل مشترک آن با صفحه دوم بسیار آسان است. تمرین اول: دو صفحه ABC (منتصب) و EFG (افقی) برخورد کرده‌اند. شکل ۷-۸ فصل مشترک یک خط منتصب است که به سادگی به کمک رابط مشخص می‌شود ($mm'nn'$).



شکل ۷-۸



شکل ۸-۸

تمرین دوم: صفحه ABCD و صفحه efg، مفروضند، مطلوب است برخورد آنها (شکل ۸-۸).

حل: تنها ضلع از صفحه ABCD که احتمال برخورد آن با صفحه efg هست، ضلع AB یا $aa'bb'$ است که از نقطه برخورد

آن در تصویر روبه‌رو رابط می‌کنیم تا به ab در تصویر افقی برسیم؛ (شکل ۹-۸ ب)

اگر m در داخل سطح مثلث efg واقع شد، mm' یک نقطه از فصل مشترک است و اگر mm' بیرون از سطح efg قرار

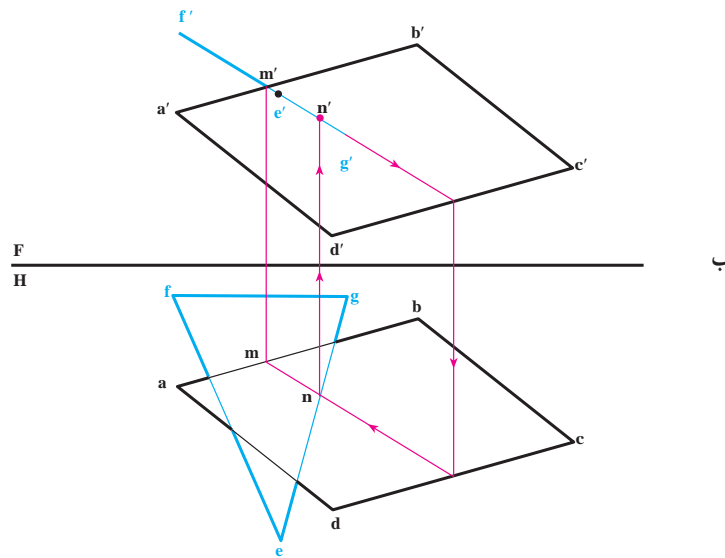
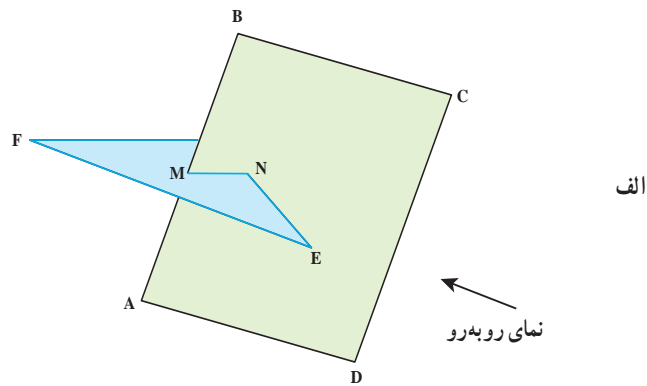
گرفت، $aba'b'$ ، نقطه اشتراکی با مثلث ندارد؛

طبق شکل روشن است که اضلاع دیگر چهارضلعی اشتراکی با مثلث ندارند؛ پس باید این نکته را بررسی کرد که آیا اضلاع

مثلث با صفحه برخورد می‌کنند یا نه؟

خط $e'g'$ را خطی از صفحه چهارضلعی فرض می‌کنیم و برخورد آن را معین می‌کنیم که nn' خواهد شد.

– بنابراین، پاره خط $mm'nn'$ جواب مسئله است (شکل ۹ – ۸).



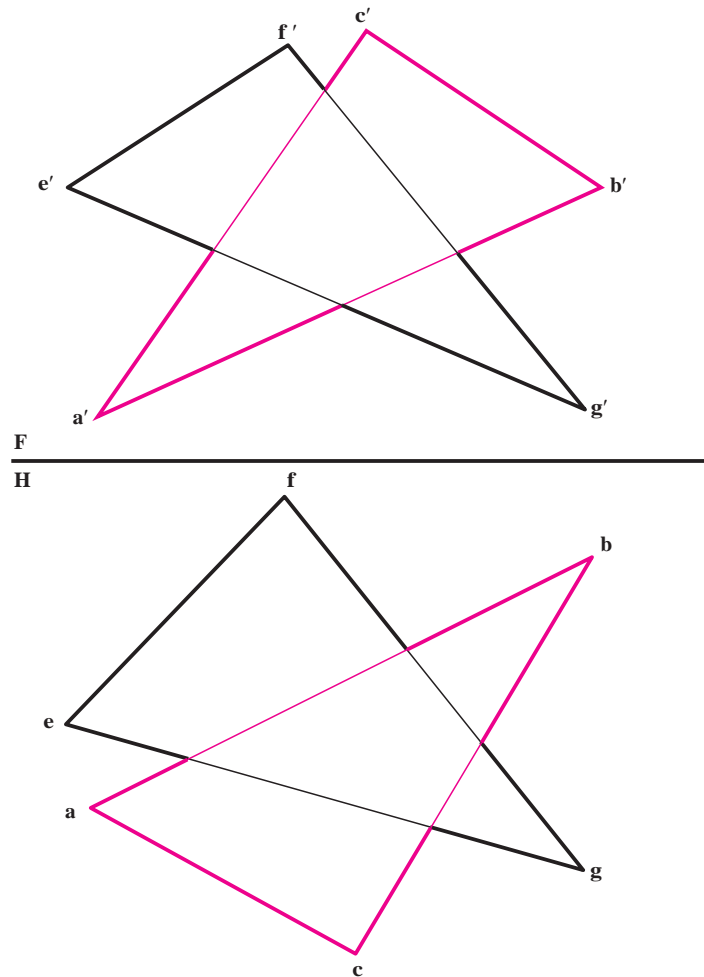
شکل ۹ – ۸

حل مسئله برخورد یک صفحه غیر خاص با صفحات خاص دیگر به عهده هنرجویان است.

۴ – ۸ – برخورد دو صفحه دلخواه

دو صفحه abc و gef را که هر دو با قسمتی از خود معرفی شده‌اند در نظر بگیرید. تعیین فصل مشترک آنها مورد نظر است (شکل ۱۰ – ۸). مطابق آنچه که از دو تصویر درک می‌شود، برای خطوط bc و fe و ac برخوردی وجود ندارد. پس برخورد احتمالی بین خطوط eg و fg از صفحه efg با صفحه abc و خط ab از صفحه abc با صفحه efg خواهد بود. یکی از روش‌های حل مسئله این است که به دلخواه یکی از خطوط مانند eg را انتخاب و برخورد آن را با abc (اگر وجود داشته باشد) تحقیق کنیم.

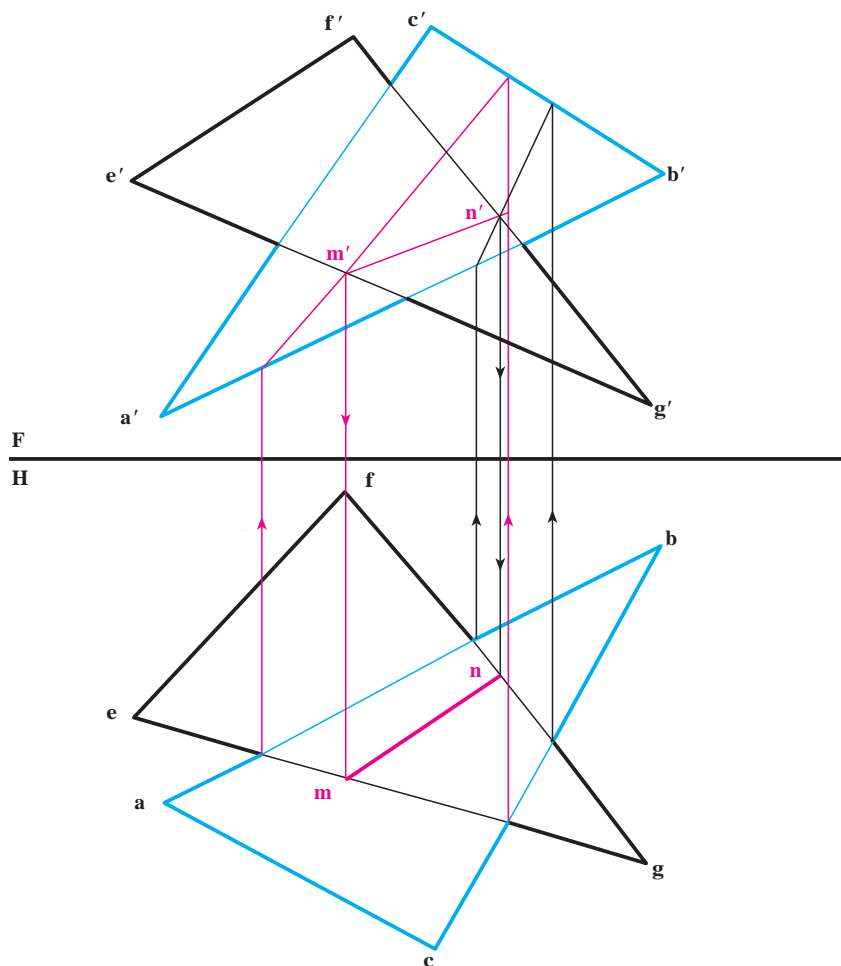
۱ – $abcd$ چگونه صفحه‌ای است؟ آیا می‌توانید راه حل دیگری برای این مسئله پیشنهاد کنید؟



شکل ۸-۱۱

- خلاصه عملیات انجام شده در شکل ۸-۱۱ به این شرح است :
- با فرض آن که eg در صفحه abc است، تصویر روبه‌رو را به دست می‌آوریم که در نتیجه m' معین می‌شود؛
 - با رابط از m ، m' را در تصویر افقی تعیین می‌کنیم.
 - اینک خط fg را انتخاب و برخورد آن را با abc تحقیق می‌کنیم.
 - ملاحظه می‌شود که fg در a' با abc برخورد دارد.
 - بنابراین به کمک رابط n را معین می‌کنیم.
 - چون دو خط از efg با abc برخورد دارند، دیگر کار را ادامه نمی‌دهیم زیرا مسلم است که ab با efg برخوردی نخواهد داشت. (البته در محدوده شکل موجود).
 - اکنون m' را به n' و m را به n وصل می‌کنیم. پاره خط mn یا $m'n'$ پاسخ است.

۱- البته روشی هم وجود دارد که پیش از حل مسئله می‌توان تعیین کرد که کدام یک از خطوط با کدام یک از صفحات برخورد دارد که به آن نمی‌پردازیم.



شکل ۱۱-۸

ارزشیابی

۱- جملات زیر را کامل کنید :

- فصل مشترک دو صفحه نیمرخ و قائم خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه نیمرخ و منتصب خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و جبهی خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و منتصب خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه جبهی و قائم خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و نیمرخ خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه جبهی و نیمرخ خطی است چرا؟
- فصل مشترک دو صفحه افقی و غیرخاص خطی است چرا؟

– فصل مشترک دو صفحهٔ جبهی و غیرخاص خطی است چرا؟

– فصل مشترک دو صفحهٔ غیرخاص و نیمرخ خطی است چرا؟

– فصل مشترک دو صفحهٔ غیرخاص مواجه خطی است چرا؟

– فصل مشترک دو صفحهٔ غیرخاص خطی است چرا؟

– آیا می‌توانید تمام حالات ممکنه برای فصل مشترک

صفحات را بگویید، خط‌ها چگونه‌اند؟

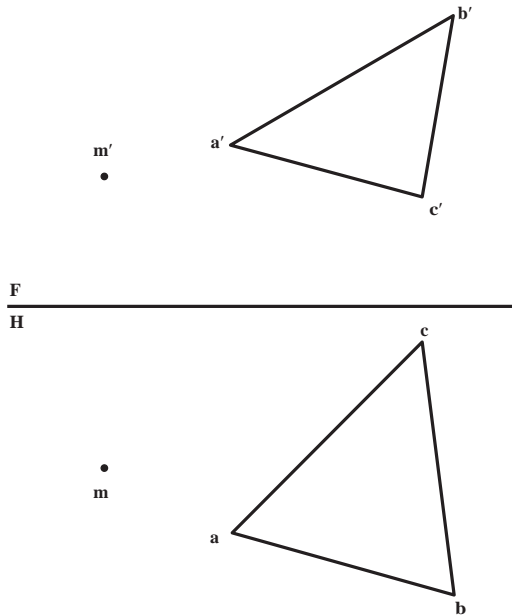
راهنمایی: بهتر است با تشکیل یک جدول پاسخ

را معین کنید.

۲– از نقطهٔ m صفحه‌ای به موازات صفحهٔ

abc رسم کنید که با دو خط متقاطع نمایش داده شود

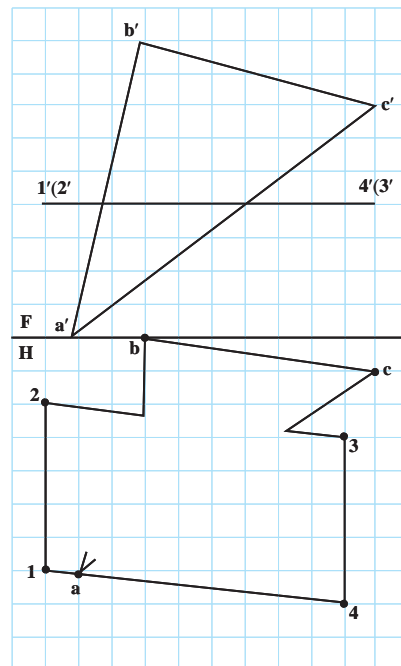
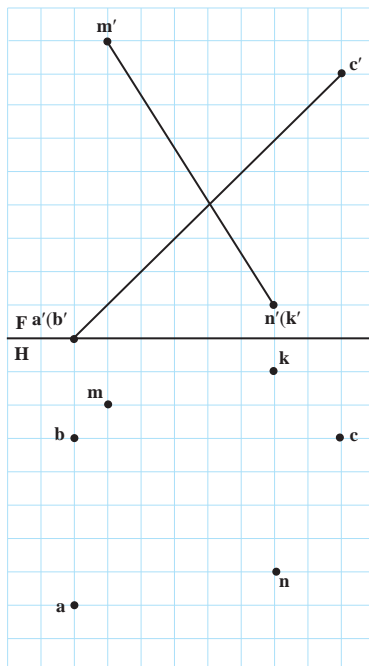
(شکل ۱۲–۸).

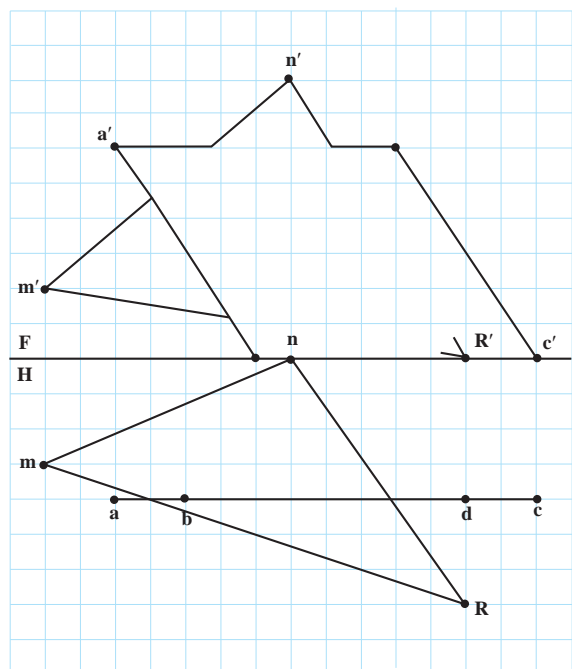
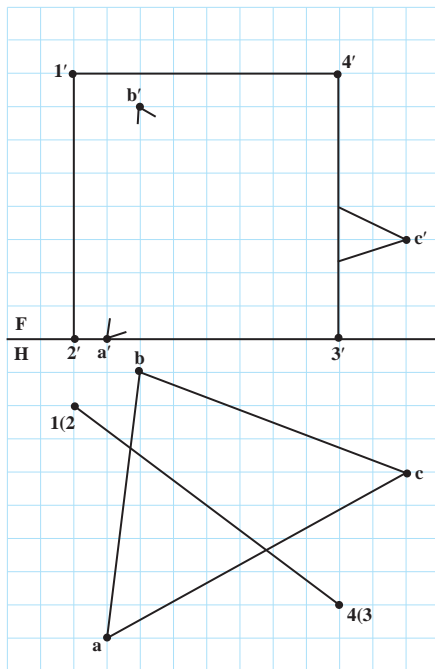


شکل ۱۲–۸

۳– برخورد صفحات زیر را تعیین کنید.

هر شکل با در نظر گرفتن هر مربع برابر 1° ، روی یک برگ کاغذ A_4 کشیده شود.





شکل ۸-۱۳

۴- سه نقطه $N(10^\circ, 5^\circ)$ و $K(3^\circ, 8^\circ)$ و $M(8^\circ, 3^\circ)$ معرف یک صفحه منتصب هستند. تقاطع این صفحه را با صفحه متوازی الاضلاع $ABCD$ به مشخصات $A(1^\circ, 1^\circ)$ و $B(4^\circ, 6^\circ)$ و $C(0^\circ, 3^\circ)$ تعیین کنید. فصل مشترک چه نوع خطی است و طول حقیقی آن چیست؟

۵- صفحه متوازی الاضلاع پرسش بالا را دوباره رسم کنید و برخورد صفحه MNK را با آن معین کنید. در صورتی که داشته باشیم :

$$K(3^\circ, 3^\circ) \text{ و } M(8^\circ, 3^\circ) \text{ و } N(10^\circ, 3^\circ)$$

۶- الف - ابتدا دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ را رسم کنید با شرایط $A(1^\circ, 1^\circ)$ و $B(4^\circ, 4^\circ)$ و $C(1^\circ, 1^\circ)$ به گونه ای که AC قاعده بزرگ و AB یک ساق آن باشد.

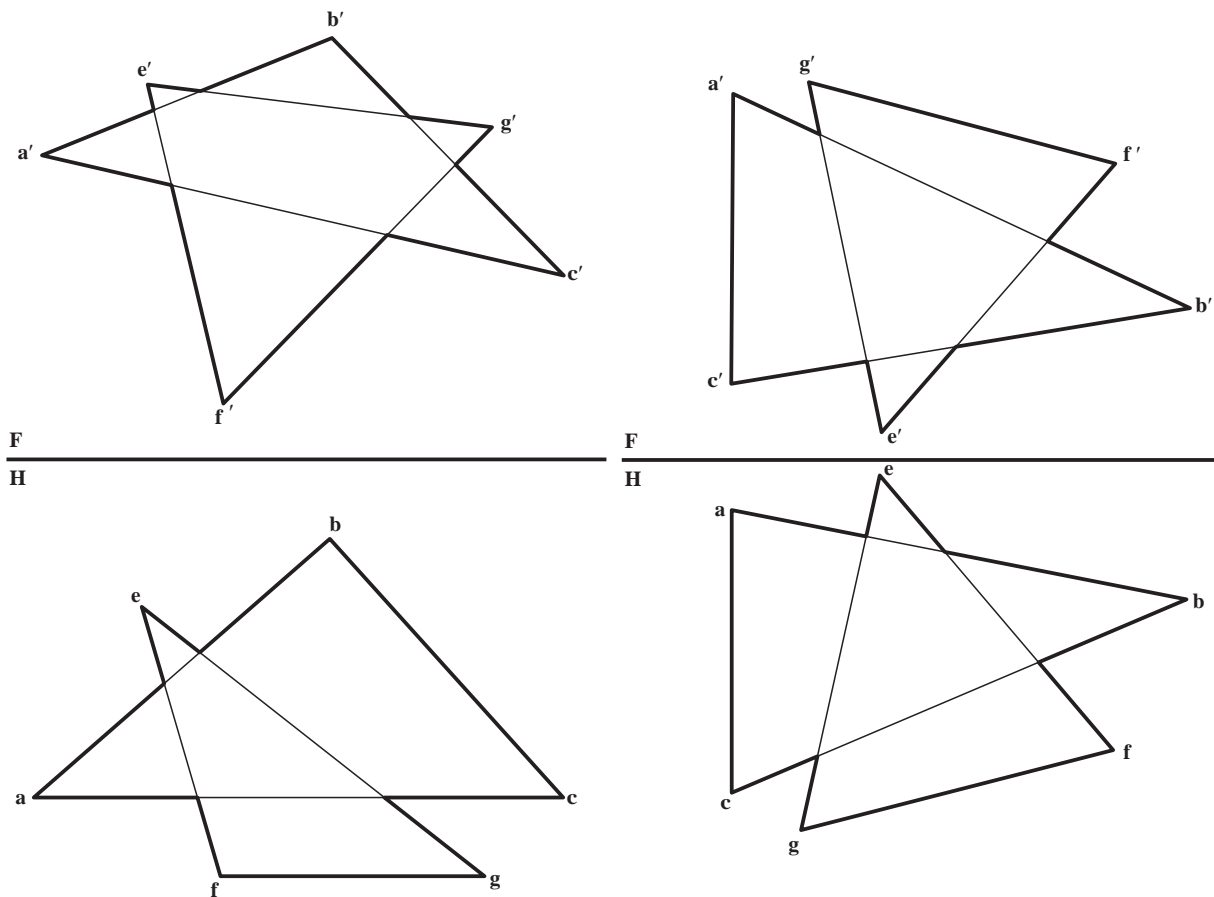
ب - برخورد این صفحه را با صفحه MNK با شرایط $M(1^\circ, 8^\circ)$ و $N(7^\circ, 7^\circ)$ و $K(1^\circ, 7^\circ)$ تعیین کنید. طول حقیقی فصل مشترک چیست؟

پ - به دلایلی می خواهیم اندازه حقیقی سطوح $ABCD$ و MNK را بر حسب میلی متر مربع داشته باشیم، آیا می توانید راه حل هایی ارائه کنید؟

۷- با اندازه برداری از شکل ۸-۱۰ یک بار مسئله را با دقت حل کنید^۱. (با مقیاس ۱:۲)

۱- می توان شکل ها را با اندازه دو برابر کی کرد.

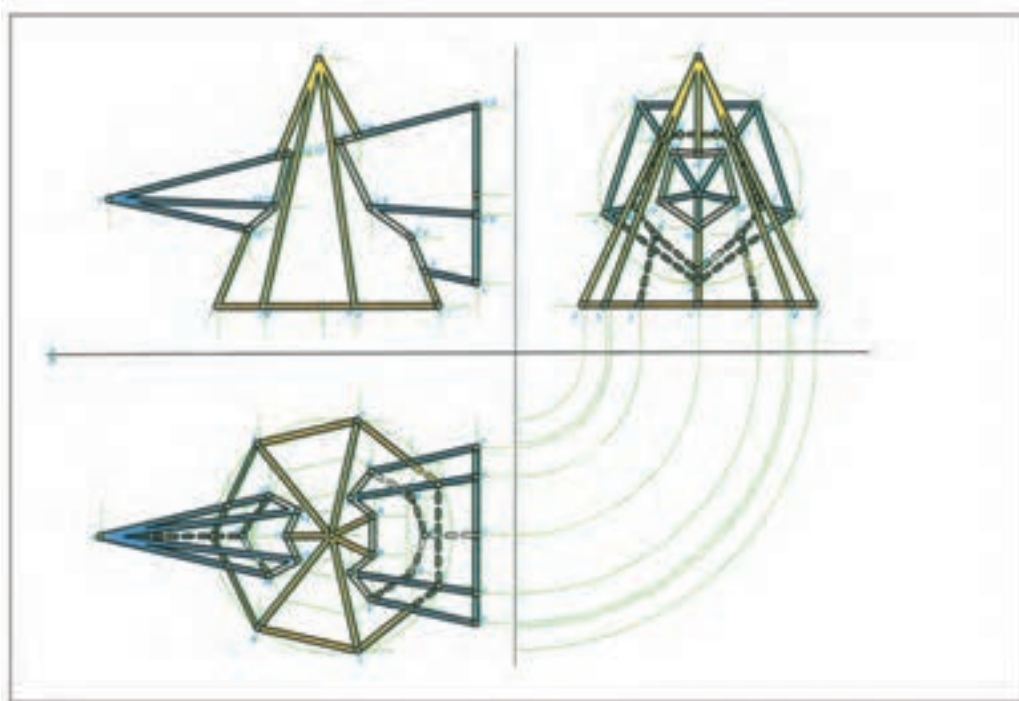
۸- فصل مشترک صفحات abc و efg را تعیین کنید. (مقیاس ۱:۲ با اندازه برداری از شکل ۱۴-۸)



شکل ۱۴-۸

۹- برخورد دو صفحه $ABCD$ (متوازی الاضلاع) را با EFG تعیین کنید و طول حقیقی آن را به دست آورید. مشخصات برای سه گوشه $ABCD$ عبارت است از: $A(70^\circ, 10^\circ, 0^\circ)$, $B(110^\circ, 70^\circ, 60^\circ)$ و $C(170^\circ, 10^\circ, 0^\circ)$ و برای مثلث EFG , $E(30^\circ, 0^\circ, 70^\circ)$, $F(110^\circ, 0^\circ, 80^\circ)$ و $G(130^\circ, 70^\circ, 0^\circ)$ با فرض D در سمت راست A .

- ۱- بر خط AB ، صفحه‌ای موازی با خط CD رسم کنید و آن را با یک مثلث نشان دهید. جزئیاتی که در دست داریم عبارتند از: $A(0, 10, 20)$ ، $B(20, 50, 50)$ ، $C(30, 20, 20)$ و $D(80, 50, 30)$
- ۲- بر نقطه S صفحه‌ای بگذرانید که با صفحه MNK موازی باشد. نیاز به مشخص کردن این صفحه با یک مثلث با سه گوشه آن هست. جزئیاتی که داریم: $S(0, 60, 40)$ ، $M(90, 10, 10)$ ، $N(40, 60, 50)$ و $K(10, 20, 0)$.
- ۳- دو صفحه ABC و MNK نسبت به هم چگونه‌اند؟ داریم: $A(0, 90, 0)$ ، $B(60, 0, 90)$ ، $C(120, 75, 30)$ ، $M(120, 60, 60)$ ، $N(90, 0, 0)$ و $K(15, 75, 75)$.
- ۴- نقطه B و α از نمای روبه‌روی خط AB را داریم. اگر این خط با صفحه MNK موازی باشد، نمای افقی خط را کامل کنید. داریم: $M(60, 10, 0)$ ، $N(110, 60, 70)$ ، $K(150, 40, 20)$ ، $B(10, 10, 10)$ و $A(60, 30, 0)$.
- ۵- از نقطه A خطی رسم کنید که با خط زمین و با خط نیمرخ BC برخورد کند. داریم: $A(10, 60, 50)$ ، $B(60, 60, 10)$ و $C(60, 10, 70)$.



در یک نقشه آنچه را که دیده می شود دید و آنچه را که دیده نمی شود، ندید می نامند.



پل بزرگ تک قوسی کارون چهار به طول ۳۷۸ و ارتفاع ۲۴۵ متر

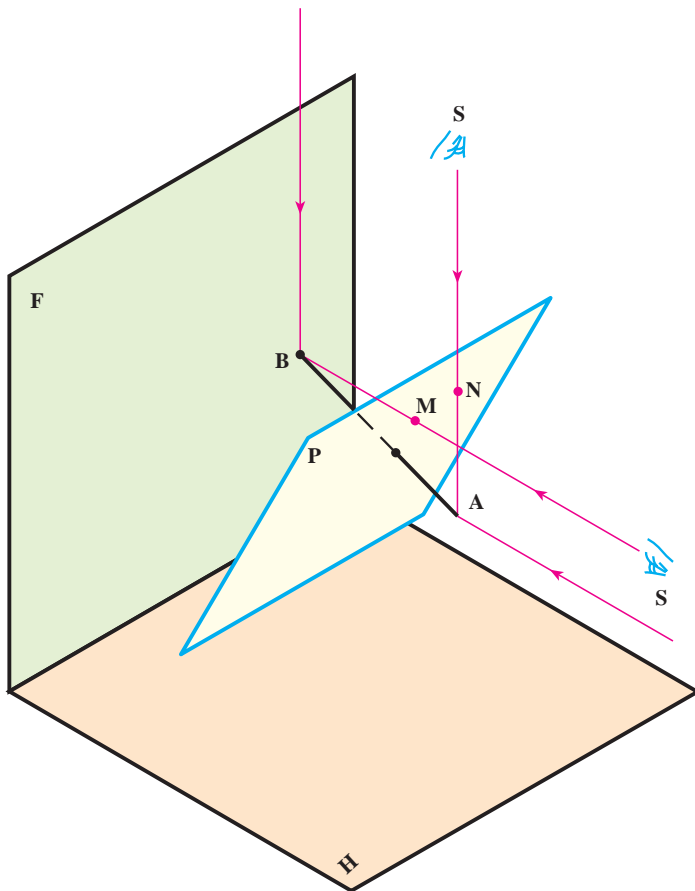
دید و ندید

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

- ۱- اصول دید و ندید کردن را بیان کند.
- ۲- نقطه، خط و صفحه را دید و ندید کند.

۹-۱- تعریف

دید و ندید کردن به این معنی است که در نقشه، نقاط، خطوط و صفحاتی را که دیده می‌شوند از آن‌ها که دیده نمی‌شوند جدا کنیم و بر طبق قواعد نقشه‌کشی آنها را با خط دید و یا ندید مشخص نماییم.



شکل ۹-۱

۹-۲- اصول دید و ندید کردن خطوط

به شکل ۹-۱ توجه کنید.

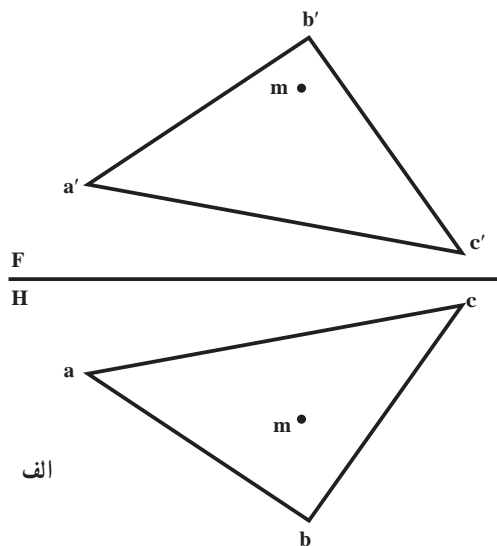
در این شکل ناظر S در دید از جلو به صفحه P و پاره خط AB می‌نگرد. بدیهی است که او نقطه A را می‌بیند، اما نقطه B را نمی‌بیند، زیرا قبل از آن نقطه‌ای مثل M از صفحه، جلوی دید او را می‌گیرد. در دید افقی ناظر نقطه B را می‌بیند، اما نقطه A را نمی‌بیند، چرا؟ با توجه به این نمونه ساده دو قاعده بسیار مهم را در دید و ندید کردن نقاط نتیجه‌گیری می‌کنیم :

اول : در تصویر روبه‌رو نقطه‌ای دیده می‌شود که دارای بعد بیشتر است، مانند M.

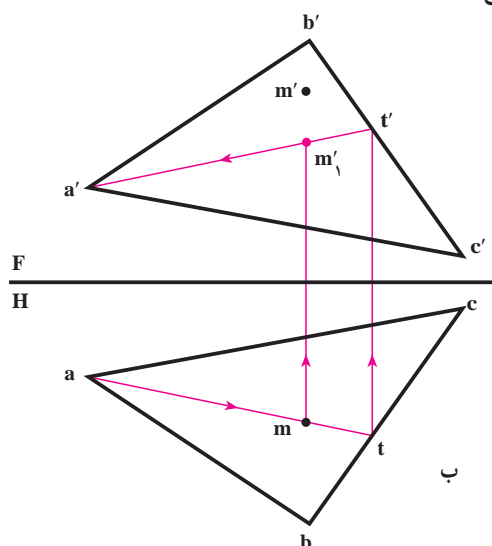
دوم : در تصویر افقی، نقطه‌ای دیده می‌شود که دارای ارتفاع بیشتری است؛ یعنی به چشم ناظر نزدیکتر می‌باشد، مانند نقطه N که به چشم ناظر نزدیکتر است.

۹-۳- نقطه و صفحه

صفحه $abca'b'c'$ و نقطه M مفروضند، می‌خواهیم تحقیق کنیم که در تصویر روبه‌رو و افقی نقطه M دیده می‌شود یا نه (شکل الف ۹-۲).



شکل ۹-۲



موضوع را در دو بخش بررسی می‌کنیم :

اول - اگر منظور تحقیق آن است که m در تصویر افقی دیده می‌شود یا خیر، کافی است که ابتدا :

- m را نقطه‌ای از صفحه فرض نماییم؛

- با استفاده از یک خط کمکی $m'1$ را مشخص کنیم؛

- اگر $m'1$ دارای ارتفاع کمتری نسبت به m' باشد، طبق قاعده دوم، m در تصویر افقی دیده خواهد شد (شکل ب ۹-۲) که در اینجا نقطه m در تصویر افقی دید است.

دوم - اگر منظور تحقیق آن است که m' در تصویر روبه‌رو دید است یا نه باید :

- $m'1$ را نقطه‌ای از صفحه فرض و براساس آن $m'1$ را تعیین کنیم؛

- اگر $m'1$ دارای بُعد کمتری نسبت به m باشد، m' در تصویر روبه‌رو دید است و در غیر این صورت دید نیست «حل به عهده هنرجویان است».

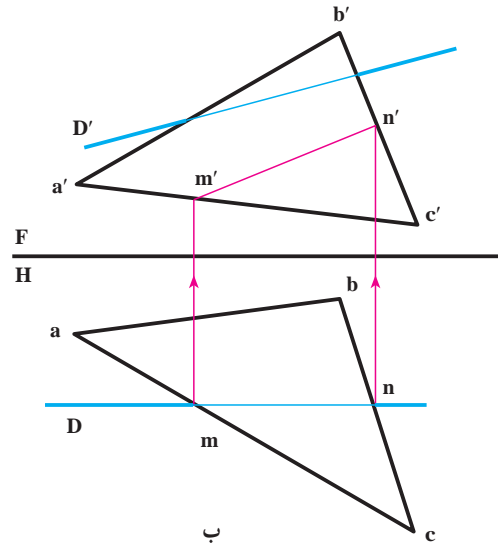
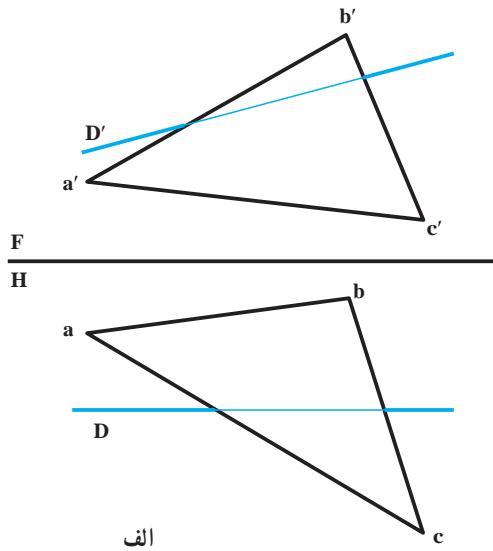
۹-۴- خط و صفحه

صفحه $abca'b'c'$ و خط DD' را در نظر می‌گیریم (شکل الف ۹-۳).

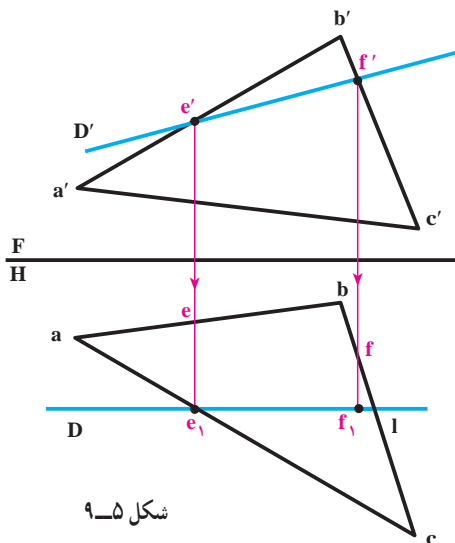
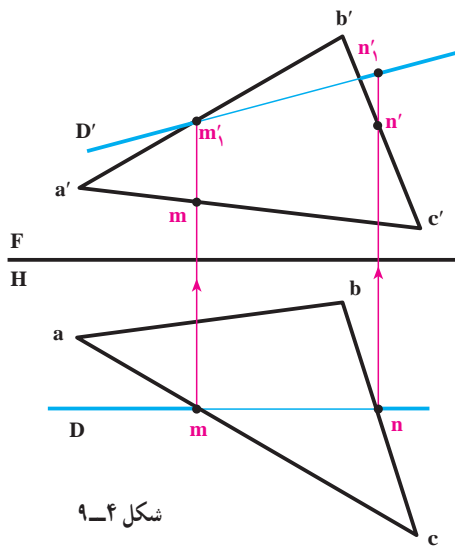
همانگونه که می‌دانید، خط DD' نسبت به صفحه محدود $abca'b'c'$ فقط دو حالت دارد : یا آن را قطع می‌کند و یا اینکه آن را قطع نمی‌کند.

حالت اول : ابتدا با فرض اینکه D در صفحه ABC است، تصویر روبه‌روی خط را معین می‌کنیم (شکل ب ۹-۳).

طبق این شکل خط DD' با محدوده $abca'b'c'$ متقاطع نیست. اکنون لازم است که تحقیق شود که در نقشه D و D' دید هستند یا نه.



شکل ۹-۳



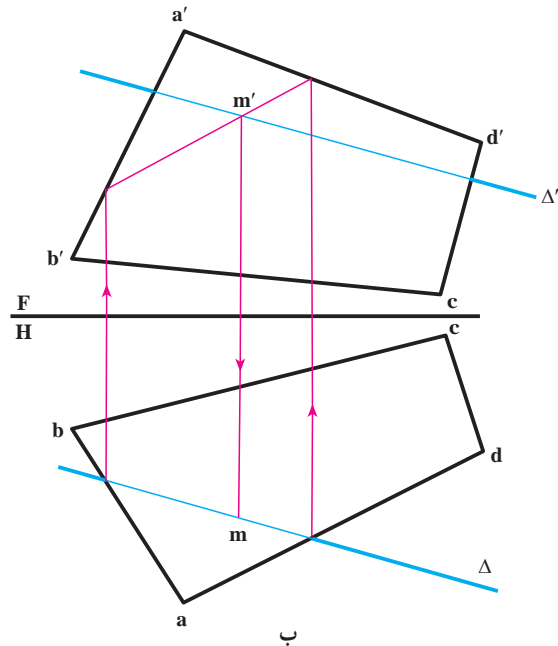
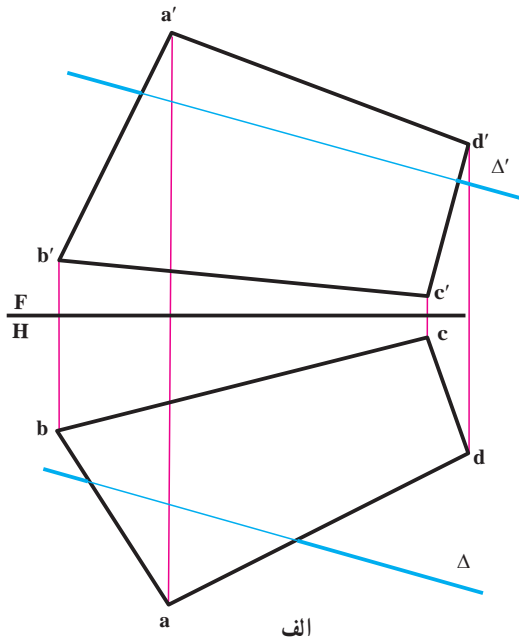
نخست در مورد تصویر افقی بررسی می‌کنیم.
 - محل برخورد ظاهری خط D را با اضلاع صفحه abc ، با m و n نامگذاری کردیم؛
 - به کمک رابط m' و n' ، تصاویر روبه‌روی m و n را «اگر در صفحه باشند» تعیین می‌کنیم (شکل ۹-۴).

- به همین ترتیب m' و n' مربوط به خط را هم مشخص می‌کنیم؛
 - اگر m' و n' دارای ارتفاع بیشتری نسبت به m و n باشند، m و n در تصویر افقی دید خواهند بود. در نتیجه تصویر افقی خط، یعنی D دید است.
 نظیر چنین تحقیقی را در مورد تصویر روبه‌رو انجام می‌دهیم (شکل ۹-۵).

- ابتدا نقاط e' و f' را در نظر می‌گیریم؛
 - e و f و e_1 و f_1 را مشخص می‌کنیم (به کمک رابط)؛

– نقاط e_1 و f_1 چون دارای بُعد بیشتری هستند، تصویر روبه روی آن‌ها دید است. در نتیجه پاره خط $e'f'$ که در تصویر روبه رو جلوی صفحه $a'b'c'$ قرار گرفته است، دید خواهد بود که با خط دید ترسیم شده است.

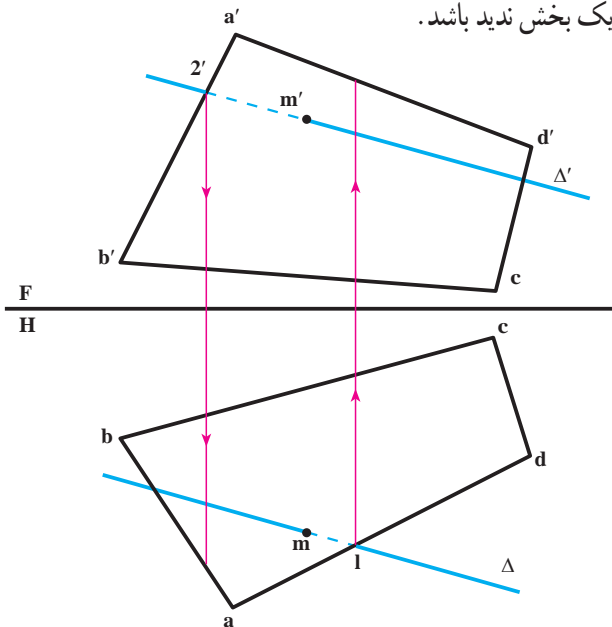
حالت دوم: صفحه $abcd a'b'c'd'$ و خط $\Delta\Delta'$ را در نظر می‌گیریم (شکل الف ۹-۶).



شکل ۹-۶

– در این مورد خط $\Delta\Delta'$ با صفحه برخورد دارد و mm' نقطه برخورد می‌باشد. براساس شکل ب ۹-۶ این موضوع تأیید شده است. در صورتی که یک بار دیگر به شکل ۹-۱ و با دقت بیشتر نگاه کنید خواهید دید که یک پاره خط به هر صورت که با یک صفحه برخورد کند، در تصاویر روبه رو و افقی، باید دارای یک قسمت دید و یک بخش ندید باشد.

به شکل ۹-۷ نگاه کنید.



شکل ۹-۷

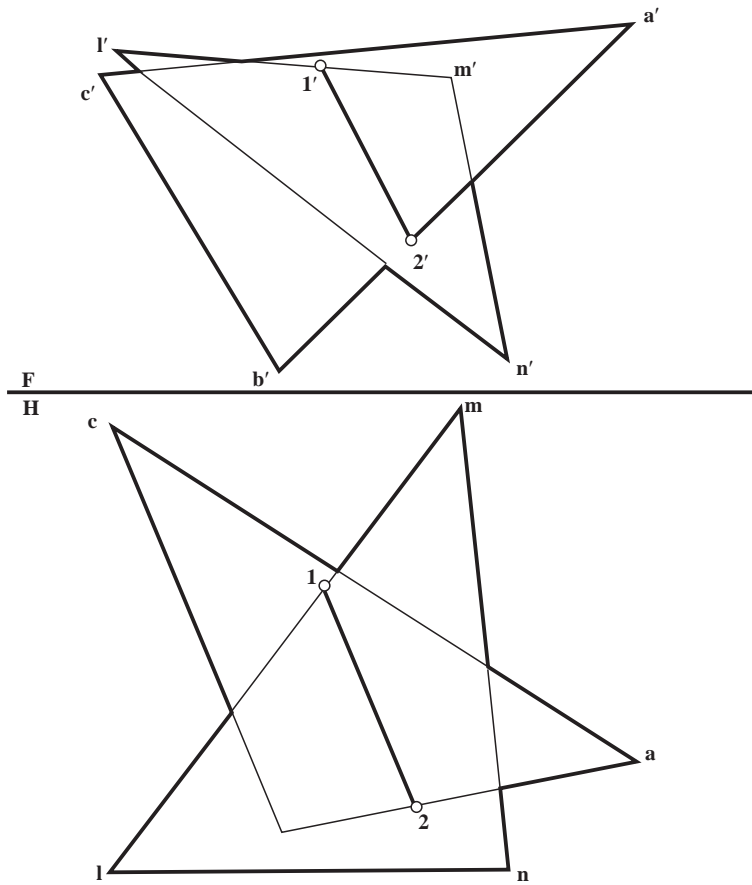
در این شکل یک نقطه از تصویر افقی خط به نام ۱ و یک نقطه از تصویر روبه روی خط به نام ۲' را انتخاب و دید یا ندید بودن آنها را تحقیق کرده ایم. برای توضیح بیشتر، برای نمونه در مورد نقطه انتخابی ۱ می‌گوییم:

– با ترسیم رابط در تصویر روبه رو مشخص می‌شود که ارتفاع این نقطه از Δ' بیشتر است یا از $a'd'$.

البته در این شکل چون نقطه واقع بر خط Δ ارتفاع کمتری دارد، قسمت سمت راست m از خط Δ ندید خواهد بود («که با خط چین رسم شده است»). نیمه دیگر خط در تصویر افقی هم دید است. همچنین به کمک رابط از ۲'، مشخص می‌شود که نیمه سمت چپ Δ' در تصویر روبه رو، ندید است. «چرا؟»

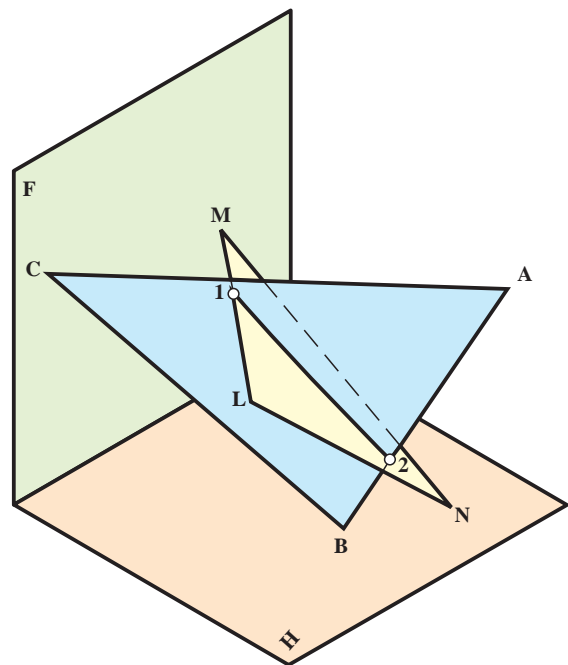
۵-۹- صفحه و صفحه

دو صفحه $abca'b'c'$ و $lmnl'm'n'$ را در نظر می‌گیریم و فصل مشترک آنها را معین می‌کنیم. روشن است که پاره خط $۱۲۱'۲'$ ، در هر حالت دیده می‌شود (شکل ۸-۹). آیا می‌توانید بگویید چرا؟



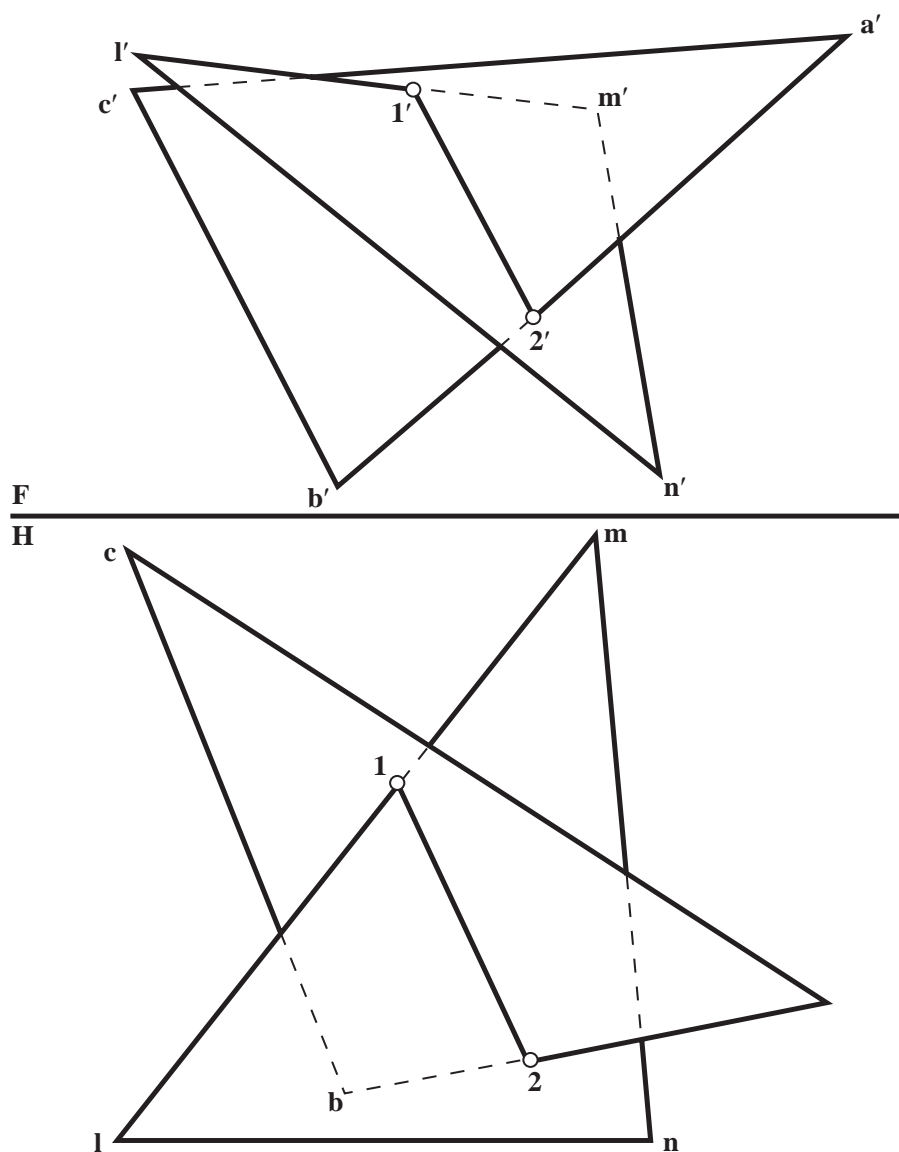
الف

ج.



شکل ۸-۹

هدف از بررسی این مسئله، تعیین بخش‌های دید و ندید هر صفحه در محدوده مشترک در تصویر روبه‌رو و افقی است. روش ساده آن است که قسمت‌های دید و ندید خطوط AB ، ML ، MN و AC را تشخیص دهیم و ترسیم کنیم. پس بخش‌های دید و ندید هر خط را به طور جداگانه و در هر دو تصویر معین می‌کنیم که در این صورت، شکل ۹-۹ به دست می‌آید.^۱



شکل ۹-۹

۱- البته می‌توان هر تصویر را با تشخیص وضعیت تنها یک نقطه از آن و یا استدلال دید و ندید کرد. در این مورد اساتید محترم می‌توانند در صورت نیاز توضیح

۱- منظور از دید و ندید کردن چیست؟ آیا به جای دید و ندید، اصطلاح دیگری می‌شناسید؟

۲- اصول دید و ندید کردن را بیان کنید (با رسم شکل دستی).

۳- با رسم شکل دستی چگونگی تشخیص دید یا ندید بودن نقطه را شرح دهید b'' .

۴- با رسم شکل دستی چگونگی دید و ندید کردن

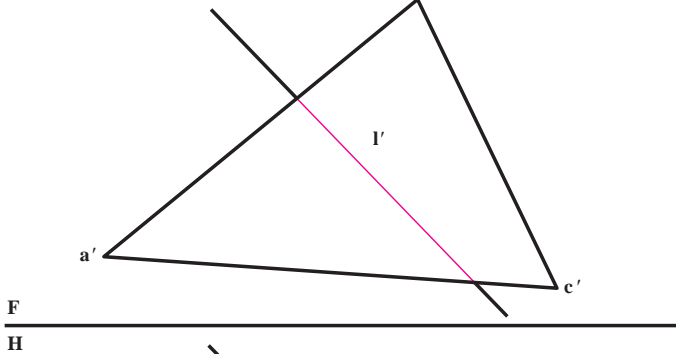
خط و صفحه را بگویید.

۵- شکل ۸-۹ الف را با مقیاس ۱:۲ رسم و

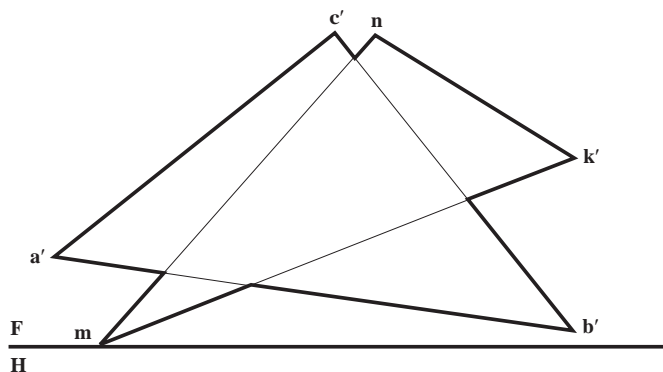
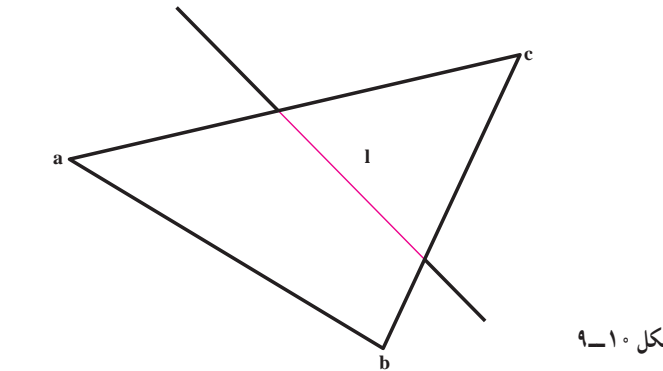
پس از تعیین فصل مشترک، دید و ندید کنید.

۶- در شکل ۹-۱۰ پس از تعیین برخورد خط

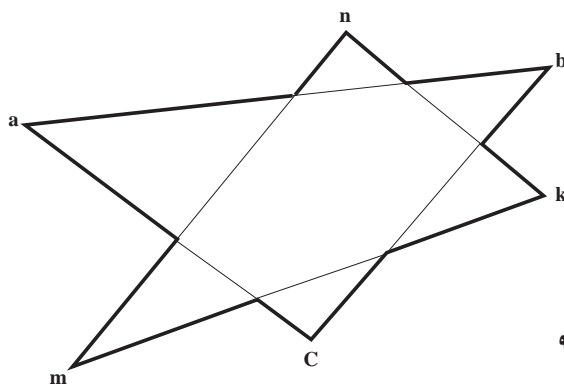
و صفحه، شکل را دید و ندید کنید.



شکل ۹-۱۰



شکل ۹-۱۱



۷- در شکل ۹-۱۱ پس از تعیین فصل

مشترک دید و ندید را انجام دهید «مقیاس ترسیم

۱:۲».

۸- دو صفحه ی ABCD و MNLK را

که هر دو متوازی الاضلاع هستند نمایش دهید به

شرطی که داشته باشیم:

$B(8^\circ و 6^\circ و 7^\circ)$ و $C(^\circ و 6^\circ و 7^\circ)$

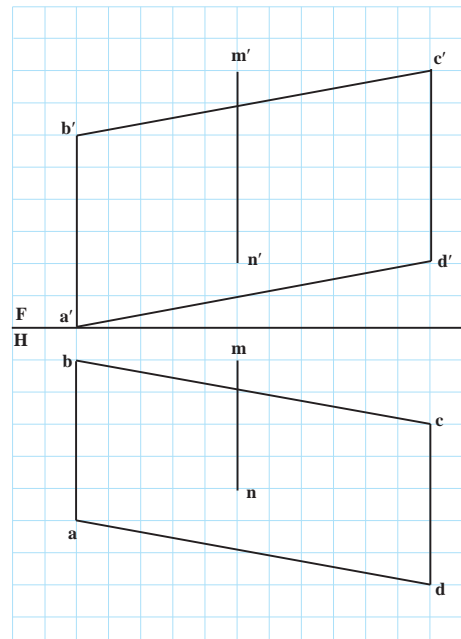
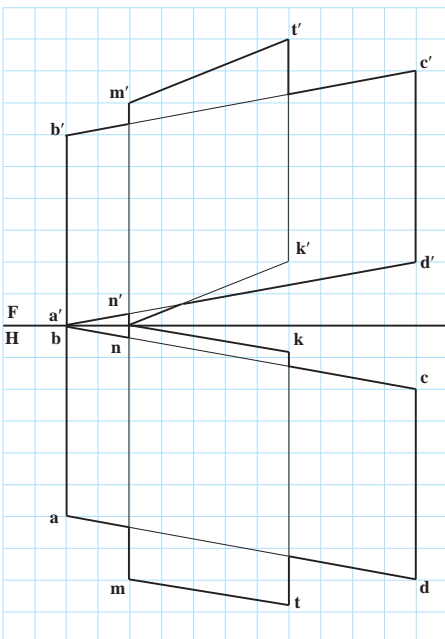
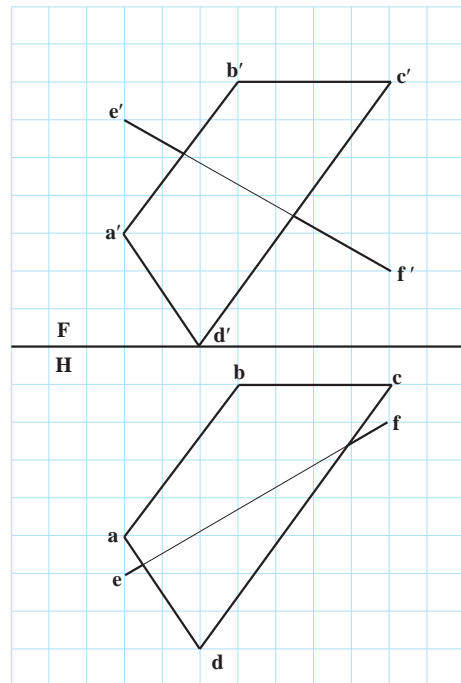
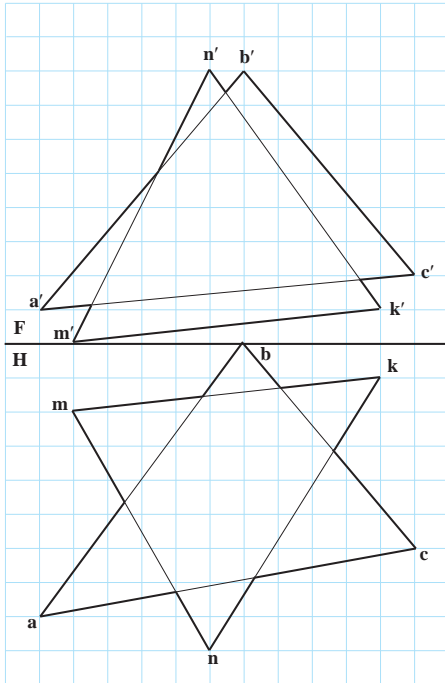
$M(7^\circ و ^\circ و ^\circ)$ و $N(3^\circ و ^\circ و ^\circ)$ و $A(1^\circ و 1^\circ و 1^\circ)$

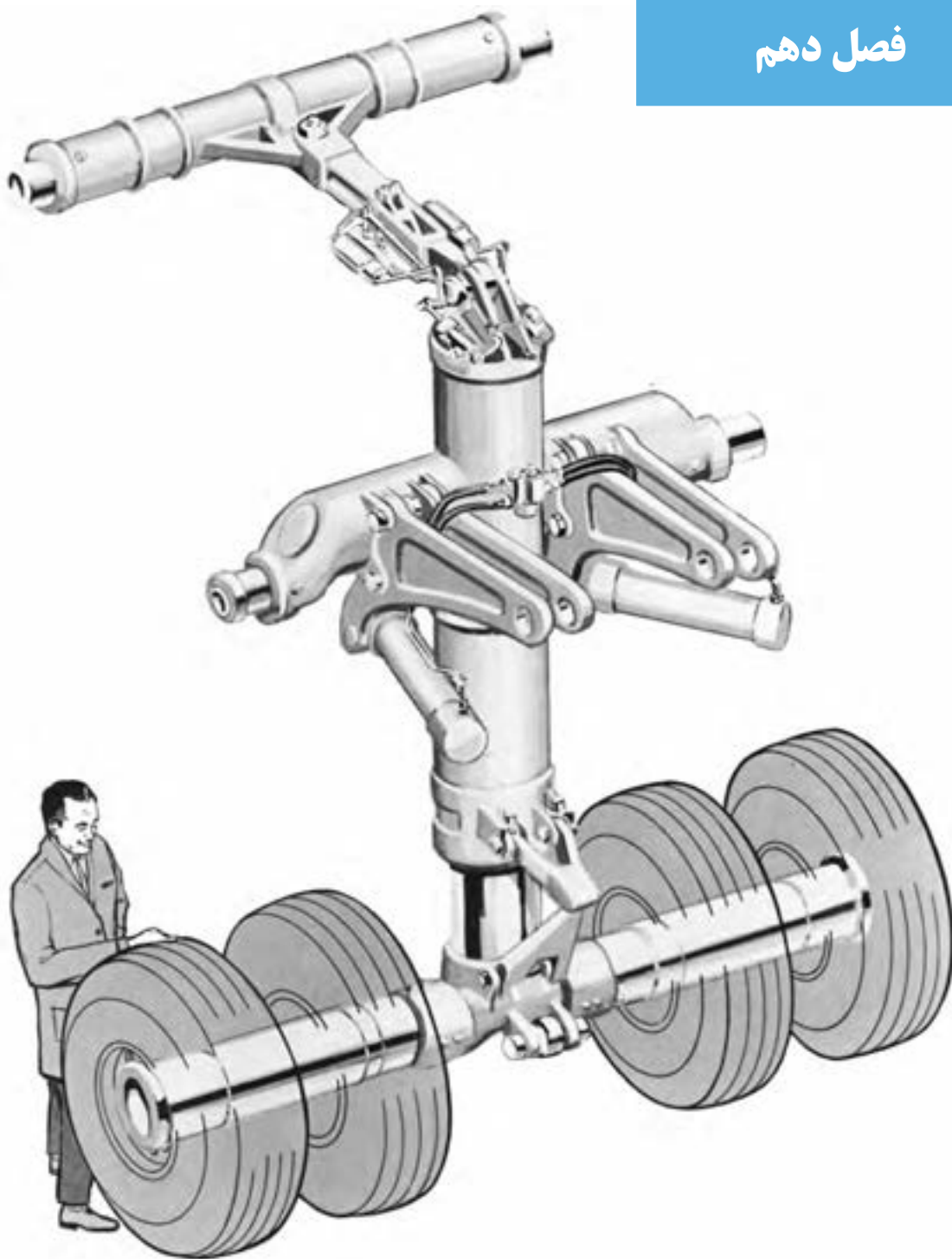
و $K(^\circ و 7^\circ و 8^\circ)$

آنگاه، پس از تعیین برخورد، دید و ندید

کنید.

به دست آوردن برخورد و دید و ندید. هر مربع برابر 10°





هر حجم طبیعی یا مصنوعی را می‌توان به اجسام ساده‌تری تجزیه کرد.

اجسام هندسی

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

- ۱- جسم را با روش خاص هندسه ترسیمی نمایش دهد؛
- ۲- نمایش جسم را در هندسه ترسیمی و رسم فنی با هم مقایسه کند؛
- ۳- منشورها، هرم‌ها و چند وجهی‌های منتظم را تعریف کند.

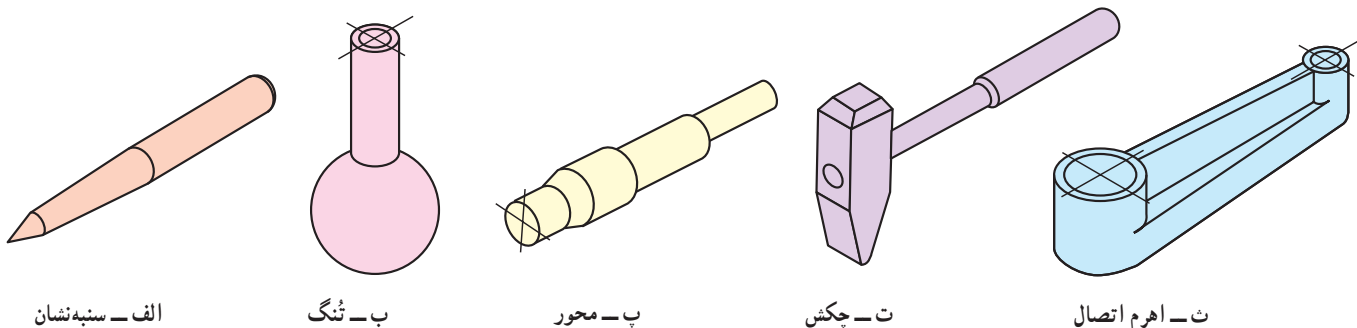
۱-۱۰- تعریف

محدوده‌ای از فضا را که توسط چند سطح، محصور شده باشد، «جسم» می‌نامند. همچنین حجم، مقدار فضایی است که جسم، اشغال می‌کند.^۱

سطوح تشکیل دهنده جسم ممکن است تخت یا خمیده باشند. با نگاهی کوتاه به پیرامون خود متوجه می‌شوید که اجسام و احجام به صورت‌هایی بسیار گوناگون، در شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون شما را احاطه کرده‌اند. کوه، درخت، سنگ، صندلی، میز، کتاب، لیوان و غیره نمونه‌هایی آشنا هستند.

در وهله اول چنین به نظر می‌رسد که این احجام تنوعی بی‌نهایت دارند، اما با تجزیه و تحلیل آنها به زودی متوجه می‌شوید که بیشتر اجسام را می‌توان به تعداد کمی حجم تعریف شده و آشنا تجزیه کرد. برخی از این احجام را می‌شناسید؛ مانند هرم، استوانه، کره، مخروط و

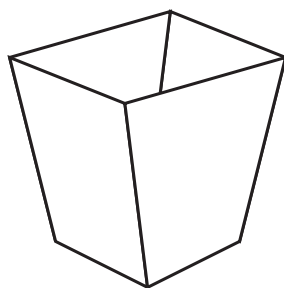
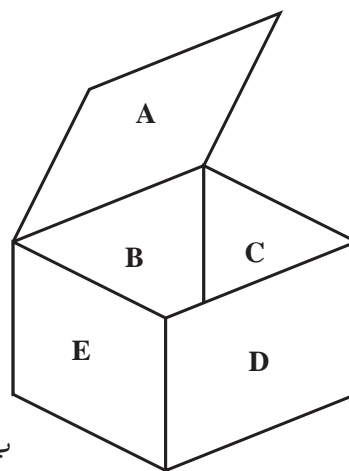
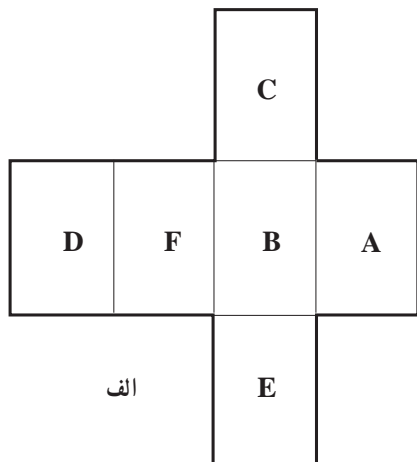
آشنایی با تعاریف این اجسام، چگونگی تشکیل آنها و ویژگی‌هایشان برای افراد مختلف ضروری است؛ از جمله، آنها که با کار فنی سروکار دارند و به ویژه اگر طراح و نقشه‌کش باشند. این موضوع برای هر صنعتگر جایگاه ویژه‌ای دارد، زیرا مصرف‌کننده‌ای که فرآورده‌های صنعتی را به صورت‌های گوناگون مورد استفاده قرار می‌دهد، بدون نیاز به آگاهی نسبت به سطح و حجم می‌تواند از آن استفاده کند، اما یک صنعتگر نمی‌تواند بدون آگاهی از این مباحث جسم مورد نظر را طراحی کند و بسازد. در شکل ۱-۱۰ نمونه‌هایی مشاهده می‌شود که به اجسام ساده‌تر تجزیه پذیر هستند.



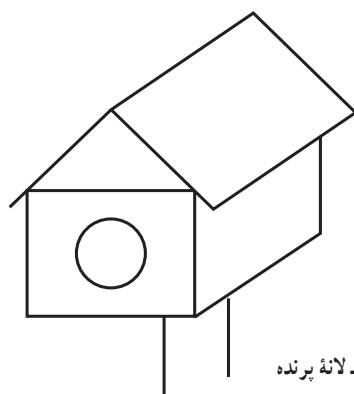
شکل ۱-۱۰

۱- بیشتر از واژه‌های جسم یا حجم به جای هم استفاده می‌کنیم که اشکال چندانی ندارد.

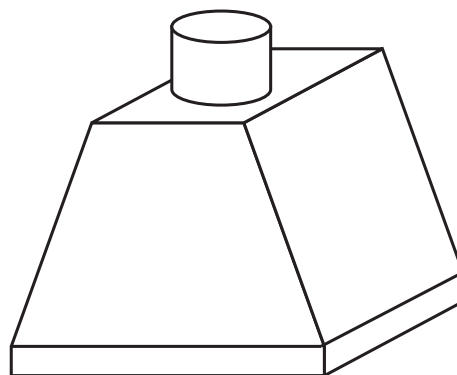
برای نمونه یک ورق کار خوب می‌تواند با ترسیم گسترده یک حجم بر روی ورق آن را با دقت کافی بسازد.
در شکل ۱۰-۲ نمونه‌ای از ساخت یک گسترده برای درست کردن یک جعبه را می‌بینید.
آیا می‌توانید چگونگی ساخت سوژه‌های دیگر را بیان کنید؟



پ - سطل زباله



شکل ۱۰-۲



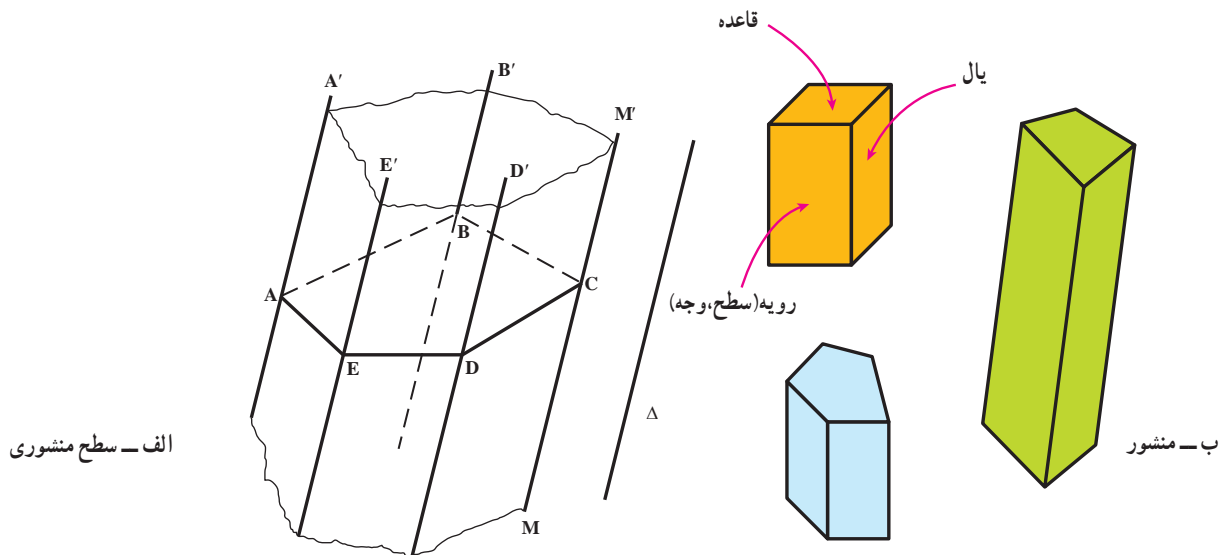
ت - هواکش

اکنون به کوتاهی به تعریف اجسام و سطوح مهم هندسی می‌پردازیم :

۱۰-۲ - منشورها

تعریف : هرگاه خطی راست مانند MM' در فضا چنان تغییر مکان دهد که همواره با خط راست ثابتی، مانند Δ موازی باشد و بر اضلاع چندضلعی مسطحی مانند ABCDE متکی باشد، سطح نامحدودی ایجاد می‌شود که آن را «سطح منشوری» می‌نامند (شکل ۱۰-۳).

آیا Δ می‌تواند با صفحه چند ضلعی موازی باشد؟



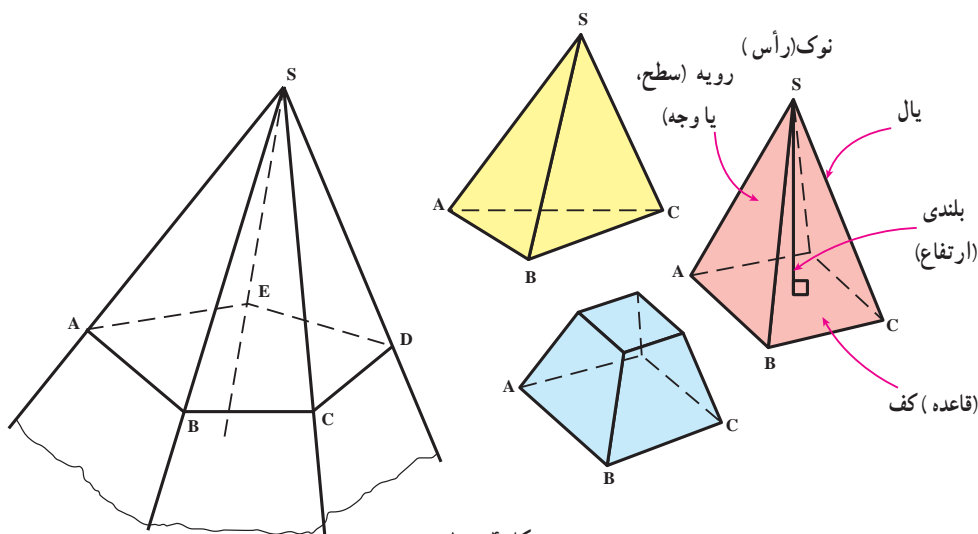
الف - سطح منشوری

شکل ۳-۱۰

خط‌های مشخص مانند AA' و BB' را «یال» می‌نامند. با در نظر گرفتن بخشی از این سطح که به دو صفحه متوازی به نام قاعده محدود باشد، یک منشور خواهیم داشت، کف منشور ممکن است یک شکل منتظم یا غیر منتظم باشد. نام منشور معمولاً از روی شکل قاعده آن معین می‌شود؛ مانند (منشور مثلث القاعده، منشور مربع القاعده، منشور مخمس القاعده، منشور مسدس القاعده). اگر یال‌های منشور بر سطح قاعده عمود باشند، منشور را «قائم» می‌گویند؛ در غیر این صورت اصطلاح منشور «مایل»، به کار خواهد رفت. به طور معمول منظور از منشور، همان منشور قائم است.

۳-۱۰ - هرم‌ها

تعریف: چند ضلعی مسطح $ABCDE$ و نقطه S را در خارج آن صفحه در نظر می‌گیریم. جسمی که به چند ضلعی تخت گفته شده و مثلث‌های SAB ، SBC ، SCD ، SDE و SEA محدود است، «هرم» نامیده می‌شود (شکل ۴-۱۰).



شکل ۴-۱۰

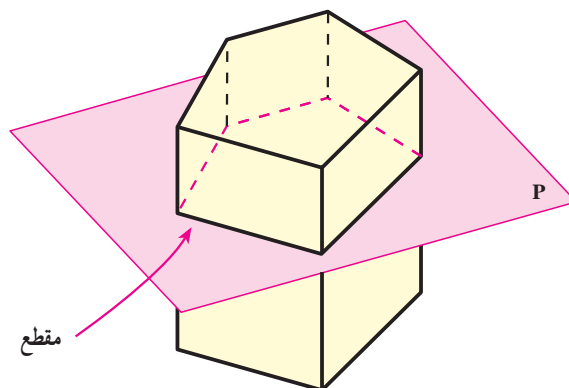
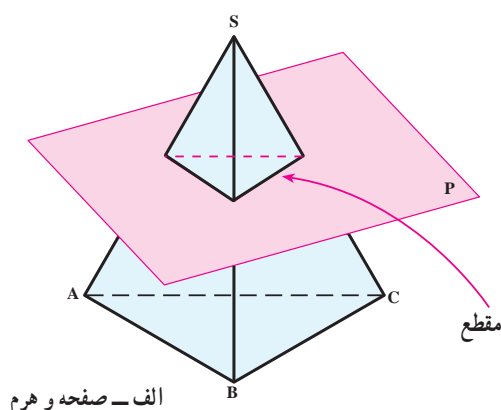
۱- می‌توان گفت: اگر خطی چنان حرکت کند که همواره از نقطه ثابت S بگذرد و بر چند ضلعی مسطحی متکی باشد، یک سطح هرمی پدید می‌آید که قسمت محدودی از آن هرم است. افزوده می‌شود که چون خط نامحدود است سطح هرمی دارای دو بخش و در دو طرف S و نامحدود است.

چند ضلعی ABCDE قاعدهٔ هرم و S رأس آن و مثلث‌ها سطوح (رویه‌ها، وجوه) جانبی هستند. مجموعهٔ وجوه جانبی و قاعدهٔ

هرم را «سطح کل هرم» می‌نامند. خطوطی مانند SA را یال و فاصلهٔ رأس تا قاعده را «ارتفاع هرم» می‌گویند. نام هرم نیز از روی شکل قاعده معین می‌شود.^۱ هرم ممکن است قائم یا مایل باشد.

یادداشت ۱: هرگاه احجام یاد شده را با یک صفحه به موازات قاعدهٔ آنها برش دهیم، مقطع حاصل، شکلی مشابه یا مساوی قاعده خواهد بود. در شکل ۵-۱۰ این مطلب دیده می‌شود.

یادداشت ۲: هرمی را که موازی با قاعده آن بریده باشیم، «هرم ناقص» می‌نامند.



شکل ۵-۱۰

۴-۱۰ - چند وجهی‌های منتظم

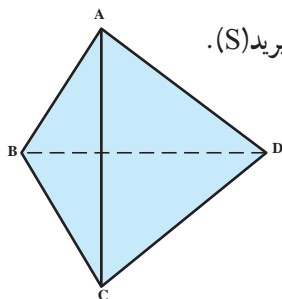
در هندسه ثابت می‌شود که فقط پنج جسم کوژ^۲ وجود دارد که از صفحات متساوی منتظم ساخته شده‌اند. این چندوجهی‌ها را به طور مختصر معرفی می‌کنیم.

۴-۱۰-۱ - چهار وجهی منتظم: این جسم از چهار مثلث متساوی الاضلاع تشکیل می‌شود (شکل ۶-۱۰). پس داریم:

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{CB} = \overline{CD} = \overline{BD}$$

روشن است که در یک چند وجهی منتظم همهٔ یال‌ها باید برابر باشند.

یادداشت: می‌توانید هریک از گوشه‌های A، B، C یا D را به عنوان رأس هرم در نظر بگیرید (S).



شکل ۶-۱۰ - چهار وجهی منتظم

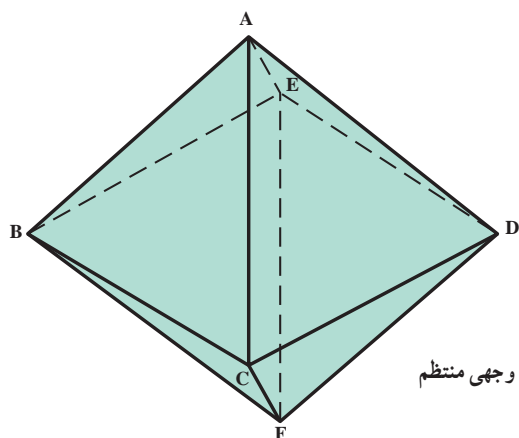
۱- اگر کف هرم یک چند ضلعی و ارتفاع هرم در مرکز قاعده عمود شود، هرم قائم است و با توجه به شکل کف می‌توان برای آن نام‌هایی چون، هرم (مثلث القاعده)، هرم

(مربع القاعده) و ... برگزید.

۲- کوژ = محدب، بدون گودی، برآمده

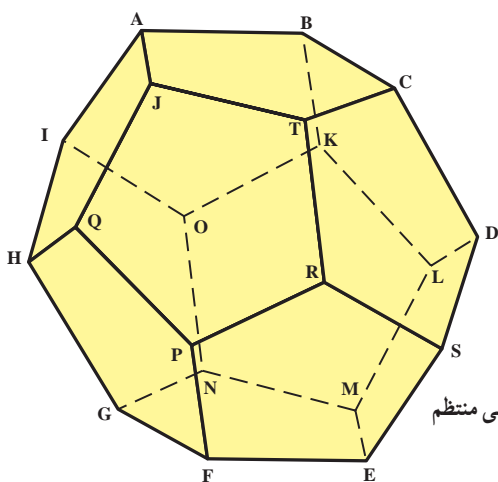
۲-۴-۱۰- شش وجهی منتظم یا مکعب : این جسم از ۶ مربع ساخته می شود که با آن آشنا هستید.

۳-۴-۱۰- هشت وجهی منتظم : این جسم از هشت مثلث متساوی الاضلاع ساخته می شود (شکل ۷-۱۰).
یادداشت- در اینجا هم، همه یال ها برابرند و می توان هر یک از گوشه ها را، نوک هشت وجهی دانست.



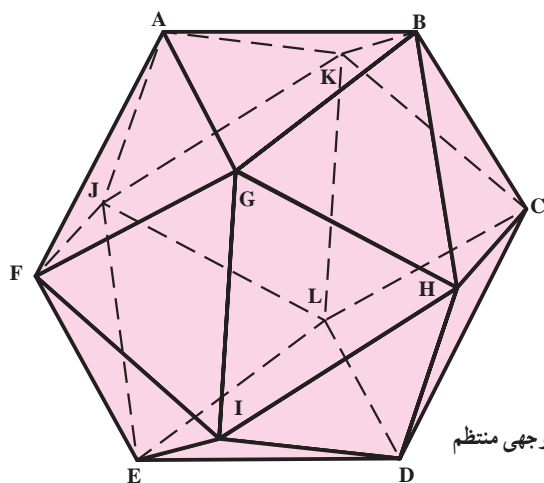
شکل ۷-۱۰ هشت وجهی منتظم

۴-۴-۱۰- دوازده وجهی منتظم : این جسم دارای ۱۲ رویه (وجه) می باشد. این سطوح همه پنج ضلعی های منتظم هستند (شکل ۸-۱۰).



شکل ۸-۱۰ دوازده وجهی منتظم

۵-۴-۱۰- بیست وجهی منتظم : این جسم نیز از بیست مثلث متساوی الاضلاع ساخته می شود (شکل ۹-۱۰).
چند وجهی های یاد شده به «چند وجهی های منتظم کوژ» یا «اجسام افلاطونی» معروف هستند و هر کدام می توانند در یک کره محاط شوند؛ یعنی «در یک کره قرار گیرند، به گونه ای که همه گوشه های آنها بر سطح کره واقع باشند».



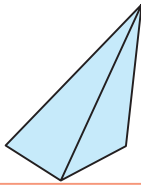
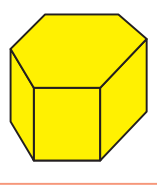
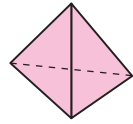
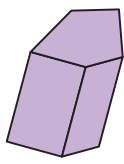

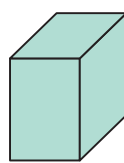

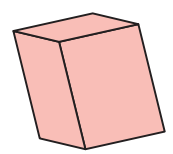
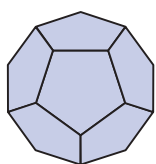
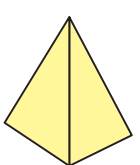
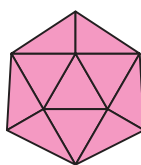
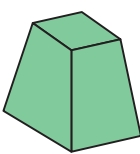
شکل ۹-۱۰ بیست وجهی منتظم

جدول ۱-۱۰ آگاهی هایی درباره چند وجهی های منتظم می دهد.

جدول ۱-۱۰- چندوجهی های منتظم کوز

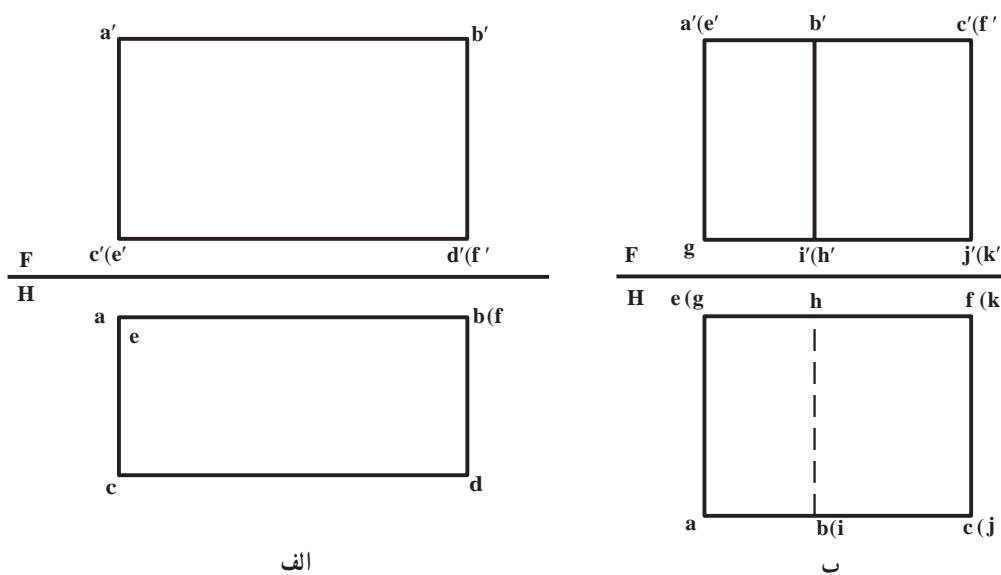
چند وجهی	عدۀ اضلاع هر وجه	عدۀ یال های منتهی به هر رأس	تعداد رأس های جسم	تعداد یال های جسم
چهار وجهی	۳	۳	۴	۶
مکعب	۴	۳	۸	۱۲
هشت وجهی	۳	۴	۶	۱۲
دوازده وجهی	۵	۳	۲۰	۳۰
بیست وجهی	۳	۵	۱۲	۳۰

در جدول ۲-۱۰، گروهی از احجام با سطوح تخت داده شده است.

نام	جسم	نام	جسم
هرم مایل		منشور قائم یال ها عمود بر قاعده	
چهار وجهی منتظم		منشور مایل	
مکعب یا شش وجهی منتظم		مکعب مستطیل	
هشت وجهی منتظم		متوازی السطوح	
دوازده وجهی منتظم		هرم	
بیست وجهی منتظم		هرم ناقص	

۵- ۱۰- نمایش جسم به روش ترسیمی

نظر به اینکه در تصویر ترسیمی هر نقطه نام ویژه‌ای دارد، از این رو همه گوشه‌های موجود در یک جسم نیز نام ویژه‌ای دارند. به دو نمونه داده شده در شکل ۱۰-۱۰ نگاه کنید :

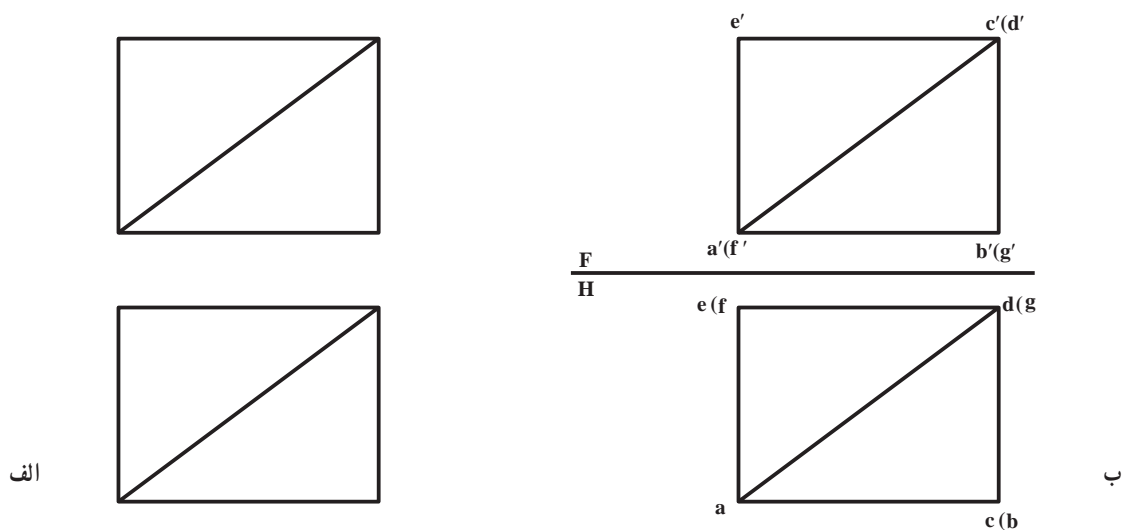


شکل ۱۰-۱۰

همان گونه که ملاحظه می‌شود، نامگذاری همه گوشه‌ها تا حدودی نقشه را شلوغ کرده است. این مسئله، به ویژه هنگامی به صورت یک مشکل درخواهد آمد که نقشه دارای جزئیات بسیار باشد.

۶- ۱۰- مقایسه تصویر ترسیمی و رسم فنی

در شکل ۱۰-۱۱ جسمی را به دو روش «ترسیمی» و «رسم فنی» رسم کرده‌ایم. آنچه در وهله نخست جلب توجه می‌کند، سادگی رسم تصاویر در رسم فنی، یعنی شکل الف ۱۰-۱۱ می‌باشد. برای همین سادگی است که طراحان ترجیح می‌دهند که تصاویر را به این روش رسم کنند.



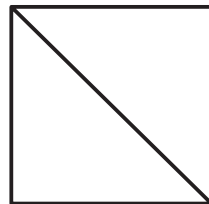
شکل ۱۰-۱۱

به طور خلاصه :

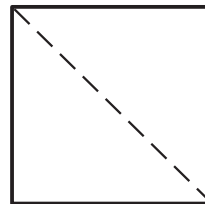
۱- تصویر رسم فنی ساده رسم می شود؛

۲- با توجه به حذف جزئیات، یعنی حروف و خط زمین، خواندن آن آسان تر است.

با این وجود، گاه تصاویر دوگانه برای معرفی جسم کافی نیستند؛ پس نیاز به نمای سوم هست. در مورد نمونه شکل الف ۱۰-۱۱ توجه کنید که برای تصویر سوم می توان جواب هایی مانند آنچه در شکل ۱۲-۱۰ آمده، تعیین کرد.



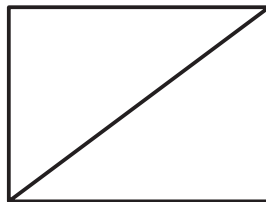
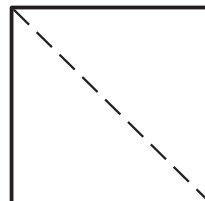
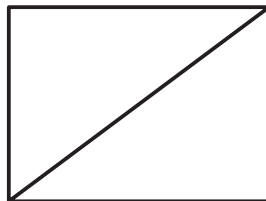
الف



ب

شکل ۱۰-۱۲

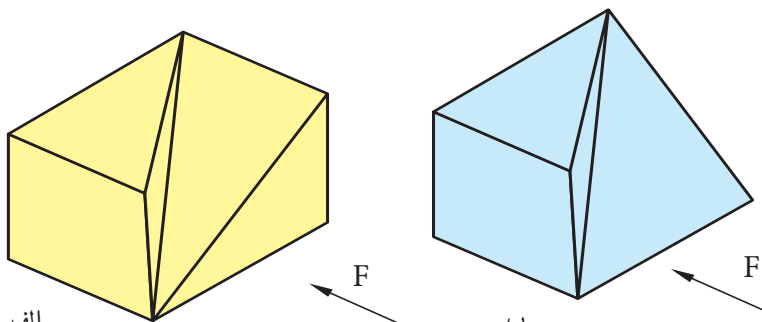
به این ترتیب، دیده می شود که دو تصویر رسم فنی گاهی همیشه گویا نیست و باید از سه تصویر یا حتی بیشتر استفاده کرد. برای نمونه، جسم مورد بحث حتی با سه تصویر هم کاملاً مشخص نخواهد شد (شکل ۱۳-۱۰).



شکل ۱۰-۱۳

ببینید که با وجود سه نما می توان جواب های مختلفی داشت (شکل ب و الف ۱۴-۱۰). بنابراین، در این جا چهار تصویر

ضروری خواهد بود.

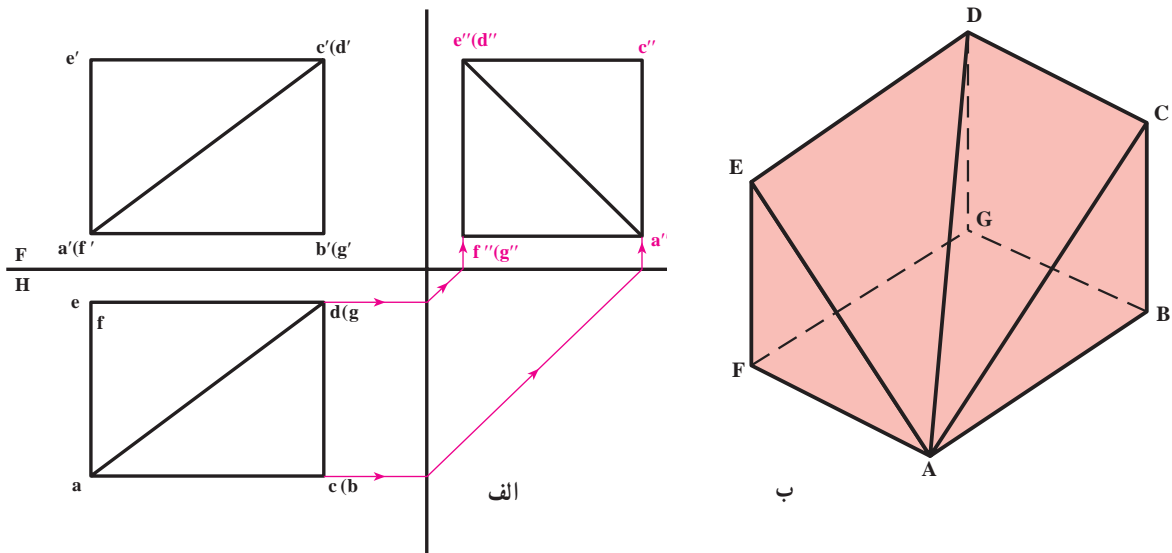


الف

ب

شکل ۱۰-۱۴

اکنون تصویر سوم را به روش ترسیمی به دست می‌آوریم (شکل ۱۵-۱۰).



شکل ۱۵-۱۰

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این مسئله، نمای سوم تنها یک جواب خواهد داشت که این به معنی توانا تر بودن دو تصویر برای نمایش جسم، به روش ترسیمی است؛ یعنی این تصاویر با قاطعیت شکل ب ۱۵-۱۴ را معرفی کرده است پس:

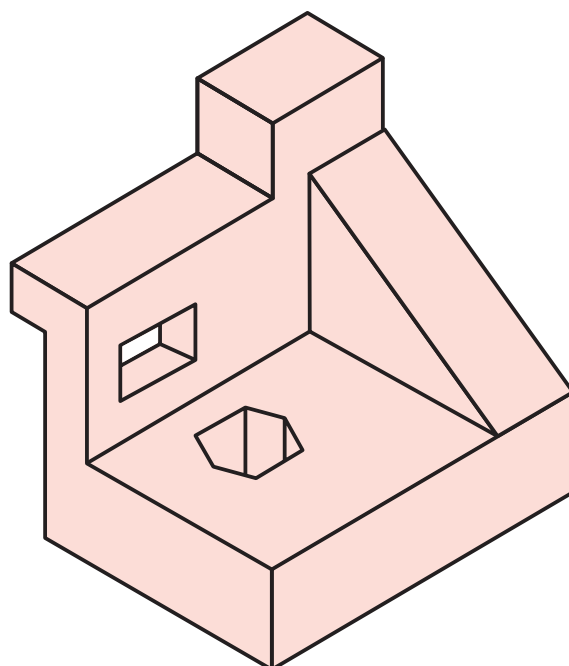
۱- در روش هندسه ترسیمی می‌توان جسم را با دو تصویر بهتر مشخص نمود (جسم دارای سطوح تخت).

۲- با نامگذاری نقاط، تصویر مجهول با اطمینان بیشتری به دست می‌آید.

چکیده:

در موارد عادی از تصاویر به صورت رسم فنی، یعنی «ساده شده ترسیمی» استفاده می‌کنیم و تنها در مواردی که به دست آوردن مجهول پیچیده و امکان اشتباه وجود داشته باشد از تصاویر به روش ترسیمی استفاده خواهد شد. چنان که در ادامه کتاب خواهیم دید.

- ۱- جسم را تعریف کنید.
- ۲- آیا می‌توان اجسام پیچیده را به اجزایی ساده‌تر تجزیه کرد؟
- ۳- اجزای جسم معرفی شده در شکل ۱۶-۱۰ را نام ببرید.



شکل ۱۶-۱۰

- ۴- آیا داشتن اطلاعاتی راجع به اجسام، برای هر صنعتگر ضروری است؟
- ۵- منشور را با رسم شکل دستی تعریف کنید.
- ۶- اجزای منشور چه نام دارد؟
- ۷- چه موقع منشور را «قائم» گویند؟
- ۸- هرم را با رسم شکل دستی تعریف کنید.
- ۹- هرم را چگونه نامگذاری می‌کنند؟
- ۱۰- برش منشور و هرم به موازات قاعده کدام ویژگی را دارد؟
- ۱۱- چندوجهی‌های منتظم را نام ببرید.
- ۱۲- هر یک از چندوجهی‌های منتظم را تعریف کنید.
- ۱۳- به طور کلی چه سطوحی در ساخت چندوجهی‌های منتظم کوژ مورد استفاده هستند؟
- ۱۴- جسم محیطی اجسام افلاطونی چه می‌تواند باشد؟
- ۱۵- عده اضلاع، یال‌های منتهی به گوشه، تعداد گوشه و تعداد یال‌های یک بیست وجهی را از جدول استخراج و بنویسید.
- ۱۶- نام احجام مهم هندسی را از جدول در آورید و یادداشت کنید.

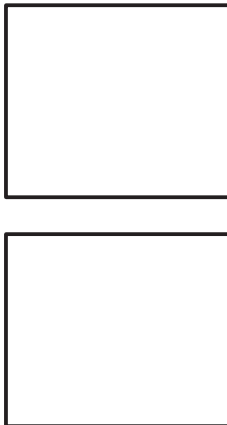
- ۱۷- یک جسم انتخابی را به روش‌های رسم فنی و نیز ترسیمی نمایش دهید.
- ۱۸- دو شکلی را که رسم کرده‌اید از نظر روش بیان جزئیات، با یکدیگر مقایسه کنید.
- ۱۹- آیا تصاویر دوگانه همیشه برای نمایش اجسام تخت کافی است؟
- ۲۰- مزایای نمایش قطعه به روش رسم فنی چیست؟

۲۱- معایب روش رسم فنی چیست؟

۲۲- مزایای روش ترسیمی چیست؟

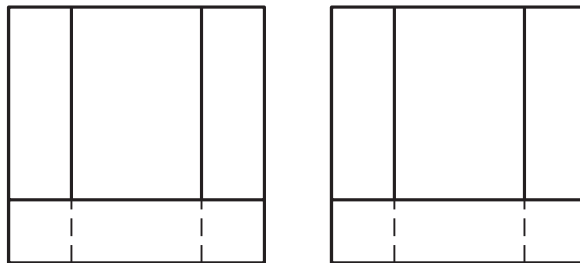
اجسام زیر به صورت رسم فنی معرفی شده‌اند، هنرجویان ابتدا مطابق خواسته‌ها کار می‌کنند، سپس اشکال توسط استاد محترم نام‌گذاری و تبدیل به روش ترسیمی می‌شود که دوباره هنرجویان پاسخ را تعیین می‌کنند که در نهایت مقایسه انجام خواهد شد.

۲۳- با توجه به دو نمای رسم شده، نمای سوم را معین کنید. برای مسئله چند پاسخ به دست می‌آورد؟ (شکل ۱۷-۱۰).

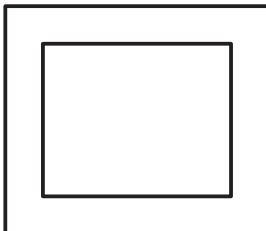


شکل ۱۷-۱۰

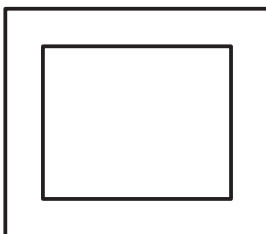
۲۴- با توجه به دو نمای داده شده، حداقل چهار جواب برای نمای سوم معین کنید (شکل ۱۸-۱۰).



شکل ۱۸-۱۰



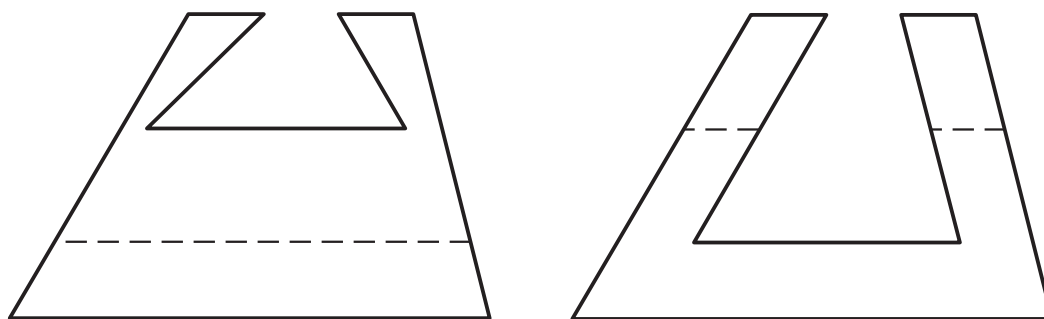
۲۵- در شکل روبه‌رو دو نما از قطعه‌ای داده شده است که نمای سوم آن پاسخ‌های گوناگونی دارد. شما دو جواب را که از سطوح تخت تشکیل می‌شوند به دست آورید، مقیاس ترسیم ۲:۱ (شکل ۱۹-۱۰).



شکل ۱۹-۱۰

برای مطالعه

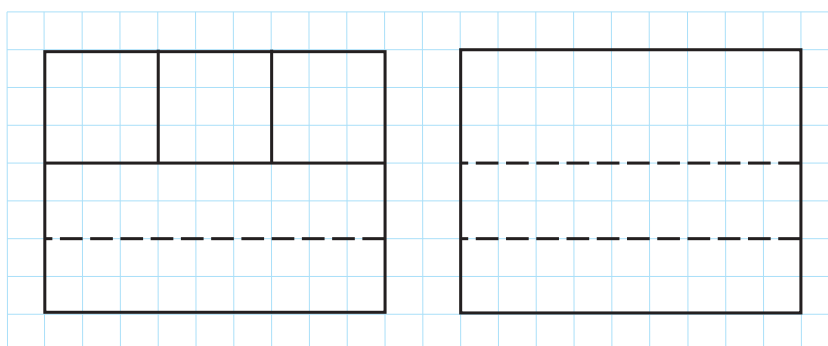
۱- با توجه به تصاویر داده شده بگویید بدنه اصلی این جسم چه نوع حجمی است؟ سپس تصویر افقی را معین کنید مقیاس ترسیم ۱: ۲ (شکل ۲۰-۱۰). آیا می‌توانید با تشکیل یک جدول انواع و تعداد خطوط و سطوح موجود در این جسم را شناسایی کنید؟



شکل ۲۰-۱۰

۲- آیا می‌توانید با قاطعیت بگویید که دو نمای بالا، دقیقاً جسم را معرفی کرده‌اند؟ در صورتی که پاسخ شما آری است، این نقشه را با نقشه شکل ۱۸-۱۰ مقایسه کنید و دلیلی برای پاسخ‌های گوناگون آن و تک پاسخ بودن این بگویید.

۳- برای نقشه داده شده می‌توانید چند نمای افقی به دست آورید. اگر گوشه‌ها را نام‌گذاری کنیم، آیا باز هم نماهای افقی گوناگون خواهیم داشت؟



شکل ۲۱-۱۰



مسجد جامع زاگرب

برخورد یک خط یا یک صفحه را با جسم، فصل مشترک نامند.

بررسی برخورد خط، صفحه با جسم

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

- ۱- با انتخاب نقطه‌ای از یک جسم «در یک نمای دلخواه»، تصاویر دیگر آن را معین کند.
- ۲- نقاط برخورد یک خط، «ورود و خروج آن را» با یک جسم معین کند.
- ۳- برخورد خط و جسم را دید و ندید نماید.
- ۴- برخورد یک صفحه و یک جسم را معین کند.
- ۵- برخورد صفحه و جسم را دید و ندید نماید.
- ۶- اندازه حقیقی مقطع را معین کند.

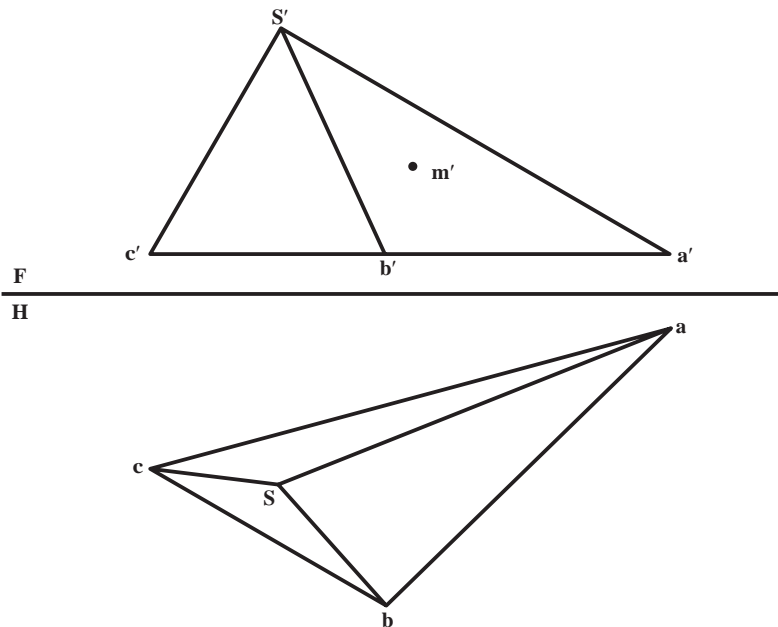
۱۱-۱ - مقدمه

در این فصل با در نظر گرفتن جسم به عنوان اصل مطلب، وضعیت نقطه، خط و صفحه را با آن مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱۱-۲ - تعیین تصاویر نقطه

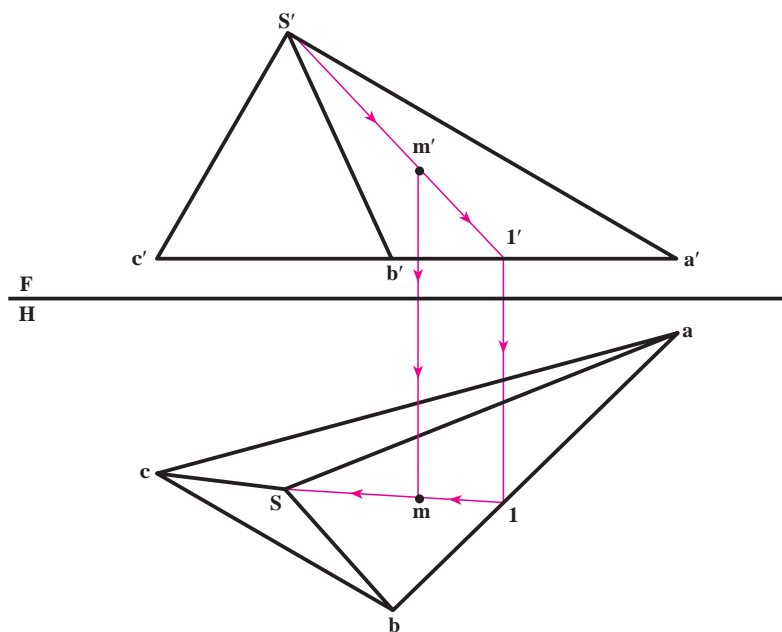
همان‌گونه که می‌دانید هر جسم مثل منشور یا هرم در حقیقت از تعدادی صفحه تشکیل می‌شود که اگر نقطه‌ای را روی سطح آن در نظر بگیریم، در حقیقت این نقطه روی یک صفحه قرار دارد؛ چنان که پیش از این نیز دیده‌ایم که چگونه نقطه واقع بر یک صفحه در تصاویر دیگر معین می‌شود.

نمونه : دو نمای جسمی معین است و تصویر روبه‌روی نقطه‌ای از آن واقع بر سطح SAB در دست است، هدف تعیین نمای افقی آن، یعنی m است (شکل ۱-۱۱).



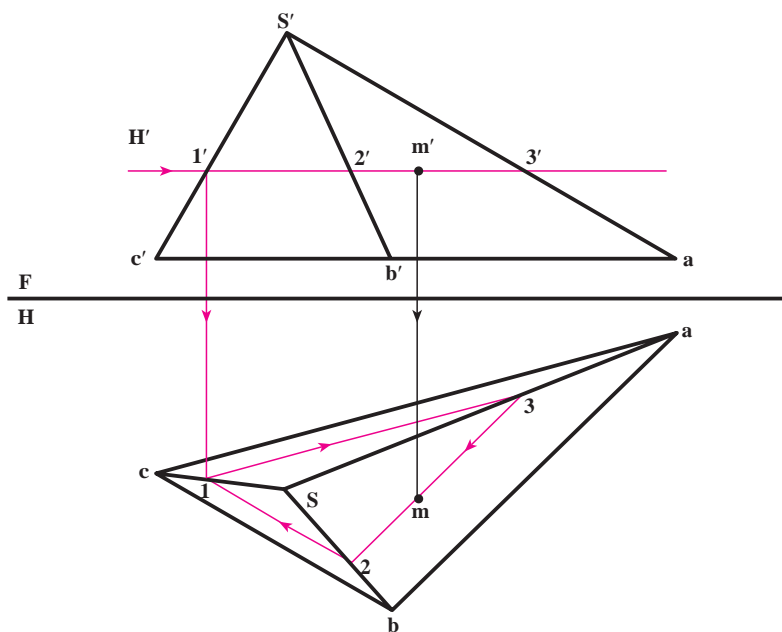
شکل ۱-۱۱

۱-۲-۱- روش اول: همان گونه که می دانید یک روش تعیین نقطه استفاده از خط کمکی است که پیشتر گفته شد. با این حال یادآوری می شود که مطابق شکل ۱۱-۲ می توان خطی را از صفحه SAB مانند $s'l'$ ، که بر m' می گذرد، در نظر گرفت. آنگاه نمای افقی آن یعنی sl را به دست آورد و سپس به کمک رابط، m را پیدا کرد.



شکل ۱۱-۲

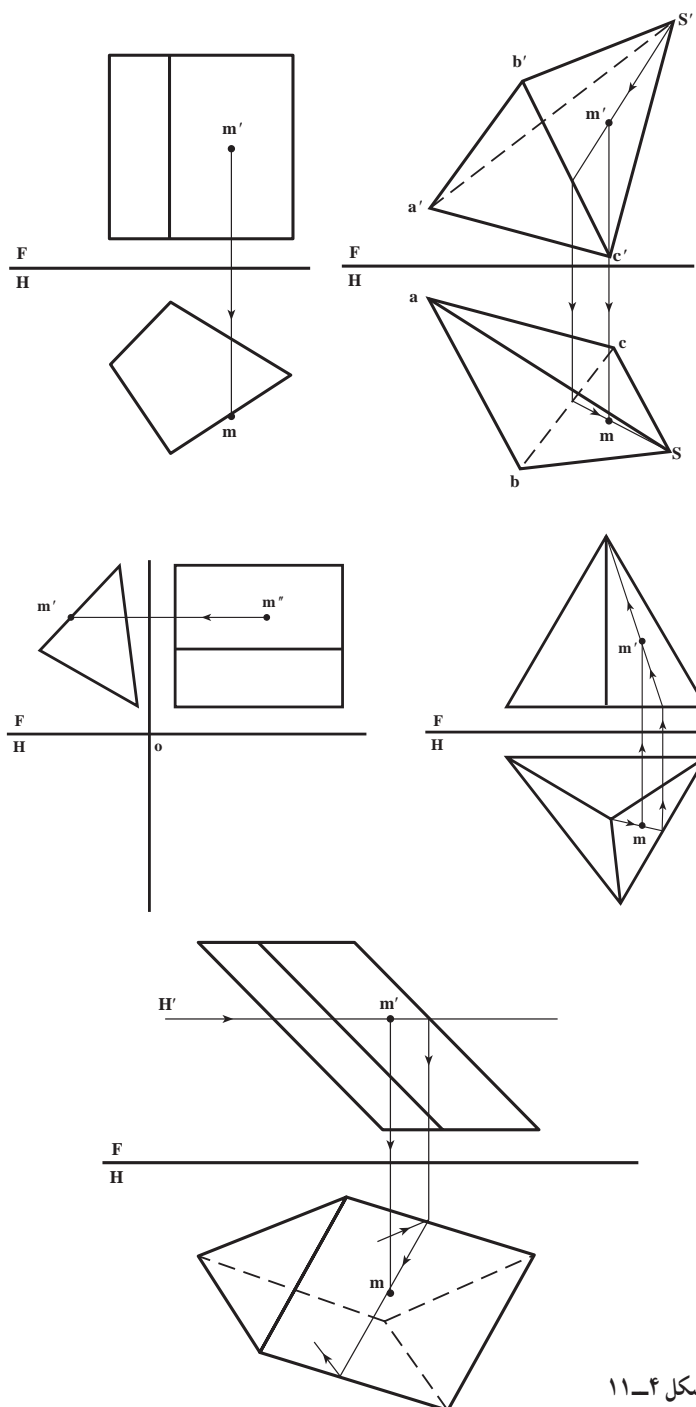
۱-۲-۲- روش دوم: در این مورد روش ساده دیگری موجود است که آن را «روش صفحه کمکی» می نامیم. بر طبق این روش نیاز هست که جسم را با یک صفحه فرضی برش دهیم به گونه ای که این صفحه از m' بگذرد. پس از این کار، در نمای افقی اثر این برش را تعیین و m را پیدا می کنیم (شکل ۱۱-۳).



شکل ۱۱-۳

چکیده :

– چون کف جسم یک سطح افقی است، برای برش از صفحه‌ای افقی به نام H' و به موازات کف استفاده کردیم.
 – همان گونه که می‌دانید اگر جسمی به موازات قاعده‌اش بریده شود، شکل مقطع با قاعده مشابه می‌باشد؛ پس کافی است با تعیین نقطه‌ای مانند 1 و انتقال آن به تصویر افقی، مثلث ۳ و ۲ و ۱ را رسم و در نتیجه m را تعیین کنیم. (شکل ۳-۱۱)
 نمونه : در شکل ۴-۱۱، نماهای اجسامی داده شده و هم چنین تصاویر مجهول نقطه‌های واقع بر آن‌ها مشخص شده است. آیا می‌توانید در هر مورد چگونگی تعیین تصویر مجهول را توضیح دهید؟

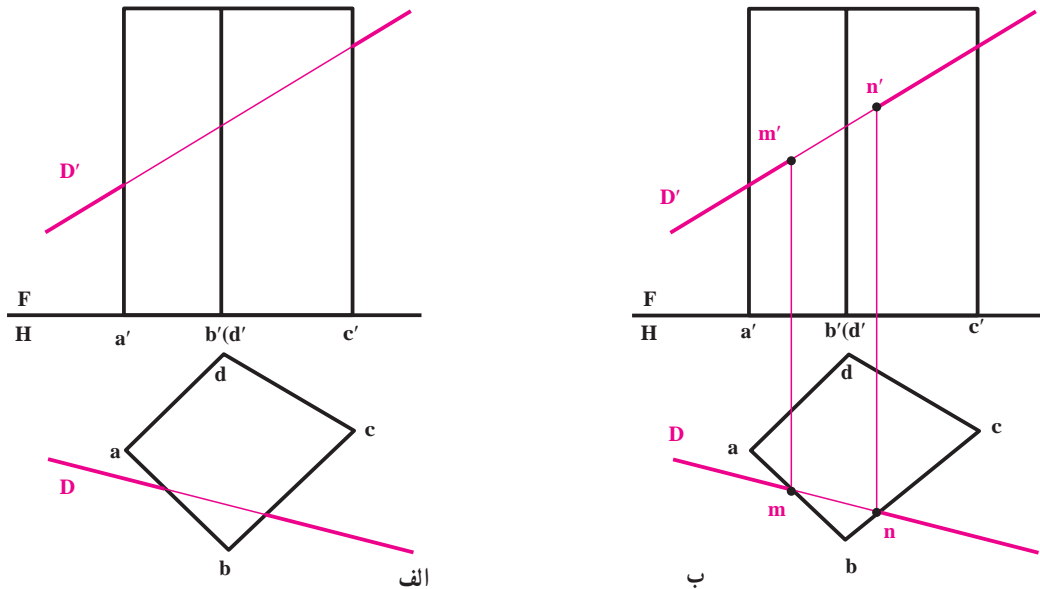


شکل ۴-۱۱

۱۱-۳ - برخورد خط و جسم

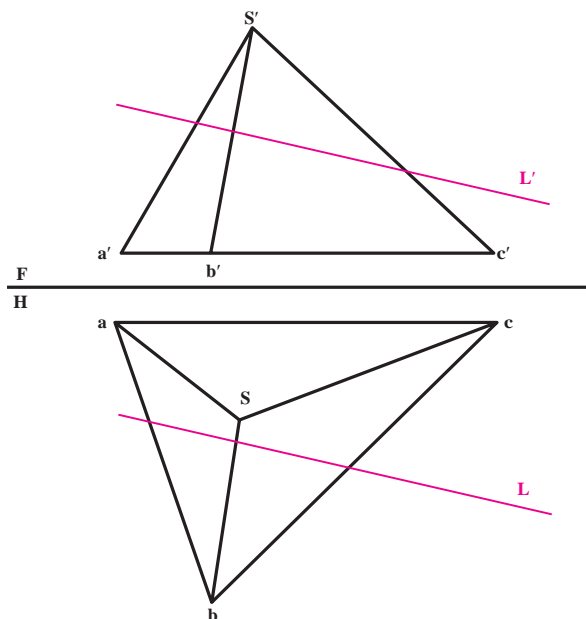
هر خط می تواند در دو نقطه با یک جسم برخورد کند. به عبارت دیگر، از یک نقطه وارد و از نقطه دیگر خارج شود. به شکل الف ۱۱-۵ نگاه کنید.

در این شکل منشوری که وجوه جانبی آن صفحات قائم هستند معرفی شده که یک خط DD' با آن برخورد کرده است. مطابق شکل ب ۱۱-۵ نقاط ورود و خروج در تصویر افقی n و m و در نمای روبه رو m' و n' خواهد بود.



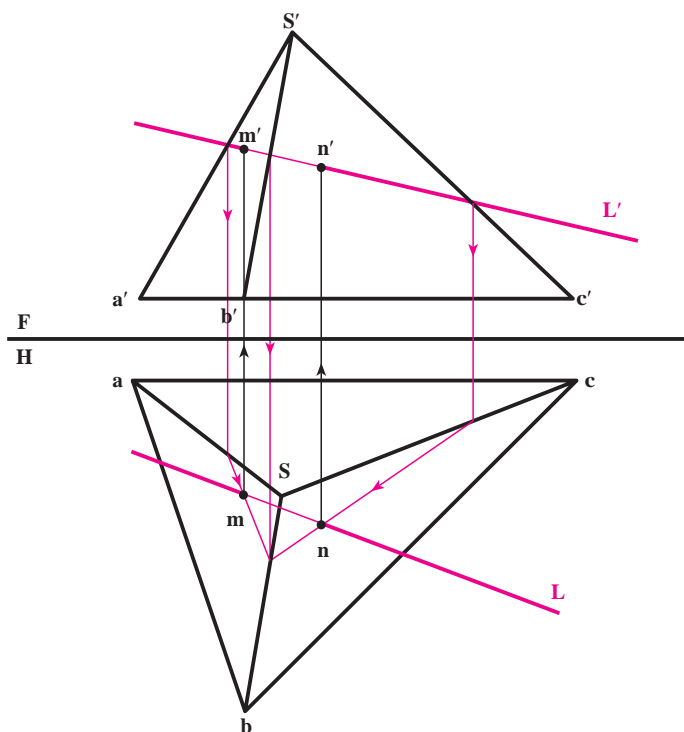
شکل ۱۱-۵

در شکل ۱۱-۶ یک هرم و یک خط LL' نشان داده شده است. نقاط برخورد را به دو روش می توان معین نمود:



شکل ۱۱-۶

۱-۳-۱۱- روش اول - روش خط کمکی : در این روش از خط کمکی استفاده می شود؛ به این ترتیب که ابتدا برخورد خط با صفحه SAB و سپس با صفحه SBC معین می شود. شکل ۱۱-۷ نتیجه را که همان نقاط M و N هستند نشان می دهد.



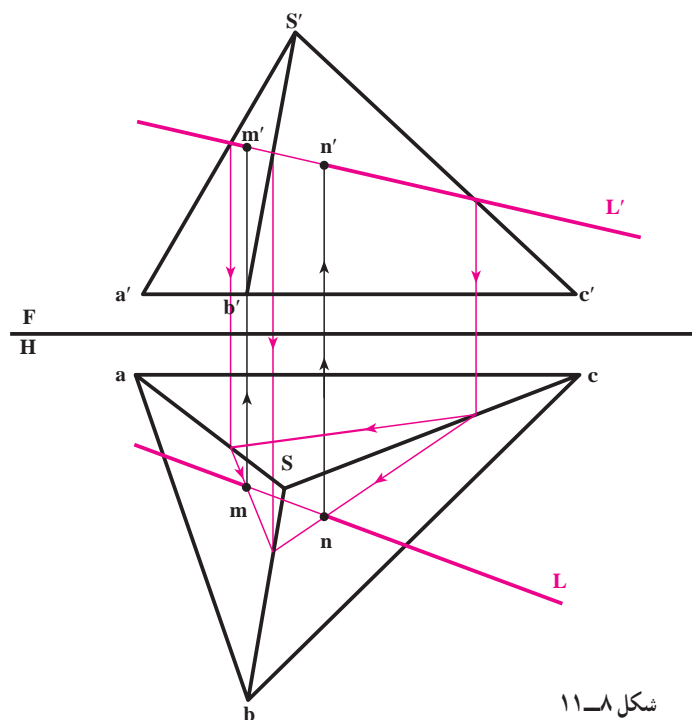
شکل ۱۱-۷

چکیده :

با فرض L' در صفحه SAB نقطه M و با فرض آن در صفحه SBC نقطه N را معین کردیم.

۱-۳-۱۱-۲ روش دوم - روش صفحه کمکی :

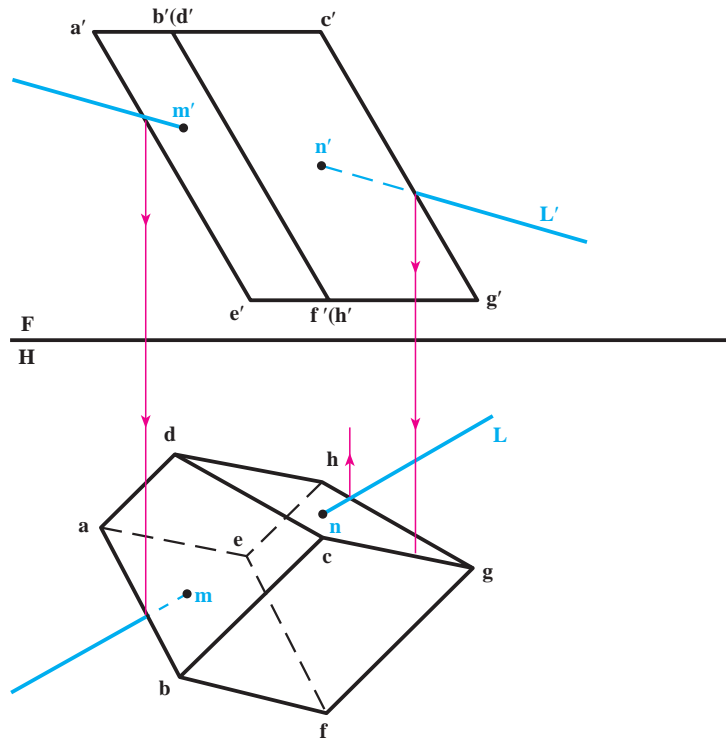
در این صورت می توان یک صفحه منتصب گذرنده بر L' در نظر گرفت و آن گاه مقطع آن را با جسم تعیین نمود. این مقطع یک مثلث خواهد بود که از برخورد اضلاع این مثلث با L ، m و n معین می شود (شکل ۱۱-۸). همچنین می توان با در نظر گرفتن صفحه کمکی قائم و شروع از تصویر افقی مسئله را حل کرد.



شکل ۱۱-۸

۴-۱۱- دید و ندید

هنگامی که یک خط با یک جسم برخورد می‌کند ممکن است پیش از ورود و پس از خروج در تصاویر افقی و روبه‌رو دیده شود؛ مانند LL' در شکل ۸-۱۱. همچنین ممکن است به علت واقع شدن بخشی از خط در پشت برخی از صفحات تشکیل دهنده جسم، قسمتی از خط ندید باشد^۱. به شکل ۹-۱۱ توجه کنید.



شکل ۹-۱۱

پس از تحقیق در مورد تقاطع LL' با منشور، نقاط M و N واقع بر صفحات $ABFE$ و $CDHG$ تعیین می‌شود. از پاره خط MN که در داخل جسم واقع می‌شود، صرف نظر می‌کنیم و تنها بخش‌هایی از خط که بیرون از محدوده جسم است، مورد نظر خواهد بود. اکنون از نقطه تقاطع ظاهری خط با $a'e'$ رابط می‌کنیم، چون دیده می‌شود که بعد خط بیشتر است، بخش سمت چپ m در تصویر روبه‌رو دید خواهد بود. با همین بررسی، در مورد نقطه ظاهری برخورد خط با $c'g'$ ، به نتیجه می‌رسیم که قسمت سمت راست n' ندید است.

اگر این بررسی برای نقطه تقاطع ظاهری خط در تصویر افقی با خطوط hg و ab هم انجام شود بخش‌های دید و ندید خط در تصویر افقی هم معین می‌شود. در این جا مشاهده می‌شود که از n به طرف راست دید و از m به طرف چپ ندید است.

۵-۱۱- برخورد صفحه با جسم

نظر به این که صفحه را می‌توان به صورت‌های مختلف در نظر گرفت، مسئله شکل‌های گوناگونی خواهد داشت. برای تعیین برش جسم با یک صفحه روش کار به این ترتیب خواهد بود:

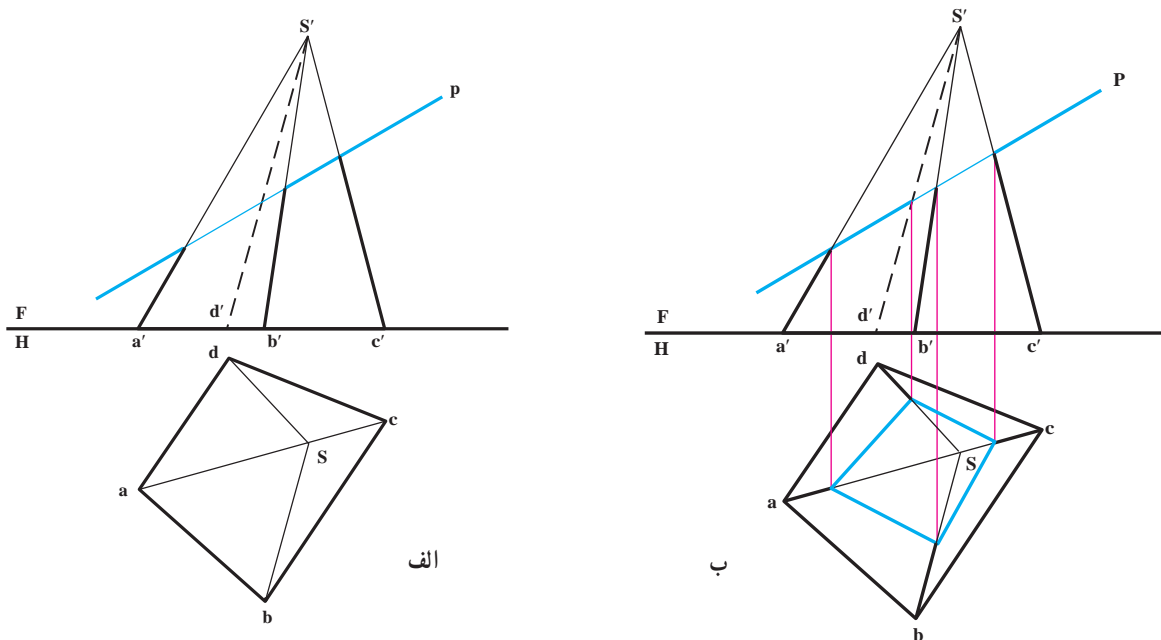
– ابتدا نقاط برخورد همه یال‌های جسم را با صفحه، در صورت وجود برخورد، تعیین می‌کنیم؛

۱- توجه کنید که در مورد برخورد یک خط به تنهایی با یک جسم، بخشی از خط که داخل جسم است مورد توجه نیست.

– سپس نقاط برخورد خطوط تشکیل دهنده صفحه را با صفحات جسم معین می‌نماییم.

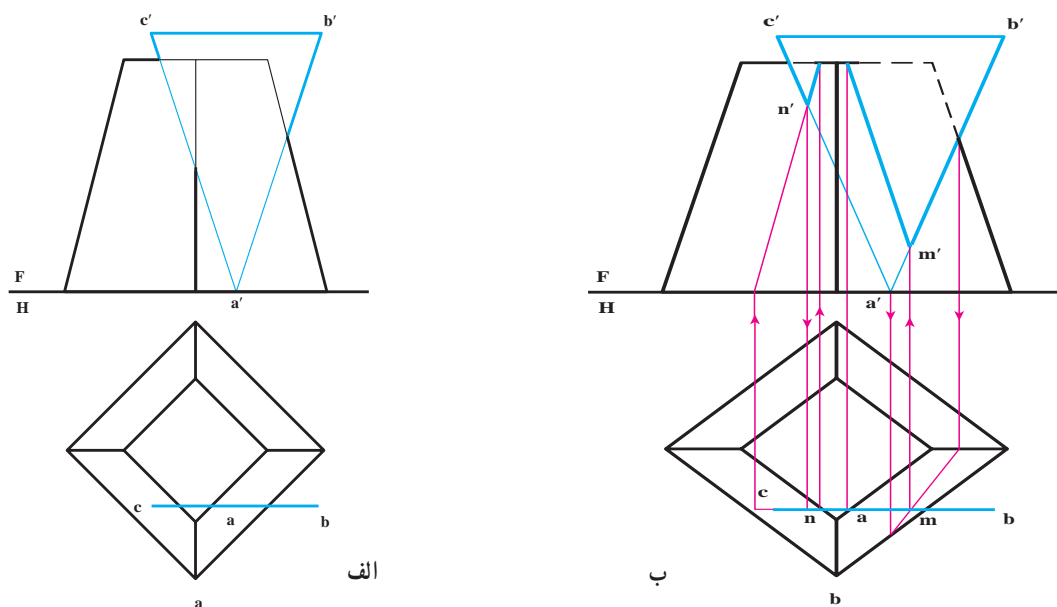
۶-۱۱ – حالات خاص برخورد صفحه و جسم

در شکل الف ۱۰-۱۱ یک هرم با یک صفحه منتصب برخورد کرده است. (صفحه منتصب نامحدود) برخورد به سادگی و فقط به کمک خطوط رابط به دست می‌آید. در این جا توجه کنید که به علت نامحدود بودن صفحه، تنها تعیین برخورد پال‌های جسم با صفحه برای تعیین مقطع کافی است (شکل ب ۱۰-۱۱)



شکل ۱۰-۱۱

در نمونه‌ای دیگر، یک هرم ناقص با یک صفحه سه گوش جبهی برخورد می‌کند. (شکل الف ۱۱-۱۱)



شکل ۱۱-۱۱

چکیده :

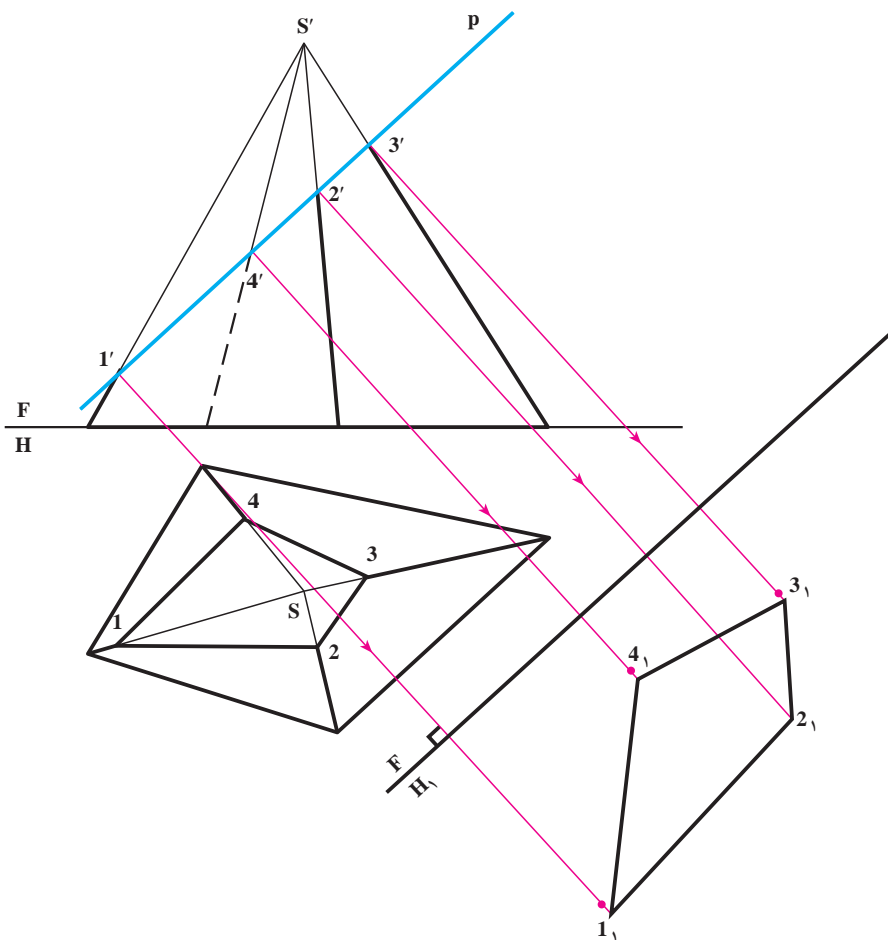
- با شروع از تصویر روبه‌رو، برخورد AB را با سطح جانبی هرم به صورت mm' معین کردیم؛
- با شروع از تصویر افقی، برخورد CA با هرم، به صورت nn' را به دست آوردیم؛
- نقاط برخورد اضلاع قاعده بالایی هرم با مثلث نیز بسادگی به دست می‌آید؛
- با ترسیم خطوط حاصل از برخورد و ندید رسم کردن آنچه پشت ABC در تصویر روبه‌رو هست، حل کامل می‌شود.

۷-۱۱ - اندازه حقیقی سطوح برش خورده

مقطعی که توسط صفحه، از جسم پدید می‌آید دو حالت دارد :

- جزء صفحات خاص است که در حالات منتصب، قائم و مواجه با یک تغییر صفحه اندازه حقیقی معین می‌شود؛
- مقطع صفحه‌ای غیر خاص است که در آن صورت دو تغییر صفحه برای نمایش اندازه حقیقی لازم است (که اکنون وارد آن بحث نمی‌شویم).

برای حالت نخست، مسئله حل شده‌ای شبیه شکل ۱۱-۱۰ را در نظر می‌گیریم، آنگاه با یک تغییر صفحه افقی اندازه حقیقی آن را معین می‌کنیم؛ باید گفته شود که تعیین اندازه حقیقی مقطع در بسیاری موارد، مانند ساخت جسم از ورق، لازم است (شکل ۱۱-۱۲).

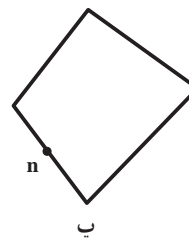
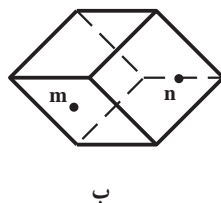
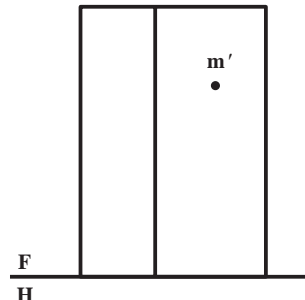
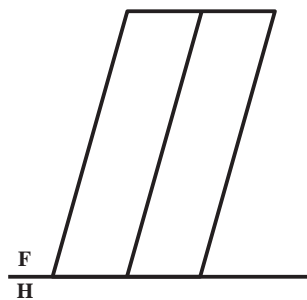
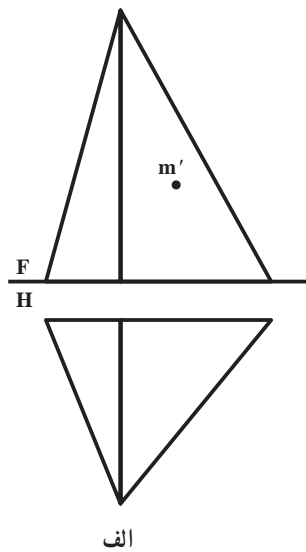


شکل ۱۱-۱۲

۱- برای تعیین یک نقطه واقع بر سطح جسم در تصاویر دیگر، چه روش‌هایی می‌شناسید؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.

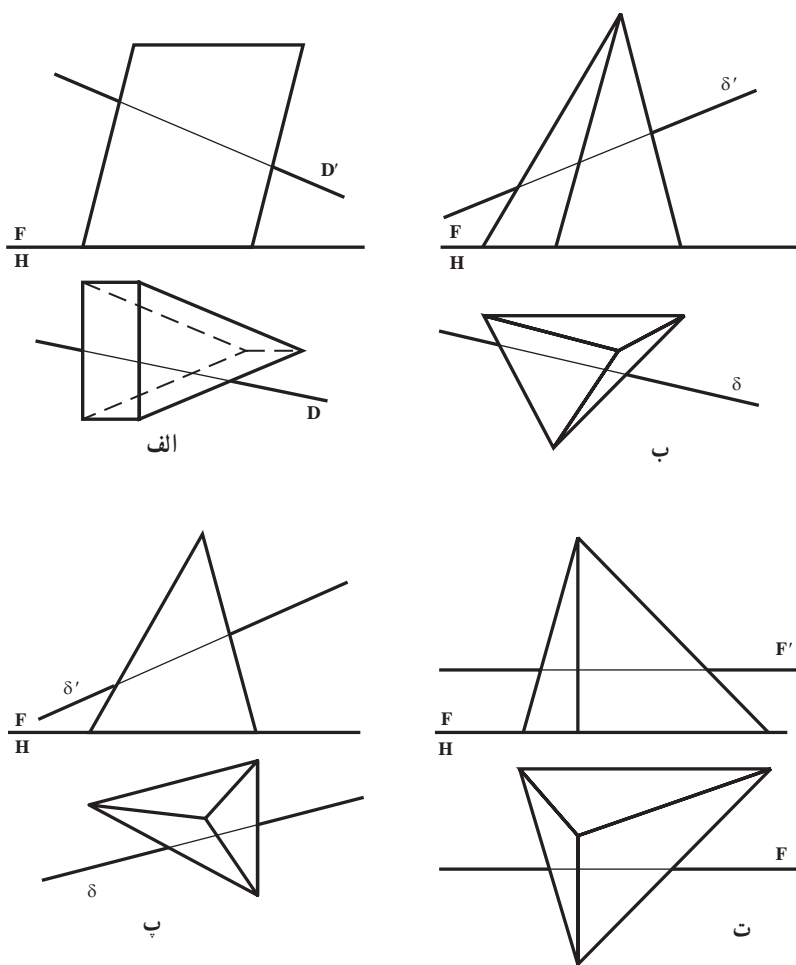
۲- برای تعیین نقطه برخورد خط با جسم چه روش‌هایی می‌شناسید؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.

۳- در شکل ۱۱-۱۳ الف تا پ یک یا دو نقطه واقع بر سطح یک جسم در یک تصویر داده شده است. تصویر دیگر نقطه را معین کنید. همچنین در تعداد پاسخ‌های ممکن بحث کنید. (در صورت نیاز، نام‌گذاری گوشه‌ها را خود انجام دهید)



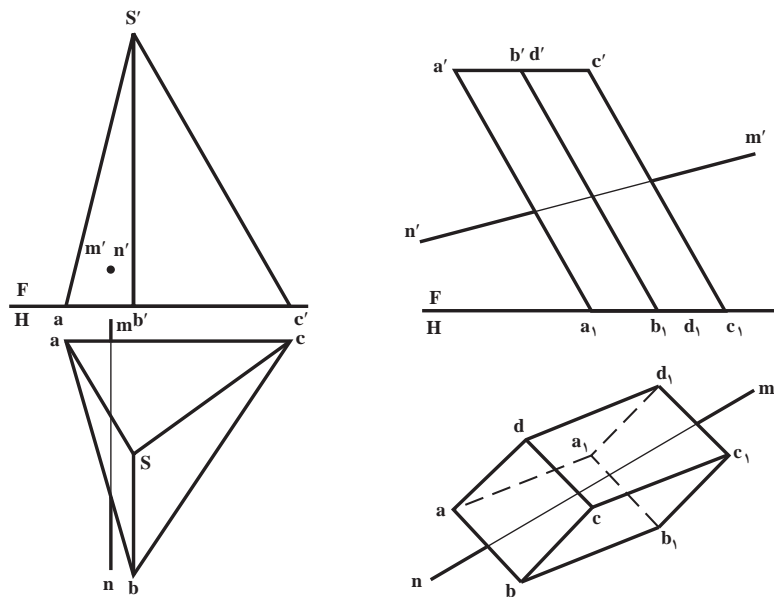
شکل ۱۱-۱۳

۴- در شکل ۱۴-۱۱ الف تا ت نقاط برخورد خط را با جسم معین و دید و ندید کنید.



شکل ۱۴-۱۱

۵- نقاط برخورد خط MN را با هرم و منشور معین کنید (شکل ۱۵-۱۱).

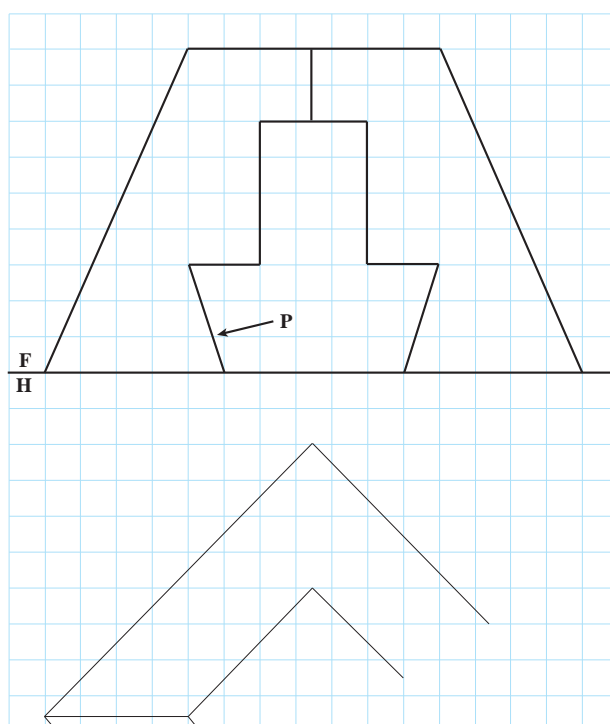
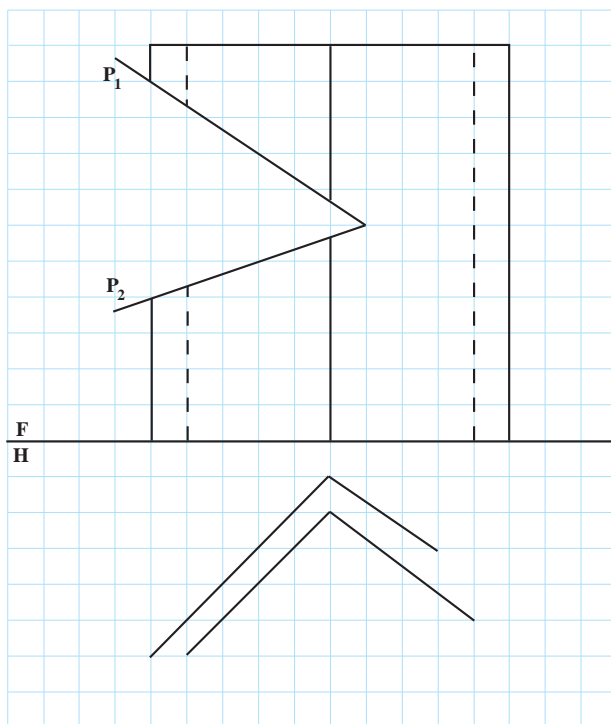
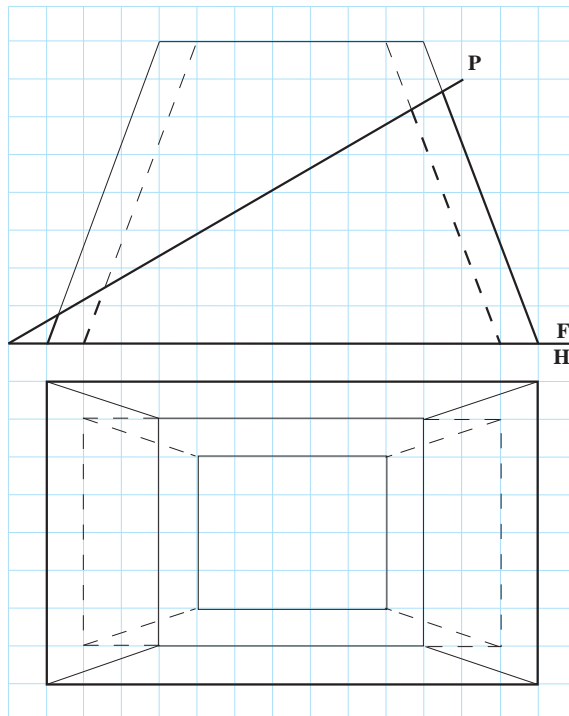
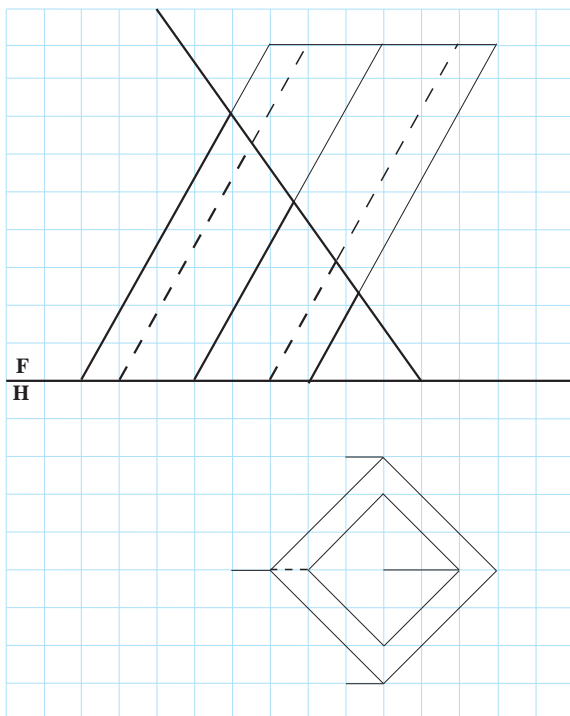


شکل ۱۵-۱۱

۶- شکل ۱۱-۱۱ را با مقیاس ۲:۱ دوباره ترسیم کنید.

۷- شکل ۱۱-۱۲ را دوباره با مقیاس ۲:۱ رسم و مساحت مقطع p را تعیین کنید (به mm^2).

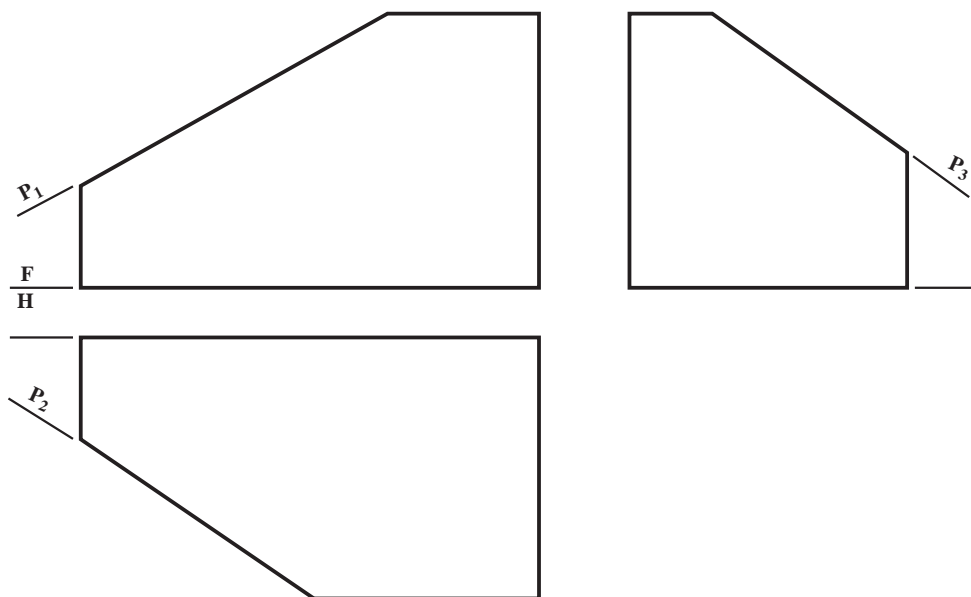
۸- با در نظر گرفتن هر خانه برابر 1° ، دو نمای کامل بکشید و در هر مورد، اندازه حقیقی برش با صفحه را به دست آورید. در هر چهار نمونه، نمای روبه‌رو کامل است (شکل ۱۱-۱۶).



شکل ۱۱-۱۶

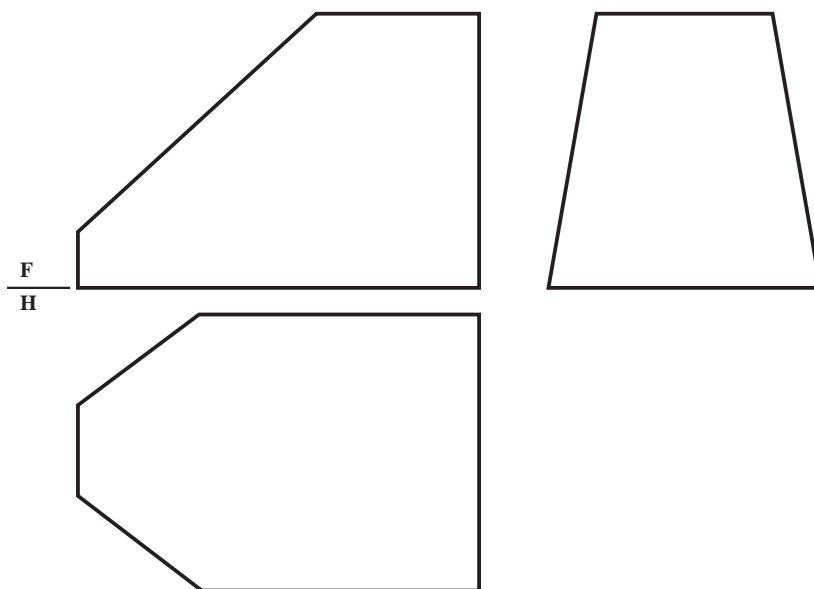
برای مطالعه

۱- منشور داده شده در شکل ۱۱-۱۷ با سه صفحه منتصب P_1 و قائم P_2 و مواجه P_3 بریده شده است. سه نما را کامل کنید. آیا پیش از ترسیم می‌توانید بگویید بین سه صفحه یاد شده چه اتفاقی خواهد افتاد؟ مقیاس ترسیم ۲: ۱



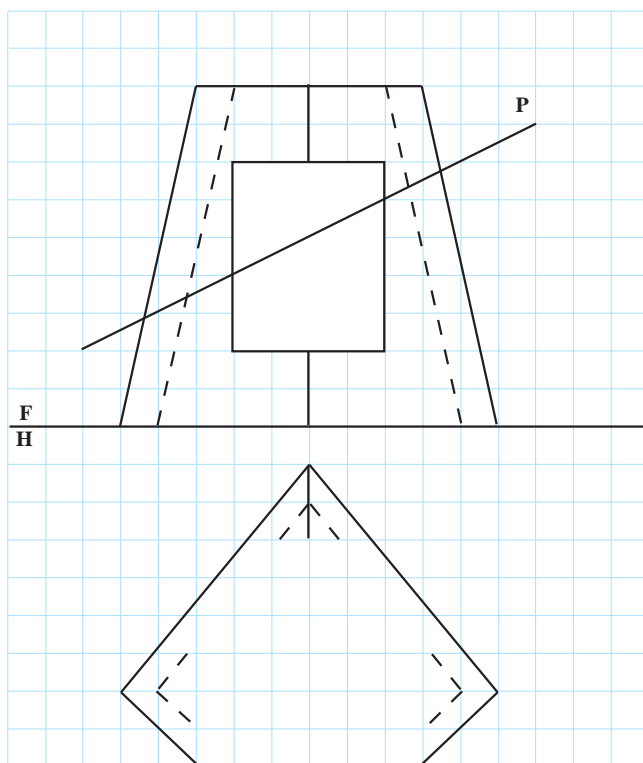
شکل ۱۱-۱۷

۲- پس از ترسیم شکل ۱۱-۱۸، سه نما را کامل کنید (مقیاس ۲: ۱).
راهنمایی: جسم نخستین یک مکعب مستطیل بوده است که با ۵ صفحه بریده شده است.



شکل ۱۱-۱۸

۳- پس از تهیه یک کپی از روی نقشه زیر، بر روی کاغذ A_4 ، نمایی از بالا را کامل کنید و اندازه حقیقی برش با صفحه منتصب P را به دست آورید. نمای روبه‌رو کامل است



شکل ۱۹-۱۱



نمایی از عمارت عالی قاپو در اصفهان

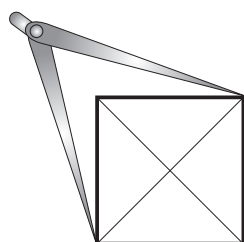
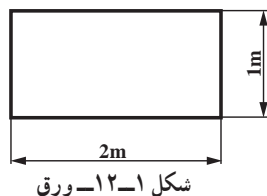
پدیده‌های تاریخی ماندگار، زاینده اندیشه‌های برتر است.

کاربرد هندسه ایرانی اسلامی در صنعت

۱-۱۲- مقدمه

هندسه را در ابعاد مختلفی می‌توان بررسی کرد و مورد استفاده قرار داد. از آنجایی که فردی با دانش فنی باید بتواند در موارد لازم بهتر فکر کند و برای حل مسایل خود بهتر تصمیم بگیرد و به سخن دیگر می‌توان گفت پدیده‌های تاریخی ماندگار، زاینده اندیشه‌های برتر است، بنابراین نیاز مبرم به تکمیل اطلاعات پایه‌ای خود خواهد داشت^۱. یکی از این پیش‌آگهی‌ها، ترسیم‌های هندسی است که با بخشی از آن در نقشه‌کشی آشنا شدید و اینک بخش تکمیلی آن را بررسی می‌کنیم. در اینجا نظر به اینکه در میان آثار و تألیفات دانشمندان بزرگ ایرانی، منابع عظیمی از اطلاعات علمی و فنی وجود دارد، این فصل را از تألیف ارزشمند ابوالوفا بوزجانی انتخاب کردیم^۲. این برداشت به دلیل نیاز ما به آن در فصل‌های آینده است و نتیجه آن ساده‌تر شدن انجام کار ما خواهد بود. البته لازم به یادآوری است که بسیاری از این نکته‌ها تاکنون در هیچ کتابی مطرح نشده و تازه هستند. ما تنها تغییری که در متن اصلی می‌دهیم استفاده از حروف لاتین به جای حروف فارسی است. متن اصلی رانیز ساده‌تر می‌نویسیم.

در مباحث آینده، دقت ترسیمی حرف اول را می‌زند، دلیل آن هم آن است که ساخت باید براساس ترسیم دقیق انجام شود. برای نمونه احجام مانند منشور، هرم، استوانه، مخروط و ... در زمان رسم نقشه، با ابزارهایی مانند گونیا و تی کشیده می‌شوند، اما در هنگام ساخت آنها، از طرفی دقت گونیا یا نقاله برای ترسیم شکل اولیه، کافی نیست، زیرا به هر حال آنها خیلی دقیق نیستند، و از سوی دیگر در مقیاس بزرگ، پاسخگو نیستند، اما روش‌های ترسیمی کاملاً قانع‌کننده خواهند بود.



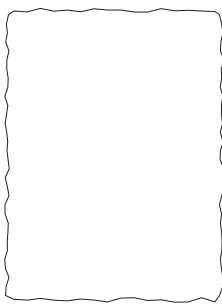
فرض کنید هدف ساختن یک مکعب است. پس نیاز هست که نخست یک مربع دقیق بر روی ورق فلزی رسم شود. این مربع را چگونه رسم می‌کنید که دقت آن مورد تأیید باشد؟

دقت یک مربع کی مورد تأیید خواهد بود؟ اگر مربع رسم شده باشد، می‌توانید با پرگار^۳ دو قطر آن را کنترل کنید. اگر دقیقاً دو قطر یکی باشد، مربع دقیق است. این کار برای مستطیل هم قابل اجرا خواهد بود. یک مسئله، فرض کنید ورقی به شکل نامشخص

۱- از طرف دیگر بایستی ورزش‌های فکری لازم را برای تقویت ذهن خود داشته باشد.

۲- ابوالوفا بوزجانی دانشمند بزرگ ایرانی در ۱۱۰۰ سال پیش کتاب «کاربرد هندسه در عمل» را تألیف کرد. این کتاب ابزار دست صنعتگران و معماران بوده و هم‌اکنون در کارهای مهندسی و معماری به صورت‌های گوناگون متداول است: ابوالوفا در این کتاب افزون بر طرح مسایل مورد نیاز، معماهای ترسیمی جالبی را مطرح می‌کند که زیاد هم دور از کاربرد نیستند. برداشت کنونی ما از کتاب هندسه ایرانی (کاربرد هندسه در عمل) به کوشش آقای علی‌رضا جذبی است.

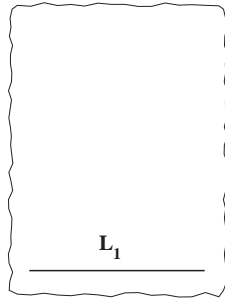
۳- برای کارهای پرمصرف، پرگارهایی با دهانه ثابت هم رایج بوده است.



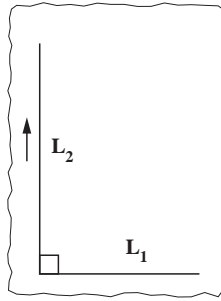
دراختیار دارید. آیا برای ساختن یک مستطیل دقیق، نیاز به کار اضافی مانند مستقیم کردن یک لبه، یا گونیا کردن دو لبه دارید؟

می توان گفت که اگر هدف، درآوردن یک مستطیل باشد، نیازی به این کار نیست.

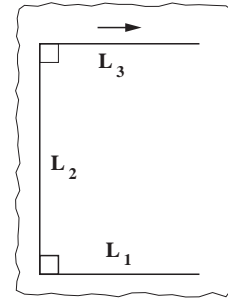
کار را طی مراحل زیر می توان انجام داد. ابزار کار ما تنها پرگار و خط کش^۱ خواهد بود. و نمونه های این مسایل در کارهای فنی بی شمار است.



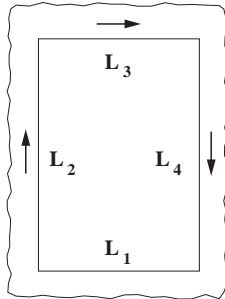
الف) رسم یک خط در جای مناسب



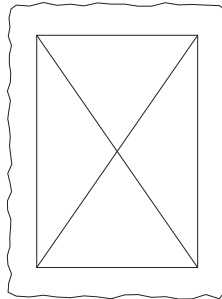
ب) رسم خط عمود بر L_1 به روش هندسی مناسب



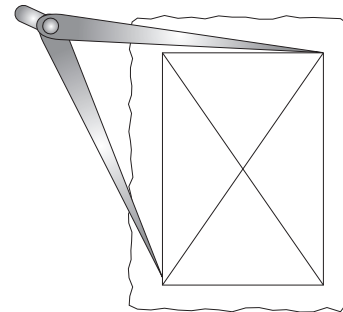
پ) رسم دوباره عمود بر L_2 (یا موازی با L_1)



ت) کشیدن L_4 عمود بر L_3



ث) در نظر گرفتن قطرها



ج) بازرسی هم اندازه بودن قطرها با پرگار

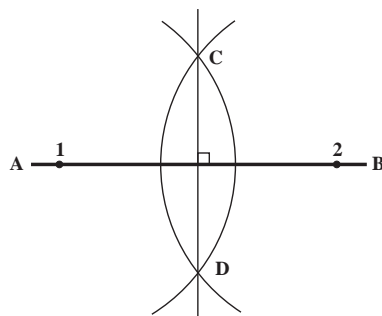
شکل ۱۲-۴

ساخت گونیا^۲ یا زاویه 90° درجه (همه موارد از کتاب ابوالوفا آورده می شود).

۱-۱۲-۱- روش یکم: خط AB رسم می شود.

- از دو نقطه آن مانند ۱ و ۲، دو کمان می زنیم^۳.

- با پیوستن C به D ، گونیا ساخته شده است.

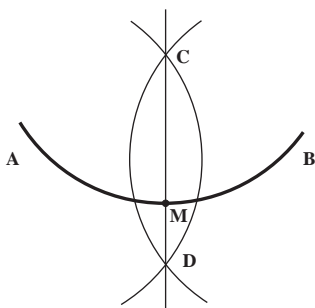


شکل ۱۲-۵

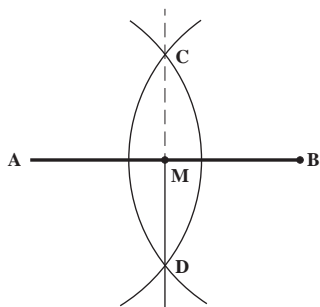
۱- می دانید که خط کش فلزی و پرگار بزرگ برای کارهای فنی وجود دارد.

۲- گونیا در گذشته به مفهوم زاویه قائمه یا دو خط عمود بر هم بوده است. اما امروزه بیشتر به ابزاری گفته می شود که در کارهای فنی (و به ویژه در نقشه کشی) کاربرد فراوان دارد.

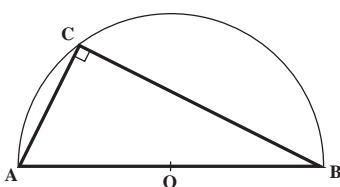
۳- این دو کمان همیشه به مرکزهای A و B نیستند. آیا ممکن است کمان ها هم برابر نباشند؟



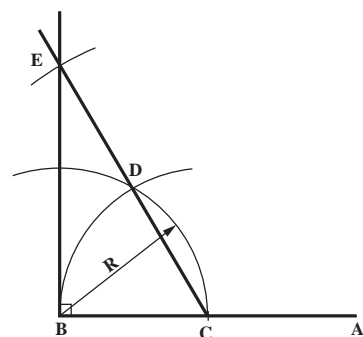
شکل ۱۲-۶



شکل ۱۲-۷



شکل ۱۲-۸



شکل ۱۲-۹

۱۲-۱-۲- تقسیم کمان : با این روش می توان یک کمان AB را به دو بخش برابر تقسیم کرد.
- با همان روش ساخت گونیا می توان این کار را انجام داد :
- دو کمان با شعاع یکسان، به مرکزهای A و B می زنیم.
- با پیوستن C و D، کمان دو نیمه می شود^۱.

۱۲-۱-۳- دو نیم کردن پاره خط : دیده شد که با این روش کمان AB به دو نیمه برابر تقسیم شد، به همین روش، پاره خط AB را هم می توان تقسیم کرد.
- دو کمان با شعاع مساوی از دوسر پاره خط یعنی به مرکزهای A و B می زنیم.
- دو نقطه C و D را به هم وصل می کنیم. $\overline{MA} = \overline{MB}$ خواهد بود.

۱۲-۱-۴- روش دوم ساخت گونیا : بر پاره خط AB، نیم دایره ای می گذرانیم^۲.
- با گزینش هر نقطه مانند C از این نیم دایره می توان یک گونیا داشت.

۱۲-۱-۵- روش سوم ساخت گونیا : پاره خط AB موجود است، می خواهیم، گونیایی داشته باشیم که گوشه آن B باشد.
- به مرکز B کمان با شعاع دلخواه، می زنیم.
- به مرکز C و با همان شعاع کمان می زنیم.
- C به D وصل می شود و در ادامه آن به اندازه CD (به کمک پرگار) جدا می کنیم.
- با پیوستن E به B، گونیا یا گوشه ۹۰ درجه دقیق به دست می آید.

۱۲-۲- بررسی دقت یک گونیایی

۱۲-۲-۱- روش یکم : خط عمود بر AB را در نقطه B داریم.

۱- در هندسه می گویند، CD بر کمان AB، عمود است.

۲- مرکز دایره را می توان به روش گفته شده در ۱۲-۱-۳ به دست آورد.

آیا می‌توان این کارها را با دو خطی که بر دو سر AB عمود نیستند، هم انجام داد؟

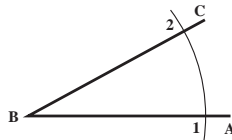
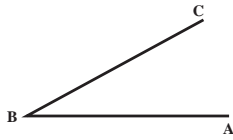
۴-۱۲- ساخت زاویه برابر با زاویه دلخواه

زاویه ABC موجود است. می‌خواهیم یک زاویه معادل آن بسازیم که نوک آن M و یک ضلع آن MN باشد.
- کمائی به مرکز B زده می‌شود. نقاط ۱ و ۲ به دست می‌آید.

- با همان شعاع تنظیم شده پرگار کمائی به مرکز M می‌زنیم.

- دهانه پرگار را به اندازه وتر ۱۲ تنظیم و از ۳ برابر آن جدا می‌کنیم.

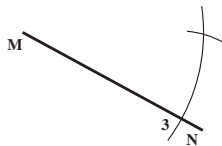
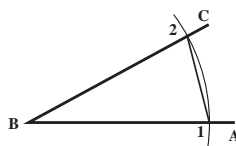
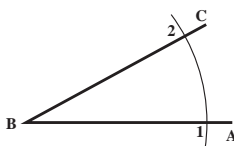
- پس از مشخص شدن ۴، از M به آن وصل می‌کنیم. زاویه ساخته شده است.
این کار در هر شرایطی ممکن است.



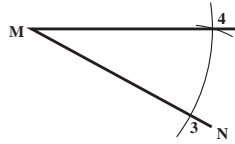
الف



ب



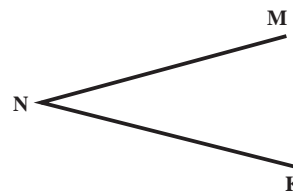
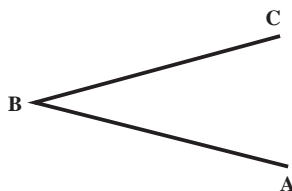
پ



ت

شکل ۱۴-۱۲

آیا می‌توانید با گرفتن ایده از این روش بگویید چگونه می‌توان مشخص کرد که دو زاویه موجود، آیا برابر هستند یا نه؟



شکل ۱۵-۱۲

۵-۱۲- رسم خطی موازی با خط دیگر

خط L و نقطه A را در نظر می‌گیریم. هدف رسم خطی

از A موازی با L است.

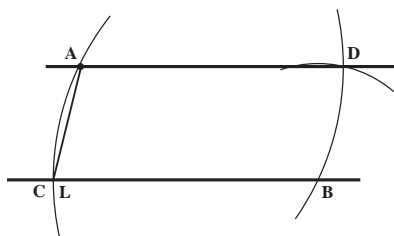
- از A کمائی دلخواه می‌زنیم تا B به دست آید.

- با همان شعاع از B کمان می‌زنیم تا C مشخص شود.

$A \bullet$

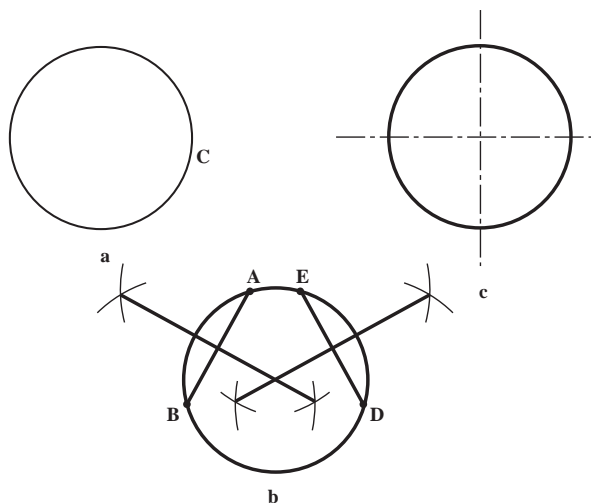


شکل ۱۶-۱۲



شکل ۱۶-۱۲

– به اندازه وتر \overline{CA} و از نقطه B روی کمان جدا می‌کنیم تا D مشخص شود.
AD خط موازی مطلوب است.



شکل ۱۷-۱۲

۱۲-۶- تعیین مرکز یک دایره معلوم

دایره C در اختیار است. می‌خواهیم مرکز آن را تعیین کنیم.

– وتری دلخواه رسم می‌کنیم (\overline{AB})

– به مرکزهای A و B، دو کمان می‌زنیم و عمود منصف

آن را رسم می‌کنیم.

– عمود منصف \overline{ED} مرکز دایره یعنی O را می‌دهد.

آیا راه دیگری برای تعیین مرکز نامعلوم یک دایره به

یادتان هست؟

۱۲-۷- رسم منحنی‌ها

منحنی‌ها کاربردهای فراوان دارند. از جمله

آنها منحنی سهمی است^۱. برای رسم آن نه تنها روش‌های دقیق هندسی موجود است بلکه روش‌های تقریبی هم قابل استفاده‌اند.

۱۲-۷-۱- روش یکم : فرض کنیم می‌خواهیم

آینه‌ای بسازیم که در فاصله‌ای معین با جمع کردن نور خورشید، بسوزاند. دو برابر فاصله‌ای که قرار است نقطه سوزاننده از نوک آینه داشته باشد را R می‌نامیم.

– دایره‌ای با شعاع R رسم می‌کنیم.

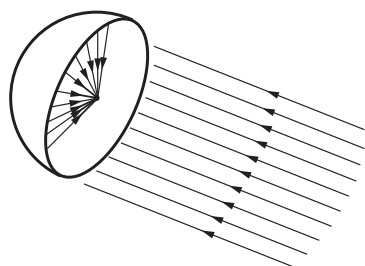
– $\overline{SO} = R$ را تقسیم می‌کنیم. تقسیمات هر چه بیشتر

باشد بهتر است (در اینجا هفت قسمت را انتخاب کردیم).

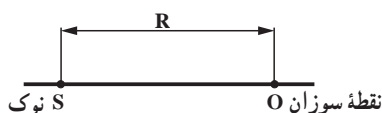
– از S به نقاط ۱ و ۲ و ... وصل می‌کنیم.

– آنگاه روی خط‌های $\overline{f1}$ و $\overline{e2}$ و ... طول‌هایی

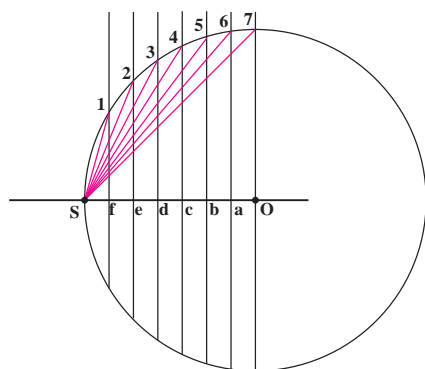
به ترتیب برابر $\overline{S1}$ ، $\overline{S2}$ و ... جدا می‌کنیم تا f' ، e' و ... به دست آید.



شکل ۱۸-۱۲

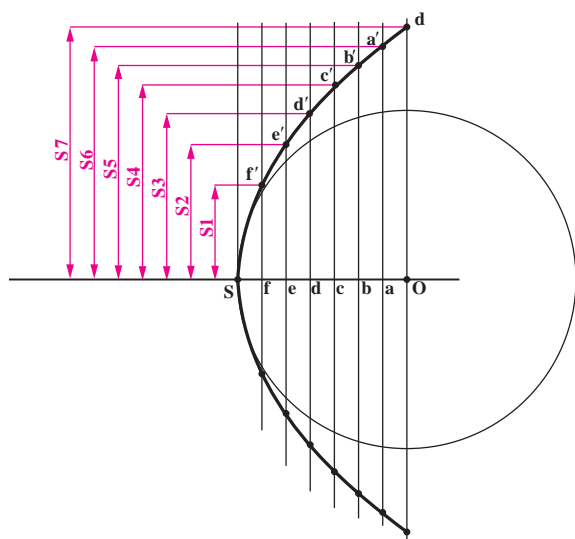


شکل ۱۹-۱۲



شکل ۲۰-۱۲

۱- مانند کاسه چراغ اتومبیل و طاق‌های مقاوم در مقابل فشار



شکل ۱۲-۲۱

— با پیوستن S به f' ، f' به e' و ... منحنی کامل می‌شود.
— با رسم قرینه آن، فرم آینه تکمیل می‌شود.

۱۲-۷-۲ — روش دوم: در اینجا ابتدا خط L رسم

می‌شود. S را به عنوان نوک آینه انتخاب می‌کنیم.
— دو برابر فاصله نقطه سوزان را از S به سمت راست، در نظر
گرفتیم و B نامیدیم.

— از S به سمت چپ را به طور مساوی تقسیم می‌کنیم و
عمودهایی رسم می‌کنیم.



شکل ۱۲-۲۲

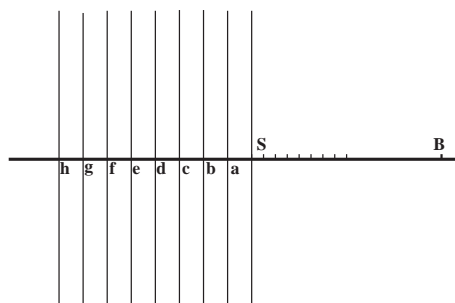
— دایره‌هایی به قطر Bd ، \overline{BC} ، Bb می‌زنیم.

— از برخورد دایره‌ها با خط عمود رسم شده در S، رابط می‌کنیم
و نقاطی مانند m ، n ، k ، ... را مشخص می‌کنیم.

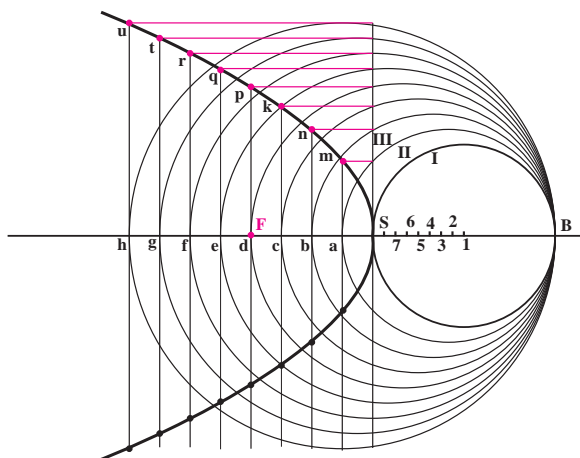
— برای نمونه پس از برخورد دایره III با عمود S به سمت خط
مربوط به آن رابط کردیم و نقطه n به دست آمد.

— از به هم پیوستن S به m ، m به n ، ... منحنی رسم می‌شود که
با تعیین قرینه آن، فرم آینه کامل می‌شود.

توجه کنید که نقطه‌های ۱، ۲، ۳، ... مرکز دایره‌ها هستند و فرم
منحنی تا هر مقدار که بخواهیم، قابل ادامه است.



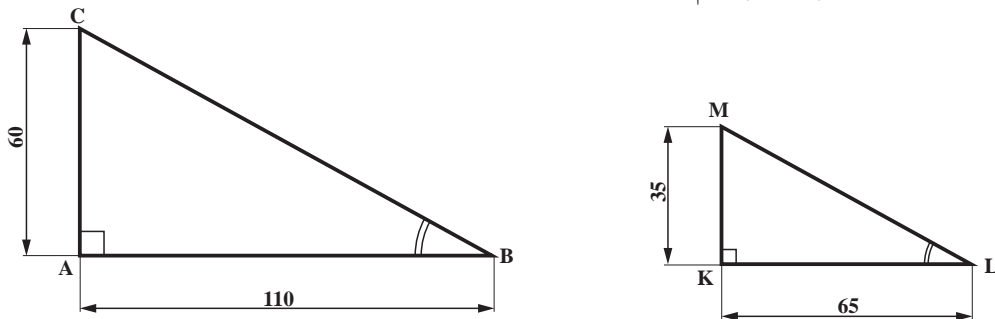
شکل ۱۲-۲۳



شکل ۱۲-۲۴

- ۱- داشتن اطلاعات بیشتر در مورد ترسیمات هندسی چه مزایایی دارد؟
- ۲- آیا نقشه‌های ترسیمی با تی و گونیا و نقاله، دارای دقت کافی برای ساخت هستند؟
- ۳- دقت یک مربع یا مستطیل را چگونه بررسی می‌کنید؟
- ۴- آیا می‌توانید روش بررسی و دقیق‌بودن یک لوزی و یک متوازی‌الاضلاع را بگویید؟
- ۵- چگونه یک رسم مربع دقیق روی ورقی فلزی با لبه‌های غیرگونیا را توضیح دهید. این کار را با رسم شکل دستی همراه کنید.
- ۶- برای ساخت یک گونیا (زاویه 90° درجه) چگونه کار کنیم؟ رسم شکل دستی ضروری است.
- ۷- کمائی از یک دایره را چگونه به چهار قسمت برابر تقسیم کنیم؟ با رسم شکل دستی.
- ۸- اگر یک نیم‌دایره داشته باشیم، چگونه در آن یک گوشه 90° درجه بسازیم؟ رسم شکل دستی لازم است.
- ۹- پاره خط AB مفروض است، چگونه پاره خط در B عمود کنیم؟ نیاز به رسم شکل دستی هست.
- ۱۰- زمین والیبال دو بخش مربعی دارد. آیا می‌توانید روش تعیین دقت خط‌کشی آنرا بگویید؟ اگر اندازه آن $9 \times 18 \text{ m}^2$ باشد، پیشنهاد شما برای رسیدن به حداکثر دقت خط‌کشی چیست؟
- ۱۱- یک پاره خط AB را چگونه به ۵ قسمت برابر تقسیم کنیم؟ با رسم شکل دستی.
- ۱۲- چگونه یک زاویه، برابر زاویه ABC را توضیح دهید. با رسم شکل دستی.
- ۱۳- چگونه یک خط موازی با خط L، از نقطه A واقع در خارج آن، رسم می‌کنید؟ با رسم شکل دستی.
- ۱۴- در مورد تعیین مرکز نامعلوم یک دایره چه می‌کنید؟ با رسم شکل دستی.
- ۱۵- در مورد چگونگی ساخت شابلون برای یک آینه آتش‌زننده توضیح دهید.
- ۱۶- چگونگی کار یک آینه آتش‌زننده را شرح دهید.
- ۱۷- پاره خطی به طول 12° را عرض یک مستطیل قرار دهید و با در نظر گرفتن طول 147 ، آنرا بسازید. در بررسی به کمک پرگار هیچ‌گونه خطایی نباید مشاهده شود.
- توجه: در این پرسش و بقیه پرسش‌ها استفاده از گونیا و نقاله اکیداً ممنوع است.
- ۱۸- با گونیای $60^\circ \times 30^\circ$ خود یک زاویه 90° درجه با اضلاع بیشتر از 13° رسم کنید. دقت این زاویه را بررسی کنید.
- ۱۹- پاره خطی به طول 12° رسم کنید. با روش استفاده از نیم‌دایره، یک زاویه 90° درجه درست کنید که این پاره خط یک ضلع آن باشد.
- ۲۰- پاره خط AB باید به ۷ قسمت مساوی تقسیم شود. اگر طول آن 10° باشد، این کار را انجام دهید.
- ۲۱- پاره خط $AB = 12^\circ$ را به نسبت‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنید (با گرفتن ایده از شماره ۳-۱۲-۲)

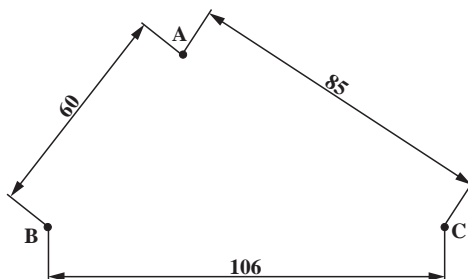
۲۲- دو زاویه با شرایط زیر رسم کنید :



شکل ۱۲-۲۵

نشان دهید کدام بزرگ تر است (فراموش نشود که همه ترسیمات هندسی است)

۲۳- سه گوشه از یک متوازی الاضلاع معین است. آنرا بسازید (در تعداد جواب ها بحث کنید)



شکل ۱۲-۲۶

۲۴- با شابلون دایره، یک دایره به قطر 6° رسم کنید. آنگاه مرکز آنرا مشخص کنید.

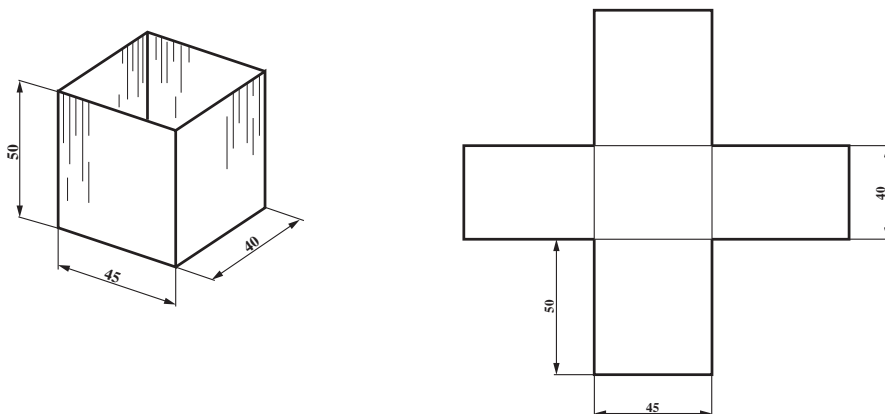
۲۵- اگر فاصله نقطه سوزاننده در یک آینه ۲۵ باشد، آنرا با روش گفته شده در ۱۲-۷-۱ بسازید. آیا این آینه

را می توانید هر قدر بزرگ تر بسازید؟

۲۶- اگر فاصله نقطه سوزاننده در آینه برابر ۳۲ باشد، آنرا به روش ۱۲-۷-۲ بسازید. آیا این آینه را می توانید

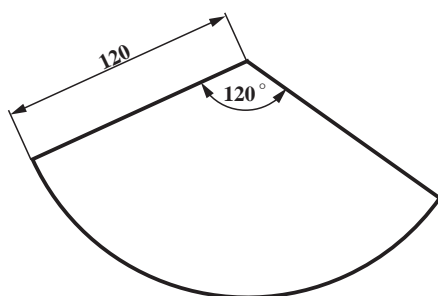
هر قدر که بخواهید بزرگ تر بسازید؟

۲۷- برای ساخت یک جعبه باید شکل زیر رسم شود و آنرا رسم کنید.



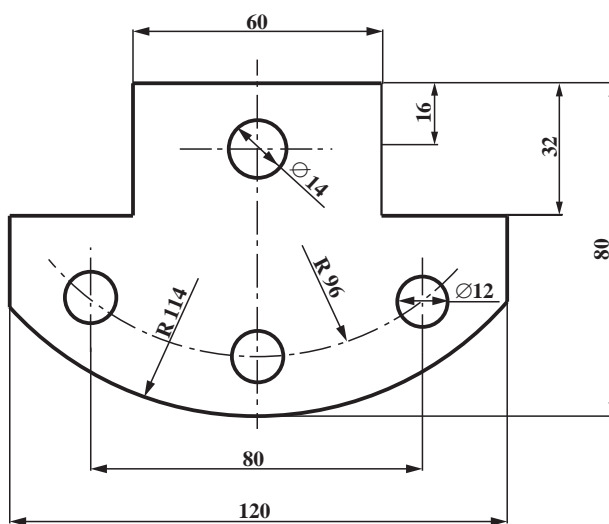
شکل ۱۲-۲۷

۲۸- برای ساخت یک مخروط دقیق، کمان زیر باید به شانزده قسمت برابر، تقسیم شود. این کار را انجام دهید.

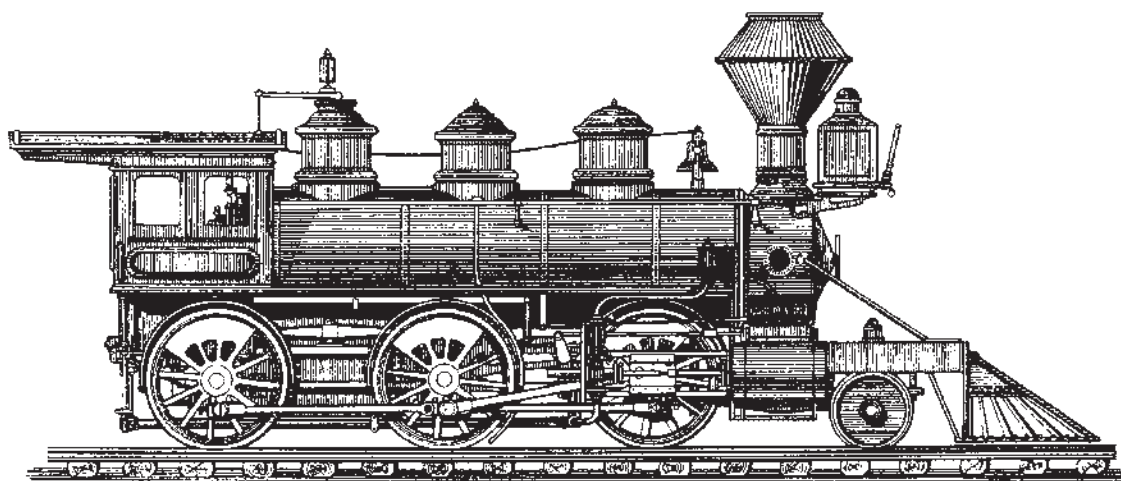


شکل ۲۸-۱۲

۲۹- در نظر است یک شابلون از ورق ۵ ساخته شود، نقشه را رسم کنید (روی برگ A۴، با فرض آنکه روی ورق اصلی فلزی رسم می‌شود)



شکل ۲۹-۱۲



در برخورد دو جسم، خط‌های تازه‌ای به وجود می‌آیند که به آن‌ها فصل مشترک می‌گویند.

برخورد اجسام با سطوح تخت

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

۱- برخورد دو جسم هندسی را با سطوح تخت معین نماید.

۲- برخورد دو جسم را با سطوح تخت، دید و ندید کند.

۱۳-۱- برخورد دو جسم

در برخورد دو جسم خط یا خطوط تازه‌ای به وجود می‌آیند که باید در نقشه رسم شوند.

پس در برخورد یک جسم با جسم دیگر، باید یک جسم را به صورت مبنا در نظر گرفت و جسم دیگر را در حقیقت صفحاتی دانست که هر کدام با جسم مبنا برخورد می‌کنند. پس در اینجا مطلب تازه این است که چگونه و براساس چه ترتیبی این برخوردها را معین و مرتبط سازیم تا به نتیجه‌ای درست برسیم. کار را به این ترتیب انجام می‌دهیم :

– ابتدا دو جسم را نامگذاری می‌کنیم، جسم I و جسم II، سپس گوشه‌های مهم را با حروف a، b، ... یا شماره ۱، ۲، ...

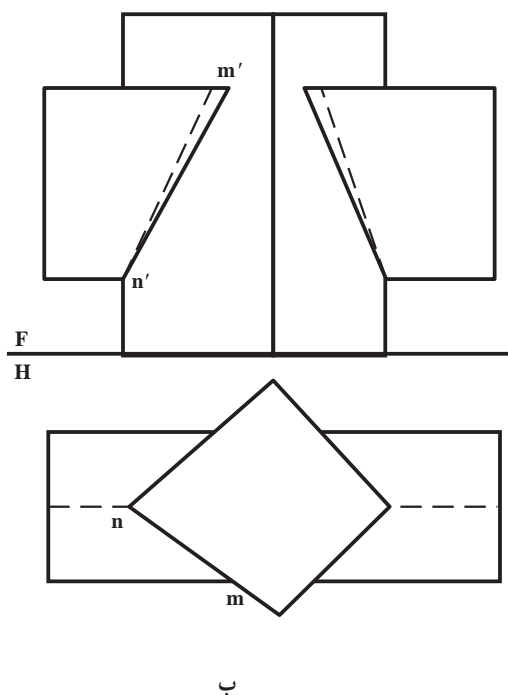
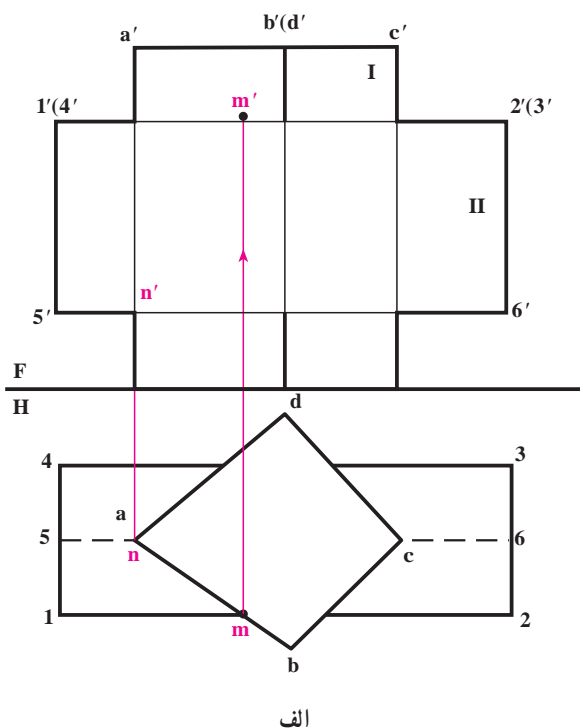
مشخص می‌کنیم؛

– خطوط حاصل از برخورد صفحات جسم I را با جسم II معین می‌کنیم؛

– خطوط حاصل از برخورد صفحات جسم II را با جسم I به دست می‌آوریم؛

– خطوط دید و ندید نقشه را مشخص می‌کنیم.

۱۳-۱-۱- برخورد دو منشور قائم و افقی : این دو منشور در شکل الف ۱۳-۱ نشان داده شده‌اند.



شکل ۱۳-۱

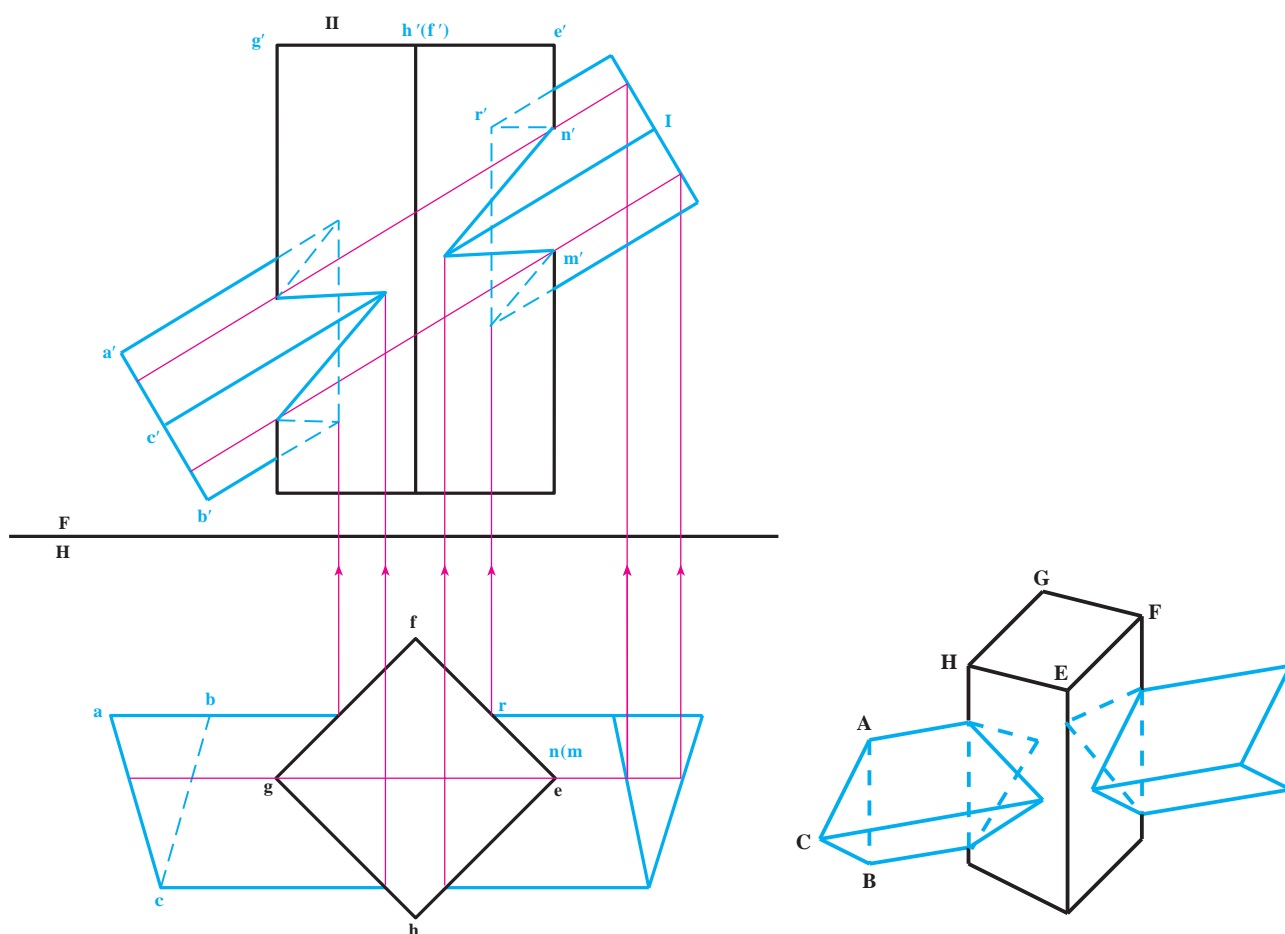
با توجه به شماره ها و حروف دیده می شود که تمام سطوح جانبی منشور I، صفحات قائم هستند؛ همچنین صفحات جانبی منشور افقی، عبارتند از صفحه افقی و مواجه، شناسایی دقیق صفحات تشکیل دهنده اجسام کمک مؤثری خواهد بود. در شکل ب ۱-۱۳ نقشه کامل شده است.

۱-۲-۱۳ منشور قائم و منشور مایل: منشور قائم را با کف مربع در نظر گرفته ایم (شکل ۲-۱۳).

– ابتدا نقاط برخورد جسم I را با جسم II تعیین می کنیم. این نقاط به علت قائم بودن صفحات جانبی منشور قائم، به سادگی تعیین شدند.

– سپس نقاط برخورد یال های منشور II را با I به دست می آوریم. این کار به کمک یک صفحه کمکی جبهی گذرنده بر یال های e و g انجام شده است.

افزوده می شود که برخورد این صفحه جبهی با منشور I دو خط موازی است که در نمای روبه رو مشخص شده اند. به دلیل قرار گرفتن این دو خط و همچنین دو یال E و G در یک صفحه، نقطه های برخورد یعنی M و N، با نماهایشان در تصویر روبه رو، یعنی m' و n' به دست می آیند.



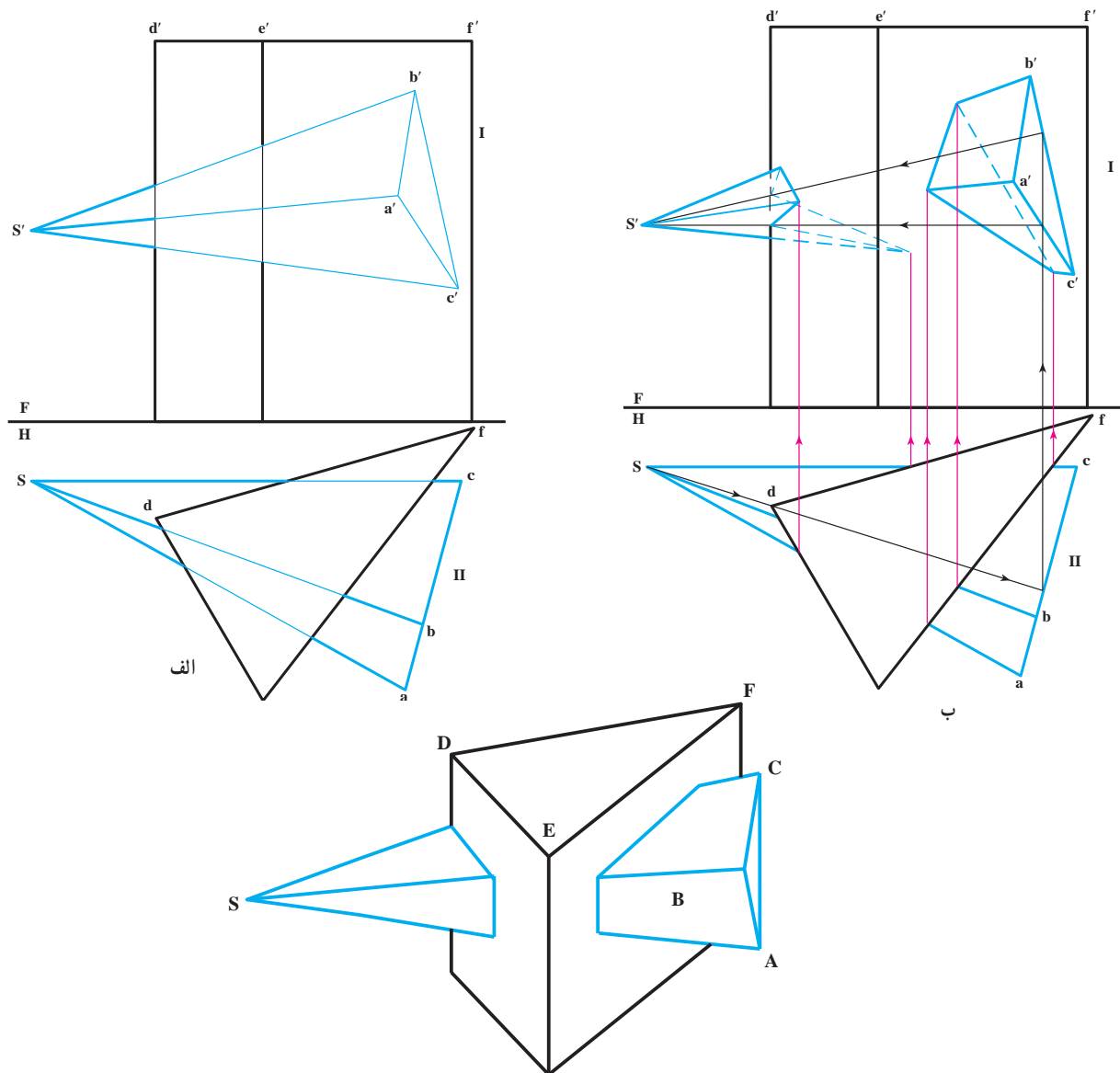
شکل ۲-۱۳

۱۳-۲ - دستور مهم

در وصل کردن نقاط به هم باید در نظر داشت: دو نقطه‌ای وصل شونده باید هر دو روی یک صفحه از جسم I و نیز هر دو روی یک صفحه از جسم II قرار داشته باشند. مانند nn' و rr' که هر دو روی سطح FE از منشور قائم و وجه AC از منشور I قرار داشتند به هم وصل شدند.

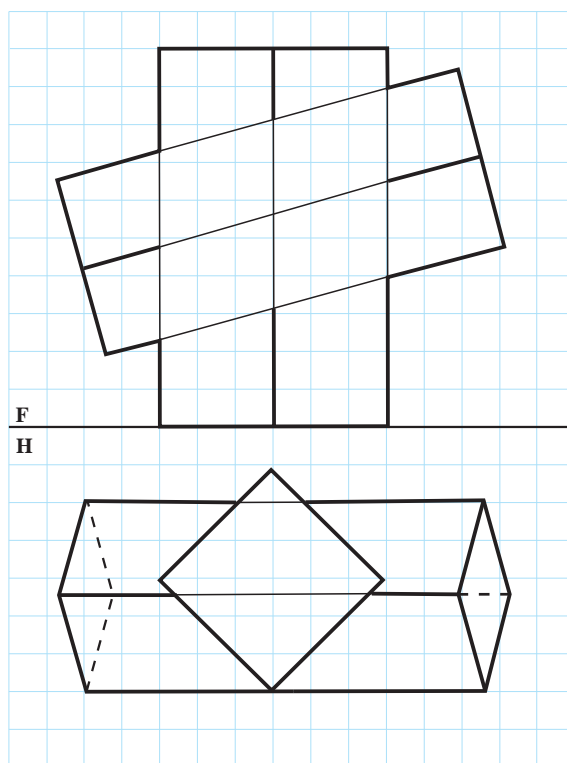
۱۳-۳ - منشور و هرم

در شکل الف ۱۳-۳ یک هرم و یک منشور داده شده‌اند. ترتیب کار به همان صورتی است که تاکنون گفته شد. در اینجا نیز ابتدا نقاط مشترک میان یال‌های جسم II با جسم I را معین کردیم و سپس به کمک صفحه کمکی گذرنده بر S و یال هرم، نقاط مشترک یال منشور را با سطوح هرم تعیین کردیم. شکل ب ۱۳-۳ نتیجه کامل را نشان می‌دهد.

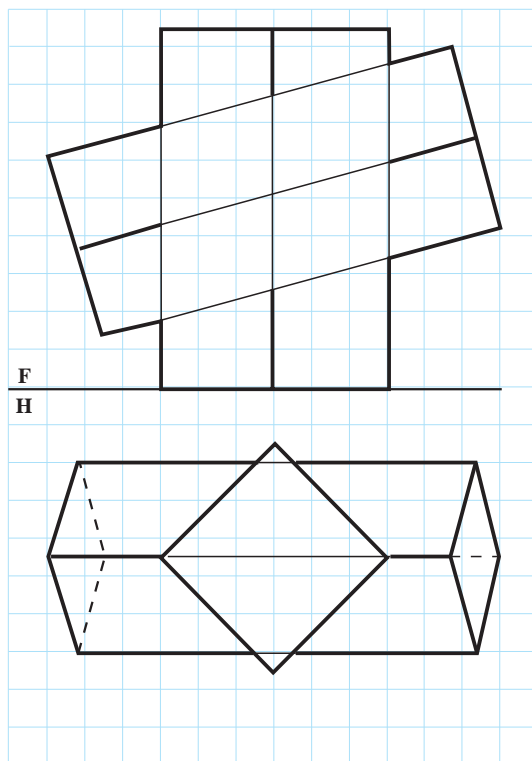


شکل ۱۳-۳

- ۱- برای تعیین برخورد دو جسم، چه روشی را پیشنهاد می کنید؟
- ۲- شکل ۱-۱۳ را با مقیاس ۲:۱ ترسیم و نحوه کار را توضیح دهید.
- ۳- نخست شکل ۲-۱۳ را با مقیاس ۲:۱ ترسیم و همه نقطه ها را نامگذاری کنید، سپس: برخورد دو جسم را تکمیل و دید و ندید کنید.
- ۴- شکل ۳-۱۳ را با مقیاس ۲:۱ ترسیم و دید و ندید کنید.
- ۵- برخورد منشورها در شکل ۴-۱۳ را به دست آورید (مقیاس ترسیم ۱:۲).



شکل ۴-۱۳

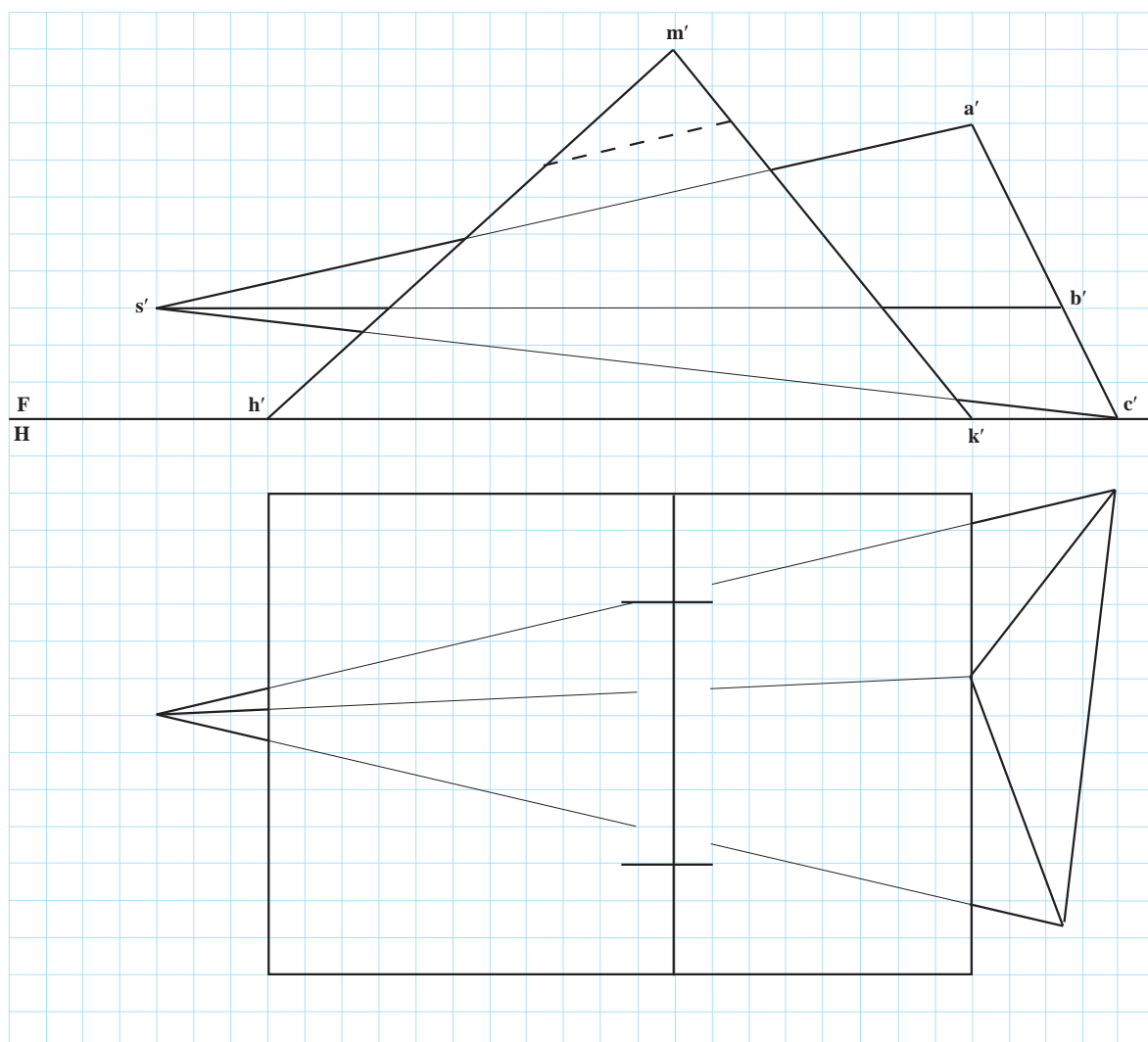


شکل ۵-۱۳

- ۶- برخورد منشورها در شکل ۵-۱۳ را معین کنید (مقیاس ترسیم ۱:۲).

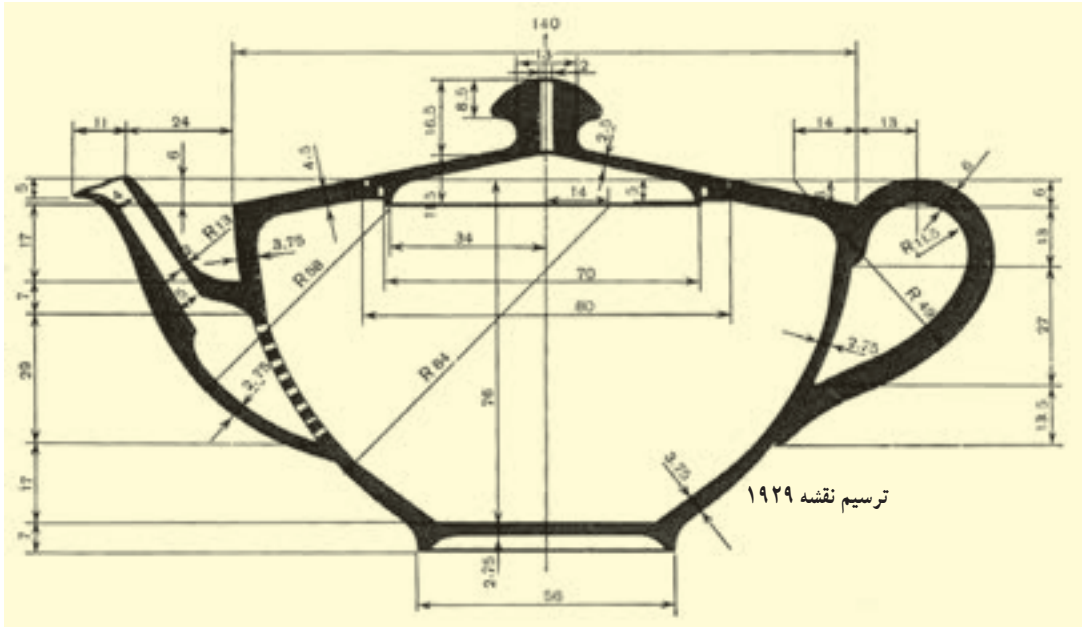
برای مطالعه

پس از کامل کردن نمای افقی، نمای نیمرخ را به دست آورید (نمای روبه‌رو کامل است، می‌توانید این صفحه را کپی کنید (شکل ۶-۱۳)).



شکل ۶-۱۳

فصل چہارم



بسیاری از احجام دارای سطوح منحنی هستند.

سطوح منحنی

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- اجسام را با سطوح منحنی، تعریف کند.
- ۲- نقاط برخورد یک خط را با اجسام یاد شده به دست آورد.
- ۳- برخورد خط و جسم انحنادار را دید و ندید کند.

۱-۱۴ تعاریف

دسته بزرگی از اجسام دارای سطوحی غیر تخت هستند. شماری از آنها را می‌شناسید. استوانه، مخروط و کره اجسامی معروف هستند. در اینجا ابتدا؛ تعریفی کوتاه در مورد این سطوح داده می‌شود و سپس در مورد برخورد خط و صفحه با آنها گفتگو خواهد شد.



الف - زانو چدنی پایدار



ب - بست فولادی



پ - پروانه برنزی



ت - پروانه برنزی

۲-۱۴ اجسام انحنادار معروف

این اجسام با سطوح فرم‌دار خود، بخش عمده‌ای از سازه‌های صنعتی را پوشش می‌دهند. سادگی ساخت آنها، به ویژه استوانه و مخروط، ارزش صنعتی آنها را بالا برده است.^۱

۱- می‌توان استوانه را ساده‌ترین شکل قابل تولید صنعتی دانست.

۳-۱۴- استوانه‌ها

اگر خط راست MM' در فضا تغییر مکان دهد، در حالتی که همواره بر منحنی ثابت C متکی و با خط ثابت Δ موازی باشد، سطحی به وجود می‌آید که «سطح استوانه‌ای» نام دارد.

MM' را مولد و C را راهنما (هادی) گویند (شکل ۱-۱۴).

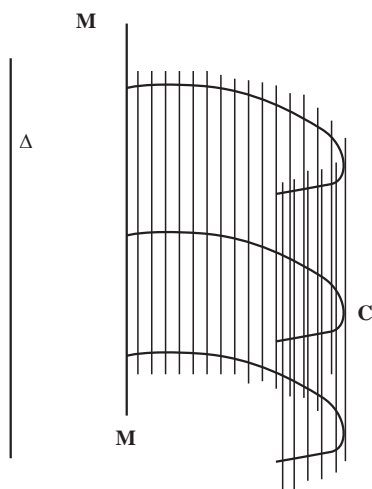
قسمت محدودی از این سطح را، استوانه گویند (شکل ۱-۱۴-ت و پ).

۱-۳-۱۴- استوانهٔ دوار: اگر منحنی C به صورت دایره و MM' عمود بر آن دایره باشد، استوانه را «دوار» نامند. معمولاً

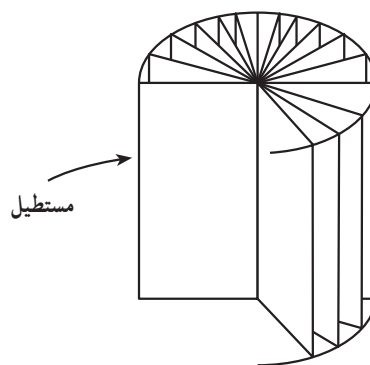
بخشی از سطح استوانه‌ای را در نظر می‌گیرند که میان دو سطح به نام قاعده قرار دارد.

استوانهٔ دوار مانند شکل ۱-۱۴-ب می‌تواند از دوران یک مستطیل به دور یکی از اضلاع آن به دست آید. به طور کلی اگر MM'

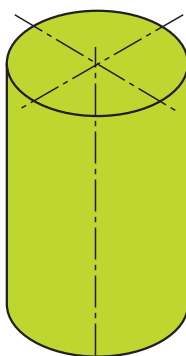
عمود بر قاعده باشد، استوانه را قائم می‌نامند (صرف نظر از شکل منحنی که ممکن است دایره یا هر منحنی دیگری باشد) و اگر MM' بر قاعده عمود نباشد، آن را مایل گویند. معمولاً منظور از استوانه، همان استوانهٔ دوار است.



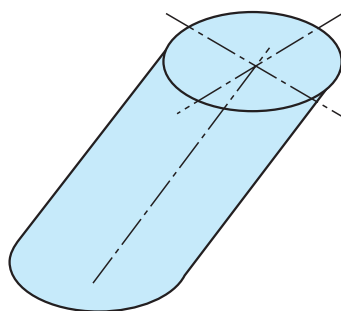
الف - سطح استوانه‌ای



ب



ث - استوانهٔ دوار



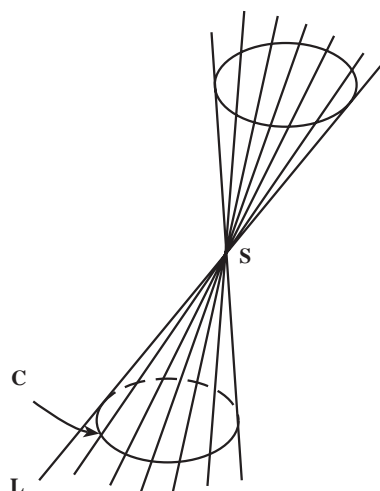
ت - استوانهٔ مایل

شکل ۱-۱۴

۴-۱۴- مخروط‌ها

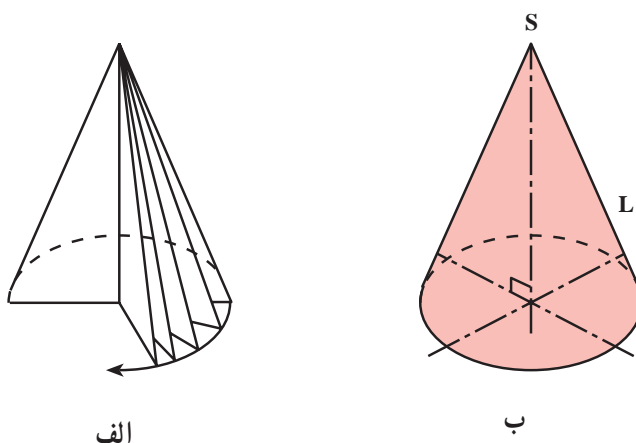
اگر خطی مثل L چنان در فضا حرکت کند که همواره از نقطه‌ای ثابت مانند S بگذرد و بر منحنی ثابتی مانند C متکی باشد، سطح مخروطی تولید می‌شود (شکل ۲-۱۴).

در اینجا هم این خط را مولد و منحنی C را راهنما می‌گویند. همانگونه که دیده می‌شود، سطح مخروطی دو بخش دارد.



شکل ۲-۱۴

۱-۴-۱- مخروط دوار: در شکل ۳-۱۴ می‌بینید که مخروط می‌تواند از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه دور یکی از اضلاع زاویه قائمه به وجود آید. این مخروط را «مخروط دوار» می‌گویند که در آن محور مخروط بر مرکز قاعده که یک دایره است، عمود می‌باشد.

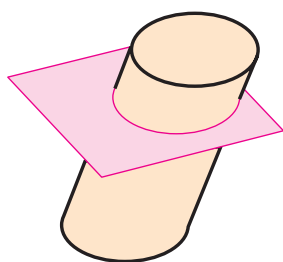


شکل ۳-۱۴

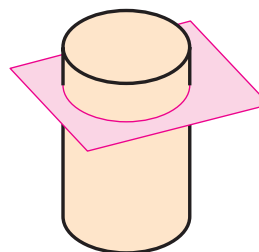
در شرایط عادی وقتی می‌گوییم مخروط، منظور همان مخروط دوار است. اگر منظور مخروط مایل باشد، باید واژه مایل هم گفته شود.

یادداشت: هرگاه اجسام یاد شده را با یک صفحه به موازات قاعده آنها برش دهیم، مقطع حاصل شکلی مشابه یا برابر قاعده خواهد بود (شکل ۴-۱۴).

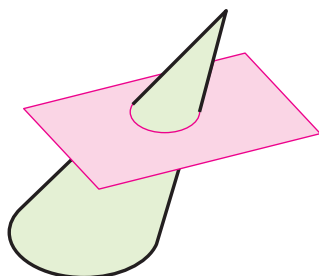
همچنین نظر به اینکه استوانه‌ها و مخروط‌ها از حرکت یک خط مستقیم متکی به یک منحنی به دست می‌آیند، «اجسام» یک‌انحنایی نامیده می‌شوند.



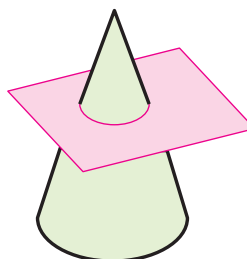
ب- استوانه مایل



الف- استوانه - مقطع مساوی قاعده

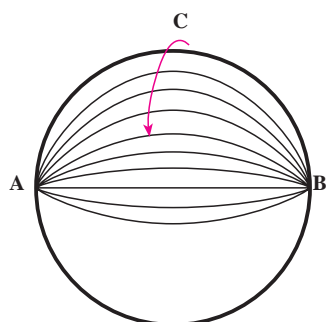


ت- مخروط مایل



پ- مخروط - مقطع مشابه قاعده

شکل ۱۴-۴



شکل ۱۴-۵

۵-۱۴- کره

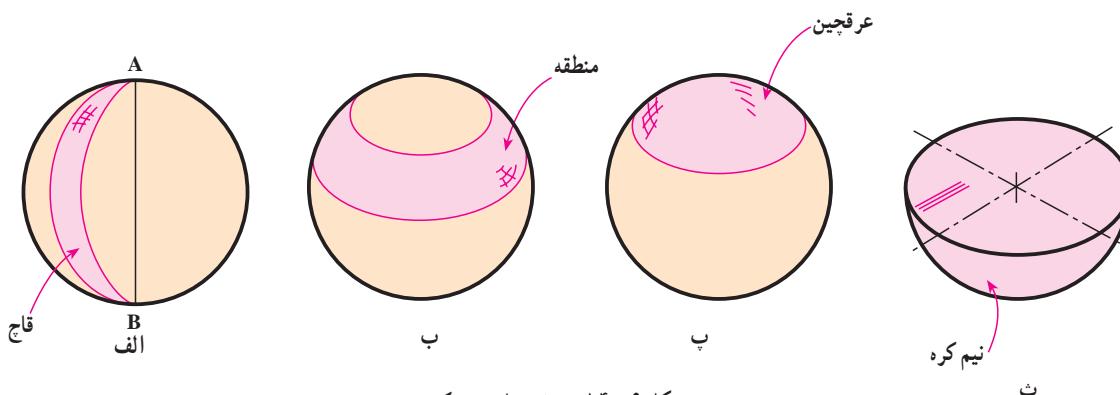
نخستین جسم از اجسامی که دارای دو خمیدگی هستند، کره می باشد (شکل ۱۴-۵). اگر یک دایره یا نیم دایره دور قطر AB خود بچرخد، حجمی پدید می آید که «کره» نام دارد.

دارد.

۱-۱۴-۵- تعریف- کره: مجموعه نقاطی از فضا است که از یک نقطه معین به فاصله معینی باشند.

۲-۱۴-۵- اجزای کره: به علت اهمیتی که این جسم در هندسه و نیز کارهای صنعتی دارد و به صورت کامل و یا جزیی

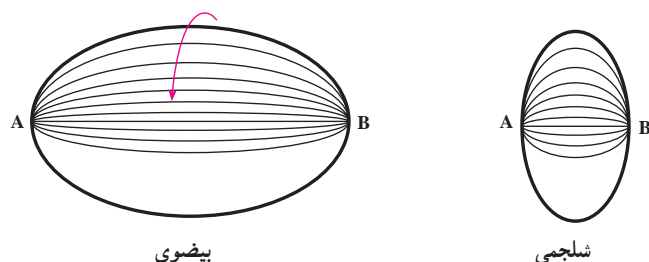
مورد استفاده است، بخش های مختلف آن را معرفی می کنیم. به شکل ۱۴-۶ توجه کنید^۱.



شکل ۱۴-۶ - بخش های مهم کره

۱- برای مطالعه بیشتر می توانید به کتب هندسه فضایی مراجعه کنید.

۱۴-۶- بیضوی

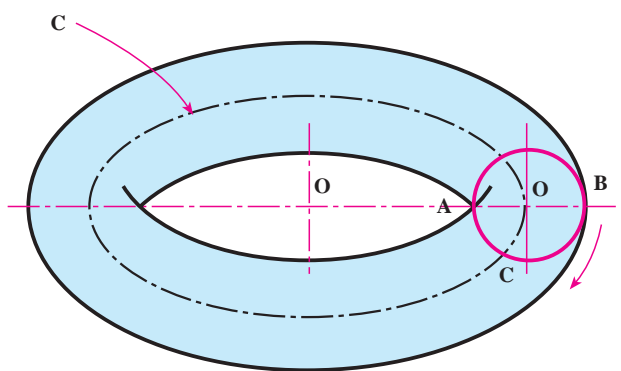


شکل ۱۴-۷

این حجم از چرخیدن یک نیمه از بیضی دور قطر بزرگ خود به وجود می‌آید (شکل ۱۴-۷).
اگر یک بیضی حول قطر کوچک خود دوران کند حجم دیگری به وجود می‌آید که «شلجمی» نام دارد که چیزی شبیه عدس خواهد بود.

۱۴-۷- زانو

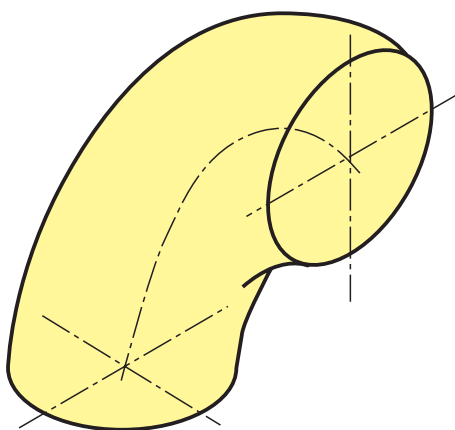
مطابق شکل ۱۴-۸ دایره C را در نظر می‌گیریم. مرکز این دایره O است.



شکل ۱۴-۸

دایره دیگری نیز مانند C و به قطر AB به گونه‌ای انتخاب می‌شود که مرکز آن یعنی O' همیشه متکی به منحنی C بوده، قطر آن، یعنی AB، هم از O بگذرد. حال اگر دایره C شروع به چرخیدن کند حجمی را به وجود می‌آورد که به آن حلقه می‌گوییم و در حقیقت مانند استوانه‌ای است که آن را به صورت حلقه در آورده باشند. دایره C راهنما و دایره C' مولد است. دایره C را محور حلقه و دایره C' را مقطع آن هم می‌نامند. منحنی C در حقیقت قطر متوسط حلقه است. خط عمود بر منحنی C در O، محور دیگر حلقه است.^۱

بخشی از حلقه، مانند یک چهارم آن را، زانو می‌نامند (شکل ۱۴-۹).



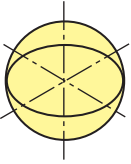
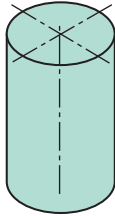
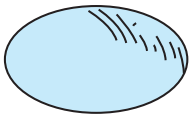
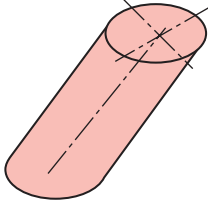
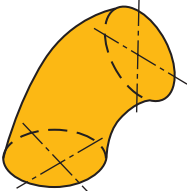
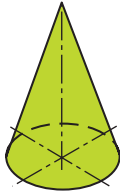
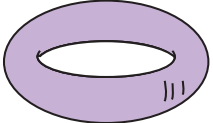
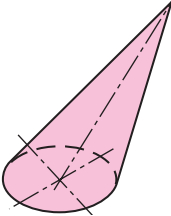
شکل ۱۴-۹

۱۴-۸- جدول اجسام سطوح انحنا دار

در جدول ۱۴-۱ گروهی از اجسام دارای سطوح انحنا دار معرفی شده‌اند.

۱- که با قطر دیگر دایره C' هم موازی خواهد بود.

جدول ۱-۱۴- اجسام انحنادار

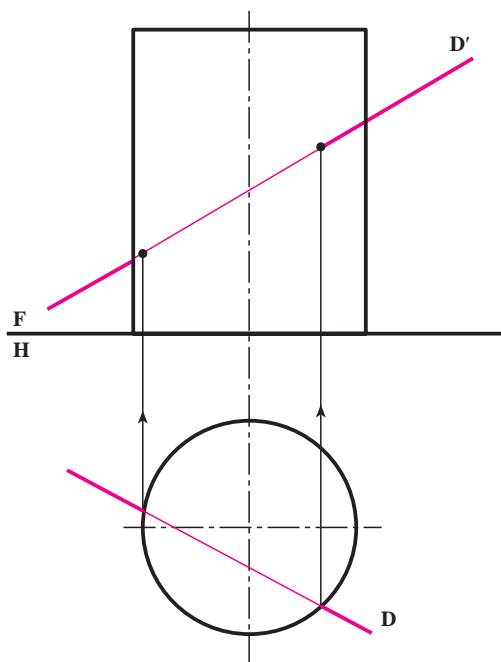
نام	اجسام دو انحنایی	نام	اجسام یک انحنایی
کره سطحی دارای دو انحنا		استوانه دوار مقطع عمود بر محور، دایره و محور عمود بر مرکز قاعده می باشد.	
بیضوی سطحی دارای دو انحنا		استوانه مایل مقطع عمود بر محور، غیردایره محور بر قاعده عمود نیست.	
زانو یا بخشی از حلقه سطحی دارای دو انحنا		مخروط دوار محور عمود بر مرکز قاعده، قاعده دایره است.	
حلقه سطحی دارای دو انحنا		مخروط مایل مقطع عمود بر محور، غیردایره محور بر قاعده عمود نیست.	

اجسام معرفی شده در این جدول، کاربردهای صنعتی فراوان

دارند.

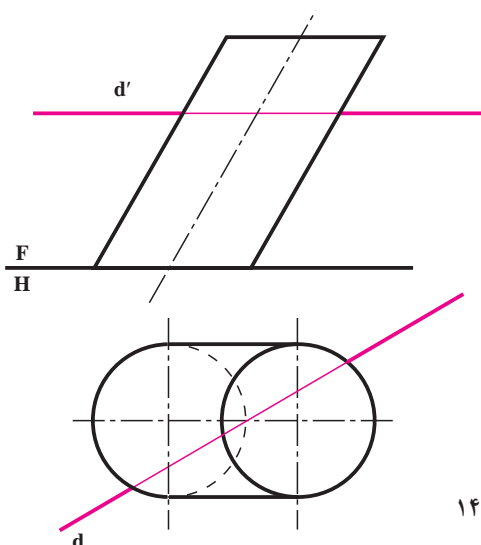
۹-۱۴- برخورد خط با استوانه

در صورتی که استوانه دوار باشد، به دلیل آنکه سطح جانبی آن دارای حالتی ویژه است، به دست آوردن نقاط برخورد خط با آن ساده است (شکل ۱-۱۴). در شرایط این نمونه، استوانه به حالت قائم قرار گرفته و سطح جانبی آن در حقیقت یک سطح قائم انحنادار است.



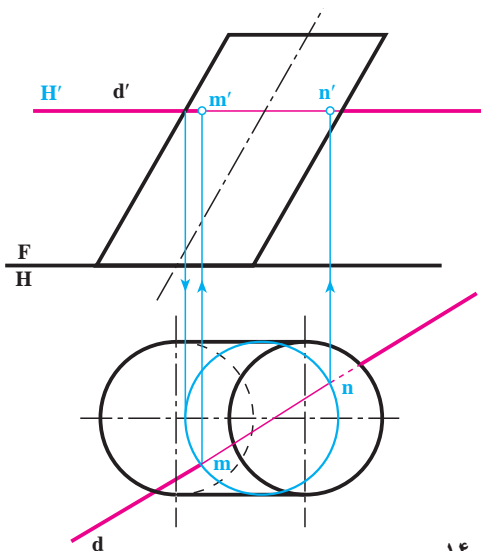
شکل ۱-۱۴

در نمونه دیگر یک استوانه مایل را در نظر گرفته ایم (شکل ۱۴-۱۱).



شکل ۱۴-۱۱

خط افقی dd' با این استوانه برخورد دارد. برای یافتن نقاط برخورد، کافی است یک صفحه کمکی افقی بر dd' بگذرانیم. این صفحه چون با قاعده استوانه موازی است، مقطعی شبیه قاعده خواهد داشت که پس از ترسیم آن در تصویر افقی، m و n ، یعنی نقاط برخورد مشخص خواهد شد (شکل ۱۴-۱۳).

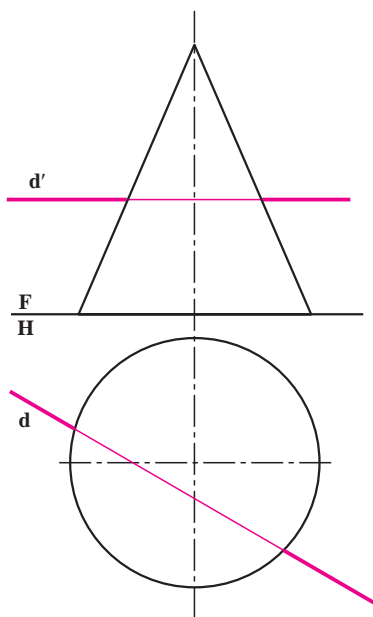


شکل ۱۴-۱۳

۱۴-۱۰- برخورد خط با مخروط

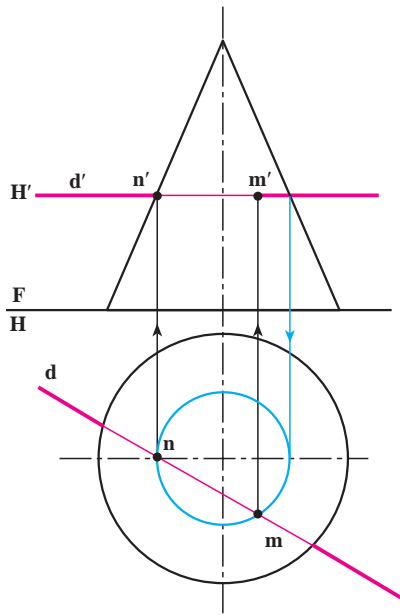
در شکل ۱۴-۱۳ یک خط افقی با یک مخروط دوار داده شده است.

در اینجا هم می توان با گذراندن یک صفحه افقی نقاط برخورد را مشخص کرد.



شکل ۱۴-۱۳

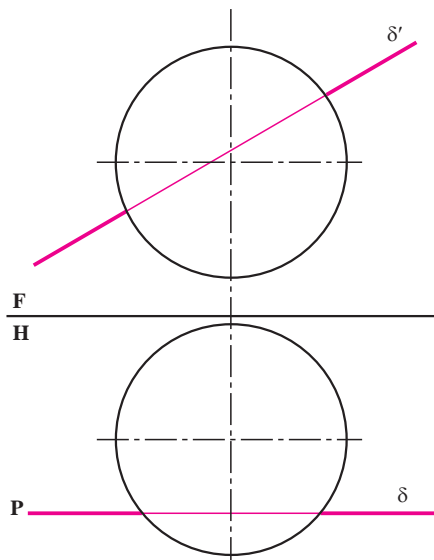
در شکل ۱۴-۱۴ نتیجه به صورت نقاط mm' و nn' مشخص می‌شود. آیا می‌توانید روش تعیین برخورد خط‌های منتصب و مواجه و قائم را شرح دهید؟ برای خط‌های جبهی، نیمرخ و غیرخاص، مسئله به سادگی حل نمی‌شود.



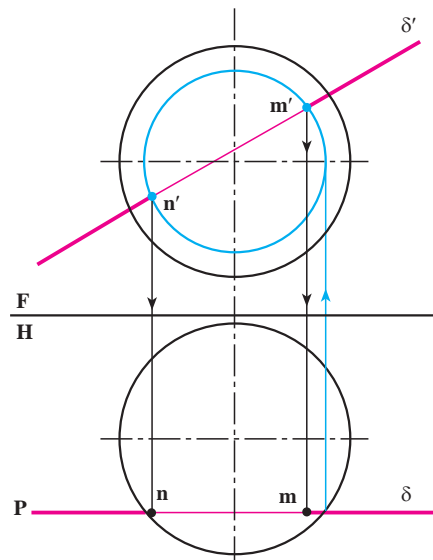
شکل ۱۴-۱۴

۱۴-۱۱- برخورد خط با کره

یک خط جبهی و یک کره را در نظر می‌گیریم (شکل الف-۱۵-۱۴). برای تعیین نقاط برخورد، کافی است که از یک صفحه جبهی استفاده شود. طبق شکل ب-۱۵-۱۴ نقاط m و n تعیین شده‌اند، البته توجه دارید که مقطع کره با صفحه در هر شرایطی یک دایره خواهد بود («شکل حقیقی مقطع»).



الف



ب

شکل ۱۵-۱۴

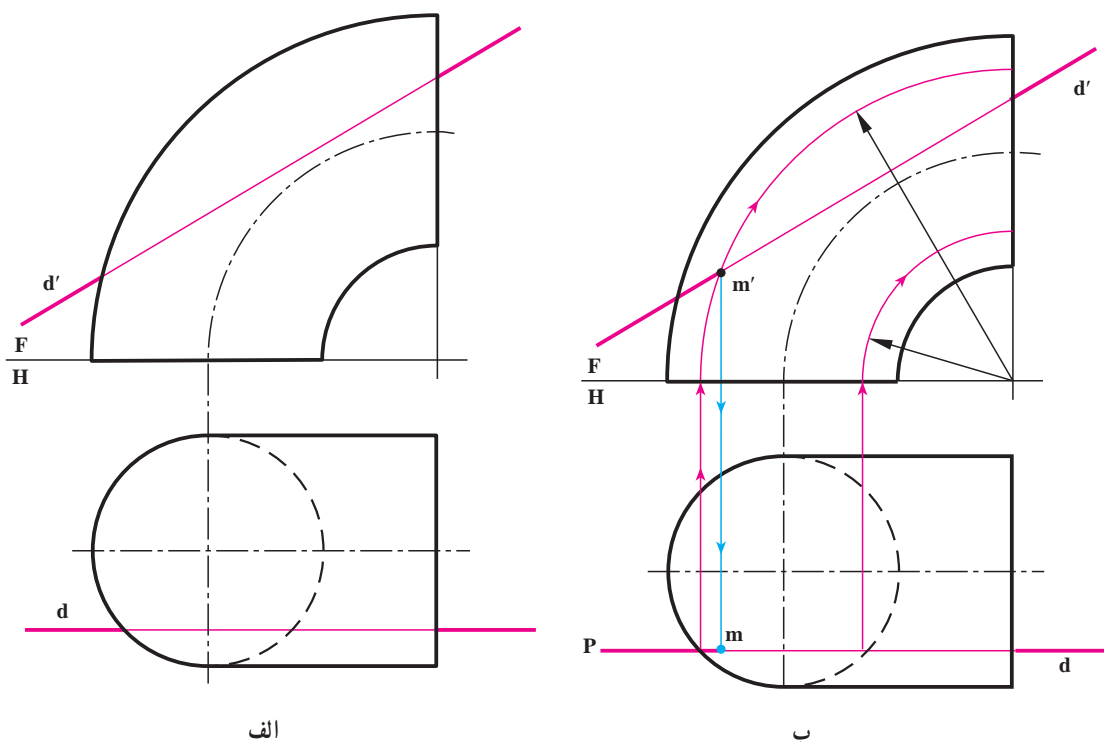
۱۲-۱۴- برخورد خط و زانو

خط جبهی و یک زانویی مفروضند (شکل ۱۴-۱۶- الف).

یک صفحه کمکی جبهی به نام P را بر خط می‌گذرانیم (شکل ۱۴-۱۶- ب).

برخورد این صفحه با حلقه دو دایره است. هر کجا این دواير خط را قطع نمایند، نقطه برخورد معین می‌شود. در این شکل

فقط mm' معین شده است.

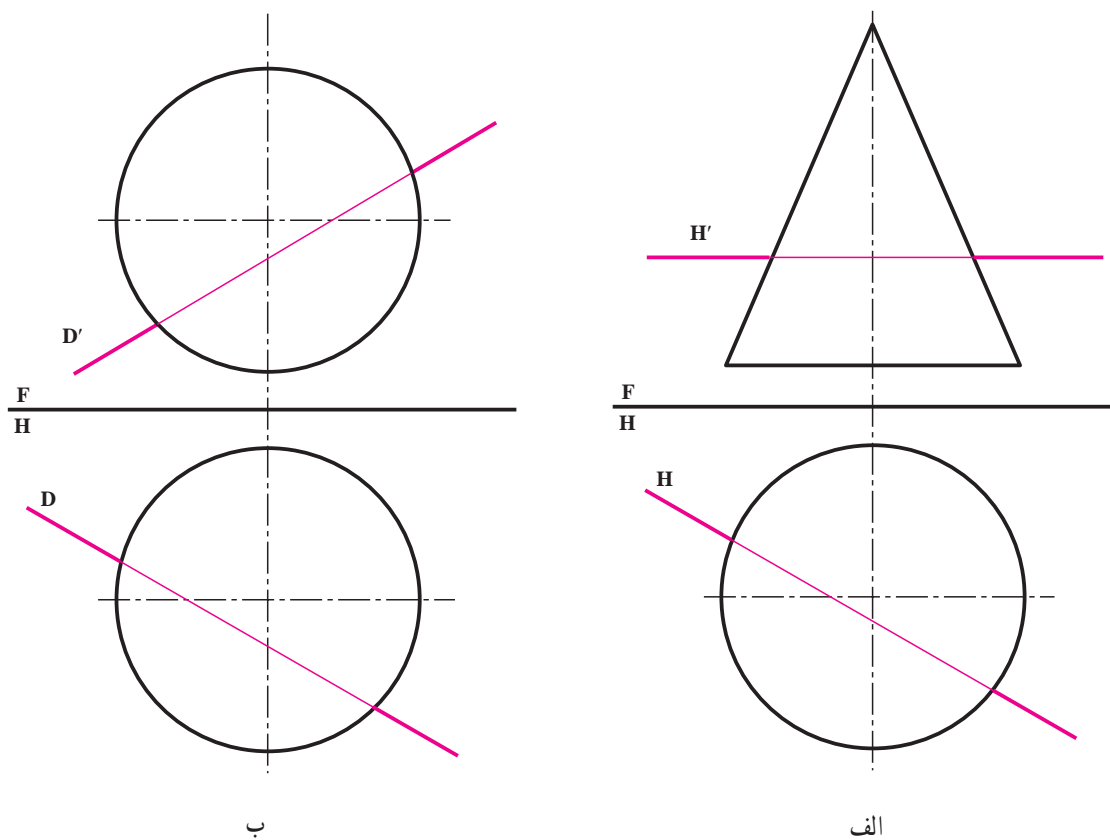


شکل ۱۴-۱۶

ارزشیابی

- ۱- اجسام انحنادار معروف را نام ببرید.
- ۲- اجسام انحنادار معروف را با رسم شکل دستی نشان دهید.
- ۳- سطح استوانه‌ای را تعریف کنید.
- ۴- استوانه دوار چگونه حجمی است؟
- ۵- سطح مخروطی را تعریف کنید. این سطح چند قسمت دارد؟
- ۶- مخروط دوار به چند صورت به وجود می‌آید؟
- ۷- به طور معمول منظور از مخروط چه نوعی از مخروط‌ها است؟
- ۸- مقطع یک صفحه موازی با قاعده یک جسم انحنادار چگونه است؟

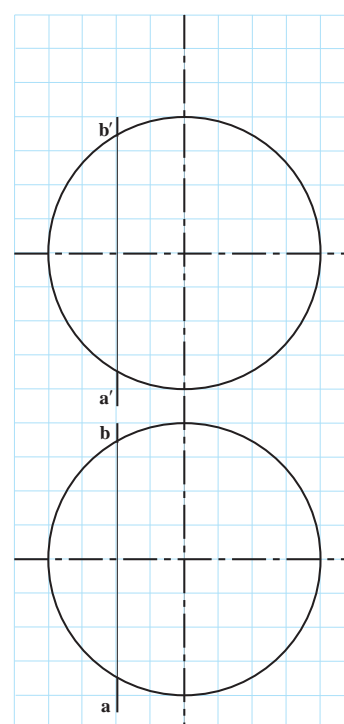
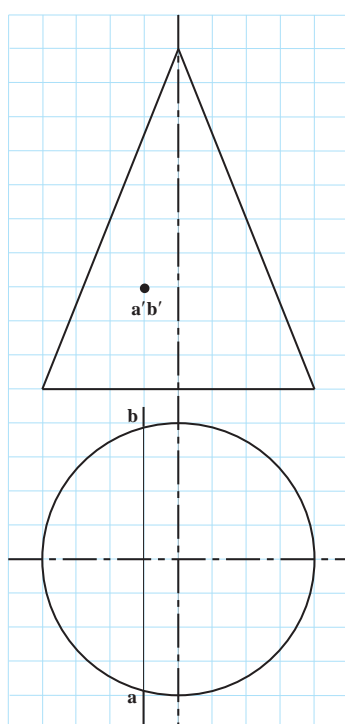
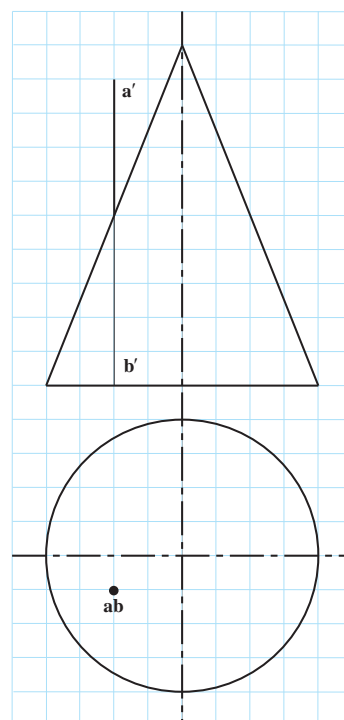
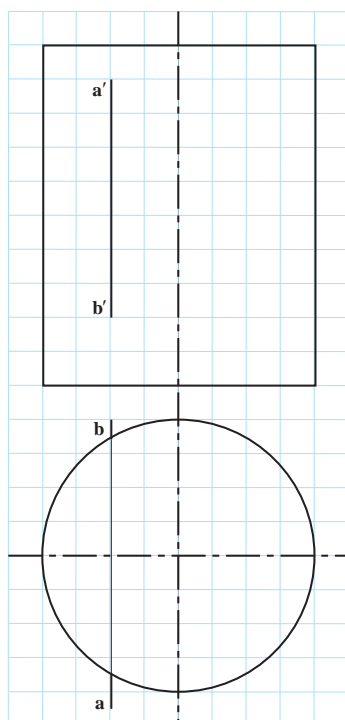
- ۹- کره چگونه به وجود می‌آید؟
- ۱۰- اجزای کره چه حجم‌هایی هستند؟
- ۱۱- بیضوی چگونه به وجود می‌آید؟
- ۱۲- زانو چگونه حجمی است؟ در مورد به وجود آمدن آن توضیح دهید.
- ۱۳- برخورد یک خط افقی را با استوانه‌ای مایل، با رسم شکل دستی توضیح دهید.
- ۱۴- برخورد یک خط افقی را با مخروط دوار، چگونه تعیین می‌کنید؟
- ۱۵- برای اجسام داده شده در شکل ۱۷-۱۴، نقاط برخورد خط را تعیین و دید و ندید کنید.
- راهنمایی- برای به دست آوردن برخورد یک خط و کره، می‌توانید از یک تغییر صفحه عمودی استفاده کنید (تا به حالت شکل ۱۵-۱۴ درآید).

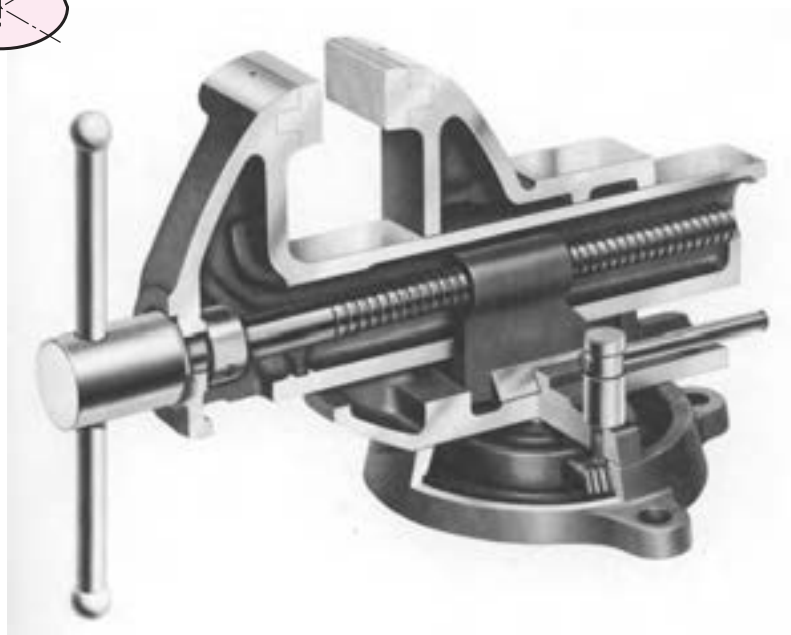
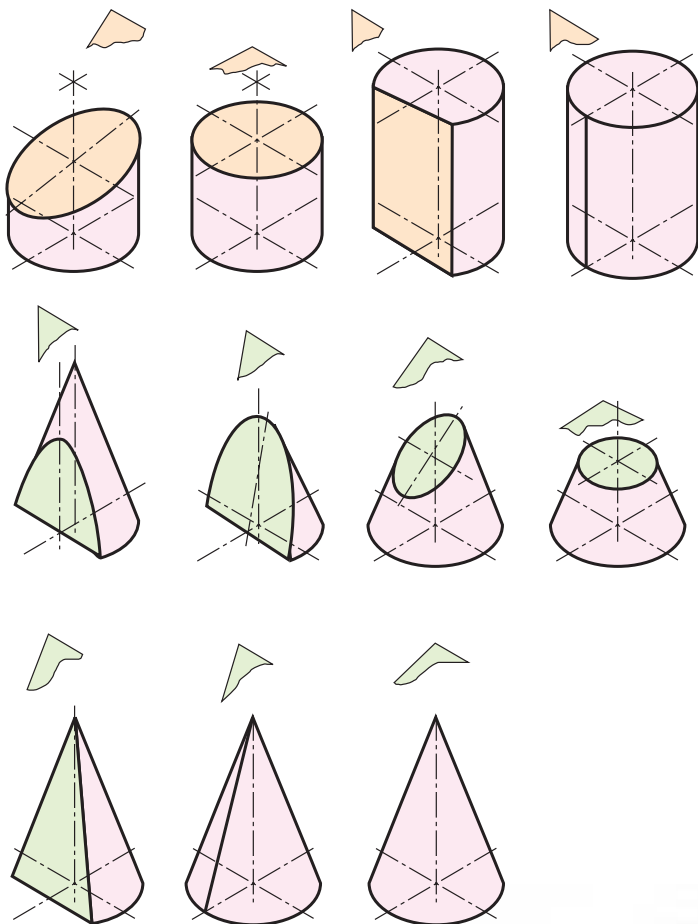


شکل ۱۷-۱۴

برای مطالعه

در هریک از مسائل زیر، نقطه‌های برخورد خط و جسم را به دست آورید. هر مربع را برابر 1° در نظر بگیرید.





در بسیاری موارد مجبوریم اجسام را به صورت‌های گوناگون برش بزنیم.

برش های اجسام

هدف های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می رود :

- ۱- مقاطع برشی استوانه را رسم کند.
- ۲- اندازه حقیقی مقاطع استوانه را تعیین کند.
- ۳- مقاطع برشی مخروط را رسم کند.
- ۴- اندازه حقیقی مقاطع مخروط را معین کند.
- ۵- برخورد صفحه را با کره، رسم کند.
- ۶- اندازه حقیقی مقطع کره را معین کند.
- ۷- مقاطع زانو را رسم کند.
- ۸- اندازه حقیقی مقطع را رسم کند.

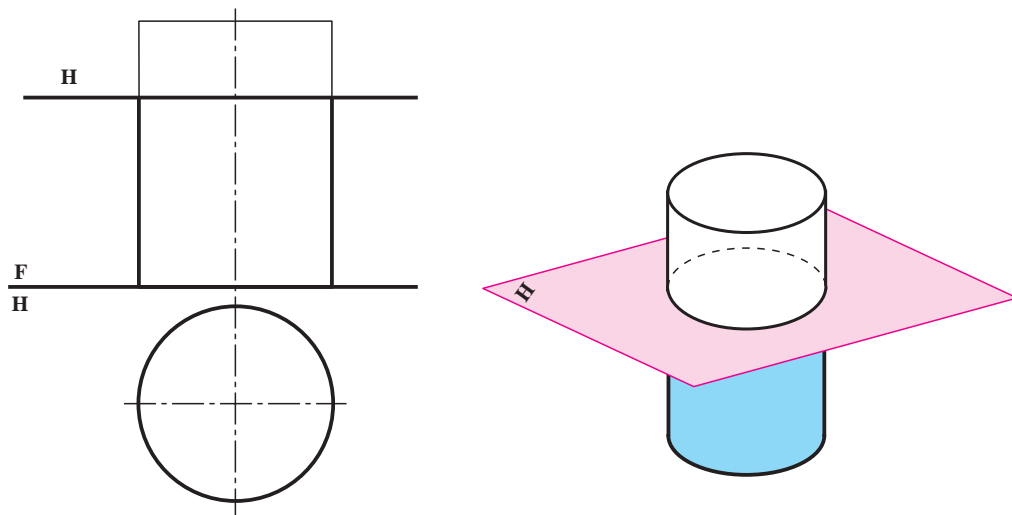
۱۵-۱- مقدمه

برش اجسام انحنادار با صفحه تخت از بخش های اساسی برخوردها است. در اینجا به گونه ای کوتاه درباره این برش ها گفت و گو می کنیم. برش های یاد شده را تنها برای استوانه، مخروط، کره و زانو در نظر می گیریم.

۱۵-۲- برش های استوانه

یک استوانه دوار را که قاعده آن بر زمین واقع است در نظر می گیریم و حالات گوناگونی را که صفحه نسبت به آن دارد بررسی می کنیم.

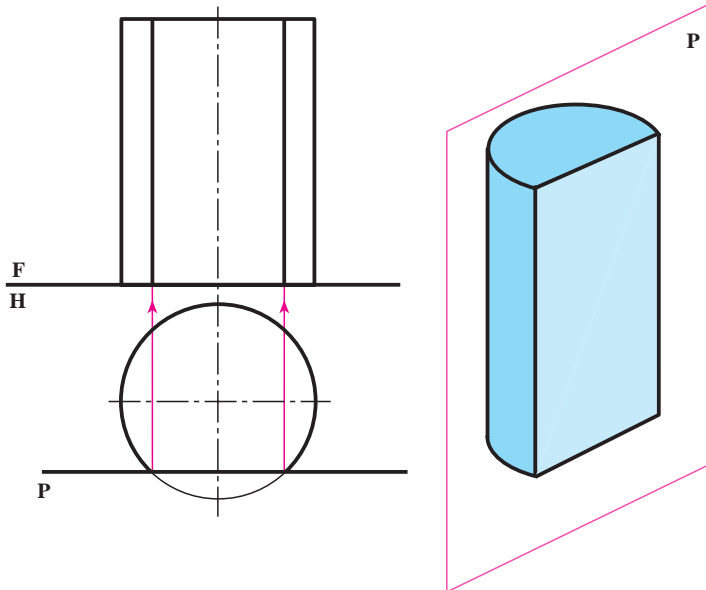
۱۵-۲-۱- صفحه افقی و استوانه : مطابق شکل ۱۵-۱ برش استوانه با صفحه افقی، دایره ای به موازات قاعده است.



شکل ۱۵-۱

۱۵-۲-۲- صفحه جبهی و استوانه :

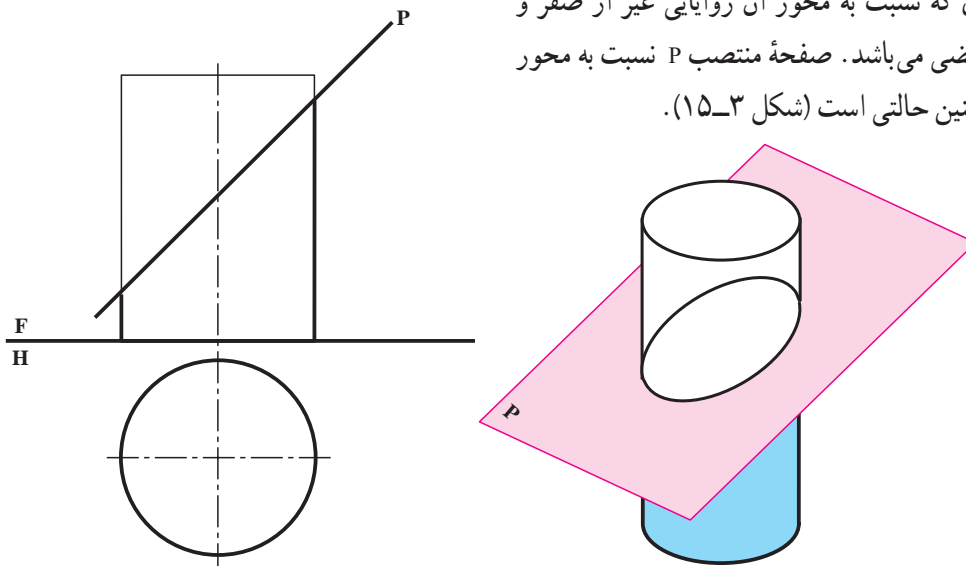
مطابق شکل ۱۵-۲ برش استوانه توسط صفحه جبهی، یک مستطیل است.



شکل ۱۵-۲

۱۵-۲-۳- صفحه منتصب و استوانه : در هندسه ثابت می شود

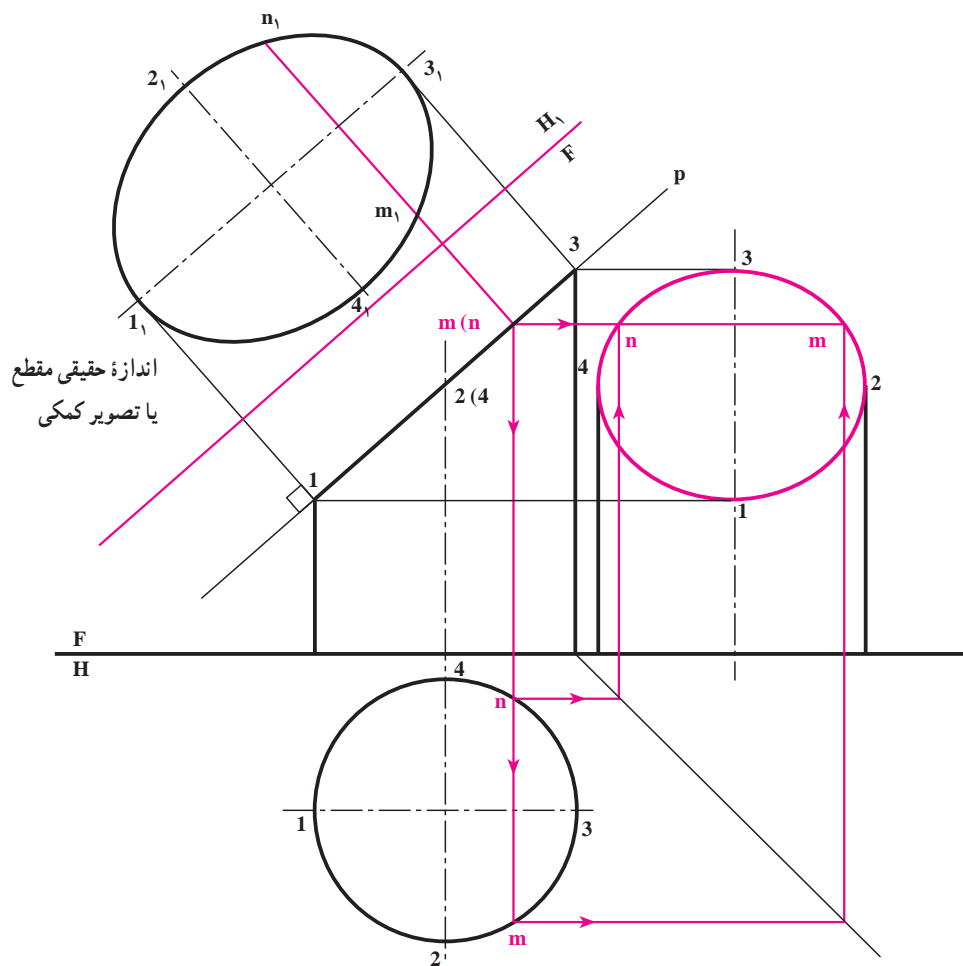
که مقطع استوانه با صفحه ای که نسبت به محور آن زوایایی غیر از صفر و نود درجه داشته باشد، یک بیضی می باشد. صفحه منتصب P نسبت به محور استوانه مورد نظر ما دارای چنین حالتی است (شکل ۱۵-۳).



شکل ۱۵-۳

در شکل ۱۵-۴ علاوه بر نمای نیمرخ که به صورت بیضی است، اندازه حقیقی مقطع را نیز به کمک یک تغییر صفحه افقی معین کرده ایم.

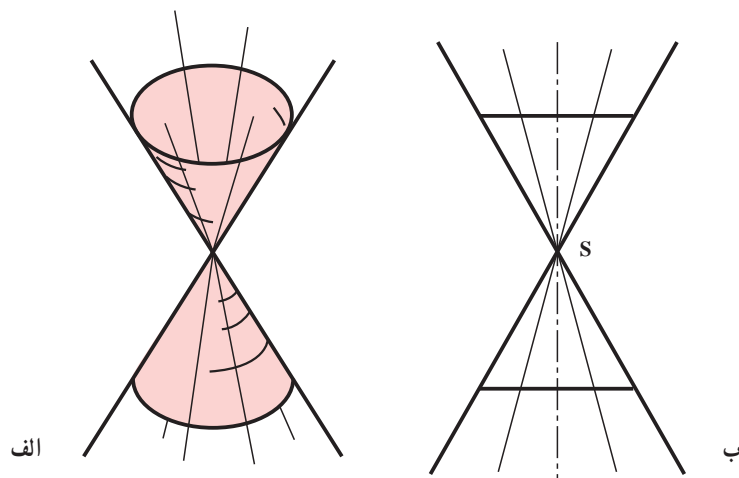
در اینجا شکل حقیقی که به آن «تصویر کمکی» نیز گفته می شود، یک بیضی می باشد. برای آنکه بتوان این بیضی را به راحتی رسم کرد، باید نقطه یابی انجام شود. اگر نقطه ای از تصویر روبه رو را در نظر بگیریم و به تصویر افقی رابط کنیم، m و n ؛ یعنی دو نقطه از مقطع را خواهیم داشت. با انتقال نقاط m و n به کمک رابط، به تصویر نیمرخ، m_1 و n_1 تعیین می شوند. واضح است که $\overline{n_1 m_1} = \overline{nm}$ است و نقاط دیگر را چه در نمای نیمرخ و چه در تصویر کمکی به همین روش منتقل خواهیم کرد.



شکل ۴-۱۵

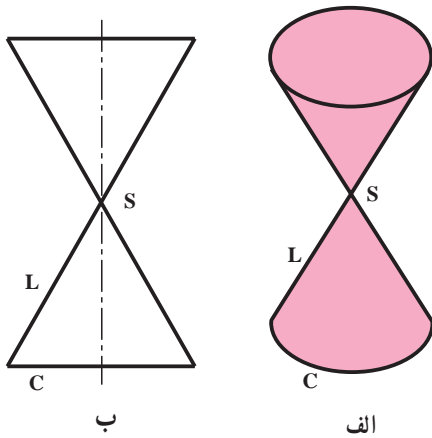
۳-۱۵- برش‌های مخروط

برش‌های مخروط با صفحه تخت به صورت‌های گوناگون در نقشه‌های فنی ظاهر می‌شود. در ادامه سخن سطح مخروطی را دوار در نظر می‌گیریم (شکل ۵-۱۵). چنانکه می‌دانید در سطح مخروطی دوار برش عمود بر محور، دایره است، به گونه‌ای که محور بر مرکز این دایره می‌گذرد.



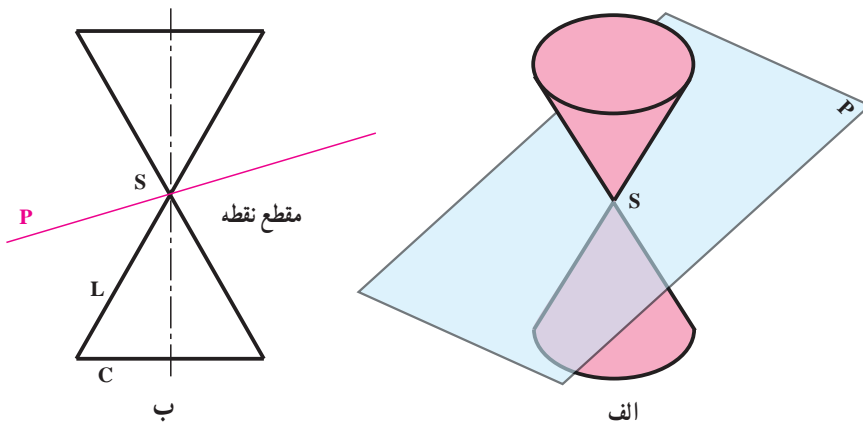
شکل ۵-۱۵- سطح مخروطی دوار

یک صفحه در هفت حالت می‌تواند با سطح مخروطی برخورد داشته باشد. برای بررسی، بخش محدودی از این سطح، مطابق شکل ۱۵-۶ را در نظر می‌گیریم.



شکل ۶-۱۵

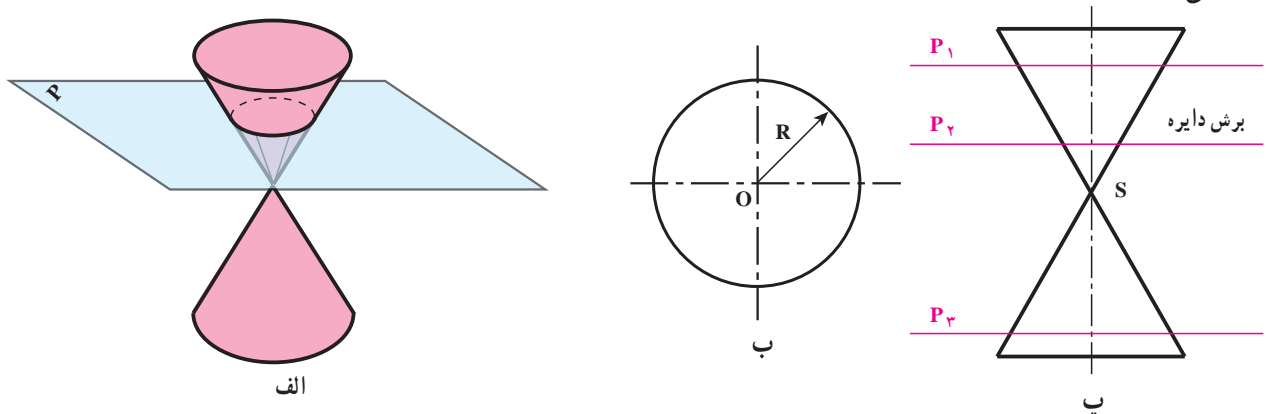
در این شکل C قاعده، L مولد و S نوک مخروط است. اینک بررسی این حالت‌ها :
 ۱-۱۵-۳- نقطه : اگر صفحه از رأس بگذرد می‌تواند تنها در یک نقطه سطح مخروطی را ببرد (شکل ۱۵-۷).



شکل ۷-۱۵

۲-۱۵-۳- دایره : اگر صفحه عمود بر محور باشد، مقطع دایره است. بسته به اینکه صفحه به S نزدیک یا از آن دور شود، اندازه مقطع نیز کوچکتر یا بزرگتر خواهد شد (شکل ۱۵-۸).

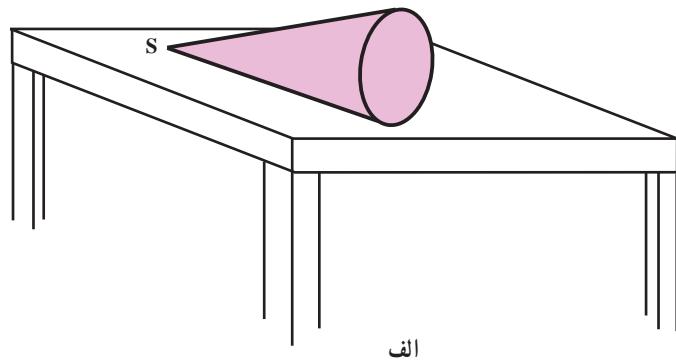
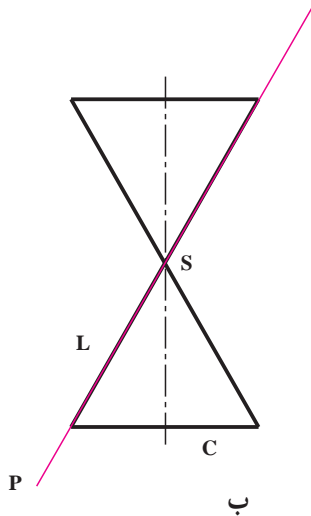
تعریف : دایره منحنی بسته‌ای است که فاصله تمام نقاط آن تا نقطه‌ای به نام مرکز مقداری ثابت است. این مقدار ثابت را با R نشان می‌دهند.



شکل ۸-۱۵

۱۵-۳-۳- یک خط : مطابق شکل ۱۵-۹، صفحه می تواند فقط در یک خط

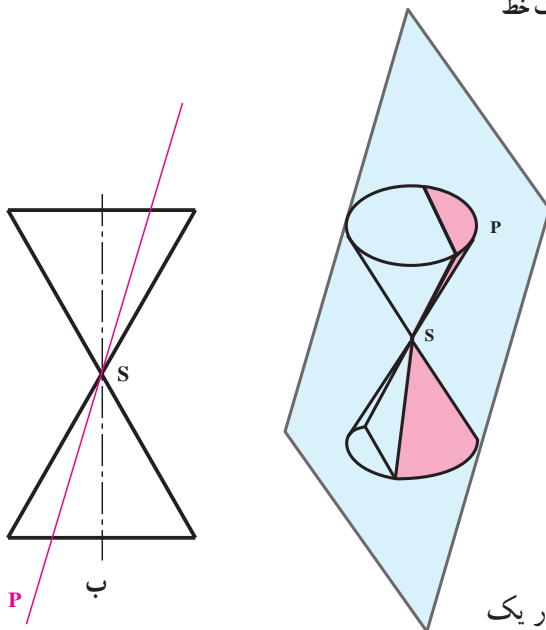
با سطح مخروطی مشترک باشد. مانند زمانی که مخروط را از پهلو روی میز بگذارید. در این حالت تماس میز و مخروط، تنها یک خط خواهد بود.



شکل ۱۵-۹- برخورد یک خط

۱۵-۳-۴- دو خط متقاطع : اگر صفحه از S

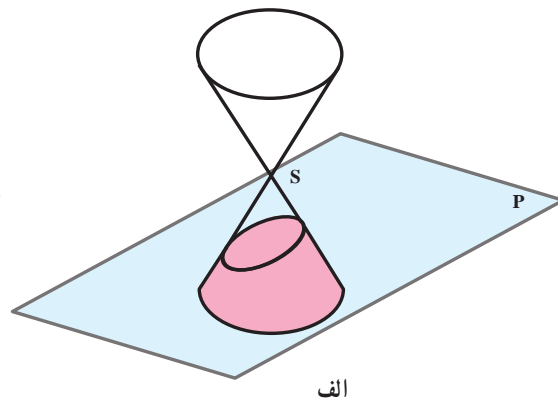
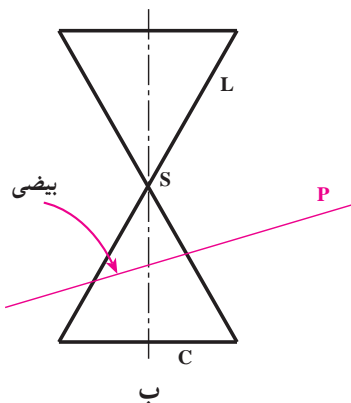
بگذرد، در حالت کلی می تواند در دو خط متقاطع، سطح مخروطی را قطع کند (شکل ۱۵-۱۰). این حالت برخورد صفحه و سطح مخروطی را نشان می دهد.



شکل ۱۵-۱۰- برخورد دو خط متقاطع

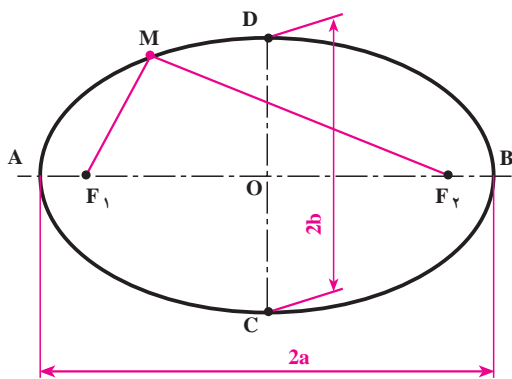
۱۵-۳-۵- بیضی : اگر همه مولدهای یک سطح مخروطی در یک

طرف نوک، بریده شوند، مقطع بیضی نام دارد (شکل ۱۵-۱۱).



شکل ۱۵-۱۱

۱- کلیه مطالبی که در مورد مقاطع مخروط ذکر می شود، در هندسه بر اساس قضایای مختلف ثابت می شود.

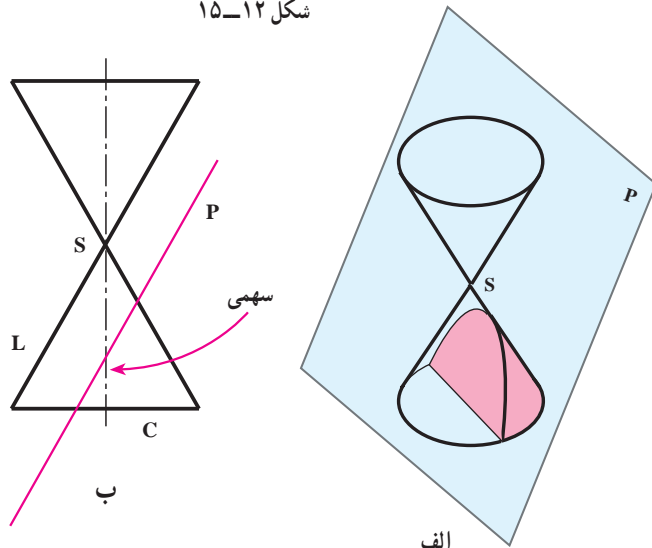


شکل ۱۵-۱۲

تعریف: بیضی منحنی بسته‌ای است که مجموع فاصله‌های هر نقطه‌اش، از دو نقطه ثابت به نام کانون، مقدار ثابتی است (شکل ۱۲-۱۵). این مقدار ثابت را با $2a$ و کانون‌ها را با F_1 و F_2 نمایش می‌دهند.

$$\overline{MF_1} + \overline{MF_2} = 2a$$

بنابراین: $\overline{MF_1} + \overline{MF_2} = 2a$ نشان می‌دهیم. قطرهای بیضی محورهای تقارن آن هستند.



شکل ۱۵-۱۳

۶-۳-۱۵- سهمی: اگر صفحه به موازات یکی

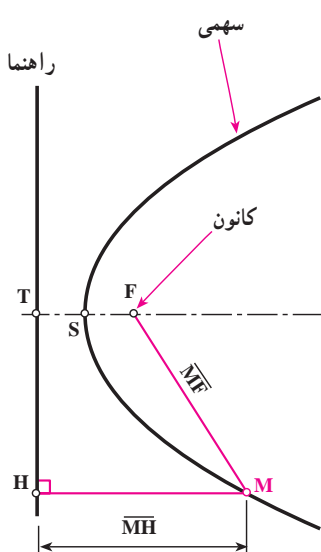
از مولدهای سطح مخروطی، آن را ببرد، سطح به دست آمده سهمی نامیده می‌شود (شکل ۱۳-۱۵).

تعریف: سهمی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصله

آنها از یک خط ثابت به نام راهنما و یک نقطه ثابت به نام کانون برابر باشد (شکل ۱۴-۱۵).

اگر کانون را با F و راهنما را با D نشان دهیم طبق تعریف داریم:

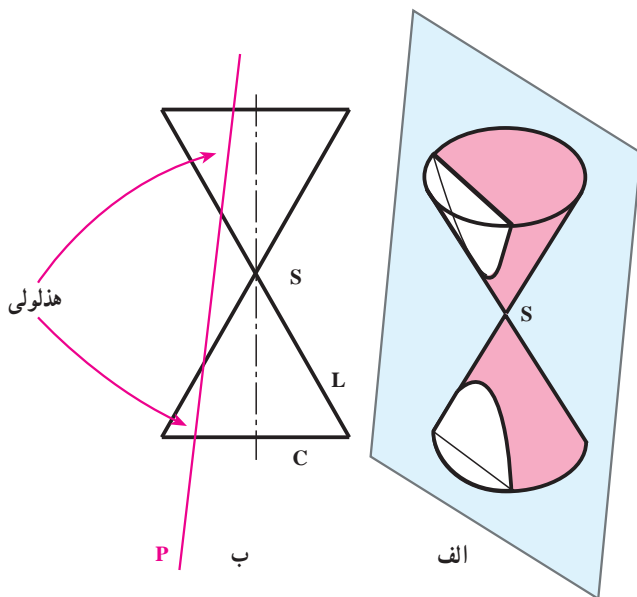
$$\overline{MF} = \overline{MH}$$



شکل ۱۵-۱۴

دانستنی: منحنی‌های مخروطی و فرمول‌های آنها کاربردهای بی‌شماری در علوم و مهندسی دارند. برای نمونه از

سهمی در چراغ خودرو استفاده می‌شود. نور لامپی که در کانون سهمی قرار می‌گیرد، همان نور بالا را تأمین می‌کند.



شکل ۱۵-۱۵

۷-۳-۱۵- هذلولی: اگر صفحه سطح مخروطی را در

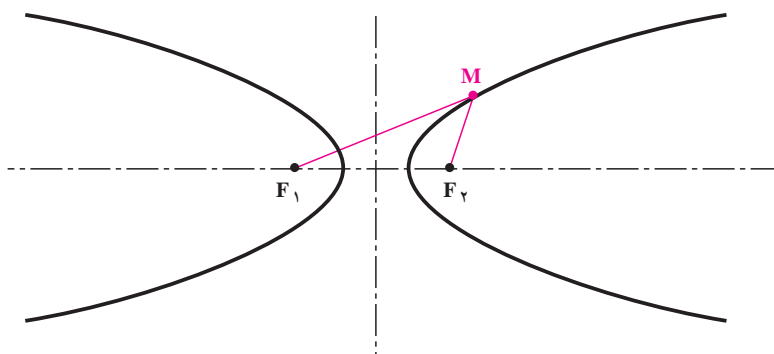
دو طرف رأس S قطع کند، مقطع هذلولی نامیده می شود (شکل ۱۵-۱۵).

در یک حالت خاص، صفحه P می تواند با محور مخروط موازی باشد. همچنین اگر تنها بخشی از سطح مخروطی مورد نظر باشد، تنها یک شاخه از هذلولی رسم خواهد شد.

تعریف: هذلولی مکان هندسی نقاطی است از صفحه که تفاضل فاصله های آنها از دو نقطه ثابت به نام کانون مقدار ثابتی است. کانون ها را F_1 و F_2 می نامیم و مقدار ثابت را با $2a$ نمایش می دهیم (شکل ۱۵-۱۶).

بنابراین اگر M روی شاخه راست باشد می توان نوشت: $\overline{MF_1} + \overline{MF_2} = 2a$ و اگر M روی شاخه سمت چپ باشد باید نوشت:

$$\overline{MF_2} - \overline{MF_1} = 2a$$



شکل ۱۵-۱۶- هذلولی

۴-۱۵- رسم برش های مخروط

روش ترسیم برش ها به طور کلی یکسان است. به یک مسئله اساسی توجه کنید. نقطه ای واقع بر سطح مخروط در دست است. تصویر دیگر آن را معین کنید.

۱-۴-۱۵- روش حل - مسئله به دو روش خط کمکی و صفحه کمکی، حل می شود. در شکل ب و الف ۱۵-۱۷ روش

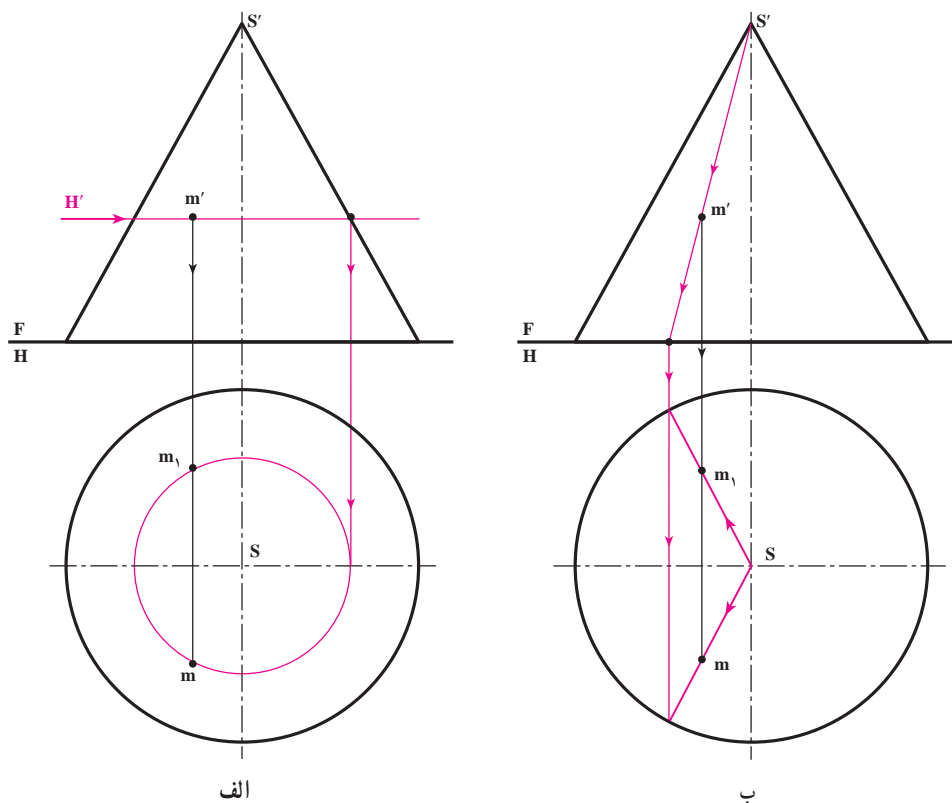
کار داده شده است.^۱

- در شکل الف ۱۵-۱۷، یک صفحه کمکی افقی H' از m' گذشته و مخروط را در یک دایره فرضی بریده است که به کمک

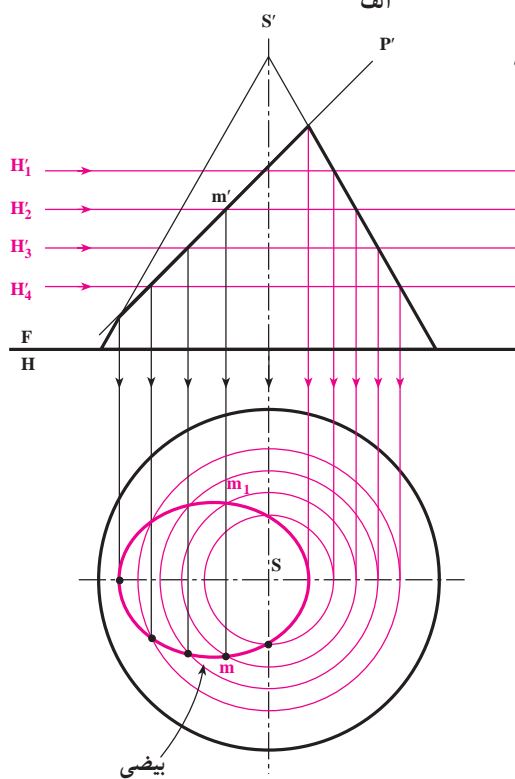
رابط از تصویر روبه رو، نقاط m_1 و m که دو جواب می توانند باشند به دست می آید.

۱- یادآوری می شود که در مسایل عملی همیشه یک بخش از سطح مخروطی در نظر گرفته می شود.

– در شکل ب ۱۷-۱۵، از خط کمکی استفاده شده است. برای این کار از s' به m' وصل می‌کنیم و ادامه می‌دهیم تا قاعده را قطع کند. در تصویر افقی تصاویر احتمالی این خط معین و به کمک رابط، m و m_1 تعیین می‌شود. با توجه به این نمونه، هر برشی از مخروط را ابتدا به نقاط تجزیه و به این روش‌ها مسئله را حل می‌کنیم.



شکل ۱۷-۱۵



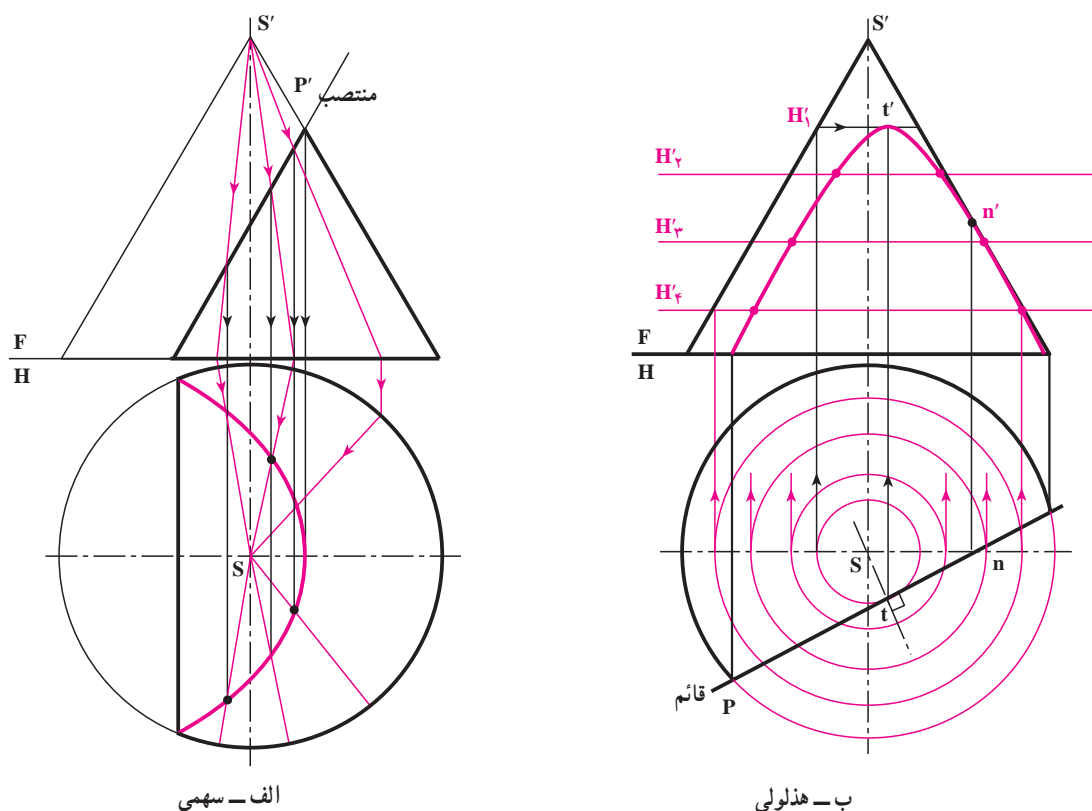
شکل ۱۸-۱۵

۲-۴-۱۵- چگونگی رسم برش بیضی: بر پایه

شکل ۱۸-۱۵، روش تعیین مقطع بیضی داده شده است (به روش صفحه کمکی).

شمار صفحات کمکی و فاصله آنها دلخواه است. همچنین اندازه حقیقی مقطع، مانند نمونه حل شده در شکل ۴-۱۵ خواهد بود (همچنین است برای حالت‌های دیگری که بعد از این گفته می‌شود).

۳-۴-۱۵- سهمی و هذلولی: اینک می توان حالت های مربوط به سهمی و یک شاخه از هذلولی را نیز در نظر گرفت. در شکل الف ۱۵-۱۹، حالت سهمی به روش خط کمکی و در شکل ب ۱۵-۱۹ حالت هذلولی به روش صفحه کمکی رسم شده اند.

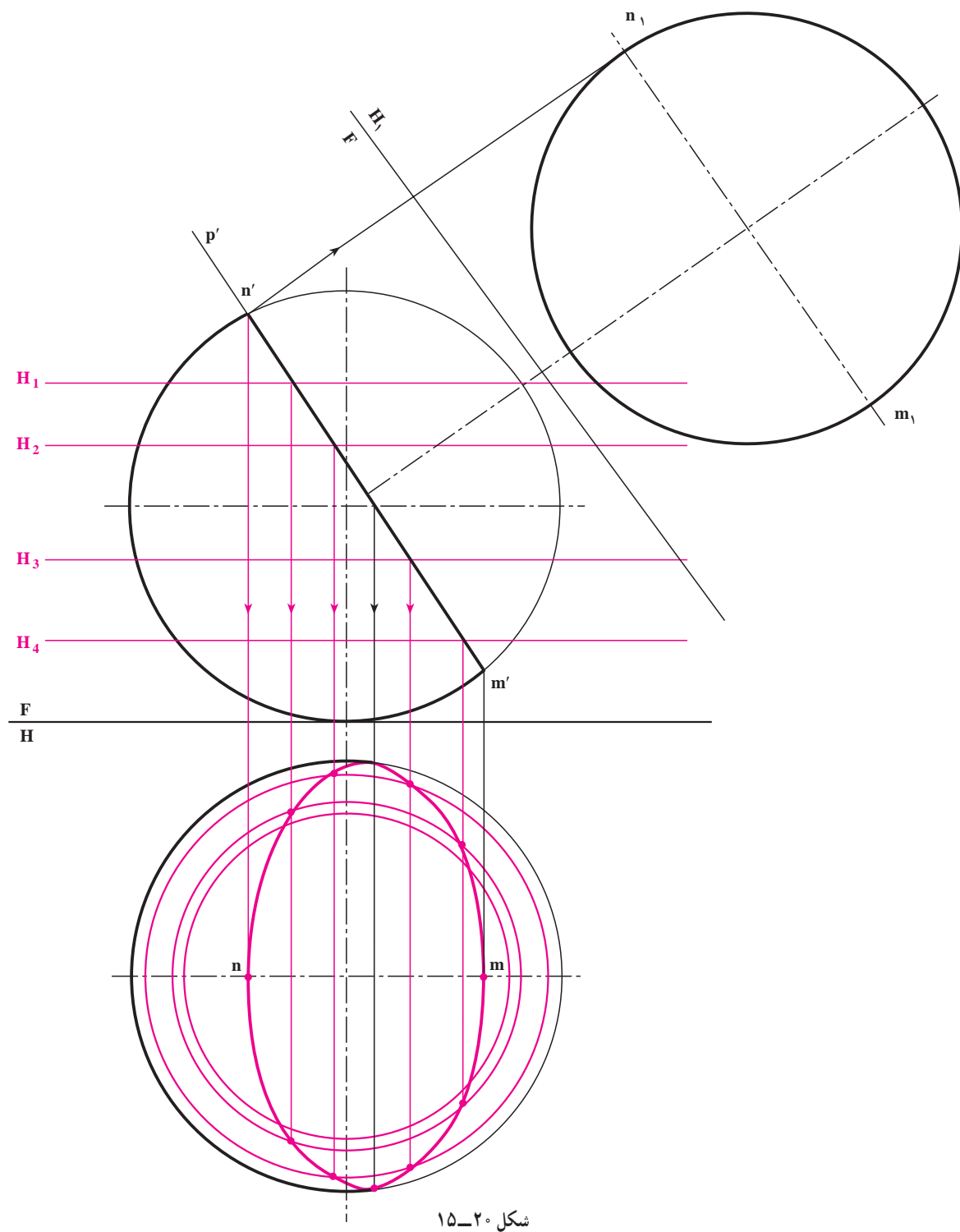


شکل ۱۵-۱۹

افزوده می شود که در شکل الف برش توسط یک صفحه منتصب و در شکل ب برش با یک صفحه قائم انجام گرفته است. همچنین شمار خطوط کمکی در شکل الف و دوائر کمکی «صفحات کمکی» در شکل ب دلخواه است. برای توضیح بیشتر در مورد شکل ب ۱۵-۱۹ اضافه می شود که: ابتدا در تصویر افقی یک دایره مماس بر P رسم کردیم تا t معین شد «البته پیش از آن عمود St را بر P وارد نمودیم»، تعیین t در تصویر روبه رو مهم است (همچنین نقطه nn هم اهمیت دارد، چرا؟). به همین ترتیب چند دایره رسم کردیم؛ به کمک رابط و برعکس مسایل پیش، جای گذراندن صفحات کمکی H_1' ، H_2' و H_3' را در تصویر روبه رو معین کردیم؛ پس از انتقال نقاط، فرم منحنی در تصویر روبه رو مشخص شد.

۵-۱۵- صفحه و کره

یک صفحه تنها در یک حالت با کره برخورد دارد که در هر شرایطی قاطع دایره است (در یک حالت صفحه می تواند تنها بر کره مماس باشد). در شکل ۱۵-۲، صفحه قاطع یک منتصب است.

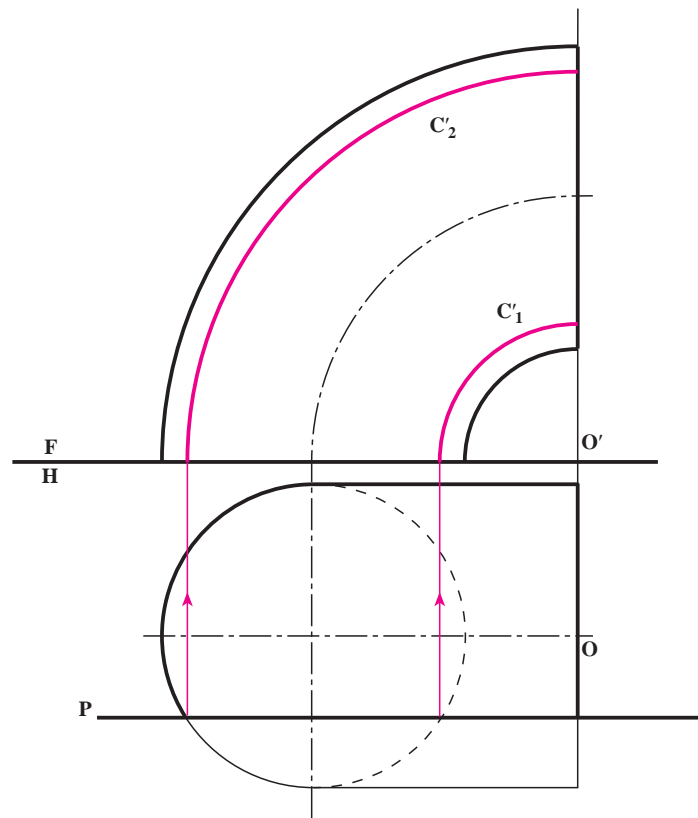


شکل ۱۵-۲

- روش کار عبارت است از :
- مشخص کردن نقطه‌های mm' و nn' .
 - در نظر گرفتن صفحات کمکی H_1' و H_2' و ترسیم دوایر حاصل از این صفحات، در تصویر افقی؛
 - تعیین نقاط؛
 - اتصال نقاط و ترسیم نمای افقی مقطع.
 - در یک تصویر کمکی، اندازه حقیقی مقطع که همانا یک دایره است به دست آمده است.

۶-۱۵- صفحه و زانو

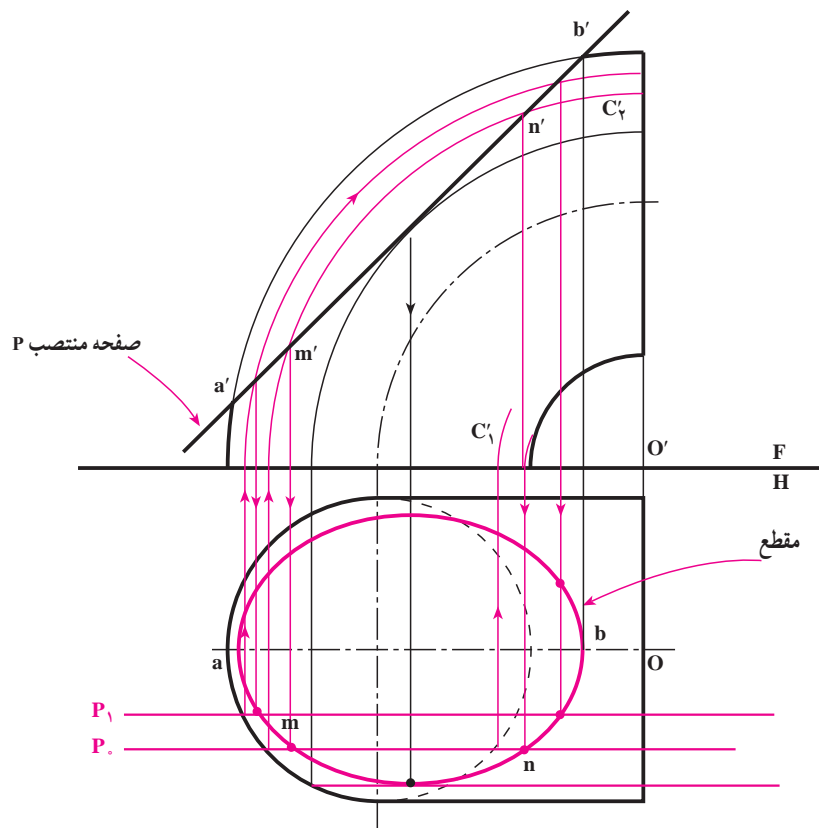
- مقطع صفحه و زانو در شرایط گوناگون بسیار متفاوت است. اینک چند حالت بررسی می‌شود :
- ۶-۱۵-۱- صفحه جبهی و زانو : در شکل ۲۱-۱۵ یک صفحه روبه روی P ، زانوی 90° درجه‌ای را بریده است.



شکل ۲۱-۱۵

دو ربع دایره C_1' و C_2' حاصل این برخورد هستند که مرکز آنها نقطه O می باشد.
 با توجه به مسئله شکل ۲۱-۱۵، دیده می شود که تعیین مقطع در این شرایط بسیار ساده است؛ از این رو برای حل حالت های دیگر از چنین صفحه ای به صورت صفحه کمکی استفاده می کنیم.
۲-۶-۱۵- حالت کلی صفحه و زانو: یک صفحه منتصب و زانوی مسئله پیش را در نظر گرفتیم. طبق شکل ۲۲-۱۵ و به این ترتیب کار کردیم:

- ابتدا نقاط aa' و bb' را به کمک رابط معین کردیم؛
- یک صفحه جبهی P گذراندیم؛
- دوائر مربوط به مقطع فرضی P را در تصویر روبه رو و به کمک رابط رسم کردیم؛
- از برخورد این دوائر با صفحه منتصب، نقاط n' و m' معین شد که به کمک رابط، m و n نیز در تصویر افقی به دست آمد؛
- با چنین روشی و با ترسیم P_1, P_2 و ... نقاط بیشتری را معین می کنیم.
- همچنین مطابق شکل می بینید که از کمان C_1' استفاده نشده است.

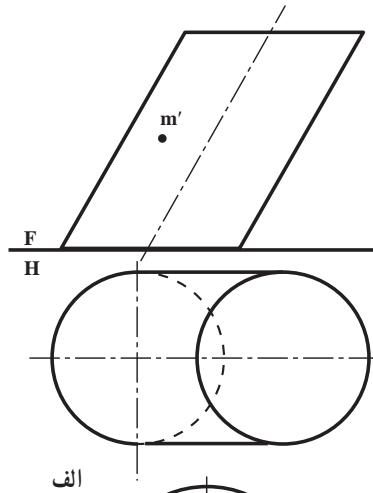


شکل ۲۲-۱۵

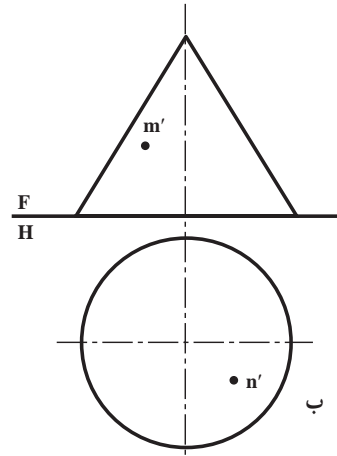
۷-۱۵- اندازه حقیقی مقاطع بریده شده

برای تعیین اندازه حقیقی سطح برش خورده، مطابق نمونه های پیش، کار خواهد شد. (ادامه به عهده هنرجویان)

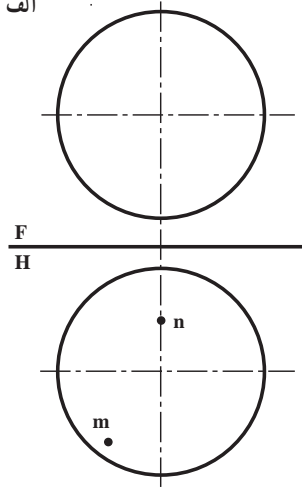
- ۱- مقاطع استوانه چه حالاتی دارد؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.
- ۲- اندازه حقیقی مقطع استوانه دوار در حالت کلی «بیضی» چگونه تعیین می شود؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.
- ۳- مقاطع مخروط را نام ببرید.
- ۴- مقاطع مخروط را با رسم شکل دستی بگویید.
- ۵- ابتدا قاعده یک مخروط را روی میز بگذارید و سپس مخروط را از پهلو روی میز بگذارید، در هر مورد اشتراک میز و مخروط چیست؟
- ۶- اندازه حقیقی یک مقطع مخروطی چگونه تعیین می شود؟
- ۷- مقاطع مخروطی را «با رسم شکل دستی» تعریف کنید.
- ۸- برخورد صفحه با کره چند حالت دارد؟
- ۹- اندازه حقیقی مقطع کره با صفحه چگونه تعیین می شود؟
- ۱۰- اگر یک قرص فلزی «مثل یک سکه بزرگ»، یک صفحه مقوا و یک نقطه نورانی «مثل یک لامپ کوچک» در اختیار باشد، آیا می توان مقاطع مخروط «بیضی، دایره، سهمی و هذلولی» را روی صفحه تشکیل داد؟
- ۱۱- شکل ۴-۱۵ را با مقیاس ۱:۲ ترسیم و اندازه حقیقی مقطع را معین کنید.
- ۱۲- شکل ۱۵-۱۷ را با مقیاس نقشه ترسیم کنید.
- ۱۳- شکل ۱۵-۱۸ را با مقیاس نقشه ترسیم و اندازه حقیقی سطح برش خورده را نمایش دهید.
- ۱۴- در شکل ۱۵-۱۹ مقاطع سهمی و هذلولی را با رسم شکل دستی توضیح دهید.
- ۱۵- شکل ۱۵-۲۰ را با مقیاس نقشه رسم کنید.
- ۱۶- شکل ۱۵-۲۱ را به صورت دستی ترسیم کنید و درباره آن توضیح دهید.
- ۱۷- شکل ۱۵-۲۲ را با مقیاس نقشه ترسیم کنید و اندازه حقیقی مقطع را نمایش دهید.
- ۱۸- در شکل ۱۵-۲۳ نقاطی از یک جسم، تنها در یک نما داده شده، تصویر دیگر را معین کنید «روی شکل موجود».



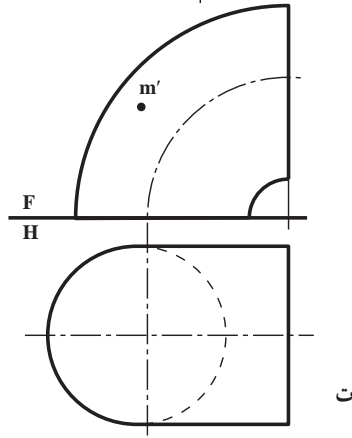
الف



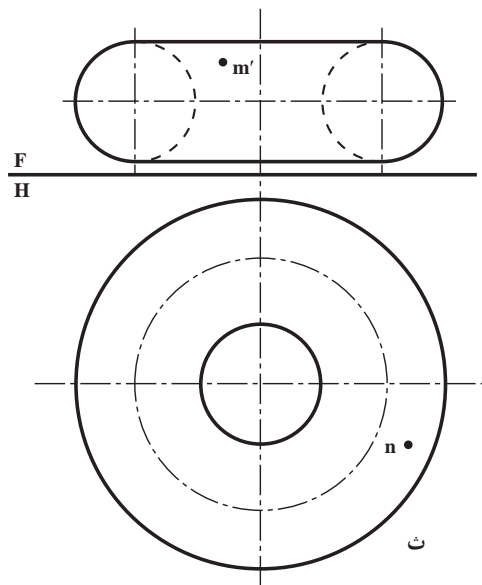
ج



ب



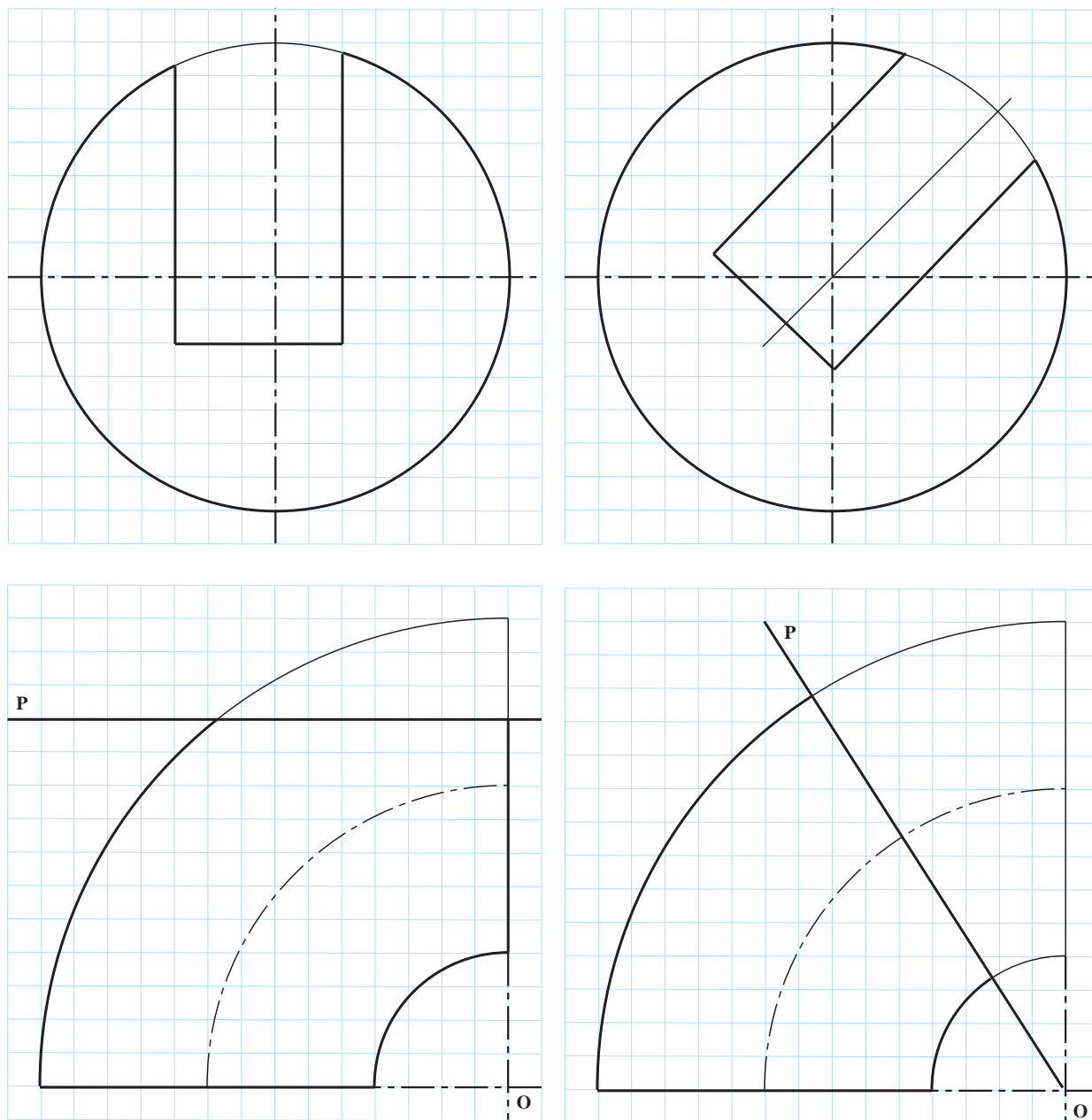
د



شکل ۲۳-۱۵

برای مطالعه

برای کره‌ها و زانوهای برش خورده، سه نما کشیده شود.
مقیاس ۱:۱ و در هر سه مورد، نمای رو به روی داده شده، کامل است.



شکل ۲۴-۱۵

برای مطالعه

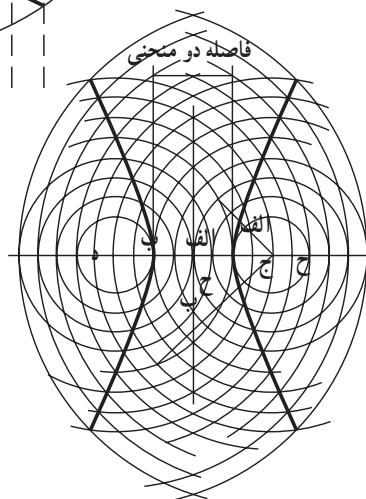
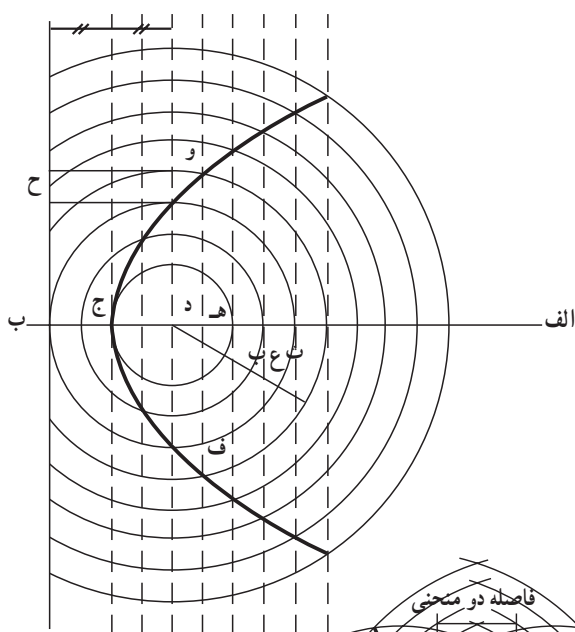
ابوالوفا بوزجانی



فاصله کانون و خط

ابوالوفا محمد بن یحیی بن اسماعیل ابن عباس بوزجانی، مشهور به حاسب (متولد ۳۲۸ هجری قمری در روستای بوزجان خراسان، وفات ۳۸۷)، ریاضی دان و ستاره شناس برجسته ایرانی منشأ نوآوری ها و پژوهش های زیادی به ویژه در هندسه و ریاضیات و ستاره شناسی بوده است.

از آثار او می توان (۱) المجسطی (درباره ریاضی و هیئت)، (۲) کاربرد هندسه، (۳) کاربرد حساب (۴) تفسیر کتاب خوارزمی در جبر و ... را نام برد. در زیر به دو نمونه از کارهای ابوالوفا برگرفته از کتاب «هندسه ایرانی، کاربرد هندسه در عمل» اشاره شده است.^۱



روش رسم منحنی سهمی : روش رسم این منحنی آن است که ابتدا خطی به موازات خط عمود به محور اصلی با فاصله معینی رسم می نماییم و سپس به همان فاصله دایره ای به مرکز کانونی می کشیم تا آن خط را قطع کند و دو نقطه از منحنی به دست آید. و به همین ترتیب دیگر نقاط منحنی را مشخص و به یک دیگر وصل و منحنی را کامل می نماییم. بدین صورت : شکل روبه رو.

روش رسم یک هذلولی : ابتدا دو خط عمود بر یکدیگر رسم و بر روی یکی فاصله دو منحنی و سپس دو کانون هذلولی را مشخص می کنیم. بعد برای به دست آوردن نقاط مختلف بدین طریق عمل می نماییم که نقطه ای روی محور اصلی انتخاب و به مرکز کانون ها و فاصله آن نقطه از دو سر هذلولی قوس هایی رسم می کنیم تا یکدیگر را قطع نمایند. این نقاط روی منحنی هذلولی قرار دارد و ادامه این کار برای نقاط مختلف روی محور اصلی، منحنی هذلولی را به دست می دهد. بدین صورت : شکل روبه رو.

۱- برگردان به عبارت روز توسط آقای جذبی، انتشارات سروش سال ۱۳۶۹.



خطوط تازه ای که در برخورد اجسام به دست می آید بستگی به شکل ساختمانی آنها دارد.

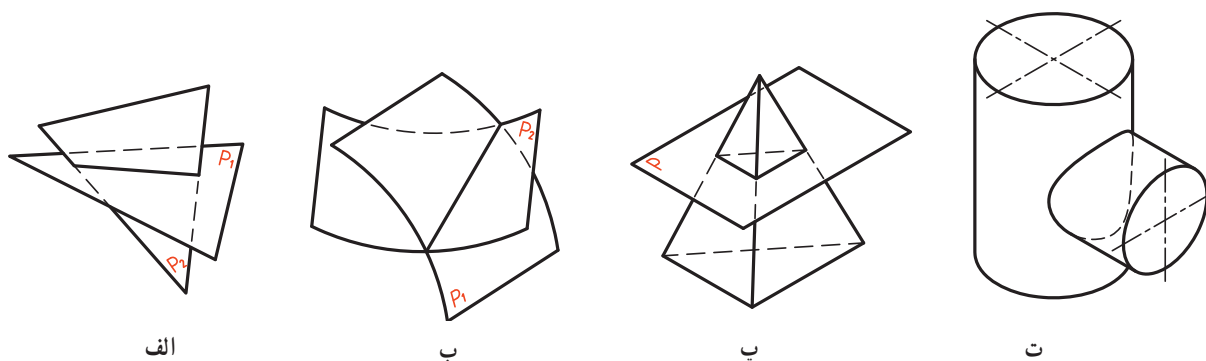
برخورد اجسام با سطوح انحادار

هدف‌های رفتاری: در پایان این درس از فراگیرنده، انتظار می‌رود:

- ۱- روش‌های نقطه‌یابی را نام ببرد.
- ۲- نقطه‌یابی به روش خط کمکی، صفحه کمکی و کره کمکی را شرح دهد.
- ۳- برخورد دو استوانه را رسم کند.
- ۴- برخورد استوانه و مخروط را رسم کند.

۱-۱۶- یادآوری

در نقشه‌کشی منظور از برخورد، فصل مشترک یا خط جدیدی است که در اثر برخورد یک صفحه یا یک جسم با جسم دیگر به وجود می‌آید (شکل ۱-۱۶).



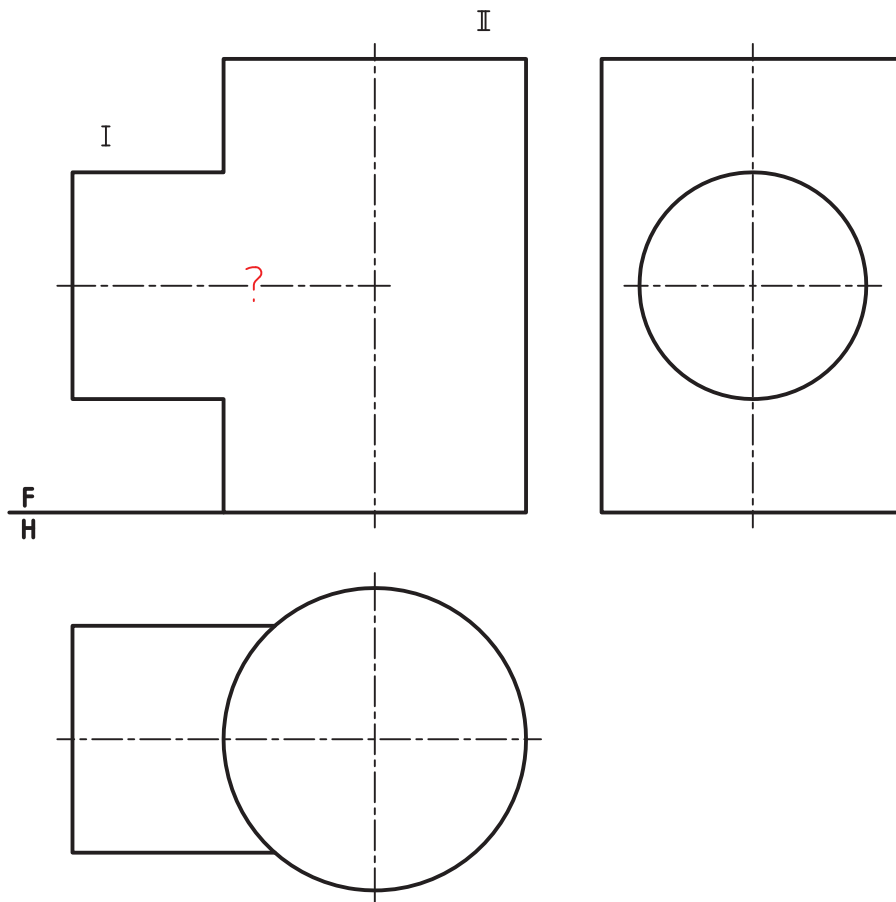
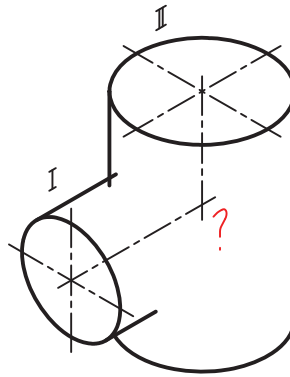
شکل ۱-۱۶- الف - برخورد دو صفحه، ب - برخورد دو سطح انحادار، پ - برخورد صفحه و هرم، ت - برخورد دو استوانه

گاهی این برخورد تنها از پاره‌خط‌های راست تشکیل می‌شود که برای رسم هر پاره‌خط، داشتن دو نقطه آن کافی است و گاهی برخورد، خطی منحنی است که برای مشخص شدن آن، نیاز به نقاط بیشتری هست.

۱-۱۶-۱- روش‌های نقطه‌یابی - نقطه‌های لازم برای رسم یک خط را می‌توان به راه‌های گوناگونی به دست آورد.

از میان آنها می‌توان خط کمکی، صفحه کمکی و کره کمکی را نام برد.

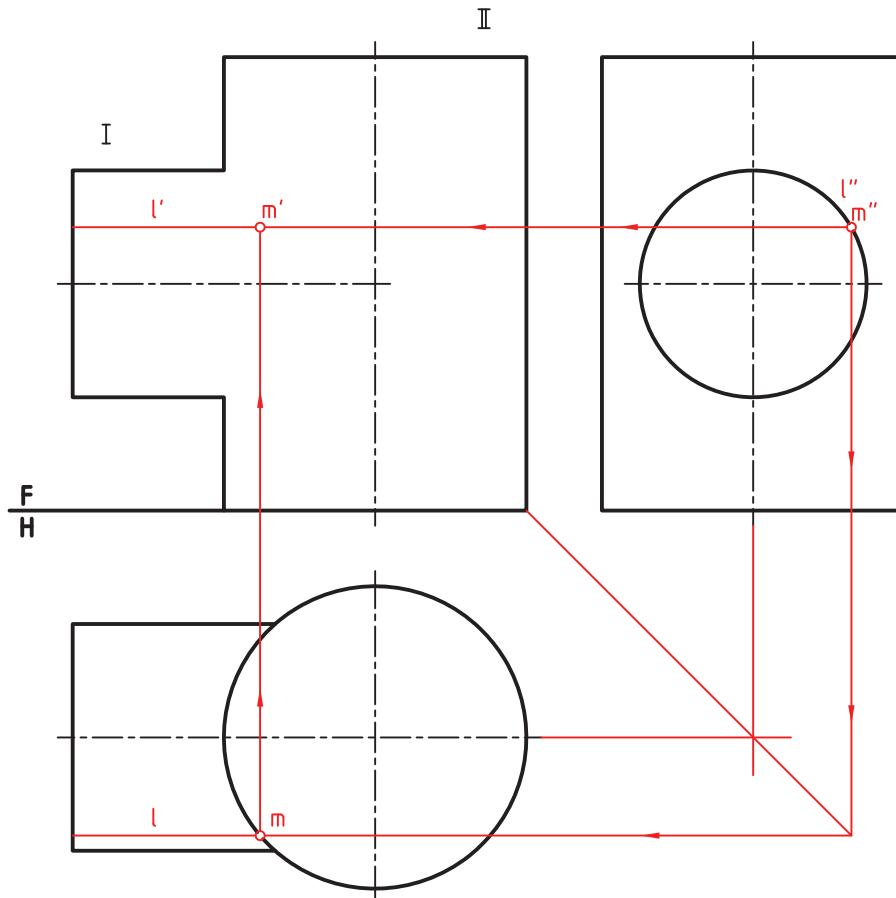
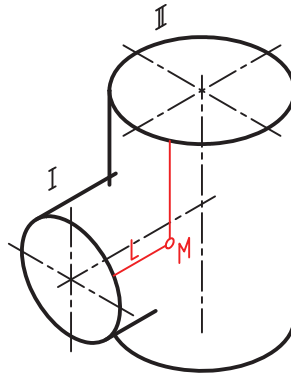
پرسش - دو استوانه I و II مطابق شکل ۱۶-۲ مفروض‌اند. هدف رسم خط حاصل از برخورد آنها است.



شکل ۱۶-۲

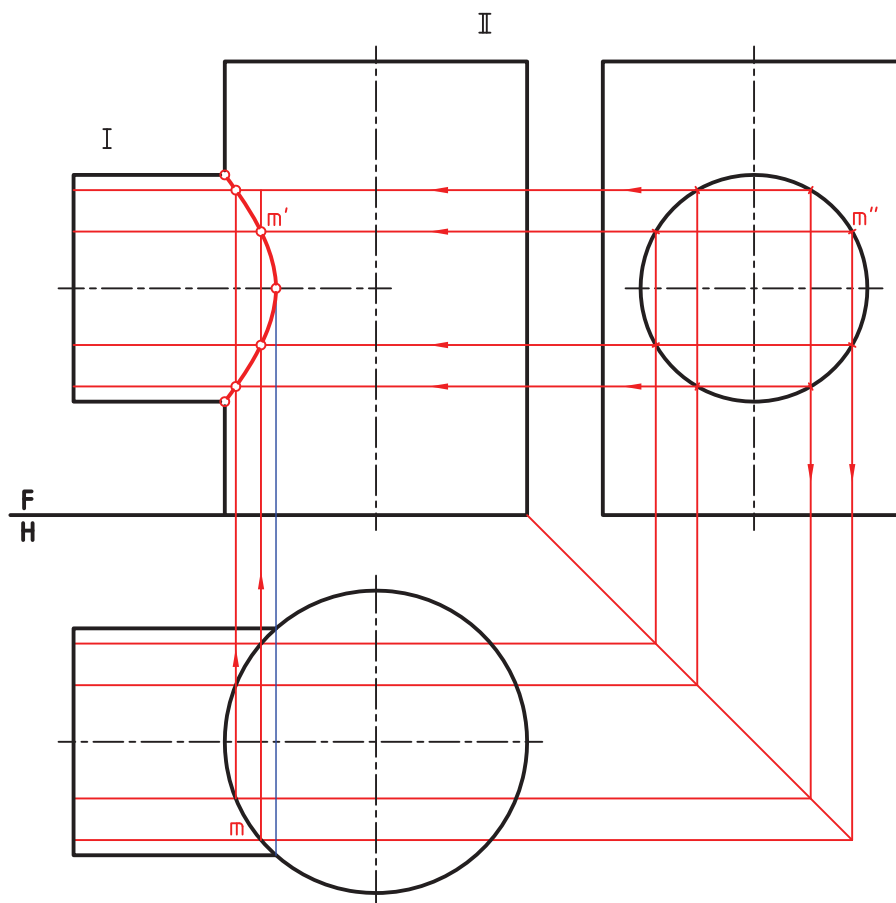
پیش از حل باید توجه کرد که همواره همه این روش‌ها برای حل یک مسئله ممکن نیست. پس با بررسی مسئله، راه حل مناسب برگزیده خواهد شد.

۱-۲-۱۶- روش خط کمکی - به شکل ۱۶-۳ نگاه کنید. در این شکل یک نقطه از برخورد دو استوانه را به کمک یک خط دلخواه L به دست آورده ایم.



شکل ۱۶-۳

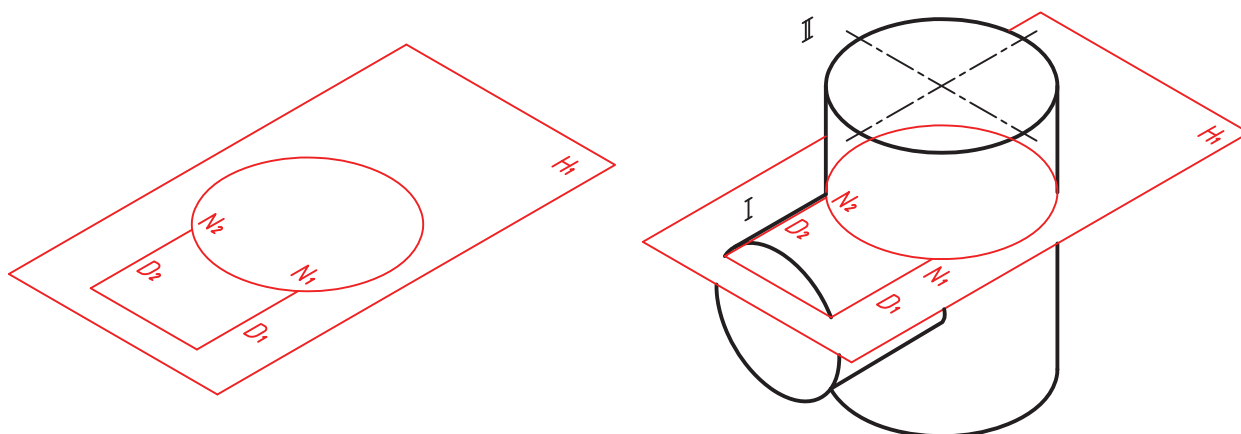
کار را می‌توان از نمای نیم‌رخ، با انتخاب l'' یا از نمای افقی با l شروع کرد. در این روش هر خط کمکی می‌تواند یک نقطه از برخورد را معین کند. با کمی توجه و ابتکار می‌توان از l و خط مشایه‌ی که می‌تواند زیر آن قرار داشته باشد به دو نقطه در نمای روبه‌رو رسید (شکل ۱۶-۴).



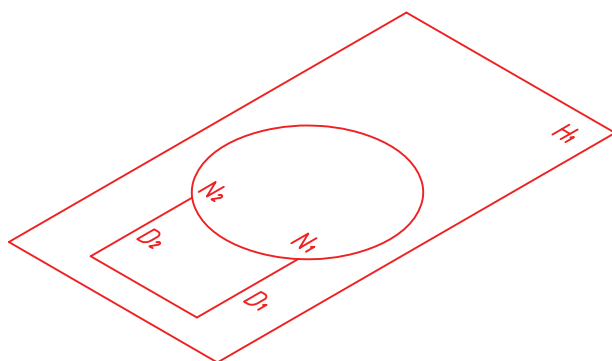
شکل ۱۶-۴

دیده می شود که در خیلی از مسائل می توان از این تقارن استفاده کرد. آیا می توانید بگویید خط کمکی مورد استفاده چه نام دارد؟
۱۶-۱-۳- صفحه کمکی - به شکل ۱۶-۵ بنگرید. یک صفحه افقی به عنوان عامل کمکی است و دریافتن نقاط مورد نظر به کار می رود.

این صفحه استوانه ها را به ترتیب در یک مستطیل و یک دایره می برد. یعنی آنچه که از برخورد صفحه کمکی دلخواه با دو استوانه به دست می آید، مطابق شکل ۱۶-۶ می باشد.

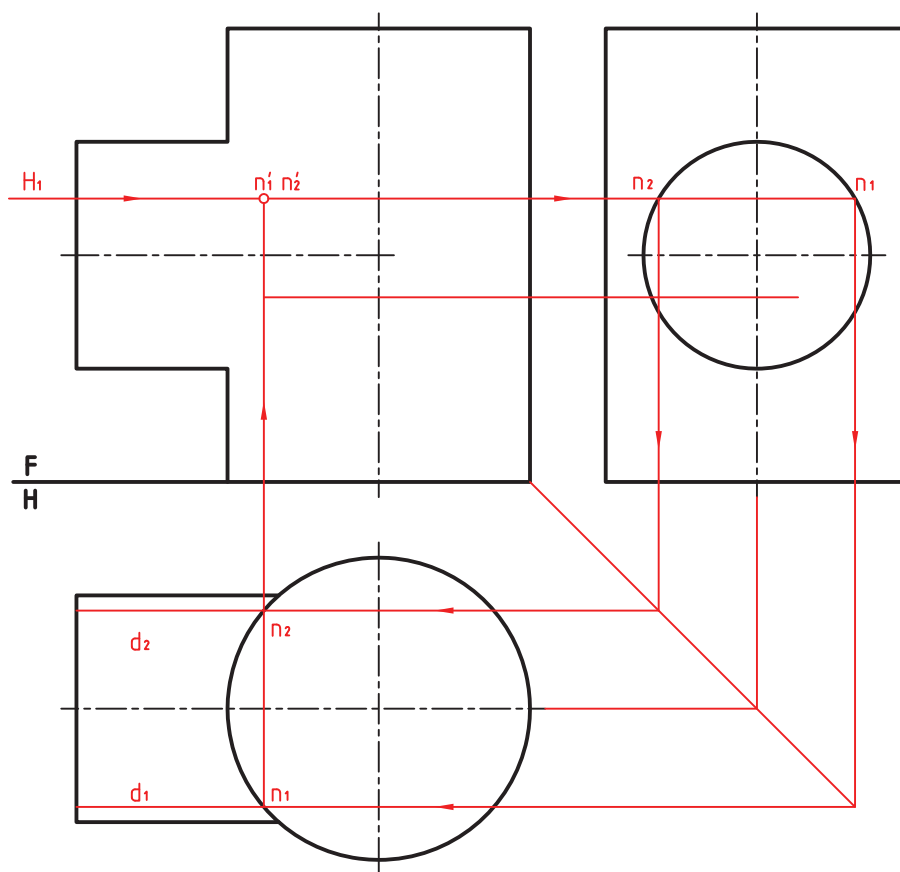


شکل ۱۶-۵



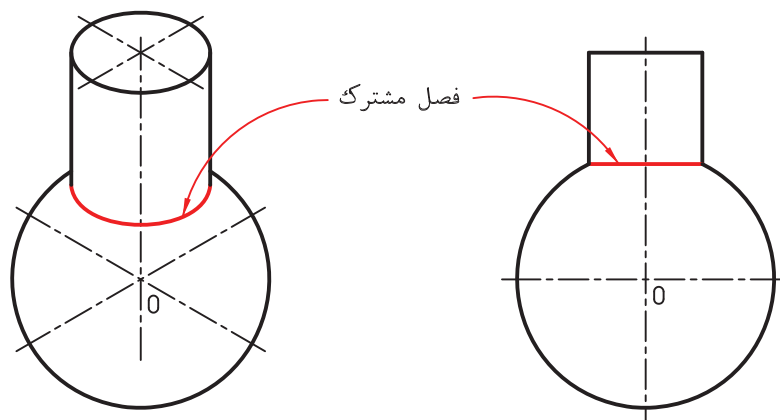
شکل ۱۶-۶

این شکل به سادگی درنمای افقی مشخص خواهد شد. ترتیب کار در شکل ۱۶-۷ دیده می‌شود.



شکل ۱۶-۷

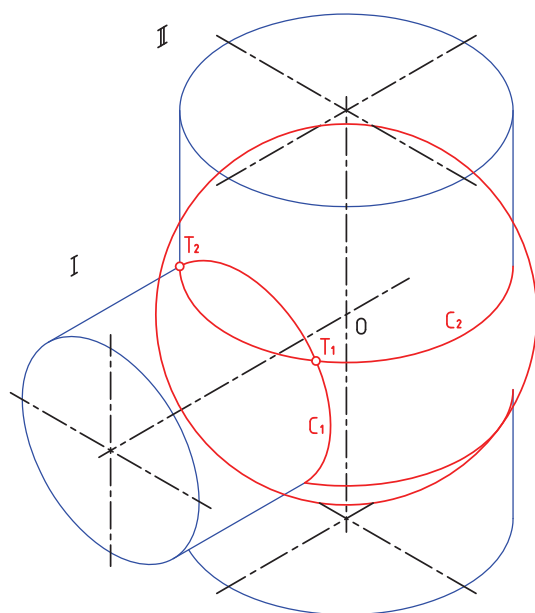
۱۶-۱-۴- روش کره کمکی - اگر یک استوانه به گونه‌ای بایک کره برخورد کند که محور آن از مرکز کره بگذرد، فصل مشترک یک دایره است. اندازه این دایره برابر قاعده استوانه خواهد بود (شکل ۱۶-۸).



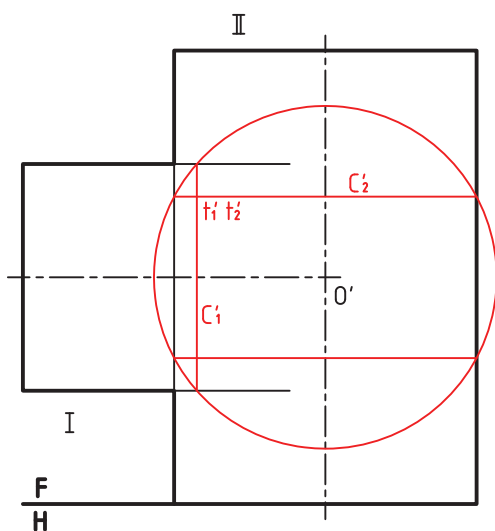
شکل ۱۶-۸

سادگی این برخورد، روش نوینی برای تعیین تقاطع دو حجم دوار پیش می‌آورد، که به روش کره کمکی معروف است.^۱

پس در این روش، عامل کمکی را یک کره در نظر می‌گیرند، به گونه‌ای که مرکز آن بر محور اجسام دوار قرار داشته باشد که معمولاً در محل تقاطع دو محور قرار دارد. به شکل ۱۶-۹ نگاه کنید. در این شکل یک کره دو استوانه متقاطع را قطع می‌کند.

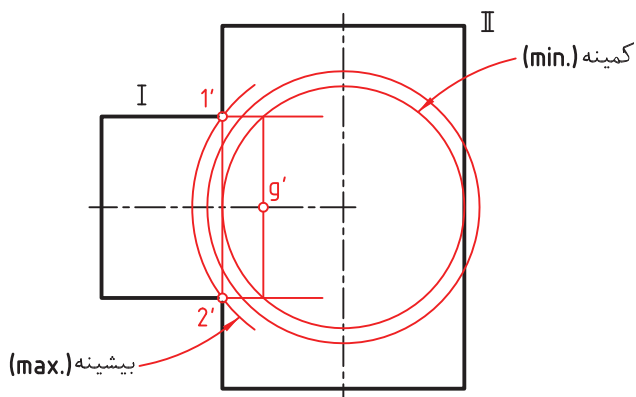


شکل ۹-۱۶



شکل ۱۰-۱۶

اشتراک I و کره، دایره C_1 و اشتراک II و کره دایره C_2 است، اما C_1 و C_2 روی یک کره هستند. پس T_1 و T_2 اشتراک آنها است، که در حقیقت اشتراک دو استوانه خواهد بود. در شکل ۱۶-۱۰ این مطلب به صورت نمای دقیق دیده می‌شود. یعنی استوانه بزرگتر مماس می‌شود.

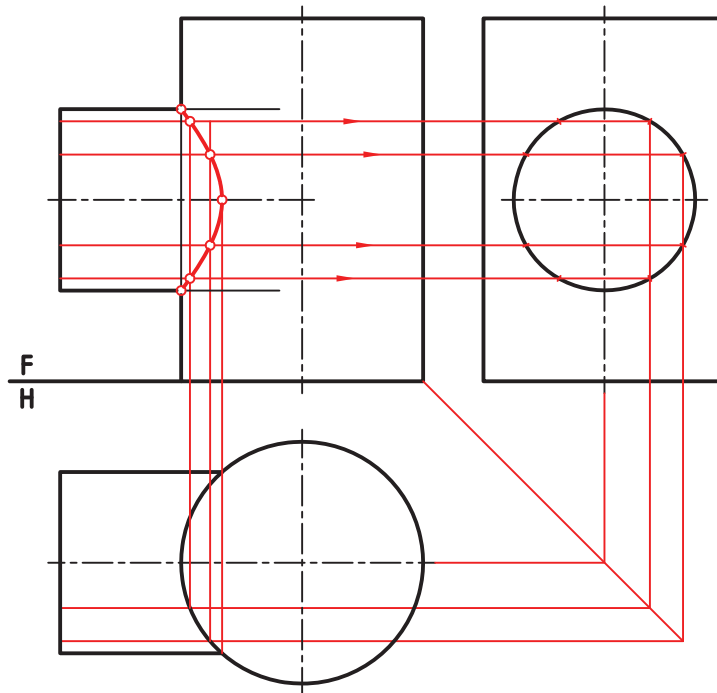


شکل ۱۱-۱۶

با توجه به چند نکته زیر، به حل کامل مسئله برخورد دو استوانه، در هر سه حالت خواهیم پرداخت.
- در شرایط مسئله، دو نقطه ۱' و ۲'، از ابتدا مشخص است (شکل ۱۶-۱۱).

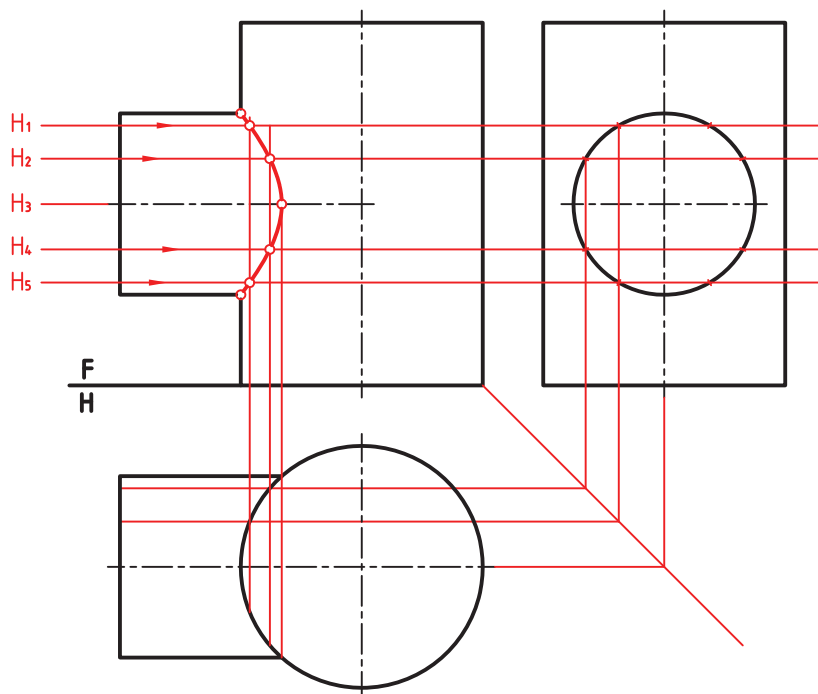
۱- گاهی آن را روش ساجمه‌ای هم گفته‌اند.

- بزرگترین کره آن است که از $۱'$ و $۲'$ می‌گذرد.
 - کوچکترین کره آن است که بر استوانه II یعنی استوانه بزرگتر مماس می‌شود.
- در شکل ۱۲-۱۶، مسئله با تکرار خط کمکی حل شده است.



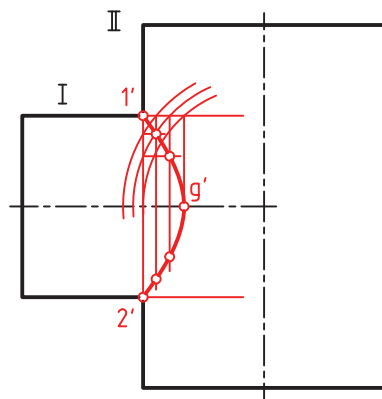
شکل ۱۲-۱۶- حل با کاربرد خط کمکی

در شکل ۱۳-۱۶ مسئله با تکرار صفحه کمکی حل شده است.



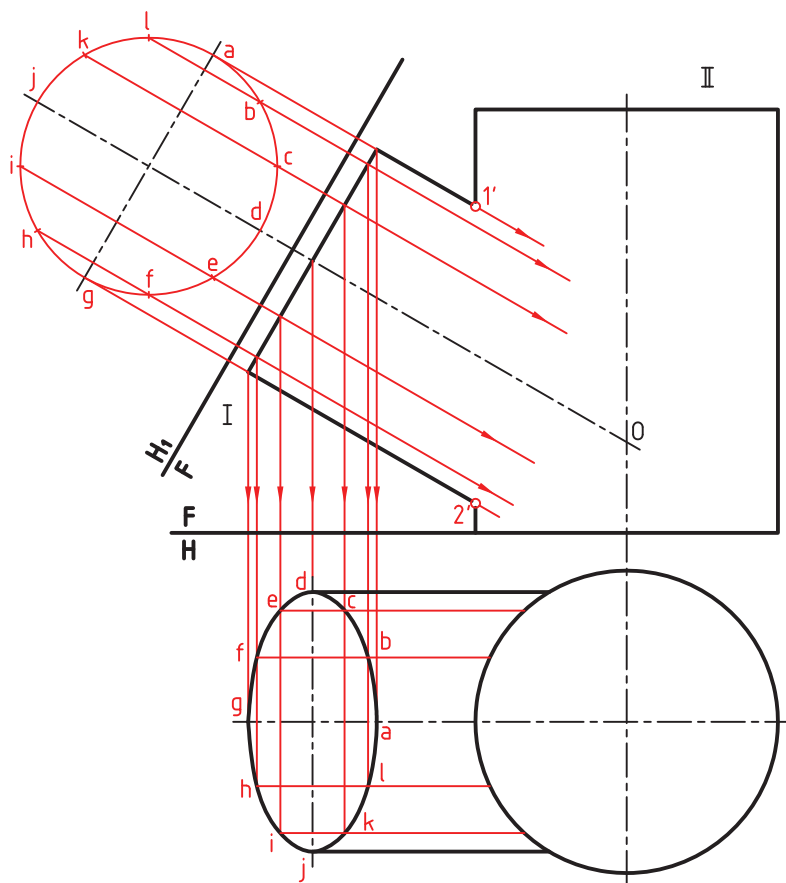
شکل ۱۳-۱۶- حل با کاربرد خط کمکی

در شکل ۱۴-۱۶ مسئله را با تکرار کره کمکی حل کرده ایم .



شکل ۱۴-۱۶- حل با کاربرد کره کمکی

۵-۱۶- دو استوانه با محورهای غیر عمود - در این شرایط ، کاربرد روش خط کمکی ، نیازمند استفاده از تغییر صفحه هم هست (شکل ۱۵-۱۶) .



شکل ۱۵-۱۶- حل با کاربرد خط کمکی

بنابراین :

– ابتدا باید تصویر کمکی رسم شود، با

تقسیم بندی و شماره گذاری .

– با استفاده از خط‌های رابط ، تصویر

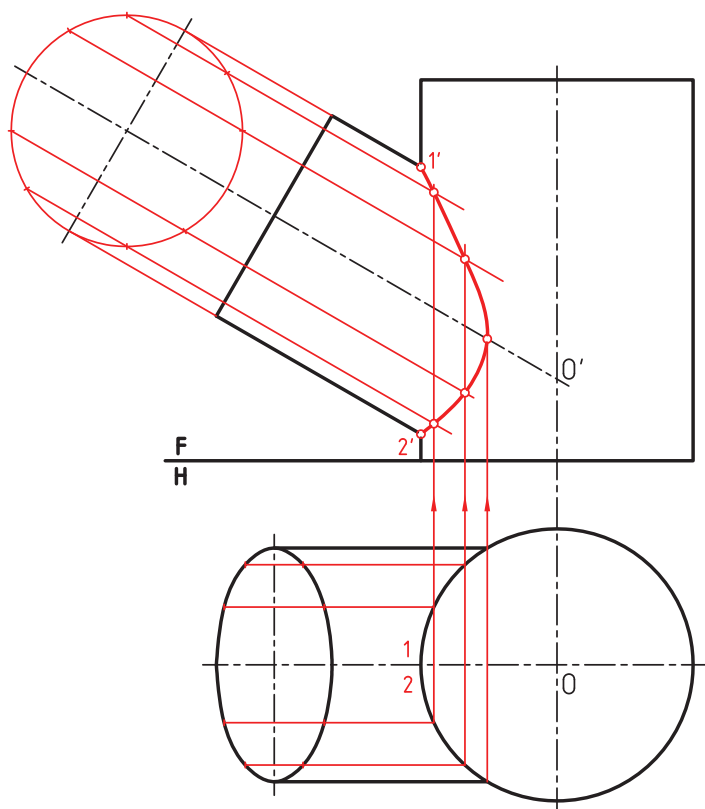
افقی قاعده استوانه I، رسم و نمای افقی آن

تکمیل شود.

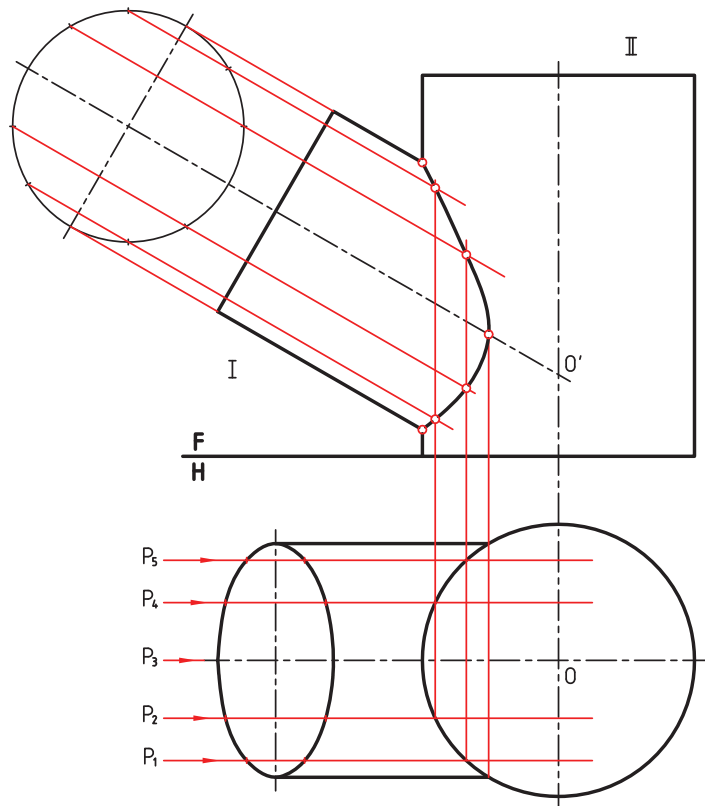
– با انتقال نقاط، برخورد کامل شود

(شکل ۱۶-۱۶). خط کمکی مورد استفاده،

چگونه خطی است؟



شکل ۱۶-۱۶



شکل ۱۶-۱۷

این مسئله با استفاده از صفحه‌های کمکی

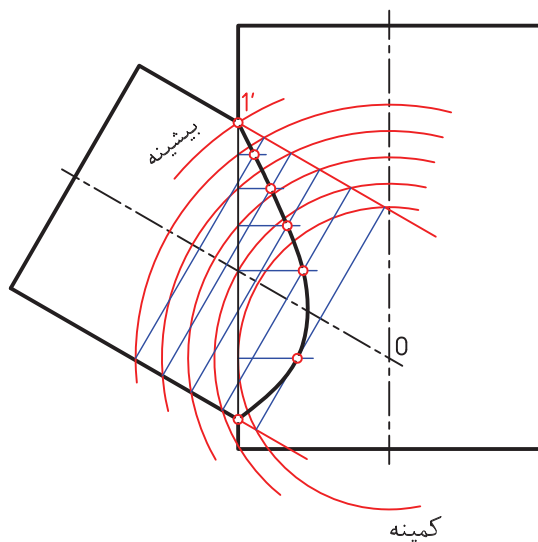
جبهی قابل حل است. رسم تصویر کمکی و

تکمیلی نمای افقی مانند حالت پیش لازم است.

P_1, P_2 و ... صفحه‌های انتخابی هستند (شکل

۱۶-۱۷).

دیده می‌شود که این روش، از بسیاری جهات با روش خط کمکی مشابه است. در شکل ۱۶-۱۸، حل همین پرسش به روش کره کمکی دیده می‌شود. در این روش نیازی به نمای کمکی و نمای افقی نیست. در این حالت، بزرگترین کره آن است که از $۱'$ می‌گذرد و کوچکترین آن است که بر استوانه بزرگتر مماس است.

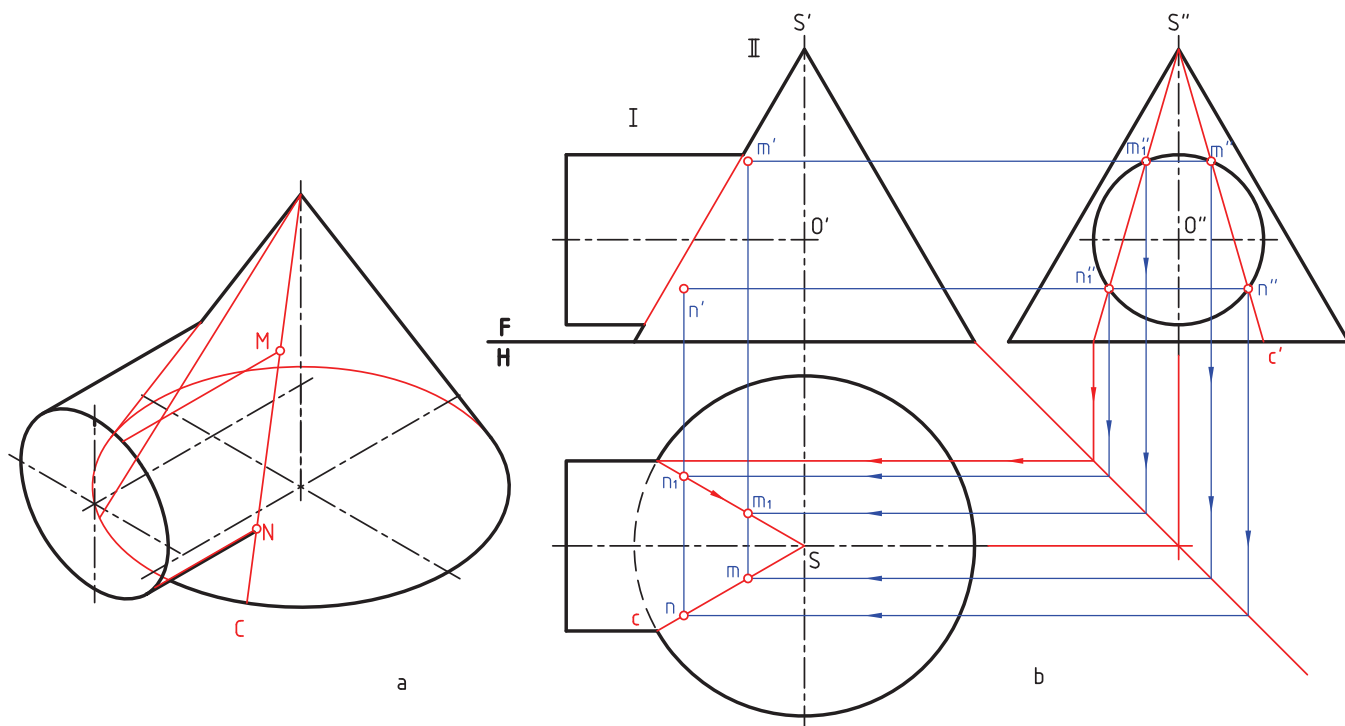


شکل ۱۶-۱۸

۲-۱۶- برخورد استوانه و مخروط

مخروط و استوانه را دوار در نظر می‌گیریم که همچنان دارای محورهای متقاطع هستند.

۱-۲-۱۶- محور استوانه عمود بر محور مخروط است. شکل ۱۶-۱۹ را در نظر بگیرید.



شکل ۱۶-۱۹

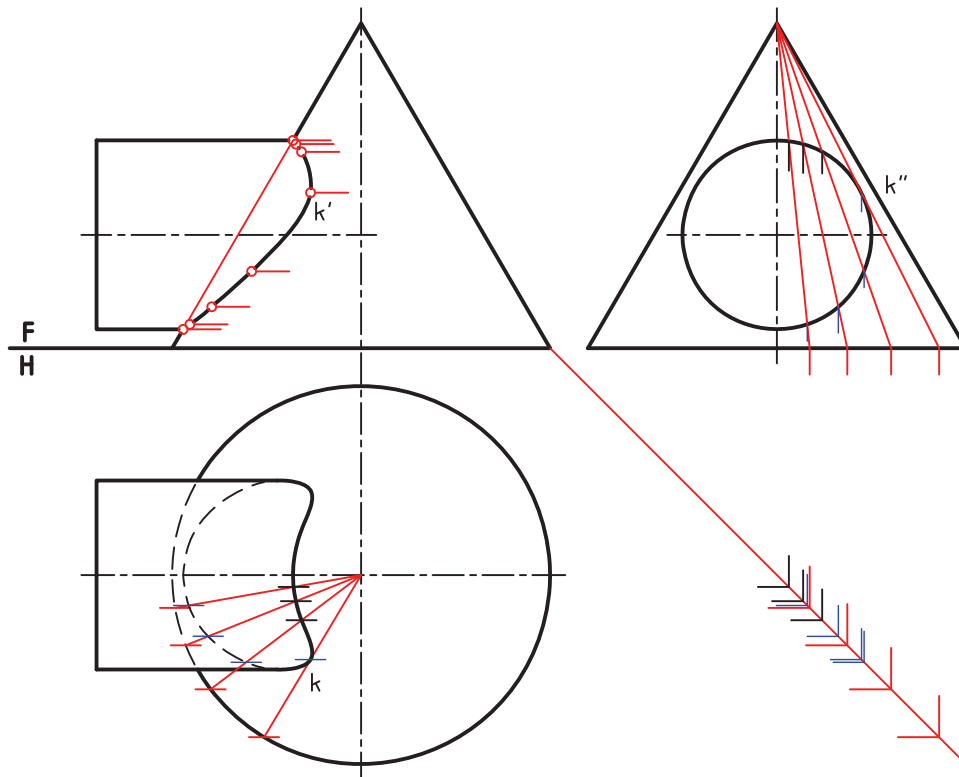
الف) روش خط کمکی — می‌توان رسم خط‌ها را، که مولدهای مخروط‌اند، در نمای افقی یا نیمرخ انجام داد. در شکل، یک مولد در نمای نیمرخ رسم شده است.

— ابتدا این مولد به نمای افقی انتقال داده می‌شود.

— نقاط برخورد مولد را با نمای جانبی استوانه به نمای افقی منتقل می‌کنیم.

— به کمک رابط، نقطه برخورد در نمای روبه‌رو هم مشخص می‌شود.

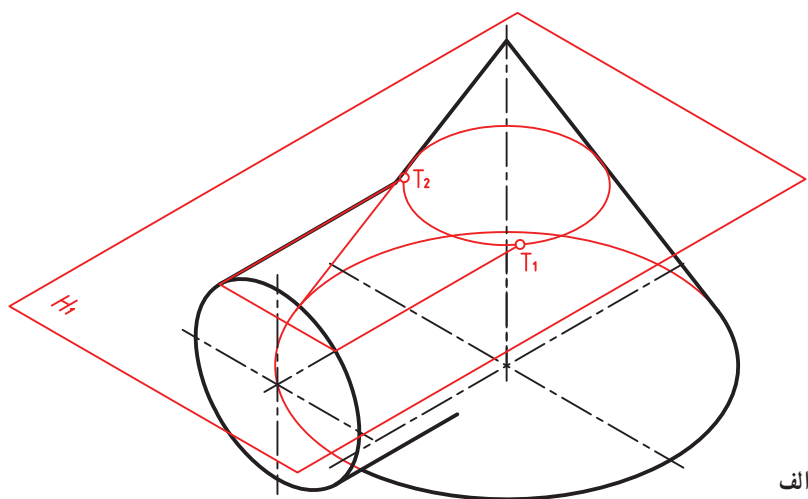
در شکل ۱۶-۲۰ نماها کامل شده‌اند.



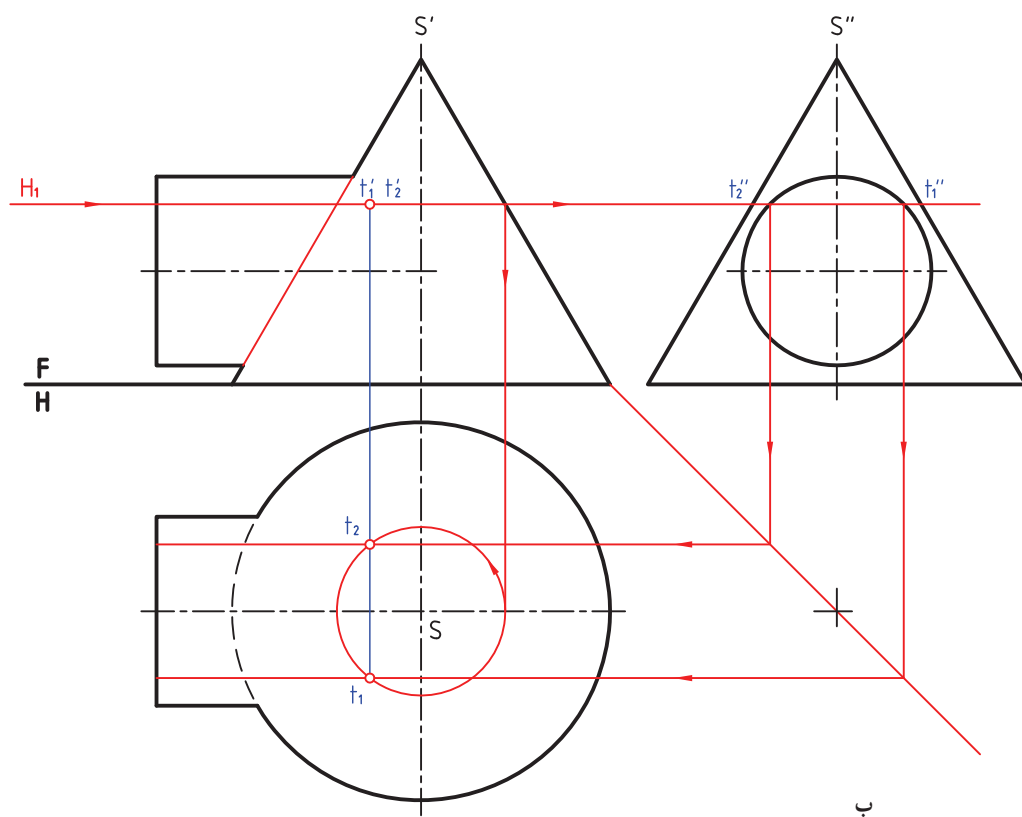
شکل ۱۶-۲۰

توجه! دو مولد مماس براستوانه درنمای نیمرخ، نقاط مهمی را می‌دهند.

ب) روش صفحه کمکی — صفحه کمکی مناسب درشرایط این مسئله، صفحه افقی خواهد بود (شکل ۱۶-۲۱).



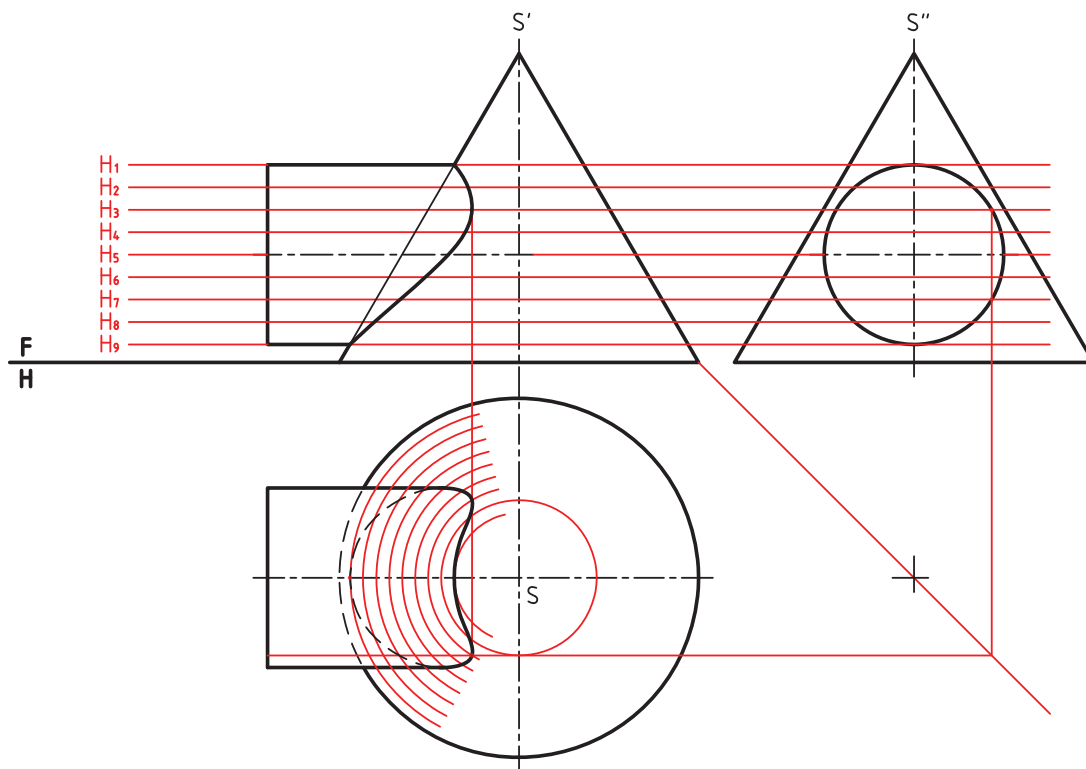
الف



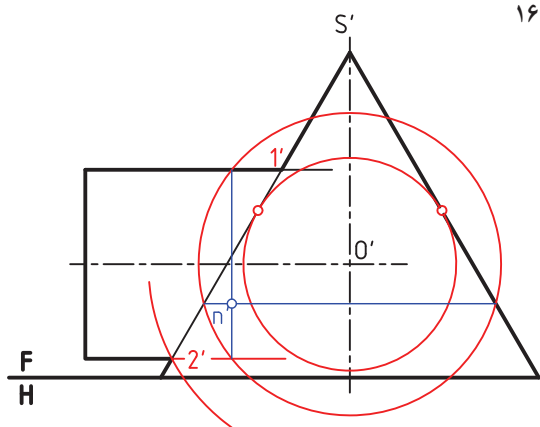
ب

شکل ۲۱-۱۶

در اینجا صفحه افقی، مخروط را در یک دایره و استوانه را در یک مستطیل می‌برد. نقاط اشتراک بر روی دایره و طول‌های مستطیل خواهند بود و شعاع دایره از نمای روبه‌رو به دست خواهد آمد. در شکل ۲۲-۱۶، برخورد کامل شده است.

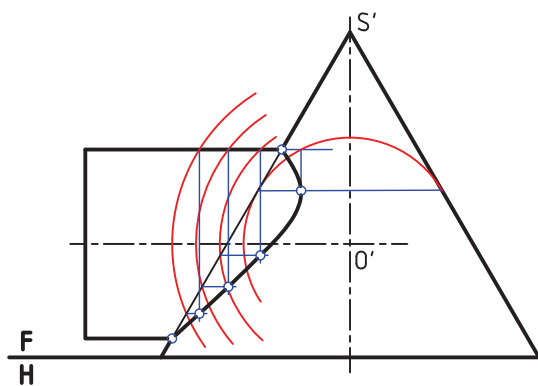


شکل ۲۲-۱۶



شکل ۲۳-۱۶

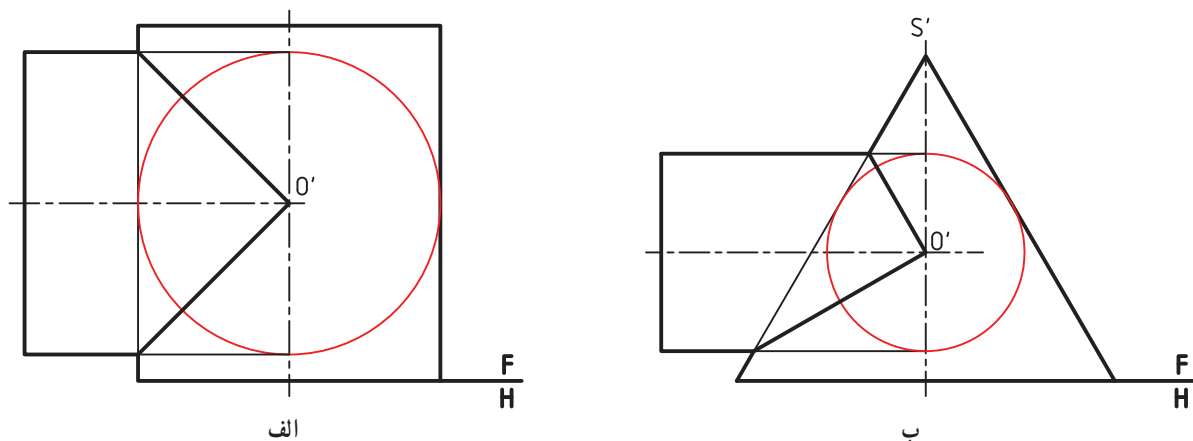
پ) روش کره کمکی - هر کره، که مرکزش در نقطه برخورد محوره‌های دو جسم قرار داشته باشد، برخوردش با آنها، به شکل دایره خواهد بود. در شکل ۲۳-۱۶، یک نقطه از فصل مشترک، با این روش به دست آمده است.



شکل ۲۴-۱۶

در شکل ۲۴-۱۶، مسئله به طور کامل حل شده است.

نکته — اگر کوچکترین کره کمکی در روش ساچمه‌ای بر هر دو استوانه یا بر استوانه و مخروط همزمان مماس شود، فصل مشترک در نمای روبه‌رو از حالت منحنی به خط مستقیم تبدیل می‌شود. در شکل الف ۱۶-۲۵، کره کمینه بر هر دو استوانه و در حالت ب بر استوانه و مخروط مماس است.

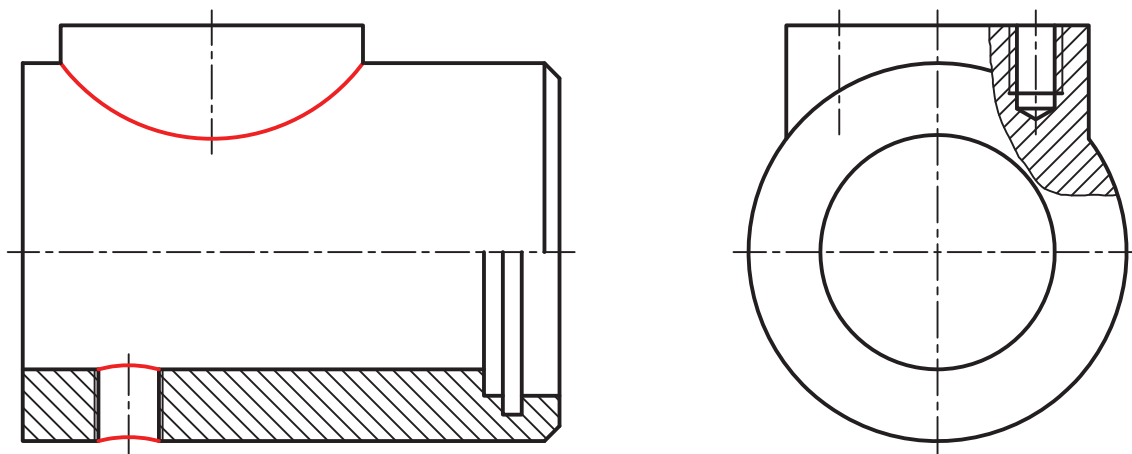


شکل ۱۶-۲۵

۱۶-۳- کاربردها

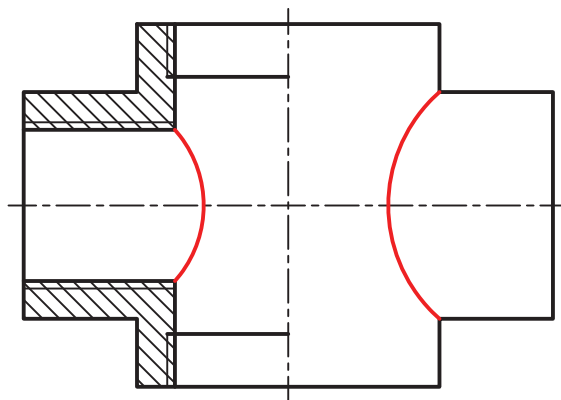
نمونه‌های حل شده تا اینجا، مقدمه‌ای است بر بی‌شمار مسئله صنعتی که روی قطعات به وجود می‌آید. به نمونه‌هایی توجه کنید.

۱-۱۶-۳- بدنه ضامن — روی این بدنه استوانه‌ای یک سوراخ مهره و یک برجستگی استوانه‌ای ایجاد شده است که برخورد خواهند داشت.



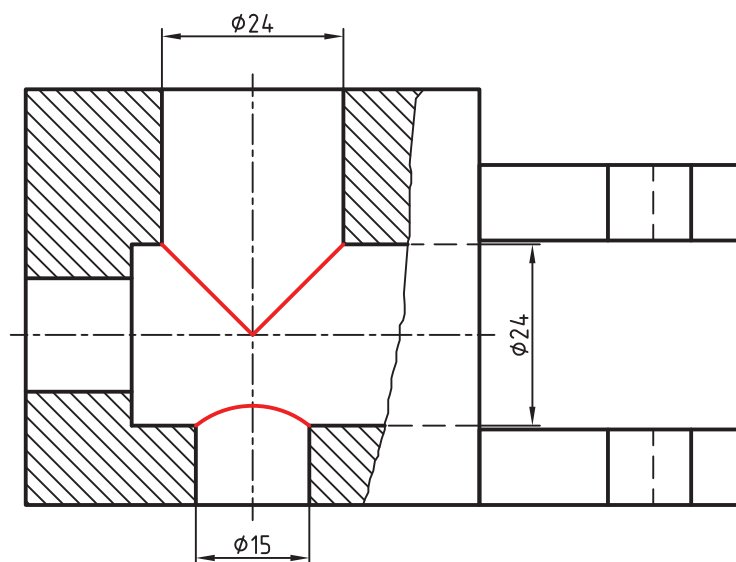
شکل ۱۶-۲۶- بدنه ضامن

۲-۱۶-۳- چهارراه آب — در لوله کشی آب و موارد دیگر باید از زانو، سه راه و چهارراه برای تغییر جهت لوله‌ها استفاده شود. شکل ۱۶-۲۷ یک نمونه از این قطعات اتصال را معرفی می‌کند.



شکل ۲۷-۱۶ چهارراه آب

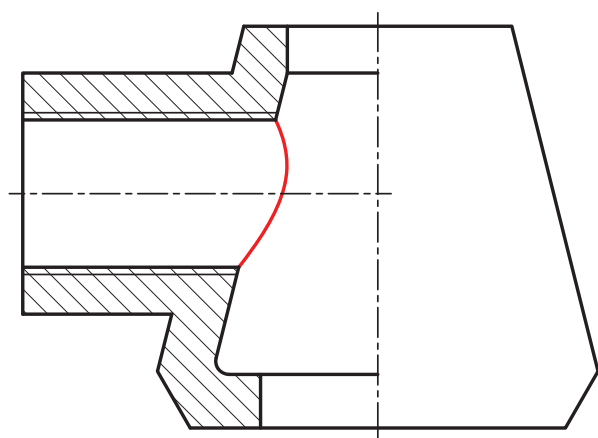
۳-۳-۱۶- بدنه راهنما- در شکل ۱۶-۲۸، بدنه یک راهنما برای سوراخ کاری دیده می شود. دو سوراخ با قطر مساوی و یک سوراخ با قطر کوچکتر، برخوردها را ایجاد کرده اند (چرا برای سوراخ های ۲۴، برخورد، خط مستقیم شده است؟).



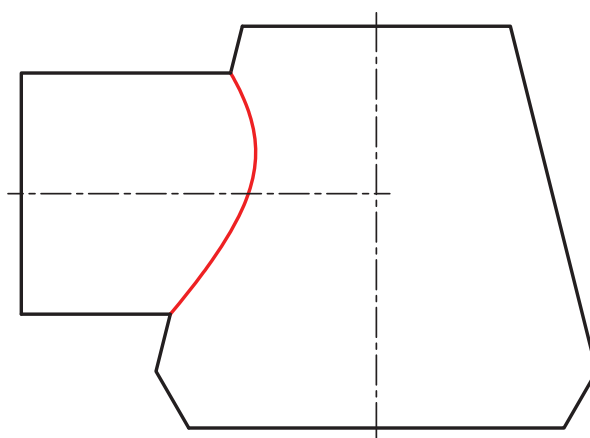
شکل ۲۸-۱۶

۴-۳-۱۶- سه راه- شکل ۱۶-۲۹ واسطه ای را برای اتصال لوله های سوخت رسانی گازویل معرفی می کند که در دو حالت نیم برش الف و بدون برش ب دیده می شود. برخورد میان استوانه ها و مخروط ها است^۱.

۱- همچنین مخروط با دو صفحه منتصب هم برخورد دارد.



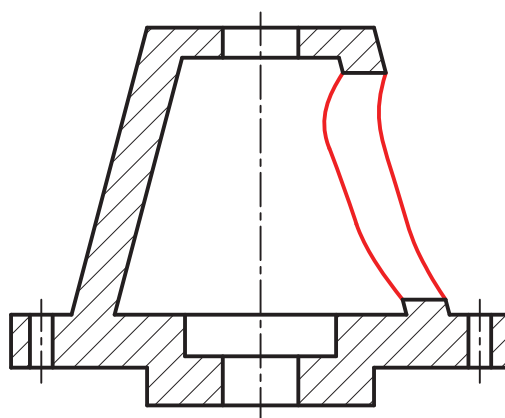
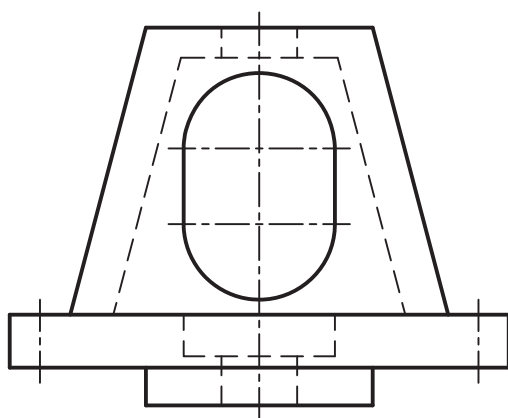
الف



ب

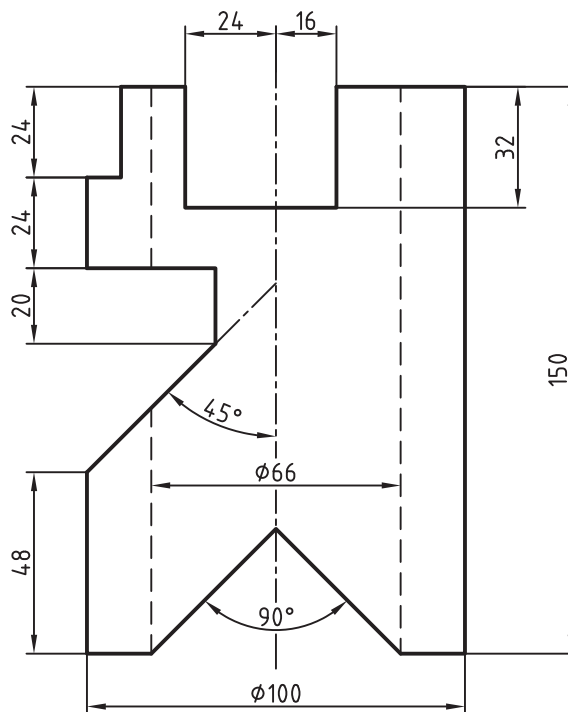
شکل ۱۶-۲۹

۱۶-۳-۵- بدنه شیر- بدنه یک شیر اطمینان در شکل ۱۶-۳-۰ و در دو نما داده شده است. برخورد استوانه‌ها با مخروط‌ها دیده می‌شود.



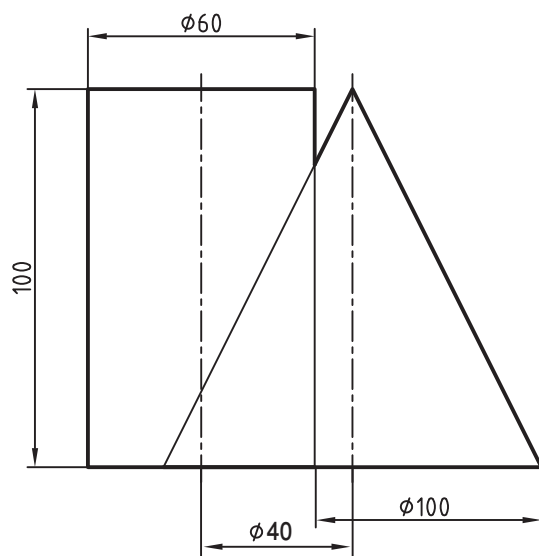
شکل ۱۶-۳۰

- ۱- برخورد یعنی چه؟ آن را تعریف کنید.
- ۲- خطوط حاصل از برخورد چگونه اند؟
- ۳- برای رسم یک پاره خط مستقیم حاصل از برخورد، دست کم چند نقطه لازم است؟ برای یک منحنی چه؟
- ۴- نقاط حاصل از برخورد را به چه روش هایی می توان معین کرد؟
- ۵- با رسم شکل دستی چگونگی نقطه یابی به روش خط کمکی را شرح دهید.
- ۶- با رسم شکل دستی چگونگی نقطه یابی به روش صفحه کمکی را شرح دهید.
- ۷- با رسم شکل دستی چگونگی نقطه یابی به روش کره کمکی را شرح دهید.
- ۸- از تقارن چگونه می توان در نقطه یابی سود جست؟ با رسم شکل شرح دهید.
- ۹- استفاده از کره کمکی بر چه اساسی، برای چه اجسامی و در چه شرایطی مناسب است؟
- ۱۰- با رسم یک شکل نمونه، مفهوم کره های کمکی کمینه و بیشینه را توضیح دهید.
- ۱۱- چگونگی کار برای به دست آوردن برخورد دو استوانه با محورهای متقاطع، استوانه و مخروط را با رسم شکل توضیح دهید.
- ۱۲- یک قطعه صنعتی را با دست آزاد رسم و منحنی های حاصل از برخورد را مشخص کنید.
- ۱۳- شکل های ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۲۰، ۲۲ و ۲۴ متن را با مقیاس ۱:۲ دوباره رسم کنید.
- ۱۴- استوانه شکل ۳۱-۱۶ را در سه نمای از جلو، از بالا و از چپ (نیم برش)، رسم کنید.



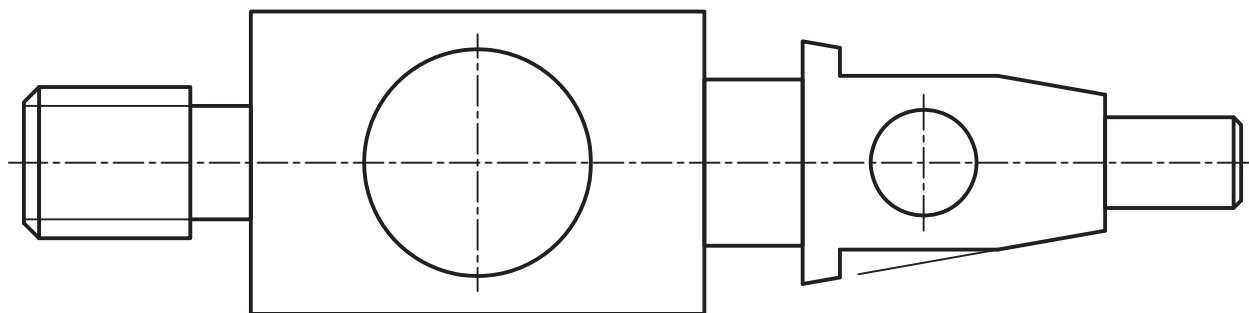
شكل ٣١-١٦

۱۵- استوانه و مخروط شکل ۱۶-۳۲ را در سه نمای کامل رسم کنید.



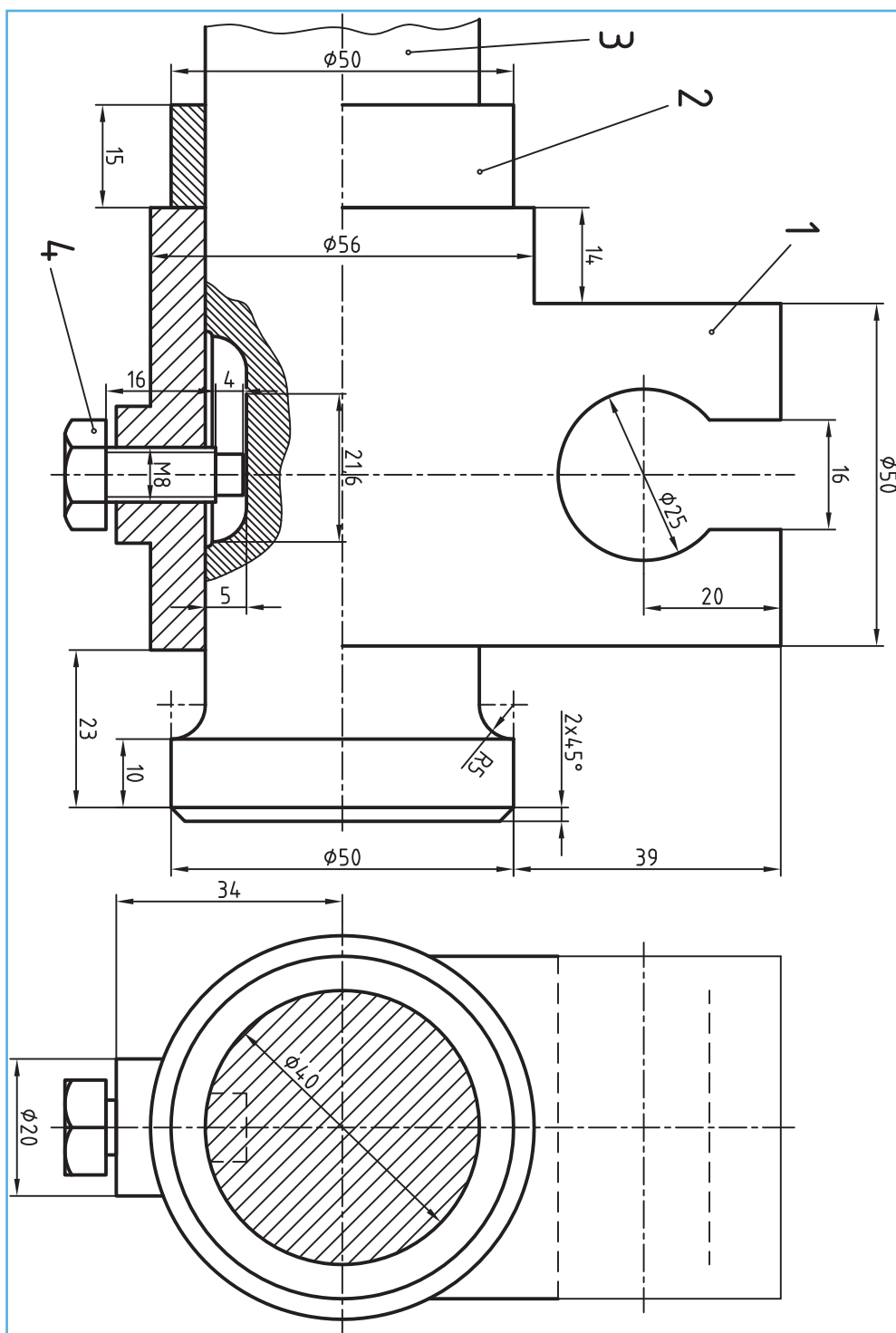
شکل ۱۶-۳۲

۱۶- محور داده شده، با دو سوراخ روی آن، در شکل ۱۶-۳۳ را در سه نما رسم کنید (بدون خط چین)



شکل ۱۶-۳۳

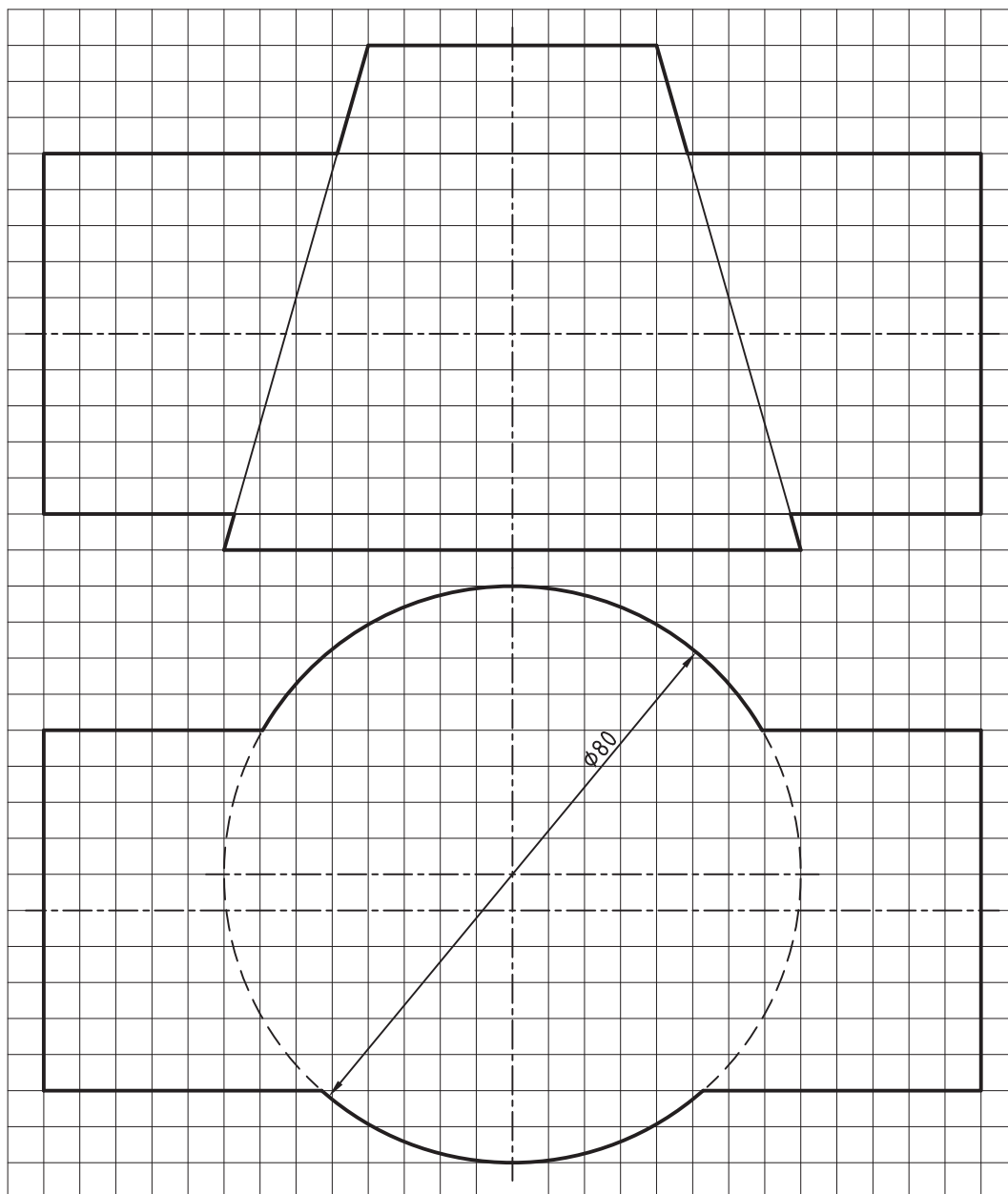
۱۷- قطعه شماره ۱، از متعلقات جعبه دنده را در سه نما رسم کنید (شکل ۱۶-۳۴).



شکل ۳۴-۱۶

برای مطالعه

- ۱- برخورد دو کره چه شکلی را می‌دهد؟
- ۲- برخورد یک استوانه بایک کره، زمانی که محور استوانه از مرکز کره نمی‌گذرد، چگونه به دست خواهد آمد؟
- ۳- برخورد دو مخروط را چگونه می‌توان به دست آورد؟
- ۴- آیا فصل مشترک حاصل از برخورد یک استوانه با استوانه، یا ایجاد سوراخ استوانه‌ای روی استوانه، تفاوتی با هم دارند؟
- ۵- پیشنهاد شما برای حل مسئله برخورد استوانه و مخروط شکل ۳۵-۱۶ چیست؟ می‌توانید پس از مشورت با استاد، آن را حل کنید. ترسیم با مقیاس ۱:۱.



شکل ۳۵-۱۶



همواره احجام را بزرگتر از آنچه که نیاز هست می سازند

گسترش

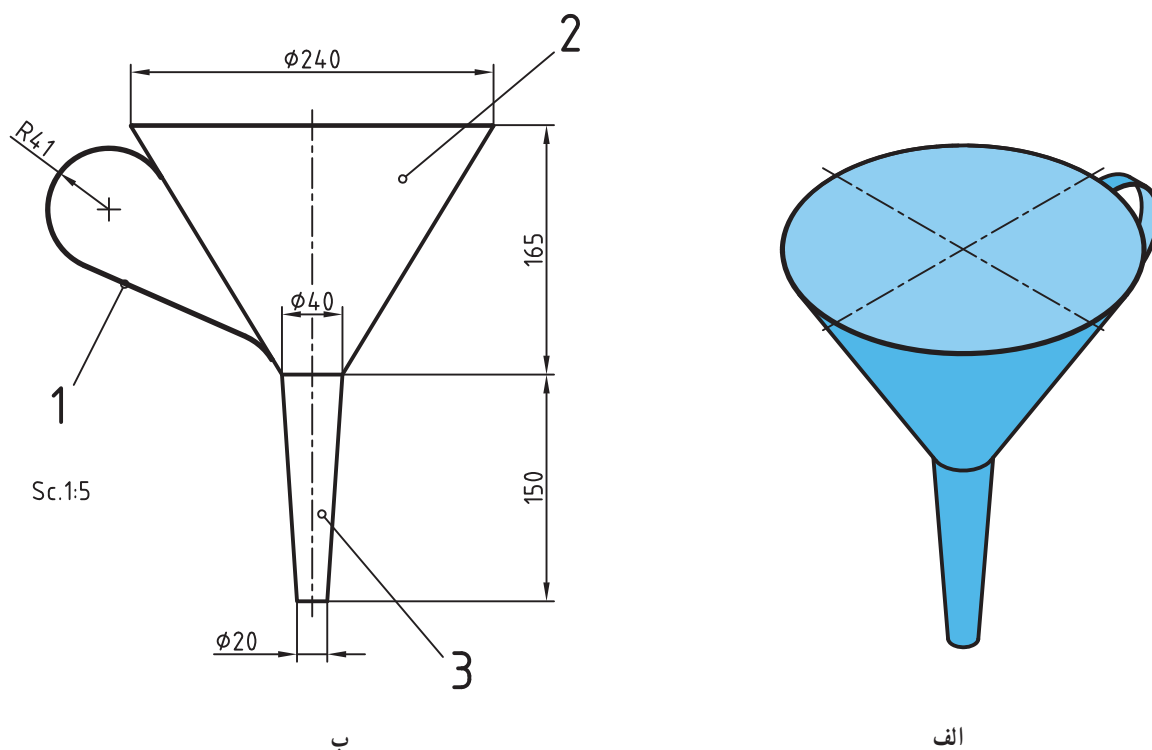
هدف‌های رفتاری : در پایان این درس از فراگیرنده انتظار می‌رود :

- ۱- مفهوم گسترش را شرح دهد.
- ۲- گسترش منشورها را رسم کند.
- ۳- گسترش هرم‌ها را رسم کند.
- ۴- گسترش استوانه را رسم کند.
- ۵- گسترش مخروط را رسم کند.
- ۶- گسترش زانوی دو تکه را رسم کند.

۱-۱۷- گسترش

گسترش عبارت است از ترسیم طرحی روی ورق دو بعدی که پس از برش‌های لازم، با زدن تاها و خم‌ها به حجم مورد نیاز تبدیل شود.

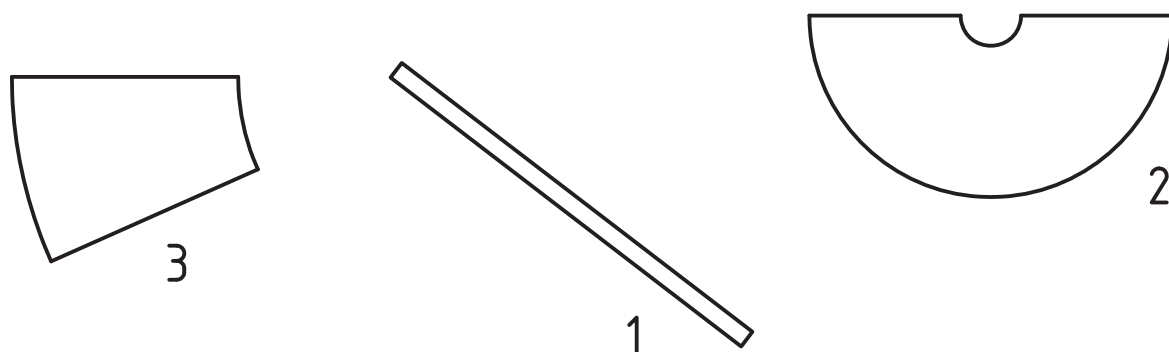
برای روشن شدن مطلب، فرض می‌کنیم که هدف ساختن یک قیف مطابق شکل ۱-۱۷، از ورق حلبی^۱ نازک است.



شکل ۱-۱۷

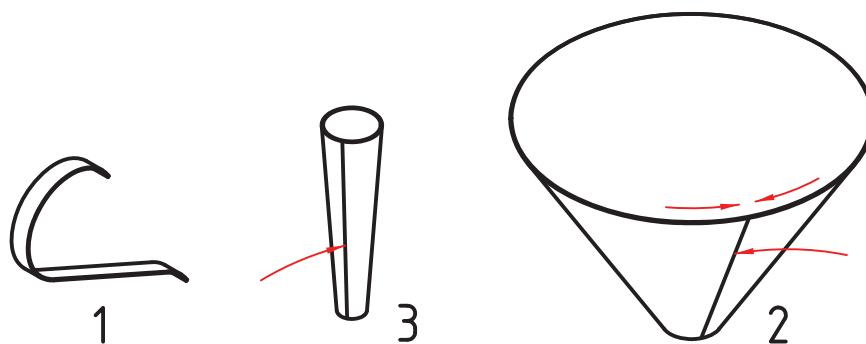
۱- حلبی، ورق فولادی نازک است که روی آن قلع اندود شده باشد. بسیار مناسب برای مواد غذایی و لحیم کاری آن عالی است.

برای رسیدن به این حجم باید طرح هایی مانند شکل ۱۷-۲ رسم کنیم. این طرح ها، همان گسترش است.



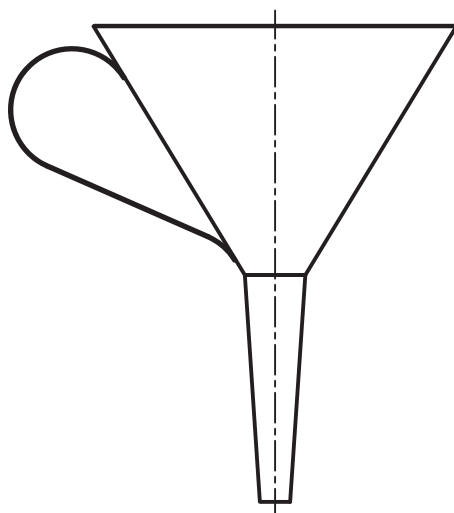
شکل ۱۷-۲

اکنون باید تکه ها را برش دهیم و خم کنیم.



شکل ۱۷-۳

اینک می توان با استفاده از لچیم^۱ نرم تکه ها را به هم چسباند (شکل ۱۷-۴).



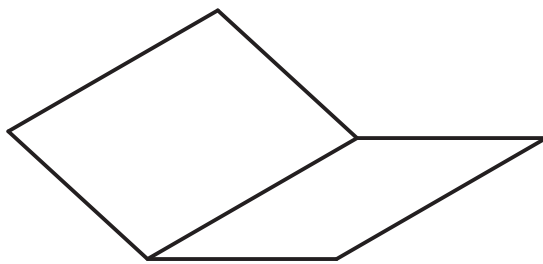
شکل ۱۷-۴

۱- لچیم نرم آمیزه ای است از قلع و سرب، که هر چه مقدار قلع آن بیشتر باشد بهتر است (چسبندگی بیشتری دارد).

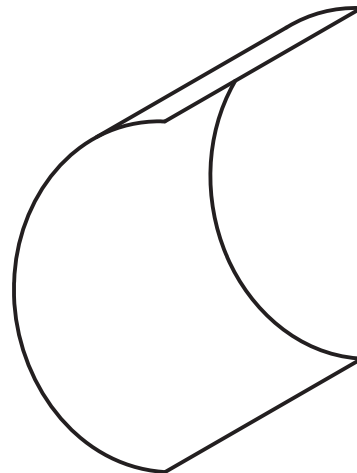
۲-۱۷- اصول گسترش

برای رسم یک گسترش خوب باید قواعد زیر در نظر باشد :

- ۱- معمولاً گسترش مربوط به اجسام توخالی است.
 - ۲- دور ریز ورق باید تا حد ممکن کم باشد.
 - ۳- بخش‌های مختلف گسترده تا حد ممکن باید چسبیده به هم باشند.
 - ۴- گسترش باید دقیق رسم شود.
 - ۵- دوره گسترده با خط اصلی رسم می‌شود.
 - ۶- خط‌های تا، نازک رسم می‌شوند.
 - ۷- در گسترش تنها از اندازه‌های حقیقی استفاده می‌شود.^۱
- اکنون پیش از پرداختن به گسترش اجسام، بهتر است به دو اصطلاح «تا» و «خم» بیشتر دقت کنیم.
- تا - به مفهوم ایجاد یک لبه تیز در ورق است (شکل ۵-۱۷).
- خم - به معنای به وجود آوردن یک کمان روی ورق است .



الف



ب

شکل ۵-۱۷- الف : تا ، ب : خم

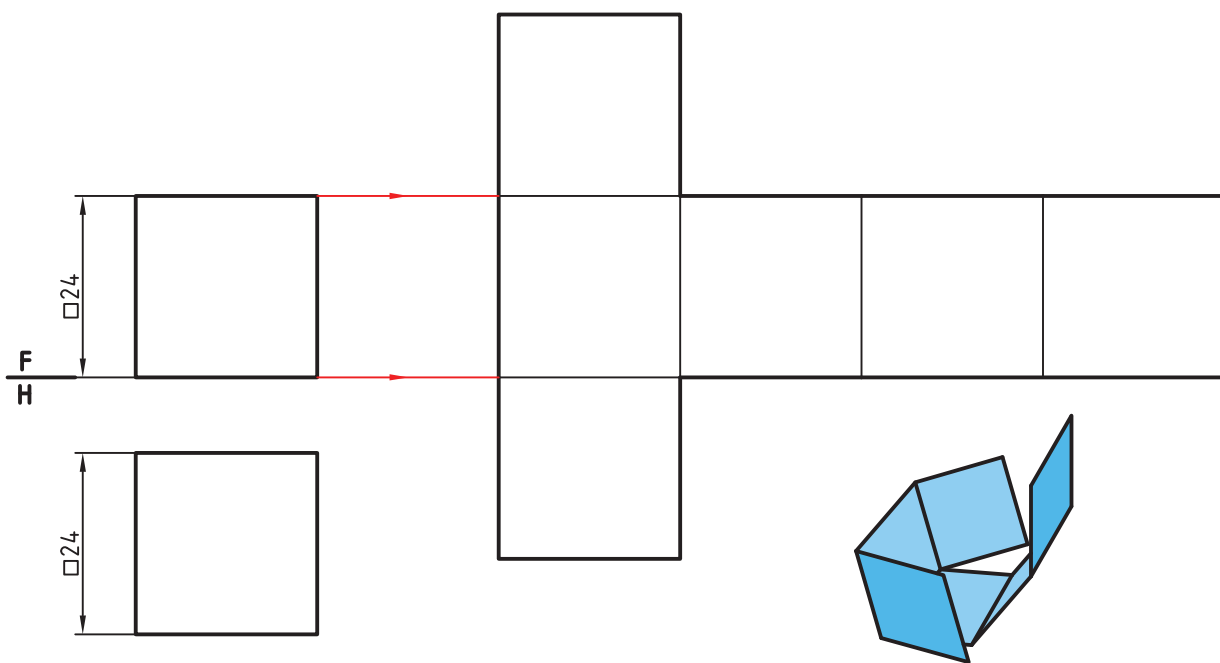
۳-۱۷- گسترش منشور

منشور از اجسامی است که با دقت زیاد قابل گسترش و ساخت است .

۱-۳-۱۷- گسترش مکعب - ساده‌ترین منشور مکعب است . گسترش آن مطابق شکل ۶-۱۷ خواهد بود. البته این

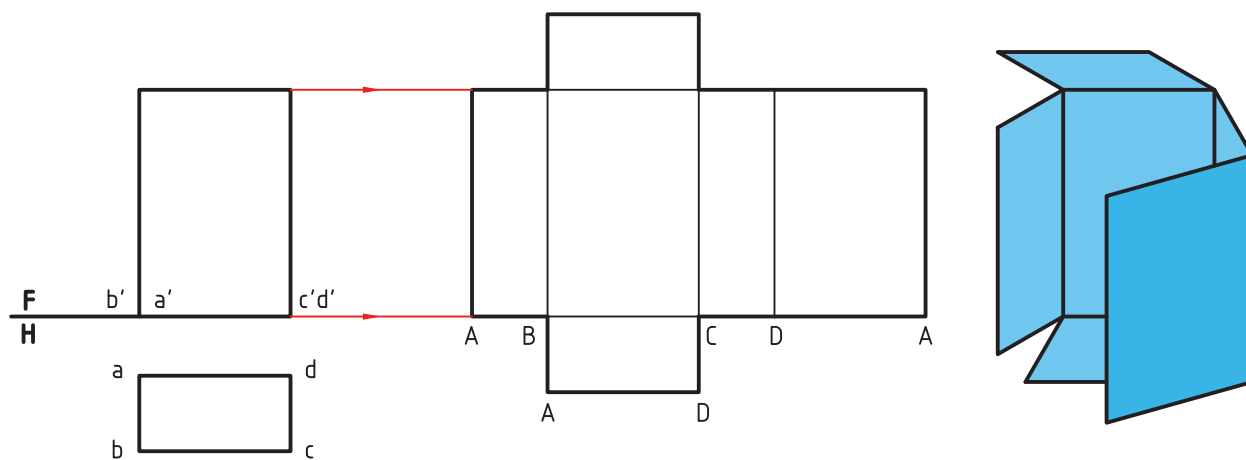
گسترش به شکل‌های دیگری هم ممکن است .

۱- پس باید از ترسیمات هندسی دقیق استفاده شود.



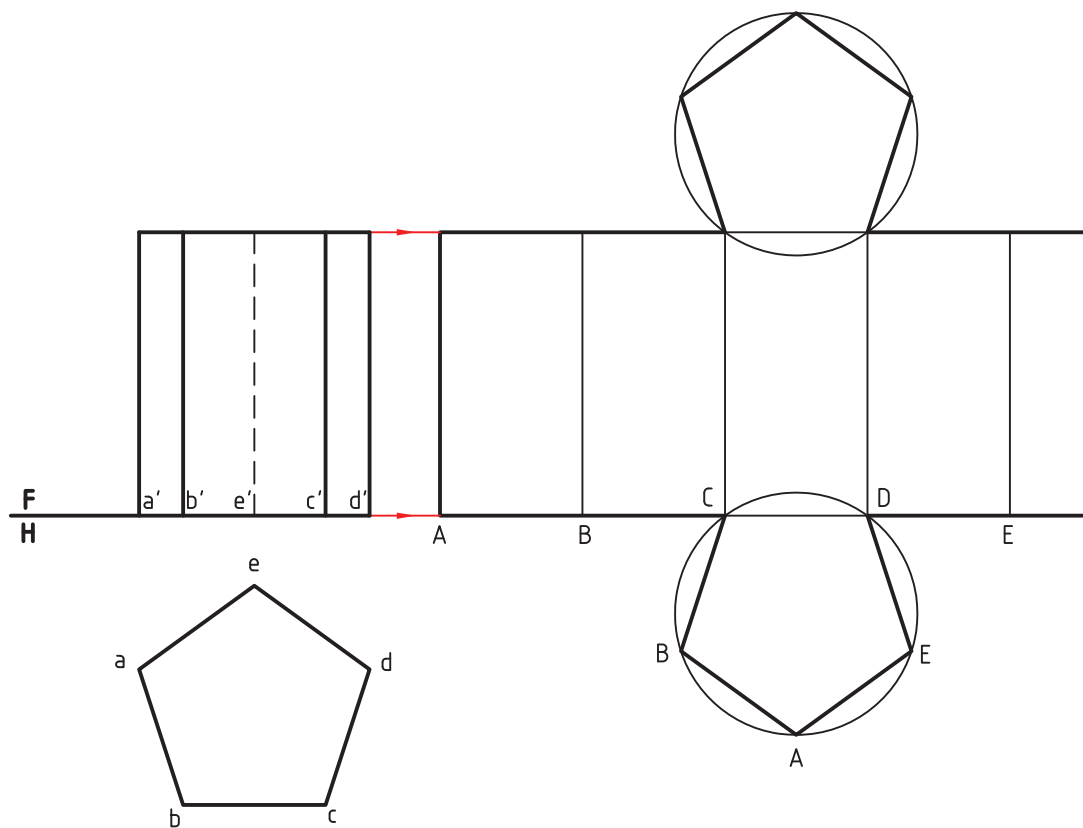
شکل ۶-۱۷

۲-۳-۱۷- گسترش مکعب مستطیل - گسترده کامل این منشور مطابق شکل ۷-۱۷ خواهد بود.



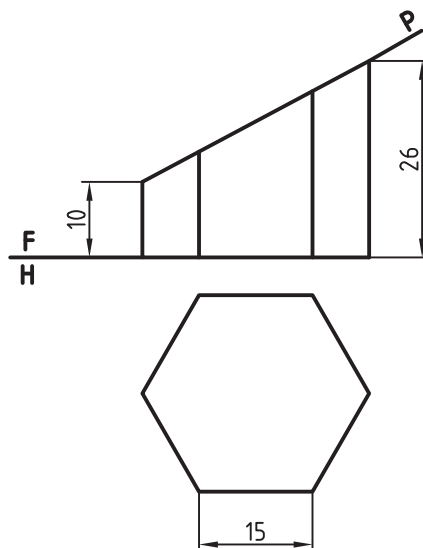
شکل ۷-۱۷

۳-۳-۱۷- گسترش منشور - منشوری با قاعده پنج ضلعی منتظم باید گسترش داده شود.



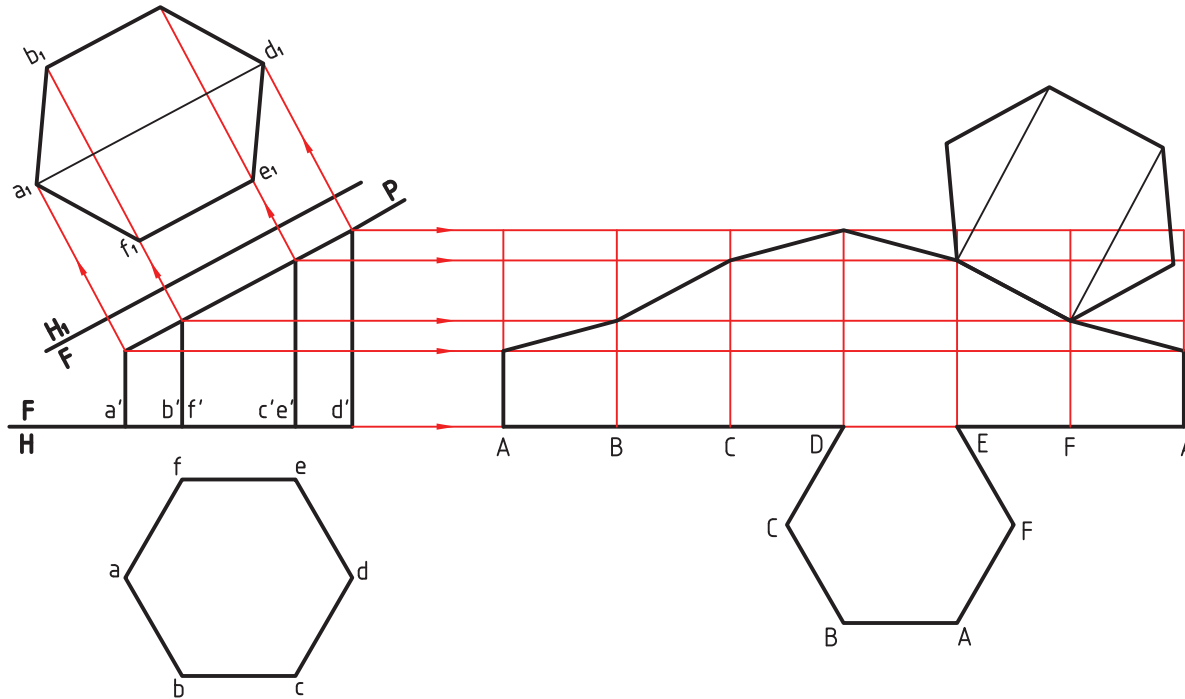
شکل ۸-۱۷

گسترده کامل، شامل پنج مستطیل و دو پنج ضلعی منتظم خواهد بود.
 ۴-۳-۱۷- گسترش منشور برش خورده- گسترده کامل یک منشور با قاعده شش ضلعی منتظم شامل شش مستطیل و دو شش ضلعی خواهد بود. برای این منشور یک برش با صفحه منتصب در نظر می گیریم (شکل ۹-۱۷).



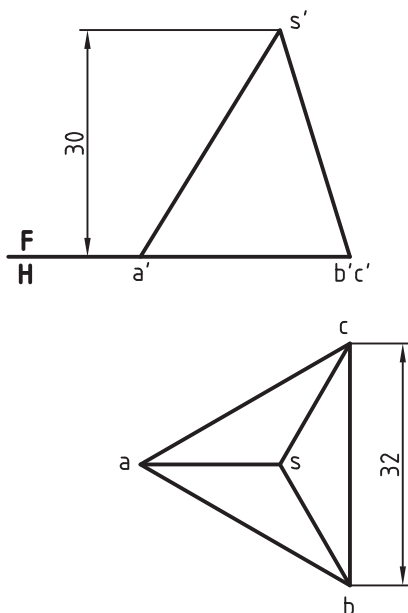
شکل ۹-۱۷

- برای گسترده کامل باقی مانده باید :
- ابتدا اندازه حقیقی سطح برش به دست آید.
 - آنگاه با در نظر گرفتن گسترش کامل بدنه، بخش بریده شده از آن، کم شود.
- در شکل ۱۰-۱۷، این پرسش به طور کامل حل شده است.



شکل ۱۰-۱۷

در مورد آنچه که انجام شده، می توان اضافه کرد که باز کردن بدنه از روی هر یک از یال ها ممکن است. در اینجا کوتاه ترین یال انتخاب شده است.



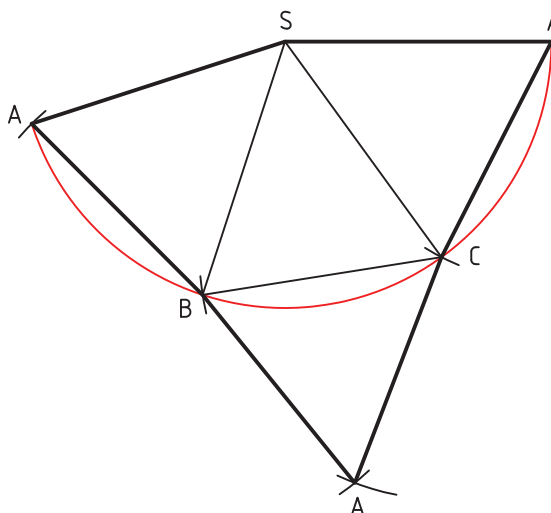
شکل ۱۱-۱۷

۴-۱۷- گسترش هرم

هرم کامل دارای بدنه ای است که از چند مثلث تشکیل می شود. قاعده هم یک چند ضلعی است. پس همین سطوح، گسترش آن را تشکیل خواهند داد.

۱-۴-۱۷- گسترش هرم نمونه اول - هرمی با قاعده مثلث متساوی الاضلاع را در نظر می گیریم که بدنه آن هم از سه مثلث متساوی الساقین تشکیل شده باشد (شکل ۱۱-۱۷).

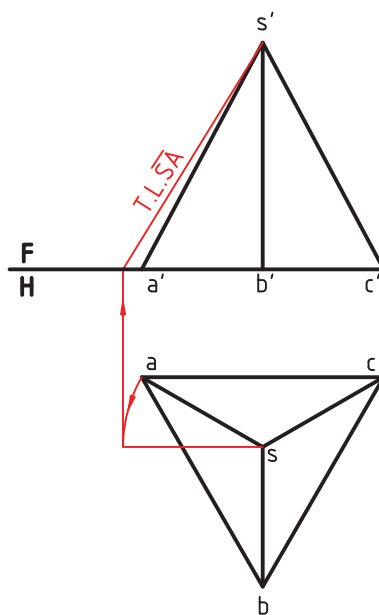
با در نظر داشتن این اصل که در گسترش فقط از اندازه‌های حقیقی استفاده می‌کنیم، باید طول حقیقی یال‌های هرم مشخص شود. در این مسئله چون یال \overline{SA} خط جبهی است، $s'a'$ اندازه حقیقی دارد. اضلاع قاعده هم که اندازه حقیقی دارند. پس کافی است که سه مثلث متساوی الساقین متصل به هم با قاعده‌های \overline{ab} و \overline{bc} و \overline{ca} و ساق‌های برابر $s'a'$ بسازیم (شکل ۱۲-۱۷).



شکل ۱۲-۱۷

دیده می‌شود که به دلیل برابری ساق‌ها می‌توان یک دایره به شعاع \overline{SA} زد و روی آن قاعده‌های \overline{AB} و \overline{BC} و \overline{CA} را جدا نمود.

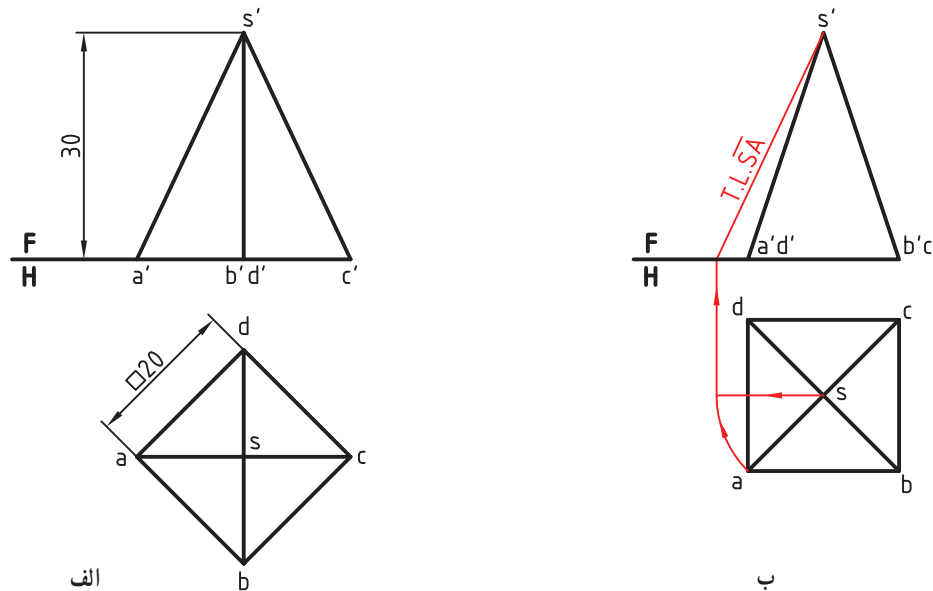
۲-۴-۱۷- گسترش هرم نمونه دوم - اگر همین هرم را در شرایط تصویری شکل ۱۳-۱۷ داشته باشیم، ابتدا باید اندازه واقعی یکی از یال‌ها، مانند \overline{SA} را، به روشی مانند دوران تعیین کرد.



شکل ۱۳-۱۷

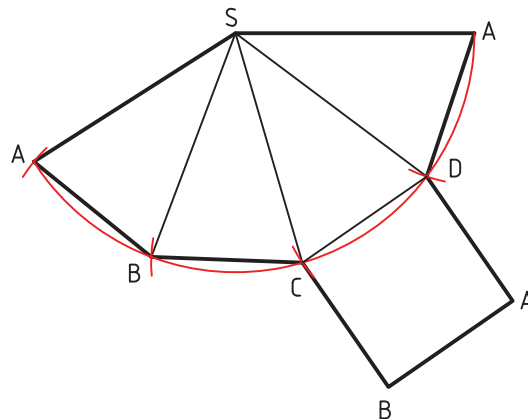
انجام این کار را در شکل می‌بینید. پس از آن، گسترش مانند مسئله پیش انجام خواهد شد.

۳-۴-۱۷- گسترش هرم نمونه سوم - یک هرم با قاعده مربع می تواند به دو صورت داده شود (شکل ۱۴-۱۷).



شکل ۱۴-۱۷

در حالت الف، اندازه واقعی یال های هرم برابر $s'a'$ خواهد بود (چرا؟) ولی در حالت ب، باید اندازه واقعی یال ها را به کمک دوران یا ترسیمه مشخص کرد.
در هر حال، گسترش مانند شکل ۱۵-۱۷ خواهد بود.

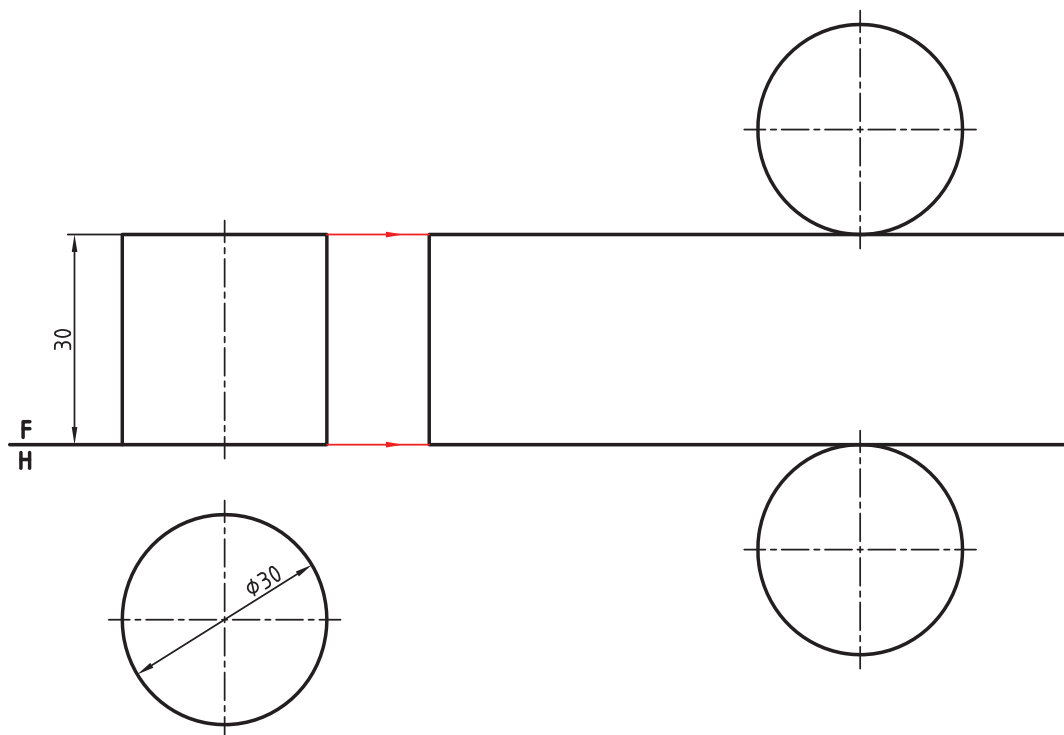


شکل ۱۵-۱۷

۵-۱۷- گسترش استوانه

یک استوانه کامل به صورت یک مستطیل گسترده می شود. طول این مستطیل برابر محیط قاعده استوانه و عرض آن، بلندی استوانه خواهد بود. گسترش را با دو روش می توان انجام داد.

۱-۵-۱۷- گسترش استوانه روش اول - استوانه ای مطابق شکل ۱۶-۱۷ مفروض است.

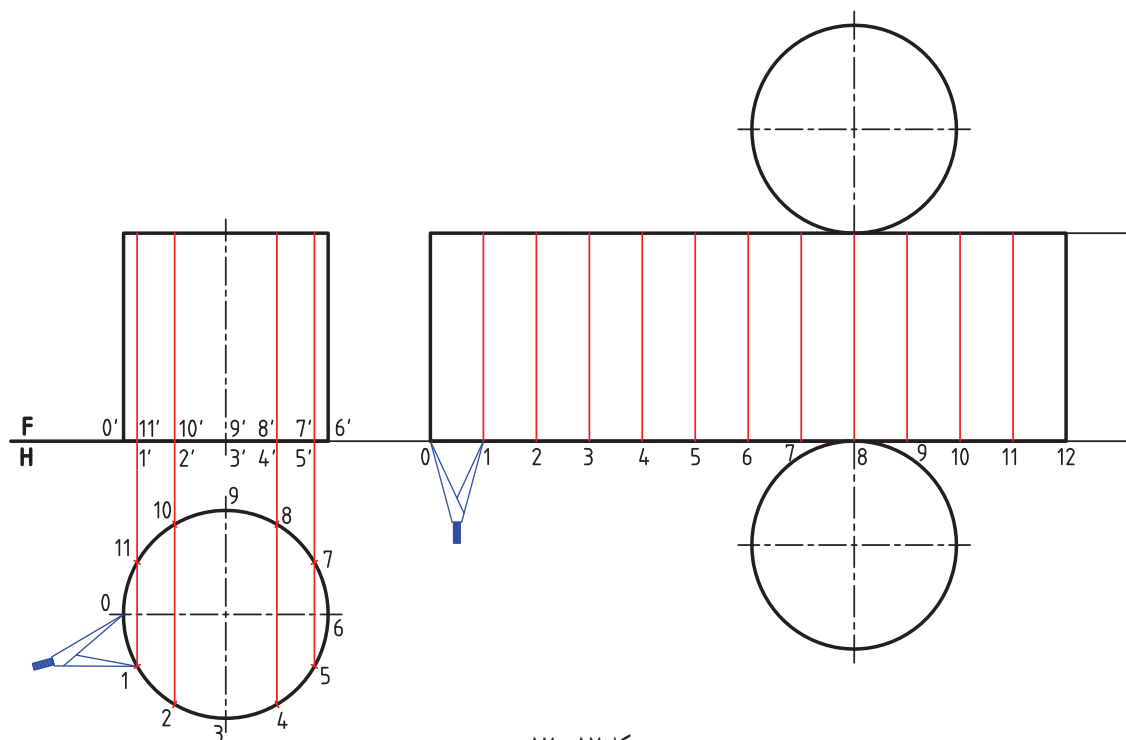


شکل ۱۶-۱۷

گسترش آنکه یک مستطیل با اندازه‌های $۹۴/۲ \times ۴۰$ می‌باشد، رسم شده است.

۲-۵-۱۷- گسترش استوانه روش دوم — این استوانه را می‌توان با روش تقسیم دایره قاعده گسترش داد (شبه آنچه

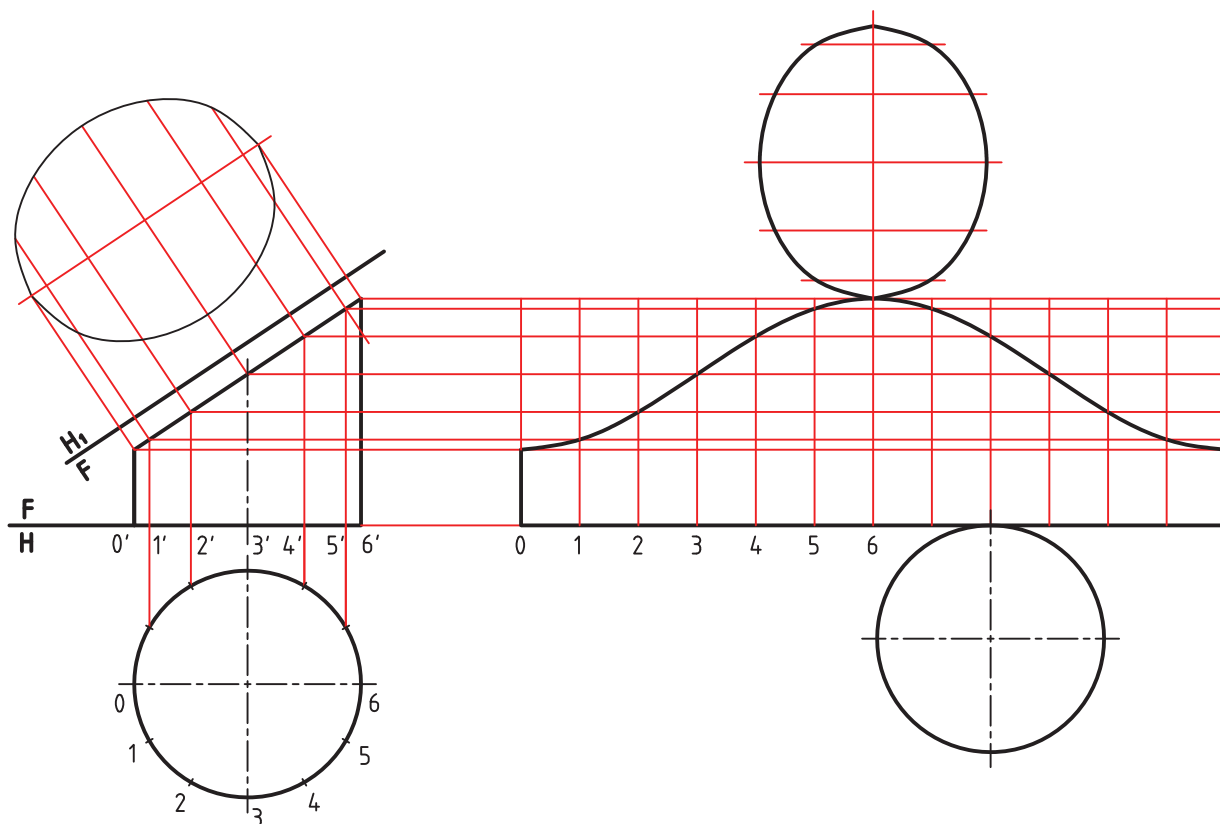
که در مورد منشور کار شد) البته هر چه تقسیمات دایره بیشتر باشد، گسترش دقیق‌تری خواهیم داشت (چرا؟) (شکل ۱۷-۱۷).



شکل ۱۷-۱۷

– همانگونه که در شکل دیده می‌شود، دهانه پُرگار را به اندازه یکی از تقسیم‌ها مانند 01 باز کردیم و با این اندازه، دوازده قسمت برابر روی مستطیل گسترده جدا کردیم. به این ترتیب، طول مستطیل مشخص شد. می‌توان خط‌های نازک نشان‌دهنده تقسیمات را نیز روی شکل رسم کرد (که تنها خط تقسیم هستند و مفهوم تا، را ندارند).

۳-۵-۱۷ گسترش استوانه برش خورده – اگر استوانه را با یک صفحه منتصب برش دهیم، می‌توان ابتدا گسترش را کامل در نظر گرفت و آنگاه بخش جدا شده را از آن کم کرد (شکل ۱۷-۱۸).



شکل ۱۷-۱۸

دیده می‌شود که تقسیم بندی بدنه در اینجا به خوبی مورد استفاده قرار گرفته است.

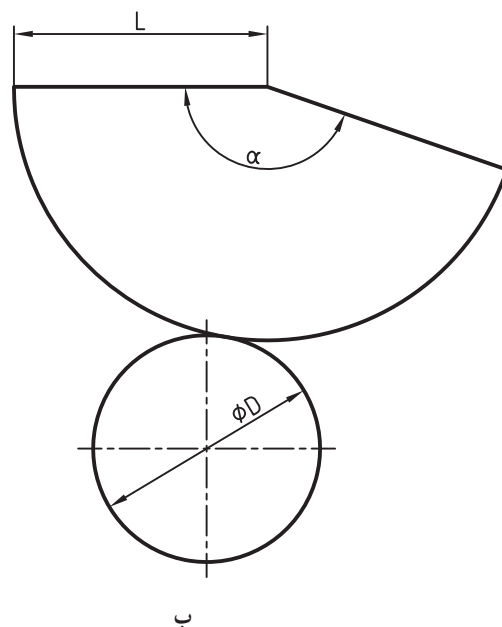
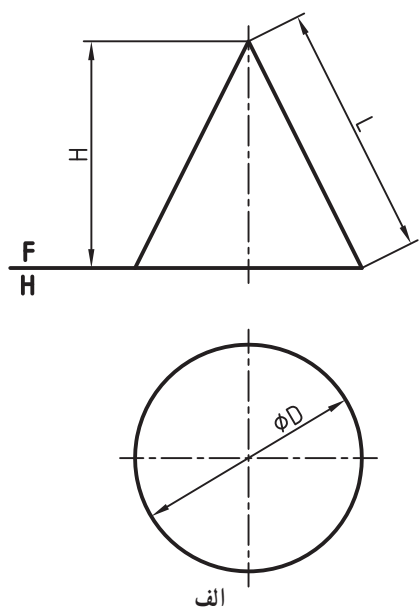
۶-۱۷ گسترش مخروط

یک مخروط به صورت بخشی از دایره گسترده می‌شود. در صورت نیاز این گسترش می‌تواند بسیار دقیق باشد. مخروط را می‌توان به دو روش گسترش داد.

۱-۶-۱۷ گسترش مخروط روش اول – گسترده مخروط در روش اول با محاسبه انجام می‌شود.

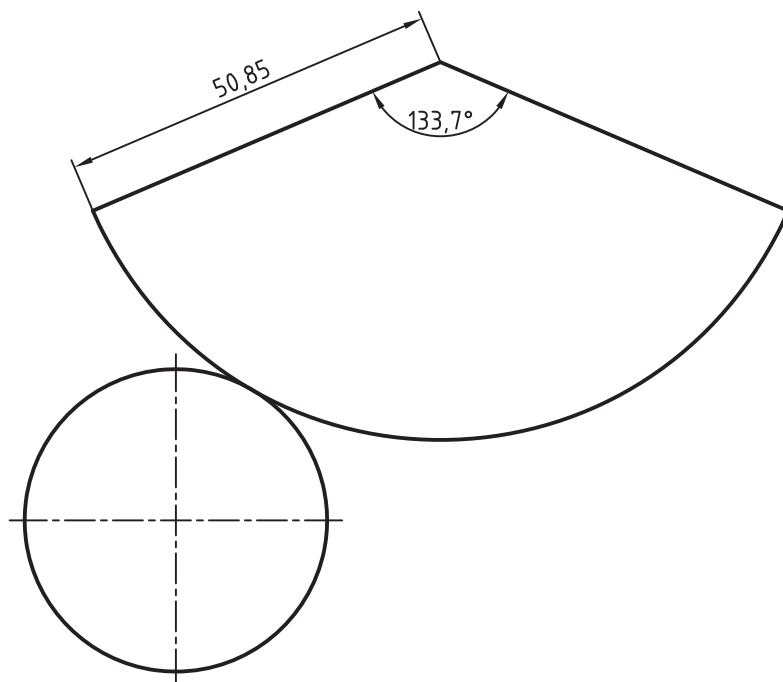
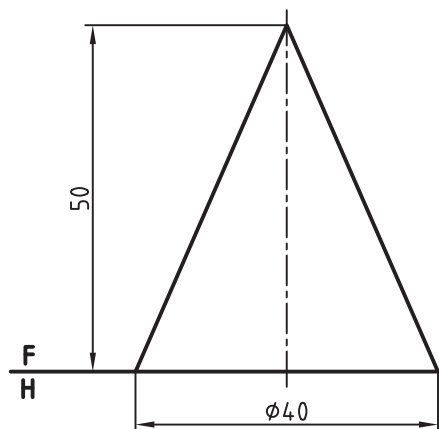
در شکل ۱۷-۱۹ مخروطی داده شده است. گسترده آن بخشی است از دایره که طول کمان آن برابر با محیط قاعده و شعاع آن

برابر مولد مخروط خواهد بود.



شکل ۱۷-۱۹

پس برای رسیدن به این گسترده می توان زاویه α را طبق رابطه $\alpha = \frac{D}{L} \times 18^\circ$ به دست آورد.
 نمونه : در شکل ۱۷-۲۰ مخروطی با قطر قاعده 4° و ارتفاع 5° داده شده است . گسترش آن چیست؟

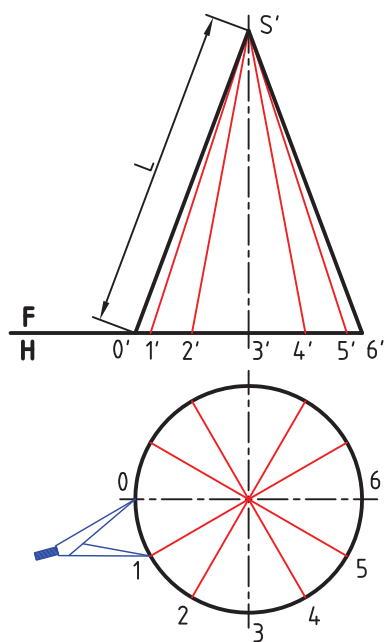


شکل ۱۷-۲۰

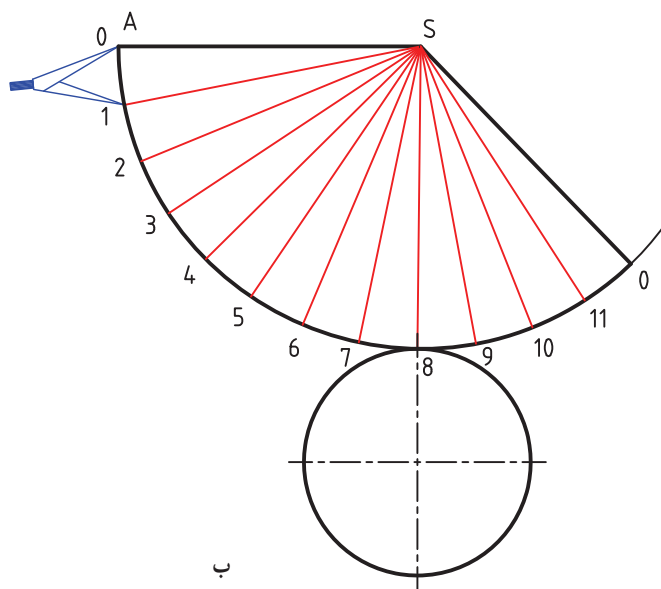
ابتدا برای رسیدن به L باید شکل خیلی دقیق رسم شود. آنگاه L را اندازه می‌گیریم و در فرمول می‌گذاریم.^۱
در پایان خواهیم داشت :

$$\alpha = \frac{4^\circ}{53/85} \times 18^\circ = 133/7^\circ$$

۲-۶-۱۷- روش دوم - ابتدا شکل صورت مسئله را با دقت رسم می‌کنیم. شکل ۲۱-۱۷ در این روش می‌خواهیم گسترش را به گونه‌ای تقریبی انجام دهیم.



الف

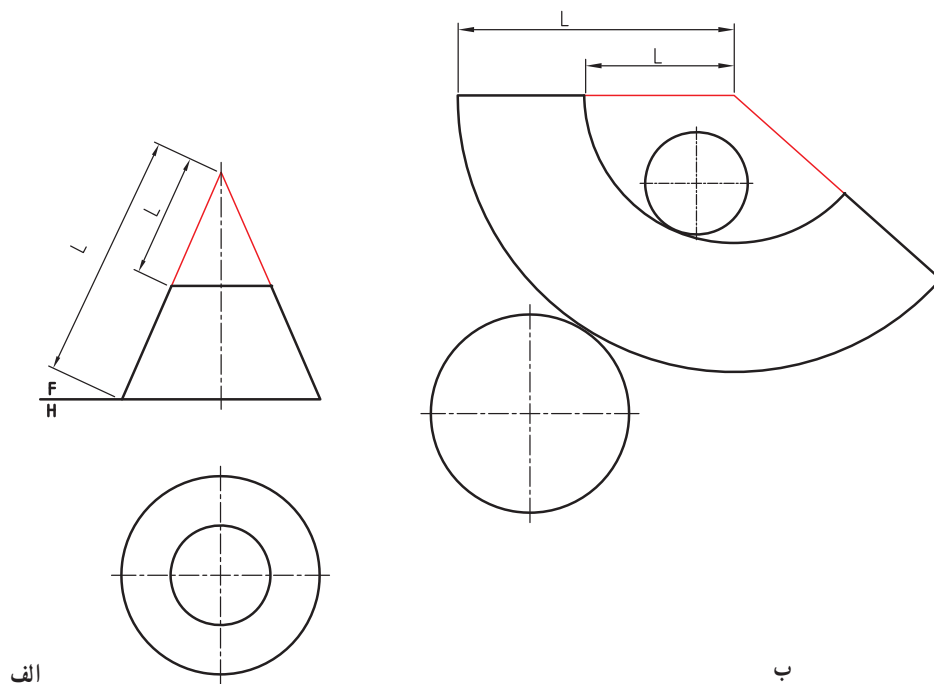


ب

شکل ۲۱-۱۷

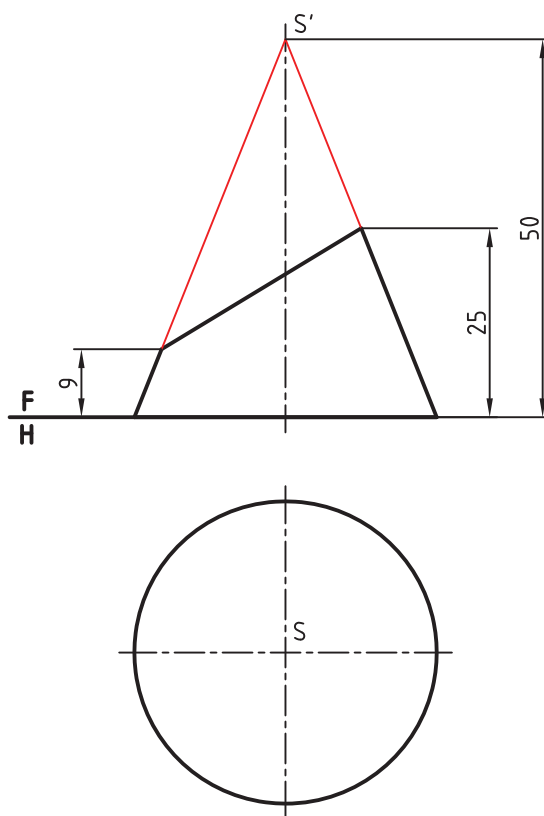
- کف را تقسیم می‌کنیم (اگر تقسیمات مساوی باشند بهتر است).
- قسمت‌ها را به نمای روبه رو انتقال می‌دهیم (برای نمونه، دوازده قسمت).
- پاره خط \overline{SA} را برابر L در جای دلخواه رسم می‌کنیم.
- به مرکز S و به شعاع \overline{SA} کمانی می‌زنیم.
- روی این کمان دوازده قسمت مساوی جدا می‌کنیم. اندازه کمان خیلی نزدیک به اندازه حقیقی است.
- با افزودن دایره برابر قاعده، گسترش کامل است (چرا این گسترش را تقریبی دانستیم؟)
- ۳-۶-۱۷- گسترش مخروط ناقص - اگر قسمتی از مخروط را با صفحه‌ای موازی قاعده برش دهیم، مخروط ناقص به دست می‌آید. گسترش این مخروط برابر است با گسترش مخروط کامل منهای گسترش مخروط بریده شده. به شکل ۲۲-۱۷ نگاه کنید.

۱- می‌توان طبق رابطه فیناگور (فیناگورس) مقدار L را محاسبه هم کرد. یعنی $L^2 = 20^2 + 50^2$ یا $L = \sqrt{2900} = 53/85$



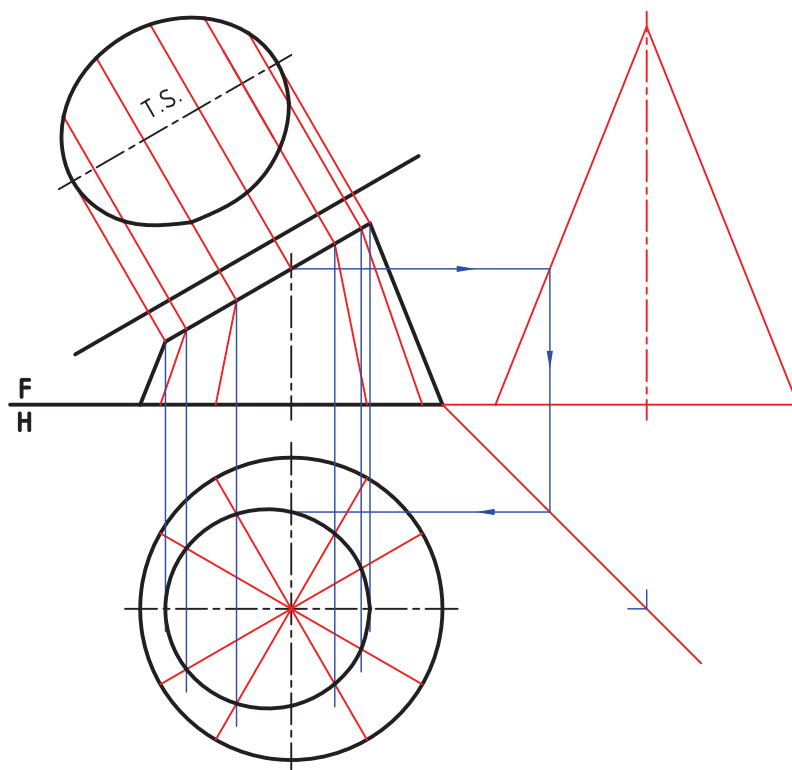
شکل ۱۷-۲۲

۴-۶-۱۷- گسترش مخروط برش خورده - اگر قسمتی از یک مخروط را با یک صفحه منتصب برش دهیم ، مخروط برش خورده خواهیم داشت (شکل ۱۷-۲۳).



شکل ۱۷-۲۳

برای گسترش کامل، ابتدا باید نمای افقی کامل شود. پس :
 - ابتدا نمای افقی را به روش خط کمکی کامل می کنیم'.
 - اندازه حقیقی مقطع را به دست می آوریم (شکل ۲۴-۱۷).



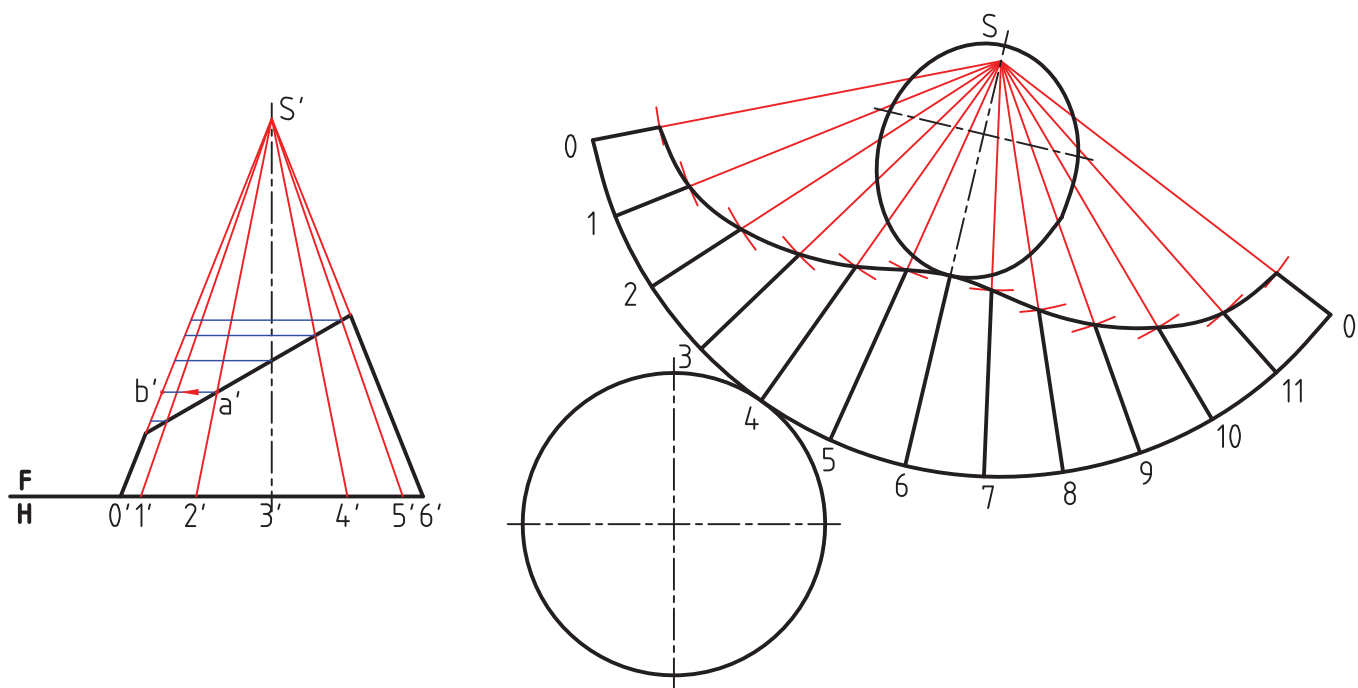
شکل ۲۴-۱۷

– اکنون گسترده کامل بدنه را رسم می‌کنیم.

– آنگاه قسمت بریده شده را از آن کم می‌کنیم.

– تنها نکته‌ای که باید رعایت شود، آن است که قسمت‌های جدا شده از مولد باید به اندازه حقیقی باشد. همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود، برای تعیین اندازه حقیقی هر تکه از مولد، باید به کمک رابط به مولد سمت راست (یا سمت چپ)، که خطوطی جبهی و دارای اندازه حقیقی اند، مراجعه کرد. برای نمونه پاره خط $\overline{s'b'}$ برابر با اندازه حقیقی $\overline{s'a'}$ خواهد بود که روی مولد شماره ۲ جدا شده است.

– با افزودن بیضی مقطع و قاعده، گسترده کامل خواهد شد (شکل ۲۵–۱۷).



شکل ۲۵-۱۷

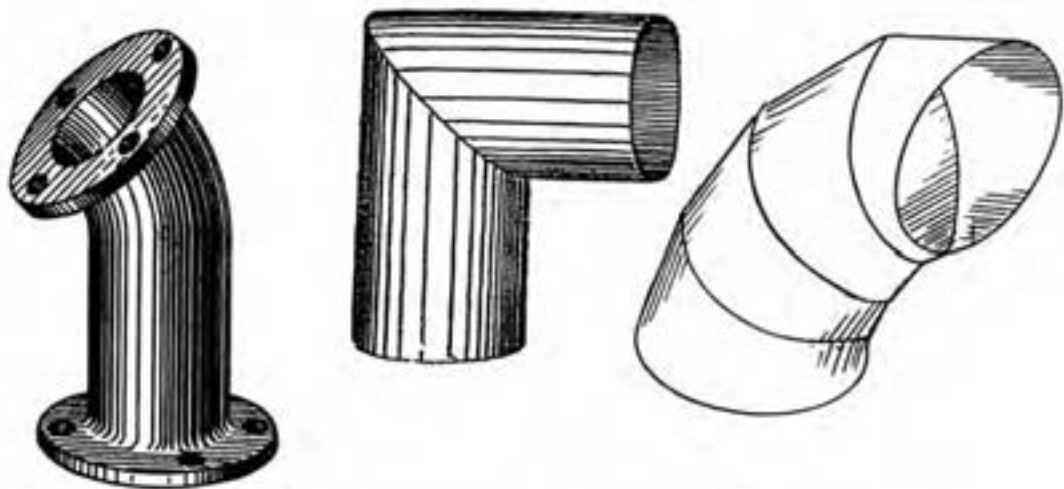
۱۷-۷- گسترش زانو

برای تغییر دادن مسیر یک سیال مانند آب، هوا، گاز و ... از زانو استفاده می‌شود (شکل ۲۶-۱۷).



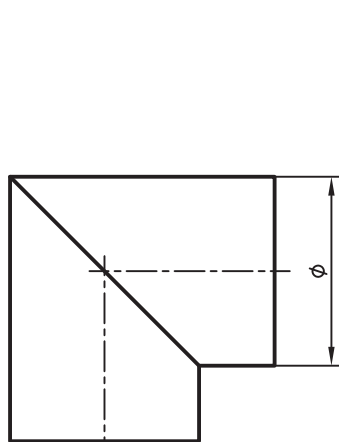
شکل ۲۶-۱۷- کاربردهای زانو

زانو ممکن است 90° ، یا در برخی موارد کمتر یا بیشتر از 90° باشد، پس تا حد ممکن کوشش می‌شود که زانوها را به صورت پیش‌ساخته به کار برند ولی در صنایع فلزی، به ویژه در کار با ورق، زانوها را مطابق نیاز می‌سازند.

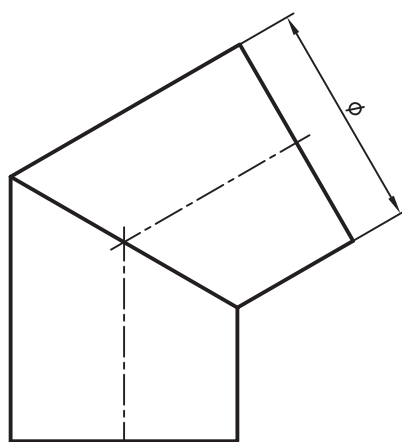


شکل ۲۷-۱۷- نمونه‌هایی از زانو

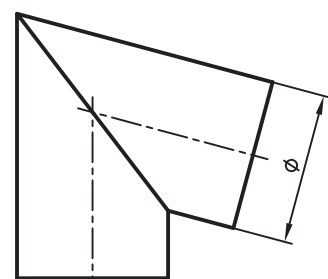
زانوها بیشتر شبیه یک استوانه خمیده هستند. در شکل ۲۸-۱۷ نمونه‌هایی دیده می‌شود.



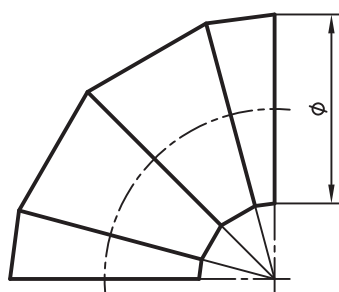
الف



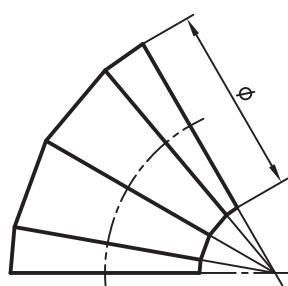
ب



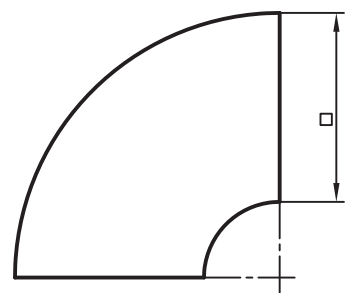
پ



ت



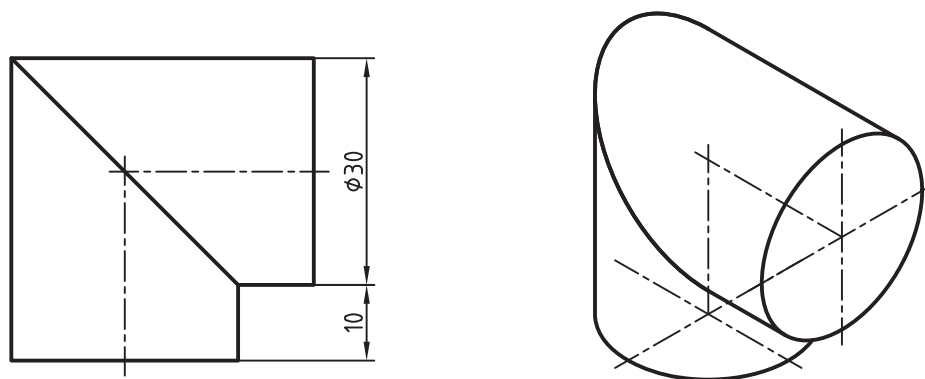
ث



ج

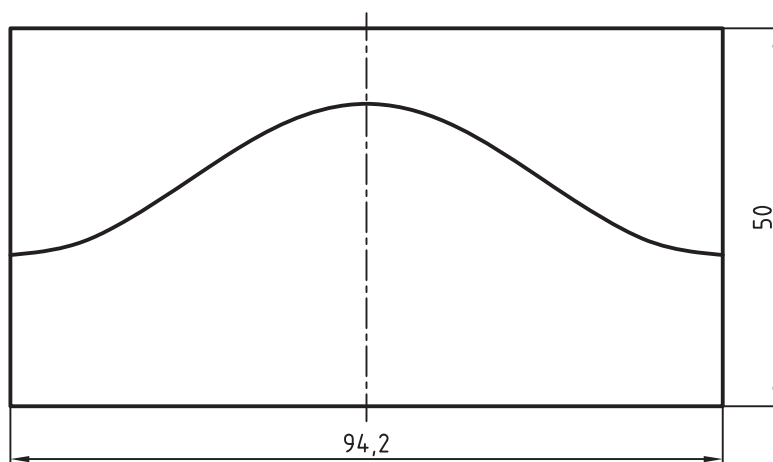
شکل ۲۸-۱۷

۱-۷-۱۷- زانوی 9° - یک زانوی دو تکه را در نظر می‌گیریم. (شکل ۱۷-۲۹)



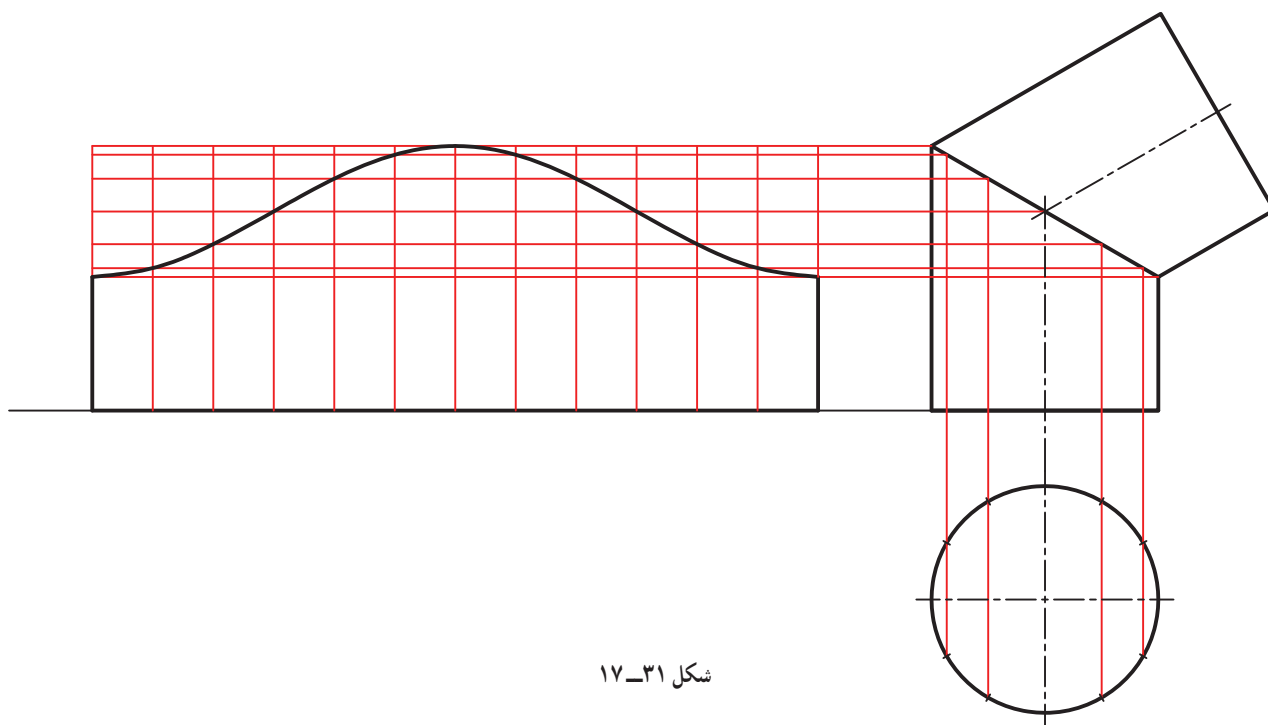
شکل ۱۷-۲۹

ساخت آن بسیار ساده است. این زانو را می‌توان ترکیبی از دو استوانه ساده بریده شده دانست. پس کافی است یکی از تکه‌ها را گسترش دهیم و آنگاه از آن دو تا بسازیم و به هم وصل کنیم. روشن است که دو قاعده در این زانو بسته نخواهد بود. نکته پایانی آنکه برای نداشتن دورریز می‌توان طرح گسترده را مطابق شکل ۱۷-۳۰ در نظر گرفت.



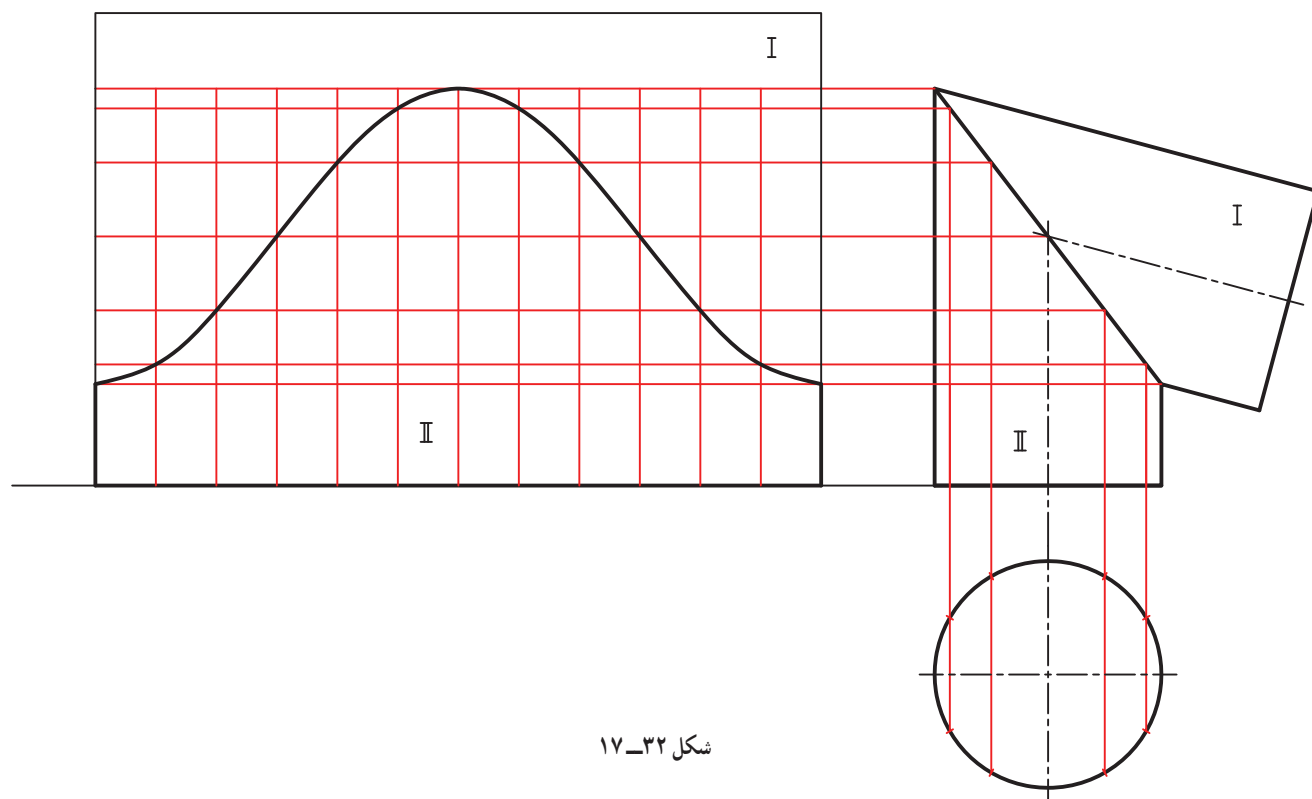
شکل ۱۷-۳۰

دقت کنید که یکی از استوانه‌ها از مولد بلند و دیگری از مولد کوتاه خود، باز و گسترده شده‌اند. ۲-۷-۱۷- زانو بیشتر از 9° - در شکل ۱۷-۳۱، گسترش زانوی دو تکه با زاویه بیشتر از 9° دیده می‌شود.



شکل ۱۷-۳۱

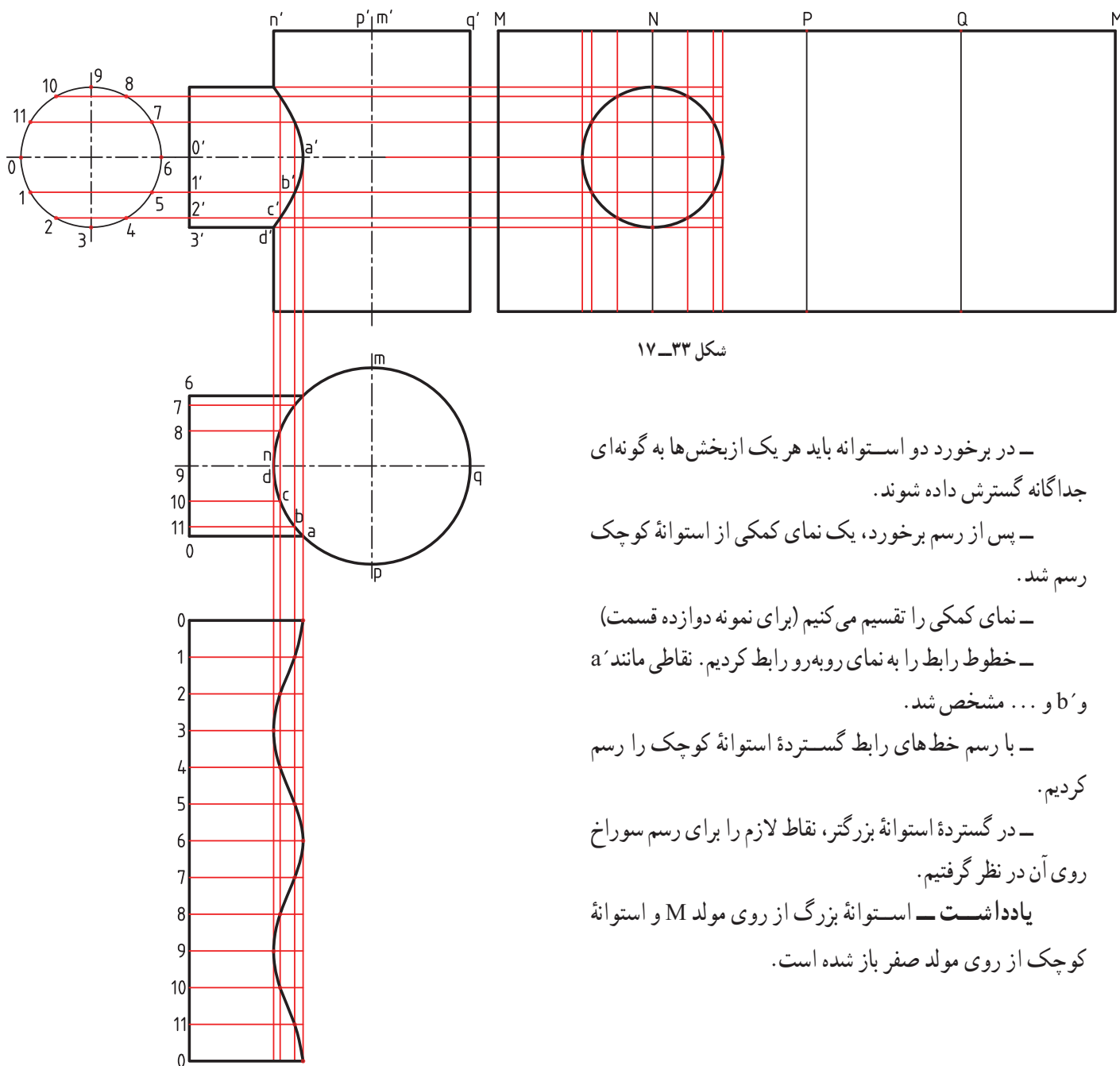
۱۷-۷-۳- زانو کمتر از 90° - باز هم با روش گفته شده کار خواهیم کرد (شکل ۱۷-۳۲).



شکل ۱۷-۳۲

در اینجا هم نداشتن دورریز را در نظر گرفتیم. آیا در شکل ۳۱-۱۷ هم می توانستیم این کار را بکنیم؟
نکته! گسترش شکلی است دقیق که روی ورق رسم و بریده می شود. به همین جهت نقشه های گسترده نیاز به اندازه گذاری ندارند. اما با این وجود، اندازه گذاری گسترش هم در بسیاری موارد انجام خواهد شد.

۸-۱۷- گسترش برخورد استوانه ها



شکل ۳۳-۱۷

— در برخورد دو استوانه باید هر یک از بخش ها به گونه ای جداگانه گسترش داده شوند.

— پس از رسم برخورد، یک نمای کمکی از استوانه کوچک رسم شد.

— نمای کمکی را تقسیم می کنیم (برای نمونه دوازده قسمت)

— خطوط رابط را به نمای روبه رو رابط کردیم. نقاطی مانند a' و b' ... مشخص شد.

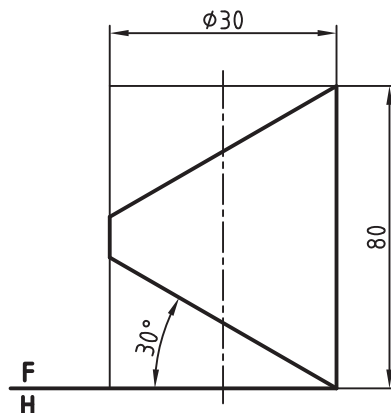
— با رسم خط های رابط گسترده استوانه کوچک را رسم کردیم.

— در گسترده استوانه بزرگتر، نقاط لازم را برای رسم سوراخ روی آن در نظر گرفتیم.

یادداشت — استوانه بزرگ از روی مولد M و استوانه کوچک از روی مولد صفر باز شده است.

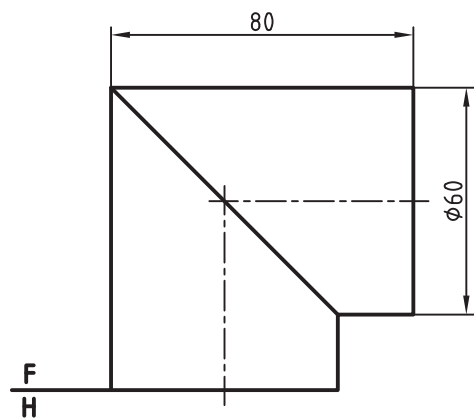
توجه : برای همه پرسش‌ها به شکل رسم شده با دست آزاد نیاز است .

- ۱- گسترش را تعریف کنید.
- ۲- اصول کلی گسترش را بنویسید (با رسم شکل برای یکی از اصول به دلخواه).
- ۳- وضعیت خط‌ها و ضخامت آنها در گسترش چگونه است؟
- ۴- واژه‌های تا و خم را تعریف کنید.
- ۵- چگونگی گسترش یک منشور کامل را توضیح دهید.
- ۶- چگونگی گسترش یک هرم را توضیح دهید.
- ۷- در مورد گسترش دقیق و تقریبی استوانه توضیح دهید.
- ۸- در مورد گسترش دقیق و تقریبی مخروط توضیح دهید.
- ۹- زانو را تعریف کنید و یک نمونه بیاورید.
- ۱۰- چند نمونه از زانو را رسم کنید.
- ۱۱- برای نداشتن دور ریز در ساخت یک زانو چه می‌توان کرد؟
- مقیاس همه ترسیمات را در مسائل زیر ۱:۱ در نظر بگیرید.
- ۱۲- مکعبی به یال 40° را به طور کامل گسترش دهید^۱. (حداقل با سه روش گوناگون).
- ۱۳- مکعب مستطیلی به ابعاد $30^\circ \times 40^\circ \times 70^\circ$ را گسترش دهید.
- ۱۴- منشوری با قاعده ۵ ضلعی منتظم؛ به ضلع 25° و ارتفاع 80° را گسترش کامل دهید.
- ۱۵- یک هرم با قاعده مربع و ضلع 50° و ارتفاع 90° را گسترش دهید.
- ۱۶- یک استوانه به قطر 60° و ارتفاع 90° را گسترش دهید (از دو روش، دقیق و تقریبی).
- ۱۷- مخروطی به قطر قاعده 70° و ارتفاع 90° را گسترش دهید. (از دو روش، دقیق و تقریبی).
- ۱۸- همه احجام داده شده در شکل‌های ۱۷-۳۴ تا $17-40^\circ$ را گسترش دهید.

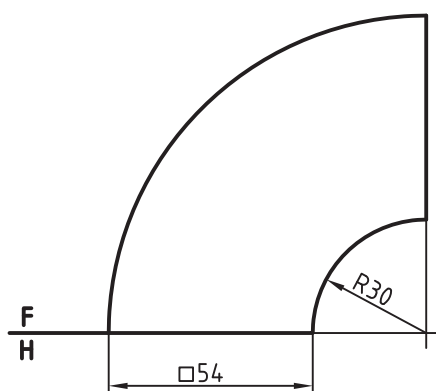


شکل ۳۴-۱۷ استوانه بریده شده

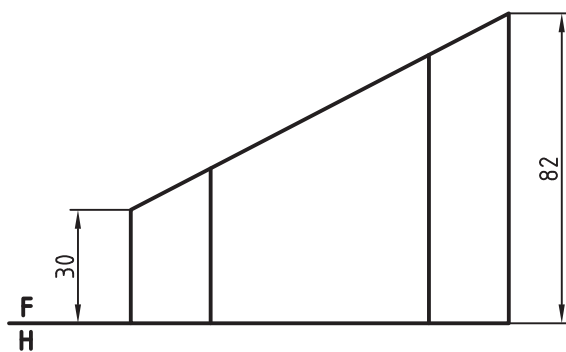
۱- از مجموع گسترش‌ها، سه مورد را با نظر استاد محترم انتخاب کنید و پس از گسترش آن را بسازید (کار در خانه خواهد شد).



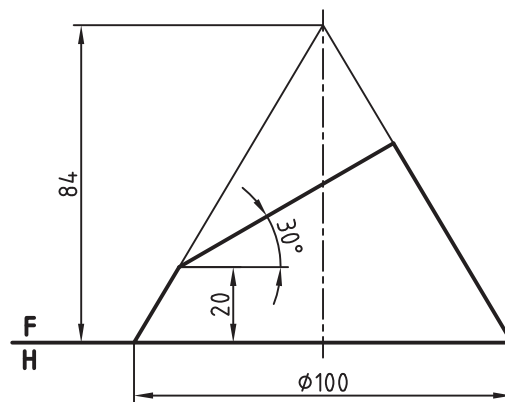
شکل ۳۵-۱۷- زانو



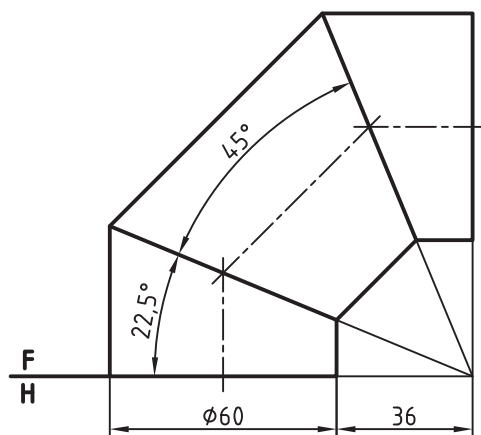
شکل ۳۶-۱۷- زانو



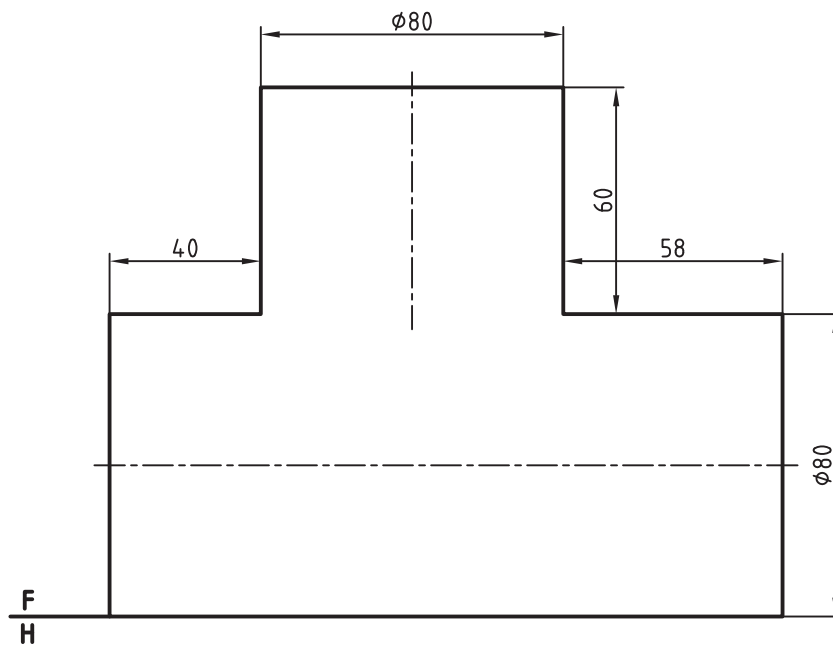
شکل ۳۷-۱۷- منشور پریده شده



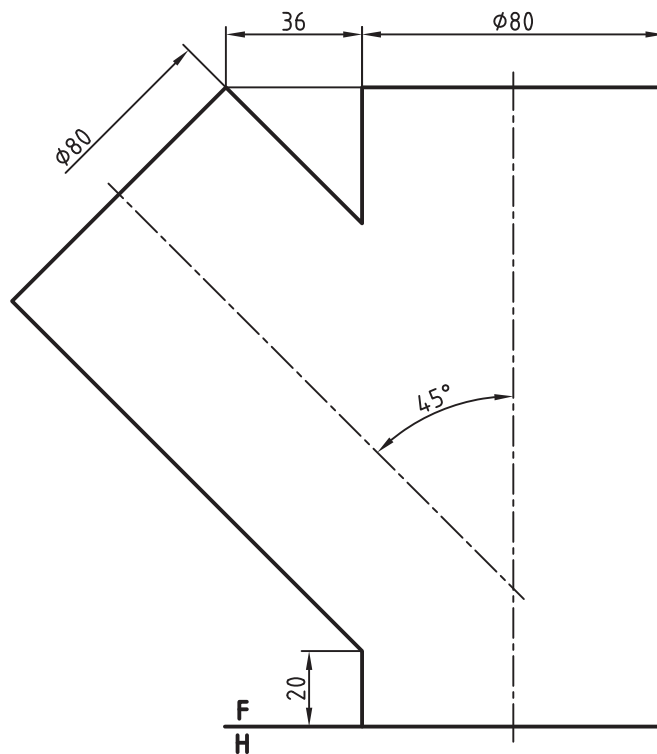
شکل ۳۸-۱۷ مخروط بریده شده



شکل ۳۹-۱۷ زانو سه تکه



شکل ۴۰-۱۷ سه راه ۹۰ درجه

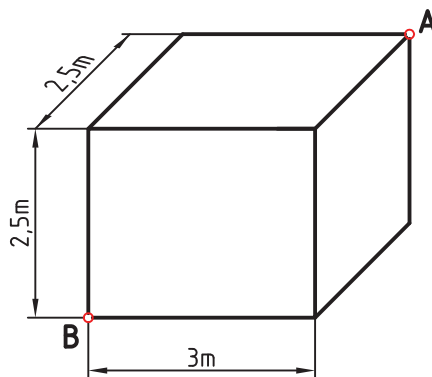


شکل ۱۷-۴۱ سه راه ۵۴ درجه

۱۹- قیف داده شده در شکل ۱۷-۱ را با مقیاس ۱:۲ گسترش دهید.

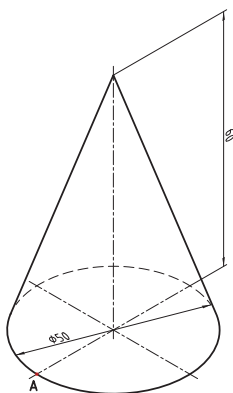
برای مطالعه

- ۱- یک مکعب را دقیقاً به چند روش می توان گسترش داد (همه مربع ها به هم متصل).
- ۲- از یک ورق به ابعاد $1000 \times 2000 \text{ mm}^2$ حداکثر چند مکعب به یال 100 mm می توان ساخت؟
- ۳- مورچه ای می خواهد از نقطه A در اتاقی به ابعاد $3 \times 2.5 \times 2.5 \text{ m}^3$ حرکت کند و به نقطه B برود. کوتاه ترین راه را چگونه می توانید به عدد تعیین کنید؟ (شکل ۱۷-۴۲).



شکل ۱۷-۴۲

۴- حشره‌ای می‌خواهد از نقطه A روی سطح مخروط حرکت کند و پس از دور زدن مخروط دوباره به A برگردد. چگونه می‌توانید مقدار عددی فاصله پیموده شده را به دست آورید؟ (شکل ۱۷-۴۳)



شکل ۱۷-۴۳

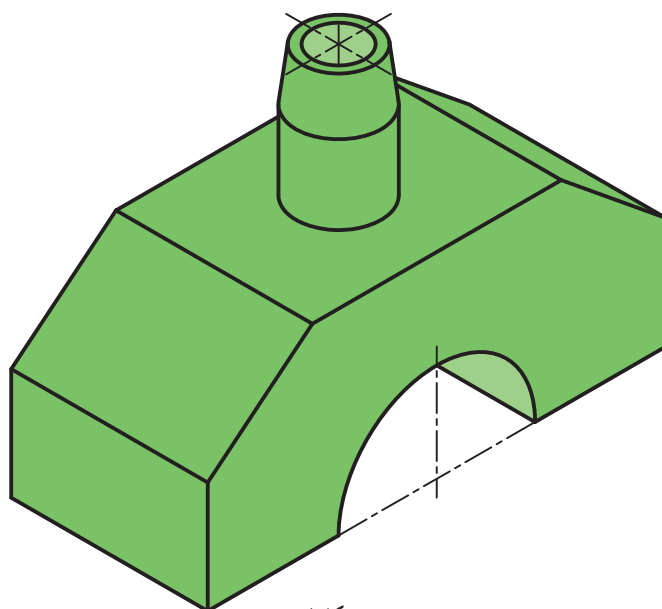
زمان ۱۸۰ دقیقه

ارزشیابی پایانی

- به پرسش‌های زیر پاسخ دهید. بارم هر پرسش ۷۵/۰ نمره و پاسخ‌ها روی برگه‌های آزمون داده شود.^۱
- ۱- هندسه ترسیمی را تعریف کنید.
- ۲- با رسم شکل دستی، فرجه اول و چگونگی هم‌سطح کردن آن را توضیح دهید.
- ۳- با رسم شکل دستی تغییر صفحه و مفهوم آن را شرح دهید.
- ۴- نسبت بعد نقطه B به ارتفاع آن مثل ۱ به ۲ است. اگر ارتفاع نقطه ۳۷ باشد، آن را نمایش دهید.
- ۵- نخست خط AB را نمایش دهید. B(۳۹, ۵, ۳۲) و A(۰, ۴۲, ۱۰) آنگاه اندازه حقیقی آن را تعیین کنید.
- ۶- صفحه ABC را نمایش دهید و اندازه حقیقی آن را بر حسب میلی‌متر مربع تعیین کنید.
A(۰, ۶۳, ۲۱), B(۳۵, ۲۸, ۵۶), C(۵۶, ۷, ۰)
- ۷- روش خط کمکی را در تعیین نقطه برخورد خط و صفحه با شکل توضیح دهید.
- ۸- زانو چگونه حجمی است؟ در مورد به وجود آمدن سطح آن (با رسم شکل دستی) توضیح دهید.
- ۹- پس از نام بردن کامل مقاطع مخروط، بیضی را تعریف کنید.
- ۱۰- دو نما از یک جسم دلخواه را یک بار نامگذاری گوشه‌ها و یک بار بدون نامگذاری گوشه‌ها رسم کنید و سپس آنها را از نظر مزایا و معایب با هم مقایسه کنید.

۱- آزمون پایانی تنها برای آگاهی از توانایی‌های علمی و عملی هنرجو نیست. زیرا باید بتواند توانایی او را از نظر انتقال مطالب هم بررسی کند. پس آزمون به صورت تست مناسب نیست. با این همه ممکن است حداکثر تا ۲ نمره را به تست اختصاص داد.

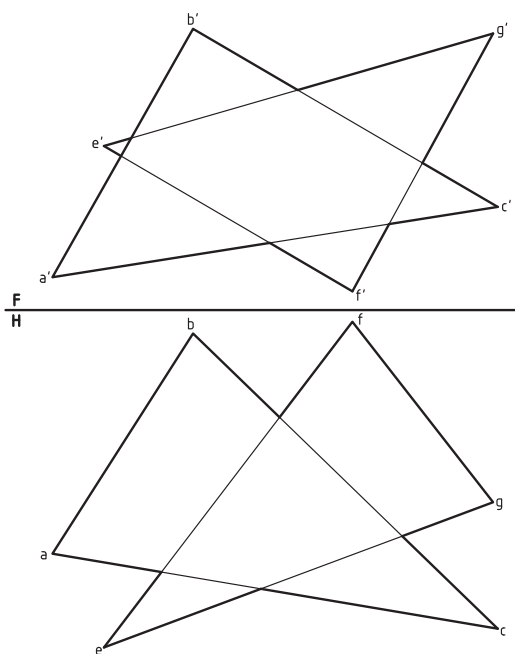
۱۱- جسم داده شده در شکل ۱ را به اجزای ساده تجزیه کنید و این اجزاء را نام ببرید. (ترسیم دستی)



شکل ۱

این مسائل را روی برگه پاسخ‌نامه و با وسایل تکمیل کنید^۱:

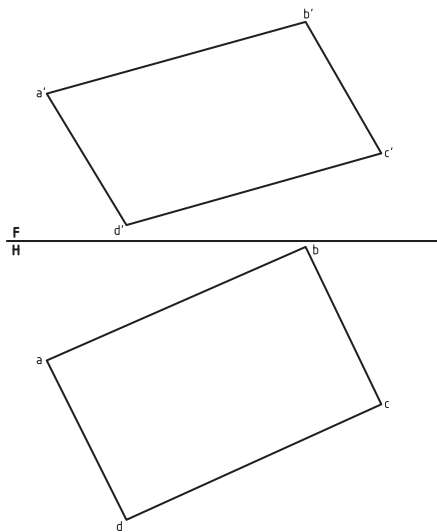
۱۲- وضع دو صفحه ABC و EFG را نسبت به هم بررسی کنید و در صورت متقاطع بودن فصل مشترک را تعیین کنید؛ سپس قسمت‌های دید و ندید را مشخص نمایید. (۲نمره)



شکل ۲

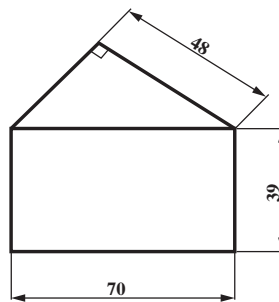
۱- صورت مسائل دقیقاً روی برگه‌های صورت مسئله باید ترسیم شود و در اختیار هرنجویان قرار گیرد.

- ۱۳- در صفحه $ABCD$ که در دو تصویر نمایش داده شده است.
 الف) یک پاره خط روبه روبه طول 50° رسم کنید که دو انتهای آن روی اضلاع AD و DC قرار داشته باشد.
 ب) یک خط افقی از مرکز این چهار ضلعی بگذرانید و طول آن را بر حسب میلی متر تعیین کنید.



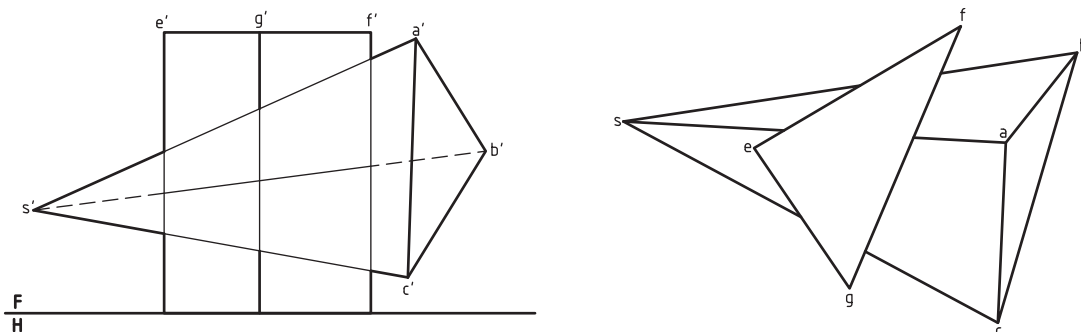
شکل ۳

- ۱۴- شکل زیر را به روش هندسی رسم کنید (تنها با کاربرد خط کش و پرگار) و هیچ خطی را پاک نکنید.
 (۱/۵ نمره)



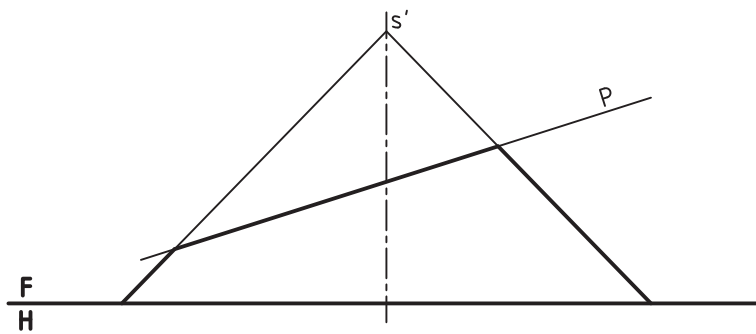
شکل ۴

- ۱۵- در شکل ۵، یک هرم و یک منشور داده شده است مطلوب است :
 به دست آوردن برخورد آنها و دید و ندید. (۱/۵ نمره)



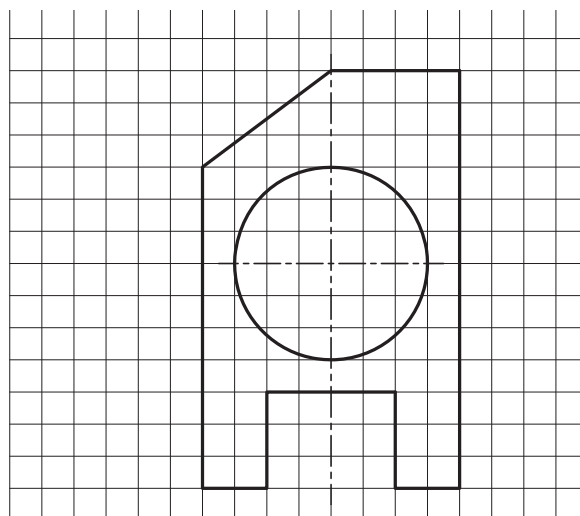
شکل ۵

۱۶- در شکل ۶ یک مخروط با صفحه‌ای منتصب بریده شده است. پس از ترسیم تصویر افقی و نیمرخ، اندازه حقیقی مقطع را نمایش دهید. (۱/۵ نمره)



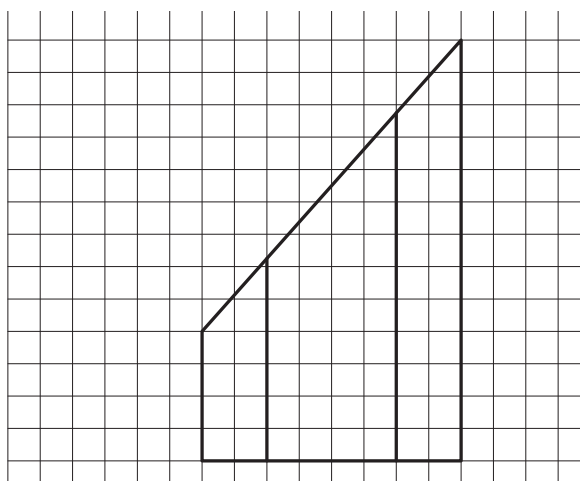
شکل ۶

۱۷- سه نما از استوانه، با سوراخی استوانه‌ای و یک شیار و یک برش را رسم کنید.



شکل ۷

۱۸- گسترده کامل منشور برش خورده را رسم کنید منشور قائم و کف آن شش ضلعی منتظم است.



شکل ۸

پیوست‌ها

پیوست‌ها در صورت داشتن زمان انجام خواهند شد.

۱- طول کلی مفتول فلزی که برای ساخت هرم SABC لازم است چیست؟

$$C(0, 40, 0) \text{ و } B(40, 10, 0) \text{ و } A(50, 50, 0) \text{ و } S(20, 37, 50)$$

۲- برای ساخت 100° منشور ABCDEF چند متر مربع ورق لازم است (می‌توان 5% نیز برای دورریز به آن اضافه کرد).

$$F(0, 30, 60) \text{ و } E(20, 10, 40) \text{ و } D(30, 50, 30) \text{ و } C(20, 10, 0) \text{ و } B(0, 30, 0) \text{ و } A(30, 50, 0)$$

۳- از نقطه M خطی رسم کنید که نیم‌رخ AB و خط زمین را قطع کند.

$$M(60, 40, 25) \text{ و } A(30, 30, 10) \text{ و } B(30, 10, 35)$$

۴- از نقطه A خطی بگذرانید که بر خط افقی MN عمود باشد. اگر پای عمود B باشد، اندازه واقعی AB چیست؟

$$N(10, 40, 10) \text{ و } M(45, 10, 10) \text{ و } A(55, 35, 40)$$

۵- نقاط برخورد خط MN را با صفحات تصویر تعیین کنید.

$$M(45, 10, 40) \text{ و } N(0, 40, 10)$$

۶- از مثلث متساوی‌الساقین ABC که در آن $\widehat{A} = 30^\circ$ و $\overline{AB} = \overline{AC}$ است معلومات زیر را داریم $C(15, 20, 0)$ ،

$$B(30, 20, 0) \text{ و } A(60, 50, 20) \text{ آن را بسازید.}$$

۷- فاصله حقیقی دو نقطه A و B، 40° می‌باشد. اگر داشته باشیم 35° و 30° و 50° و B(15 و 10°) و A سمت راست B

باشد، طول نقطه A چیست؟

۸- صفحه ABC را در نظر بگیرید. نخست تحقیق کنید که خطوط روبه‌روی این صفحه نسبت به هم چگونه‌اند؟ سپس وضعیت

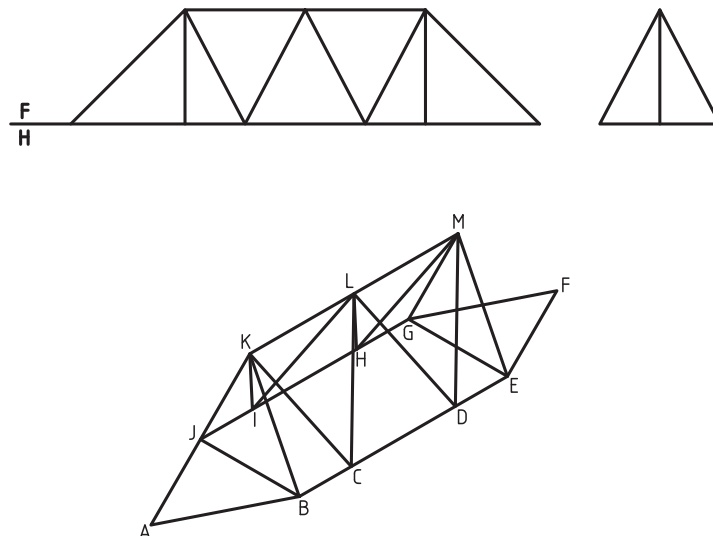
خط‌های افقی آن چیست؟ آیا می‌توانید نتایج را در دو جمله خلاصه کنید؟

۹- از نقطه معین M واقع بر یک خط مواجهه، خطی رسم کنید که خط زمین و یک خط منتصب معلوم را قطع کند.

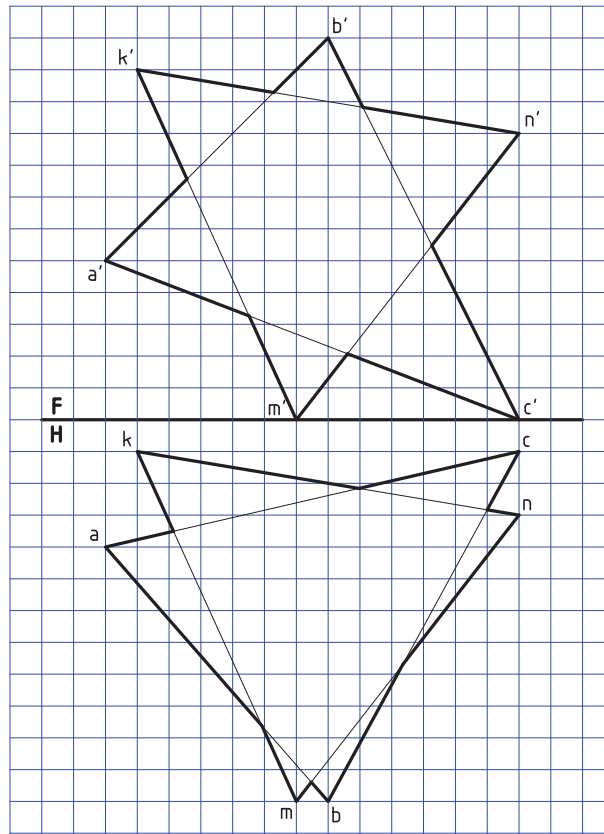
۱۰- در تیر مشبک داده شده، طول کلی تیر آهن مصرفی با 10% اضافی چند متر است؟ مقیاس ترسیم شکل موجود $1:200$

می‌باشد. (تعداد تیرها ۲۱)

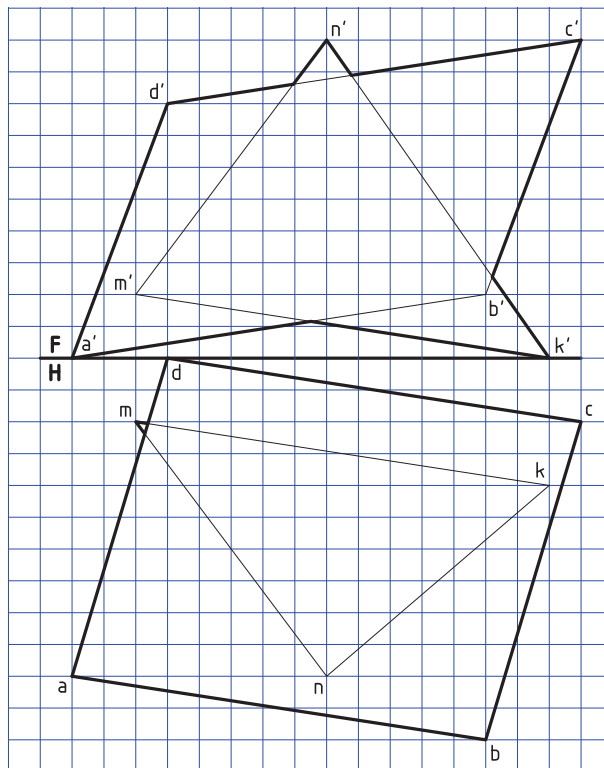
راهنمایی: برای حل مسئله بهتر است آن را با مقیاس $10:1$ دو برابر رسم کنید، یا دو برابر کپی کنید.



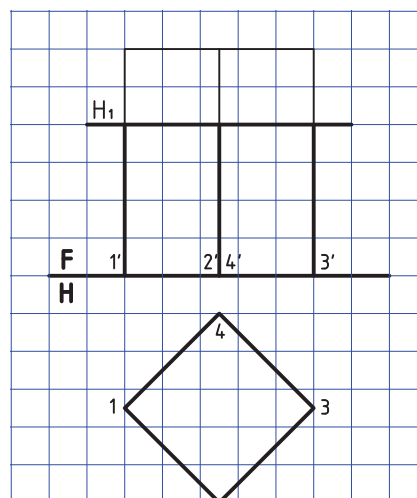
۱۱- برخورد دو صفحه را به دست آورید و دید و ندید کنید.



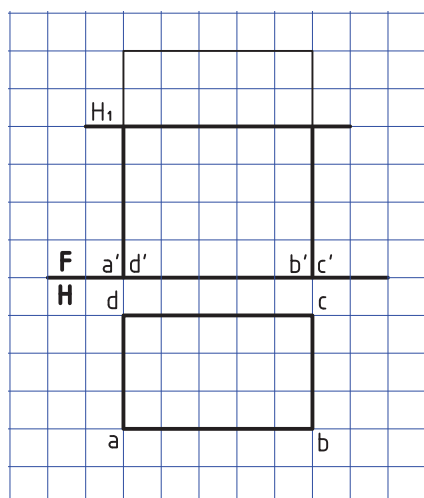
۱۲- برخورد دو صفحه را به دست آورید و دید و ندید کنید.



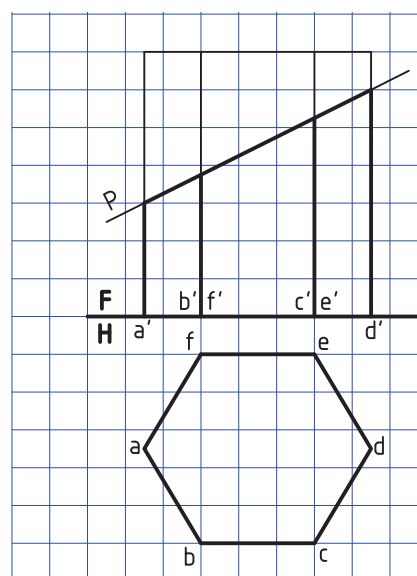
۱۳- برخورد منشور و صفحه افقی (در سه نما)



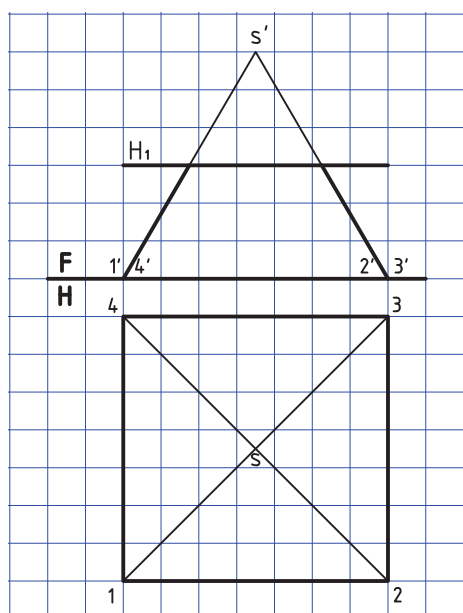
۱۴- برخورد منشور و صفحه افقی (در سه نما)



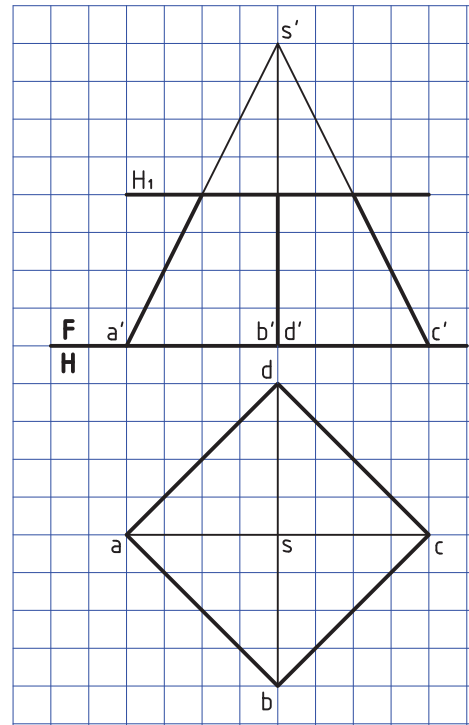
۱۵- برخورد منشور و صفحه منتصب (رسم سه نما)



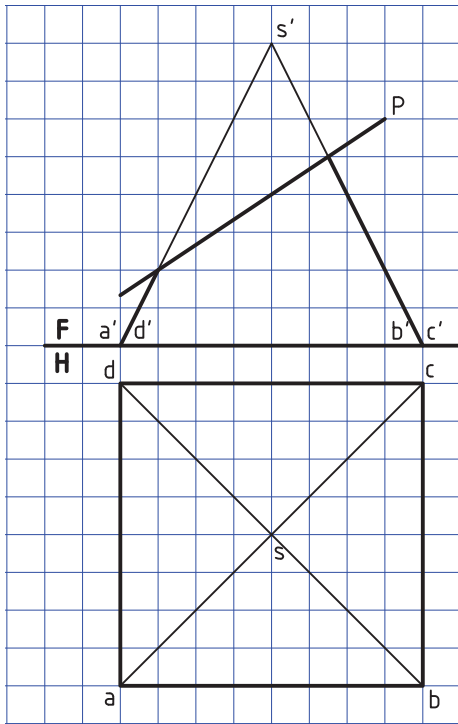
۱۶- برخورد صفحه افقی و هرم (تکمیل نمای افقی و رسم نمای سوم)



۱۷- برخورد هرم و صفحه افقی (رسم سه نما)

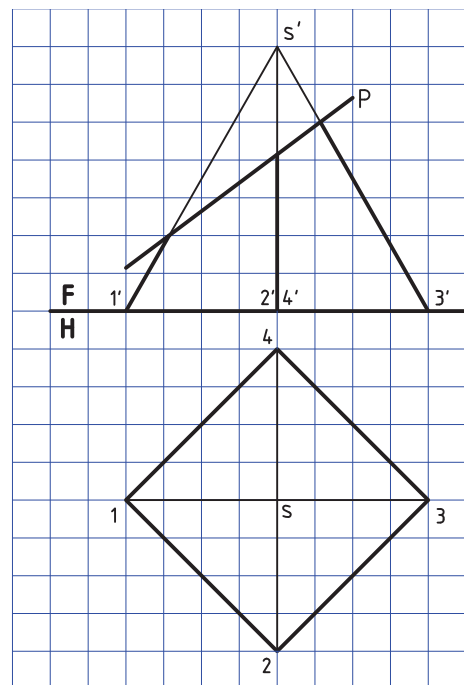


۱۸- برخورد صفحه منتصب و هرم (سه نما)



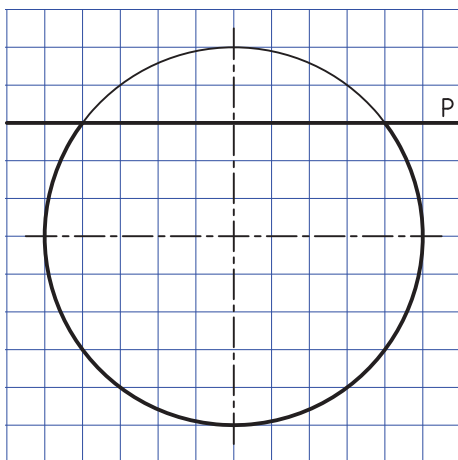
۱۹- برخورد صفحه منتصب و هرم (رسم و تکمیل)

(سه نما)

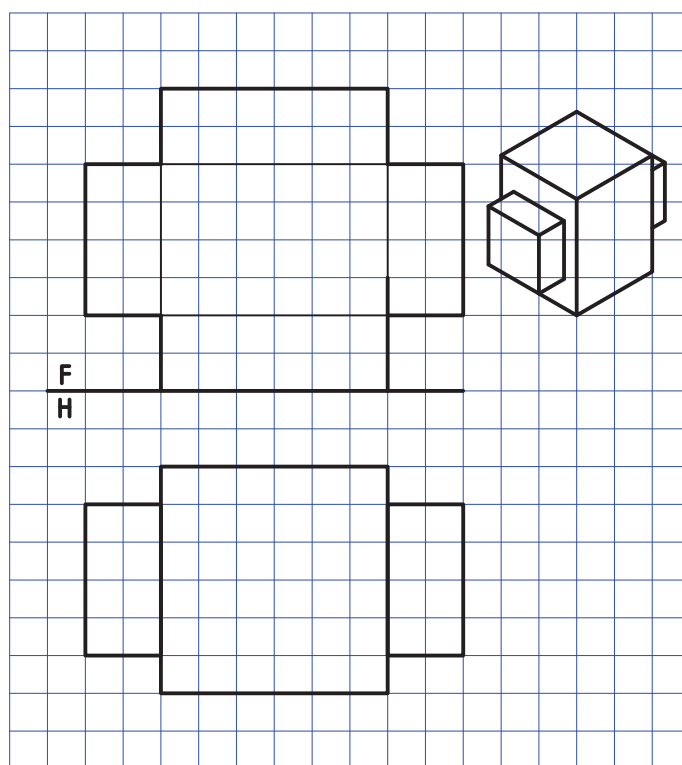


۲۰- صفحه افقی و کره (رسم و تکمیل دو نمای

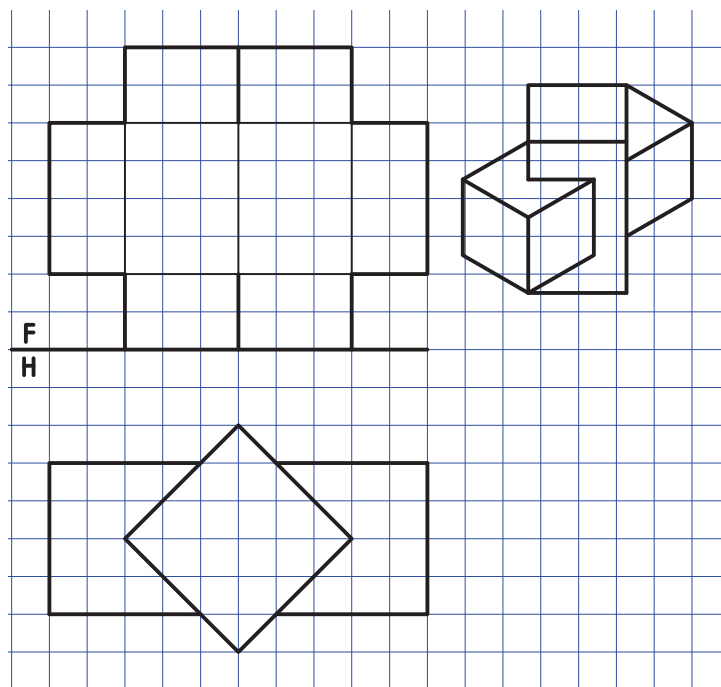
روبه رو و افقی)



۲۱- برخورد منشور و منشور (رسم و تکمیل سه‌نما)

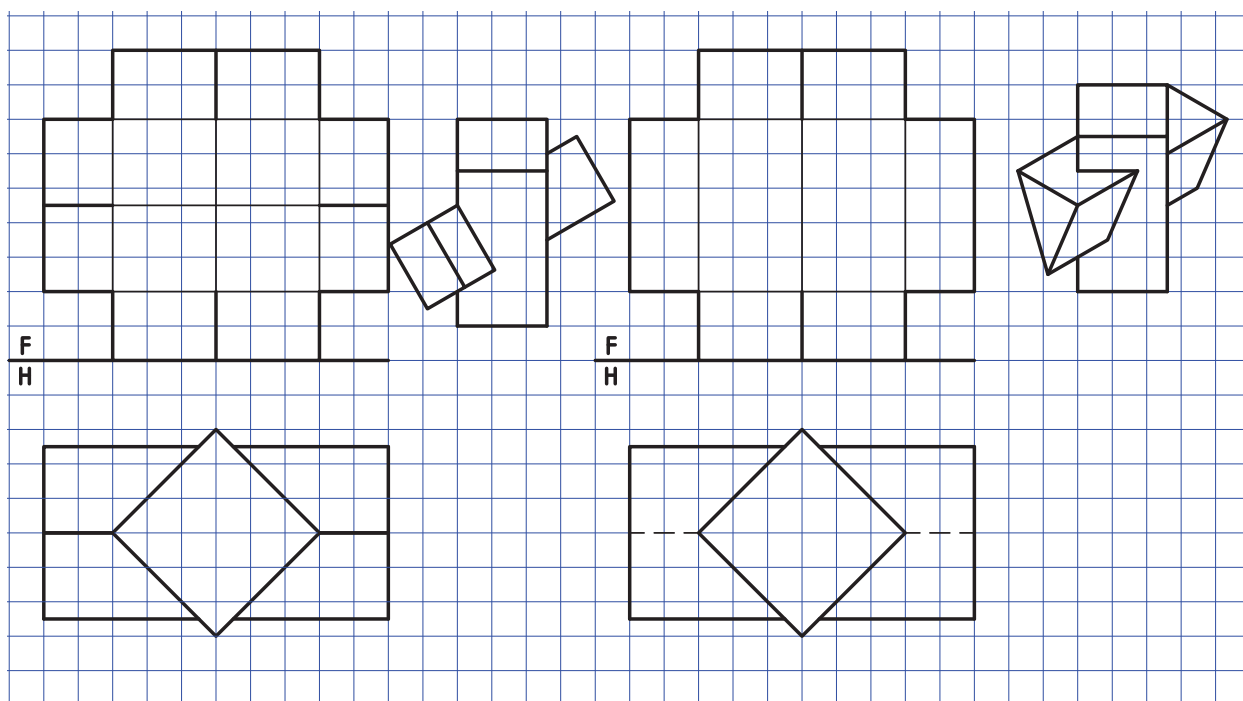


۲۲- برخورد منشور و منشور (رسم و تکمیل سه‌نما)

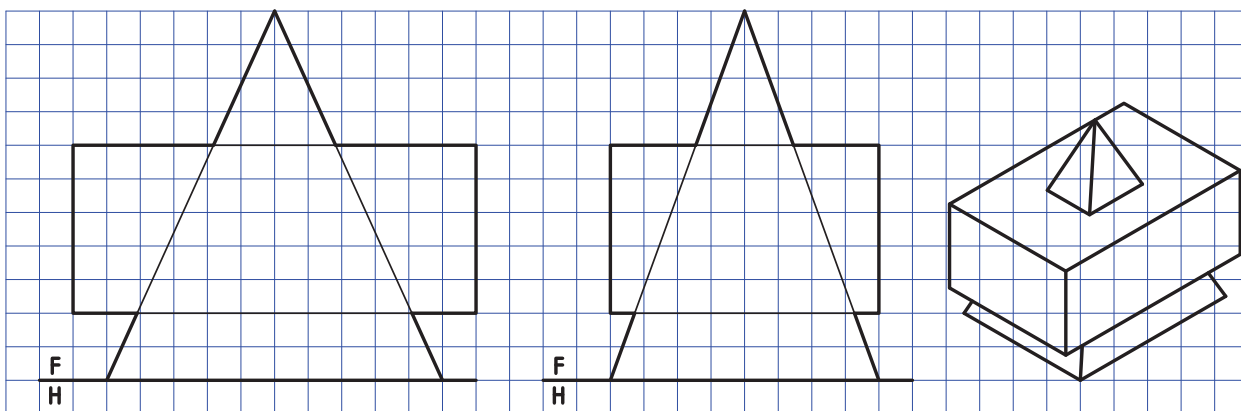


۲۴- برخورد منشور و منشور (رسم و تکمیل سه‌نما)

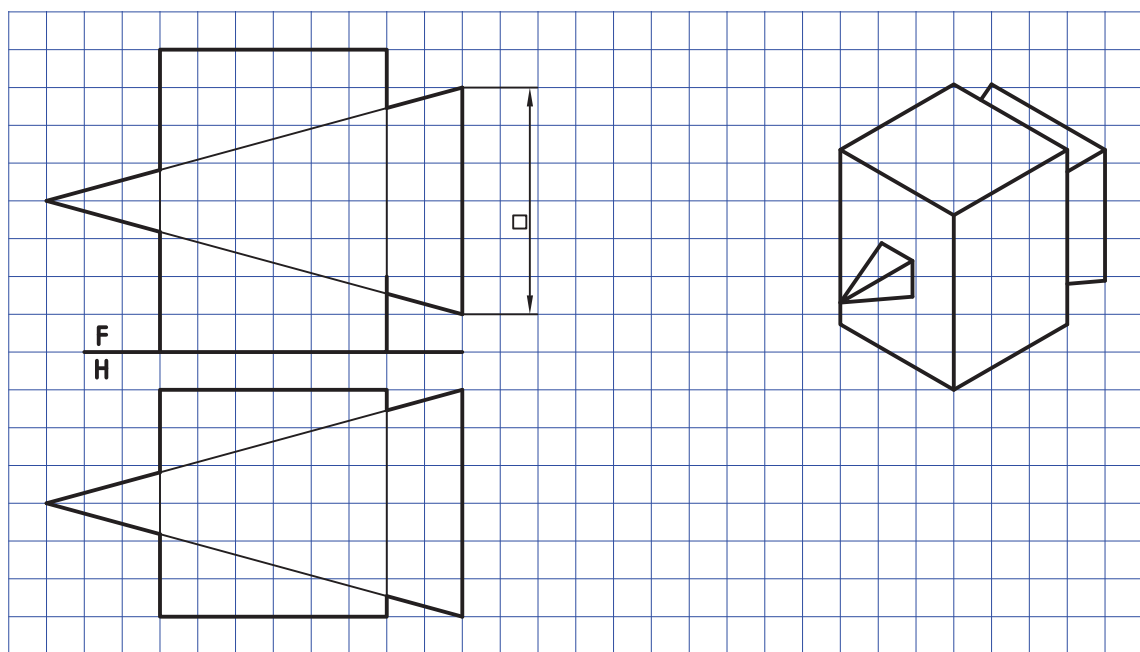
۲۳- برخورد منشور و منشور (رسم و تکمیل سه‌نما)



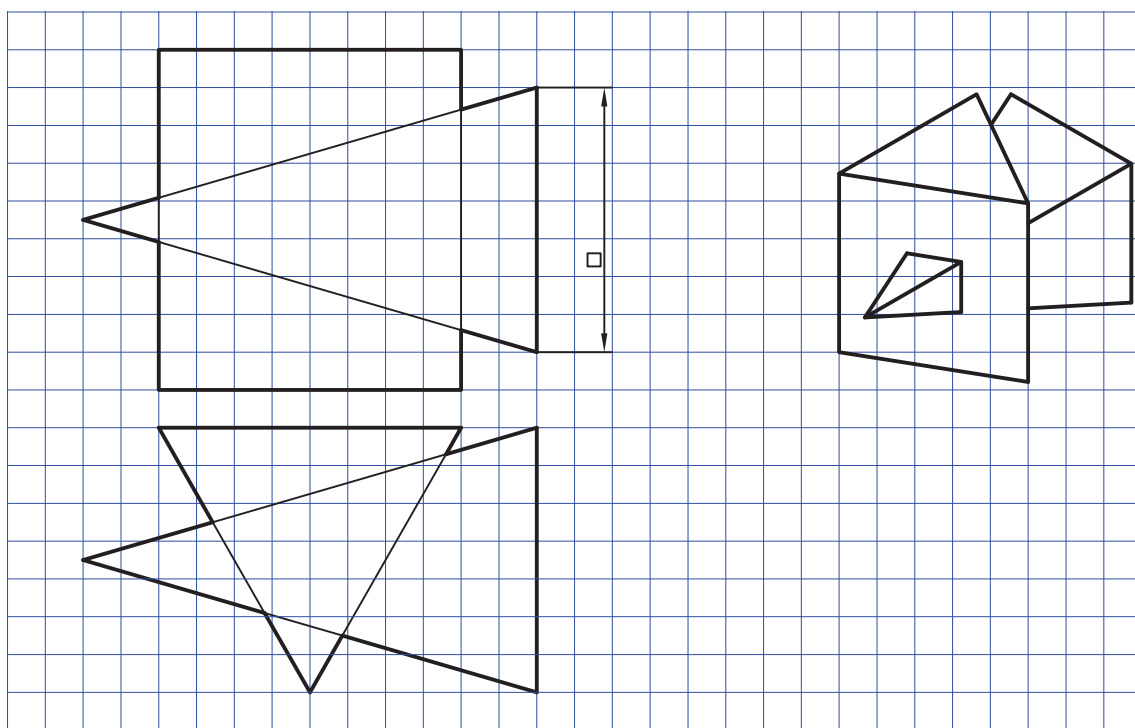
۲۵- برخورد هرم و منشور و تکمیل سه‌نما



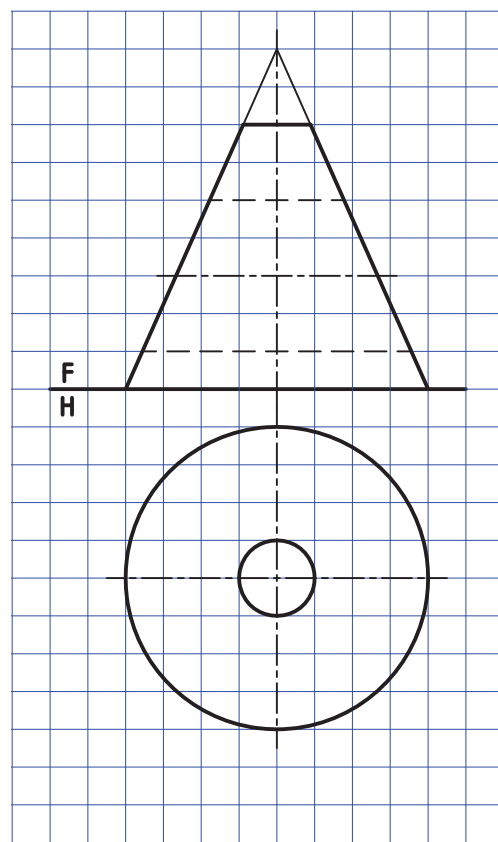
۲۶- برخورد هرم و منشور (رسم و تکمیل سه‌نما)



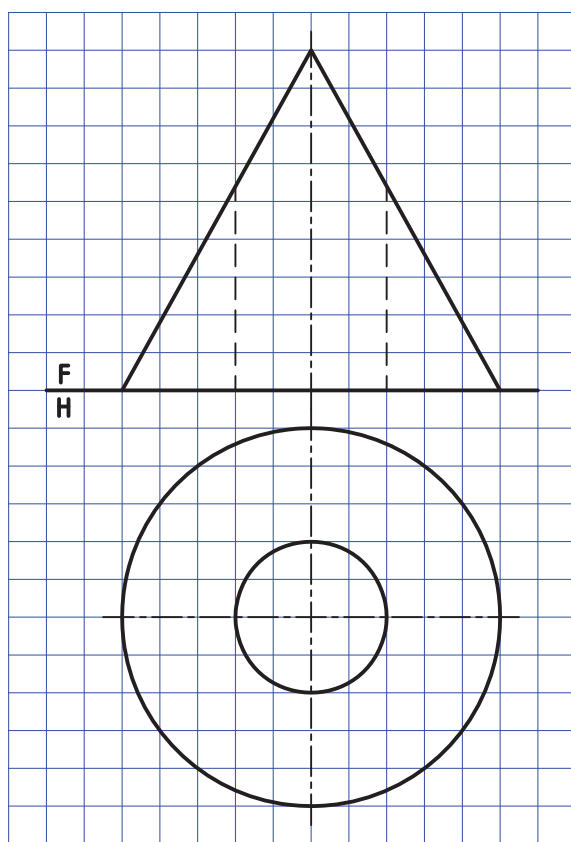
۲۷- برخورد هرم و منشور (رسم و تکمیل سه‌نما)



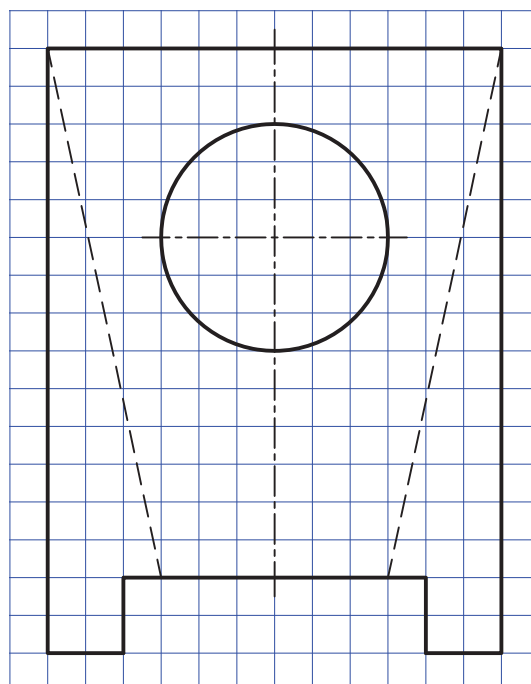
۲۸- برخورد استوانه و مخروط (رسم و تکمیل سه نما)



۲۹- برخورد استوانه و مخروط (رسم و تکمیل سه نما)



۳۰- برخورد میان استوانه با استوانه و با مخروط (رسم نمای موجود و دو نمای دیگر)



منابع مفید برای مطالعه

- ۱- رسم فنی عملی، سال سوم، رشته نقشه کشی صنعتی نظام قدیم، محمد حسین شربت ملکی، محمد خواجه حسینی، شرکت چاپ و نشر، ۱۳۶۹
- ۲- برخورد و گسترش، شاخه کار دانش، محمد خواجه حسینی، ۱۳۹۰، شرکت چاپ و نشر
- ۳- رسم فنی نظام چهار ساله سال های دوم، سوم و چهارم، رشته صنایع فلزی، تألیف محمد میثاق، محمود مرجانی، شرکت چاپ و نشر
- ۴- رسم فنی صنایع فلزی، آرش حبیبی، محمد خواجه حسینی، ۱۳۹۰

