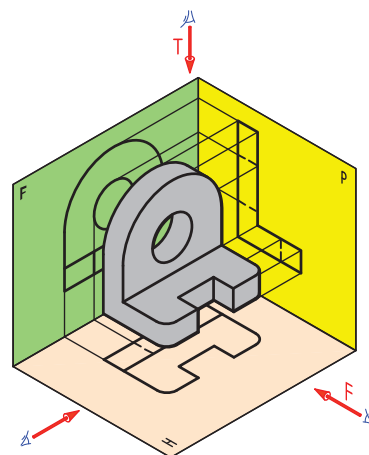
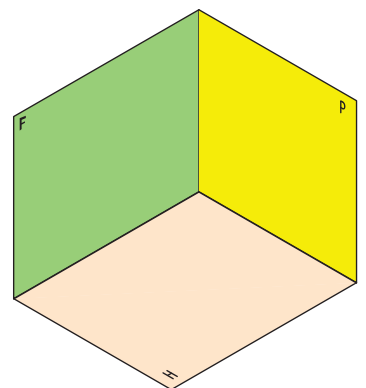


فصل اول



برج میلاد



به کمک هندسه ترسیمی می توان اجسام سه بعدی را با اندازه های حقیقی روی صفحه دو بعدی نمایش داد.



گاسپارد مونژ

اصول هندسه ترسیمی

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

- ۱- تاریخچه هندسه ترسیمی را بیان کند.
- ۲- مفهوم هندسه ترسیمی را بیان کند.
- ۳- فرجه‌های اول تا چهارم را بیان کند.
- ۴- فرجه‌ها را بر روی صفحه تسطیح کند.
- ۵- طول، بعد و ارتفاع را معرفی کند.
- ۶- فرجه‌هایی را که در نقشه‌کشی مورد استفاده قرار می‌گیرند، شناخته و بیان کند.

۱-۱- تاریخچه هندسه ترسیمی

به درستی نمی‌توان گفت که بشر از کی و از کجا با هندسه آشنا شد، اما به هر حال با تشخیص شکل‌ها و یافتن تفاوت آنها از هم، مانند خط راست، چهارگوش، دایره، سه گوش و... احجام مانند استوانه، مکعب، مخروط، کره و... که هر روز و به شکل‌های گوناگون با آنها روبه‌رو بود، هندسه را شروع و مفاهیم آن را تجربه کرد. علمی که به کمک آن می‌توانست بین نقطه، خط، سطح و حجم رابطه برقرار کند، در زندگی روزانه از آن استفاده و مشکلات بسیاری را با آن حل کند. بدین ترتیب و بر طبق اسناد به دست آمده بشر از دیر باز با هندسه آشنایی داشته، به عبارت دیگر هندسه جزئی جدایی ناپذیر از زندگی انسان بوده است. مصریان باستان در چند هزار سال قبل از میلاد با روش‌های هندسی آشنایی داشته‌اند. ریسمان معروف مصری دارای دوازده قسمت متساوی بود که با گره‌هایی مشخص می‌شد. از این ریسمان برای ساختن زاویه قائمه استفاده می‌کردند^۱. آنها مجبور بودند هر سال بعد از فرو نشستن طغیان نیل،



مرز زمین‌های کشاورزی را دوباره تعیین کنند. این کاری استفاده از اصول هندسی، امکان نداشت. ساختن بناهای عظیم مانند اهرام سه گانه، مجسمه‌های غول پیکر و ساختمان‌های زیبا، بدون ارتباط نزدیک با علمی به نام هندسه ممکن نبود. با این همه، اطلاعات موجود حکایت از آن دارد که پایه‌گذاری مطالعه علمی درباره هندسه به وسیله دانشمندانی مثل اقلیدس، فیثاغورس، افلاطون، تالس، آپولونیوس و ارشمیدس با استفاده از اطلاعات هندسی گردآوری شده توسط مصریان، بابلیان، ... شروع شد. هندسه که شاخه‌ای از ریاضی است، طی هزاران سال آنقدر پیشرفت کرد که امروزه خود دارای بیش از ۳۰ شاخه است. ابتدا اقلیدس اصول معروف خود را بیان کرد و این آغاز مطالعه جدی و علمی در مورد هندسه است. او در اصل پنجم گفت :

۱- آنها با ساختن یک مثلث به اضلاع ۳، ۴ و ۵ زاویه قائمه را به دست می‌آوردند.

از یک نقطه در خارج یک خط، فقط یک خط می‌توان با آن موازی رسم کرد. اصل اقلیدس قابل اثبات نیست، همچنین نمی‌توان آن را رد کرد. این علم به همراه سایر علوم به پیش می‌رفت، پس از قرن‌ها، با پیدایش زغال سنگ و کشف روش‌های نوین تولید آهن، انقلابی در زندگی انسان به وقوع پیوست، انقلاب صنعتی، پدیده‌ای نوین بود که به هر حال به پیش می‌رفت. دانشمندان اروپا بیش از دیگران درگیر این مسائل بودند. آنها ناچار بودند افکار خود را به نحوی بیان کنند. البته از روزگاران گذشته برای ساخت مصنوعات انسانی، نقشه رایج بود. اما این نقشه‌ها با آنکه در بسیاری موارد بسیار خوب کشیده می‌شدند، دارای یک نقطه کور و یک حالت مبهم بودند. در اینجا باید گفت که در این دوران، تصاویری شبیه به نقشه‌های امروزی دارای نمای افقی و عمودی توسط طراح آلمانی آلبرشت دورر ترسیم شده بود و بزرگانی چون لئوناردو داوینچی و ایوان کولیپین و مانند آنها طرح‌های بسیاری رسم کرده بودند، با این همه، این طرح‌ها و نقشه‌ها، معماران و صنعتگران را به درستی قانع نمی‌کرد.

در این دوران، صنعت با مسائل تازه‌ای روبه‌رو بود که نیاز به انجام محاسبات پیچیده و مشکل را داشت. انجام جنگ‌های بزرگ در اروپا نیز مسائلی جدید را به وجود آورده بود^۱.

سال‌های ۱۷۴۶ تا ۱۸۱۸، سال‌های مهمی در تاریخ هندسه هستند. گاسپارد مونژ، ریاضی‌دان، مهندس و فیزیک‌دان بزرگ فرانسوی در این سال‌ها می‌زیست. او که مدتی در ارتش فرانسه خدمت می‌کرد به سبب همین نیازها و مشکلات، در جستجوی راهی ترسیمی بود تا بتواند مسائل موجود را حل کند. مطالعات او سرانجام منجر به ابداع بزرگی شد. ابداعی بزرگ در سی و سه سالگی او به نام هندسه ترسیمی^۲. در سال ۱۷۷۹ او دریافت که می‌توان اجسام سه بعدی را با تصاویری دو بعدی معرفی کرد^۳، به طوری که همه اندازه‌های حقیقی و جزئیات ساختمانی طرح مورد نظر معرفی شود. به طور خلاصه: هندسه ترسیمی در حقیقت مجموعه قواعدی است که به کمک آنها می‌توان اجسام فضایی یعنی سه بعدی را، آن چنان که در حقیقت هستند، بر روی دو صفحه تخت عمود بر هم نمایش داد و مسائل هندسه فضایی را به کمک دستوره‌های هندسه مسطحه حل و رسم کرد. او توانست با ابداع جدید خود نقشه‌های جنگی را به صورتی اصولی و علمی تنظیم کند. کاربرد هندسه اختراعی او به نقشه‌های جنگی منحصر نبود بلکه بسیاری از مسائل را به جای محاسبه از طریق ترسیم حل می‌نمود. مانند کوتاه‌ترین فاصله میان دو خط متنافر، اندازه حقیقی مقاطع، اندازه طول قوس‌ها و ...

روش مونژ سال‌ها جزء اسرار ارتش بود ولی پیشرفت سریع صنعت نیازمند زبانی کامل و توانا بود و هندسه اختراعی مونژ جوابی قاطع به این نیاز بود که با کوشش طراحان و مهندسين، رفته رفته کاملتر و گویاتر شد^۴. دانشمندان زیادی در ایران در زمینه هندسه ترسیمی فعالیت داشته‌اند از جمله استاد احمد بی‌رشک که یکی از تألیفات ایشان به نام هندسه ترسیمی و هندسه رقومی در سال ۱۳۲۸ توسط انتشارات دانشگاه تهران چاپ شده است.

باید گفت که ورود هندسه ترسیمی و درک جایگاه آن در صنعت، توسط صنعتگران، انقلابی در مبادلات صنعتی و طراحی به وجود آورد به طوری که می‌توان پیدایش هندسه ترسیمی را یکی از بزرگترین تحولات در تاریخ هندسه دانست.

امروزه مطالعه علمی در اصول و قواعد تصویر، روابط بین اجزای تصویر مانند نقطه، خط و سطح و حجم را با عنوان «هندسه ترسیمی» انجام می‌دهیم و حالت‌های کاربردی و ساده شده هندسه ترسیمی در نقشه‌کشی با عنوان، رسم فنی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین یادآوری می‌شود که در تصاویر مربوط به هندسه ترسیمی به دلایل درک بهتر یا پیچیدگی مسئله، نقاط نامگذاری می‌شوند اما در رسم فنی نه. ولی در مجموع، هم نماهای رسم فنی و هم نماهای ترسیمی را نقشه خواهیم نامید.

۱- مانند نیاز به داشتن نقشه‌های دقیق جنگی، دارای اطلاعات گوناگون چون پستی و بلندی زمین، موقعیت‌های استراتژیک و ...

۲- با الهام از کارهای دانشمندان پیشین. همچنین اصطلاح هندسه ترسیمی را اول بار خود مونژ به کار برد.

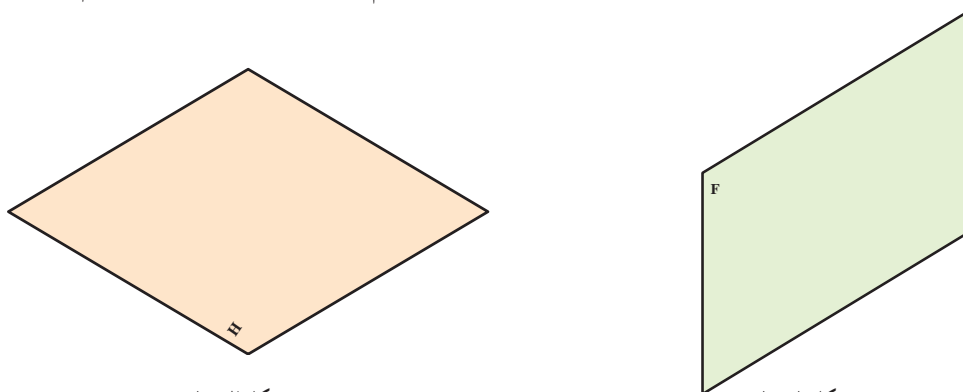
۳- با دادن فاصله‌هایشان از دو صفحه تخت عمود بر هم به نام صفحات تصویر.

۴- البته همان‌طور که می‌دانید وظیفه سر و سامان دادن نهایی به قواعد موجود به عهده سازمان بین‌المللی استاندارد یا ISO است.

در اینجا ذکر نکته مهمی لازم است بدین ترتیب که شرط موفقیت در هندسه ترسیمی دارا بودن پیش زمینه های هندسی و موارد مربوط به آن است. به همین جهت در موارد لازم به این موضوع توجه شده است. در بخش های پایانی به دلیل دقت زیادتری که در انجام ترسیمات، در موقع ساخت عملی قطعات لازم است، فصلی با عنوان (ترسیمات پایه) پیش بینی شده است که فراگیری آن جداً مورد نیاز است. این مطلب به دلیل جامعیت آن در کتاب «کاربرد هندسه در عمل» اثر ابوالوفا، عیناً از این کتاب آورده شده است^۱.

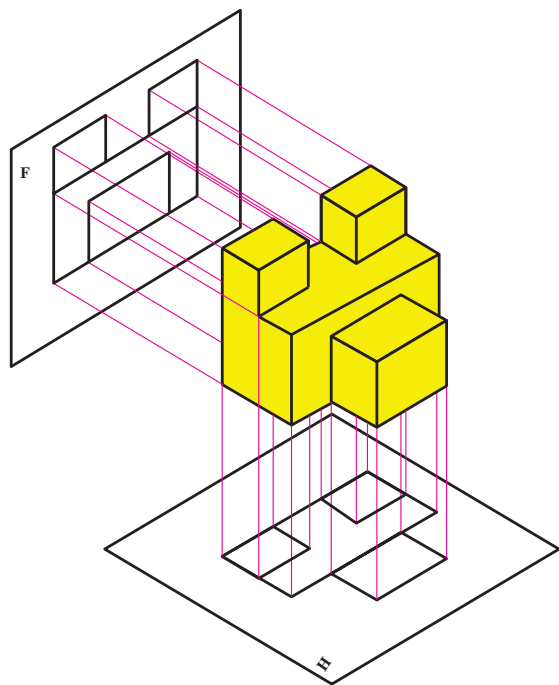
۱-۲- مفهوم هندسه ترسیمی

هندسه ترسیمی عبارت است از نمایش یک چیز با تصاویری دوبعدی از آن به تعداد لازم مثلاً دوتا. این چیز می تواند یک نقطه، یک خط، یک سطح یا یک جسم باشد. وقتی ناظر مثلاً جسم را از روبه رو نگاه می کند، باید آنچه را که می بیند روی سطحی به نام $F^{(۱)}$ یا صفحه روبه روی تصویر (شکل ۱-۱) و آنچه را که از بالا می بیند روی سطحی به نام $H^{(۲)}$ یا صفحه افقی تصویر رسم کند (شکل ۱-۲).



شکل ۱-۲

شکل ۱-۱



شکل ۱-۳

از این تصاویر دوبعدی، می توان جسم سه بعدی را نتیجه گرفت. پس به جای جسم فضایی که سه بعدی و ترسیم آن هم مشکل است، تنها تصاویر دوبعدی آن را روی صفحه های دوبعدی نمایش می دهیم. هندسه ترسیمی برای رسیدن به این هدف دارای دستورات خاص خود می باشد و از واژه ها و عباراتی مانند فرجه، نما یا تصویر، خط رابط، خط زمین و ... استفاده می کند (شکل ۱-۳).

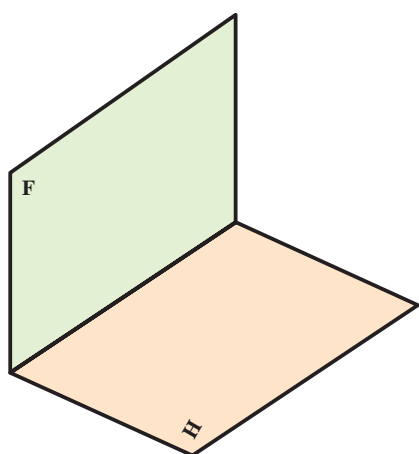
۱- این کتاب تحت نام «هندسه ایرانی» هم اکنون در اختیار است.

۲- روبه رو Frontal به این صفحه عمودی یا Vertical هم می گویند.

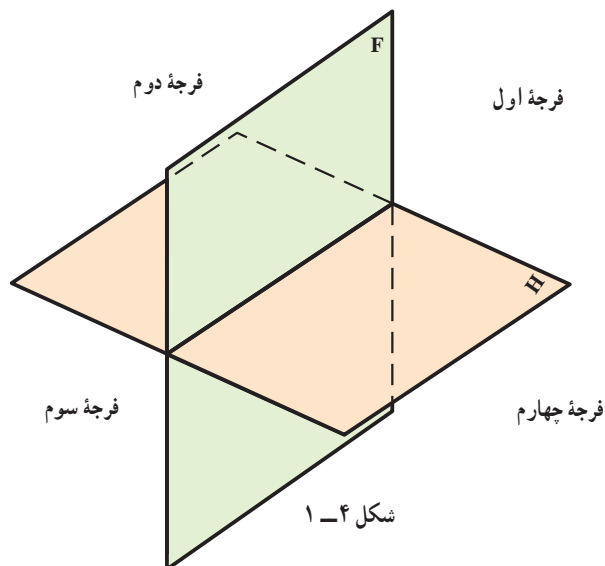
۳- افقی Horizontal سطحی است موازی با زمین (یا خود زمین) مانند سطح میز شما.

۱-۳- صفحات تصویر و فرجه‌ها

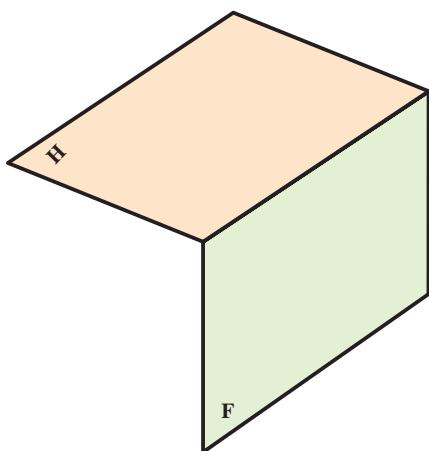
با انتخاب دو صفحه عمود برهم با نام‌های روبه‌رو و افقی به راحتی می‌توان فضا را به چهار ناحیه، (بازه یا فرجه)، تقسیم کرد شکل ۱-۴. این دو صفحه در یک خط با یکدیگر مشترک هستند. این خط مشترک را خط زمین می‌نامند. این چهار فرجه را به ترتیب، فرجه اول، فرجه دوم، فرجه سوم و فرجه چهارم نامیده‌اند (شکل‌های ۵-۱ تا ۸-۱).



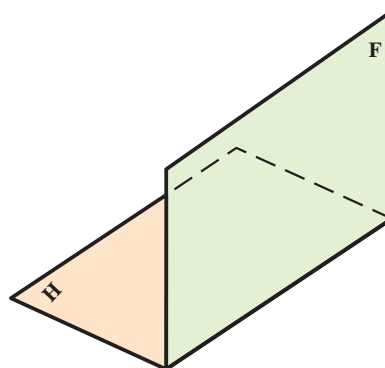
شکل ۵-۱- فرجه اول



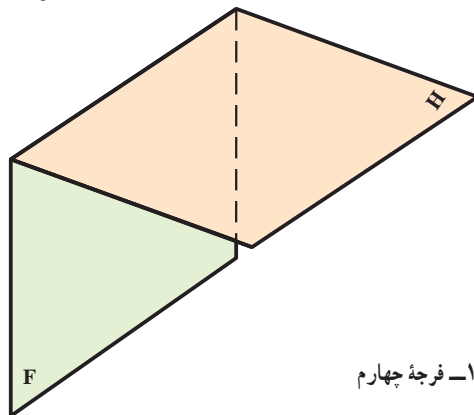
شکل ۴-۱



شکل ۷-۱- فرجه سوم

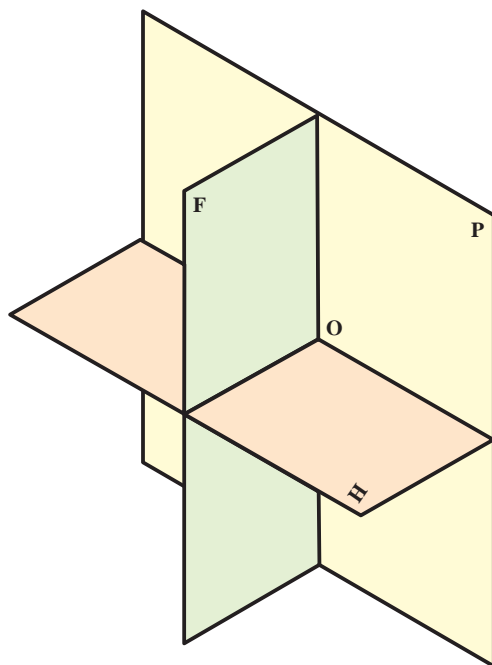


شکل ۶-۱- فرجه دوم



شکل ۸-۱- فرجه چهارم

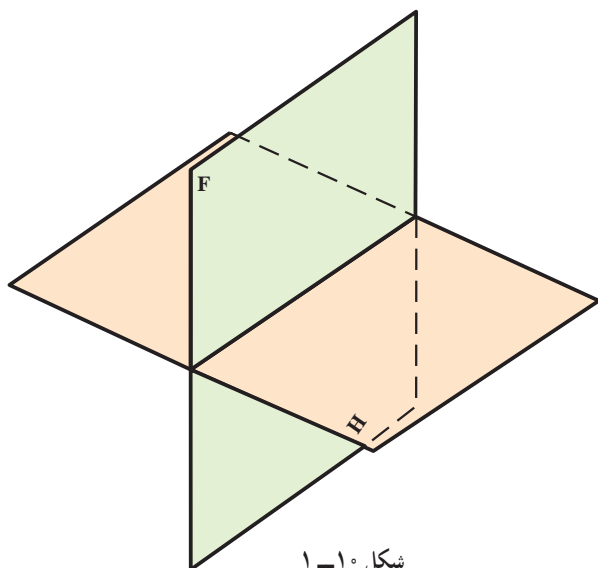
اغلب می‌توان صفحه‌تصویر سوم را هم در نظر گرفت. این صفحه را نیم‌رخ یا جانبی گویند که بر F و H عمود می‌باشد^۱. در هندسه ترسیمی صنعتی فقط از فرجه اول (روش اروپایی) و از فرجه سوم (روش آمریکایی) استفاده می‌شود (شکل ۹-۱).



شکل ۹-۱

۴-۱- هم‌سطح کردن^۲ صفحات تصویر

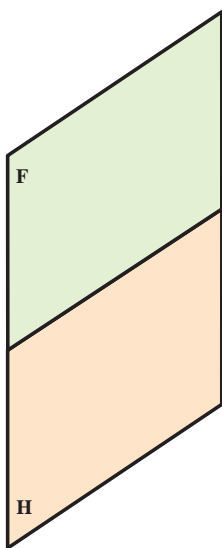
فرجه‌ها، به صورت سه‌بعدی قابل استفاده نیستند پس برای سادگی کار، طبق قراردادی که خواهیم پذیرفت؛ با هم‌سطح کردن، وضعیت سه‌بعدی فرجه را قابل انطباق بر صفحه دو بعدی می‌نماییم. به همین جهت صفحه روبه‌رو تصویر را به عنوان صفحه نخست و اصلی انتخاب می‌کنیم و صفحه افقی تصویر را با چرخشی 90° ، در جهت عقربه‌های ساعت در راستای صفحه روبه‌رو تصویر قرار می‌دهیم (شکل‌های ۱۰-۱ الی ۱۳-۱).



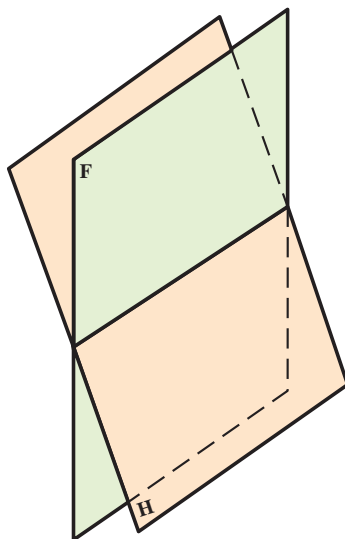
شکل ۱۰-۱

۱- البته دو صفحه F و H کافی است ولی برای ساده شدن بحث و پرهیز از روش‌های ویژه‌ای که خود مونژ به کار برده است، صفحه سوم در نظر گرفته می‌شود. این کار به‌ویژه در رسم فنی امروزی متداول است. صفحه سوم را با نماد P از Profile نمایش می‌دهیم.

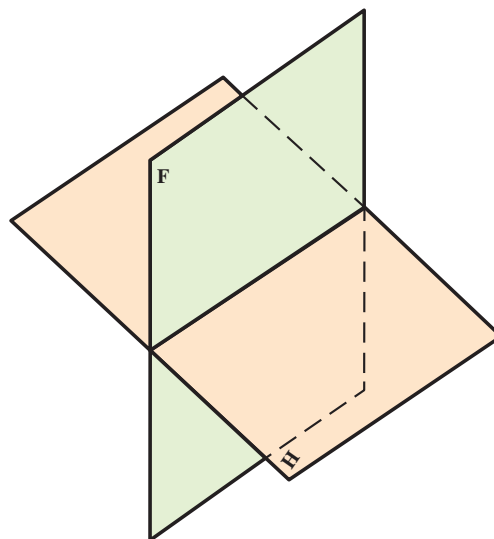
۲- هم‌سطح کردن به معنی تخت کردن، صاف کردن، تسطیح... کاری است که برای آوردن یک فضای سه‌بعدی بر روی سطح دو بعدی و تبدیل آن به صفحه‌ای تخت انجام می‌شود.



شکل ۱-۱۳



شکل ۱-۱۲



شکل ۱-۱۱

همان‌طور که می‌دانیم اندازه زاویه فرجه در دو صفحه عمود بر هم برابر 90° می‌باشد. پس از هم‌سطحی صفحه افقی بر صفحه عمودی مقدار زاویه 180° درجه می‌شود. مرز مشترک بین دو صفحه را به صورت یک خط باقی می‌گذاریم^۱. از طرفی به نظر می‌رسد که خط زمین به تنهایی برای نشان دادن صفحات تصویر کافی است. زیرا این صفحات را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. در اینجا تأکید می‌شود که حرف F در بالای خط زمین نماینده صفحه عمودی یا رو به روی تصویر و در زیر آن حرف H نمایانگر صفحه افقی تصویر خواهد بود (شکل ۱-۱۴).

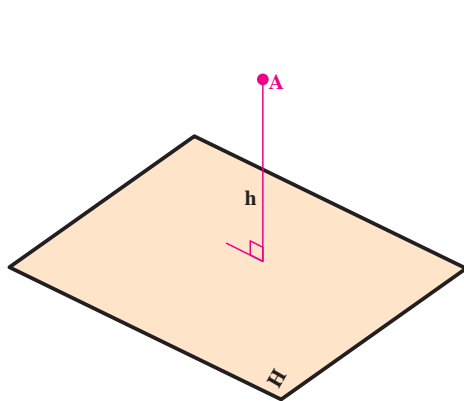


شکل ۱-۱۴

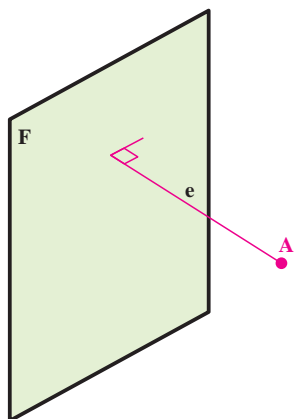
خط نشان داده شده در شکل ۱-۱۴ به این معنی است که در ابتدا دو صفحه تصویر یکی عمودی و دیگری افقی در اختیار بوده است که طبق قرارداد، صفحه روبه‌رو تصویر ثابت، و صفحه افقی تصویر در جهت عقربه‌های ساعت، 90° چرخانده شده و در راستای صفحه F قرار داده شده است.

۵-۱- طول و بعد و ارتفاع

هر نقطه دارای فاصله‌ای از صفحه F است که آن را بعد می‌نامند و با حرف e نشان می‌دهند و هم‌چنین فاصله‌ای تا صفحه افقی تصویر دارد، که به آن ارتفاع گویند و با حرف h نشان می‌دهند و نیز فاصله‌ای از صفحه نیم‌رخ دارد که آن را طول گویند و با حرف x مشخص می‌شود (شکل‌های ۱-۱۵ الی ۱-۱۷).

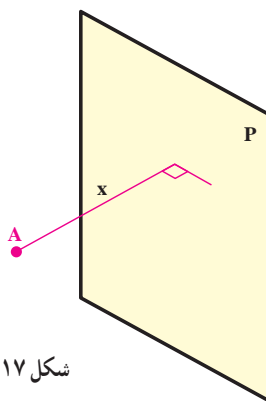


شکل ۱-۱۶



شکل ۱-۱۵

۱- این خط باید نازک باشد، اما برای توجه بیشتر، در این کتاب از خط پهن استفاده می‌شود.

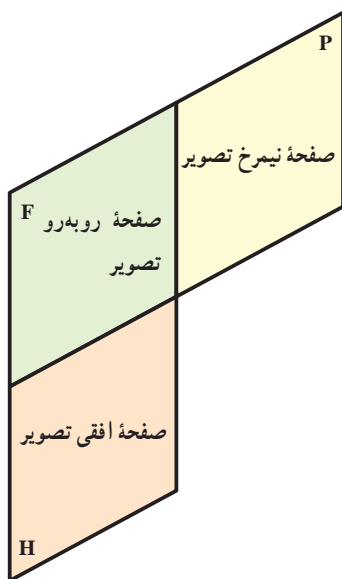


شکل ۱۷-۱

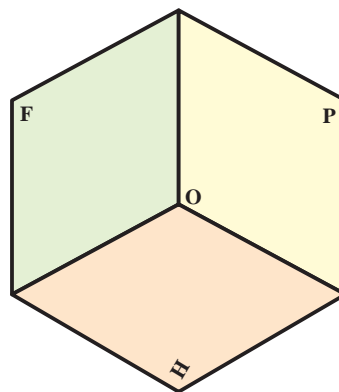
با توجه به این که فرجهٔ اول را به عنوان فرجهٔ مبنا انتخاب کرده ایم، طبق قرارداد طول و بعد و ارتفاع یعنی مقدار x و e و h هر نقطه‌ای واقع در این فرجه، مثبت در نظر گرفته می‌شود.

۶-۱- فرجه‌های مورد استفاده در رسم فنی

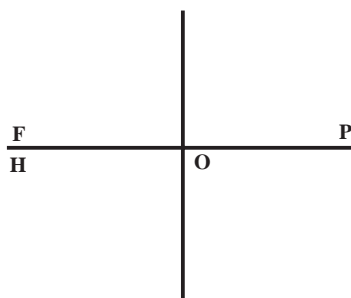
از میان چهار فرجهٔ موجود، تنها دو فرجه، یکی فرجهٔ اول و دیگری فرجهٔ سوم، در نقشه‌کشی به کار می‌روند. فرجهٔ اول پس از هم‌سطح کردن به شکل‌های زیر در می‌آید (شکل‌های ۱۹-۱ و ۲۰-۱).



شکل ۱۹-۱- هم‌سطح کردن صفحه‌های تصویر

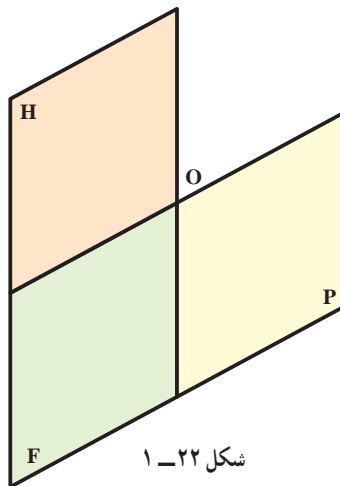


شکل ۱۸-۱- فرجهٔ اول



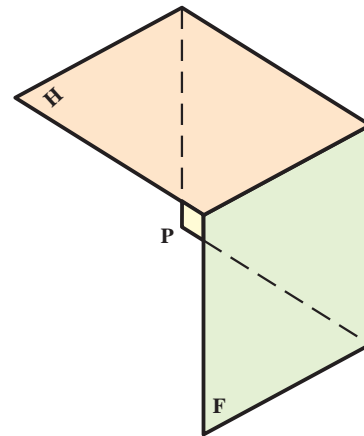
شکل ۲۰-۱

فرجه سوم پس از هم سطحی به شکل های ۱-۲۲ و ۱-۲۳ درمی آید^۱.

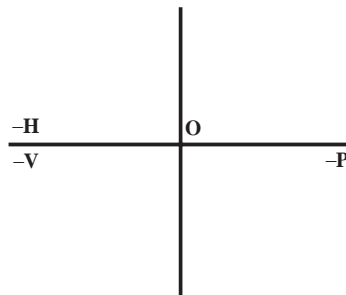


شکل ۱-۲۲

صفحه نیمرخ تصویر
صفحه روبه رو تصویر
صفحه افقی تصویر



شکل ۱-۲۱



شکل ۱-۲۳

ترسیم در فرجه اول معروف به روش اروپایی و ترسیم در فرجه سوم معروف به روش امریکایی است. در هر دو روش تصویر روبه رو به عنوان نمای اصلی در نظر گرفته می شود. اما در فرجه اول، تصویر افقی زیر نمای روبه رو واقع می شود و در فرجه سوم، همان گونه که دیده شد، تصویر افقی بالای نمای روبه رو قرار می گیرد. اگر چهار فرجه را باهم در نظر گیریم، برای بعدها و ارتفاع ها، جدول زیر را خواهیم داشت (جدول فاصله های ۱-۱).

جدول ۱-۱

فرجه اول	فرجه دوم	فرجه سوم	فرجه چهارم
+d	-d	-d	+d
+h	+h	-h	-h

F جایگاه ارتفاع های مثبت و بعدها های منفی

H جایگاه بعدها های مثبت و ارتفاع های منفی

۱- روشن است، در کتاب هایی که بر پایه فرجه سوم هستند، نشانه های منفی در نظر گرفته نمی شود.

- ۱- همه آن چیزهایی را که واژه هندسه، برای شما یادآوری می‌کند، نام ببرید.
- ۲- خط زمین جایگاه همه نقطه‌هایی است، که بعد و ارتفاع آنها،... باشد.
- ۳- هر نقطه‌ای که فاصله‌اش از صفحه افقی تصویر صفر باشد در ... قرار دارد.
- ۴- هر نقطه‌ای که فاصله‌اش از صفحه روبه‌روی تصویر صفر باشد در ... قرار دارد.
- ۵- صفحه ... تصویر H صفحه ... تصویر است.
- ۶- عامل مشترک در دو صفحه تصویر روبه‌رو و افقی چیست؟
- ۷- برای هم سطح کردن، کدام یک از صفحات تصویر را ثابت در نظر می‌گیریم؟
- ۸- فاصله‌های x و e و h هر کدام نسبت به کدام صفحه تصویر سنجیده می‌شوند؟
- ۹- هم سطح کردن به چه منظوری انجام می‌شود؟
- ۱۰- تفاوت دو شکل الف و ب را توضیح دهید.

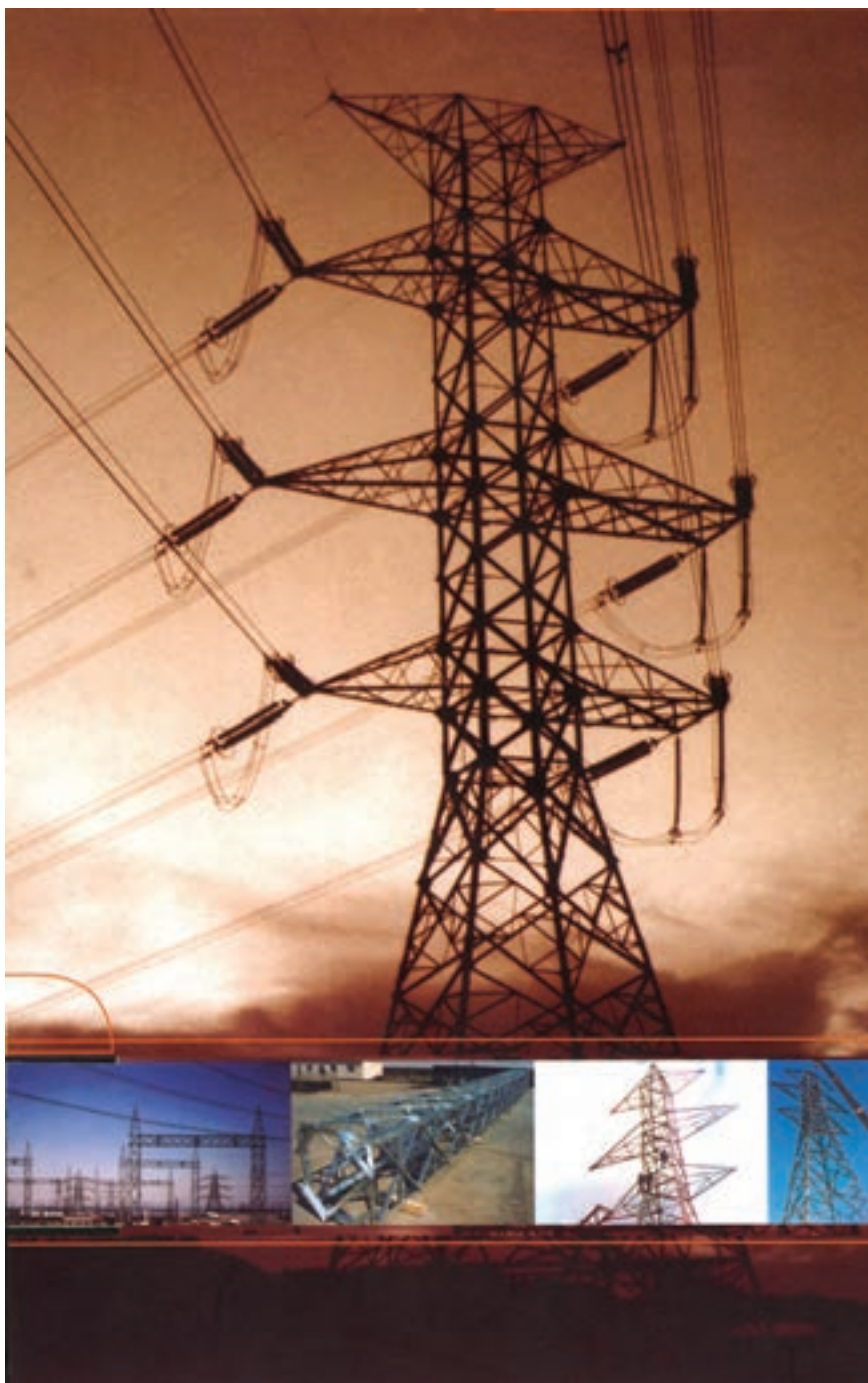


- ۱۱- صفحه تصویر نیمرخ بر کدام یک از صفحات F و H عمود است؟
- ۱۲- آیا نقطه‌ای می‌شناسید که فاصله‌های آن از F و H و P صفر باشد؟

برای مطالعه

- ۱- جایگاه همه نقاط فضا که از O (نقطه مشترک F و H و P) به فاصله ۵° هستند، چیست؟
- ۲- همه نقاط فضا که از H به فاصله ۳° هستند، چیست؟
- ۳- همه نقاط فضا که بعد و ارتفاع آنها برابر است، چه جایگاهی دارند؟
- ۴- چند نقطه می‌توان در فضا معین کرد که فاصله‌های آنها از F و H و P برابر باشد؟ آیا می‌توانید جایگاه همه آنها را تصور کنید؟

فصل دوم



نقطه را می‌توان با فاصله‌هایش از دو صفحه عمود برهم، در فضا مشخص نمود (گاسپارد مونژ)

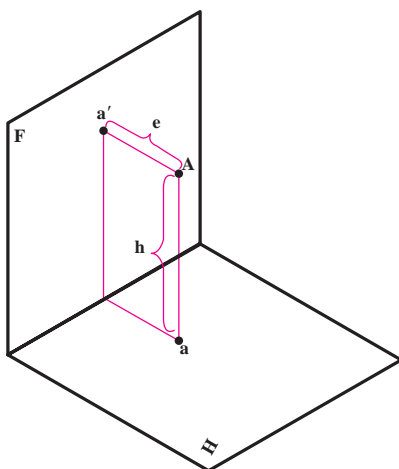
نقطه و مختصات آن

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

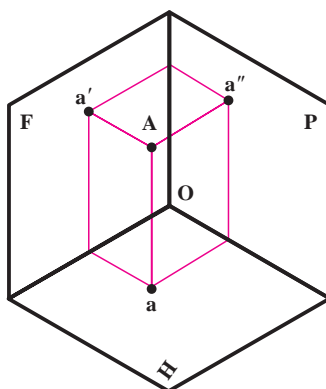
- ۱- مختصات نقطه را تعیین کند؛
- ۲- تسطیح فرجه و نمایش تصویر را انجام دهد؛
- ۳- حالات خاص نقطه را بیان کند.

۱-۲- نقطه و مختصات آن

کوچکترین جزء هندسی را نقطه نامند^۱. نقطه A را در فضا در نظر می‌گیریم. فاصله این نقطه را تا F بُعد و فاصله آن را تا H، ارتفاع می‌نامند. گفتیم که می‌توان بعد را با e و ارتفاع را با h معرفی کرد. پس طبق شکل ۱-۲ داریم:

$$\overline{Aa'} = e \text{ و } \overline{Aa''} = h$$


شکل ۱-۲



شکل ۲-۲

نقاط را در فضا با حرف بزرگ، و تصاویر آن روی صفحات تصویر را با همان حرف اما کوچک نشان می‌دهیم. مانند نقطه فضایی A که تصویر افقی آن a و تصویر روبه‌روی آن a' و نمای جانبی آن a'' خواهد بود (شکل ۲-۲).

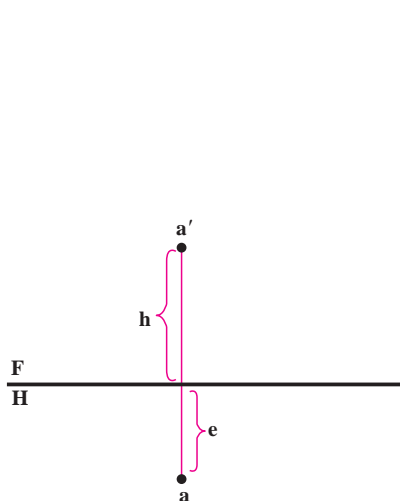
۱- البته مفاهیمی مانند نقطه، خط و سطح، به گونه‌ای دقیق، قابل تعریف نیستند.

۲-۲- هم سطح کردن چهار فرجه و بررسی وضع نقطه در هر یک از چهار فرجه

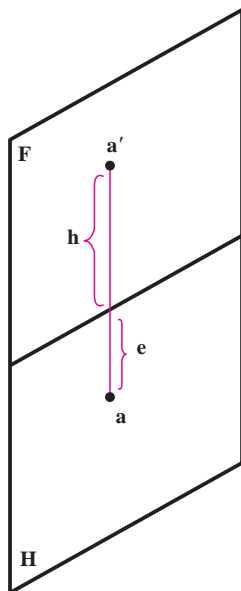
— پس از هم سطح کردن چهار فرجه، وضعیت نقطه به شرح زیر است :

۱-۲-۲- فرجه یکم — با ثابت نگه داشتن F و چرخاندن H به اندازه 90° درجه و در جهت عقربه ساعت، به دور خط زمین،

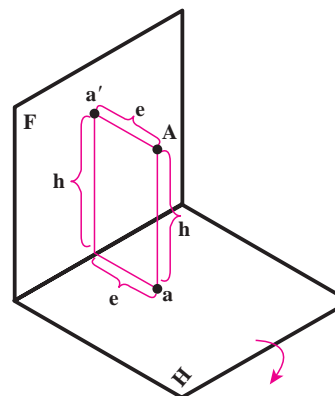
H در راستای F قرار می گیرد. به سادگی معلوم می شود که a با a' هم راستا خواهد شد (شکل های ۲-۳ تا ۲-۵).



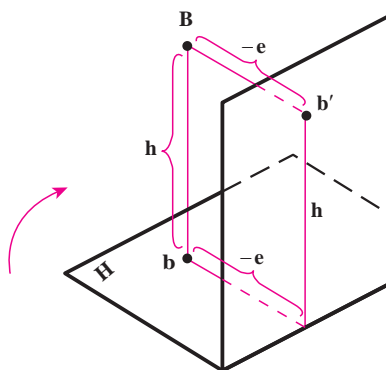
شکل ۲-۵ — (نقشه) فرجه اول



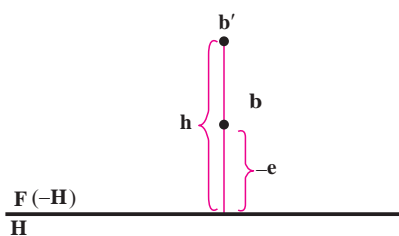
شکل ۲-۴ — هم سطح شده فرجه اول



شکل ۲-۳ — شکل فضایی فرجه اول



شکل ۲-۶ — فرجه دوم



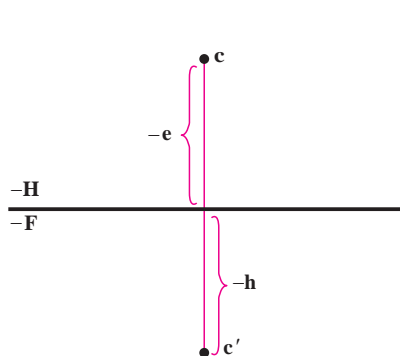
شکل ۲-۷ — فرجه دوم (نقشه)

در هندسه ترسیمی آنچه را که در قسمت F است، تصویر رویه رو و آنچه را که در قسمت H است نمای افقی گویند. همواره می توان دو نمای یک نقطه را با یک خط نازک به هم وصل کرد.

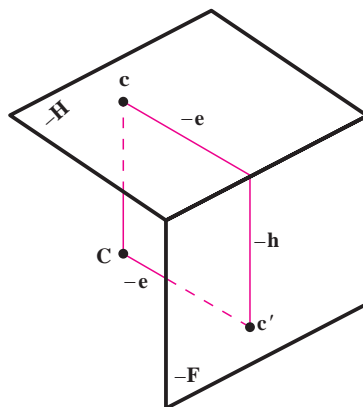
۲-۲-۲- فرجه دوم — چنانچه نقطه در فرجه دوم قرار

گیرد (شکل ۲-۶). پس از هم سطحی، یعنی چرخاندن H در جهت عقربه ساعت، شکل ۲-۷ حاصل می شود. چنانچه دقت کنیم، بعد نقطه، در قسمت بالای خط زمین قرار گرفته است. بنابراین طبق جدول فاصله ها، علامت آن منفی خواهد شد.

۳-۲-۲- فرجه سوم - اگر نقطه در فرجه سوم باشد (شکل ۲-۸)، پس از هم سطحی، شکل ۲-۹ به دست می آید.



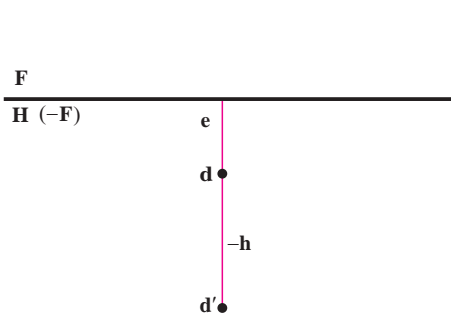
شکل ۲-۹- (نقشه) فرجه سوم



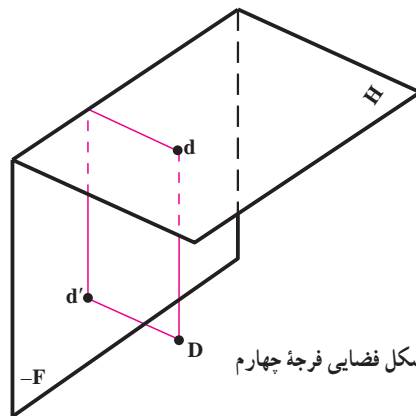
شکل ۲-۸- (شکل فضایی) فرجه سوم

همان طور که مشاهده می شود، ارتفاع نقطه در قسمت پایین خط زمین و بعد نقطه در قسمت بالای خط زمین، قرار گرفته است. با مراجعه به جدول ۱-۱ نشانه های فاصله ها، مشخص می شود، که در فرجه سوم، تصویر افقی، بالای تصویر روبه رو قرار می گیرد. چون هم ارتفاع نقطه و هم بعد نقطه منفی می باشند

۴-۲-۲- فرجه چهارم - طبق شکل های ۲-۱۰ و ۲-۱۱، ارتفاع نقطه واقع در فرجه چهارم منفی است. (چرا؟)



شکل ۲-۱۱- (نقشه) فرجه چهارم



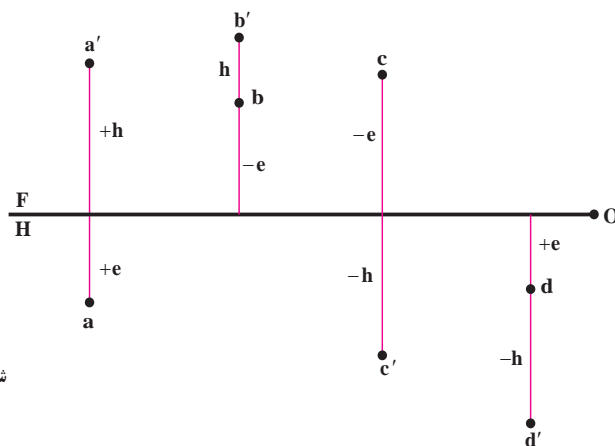
شکل ۲-۱۰- شکل فضایی فرجه چهارم

۳-۲- نمایش نقطه ها

نقاط A و B و C و D با مختصات

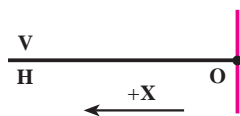
	X_1	X_2	X_3	X_4
A	+e	-e	-e	+e
B	+h	+h	-h	-h

در نقشه به شکل ۲-۱۲ نشان داده می شود.



شکل ۲-۱۲

همان گونه که دیده می شود، هنوز مشخصات نقطه کامل نیست. به همین جهت به آسانی رسم آن ممکن نمی باشد. زیرا معلوم نیست، در کدام نقطه خط زمین باید خط رابط کشیده شود، تا مقادیر عددی e و h روی آن خط رابط انتقال یابد. بنابراین برای کامل شدن مشخصات نقطه، نیاز به صفحه نیمرخ «P» می باشد و لازم است، که پس از کشیدن خط زمین خط برخورد دو صفحه روبه رو و نیمرخ با خط زمین مشخص شود (مانند شکل ۲-۱۳).



شکل ۲-۱۳

پس دیده می شود که نیاز به داشتن طول نقطه (x) برای رسم نقطه هست. در مشخصات نقطه، نخست X را می نویسیم، سپس e

و h را در دوم و سوم مشخص می کنیم.
 اکنون به حل یک نمونه می پردازیم:

نقطه A یا $A(5, 3, 2)$ را در نقشه نشان دهید.

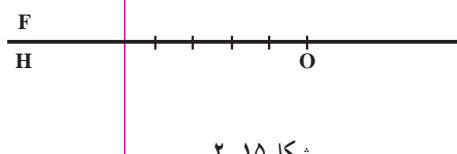
– ابتدا خط زمین را رسم و نقطه O را که نشان دهنده مبدأ برای x و جهت آن می باشد، مشخص می کنیم (شکل ۲-۱۴).



شکل ۲-۱۴

– با توجه به نخستین عدد، روی خط زمین در سمت چپ، به اندازه ۵ واحد

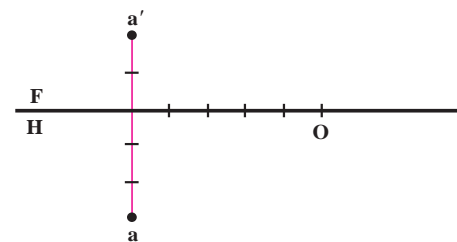
جدا و سپس خط رابط را رسم می کنیم (شکل ۲-۱۵).



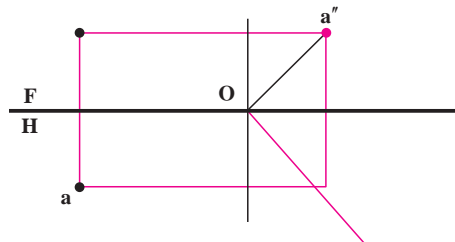
شکل ۲-۱۵

– عدد دوم که نشان دهنده بعد نقطه است و علامتش مثبت روی خط رابط پایین خط زمین، عدد سوم را که نشان دهنده ارتفاع

نقطه است و علامتش مثبت روی خط رابط بالای خط زمین، با توجه به واحد انتخابی جدا می کنیم. (شکل الف-۲-۱۶).



شکل ۲-۱۶ الف



شکل ۲-۱۶ ب

در شکل ۱۶-۲-ب، نمای نیمرخ A یعنی a'' به دست آمده است.

یادداشت ۱- در صورتی که بخواهیم تنها بعد و ارتفاع نقطه را معرفی کنیم به صورت $A \begin{smallmatrix} e \\ h \end{smallmatrix}$ می نویسیم، برای نمونه اگر

داشته باشیم $M \begin{smallmatrix} 20^\circ \\ 14 \end{smallmatrix}$ یا $M(20^\circ, 14)$ منظور نقطه ای است به بعد 20° و ارتفاع ۱۴ با رابط دلخواه.

یادداشت ۲- در نمای نیمرخ (دید از چپ می‌توانید فاصله نقطه را تا خط زمین ببینید که برابر $\overline{a''o}$ می‌باشد.

۲-۴- حالات خاص نقطه

برخی از نقطه‌ها دارای ویژگی‌هایی هستند.

۲-۴-۱- نقطه روی خط زمین قرار دارد. در این حالت بعد و ارتفاع نقطه صفر است. به عبارت دیگر خط زمین مکان

هندسی نقاطی است، که بعد و ارتفاع آنها صفر است.

۲-۴-۲- نقطه در F است. در این حالت بعد نقطه صفر است، به عبارت دیگر F مکان هندسی نقاطی است که بعد آنها صفر

است.

۲-۴-۳- نقطه در H است. در این حالت ارتفاع نقطه صفر است، به عبارت دیگر صفحه افقی تصویر، مکان هندسی نقاطی

است، که ارتفاع آنها صفر است.

۲-۴-۴- نقطه در o (مبدأ) است. پس طول و بعد و ارتفاع آن صفر است

۲-۴-۵- نقطه روی صفحه نیمرخ تصویر قرار دارد، پس طول آن صفر است.

ارزشیابی

۱۵	
۱۰	A را رسم کنید.
۲۵	
۲۰	
۱۵	B را رسم کنید.
۳۰	

۳- مختصات نقطه‌ای را به دلخواه، در فرجه اول بنویسید.

۴- مختصات نقطه‌ای را به دلخواه، در فرجه چهارم بنویسید.

۵- فاصله‌های نقطه‌ای از هر سه صفحه تصویر ۲۰° می‌باشد؛ آن را رسم کنید.

۶- مطلوب است رسم نماهای نقاط داده شده، سپس توضیح لازم برای هر کدام. (یعنی هریک در کدام فرجه‌اند؟).

$\begin{matrix} \circ \\ \\ \circ \\ \\ \circ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۱۲ \\ \\ \circ \\ \\ ۵^\circ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۳^\circ \\ \\ \circ \\ \\ \circ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۵^\circ \\ \\ \circ \\ \\ \circ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۱^\circ \\ \\ -۷^\circ \\ \\ -۳^\circ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۱^\circ \\ \\ ۵^\circ \\ \\ ۱۵ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۴^\circ \\ \\ -۳^\circ \\ \\ ۸^\circ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۱۵ \\ \\ -۱^\circ \\ \\ -۱^\circ \end{matrix}$	$\begin{matrix} ۱^\circ \\ \\ ۵ \\ \\ ۵ \end{matrix}$
A	B	C	D	E	F	G	I	J

۷- نسبت بعد نقطه A به ارتفاع آن $\sqrt{2}$ است. اگر ارتفاع نقطه ۵° باشد، نقطه را نمایش دهید «جای رابط دلخواه».

۸- تصاویر نقطه A را رسم کنید به شرطی که فاصله‌اش از خط زمین ۵۱ و بُعدش ۳۷ باشد^۲ «جای رابط دلخواه».

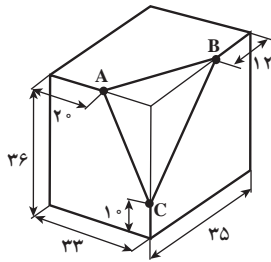
۹- فاصله نقطه A از خط زمین ۴۳ و نسبت بعد آن به ارتفاعش $\frac{۲}{۳}$ است. نقطه را با انتخاب رابط دلخواه نمایش دهید.

۱۰- صفحه نیمرخ تصویر ... هندسی نقاطی است که ... آنها ... است.

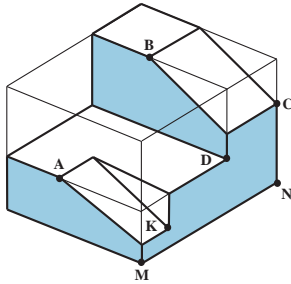
۱- همه تمرین‌ها باید روی کاغذ سفید و با رعایت دقت کامل و اصول نقشه‌کشی انجام شود.

۲- فاصله یک نقطه تا یک خط، درازای عمودی است که از نقطه بر خط رسم شود. شما می‌توانید در نمای نیمرخ این فاصله را ببینید.

۱۱- شکلی رسم کنید و در آن تنها سه نقطه A و B و C را با توجه به طول و بعد و ارتفاع آنها نمایش دهید.

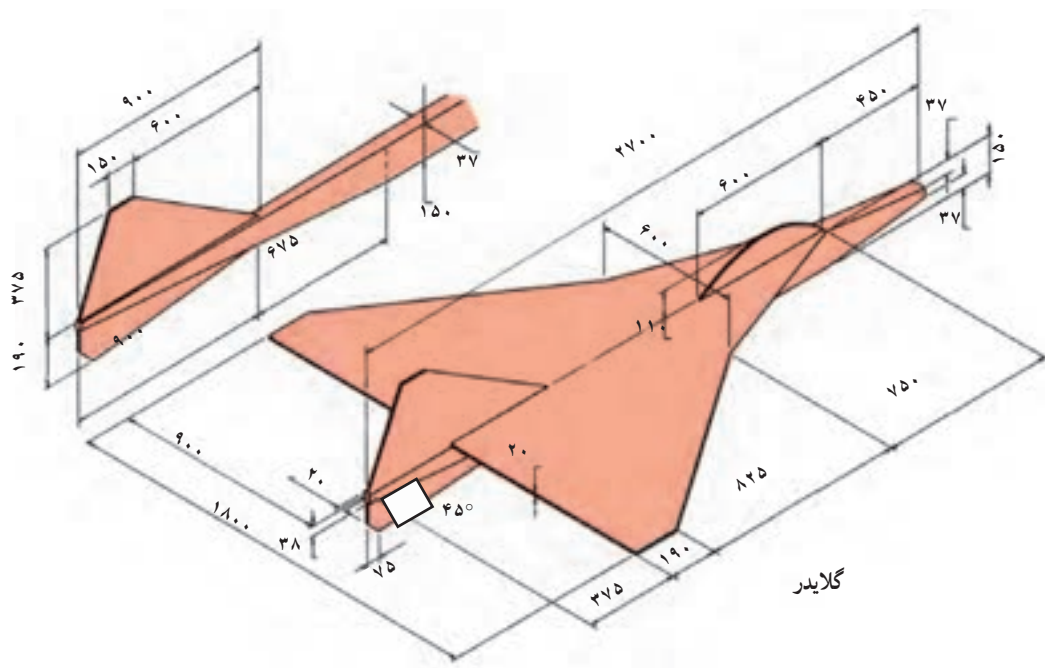


۱۲- با در نظر گرفتن هر مربع برابر 1° ، تنها نقطه‌های A, B, C, D, M, N و K را با توجه به طول و بعد و ارتفاع، در یک نقشه نمایش دهید.



برای مطالعه

- ۱- دو نقطه A و B با مشخصات $A(4^\circ, 3^\circ, 35)$ و $B(4^\circ, -3^\circ, 35)$ را در نظر بگیرید. چه عنوانی را برای دو نقطه A و B مناسب می‌دانید؟
- ۲- دو نقطه $A(5^\circ, 3^\circ, 4^\circ)$ و $B(5^\circ, -3^\circ, -4^\circ)$ را در نظر بگیرید. چه عنوانی را برای آنها مناسب می‌دانید؟
- ۳- آیا می‌توان نقطه $A(-5^\circ, 3^\circ)$ را قرینه نقطه $B(5^\circ, 3^\circ)$ دانست؟ نسبت به کدام صفحه؟
- ۴- قرینه $A(37, 27)$ نسبت به H چه بُعد و ارتفاعی دارد؟
- ۵- تفاضل بعد و ارتفاع نقطه A، 3° و فاصله‌اش از خط زمین 7° است. نقطه را نمایش دهید.

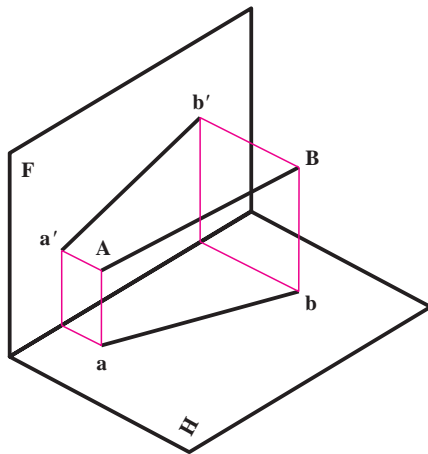


خط مهمترین عامل در به وجود آمدن یک نقشه است .

خط و انواع آن

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

- ۱- خط را تعریف و نامگذاری کند.
- ۲- وضعیت خط را نسبت به صفحات تصویر نشان دهد.
- ۳- اندازه حقیقی خط دلخواه را تعیین کند.

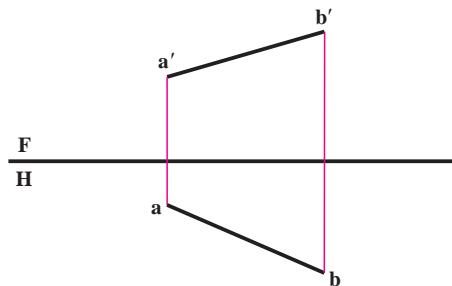


شکل ۳-۱

۳-۱- خط

تعریف : وقتی نقطه شروع به حرکت کند خط پدید می‌آید. یا می‌توان گفت که از برخورد دو سطح خط به وجود می‌آید.

همچنین می‌توانیم بگوییم که مطابق شکل ۳-۱، خط \overline{AB} از اتصال دو نقطه A و B ساخته می‌شود، که پس از هم‌سطح کردن صفحات تصویر نماهای خط به شکل ۳-۲ خواهد بود و می‌توان هر خط را با شناسایی ابتدا و انتهای آن نامگذاری کرد^۱.



شکل ۳-۲

۳-۲- اوضاع مختلف خط نسبت به صفحه‌های تصویر

خط نسبت به صفحه‌های تصویر حالت‌های گوناگونی دارد که در هر مورد نامی معین دارد. می‌توان خط‌ها را به سه گروه تقسیم کرد.

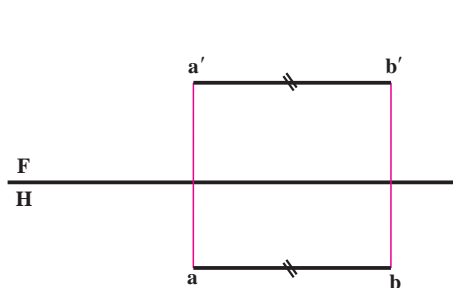
۱- ۲- ۳- گروه اول خط‌های خاص - هر کدام بر یکی از صفحه‌های تصویر عمودند. پس ویژگی موازی بودن را هم دارند.

۱- بیشتر به جای اصطلاحات درست پاره خط و نیم خط، به همان واژه خط بسنده شده است. نیز روشن است که بر دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد.

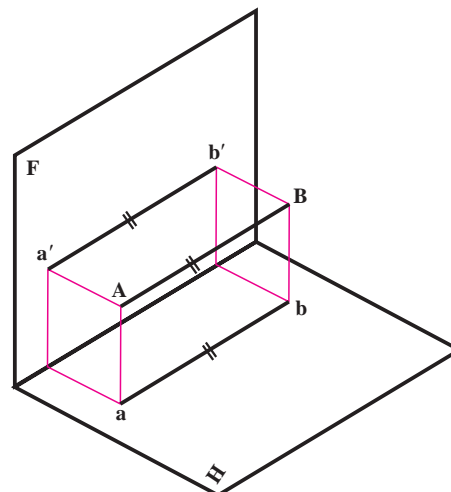
۲-۲-۳ گروه دوم خط‌های نیمه‌خاص — هر کدام با یکی از رویه‌های تصویر موازی اند، اما ویژگی عمود بودن را ندارند.
 ۳-۲-۳ گروه سوم خط‌های غیر خاص — آنها ویژگی آشنایی ندارند.

۳-۳-۳ گروه اول، خط‌های خاص

شامل خط مواجه، خط قائم و خط منتصب است که به ترتیب، آنها ویژگی‌های تصویریشان را معرفی می‌کنیم.

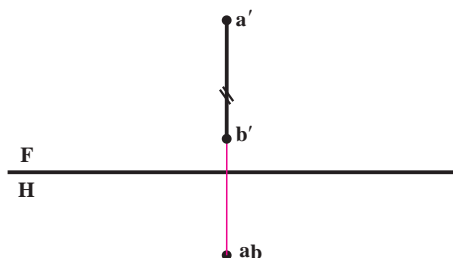


شکل ۳-۴

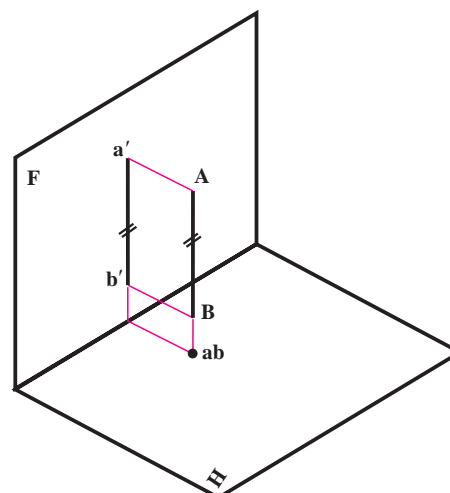


شکل ۳-۳

۱-۳-۳-۳ خط مواجه: خطی است موازی با خط زمین (شکل ۳-۳). چون خط موازی هر دو صفحه تصویر است، بعد همه نقاط با هم برابر و ارتفاع همه نقاط نیز با هم برابر است. به همین دلیل هر دو تصویر خط به موازات خط زمین خواهد بود و نماهای خط به شکل ۳-۴ در خواهد آمد. همان‌طوری که از شکل فضایی پیداست، هم تصویر روبه‌رو و هم تصویر حقیقی به اندازه حقیقی خط در فضا می‌باشد. پس $\overline{AB} = \overline{ab} = \overline{a'b'}$. وضعیت این خط نسبت به صفحه نیم‌رخ چیست؟
 ۲-۳-۳-۳ خط قائم: خطی عمود بر H است (شکل ۳-۵). بنابراین با F موازی خواهد بود. تصویر افقی تنها یک نقطه و نمای روبه‌رو خطی به اندازه حقیقی است. پس $\overline{AB} = \overline{a'b'}$ و امتداد $\overline{a'b'}$ عمود است بر خط زمین (شکل ۳-۶).



شکل ۳-۶

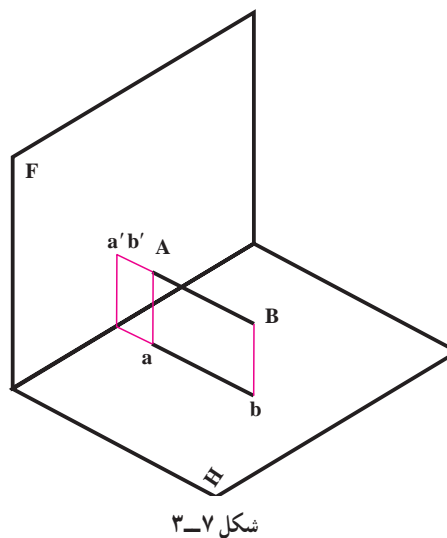
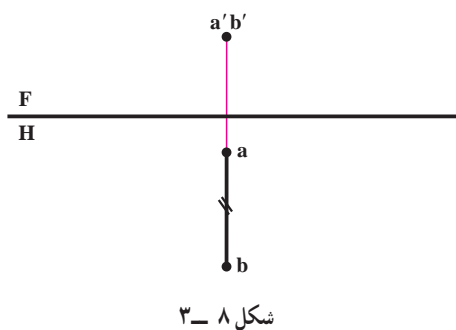


شکل ۳-۵

۱- نکته خیلی مهم آن است که در زمان ساخت قطعات همیشه باید از اندازه‌های حقیقی استفاده کرد. بنابراین روی اندازه حقیقی مرتباً تأکید خواهد شد. ضمناً نقشه‌ای

ارزشمند است که بتواند تمام اندازه‌های حقیقی جسم را در اختیار سازنده قرار دهد.

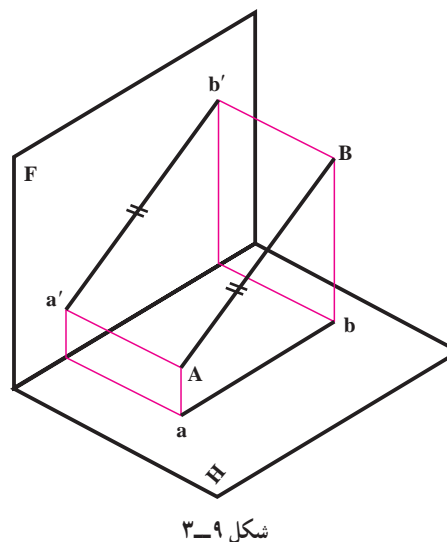
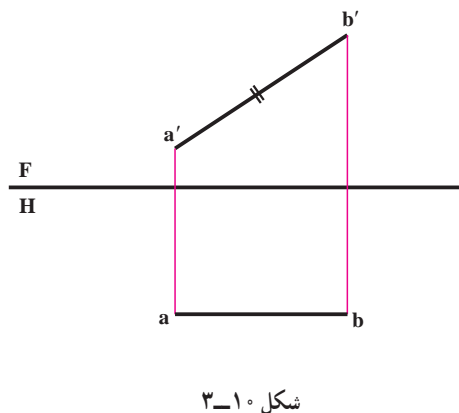
۳-۳-۳ خط منتصب: خطی است عمود بر F (شکل ۳-۷). پس با H موازی و تصویر افقی به اندازه حقیقی است یعنی $\overline{AB} = \overline{ab}$ و امتداد ab عمود بر خط زمین و تصویر روبه‌رو تنها یک نقطه است (شکل ۳-۸).



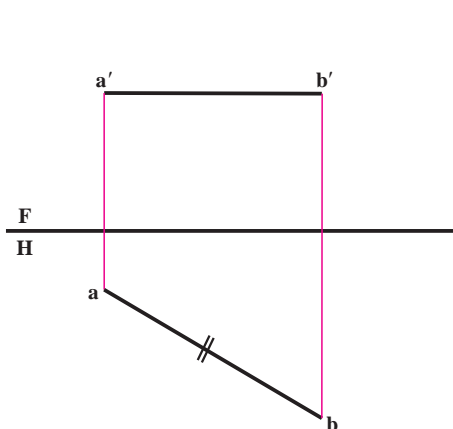
۳-۴ گروه دوم خط، یعنی خط‌های نیمه‌خاص

شامل خط جبهی، خط افقی و خط نیم‌رخ است.

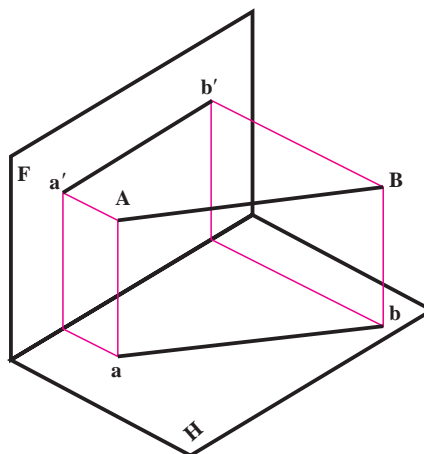
۳-۴-۱ خط جبهی: این خط با F موازی است (شکل ۳-۹). پس نمای روبه‌روی آن به اندازه حقیقی می‌باشد یعنی داریم $\overline{AB} = \overline{a'b'}$. نمای افقی موازی با FH (خط زمین) و بعد همه نقاط برابر است. زاویه‌ای که این خط با H می‌سازد در نمای روبه‌رو دیده خواهد شد (شکل ۳-۱۰).



۲-۴-۳- خط افقی: این خط با H موازی است، پس در تصویر افقی به اندازه واقعی است یعنی $\overline{AM} = \overline{ab}$.
ارتفاع همه نقاط آن مساوی و نمای روبه‌رو موازی با FH خواهد بود. زاویه حقیقی آن با F در تصویر افقی دیده خواهد شد (شکل‌های ۳-۱۱ و ۳-۱۲).

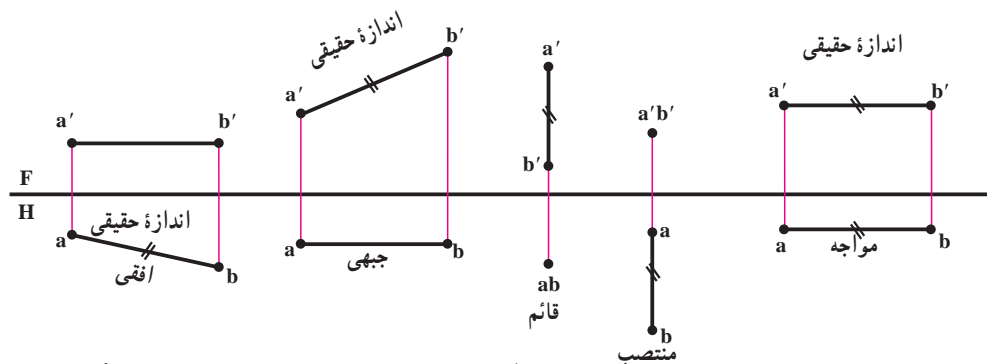


شکل ۳-۱۲

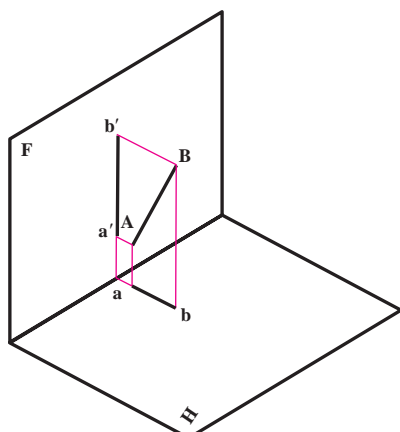


شکل ۳-۱۱

در شکل ۳-۱۳ پنج خط گفته شده یک جا و برای مقایسه دیده می‌شوند.
دقت کنید: خاصیت مهم این پنج خط، به اندازه حقیقی دیده شدن آنها دست کم در یکی از نماها است. با تأکید دوباره که، چون در کار ساخت و تولید تنها اندازه‌های حقیقی مورد استفاده قرار می‌گیرند، داشتن اندازه‌های حقیقی خیلی مهم است.



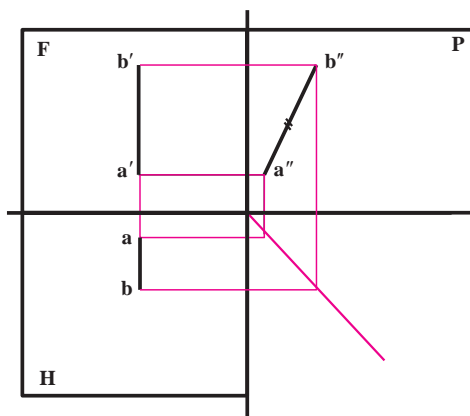
شکل ۳-۱۳



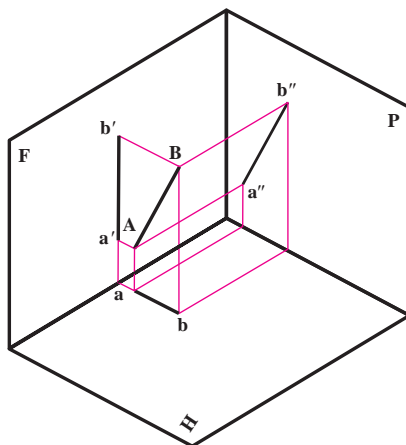
شکل ۳-۱۴

بدین ترتیب دیده می‌شود که تنها با داشتن تصاویر این پنج خط، می‌توان به اندازه حقیقی آنها در فضای برد.

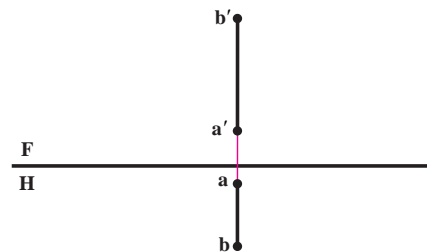
۳-۴-۳- خط نیمرخ: خطی است عمود بر خط زمین یا موازی با صفحه نیمرخ تصویر (شکل ۳-۱۴). همان گونه که از شکل فضایی پیداست، تصاویر روبه‌رو افقی آن کوچکتر از اندازه حقیقی است. در شکل ۳-۱۵ دو تصویر خط در راستای یک خط رابط قرار می‌گیرند. بدین ترتیب نمای جانبی اندازه حقیقی خط را می‌دهد (چرا؟) (مطابق شکل‌های ۳-۱۶ و ۳-۱۷).



شکل ۳-۱۷



شکل ۳-۱۶

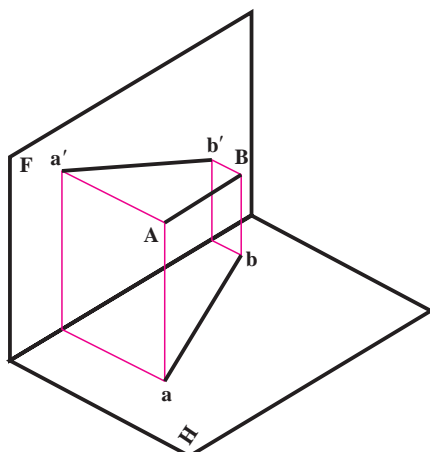


شکل ۳-۱۵

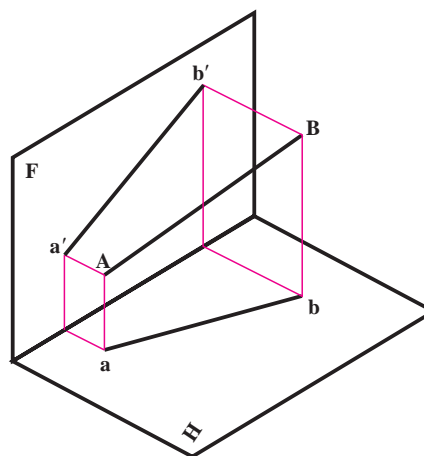
پس گاهی برای رسیدن به اندازه حقیقی خط می توان از نمای سوم استفاده کرد.

۳-۵ خط غیر خاص

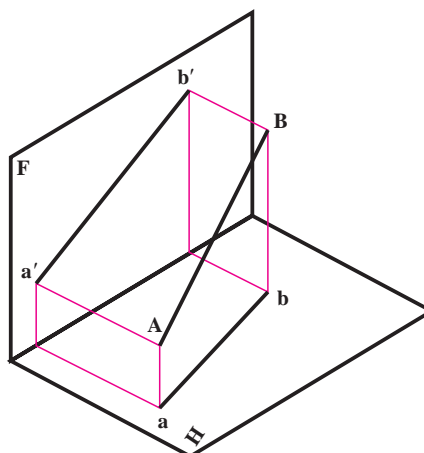
اگر خطی نسبت به صفحه های تصویر وضعی دلخواه داشته باشد، به آن غیر خاص گویند. پس با هیچ یک از صفحات موازی و بر هیچ کدام عمود نیست. شکل های ۳-۱۸ تا ۳-۲۰ نمونه هایی را معرفی می کند.



شکل ۳-۱۹

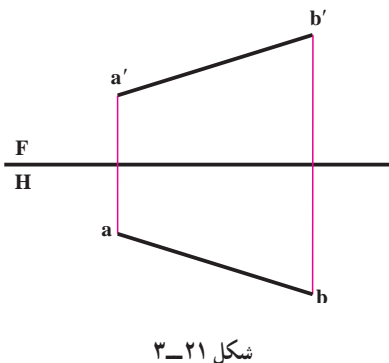
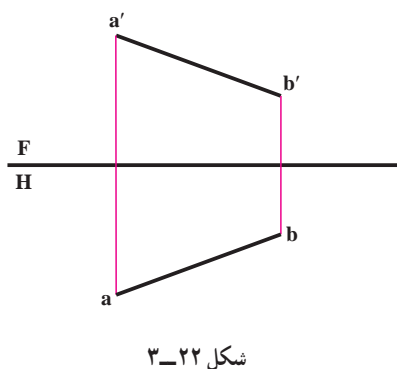
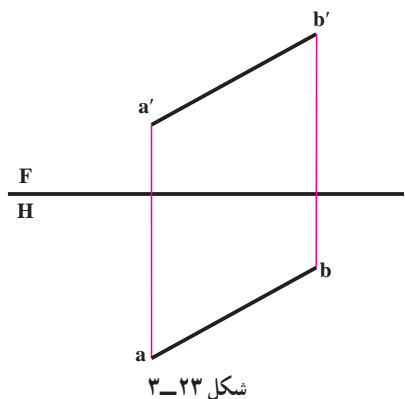


شکل ۳-۱۸



شکل ۳-۲۰

شکل های ۳-۲۱ تا ۳-۲۳ به ترتیب نماهای شکل های فضایی ۳-۱۸ تا ۳-۲۰ می باشند. بدیهی است که خط غیر خاص در هیچ یک از نماها اندازه حقیقی ندارد.^۱



۳-۶- اندازه حقیقی خط غیر خاص

گفته شد که خط غیر خاص در نماهای سه گانه خود دارای اندازه حقیقی نیست. پس برای تعیین اندازه حقیقی آن باید روش مناسبی انتخاب نمود. برای این کار روش های گوناگون وجود دارد که تنها دو مورد گفته می شود «در فصل پنجم راه دیگری نیز گفته خواهد شد».

۳-۶-۱- روش ترسیمه : شکل ۳-۲۴- الف را در نظر بگیرید. همان طور که دیده می شود، AB عبارت است از وتر مثلث قائم الزاویه ABM، دقت کنید که :

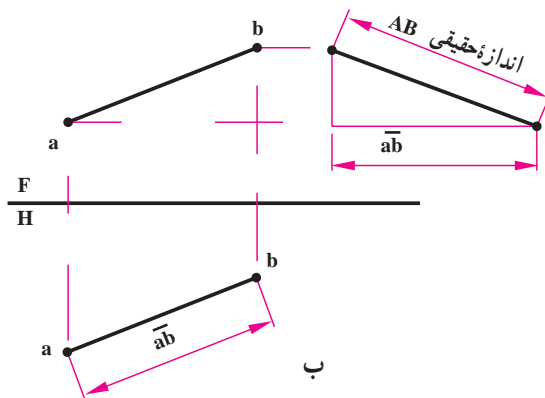
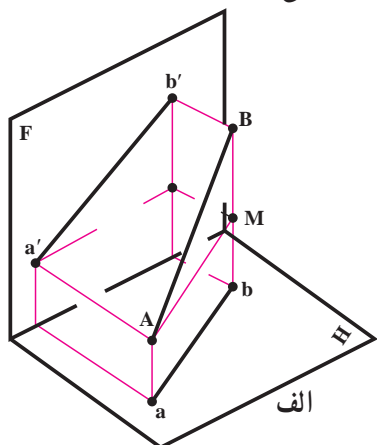
$$\overline{AB} = \text{اندازه حقیقی}$$

$$\overline{AM} = \overline{ab}$$

$$\overline{Aa} = \overline{Mb}$$

$$\overline{BM} = \overline{Bb} - \overline{Mb} = h_B - h_A$$

اکنون مطابق شکل ۳-۲۴- ب می توان یک ترسیمه ساده برای رسیدن به اندازه حقیقی AB کشید.

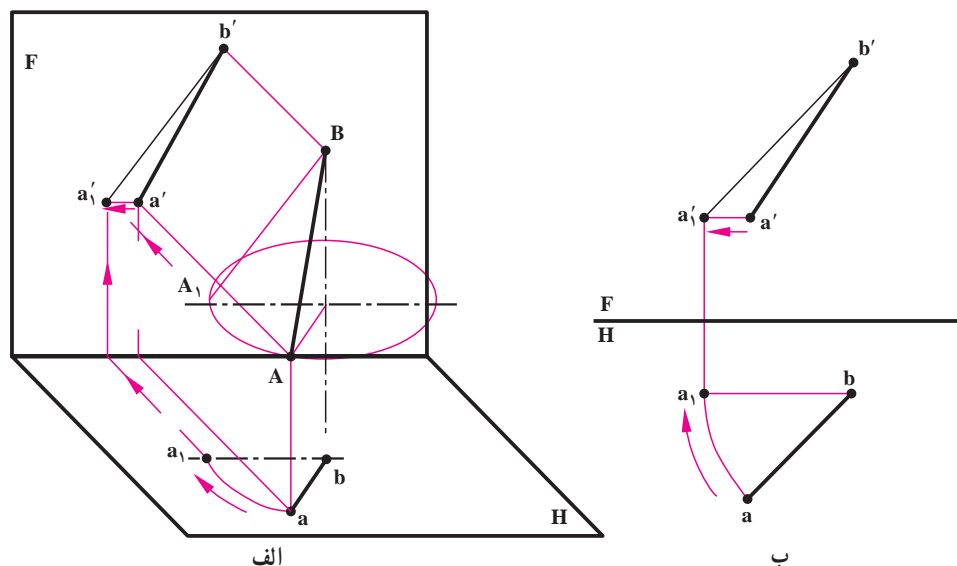


شکل ۳-۲۴

۱- تقسیمات خط به صورت یاد شده ویژه هندسه ترسیمی صنعتی است ولی در هندسه ترسیمی کلاسیک خطوط بسیار دیگر با ویژگی هایی موجودند که مابه علت آشنا نبودن با آنها همه را غیر خاص می نامیم.

۲-۶-۳ - روش دوران : مطابق شکل ۳-۲۵ الف پاره خط AB را می توان یکی از مولدهای مخروطی فرضی در نظر گرفت. پس خط غیرخاص AB می تواند مساوی با پاره خط A_1B باشد. اما A_1B یک خط جبهی خواهد بود. پس ساده است که با دوران A با شعاع \overline{ba} و به مرکز b می توان به وضعیت a_1b در نقشه رسید. این کار در شکل ۳-۲۵ ب انجام شد. بنابراین :

$$\overline{AB} = \overline{a_1'b'} = \text{اندازه حقیقی}$$

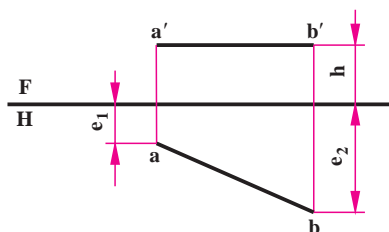


شکل ۳-۲۵

انتخاب هر یک از روش های بالا، به شرایط مسئله هم بستگی دارد.

ارزشیابی

- ۱- از سه تعریف داده شده برای خط کدام یک را بهتر می پسندید؟ چرا؟
- ۲- خط داده شده یک خط... است که بلندی همه نقاط آن ولی نقاط آن است.

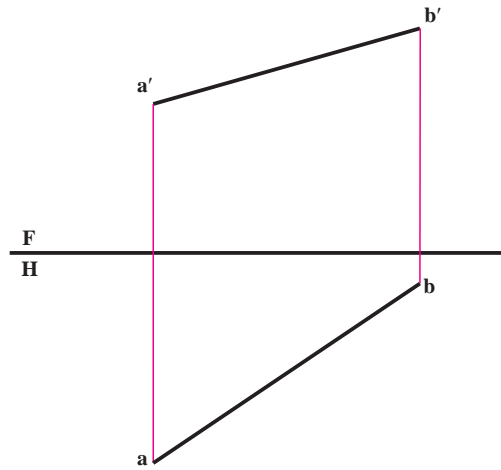


شکل ۳-۲۶

پرسشی مطابق پرسش بالا، به همراه شکل مناسب برای خط جبهی تنظیم کنید و پاسخ دهید.

- ۳- خط AB به مختصات $A \begin{matrix} 55^\circ \\ 10^\circ \end{matrix}$ و $B \begin{matrix} 10^\circ \\ 40^\circ \end{matrix}$ را رسم و نام آن را معین کنید.

۴- الف : روی راستای AB نقطه‌ای مانند M تعیین کنید، که فاصله‌اش از صفحه افقی تصویر برابر 15^{mm} باشد.
 ب : نقطه دیگری مانند N تعیین کنید، که فاصله‌اش از صفحه روبه روی تصویر برابر 10^{mm} باشد. سپس اندازه حقیقی خط MN را پیدا کنید. (همه کارها با انتقال شکل و با مقیاس ۱:۲ انجام شود). نمای سوم خط را هم به دست آورید.



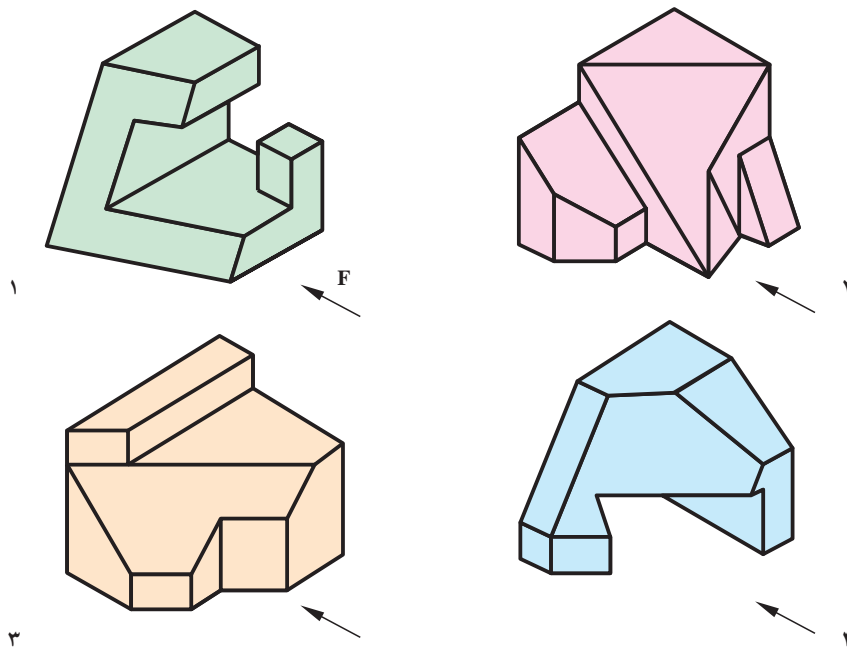
شکل ۲۷-۳

۵ - مطلوب است، رسم سه تصویر از خط مواج AB، به طول 50^{mm} ، که فاصله‌اش از F برابر 15^{mm} ، و از H برابر 35^{mm} باشد. A سمت چپ B و طول B برابر 10° . اکنون نقاط M و N را به ترتیب با طول‌های 12° و 37° روی آن مشخص کنید. ۵
 ۶ - از نقطه A 15° خطی جبهی به اندازه 70^{mm} رسم کنید، که زاویه‌اش با صفحه افقی تصویر برابر 30° باشد. ۵
 این پرسش چند پاسخ دارد؟

۷- از نقطه A $(25, 50, 10)$ یک خط افقی به طول 47 رسم کنید که زاویه‌اش با صفحه روبه روی تصویر 45 درجه باشد و در تعداد جواب‌ها بحث کنید. آیا با تغییر مقدار زاویه، تعداد جواب‌ها فرق می‌کند؟
 ۸ - نماهای خطی را رسم کنید که در صفحه افقی تصویر قرار دارد زاویه‌اش با خط زمین 60° درجه و طولش 55 می‌باشد. آیا قبل از ترسیم می‌توانید، درازای نمای روبه‌رو را معین کنید.
 ۹ - همه نقاطی که دارای بعد 30° و فاصله 50° تا خط زمین می‌باشند را رسم کنید. ارتفاع نقاط چیست؟
 ۱۰ - نمودار شکل ۱۳-۳ را با افزودن دو خط نیمرخ و غیر خاص و با اندازه‌های دلخواه، دوباره رسم کنید. سپس ویژگی‌های هر خط را زیر آن بنویسید.

۱۱ - با توجه به دید روبه روی داده شده، تعداد هر خط موجود در هر جسم را معین کنید (شکل ۲۸-۳). راهنمایی : می‌توان برای هر شکل جدول صفحه بعد را تشکیل داد :

خط	مواجهه	قائم	منتصب	جبهی	افقی	نیمرخ	غیرخاص
تعداد							



شکل ۲۸-۳

۱۲- دو رابط به طول های 10° و 70° رسم کنید. ابتدا خط جبهی AB را به طول حقیقی ۷۵ رسم کنید به گونه ای که دو سر آن متکی بر این دو رابط باشد و داشته باشیم $A(10^\circ, 30^\circ, 10^\circ)$. سپس AB را به نسبت ۱ و ۲ و ۳ تقسیم کنید.

۱۳- ابتدا خط AB را رسم کنید به گونه ای که داشته باشیم $A(12^\circ, 40^\circ, 15^\circ)$ و $B(5^\circ, 10^\circ, 40^\circ)$. سپس نقطه $C = (40^\circ, 30^\circ, 30^\circ)$ را در نظر بگیرید. آیا می توانید از C خطی موازی با AB رسم کنید؟ در این صورت دیگر مشخصات D که ارتفاع آن صفر است چه خواهد بود؟ اندازه حقیقی AB چیست؟

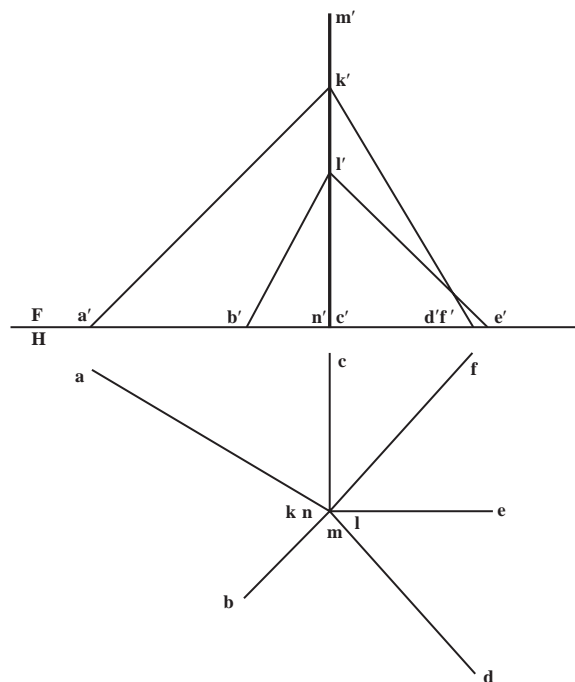


حکیم عمر خیام

حکیم ابوالفتح عمر خیام نیشابوری (زاده ۴۳۹ هجری قمری، وفات حدود ۵۲۶ هجری قمری)، حکیم، فیلسوف، شاعر و ریاضی‌دان بزرگ و از چهره‌های درخشان ایران و جهان است. او مطالعات زیادی در معادلات جبری برای نمونه در معادلات درجه سوم، انجام داد و با استفاده از مقاطع مخروطی به حل این معادلات پرداخت. ضمناً با طبقه‌بندی معادلات برای آنها روش‌های هندسی پیشنهاد کرد. به این ترتیب او از اولین کسانی است که جبر را با هندسه تلفیق نمود. همچنین خیام به پژوهش‌های متعددی دربارهٔ اصول موضوعه دست زد. اصول موضوعه مجموعه قوانین در هندسه هستند که در این علم بدون برهان و استدلال پذیرفته می‌شوند. خیام دربارهٔ اصل پنجم از اصول موضوعه اقلیدس با این مضمون که از یک نقطه در خارج از یک خط راست تنها یک خط می‌توان موازی با آن رسم کرد پژوهش کرد و مانند بسیاری از دانشمندان یونانی پیش از خود در درستی این اصل تردید نمود و نتایج حاصل از تردیدهای خیام مقدمه‌ای برای پایه‌گذاری هندسه‌های نااقلیدسی توسط ریاضی‌دانان غربی به شمار می‌آید. رباعیات خیام شهرت جهانی دارد.

برای مطالعه

- ۱- اندازه پاره خط AB برابر 8° و B روی خط زمین و در سمت چپ A است. اگر داشته باشیم $A(3^\circ, 4^\circ, 48)$ طول B چیست؟
- ۲- دو خط رسم کنید که هر دو از $A(8^\circ, 4^\circ, 5^\circ)$ بگذرند. AB یک خط افقی به طول 6° به گونه ای که B روی F باشد و AC یک نیمرخ به طول 5° که C روی F باشد. در تعداد جواب ها بحث کنید.
- ۳- زاویه AB با H، 45° درجه، طول آن 6° است و داریم:
 $A(^\circ, 5^\circ, 5^\circ)$ و $B(4^\circ, e, h)$ را نمایش دهید.
- ۴- دکل فولادی MN نشان داده شده در شکل ۲۹-۳ با سیم های فولادی مهار شده است. طول کل سیم بکسل را بر حسب متر با 10% اضافی تعیین کنید. مقیاس نقشه $1:25^\circ$ می باشد.
- ۵- گزاره را کامل کنید:
 همیشه نقطه ای با بعد و ارتفاع بر روی یک خط دلخواه، تعیین کرد
- ۶- بررسی کنید که آیا سه نقطه، $A(^\circ, 8^\circ, 1^\circ)$ ، $B(8^\circ, 4^\circ, 34)$ و $C(144, 8, 56)$ روی یک خط راست هستند یا نه؟
- ۷- روی راستای AB با مشخصات $A(2^\circ, 7^\circ, 5)$ و $B(14^\circ, 2^\circ, 5^\circ)$ نقطه ای به ارتفاع صفر بیابید. برای این نقطه، بعد چقدر است؟ آیا می توانید نامی برای این نقطه بگذارید؟ آیا روی این خط نقطه ای با بعد صفر هم وجود دارد؟ در صورت آری، ارتفاع آن چیست؟
- ۸- بر $A(^\circ, 6^\circ, 3^\circ)$ خطی افقی بگذارید که BC با شرایط $B(13^\circ, 7^\circ, 6^\circ)$ و $C(25, 2^\circ, 1^\circ)$ را قطع کند.
- ۹- روی خط AB با شرایط $A(5^\circ, 5^\circ, 1^\circ)$ و $B(5^\circ, 7^\circ, 7^\circ)$ نقطه ای با بعد ۳۵ مشخص کنید.



شکل ۲۹-۳