

# ۵

## فصل

### ماشین‌های جابه‌جایی و بالابر

هدف کلی

محاسبات ماشین‌های جابه‌جایی و بالابر

هنرجو پس از آموزش این فصل قادر خواهد بود :

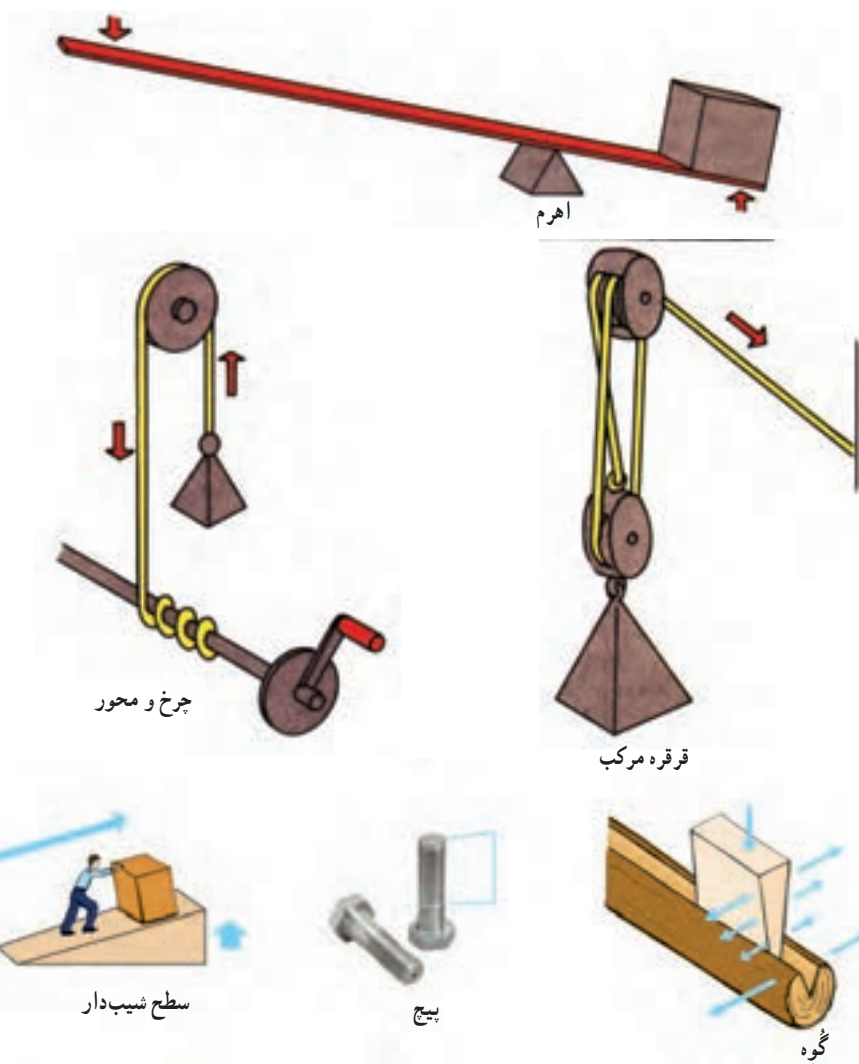
- ۱- اهرم‌ها را تجزیه و تحلیل کند.
- ۲- قرقره و طناب را تجزیه و تحلیل کند.
- ۳- ترکیب‌های مختلف قرقره و طناب را استفاده کند.
- ۴- نسبت تندی، بهره مکانیکی و راندمان ترکیب‌های مختلف قرقره و طناب را محاسبه کند.
- ۵- قرقره زنجیری را تجزیه و تحلیل کند.
- ۶- چرخ و محور را تجزیه و تحلیل کند.
- ۷- حلزون و چرخ حلزون بالابر را تجزیه و تحلیل کند.

## ۵-۱- تجزیه و تحلیل ماشین‌های جابه‌جایی و بالابر

ابزارها توانایی بشر را برای انجام فرایندها افزایش می‌دهند. ماشین‌ها را می‌توان نوعی ابزار و یا مجموعه‌ای از ابزارها تلقی نمود. ابزارها موجب افزایش قدرت، سرعت، راندمان، دقت و بهره‌وری می‌شوند. ما نمی‌توانیم میخ را با دست خالی در یک تخته چوبی فرو کنیم ولی با کمک چکش دستی (یعنی یک ابزار ساده) انجام این فرایند امکان‌پذیر می‌شود. به‌طور کلی می‌توان ابزارها را تحت‌عنوان ابزارهای دستی، ابزارهای دستی برقی و ماشین‌ها طبقه‌بندی نمود. ابزارهای دستی ساده‌ترین نوع ابزارند طوری که نیروی لازم برای اجرای فرایند به وسیله بشر و بدون کمک وسایل دیگر تأمین می‌شود. اژه دستی و پیچ گوشتی از این قبیل ابزارها هستند. ابزارهای دستی برقی نوع بهبود یافته ابزار دستی‌اند. در این نوع ابزار، دست بشر برای نگهداری و حرکت دادن آن به‌کار می‌رود ولی قدرت به وسیله یک موتور الکتریکی تأمین می‌شود. اژه برقی دستی نمونه‌ای از این نوع ابزار است. ماشین‌های ساده مبنای کار ماشین‌ها و سیستم‌های مرکب می‌باشند. اهرم‌ها، قرقره‌ها، چرخ‌دنده‌ها، سطوح شیب‌دار، پیچ‌ها و گوه‌ها که نمونه‌ای از آنها در شکل ۵-۱ ملاحظه می‌شود جزء ماشین‌های ساده هستند.

ماشین‌های ساده بدون تغییر در مقدار کار، اجرای فرایند را آسان می‌کنند. در واقع بهره مکانیکی را افزایش می‌دهند طوری که در نهایت اندازه نیرو در حین انجام کار افزایش می‌یابد. افزایش بهره مکانیکی (یا بزرگ شدن نیرو در حین انجام کار) به تدریج توضیح داده می‌شود. در واقع در ماشین‌ها

مقدار کار ورودی و خروجی برابر است و فقط مقدار نیرو و جابه‌جایی تغییر می‌کند. بدون یک چکش دستی بشر نمی‌تواند میخ را در دیوار فرو کند. با گرفتن چکش در دست و بالا بردن دست، اهرم ایجاد می‌شود. اهرم بهره‌مکانیکی را برای ورود نیرو به میخ افزایش می‌دهد و میخ با عملکرد گوه‌ای به دیوار فرو می‌رود. برای بیرون کشیدن میخ از میخ‌کش استفاده می‌شود. دست بشر نیروی کمی بر دسته میخ‌کش وارد می‌کند ولی به علت ایجاد اهرم، نیروی بزرگی در چنگال میخ‌کش موجب بیرون کشیدن میخ می‌شود.



شکل ۱-۵- ماشین‌های ساده

وقتی با مبانی کار ماشین‌های ساده آشنا شویم، می‌توانیم طرز کار ماشین‌های مرکب را درک کنیم. در واقع هر ماشین مرکب ترکیبی از دو یا چند ماشین ساده است.

## ۲-۵- اهرم<sup>۱</sup>

همه ما از کودکی با اهرم آشنا می‌شویم، الاکلنگ نوعی اهرم است که در دو سر آن دو نیرو وارد می‌شود. اهرم دارای سه عامل مهم است.

۱- نیروی ورودی یا نیروی کارگر<sup>۲</sup> (E)

۲- نقطه اتکا یا مرکز دوران یا تکیه‌گاه<sup>۳</sup> (F)

۳- نیروی مقاوم یا نیروی بار یا بار<sup>۴</sup> (R)

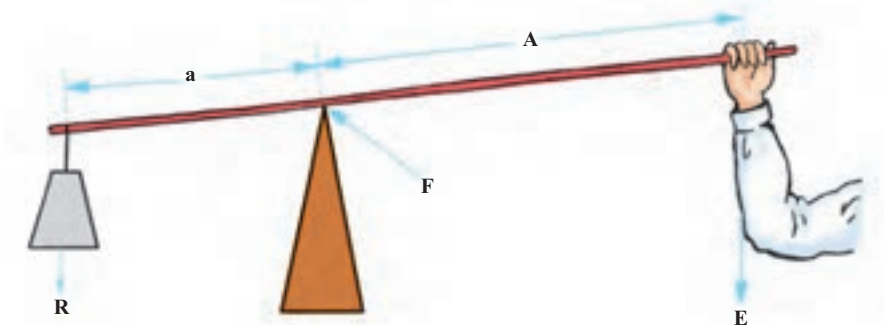
در شکل ۲-۵ یک اهرم ساده ملاحظه می‌شود. نیروی کارگر (E) در یک سر اهرم در فاصله A با نقطه اتکا (یا مرکز دوران) (F) عمل می‌کند و موجب جابه‌جایی بار (R) می‌شود. در این اهرم اندازه کار از رابطه ۱-۵ به دست می‌آید.

$$W = R \times a = E \times A \quad (۱-۵)$$

با توجه به اینکه a کوچک‌تر از A است، بنابراین مقدار بار بزرگ‌تر از نیروی کارگر است. ملاحظه می‌شود اهرم ساده مزبور دارای بهره مکانیکی است که در مثال به آن می‌پردازیم.

**مثال ۱:** در اهرم ساده شکل ۲-۵ فاصله A برابر ۵/۰ متر و فاصله a مساوی ۱/۰ متر است.

اگر مقدار بار ۴۹ نیوتون باشد مقدار نیروی کارگر (E) چقدر است؟



شکل ۲-۵- ماشین‌های ساده

۱- Lever

۲- Effort

۳- Fulcrum

۴- Resistance

حل :

$$R \times a = E \times A$$

$$490 \times 0/1 = 0/5 \times E$$

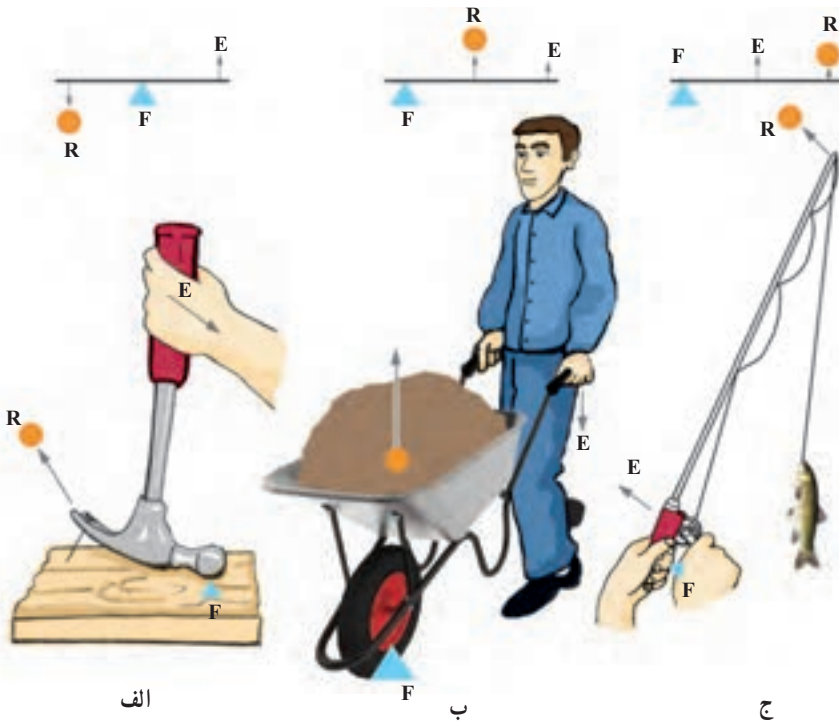
$$E = 98 \text{ نیوتون}$$

### فعالیت ۵-۱

رابطه ۵-۱ را با استفاده از روابط مربوط به گشتاور اثبات کنید.

### ۵-۳ انواع اهرم

در شکل ۵-۳ سه نوع اهرم نشان داده شده است. نوع اهرم با توجه به محل قرارگیری نقطه اتکا یا مرکز دوران نسبت به نیروی کارگر و نیروی بار تعیین می‌شود.



شکل ۵-۳ انواع سه‌گانه اهرم

۱-۳-۵- اهرم نوع اول : در اهرم نوع اول (مطابق بخش الف در شکل ۳-۵) نقطه اتکا بین نیروی کارگر و نیروی مقاوم (بار) قرار دارد. در شکل ۳-۵ - ج از چکش میخ کش برای بیرون کشیدن میخ استفاده می شود.

الاکلنگ نمونه خوبی از اهرم نوع اول است. در این نوع اهرم مقدار نیروی بار و فاصله آن از نقطه اتکا (یا تکیه گاه) با توجه به نیاز فرایند قابل تغییر است. مثال های زیر این مطلب را توضیح می دهد.

**مثال ۲ :** شخصی به وزن ۷۰۰ نیوتون در یک سر الاکلنگ نشسته است. طول الاکلنگ دو متر است و تکیه گاه در فاصله نیم متری این شخص قرار دارد. شخصی با وزن ۵۰۰ نیوتون در طرف دیگر الاکلنگ می نشیند. برای ایجاد موازنه، باید فاصله شخص دوم از تکیه گاه چقدر باشد؟

**حل :** با توجه به رابطه ۱-۵ می توان نوشت :

$$R \times a = E \times A$$

$$E = 700 \text{ نیوتون وزن شخص اول}$$

$$A = 5/0 \text{ متر}$$

$$R = 500 \text{ نیوتون وزن شخص دوم}$$

$$500 \times a = 700 \times 5/0$$

$$a = 7/0 \text{ متر}$$

**مثال ۳ :** در صورتی که وزن شخص اول ۸۰۰ نیوتون باشد فاصله شخص دوم از تکیه گاه باید چقدر باشد؟

**حل :**

$$R \times a = E \times A$$

$$E = 800 \text{ نیوتون وزن شخص اول}$$

$$A = 5/0 \text{ متر}$$

$$R = 500 \text{ نیوتون}$$

$$a = \text{فاصله شخص دوم از تکیه گاه}$$

$$500 \times a = 800 \times 5/0$$

$$a = 8/0 \text{ متر}$$

بنابراین ملاحظه می شود با افزایش نیرو در یک سر الاکلنگ (اهرم نوع اول) فاصله بازوی نیروی مقاوم افزایش می یابد.

نمونه دیگر از اهرم نوع اول در شکل ۵-۴ ملاحظه می‌شود. در این شکل محل اتکا پارو بر قایق مرکز دوران اهرم می‌باشد. آب به عنوان نیروی مقاوم (بار) و نیروی بازوی ملوان به عنوان نیروی کارگر می‌باشند. بدین صورت پارو یک اهرم نوع اول محسوب می‌شود. دیلم، قیچی و انبر دست نیز اهرم نوع اول محسوب می‌شوند.



شکل ۵-۴ - پارو اهرم نوع اول است.

**۲-۳-۵- اهرم نوع دوم :** در اهرم نوع دوم (مطابق بخش ب در شکل ۵-۳) نقطه اتکا در انتها و نیروی کارگر در سر اهرم ولی نیروی مقاوم (بار) در بین نقطه اتکا و نیروی کارگر قرار دارد. در این شکل فرغون ملاحظه می‌شود.

**مثال ۴ :** اگر نیروی کارگر بر دسته‌های فرغون در شکل ۵-۵ برابر  $22^\circ$  نیوتون در فاصله  $1/2$  متری از نقطه اتکا (چرخ فرغون) باشد و فاصله مرکز ثقل نیروی بار از نقطه اتکا برابر  $3/^\circ$  متر باشد مقدار نیروی مقاوم (بار) که به وسیله ملوان قابل بلند کردن است چقدر است؟  
**حل :** با توجه به رابطه ۵-۱ داریم :

$$22^\circ \times 1/2 = R \times 3/^\circ$$

$$R = 88^\circ \text{ نیوتون}$$

**مثال ۵ :** چنانچه فاصله مرکز ثقل بار از چرخ فرغون  $35^\circ$  متر شود اندازه نیروی کارگر باید

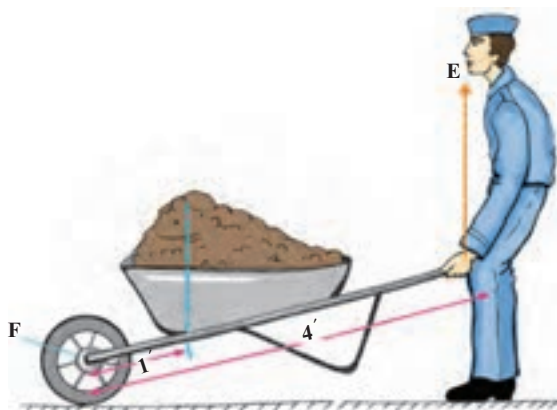
چقدر باشد؟

**حل :**

$$88^\circ \times 3/^\circ = E \times 1/2$$

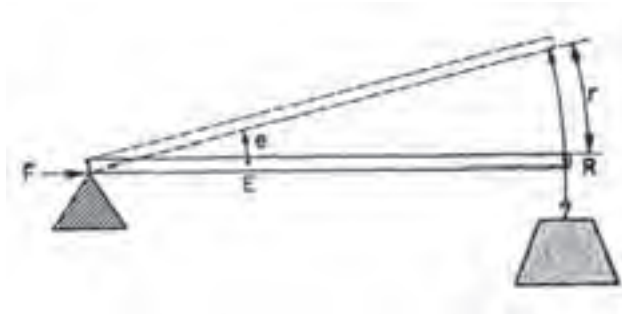
$$E = 293/3^\circ \text{ نیوتون}$$

بنابراین در صورت افزایش فاصله بار از نقطه اتکا نیروی کارگر باید افزایش یابد.



شکل ۵-۵- اهرم نوع دوم

۳-۳-۵- اهرم نوع سوم : در اهرم نوع سوم (مطابق بخش ج در شکل ۳-۵) نیروی کارگر بین نقطه اتکا و نیروی مقاوم (بار) قرار می‌گیرد. در این نوع اهرم سرعت حرکت بار زیاد است ولی نیروی کارگر باید بزرگ باشد. همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود نقطه اتکا در محل نگه‌داشتن دسته قلاب ماهی‌گیری با دست راست صیاد قرار دارد. نیروی مقاوم (بار) که ماهی صید شده می‌باشد در انتهای اهرم است و نیروی کارگر که به وسیله دست چپ صیاد وارد می‌شود بین نقطه اتکا و بار قرار دارد. برای آسان‌تر شدن درک مطلب به شکل ۶-۵ مراجعه شود. همچنان که نیروی  $E$  فاصله  $e$  را می‌پیماید نیروی مقاوم (بار)  $R$  فاصله  $r$  را طی می‌کند. ملاحظه می‌شود فاصله  $r$  بزرگ‌تر از فاصله  $e$  می‌باشد. در نتیجه سرعت حرکت  $R$  باید بزرگ‌تر از سرعت حرکت  $E$  باشد زیرا  $R$  و  $E$  دو فاصله مختلف را در مدت زمان مشابه و معین طی می‌کنند. این پدیده عیناً در مورد صیاد و ماهی به وجود می‌آید.



شکل ۵-۶- اهرم نوع سوم



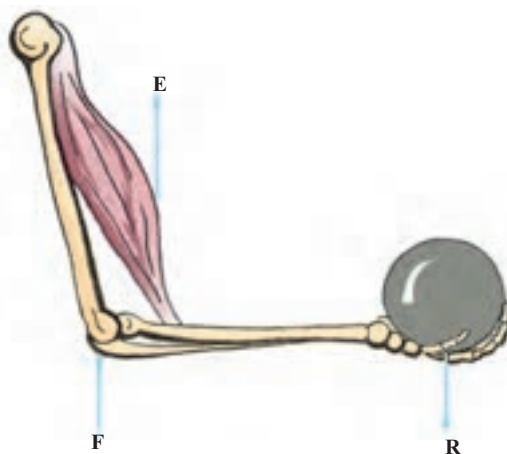
حال به شکل ۵-۷ نگاه کنید. گلوله R به وسیله انگشتان و کف دست نگه داشته شده است. نقطه اتکا F در آرنج قرار دارد و محل اجرای نیروی کارگر E بین آرنج و کف دست است. **مثال ۶:** چنانچه در شکل ۵-۶ فاصله E و R از F به ترتیب ۲/۵ و ۴۵ سانتی متر و مقدار R برابر ۴۰ نیوتون باشد. مقدار نیروی E چقدر است؟

**حل:**

$$E \times 2/5 = 40 \times 45$$

$$E = 720 \text{ نیوتون}$$

نتیجه می گیریم در اهرم نوع سوم نیروی کارگر بزرگتر از نیروی مقاوم (بار) است.



شکل ۵-۷- بازو اهرم نوع سوم است.

۴-۳-۵- بهره مکانیکی: ملاحظه شد که در اهرم های نوع اول و دوم مقدار بار بزرگتر از مقدار نیروی کارگر می شود. افزایش نیروها در اهرم نوع اول و دوم به بهره مکانیکی مثبت موسوم است. اهرم نوع سوم بهره مکانیکی مثبت ندارد ولی می تواند سرعت یا مسافت جابجایی را افزایش دهد. در اهرم نوع سوم نیروی کارگر بیشتر از نیروی مقاوم (بار) است. بهره مکانیکی به صورت رابطه زیر نشان داده می شود:

$$MA = \frac{R}{E} \text{ یا } \text{بهره مکانیکی} = \frac{\text{بار}}{\text{نیروی کارگر}} \quad (5-2)$$

**مثال ۷:** در مثال‌های ۴ و ۵ بهره مکانیکی را حساب کنید.

**حل:** با استفاده از رابطه ۵-۲ برای مثال ۴ داریم:

$$MA = \frac{R}{E} = \frac{88^\circ}{22^\circ} = 4$$

با استفاده از رابطه ۵-۲ برای مثال ۵ داریم:

$$MA = \frac{R}{E} = \frac{88^\circ}{293/3} = 3$$

رابطه ۵-۲ را می‌توان به شکل رابطه ۵-۳ بازنویسی کرد. در این حالت نسبت بازوهای اهرم به عنوان بهره مکانیکی انتخاب می‌شود.

$$(5-3) \quad MA = \frac{A}{a} \quad \text{یا} \quad \text{بازوی نیروی کارگر} = \frac{\text{بازوی مقاومت}}{\text{بازوی نیروی کارگر}} = \text{بهره مکانیکی}$$

**مثال ۸:** برای بازوی مثال ۶ بهره مکانیکی را محاسبه کنید.

**حل:** با استفاده از رابطه ۵-۳ برای مثال ۶ داریم:

$$MA = \frac{A}{a} = \frac{45}{2/5} = 11.8$$

دقت کنید که بهره مکانیکی یک کمیت اسکالر و بی‌بعد است.

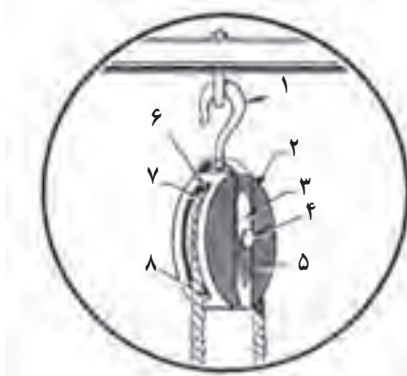
## ۴-۵- قرقره و طناب<sup>۱</sup>

قرقره وسیله مدوری است که حول محور خود حرکت دورانی دارد. روی محیط قرقره شیار برای قرار گرفتن طناب وجود دارد. قسمت‌های مختلف یک قرقره در شکل ۵-۸ مشاهده می‌شود. در شکل ۵-۹ از قرقره ثابت تک شیاره برای بالا بردن پرچم استفاده شده است. همچنان که شخص طناب را پایین می‌کشد پرچم بالا می‌رود. این قرقره را قرقره تک شیاره ثابت می‌نامیم. در شکل ۵-۱۰ همین قرقره در محل نصب مشاهده می‌شود. نیروی کارگر E در طناب A و نیروی مقاوم R در طناب B اعمال می‌شوند. مشاهده می‌شود که اندازه بازوی EF مساوی بازوی FR است. در این دستگاه با اعمال نیروی کارگر کوچک، جهت کشش تغییر می‌کند.

قرقره ثابت تک شیاره نوعی اهرم نوع اول با بازوهای مساوی است. بنابراین اندازه بهره مکانیکی در آن برابر با ۱ می‌باشد، لذا اگر در نقطه A طناب با یک نیروی ۵ نیوتونی پایین کشیده شود در نقطه B طناب با همان مقدار بالا می‌رود.

<sup>۱</sup> Block and Tackle

- (۱) قلاب
- (۲) صفحه قرقره
- (۳) نوار حافظ
- (۴) پین
- (۵) ورق بیرونی
- (۶) محفظه طناب بخور
- (۷) شیار قرقره
- (۸) نشیمنگاه قرقره



شکل ۵-۸- قسمت‌های مختلف قرقره



شکل ۵-۹- قرقره و طناب در قرقره ثابت تک‌شیاره



شکل ۵-۱۰- این قرقره فاقد بهره مکانیکی است.

در شکل ۵-۱۱ همان قرقره به کار رفته است. در این شکل یک انتهای طناب از سقف آویزان است و انتهای دیگر در دست فرد است. بشکهای به وزن  $800$  نیوتون به وسیله قرقره و طناب تحمل می‌شود. با کشیدن طناب، قرقره و بشکه با هم بالا می‌آیند. وقتی قرقره و طناب به این صورت استفاده شود مجموعه آن قرقره متحرک نامیده می‌شود. با توجه به اینکه وزن بشکه  $800$  نیوتون است، هر نیمه از طناب به همراه قرقره  $400$  نیوتون از بار را تحمل می‌کند. این موضوع با رسم نمودار آزاد جسم و نوشتن معادلات تعادل به دست می‌آید (فراموش نکنید معادلات تعادل در حالی نوشته می‌شود که جسم در حال سکون باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند). از زاویه طناب در دست فرد با محور عمود صرف نظر کنید.

بهره مکانیکی برابر است با :

$$M.A. = \frac{R}{E} = \frac{800}{400} = 2$$



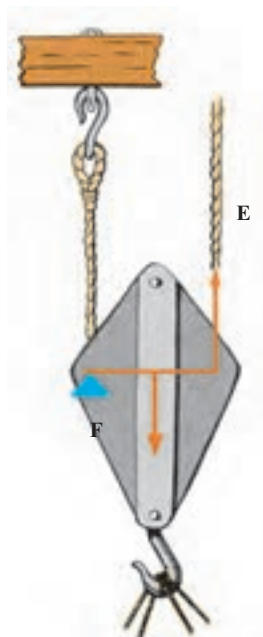
شکل ۵-۱۱- قرقره متحرک

در این دستگاه، قرقره متحرک تک شیاره همانند اهرم نوع دوم عمل می‌کند. توضیح چگونگی اعمال نیروها در شکل ۵-۱۲ نشان داده شده است. نیروی  $E$  روی بازوی  $EF$  که قطر چرخ قرقره است وارد می‌شود. نیروی مقاوم ( $R$ ) روی بازوی  $FR$  که شعاع چرخ قرقره است مقاومت می‌کند. با توجه به اینکه اندازه قطر دو برابر شعاع است بنابراین بهره مکانیکی دستگاه برابر ۲ است. باید توجه کرد وقتی نیروی  $E$  به اندازه یک متر به طرف بالا حرکت می‌کند بار در محل  $R$  فقط به اندازه نیم‌متر بالا می‌رود. اگرچه در این دستگاه بهره مکانیکی حاصل می‌شود ولی طول کابلی که به وسیله دست کارگر بالا کشیده می‌شود بیشتر از فاصله‌ای است که بار بالا

می‌آید. البته استفاده از قرقره و طناب به صورت شکل ۵-۱۱ مشکل است و برای بالا کشیدن یک جسم مشابه، از دو قرقره مطابق شکل ۵-۱۳ بهره می‌گیرند. در این سیستم قرقره پایین متحرک و قرقره بالایی ثابت است. قرقره ثابت فقط جهت کشش را تغییر می‌دهد و قرقره متحرک بهره مکانیکی را دو برابر می‌کند.



شکل ۵-۱۳- ترکیب قرقره ثابت و متحرک



شکل ۵-۱۲- قرقره متحرک همانند اهرم نوع دوم

برای مثال در شکل ۱۴-۵ مجموعه قرقره و طناب متشکل از قرقره ثابت دو شیاره و قرقره متحرک تک شیاره مشاهده می‌شود. در این مجموعه بار از قرقره متحرک آویزان است. قرقره متحرک نیز به وسیله سه بخش از طناب تحمل می‌شود. هر بخش از طناب به اندازه مساوی بار را تحمل می‌کنند. اگر وزن صندوق ۳۰۰۰ نیوتون باشد، هر طناب به اندازه ۱۰۰۰ نیوتون از بار را تحمل می‌کند. اگر نیروی وارد بر طناب B برابر ۱۰۰۰ نیوتون باشد کارگر مجبور است یک نیروی ۱۰۰۰ نیوتون برای کشیدن طناب A وارد کند تا بتواند صندوق را بالا ببرد.

بهره مکانیکی برابر است با :

$$M.A. = \frac{R}{E} = \frac{3000}{1000} = 3$$



وقتی بار به وسیله دو بخش از طناب تحمل می‌شود، بهره مکانیکی برابر ۲ و وقتی به وسیله سه بخش از طناب تحمل می‌شود بهره مکانیکی برابر ۳ است. این نتیجه، راهنمای خوبی برای محاسبه بهره مکانیکی انواع مجموعه‌های قرقره و طناب است. به این ترتیب که تعداد بخش‌هایی از طناب که بار به وسیله آنها تحمل می‌شود مساوی بهره مکانیکی است. نکته مهم، اطمینان یافتن از استحکام و مناسب بودن طناب برای تحمل بار است.

شکل ۱۴-۵ مجموعه قرقره ثابت دو شیاره و قرقره متحرک تک شیاره (ناهمسان)

## فعالیت کلاسی ۱

به کمک هنرآموز و گروه همکلاسی‌ها سعی کنید ترکیب‌های مختلفی از انواع قرقره را بیابید و بهره مکانیکی آنها را محاسبه کنید.

اکنون آنچه را که در مورد قرقره و طناب آموختیم به‌طور خلاصه در زیر می‌آوریم تا به‌طور عملی، در کشتی قابل استفاده باشد.

— تنها مزیت قرقره ثابت تک شیاره تغییر در جهت کشیدن طناب است و بهره مکانیکی آن برابر عدد یک است.

— در قرقره متحرک تک شیاره بهره مکانیکی برابر ۲ است.

— مجموعه قرقره و طناب را می‌توان به صورت‌های مختلف با ترکیب قرقره‌های تک شیاره، دو شیاره و سه شیاره و بهره مکانیکی بزرگ‌تر استفاده نمود.

— تعداد بخش‌های طناب که از یک قرقره متحرک می‌گذرند مشخص‌کننده تقریبی بهره مکانیکی آن هستند.

— اگر انتهای طناب به یک قرقره متحرک محکم شود بهره مکانیکی به اندازه عدد یک افزایش می‌یابد.

## ۵-۵-۵ راندمان ماشین

تاکنون آموختیم که مجموعه قرقره و طناب در واقع نوعی ماشین بالابر است. ماشین بالابر مکانیزمی برای جابه‌جایی بار در امتداد قائم و امتداد افقی و یا هر دو می‌باشد.

در این فرایند نیروهای ورودی و مصرفی به نیروی کارگر و نیروی مقاوم به بار موسوم است. کار انجام شده به وسیله یک ماشین نمی‌تواند بیش از کار ورودی به آن باشد. بنابراین هیچ ماشینی دارای راندمان صد در صد نیست و مقدار معینی از کار ورودی به علت اصطکاک بین اجزاء و قطعات از دست می‌رود.

روابط موجود برای کار ورودی، کار مفید و اصطکاک به شرح زیر است:

$$(۵-۴) \quad \text{کار ورودی به ماشین} = \text{کار از دست رفته به علت اصطکاک} + \text{کار مفید}$$

$$(۵-۵) \quad \text{تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر} \times \text{نیروی کارگر} = \text{کار ورودی}$$

$$(۵-۶) \quad \text{تغییر مکان بار} \times \text{بار} = \text{کار مفید}$$

با صرف نظر از اصطکاک از روابط (۵-۴) تا (۵-۶) می‌توان رابطه (۵-۷) را استخراج کرد.

$$(۵-۷) \quad \text{تغییر مکان بار} \times \text{بار} = \text{تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر} \times \text{نیروی کارگر}$$

نسبت تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر به تغییر مکان بار، به نسبت سرعت<sup>۱</sup> یا به اختصار  $v.r.$  موسوم است. اندازه نسبت سرعت برای هر ماشین خاص ثابت است و بستگی به طراحی آن دارد. نسبت سرعت با انجام آزمایش به دست می‌آید. اما می‌توان رابطه (۵-۸) را برای آن معرفی کرد.

$$(۵-۸-۱) \quad \text{تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر} = \text{نسبت سرعت (v.r.)} \times \text{تغییر مکان بار}$$

$$(۵-۸-۲) \quad \text{نسبت سرعت (v.r.)} = \frac{A}{a}$$

<sup>۱</sup>— Velocity Ratio

همیشه راندمان ماشین‌ها به صورت نسبت کار خروجی یا کار مفید به کار ورودی تعریف می‌شود. هرچه راندمان یک دستگاه بالاتر باشد استفاده از این دستگاه مقرون به صرفه تر است. حداکثر راندمان یک ماشین می‌تواند ۱ باشد.

رابطه (۵-۹) راندمان ماشین را تعریف می‌کند.

$$(۵-۹-۱) \quad \text{راندمان} = \frac{\text{تغییر مکان بار} \times \text{بار}}{\text{کار ورودی}} = \frac{\text{کار مفید}}{\text{کار ورودی}}$$

$$(۵-۹-۲) \quad \text{راندمان} = \frac{R \times a}{E \times A}$$

در بند ۴-۲-۵ از همین فصل آموختیم که بهره مکانیکی برابر است با نسبت بار به نیروی کارگر، لذا می‌توان رابطه (۵-۹) را به صورت رابطه (۵-۱۰) بازنویسی کرد.

$$(۵-۱۰) \quad \text{راندمان} = (M.A.) \times \frac{1}{v.r.} = \frac{M.A.}{v.r.} = \frac{\text{بهره مکانیکی}}{\text{نسبت سرعت}}$$

راندمان در رابطه (۵-۱۰) به صورت کسری بیان شده است. برای بیان راندمان به صورت درصد، راندمان در عدد ضرب می‌شود.

در صورتی که از اصطکاک صرف نظر شود یا وجود نداشته باشد فقط نیروی کارگر باید بار را جابه‌جا کند. این گونه نیروی کارگر به نیروی کارگر مطلوب یا ایده‌آل موسوم است. اگر از لحاظ تئوری یک ماشین کاملاً بدون اصطکاک وجود داشته باشد، راندمان آن صد درصد یا مساوی عدد یک است. در این گونه ماشین بهره مکانیکی مساوی با نسبت سرعت است و می‌توان نوشت:

$$(۵-۱۱) \quad E_1 = \frac{R}{v.r.} \text{ و } \frac{R}{E_1} = v.r. \text{ و } M.A. = v.r.$$

$E_1$  نیروی کارگر مطلوب یا ایده‌آل است. البته با توجه به اینکه در ماشین‌های واقعی اصطکاک وجود دارد رابطه زیر در هر ماشین واقعی برقرار است.

$$(۵-۱۲-۱) \quad \text{نیروی کارگر مطلوب} - \text{نیروی کارگر واقعی} = \text{نیروی کارگر برای جبران اصطکاک}$$

$$(۵-۱۲-۲) \quad E - \frac{R}{v.r.} = \text{نیروی کارگر برای جبران اصطکاک}$$

بر فرض اینکه در ماشین اصطکاک وجود نداشته باشد، باری که به وسیله یک نیروی کارگر معین جابه‌جا می‌شود به بار مطلوب موسوم است و می‌توان نوشت:

$$(۵-۱۳) \quad \text{بار مطلوب} = E \times v.r.$$

از روابط فوق در حل مسائل نمونه استفاده خواهد شد.

**مثال ۹:** مجموعه قرقره و طناب مطابق شکل ۱۵-۵ باری به وزن ۴۰۵ نیوتون را به فاصله یک

متر بالا می‌کشد. اگر نیروی کارگر مساوی ۹۰ نیوتون باشد راندمان مجموعه چقدر است؟

**حل:** با توجه به اینکه بار به وسیله پنج بخش از طناب تحمل می‌شود بنابراین فاصله طی شده

به وسیله نیروی کارگر برابر ۵ متر و فاصله طی شده به وسیله بار مساوی یک متر است.

$$v.r. (\text{نسبت سرعت}) = \frac{5}{1} = 5$$

$$(M.A.) = \text{بهره مکانیکی} = \frac{405}{90} = 4.5$$

$$\text{راندمان} = \frac{M.A.}{v.r.} \times 100$$

$$\text{راندمان} = \frac{4.5}{5} \times 100$$

$$\text{راندمان} = 90\%$$



شکل ۱۵-۵ مجموعه قرقره مثال ۹

## ۵-۶- قرقره زنجیری<sup>۱</sup>

قرقره زنجیری که قرقره اختلافی<sup>۲</sup> نیز نامیده می‌شود معمولاً از سقف موتور خانه کشتی و یا کارگاه ساحلی به وسیله روروک آویزان است و برای جابه‌جایی عمودی و افقی اجسام و بارهای سنگین استفاده می‌شود. قرقره مزبور در شکل ۱۷-۵ نشان داده شده است. ماشین شامل دو قرقره متحد‌المرکز به عنوان قرقره ثابت و یک قرقره تک‌شیاره متحرک می‌باشد. هر دو قرقره فوقانی هم‌زمان با هم می‌چرخند.

وقتی نیروی کارگر بر زنجیر وارد می‌شود یک سوی قرقره متحرک به طرف قرقره بزرگ A کشیده می‌شود ولی سوی دیگر آن با چرخیدن قرقره کوچک B پایین می‌آید. در نتیجه جابه‌جایی قرقره رو به بالا خواهد بود.

<sup>۱</sup> Chain hoist

<sup>۲</sup> Differential Pulley



اگر  $D$  و  $d$  به ترتیب قطر قرقره بزرگ  $A$  و قرقره کوچک  $B$  باشند، با یک دور چرخش کامل قرقره ثابت داریم:

$$\frac{\text{تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر}}{\text{تغییر مکان بار}} = \frac{2\pi D - \pi d}{2} = \text{نسبت سرعت (v.r.)}$$

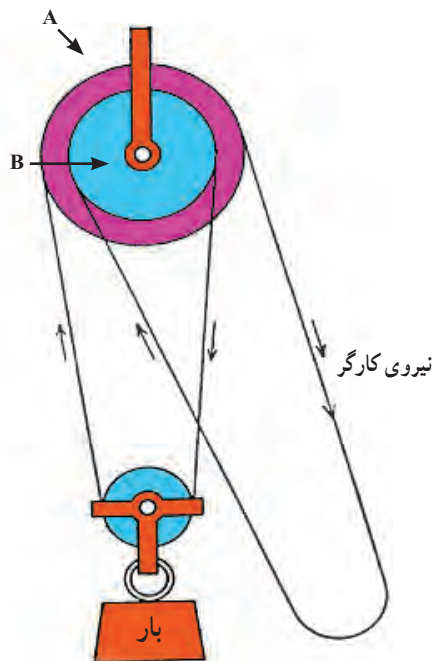
$$\text{نسبت سرعت (v.r.)} = \frac{\pi D}{\frac{1}{2}(\pi D - \pi d)}$$

$$(v.r.) = \frac{2\pi D}{(\pi D - \pi d)} = \frac{2\pi(2R)}{2\pi R - 2\pi r} = \frac{2R}{R - r} \quad (5-14)$$

رابطه (5-14) نسبت سرعت را در یک قرقره زنجیری نشان می‌دهد. در این رابطه  $R$  شعاع قرقره بزرگ و  $r$  شعاع قرقره کوچک است.

**مثال ۱۰:** چنانچه در شکل ۵-۱۶ شعاع قرقره بزرگ  $R$  برابر ۱۶ سانتی‌متر و شعاع قرقره کوچک  $r$  مساوی ۱۴ سانتی‌متر باشد نسبت سرعت ماشین چقدر است؟

$$v.r. = \frac{2(16)}{16 - 14} = \frac{32}{2} = 16$$



شکل ۵-۱۶- مجموعه قرقره زنجیری

اگرچه نسبت سرعت بزرگ حاکی از بهره مکانیکی بزرگ می باشد ولی این ماشین دارای اصطکاک نسبتاً زیادی است لذا بهره مکانیکی واقعی آن بسیار کوچک تر از بهره مکانیکی مطلوب است.

در این ماشین از زنجیر استفاده می شود. قرقره ها دارای دندانه هستند طوری که زنجیر قابل استفاده باشد. گام دندانه ها ثابت است لذا داریم :

$$\text{نسبت سرعت (v.r.)} = \frac{\text{دو برابر تعداد دندانه ها در قرقره بزرگ}}{\text{تفاوت تعداد دندانه ها در دو قرقره}}$$

$$v.r. = \frac{2D}{D-d} = \frac{2R}{R-r}$$

**مثال ۱۱:** قطر قرقره های بزرگ و کوچک در یک قرقره زنجیری به ترتیب  $12^\circ$  و  $11^\circ$  میلی متر است. برای بالا بردن باری به مقدار  $2/4$  کیلو نیوتون نیروی کارگر به مقدار  $25^\circ$  نیوتون لازم است. نسبت سرعت، بهره مکانیکی و راندمان را تعیین کنید. همچنین مقدار نیروی کارگر که برای جبران اصطکاک مصرف می شود را محاسبه کنید.

**حل:**

$$v.r. = \frac{2D}{D-d} = \frac{2 \times 12^\circ}{12^\circ - 11^\circ} = 24$$

$$M.A. = \frac{R}{E} = \frac{24^\circ}{25^\circ} = 9/6$$

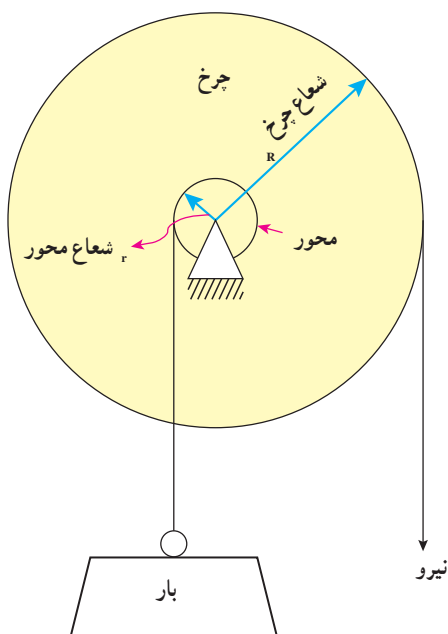
$$\text{راندمان} = \frac{M.A.}{v.r.} = \frac{9/6}{24} = 40\% \text{ یا } 0/4$$

$$\text{نیوتون } 100 = \frac{R}{v.r.} = \frac{24^\circ}{24} = \text{نیروی کارگر مطلوب}$$

$$\begin{aligned} \text{نیروی کارگر مطلوب} - \text{نیروی کارگر حقیقی} &= \text{نیروی کارگر مصرف شده برای اصطکاک} \\ 100 - 250 &= 150 \text{ نیوتون} \end{aligned}$$

## ۷-۵- چرخ و محور

این ماشین شامل یک قرقره تک شیاره به همراه یک محور است. یک سر طناب یا سیمی که قلاب بار از آن آویزان می شود به محور متصل و محکم شده و به دور آن می پیچد. یک سر طناب یا سیمی



که نیروی کارگر آن را می کشد به دور قرقره می پیچد. این ماشین در شکل ۵-۱۷ نشان داده شده است. طناب بار و طناب نیروی کارگر در دو جهت مخالف به دور محور و قرقره پیچیده می شوند. با اعمال نیروی کارگر قرقره می چرخد و طناب به طرف کارگر کشیده می شود. هم زمان طناب بار در جهت مخالف به دور محور می پیچد و بار بالا می رود. البته ممکن است به جای طناب کارگر از یک دسته به عنوان اهرم استفاده شود. این سامانه در چرخ چاه دیده می شود.

شکل ۵-۱۷- چرخ و محور

در صورتی که  $D$  و  $R$  به ترتیب قطر و شعاع قرقره و  $d$  و  $r$  قطر و شعاع محور باشند و با فرض اینکه نیروی کارگر، قرقره و محور را یک دور کامل بچرخاند می توان نوشت :

$$\frac{\text{طول محیط قرقره}}{\text{طول محیط محور}} = \frac{\text{تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر}}{\text{تغییر مکان بار}} = \text{نسبت سرعت (v.r.)}$$

از نسبت بالا می توان رابطه (۵-۱۵) را نتیجه گرفت :

$$(v.r.) = \frac{\pi D}{\pi d} = \frac{D}{d} = \frac{R}{r} \quad (5-15)$$



شکل ۵-۱۸- چرخ چاه

دقت کنید در صورتی که ضخامت طناب در مسئله ذکر شود باید ضخامت آن را به قطر مؤثر افزود. شکل ۱۸-۵ نیز نوعی ماشین چرخ و محور را نشان می‌دهد که نیروی کارگر به جای وارد شدن به طناب به یک دسته وارد می‌شود.

**مثال ۱۲:** در یک ماشین چرخ و محور، قطر قرقره و محور به ترتیب  $22^\circ$  و  $4^\circ$  میلی‌متر است. قطر طناب‌های بار و نیروی کارگر به ترتیب  $1^\circ$  و  $5^\circ$  میلی‌متر است. در صورتی که راندمان ماشین  $92\%$  باشد مقدار نیروی کارگر برای بالا بردن باری به مقدار  $400$  نیوتون را محاسبه کنید.

**حل:**

$$\text{قطر طناب نیروی کارگر} + \text{قطر قرقره} = \text{قطر مؤثر قرقره}$$

$$\text{میلی متر } 220 + 5 = 225$$

$$\text{قطر طناب بار} + \text{قطر محور} = \text{قطر مؤثر محور}$$

$$\text{میلی متر } 50 + 10 = 60$$

$$\frac{D}{d} = \frac{225}{60} = \frac{4}{5} = \text{نسبت سرعت (v.r.)}$$

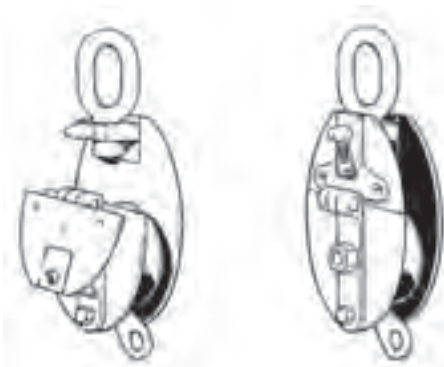
$$\text{v.r.} \times \text{راندمان ماشین} = \text{بهره مکانیکی (M.A.)}$$

$$= 0.92 \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{4}{14}$$

$$E = \text{نیروی کارگر} = \frac{R}{\text{M.A.}} = \frac{400 \text{ N}}{4/14} = 96/61 \text{ N}$$

## ۸-۵- قرقره سگکی<sup>۱</sup>



شکل ۱۹-۵- قرقره سگکی

در بسیاری از ماشین‌های بالابر به جای آویزان شدن بار از طناب بار، از قرقره سگکی برای آویزان کردن بار استفاده می‌شود. این نوع قرقره دارای یک شیار است. مطابق شکل ۱۹-۵ با باز کردن سگک می‌توان طناب را در داخل قرقره قرار داد. یک سر طناب به ماشین بالابر محکم است و از داخل قرقره می‌گذرد و سر آزاد طناب به وسیله نیروی کارگر بالا کشیده می‌شود. قرقره سگکی معمولاً به صورت قرقره متحرک استفاده می‌شود.

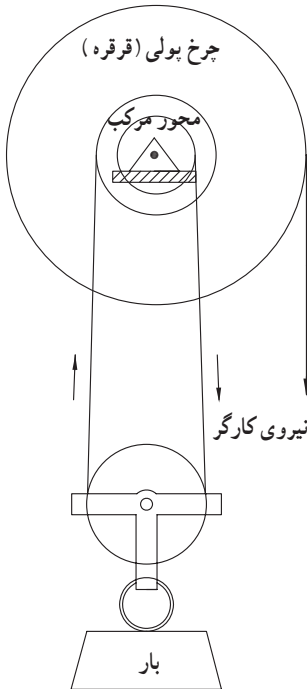
<sup>۱</sup> - Snath Block

## ۹-۵- چرخ و محور دو پله‌ای

این ماشین مشابه چرخ و محور است با این فرق که محور این ماشین از دو محور متحد‌المرکز با دو قطر متفاوت تشکیل شده است. مطابق شکل ۵-۲۰ با چرخش قرقره کارگر به وسیله طناب نیروی کارگر و همزمان با پیچیده شدن طناب به دور محور بزرگ‌تر، طناب از دور محور کوچک‌تر باز می‌شود. طناب محورها از داخل یک قرقره سگکی می‌گذرد و بار به وسیله قرقره سگکی تحمل می‌شود.

$D$  قطر قرقره کارگر،  $d_1$  قطر محور بزرگ‌تر و  $d_2$  قطر محور کوچک‌تر است. با یک دور چرخش قرقره کارگر، طناب بالا رو به اندازه  $\pi d_1$  می‌رود و طناب پایین رو به اندازه محیط محور کوچک‌تر  $\pi d_2$  پایین می‌آید. بنابراین طناب حامل قرقره سگکی به اندازه  $\pi d_1 - \pi d_2$  کوتاه می‌شود. با توجه به اینکه تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر در یک دور چرخش کامل قرقره کارگر به اندازه است، بنابراین می‌توان رابطه (۵-۱۶) را به این شکل نوشت:

$$\text{تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر} = \frac{\text{نسبت سرعت (v.r.)}}{\text{تغییر مکان بار}}$$



$$\begin{aligned} v.r. &= \frac{\pi D}{\frac{1}{2}(\pi d_1 - \pi d_2)} = \frac{2D}{\pi d_1 - \pi d_2} \\ &= \frac{2D}{d_1 - d_2} = \frac{2R}{r_1 - r_2} \end{aligned} \quad (5-16)$$

می‌توان مانند چرخ و محور معمولی (بخش ۵-۷) از یک دسته به جای قرقره کارگر استفاده کرد. در این صورت فاصله مرکز محور تا دسته چرخش معادل شعاع قرقره کارگر خواهد بود.

**مثال ۱۳:** مطابق شکل ۵-۲۰ شعاع قرقره کارگر برابر ۳ سانتی‌متر، شعاع محور بزرگ‌تر ( $r_1$ ) مساوی ۱۰ سانتی‌متر و شعاع محور کوچک‌تر ( $r_2$ ) برابر ۶ سانتی‌متر است. در صورتی که نیروی کارگر به مقدار ۵ نیوتون باشد چه مقدار بار را می‌توان بالا برد؟ راندمان دستگاه ۹۰٪ است.

شکل ۵-۲۰ چرخ و محور

حل : با استفاده از رابطه (۵-۱۶) می نویسیم :

$$v.r. = \frac{2R}{r_1 - r_2} = \frac{2 \times 3^\circ}{10 - 6} = \frac{6^\circ}{4} = 1.5$$

$$(M.A.) \times v.r. = \text{راندمان دستگاه} = \text{بهره مکانیکی} \\ = 0.9 \times 1.5 = 13/5$$

$$E = \text{نیوتون } 5^\circ = \text{نیروی کارگر}$$

$$E = \frac{R}{M.A.} \Rightarrow R = E \times M.A. = 5^\circ \times 13/5 = 675 \text{ نیوتون}$$

## ۵-۱۰- میله حلزون و چرخ حلزون بالابر<sup>۱</sup>

مطابق شکل ۵-۲۱ ماشین بالابر میله حلزون و چرخ حلزون (که به حلزون و چرخ حلزون معروف است) شامل حلزون یا میله حلزون، چرخ حلزون، قرقره بار، قرقره کارگر، زنجیر کارگر، قلاب

بار و زنجیر یا کابل بار می شود. برخی موارد به جای قلاب بار از قرقره سگکی استفاده می شود. در این موارد یک سر کابل قرقره سگکی به بدنه ماشین متصل و محکم می شود. با اعمال نیروی کارگر بر زنجیر کارگر، قرقره کارگر و سپس میله حلزون، چرخ حلزون و قرقره بار به چرخش درمی آیند و بار بالا می رود.



شکل ۵-۲۱- میله حلزون و چرخ حلزون بالابر

در این ماشین D قطر قرقره کارگر، d قطر قرقره بار و N تعداد دندانه های چرخ حلزون است. معمولاً از میله حلزون یک راهه استفاده می شود. به ازای یک دور گردش چرخ حلزون، میله حلزون باید N مرتبه بچرخد. برای یک دور گردش چرخ حلزون تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر برابر  $\pi DN$  و تغییر مکان بار به اندازه  $\pi d$  است :

در صورت استفاده از قلاب بار :  $\text{تغییر مکان به وسیله نیروی کارگر} = \text{نسبت سرعت (v.r.)} \times \text{تغییر مکان بار}$

$$= \frac{\pi DN}{\pi d} = \frac{DN}{d}$$

در صورت استفاده از قرقره سگکی :

$$\text{نسبت سرعت (v.r.)} = \frac{2DN}{d}$$

۱- Worm and Worm Wheel Lifting Gear



## خودآزمایی فصل پنجم

۱- راندمان مکانیکی را تعریف کنید.

۲- بهره مکانیکی را تعریف کنید.

۳- در هنگام جارو زدن از چه نوع اهرمی استفاده می کنید؟

۴- در یک مجموعه قرقه و طناب شامل قرقه سه شیاره در بالا و قرقه دو شیاره در پایین، نیروی کارگر به مقدار  $300$  نیوتون برای بالا بردن باری به مقدار  $1/26$  کیلو نیوتون مصرف می شود. نسبت تندی، بهره مکانیکی و راندمان ماشین را در این حالت تعیین کنید.

۵- یک مجموعه قرقه و طناب شامل دو قرقه ۴ شیاره در بالا و پایین است. راندمان ماشین برای بالا بردن باری به مقدار  $2/8$  کیلو نیوتون برابر  $70\%$  است. نیروی کارگر چقدر است؟

۶- در یک ماشین بالابر نوع چرخ و محور دوطله ای از دسته اهرم به طول  $240$  میلی متر به جای قرقه کارگر استفاده می شود. قطر محورهای دوطله ای به ترتیب  $110$  و  $80$  میلی متر است. برای بالا بردن باری به مقدار  $1/12$  کیلو نیوتون به نیروی کارگر معادل  $80$  نیوتون نیاز است. نسبت تندی، بهره مکانیکی و راندمان ماشین را تعیین کنید.

۷- راندمان یک قرقه زنجیری (اختلافی) در بالا بردن یک بار  $1/89$  کیلو نیوتونی برابر  $35$  درصد است. تعداد دندانه های قرقه های بزرگ و کوچک به ترتیب  $27$  و  $24$  عدد است. نیروی کارگر برای بالا بردن بار چقدر است؟

۸- قطر قرقه کوچک یک مجموعه قرقه زنجیری (اختلافی)  $130$  میلی متر است. برای بالا بردن باری به مقدار  $560$  نیوتون نیروی کارگر به مقدار  $50$  نیوتون لازم است. در صورتی که راندمان ماشین  $40$  درصد باشد. قطر قرقه بزرگ چقدر است؟

۹- قطر قرقه کارگر یک ماشین حلزون و چرخ حلزون  $200$  میلی متر است. میله حلزون یک راه و چرخ حلزون دارای  $40$  دندانه است. قطر قرقه بار  $125$  میلی متر است و بار به وسیله قرقه سنگی تحمل می شود. نیروی کارگر  $150$  نیوتونی برای بالا بردن باری به مقدار  $6/72$  کیلو نیوتون لازم است. راندمان ماشین برای بالا بردن این بار چقدر است؟

نیروی کارگر مطلوب و نیروی مصرف شده برای جبران اصطکاک چقدر است؟



## بیوست الف – جدول روابط مثلثاتی

$\tan(\angle)$	$\cos(\angle)$	$\sin(\angle)$	$\angle(\angle)$	$\tan(\angle)$	$\cos(\angle)$	$\sin(\angle)$	$\angle(\angle)$
1.150	0.656	0.755	49	0.000	1.000	0.000	0
1.192	0.643	0.766	50	0.017	1.000	0.017	1
1.235	0.629	0.777	51	0.035	0.999	0.035	2
1.280	0.616	0.788	52	0.052	0.999	0.052	3
1.327	0.602	0.799	53	0.070	0.998	0.070	4
1.376	0.588	0.809	54	0.087	0.996	0.087	5
1.428	0.574	0.819	55	0.105	0.995	0.105	6
1.483	0.559	0.829	56	0.123	0.993	0.122	7
1.540	0.545	0.839	57	0.141	0.990	0.139	8
1.600	0.530	0.848	58	0.158	0.988	0.156	9
1.664	0.515	0.857	59	0.176	0.985	0.174	10
1.732	0.500	0.866	60	0.194	0.982	0.191	11
1.804	0.485	0.875	61	0.213	0.978	0.208	12
1.881	0.469	0.883	62	0.231	0.974	0.225	13
1.963	0.454	0.891	63	0.249	0.970	0.242	14
2.050	0.438	0.899	64	0.268	0.966	0.259	15
2.145	0.423	0.906	65	0.287	0.961	0.276	16
2.246	0.407	0.914	66	0.306	0.956	0.292	17
2.356	0.391	0.921	67	0.325	0.951	0.309	18
2.475	0.375	0.927	68	0.344	0.946	0.326	19
2.605	0.358	0.934	69	0.364	0.940	0.342	20
2.747	0.342	0.940	70	0.384	0.934	0.358	21
2.904	0.326	0.946	71	0.404	0.927	0.375	22
3.078	0.309	0.951	72	0.424	0.921	0.391	23
3.271	0.292	0.956	73	0.445	0.914	0.407	24
3.487	0.276	0.961	74	0.466	0.906	0.423	25
3.732	0.259	0.966	75	0.488	0.899	0.438	26
4.011	0.242	0.970	76	0.510	0.891	0.454	27
4.331	0.225	0.974	77	0.532	0.883	0.469	28
4.705	0.208	0.978	78	0.554	0.875	0.485	29
5.145	0.191	0.982	79	0.577	0.866	0.500	30
5.671	0.174	0.985	80	0.601	0.857	0.515	31
6.314	0.156	0.988	81	0.625	0.848	0.530	32
7.115	0.139	0.990	82	0.649	0.839	0.545	33
8.144	0.122	0.993	83	0.675	0.829	0.559	34
9.514	0.105	0.995	84	0.700	0.819	0.574	35
11.430	0.087	0.996	85	0.727	0.809	0.588	36
14.301	0.070	0.998	86	0.754	0.799	0.602	37
19.081	0.052	0.999	87	0.781	0.788	0.616	38
28.636	0.035	0.999	88	0.810	0.777	0.629	39
57.290	0.017	1.000	89	0.839	0.766	0.643	40
∞	0.000	1.000	90	0.869	0.755	0.656	41
				0.900	0.743	0.669	42
				0.933	0.731	0.682	43
				0.966	0.719	0.695	44
				1.000	0.707	0.707	45
				1.036	0.695	0.719	46
				1.072	0.682	0.731	47
				1.111	0.669	0.743	48



## مراجع

۱- دانشنامه آزاد (Wikipedia.org)

2- Beer, Ferdinand (2004). Vector Statics For Engineers. McGraw Hill. ISBN 0-07-121830-0.

3- Mariam Rozhanskaya and I. S. Levinova (1996), "Statics", p. 642, in (Morelon & Rashed 1996, pp. 614-642):

4- J.L. Meriam, L.G. Kraige. Engineering Mechanics Volume 2: Dynamics, John Wiley & Sons., New York, 1986.

5- F.P. Beer, E.R. Johnston, J.T. DeWolf, Mechanics of Materials, McGraw-Hill, New York, 1981.

6- Richard Budynas, J. Nisbett, Shigley's Mechanical Engineering Design, 8th ed., New York: McGraw-Hill, ISBN 978-0-07-312193-2.

