فصل ۱

کاربرد ریاضی در مکانیک

هدف کلی

بهره‌برداری از ریاضیات در مکانیک

هدف‌های رفتاری

هنرجو پس از آموزش این فصل قادر خواهد بود :

۱ــ هدف‌های کلی علم مکانیک را بیان کند.

۲ــ ایستایی را توضیح دهد.

۳ــ حرکت‌شناسی را توضیح دهد.

۴ــ برای تعیین اندازهٔ اضلاع و زوایا، دانش مثلثات را به‌کارگیرد.

۱ــ۱ــ مکانیک

دانشمندان مسلمان ایرانی، از جمله ابولوفاء بوزجانی و خواجه‌نصیرالدین‌طوسی از اولین دانشمندانی بودند که مثلثات و ریاضیات را در علوم دیگر به‌کار گرفتند و توسعه دادند. اینان در بسیاری از موارد با الهام از آموزه‌های اسلامی و فرهنگ غنی ایرانی توانستند به ریاضیات چهره‌ای کاربردی ببخشند و از آن در علم طراحی سازه‌ها و دستگاه‌های آن زمان استفاده کردند.

مکانیک به‌وسیلهٔ ریاضیدان‌ها و فیزیک‌دان‌ها توسعه یافت. این گروه از دانشمندان عمدتاً به‌توضیح منطقی مشاهده‌های خود پرداختند و به مطالعهٔ اهرم، قرقره، سقوط آزاد و حرکت سیاره‌ها اقدام کردند. نتیجهٔ کار هر محقق در قالب یک تئوری جدید یا تصحیح تئوری پیشینیان به گنجینهٔ دانش بشر افزوده شد. در سال ۱۶۸۷ میلادی با کشف نیروی جاذبه و اعلام قوانین حرکت به‌وسیلهٔ اسحاق نیوتون دانش مکانیک در موقعیتی جدید قرار گرفت.

اهمیت علوم را می‌توان با نوع کاربرد آنها ارزیابی کرد. ملاحظه می‌شود طراحی و ساخت ساختمان، پل، خودرو، هواپیما و کشتی با تحلیل‌های اولیه بر مبنای اصول مکانیک انجام می‌شود. بنابراین نقش مکانیک و کاربرد آن در زندگی بشر بسیار مؤثر است. ایستایی و حرکت شناسی دو شاخهٔ مکانیک هستند که در این کتاب معرفی می‌شوند و کاربرد آنها به طور مجزا و توام بررسی می‌شود.

استاتیک[۱] یا ایستایی شاخه‌ای از علم مکانیک و علوم مهندسی است که به بحث و مطالعهٔ پیرامون سامانه‌های فیزیکی در حال تعادل ایستا (تعادل استاتیکی) می‌پردازد. تعادل ایستا حالتی است که در آن، مکان نسبی اجزاء سامانه‌ها نسبت به هم تغییر نکند، یا آنکه اجزاء و سازه‌ها در اثر اعمال نیروهای خارجی در حالت ایستایی یا سکون باقی بمانند. برای مثال ایستایی به سؤالات زیر پاسخ می‌دهد :

✓ چه مقدار بار بر یک ستون وارد می‌شود؟

۱ــ Static

✓ نیروی کششی در کابل‌های یک پل چقدر است؟

✓ توزیع نیروها در اجزاء یک جرثقیل چگونه است؟

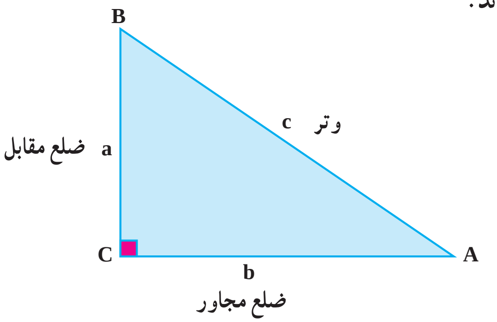
✓ مزیت مکانیکی مجموعه طناب و قرقره چه میزان است؟

حرکت‌شناسی[۱] شامل مطالعهٔ هندسی حرکت (سینماتیک) و نیروهای لازم برای ایجاد حرکت (سینتیک) است. هدف‌نهایی حرکت‌شناسی تعیین نیروهای لازم برای ایجاد حرکت و تغییر حرکت است. به‌عنوان مثال می‌توان به مطالعهٔ حرکت یک شناور در آب یا یک خودروی روی جاده اشاره کرد. برای فهم این حرکت‌ها لازم است معادلات حرکت‌شناسی (دینامیکی) این سامانه‌ها استخراج و تحلیل شود.

۲ـ۱ـ استفاده از ریاضیات در مکانیک

مکانیک موضوعی تحلیلی است. در مکانیک از شاخه‌های مختلف ریاضیات مانند جبر، هندسه و مثلثات استفادهٔ بسیار می‌شود. هدف این کتاب آموختن ریاضیات نیست ولی یک شاخهٔ آن، یعنی مثلثات کاربرد فراوانی در این کتاب دارد. در واقع علوم ریاضی مانند الفبای آموزش علم مکانیک است.

۱ـ۲ـ۱ـ مثلث‌های راست گوشه : مثلث راست گوشه شکل سه ضلعی بسته‌ای است که یک زاویهٔ نود درجه دارد، ضلعی که مقابل زاویهٔ نود درجه است وتر نامیده می‌شود. دو ضلع دیگر با توجه به سایر زوایا نامگذاری می‌شوند. مثلاً اگر $\hat{A}$ زاویهٔ مورد نظر باشد ضلع BC در شکل ۱ـ۱ ضلع مقابل و ضلع AC ضلع مجاور نامگذاری می‌شوند.



ضلع AB به طول c وتر[۲]

ضلع BC به طول a ضلع مقابل[۳]

ضلع AC به طول b ضلع مجاور[۴]

شکل ۱ـ۱ـ مثلث راست گوشه و تعاریف آن

برای اضلاع این مثلث راست گوشه شش نسبت می‌توان نوشت. این نسبت ها روابط مثلثاتی نام دارند و برای زاویه $\hat{A}$ در جدول ۱ـ۱ نشان داده می‌شوند :

۱ـ Dynamic

۲ـ Hypotenuse

۳ـ Opposite side

۴ـ Adjacent side

جدول ۱ــ۱ــ تعاریف نسبت‌های مثلثاتی

سینوس $\sin(\hat{A})=\frac{a}{c}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$	کسینوس $\cos(\hat{A})=\frac{b}{c}=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$
تانژانت $\tan(\hat{A})=\frac{a}{b}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$	کتانژانت $\cot(\hat{A})=\frac{b}{a}=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$
سکانت $\sec(\hat{A})=\frac{c}{a}=\frac{\text{وتر}}{\text{ضلع مقابل}}$	کسکانت $\mathrm{cosec}(\hat{A})=\frac{c}{b}=\frac{\text{وتر}}{\text{ضلع مجاور}}$

از این شش رابطهٔ مثلثاتی مشخص می‌شود که برای یک زاویهٔ معین θ، نسبت‌های طولی اضلاع در یک مثلث راست گوشه مقادیری ثابت هستند. مقادیر سینوس، کسینوس و تانژانت زوایایی که کاربرد بیشتری نسبت به سایر زوایا دارند (زوایای صفر، ۳۰ ، ۴۵ ، ۶۰ و ۹۰ درجه) در جدول ۲ــ۱ درج شده است. مقادیر مثلثاتی زوایا (۱درجه تا ۹۰ درجه) در جدول پایانی کتاب (پیوست الف) وجود دارد.

جدول ۲ــ۱ــ مقادیر نسبت‌های مثلثاتی

زاویه (درجه)	Sin	Cos	tan
۰	۰	۱	۰
۳۰	$\frac{۱}{۲}$=۰/۵	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$=۰/۸۶۶	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$=۰/۵۷۷
۴۵	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$=۰/۷۰۷	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$=۰/۷۰۷	۱
۶۰	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$=۰/۸۶۶	$\frac{۱}{۲}$=۰/۵	$\sqrt{۳}$=۱/۷۳۲
۹۰	۱	۰	بی‌نهایت
۱۸۰	۰	۱−	۰
۲۷۰	۱−	۰	منفی بی‌نهایت
۳۶۰	۰	۱	۰

یک مثلث راست گوشه دارای پنج متغیر است (سه ضلع و دو زاویه). اگر مقدار دو متغیر معین باشد سه متغیر دیگر به آسانی قابل تعیین است.

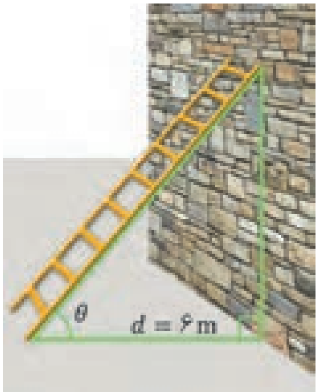
مثال ۱ : یک نردبان ۶ متری مطابق شکل ۲ـ۱ قرار داده شده است. اگر θ برابر ۴۵ درجه باشد، فاصلهٔ d (از پایه نردبان تا دیوار) چند متر است؟

حل : سینوس ۴۵ درجه نسبت طول d و وتر را تعیین می‌کند.

$$\sin\theta=\sin ۴۵^\circ=\frac{d}{۶}$$

$$d=۶\times\sin ۴۵^\circ=۴/۲۴۲$$

با استفاده از جدول ۲-۱مقدار $\sin ۴۵^\circ$ به‌دست می‌آید و در نتیجه فاصله d برابر۴/۲۴۲ متر است.



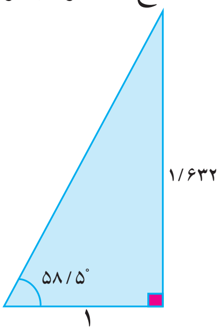
شکل ۲ـ۱ـ نردبانی که به دیوار تکیه کرده است.

مثال ۲ : با استفاده از قوانین مثلثاتی، دو پاره‌خط رسم کنید که با هم زاویه ۵۸/۵ درجه بسازند.

حل : از رابطهٔ تانژانت برای رسم و یا اندازه‌گیری دقیق زوایا استفاده می‌شود. مثلاً برای رسم زاویهٔ ۵۸/۵ درجه، ابتدا مقدار تانژانت زاویهٔ ۵۸/۵ درجه از جداول مثلثات یادداشت می‌شود (برابر ۱/۶۳۲) و سپس یک مثلث راست گوشه (مانند شکل ۳ـ۱) رسم می‌شود، طوری که نسبت ضلع مقابل به ضلع مجاور برابر با تانژانت زاویهٔ ۵۸/۵ درجه باشد (در این مثال نسبت عدد ۱/۶۳۲ به عدد یک).

دقت زاویهٔ رسم شده به دقت رسم طول اضلاع بستگی دارد. مثلاً دقت زاویهٔ مثلثی که اضلاع آن به ترتیب برابر با ۱۶/۳۲ و ۱۰ می‌باشد بسیار بیشتر از زاویهٔ مثلثی است که اضلاع آن به‌ترتیب برابر ۱/۶۳ و یک است.

برای تعیین اندازهٔ یک زاویه، طول مناسبی برای ضلع مجاور انتخاب می‌شود و ضلع مقابل اندازه‌گیری می‌شود. از نسبت طول دو ضلع اندازهٔ تانژانت به دست می‌آید. با مراجعه به جداول مثلثات اندازهٔ زاویهٔ مقابل قابل تعیین است.



شکل ۳ـ۱ـ مثلث مثال ۲

۲ــ۲ــ۱ــ روابط مثلثاتی کمکی : روابط مختلفی بین نسبت‌های مثلثاتی برقرار است که می‌توان برای ساده‌سازی محاسبات از آن استفاده کرد. در رابطهٔ (۱ــ۱) رابطه‌ای برای مجموع زوایا آمده‌است که می‌توان از آن روابط (۲ــ۱) و (۳ــ۱) را نیز به‌دست آورد.

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\times\cos\beta\pm\cos\alpha\times\sin\beta$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\times\cos\beta\mp\sin\alpha\times\sin\beta$	(۱ــ۱)
$\sin(180-\theta)=\sin\theta$ $\cos(180-\theta)=-\cos\theta$	(۱ــ۲)
$\sin2x=2\sin x\times\cos x=\dfrac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$ $\cos2x=\cos^2x-\sin^2x=\dfrac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$	(۱ــ۳)

فعالیت کلاسی ۱

به همراه دوستان و با کمک هنرآموزتان، سعی کنید از رابطهٔ (۱ــ۱) روابط (۲ــ۱) و (۳ــ۱) را استخراج کنید.

مثال ۳ : با استفاده از مقادیر جدول ۱ــ۱ نسبت‌های مثلثاتی و روابط بالا، زوایای زیر را به‌دست آورید.

$$\theta=15^\circ\Rightarrow\theta=45^\circ-30^\circ\Rightarrow\begin{cases}\sin(15)=\sin(45-30)=\sin45\cos30-\\ \sin30\cos45=0/258\\ \cos(15)=\cos(45-30)=\cos45\cos30+\\ \sin45\sin30=0/969\end{cases}$$

$$\theta=135^\circ\Rightarrow\theta=180^\circ-45^\circ\Rightarrow\begin{cases}\sin(135)=\sin(180-45)=\sin45=0/707\\ \cos(135)=\cos(180-45)=-\cos45=0/707\end{cases}$$

فعالیت ۱-۱

شما در نزدیکی یک برج بلند ایستاده‌اید. اگر فاصلهٔ شما تا برج ۱۰ متر باشد و ارتفاع چشمان شما از سطح زمین ۱/۷ متر باشد و خط دید شما با افق زاویه ۸۳ درجه بسازد، ارتفاع برج را محاسبه کنید.

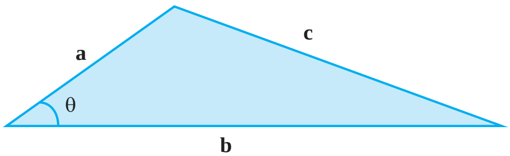
فعالیت کلاسی ۲

به همراه دوستان و با کمک هنرآموزتان، و با استفاده از ابزارهای ترسیمی، مانند نقاله، خط کش، پرگار، متر و ....، ارتفاع ساختمان‌های مدرسه و همسایه را تخمین بزنید.

۳ــ۲ــ۱ــ قانون کسینوس‌ها : در مکانیک کاربردی در اکثر موارد اندازهٔ دو ضلع یک مثلث و زاویهٔ بین آنها مشخص است و ضرورت دارد اندازهٔ ضلع سوم محاسبه شود. مناسب‌ترین روش برای محاسبه ضلع سوم استفاده از قانون کسینوس است. مطابق این قانون اگر a و b اندازهٔ دو ضلع معین و θزاویهٔ بین آنها باشد، می‌توان اندازهٔ ضلع سوم (c) را با استفاده از رابطهٔ (۴ــ۱) به‌دست آورد.

$$c=\sqrt{a^{۲}+b^{۲}-\ \ ab\times\cos\theta} \quad \text{یا} \quad c^{۲}=a^{۲}+b^{۲}-۲ab\times\cos\theta \qquad (۱ــ۴)$$

مثال۴ : اندازهٔ ضلع c در مثلث شکل ۵ــ۱چقدر است؟



شکل ۴ــ۱ــ یک مثلث با دو ضلع و یک زاویه معلوم

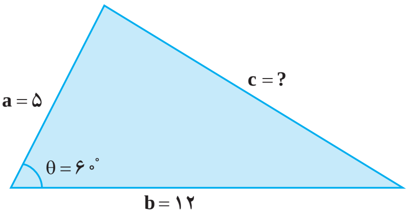
حل : از رابطهٔ (۴ــ۱) یا همان قانون کسینوس‌ها می‌توان به‌سادگی این مسئله را حل نمود :

$$c=\sqrt{a^{۲}+b^{۲}-۲ab\times\cos\theta}$$

$$c=\sqrt{۵^{۲}+۱۲^{۲}-۲(۵)(۱۲)\times\cos ۶۰}$$

$$=\sqrt{۲۵+۱۴۴-۲(۵)(۱۲)\times ۰/۵}=\sqrt{۱۰۹}$$

$$=۱۰/۴$$



شکل ۵ــ۱

مثال ۵ : اندازهٔ اضلاع در شکل ۶ــ۱ مشخص شده است، زاویه θ را بیابید.

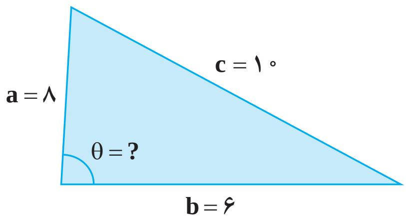
حل : از رابطهٔ (۴ــ۱) یا همان قانون کسینوس‌ها می‌توان به‌دست آورد که :

$$\cos\theta=\frac{a^۲+b^۲-c^۲}{۲ab}$$

در نتیجه :

$$\cos\theta=\frac{۳۶+۶۴-۱۰۰}{۲\times۶\times۸}\Rightarrow\cos\theta=۰\Rightarrow$$

$$\theta=۹۰^\circ$$



شکل ۶ــ۱

توجه! : اگر در قانون کسینوس‌ها مقدار زاویه بین دوضلع ۹۰ درجه باشد، قانون کسینوس‌ها معادل قضیه فیثاغورث خواهد بود زیرا می‌دانیم : $\cos۹۰=۰$

پس :

$$c=\sqrt{a^۲+b^۲-۲ab\times\cos\theta}\xrightarrow{\cos۹۰=۰}c=\sqrt{a^۲+b^۲-۲ab\times۰}\Rightarrow c=\sqrt{a^۲+b^۲}$$

در واقع قضیه فیثاغورث شکل خاصی از قانون کسینوس‌ها است. هرجا که یکی از زوایا ۹۰ درجه باشد می‌توان به‌جای استفاده از روابط (۴ــ۱) از قضیه فیثاغورث بهره جست.

مثال ۶ : اندازهٔ ضلع c در مثلث شکل ۷ــ۱ چند متر است؟

حل : با کمک از رابطهٔ (۴ــ۱) و رابطه (۲ــ۱) می‌توان این مسئله را حل نمود :

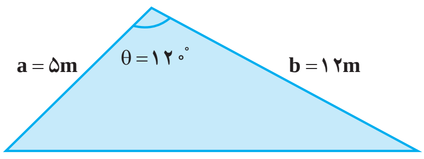
$$\cos ۱۲۰ = -\cos ۶۰ = -۰/۵$$

$$c = \sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲ - ۲(۵)(۱۲) \times \cos ۱۲۰}$$

$$= \sqrt{۲۵ + ۱۴۴ - ۲(۵)(۱۲) \times (-۰/۵)}$$

$$= \sqrt{۲۵ + ۱۴۴ + ۶۰} = \sqrt{۲۲۹} = ۱۵/۱ \text{ m}$$

یعنی طول ضلع سوم برابر ۱۵/۱ متر خواهد بود.



شکل ۷ــ۱

مثال ۷ : دو یدک‌کش به پهنای ۸ متر یک کشتی بزرگ را یدک می‌کنند. طول کابل هر یدک‌کش برابر ۲۰ متر است. برای اینکه یدک کش‌ها با هم برخورد نکنند باید با فاصلهٔ ایمن ۱۲ متر از یکدیگر حرکت کنند. زاویه به‌وجود آمده بین کابل‌ها را حساب کنید (شکل ۸ ــ ۱).

حل : ابتدا باید با توجه به شکل فاصلهٔ واقعی انتهای کابل‌ها را بیابیم.

$$c = ۱۲ + ۲ \times \frac{۸}{۲} = ۲۰ \text{m}$$

a و b هم که ۲۰ متر هستند :

$$a = b = ۲۰ \text{m}$$

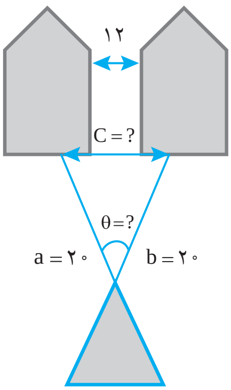
از مثال ۵ داریم :

$$\cos\theta = \frac{a^۲ + b^۲ - c^۲}{۲ab}$$

در نتیجه :

$$\cos\theta = \frac{۴۰۰ + ۴۰۰ - ۴۰۰}{۲ \times ۲۰ \times ۲۰} = ۰/۵ \xrightarrow[\text{جدول ۱ــ۱}]{\text{با استفاده از}}$$

$$\theta = ۶۰^\circ$$

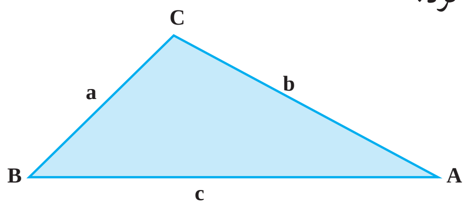


شکل ۸ ــ ۱

۴ــ۲ــ۱ــ قانون سینوس‌ها : این قانون کاربرد وسیعی در مکانیک دارد. مطابق این قانون در مثلثی مانند مثلث شکل ۹ــ۱ ارتباط و تناسب اندازهٔ اضلاع و زوایا به شرح زیر (رابطهٔ ۵ــ۱) می‌باشد.

$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}} \qquad (۱ــ۵)$$

از قانون سینوس‌ها برای تعیین اندازهٔ ضلع سوم یک مثلث وقتی که اندازهٔ دو ضلع دیگر و یک زاویهٔ مقابل معین هستند استفاده می‌شود. همچنین وقتی که دو زاویه و یک ضلع معین هستند اندازهٔ ضلع سوم را می‌توان تعیین کرد.



شکل ۹ــ۱ــ مثلث

مثال ۸ : در شکل ۹ــ۱ با فرض اینکه اندازهٔ b برابر ۱۲ متر، $\hat{A}=۴۲^\circ$ و $\hat{C}=۳۵^\circ$ باشد، اندازهٔ اضلاع a و c چندمتر است؟

حل : مجموع زوایای یک مثلث برابر با ۱۸۰ درجه است. یعنی $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ$ ، پس $\hat{B}=۱۰۲^\circ$ است. لذا مطابق قانون سینوس‌ها :

$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}$$

$$\frac{a}{\sin۴۲}=\frac{۱۲}{\sin۱۰۲} \quad و \quad \frac{c}{\sin۳۵}=\frac{۱۲}{\sin۱۰۲}$$

در صورتی که اندازهٔ زاویهٔ $\hat{B}$ بین ۹۰ و ۱۸۰ درجه باشد مقدار sin آن از رابطهٔ (۲ــ۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید :

$$\sin(۱۸۰-\theta)=\sin\theta \Rightarrow \sin۱۰۲=\sin(۱۸۰-۷۸)=\sin۷۸$$

مقادیر سینوس زاویهٔ ۷۸ و ۴۲ درجه از جداول مثلثات یادداشت می‌شود، که به ترتیب برابر با ۰/۹۷۸ و ۰/۶۸۲ هستند.

$$\frac{a}{۰/۶۸۲}=\frac{۱۲}{۰/۹۷۸}\Rightarrow a=\frac{۱۲\times ۰/۶۸۲}{۰/۹۷۸}=۸/۳۷\,m$$

با تکرار همین روش برای محاسبه c خواهیم داشت :

$$\frac{c}{\sin ۳۵}=\frac{۱۲}{\sin ۱۰۲}\Rightarrow c=\frac{۱۲\times \sin ۳۵}{۰/۹۷۸}=۷/۰۴\,m$$

مثال ۹ : در مثلث متساوی الساقین شکل ۱۰ــ۱ زاویه بین دو ساق ۳۰ درجه و طول قاعده مثلث ۲ متر است. ارتفاع مثلث را به دست آورید.

حل : ابتدا با توجه به متساوی‌الساقین بودن مثلث زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را می‌یابیم.

$$\hat{C}=\hat{B} \text{ و } \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰\Rightarrow ۱۸۰=۲\hat{B}+۳۰$$

$$\hat{B}=\frac{۱۸۰-۳۰}{۲}=۷۵^\circ$$

با استفاده از قانون سینوس‌ها داریم : $\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}$

با ساده سازی داریم :

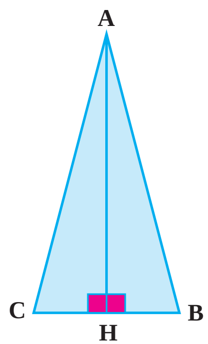
$$b=\frac{a\sin\hat{B}}{\sin\hat{A}}=۳/۸۶m\Rightarrow c=۳/۸۶m$$

می‌دانیم که در مثلث متساوی الساقین ارتفاع و میانه قاعده برابرند پس $CH=BH=۱m$ است.

حال می‌توانیم با استفاده از قضیه فیثاغورث در مثلث AHB اندازهٔ ضلع AH را به‌دست آوریم.

$$b^۲=AH^۲+CH^۲\Rightarrow AH=\sqrt{b^۲-CH^۲}$$

$$AH=\sqrt{۳/۸۶^۲-۱}=۳/۷۳$$



شکل ۱۰ــ۱

یادآوری (برای مطالعه)

این بخش از کتاب در سایر مسائل بسیار پرکاربرد است. پس فراموش نکنید که این بخش را به خوبی فرابگیرید.

۳ــ۱ــ دستگاه بین المللی یکاها

دستگاه بین المللی یکاها با علامت اختصاری SI به‌طور کامل در کتاب درسی فیزیک مکانیک معرفی شده است. ولی با توجه به کاربردهای آن در این کتاب مواردی به‌طور مختصر توضیح داده می‌شود.

در این دستگاه از حاصل ضرب یا تقسیم کمیت دو یکا، کمیت سوم در یکای دیگر حاصل می‌شود. این دستگاه بر مبنای شش یکای اصلی ایجاد شده است که به‌ترتیب عبارت‌انداز : متر(واحد طول) ، کیلوگرم (واحدجرم)، ثانیه (واحدزمان)، کلوین (واحد دما)، آمپر(واحد شدت جریان برق) و شمع (واحد شدت روشنایی). (در این کتاب پیرامون دما، شدت جریان برق و شدت روشنایی بحث نمی‌شود ولی به‌منظور شرح کامل دستگاه بین‌المللی یکاها به‌طور خلاصه معرفی شدند.)

از حاصل‌ضرب یک واحد طول (یک‌متر) در یک واحد طول (یک‌متر)، واحد سطح (یک مترمربع) حاصل می‌شود.

$$۱m \times ۱m = ۱m^{۲}$$

از تقسیم یک واحد طول یا فاصلهٔ (یک‌متر) بر یک واحد زمان (یک ثانیه) یک واحد سرعت (یک متر بر ثانیه) حاصل می‌شود.

$$۱m \div ۱s = ۱\ \frac{m}{s}$$

از حاصل‌ضرب یک واحد جرم (یک‌کیلوگرم) با یک واحد شتاب (یک‌متر بر مجذورثانیه) یک واحد نیوتون (یک‌نیوتون) حاصل می‌شود.

$$۱Kg \times ۱m.s^{-۲} = ۱\ \frac{kg.m}{s^{۲}} = ۱N$$

از نتیجهٔ اعمال یک واحد نیرو (یک نیوتون) در یک واحد فاصله (یک متر) یک واحد کار (یک ژول) حاصل می‌شود.

$$۱N \times ۱m = ۱J$$

یکاهای مورد استفاده در این کتاب اعم از یکاهای اصلی و یکاهای مشتق و مرتبط با یکاهای اصلی در جدول ۳ـ۱ معرفی می‌شوند.

یکاهایی که یادآور اشخاص معروف هستند با حروف بزرگ لاتین نشان داده می‌شوند (مانند N برای نیوتون، W برای وات، Hz برای هرتز، J برای ژول) و سایر یکاها با حروف کوچک لاتین نشان داده می‌شوند.

۴ـ۱ـ توان‌های ۱۰

گاهی مقادیر مربوط به یک کمیت بسیار کوچک و یا بزرگ هستند، به‌نحوی که نمایش کامل آنها به‌دلیل زیاد بودن تعداد ارقام مطلوب نیست و باعث ایجاد خطا در زمان خوانش آنها می‌شود. برای ساده‌سازی نمایش آنها از پیشوندهایی استفاده می‌شود که نماینده توان‌های ۱۰ است.

جدول ۳ـ۱

ضرب عامل	استاندارد نگارش	پیشوند	علامت
۱/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰	$۱۰^{۱۲}$	(ترا) tera	T
۱/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰	$۱۰^{۹}$	(گیگا) giga	G
۱/۰۰۰/۰۰۰	$۱۰^{۶}$	(مگا) mega	M
۱/۰۰۰	$۱۰^{۳}$	(کیلو) kilo	K
۱۰۰	$۱۰^{۲}$	(هکتو) hecto	h
۱۰	$۱۰^{۱}$	(دکا) deca	da
۰۱۰	$۱۰^{-۱}$	(دسی) deci	d
۰/۰۱	$۱۰^{-۲}$	(سانتی) centi	c
۰/۰۰۱	$۱۰^{-۳}$	(میلی) milli	m
۰/۰۰۰۰۰۱	$۱۰^{-۶}$	(میکرو) micro	µ
۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱	$۱۰^{-۹}$	(نانو) nano	n
۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱	$۱۰^{-۱۲}$	(پیکو) picco	p

مثال ۱۰ : نیروی وارد بر یک تیر برابر N۲۳۵۰۰ است که نمایش این عدد را می‌توان به شکل $۲۳/۵\times۱۰^{۳}$N یا ۲۳/۵KN نمایش داد.

۵ــ۱ــ مقایسه کمیت‌ها در دستگاه‌های مختلف

با وجود گسترش تجهیزات و سیستم‌های متریک هنوز در برخی کشتی‌ها تجهیزاتی وجود دارند که بر مبنای واحدهای اندازه‌گیری غیرمتریک طراحی و ساخته شده‌اند.

بسیاری از اوقات ضرورت دارد واحدهای اندازه‌گیری به یکدیگر تبدیل شوند. برخی مقایسه‌ها و تبدیل‌ها به شرح زیر است.

طول :		نیرو :
۱in (اینچ) =۲/۵۴cm=۲۵/۴mm		۱ lbf (پوند نیرو) =۴/۴۴۸ N
۰/۳۰۴۸ m=۱ft (فوت)		۱ tonf (تن نیرو) = ۹/۹۶۴ KN
۰/۹۱۴۴m =۱ yd. (یارد)		**فشار :**
۱/۶۰۹ km =۱mile (مایل)		۱ lbf.$ft^{-۲}$ = ۴۷/۸۸ N.$m^{-۲}$ (پاسکال Pa)
۱/۸۵۲ km =۱مایل دریایی (بین‌المللی)		۱ bar = ۱۰۰ KN.$m^{-۲}$
		۱/۰۱۳ bar = ۱atm (اتمسفر)

تحقیق : با استفاده از منابع مکتوبی که هنرآموزان معرفی می‌کند سایر تبدیل‌ها را به‌دست آورید و آنها را در جدولی که به همین منظور در ادامه قرار دارد، بنویسید.

جدول تحقیقی ۴ــ۱ــ تبدیل واحدهای متریک به سایر واحدهای عرف در کشتی!

جرم	
حجم	
توان	
انرژی	

خودآزمایی فصل اول

۱ــ جاهای خالی را پر کنید.

الف) سینوس یک زاویه برابر است با نسبت ضلع ______ به ______.

ب) ______ یک زاویه برابر است با نسبت ضلع مقابل زاویه بر ضلع مجاور زاویه.

ج) ۱ اینچ برابر ______ میلی‌متر است.

۲ــ گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید.

الف) طول وتر یک مثلث راست گوشه ۲۰ سانتی‌متر و یک زاویهٔ آن ۶۰ درجه است. طول ضلع مجاور این زاویه چقدر است؟

۱ــ ۱۷/۳   ۲ــ ۱۰   ۳ــ ۲۰   ۴ــ ۳۰

ب) در مثال قبل طول ضلع مقابل زاویه را بیابید.

۱ــ ۱۷/۳   ۲ــ ۱۰   ۳ــ ۲۰   ۴ــ ۳۰

ج) دو ضلع یک مثلث راست گوشه به ترتیب ۶ و ۴ واحد است. زاویه بین وتر و ضلع کوتاه‌تر چند درجه است؟

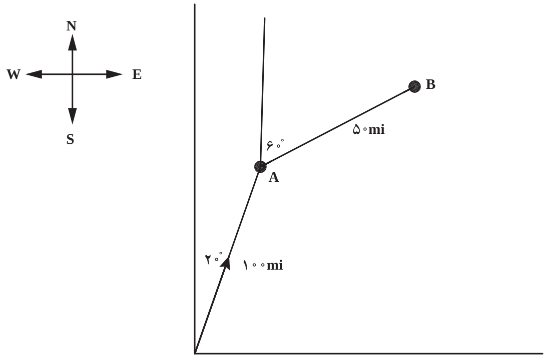
۱ــ ۳۲/۷   ۲ــ ۳۰   ۳ــ ۵۶/۳   ۴ــ ۷۰

د) در یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه طول ساق‌ها ۱۲ واحد است. طول وتر تقریباً چقدر است؟

۱ــ ۱۴۴   ۲ــ ۲۸۸   ۳ــ ۱۷   ۴ــ ۱۲

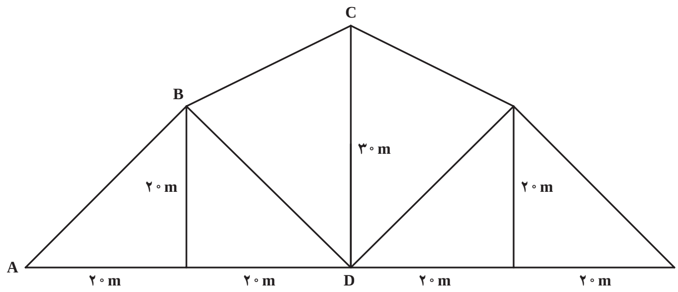
۴ــ یک نردبان ۵ متری با زاویهٔ ۳۵ درجه نسبت به دیوار قرار داده شده است. فاصلهٔ نقطهٔ بالایی نردبان تا کف زمین چقدر است؟

۵ــ یک کشتی فاصلهٔ ۱۰۰ مایل را در مسیر ۲۰ درجه شمال شرقی و سپس فاصلهٔ ۵۰ مایل را در مسیر ۶۰ درجه شمال شرقی مطابق شکل ۱۱ــ۱ دریانوردی می‌کند. فاصلهٔ کشتی از نقطهٔ شروع چقدر است؟



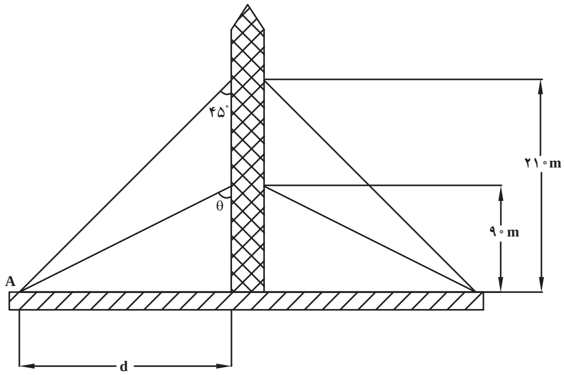
شکل ۱۱ــ۱

۶ــ خرپای یک سقف دارای اعضایی با اندازه‌های شکل ۱۲ــ۱ است. اندازهٔ زوایای DBC و BCD چقدر است ؟طول ضلع BC چقدر است ؟



شکل ۱۲ــ۱

۷ــ یک آنتن فرستندهٔ تلویزیون به ارتفاع ۳۰۰ متر مطابق شکل ۱۳ــ۱ با کابل‌های فلزی مهار شده است. فاصلهٔ تکیه‌گاه A تا آنتن (فاصلهٔ d) و اندازهٔ زاویهٔ θ (زاویهٔ بین کابل‌های مهار تحتانی و آنتن) چقدر است؟

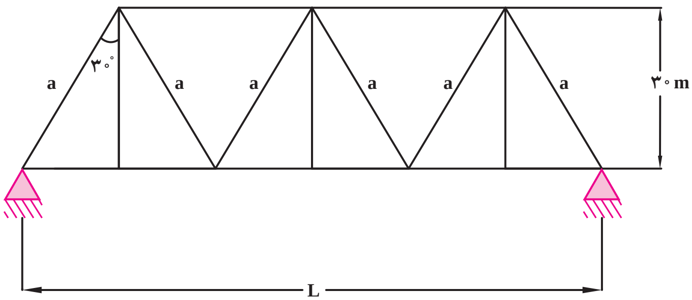


شکل ۱۳ــ۱

۸ــ ارتفاع یک مثلث راست گوشه ۴۰ سانتی‌متر و قاعده آن ۹۰ سانتی‌متر است. طول وتر و زاویهٔ بین وتر و قاعده چقدر است؟

۹ــ چنانچه ارتفاع یک مثلث متساوی الساقین ۵۰ سانتی‌متر و اندازهٔ قاعده آن ۲۵ سانتی‌متر باشد اندازهٔ دو ضلع مساوی و زاویهٔ آنها با قاعده چقدر است؟

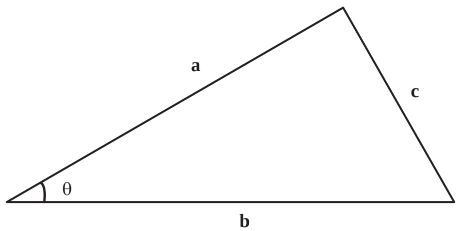
۱۰ــ فاصلهٔ L در شکل ۱۴ــ۱ چقدر است؟



شکل ۱۴ــ۱

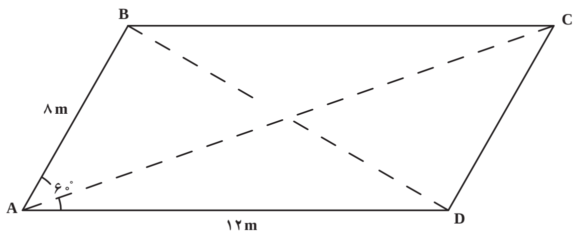
۱۱ــ با استفاده از روش تانژانت خطی رسم کنید که با یک خط افقی مبنا زاویهٔ ۵۷/۲ درجه تشکیل دهد.

۱۲ــ در شکل ۱۵ــ۱ در صورتی که a =۵cm ، b =۱۰cm و θ=۳۰ درجه باشد اندازهٔ ضلع c چقدر است؟



شکل ۱۵ــ۱

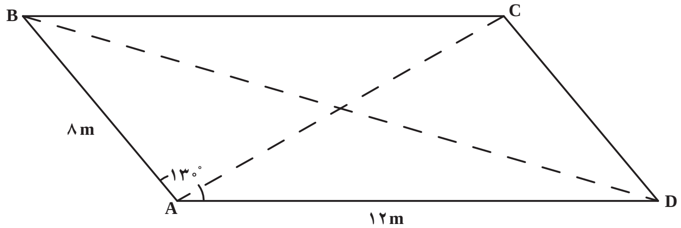
۱۳ــ اندازهٔ قطرهای BD و AC در متوازی الاضلاع شکل ۱۶ــ۱ چقدر است؟



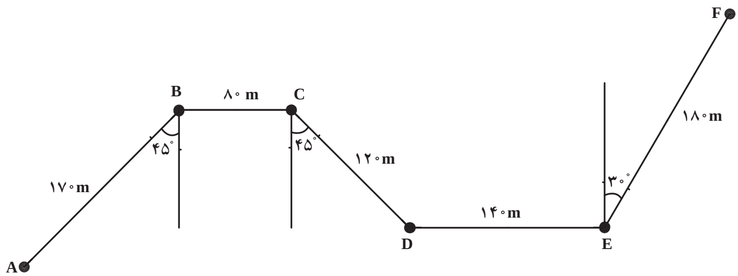
شکل ۱۶ــ۱

۱۴ــ اندازهٔ قطرهای BD و AC در متوازی الاضلاع شکل ۱۷ــ۱ چقدر است؟

۱۵ــ یک قایق مسیر زیگزاگ را از نقطهٔ A تا نقطهٔ F مطابق شکل ۱۸ــ۱ می‌پیماید. خط AF را رسم کرده و اندازهٔ آن را تعیین کنید.



شکل ۱۷ــ۱



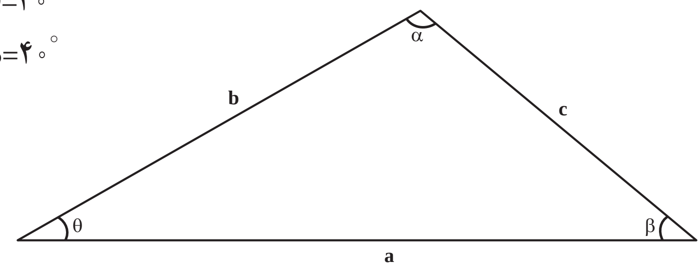
شکل ۱۸ــ۱

۱۶ــ در مثلث شکل ۱۹ــ۱ اندازهٔ ضلع و زوایای معین نشده، چقدر است؟

$a=۱۰۰cm$

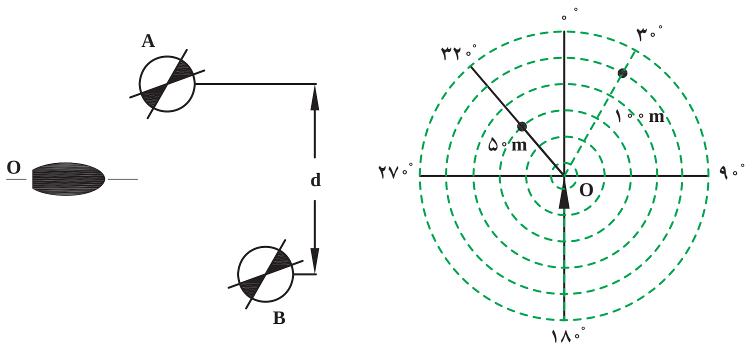
$\theta=۳۰^\circ$

$\beta=۴۰^\circ$



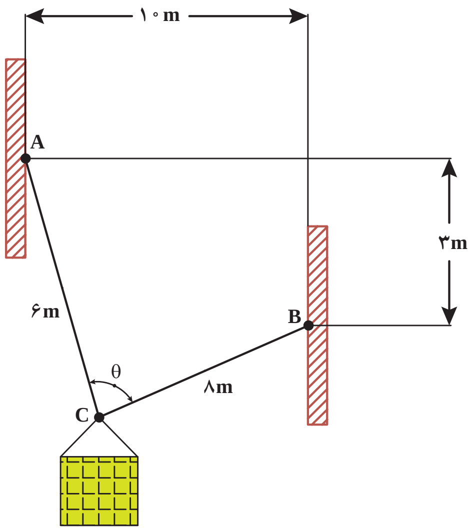
شکل ۱۹ــ۱

۱۷ــ یک کشتی مطابق شکل ۲۰ــ۱ باید از بین دو بویه A و B بگذرد. فواصل A و B از کشتی به ترتیب ۵۰ و ۱۰۰ متر است. اندازهٔ d چقدر است؟



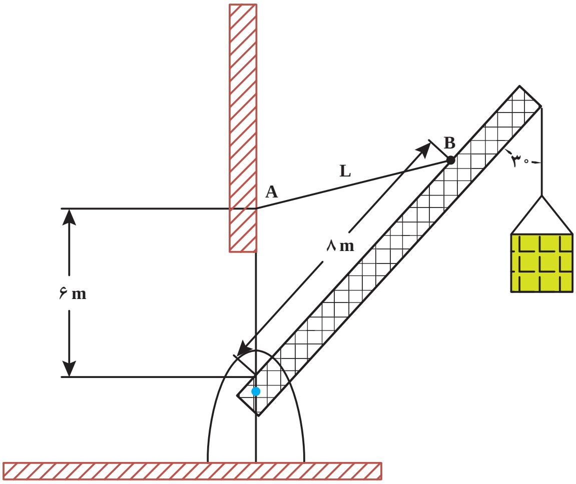
شکل ۲۰ــ۱

۱۸ــ وزنه‌ای مطابق شکل ۲۱ــ۱ از کابل‌های AC و BC آویزان است. زاویهٔ θ بین این دو کابل چقدر است؟



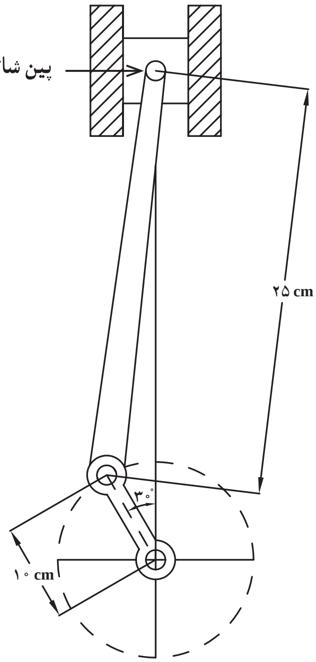
شکل ۲۱ــ۱

۱۹ــ بوم جرثقیل شکل ۲۲ــ۱ به‌وسیلهٔ کابل AB مهار شده است. طول کابل L و زاویهٔ بین کابل و بوم چقدر است؟



شکل ۲۲ــ۱

۲۰ــ در شکل ۲۳ــ۱ فاصلهٔ پین شاتون و پیستون در این لحظه تا نقطهٔ مرگ بالا برای همین پین چقدر است؟ فاصلهٔ بین نقطهٔ مرگ بالا و پایین برای این پین چقدر است؟



شکل ۲۳ــ۱