بسم الله الرحمن الرحيم

محاسبات فنی تخصصی
کتاب کار و تمرین هنرجو

رشتهٔ متالورژی

زمینهٔ صنعت

شاخهٔ آموزش فنی و حرفه‌ای

شمارهٔ درس ۲۳۴۶

۶۲۰	علی محمدی، جمشید
۱۵۱ ۰۰/	محاسبات فنی تخصصی کتاب کار و تمرین هنرجو / مؤلفان : جمشید علی محمدی، امیر ریاحی ــ [ویرایش دوم].ــ
م ۸۶۶ ع/	تهران : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۴.
۱۳۹۴	۳۶۴ ص. : مصور. ــ (آموزش فنی و حرفه‌ای؛ شمارهٔ درس ۲۳۴۶)
	متون درسی رشتهٔ متالورژی ،زمینهٔ صنعت.
	برنامه‌ریزی و نظارت، بررسی و تصویب محتوا : کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی رشتهٔ متالورژی دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش وزارت آموزش و پرورش.
	۱. متالورژی ـ آزمون‌ها و تمرین‌ها. ۲. متالورژی ـ مسائل، تمرین‌ها. الف. علی محمدی، جمشید. ب. ایران. وزارت آموزش و پرورش. کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی رشتهٔ متالورژی. ج. عنوان. د. فروست.

۱۳۹۴

همکاران محترم و دانش‌آموزان عزیز :
پیشنهادات و نظرات خود را دربارهٔ محتوای این کتاب به نشانی تهران ـ صندوق پستی شمارهٔ ۴۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ارسال فرمایند.

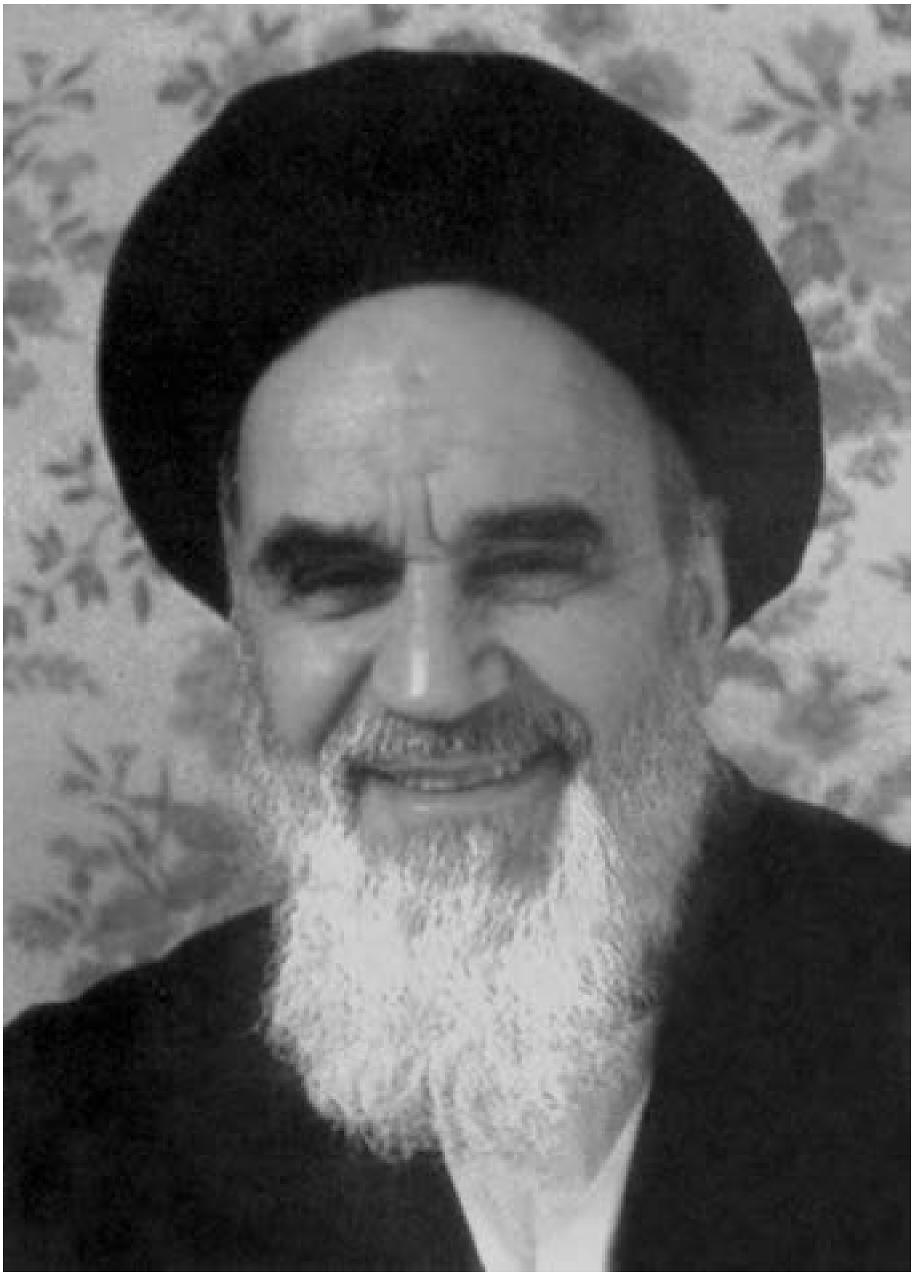
پیام‌نگار(ایمیل) **tvoccd@roshd.ir**
وب‌گاه (وب‌سایت) **www.tvoccd.medu.ir**

محتوای این کتاب در کمیسیون تخصصی رشتهٔ متالورژی دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش تأیید شده است.

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : **دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش**
نام کتاب : **محاسبات فنی تخصصی کتاب کار و تمرین هنرجو ـ ۴۷۸/۱**
مؤلفان : **جمشیدعلی‌محمدی، امیر ریاحی**
نظارت بر چاپ و توزیع : **ادارهٔ کلّ نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی**
تهران :خیابان ایرانشهرشمالی ـ ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)
تلفن : ۹ـ۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کدپستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹،
وب سایت : www.chap.sch.ir
صفحه‌آرا و طراح جلد : **امیر ریاحی**
ناشر : **شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران : تهران ـ کیلومتر ۱۷ جادّهٔ مخصوص کرج ـ خیابان ۶۱ (داروپخش)**
تلفن : ۵ ـ ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار : ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی :۱۳۹ـ ۳۷۵۱۵
چاپخانه : **شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»**
سال انتشار و نوبت چاپ : **چاپ پنجم ۱۳۹۴**

شابک ۷ ـ ۲۳۰۸ـ ۰۵ ـ ۹۶۴ ـ ۹۷۸ ISBN 978-964-05- 2308-7



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آیید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتکای به اجانب بپرهیزید.

امام خمینی «قدّس سرّه الشّریف»

فهرست

مقدمه

یکی از راهبردهای مهم یادگیری ، انجام تمرین های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است . این امر اگر همراه با گسترش مفاهیم و بر مبنای اصول یادگیری باشد ، به یادگیری عمیق و پایدار خواهد انجامید . از طرفی چنانچه تمرین های مناسب به صورت ساده و پیچیده طراحی شود می تواند در کاربرد مفاهیم و اصول برای پیش‌بینی پدیده های دیگر کمک کند .

کتاب کار و تمرین هنرجوی درس محاسبات فنی تخصصی بر اساس برنامه درسی دورهٔ متوسطه شاخه فنی و حرفه‌ای و به منظور امر یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین‌ها تألیف گردیده است . در این کتاب ابتدا بعضی از مفاهیم درسی با ذکر مصادیق تشریح شده است ، و بعد از توسعه آن مفاهیم ، مصادیق آن در قالب تمرین‌های طبقه‌بندی شده برای یادگیری بهتر آمده است.

هنرجویان باید همواره کتاب درسی را اصل قرار داده و برای آمادگی بیشتر انجام تکالیف ، از این کتاب استفاده نمایند. بدیهی است کتاب کار در کنار کتاب درسی می‌تواند مفید باشد . ویژگی‌های این کتاب به طور خلاصه به‌شرح زیر است.

۱ــ کمک به توسعه و درک بهتر مفاهیم کتاب محاسبات فنی تخصصی و ایجاد مهارت برای حل مسائل مشابه.

۲ــ شرح مفاهیم هر فصل از کتاب درسی بطور جدا از هم.

۳ــ رعایت ترتیب در بیان مفاهیم.

۴ــ بیان کامل مواردی که مفهوم آن‌ها در کتاب درسی به اجمال آمده و بیان اجمال مواردی که مفهوم آن‌ها در کتاب درسی به طور کامل آمده است (در محدوده کتاب درسی)

۵ــ آوردن « سیمای فصل » در ابتدای هر فصل برای جمع‌بندی و برقراری ارتباط میان مفاهیم آمده است.

۶ــ وجود شکل‌های مناسب جهت درک آسان‌تر مفاهیم .

۷ــ آوردن مثال‌های حل شده برای درک بیشتر و آموزش روش حل مسائل .

۸ــ تمرین‌های متناسب با مثال‌های حل شده .

۹ــ طرح تمرین‌های متنوع از جمله مسائل امتحانات نهائی و تنظیم آن ها از ساده به مشکل .

در پایان از هنرجویان عزیز و هنرآموزان گرانقدر تقاضا می‌شود پیشنهادهای اصلاحی خود را همراه با ذکر دلایل و روش حل به دفتر برنامه ریزی و تألیف آموزش‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش ارسال نمایند تا در چاپ‌های بعدی مورد توجه و استفاده قرار گیرد و به تحقق ، بخشی از اهداف ذکر شده کمک نماید.

مؤلفان

هدف کلی

یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین های مربوط به درس محاسبات فنی تخصصی

سیمای فصل اول

انتقال حرارت

تعریف انتقال حرارت

انواع انتقال حرارت
- ۱- انتقال حرارت به طریق هدایت
- ۲- انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی
- ۳- انتقال حرارت به طریق تشعشع

- رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت
- واحدهای انتقال حرارت
- رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره
- تعریف شدت جریان حرارتی مخصوص
- واحد شدت جریان حرارتی مخصوص
- هدایت حرارتی دیواره و رابطه آن
- تعریف مقاومت حرارتی
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره مسطح چند لایه
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل
- رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل، برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل چند لایه
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های چند لایه استوانه‌ای شکل
- رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی

انتقال حرارت

دما چیست: دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی جسم را مشخص می‌کند

واحدهای دما: واحدهای دما عبارتند از درجه سلسیوس (سانتیگراد) $(^\circ c)$ ، درجه فارنهایت و درجه کلوین (k)

واحدهای گرما: کالری (cal)، کیلوکالری (kcal)، ژول (j)، کیلوژول (kj)، و U.T.B

توان چیست: مقدار گرمای انتقال یافته در واحد زمان را توان گویند

واحدهای توان: وات (w)، کیلووات (kw)

تعریف انتقال حرارت: قوانینی که نحوه پخش و انتشار گرما را بر اثر تفاوت درجه حرارت بین اجسام گوناگون بررسی می‌کنند را انتقال حرارت گویند.

انواع انتقال حرارت: تبادل گرما بین اجسام به سه طریق انجام می‌گیرد.

۱- هدایت (رسانائی) ۲- جابه‌جایی (همرفت یا کنوکسیون) ۳- تشعشع(تابش)

رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت:

- مقدار حرارت انتقال یافته با سطح نسبت مستقیم دارد یعنی اگر سطح پنجره شیشه‌ای هرچه بزرگ‌تر باشد، مقدار حرارت بیشتری منتقل می‌کند: $Q \propto A \leftarrow$

(Q: مقدار گرما و A سطح جسم)

- مقدار حرارت انتقال یافته با ضخامت دیواره با جسم نسبت عکس دارد، یعنی دیواره‌هائی که ضخامت زیادتری دارند مقدار حرارت کمتری را منتقل می‌کنند. $Q \propto \frac{1}{d} \leftarrow$

(d: ضخامت جسم یا دیواره)

- مقدار حرارت انتقال یافته با اختلاف دما نسبت مستقیم دارد یعنی هرچه اختلاف درجه حرارت دو سر میله یا دو طرف یک دیواره بیشتر باشد گرمای بیشتری را از خود انتقال می‌دهند

$\Delta\theta$: اختلاف درجه حرارت). $Q \propto \Delta\theta$

- مقدار حرارت انتقال یافته با زمان نسبت مستقیم دارد یعنی هرچه زمان بیشتر باشد گرمای بیشتری از میله منتقل می‌شود $Q \propto t \leftarrow$ (t: زمان)

- مقدار حرارت انتقال یافته به جنس جسم بستگی دارد.

- بنابراین انتقال حرارت (Q) عبارت است از:

$$Q \propto \frac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}$$

برای تبدیل تناسب به تساوی به ضریب نیاز است که به آن ضریب تناسب گویند و آن را با k نشان می‌دهند.

بنابراین رابطه انتقال حرارت به صورت زیر می‌باشد:

$$Q = k\frac{A(\theta_{۲}-\theta_{۱})t}{d} \qquad \text{رابطه (۱-۱)}$$

k ضریب تناسبی است که مقدار آن برای هر جسمی ثابت است و به جنس جسم بستگی دارد، این ضریب را در رابطه (۱-۱) ضریب هدایت حرارتی گویند.

جدول (۱-۱)

$\theta_{۲}$	$\theta_{۱}$	**d**	**t**	**A**	**Q**	**پارامتر**
$^\circ c - ^\circ k$	$^\circ k - ^\circ c$	cm m	hr , s , min	$cm^{۲}$ $m^{۲}$	cal- kcal j – kj	**واحد**

با توجه به جدول (۱-۱) واحد ضریب هدایت حرارتی (k) به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$Q = k\frac{A(\theta_{۲}-\theta_{۱})t}{d}$ طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$KA = (\theta_{۲}-\theta_{۱})t = Qd$ طرفین تقسیم بر ضریب k

$$K = \frac{Qd}{A(\theta_{۲}-\theta_{۱})t} \qquad \text{رابطه (۱-۲)}$$

$K = \frac{cal.\cancel{cm}}{cm^{۲}.^\circ c.s}$ با جا گذاری واحدهای معلوم

$$K = \frac{cal}{cm.^\circ c.s} = \frac{\text{کالری}}{\text{ثانیه} \times \text{سانتی‌گراد} \times \text{سانتی‌متر}}$$

باجایگزین کردن واحدها $= K = \frac{Qd}{A(\theta_{۲}-\theta_{۱})t}$ در سیستم SI داریم

$$K = \frac{j.m}{\cancel{m}^{۲}.^\circ k.s}$$

$$K = \frac{j}{m^\circ k.s} = \frac{\frac{j}{s}}{m^\circ k}$$

با توجه به این‌که $\frac{j}{s} = w$ و $T_{۲}^{\circ k} - T_{۱}^{\circ k} = \theta_{۲}^{\circ c} - \theta_{۱}^{\circ c}$ مطابق زیر خواهیم داشت

$$\left.\begin{array}{l} T_{۲}^{(^\circ k)} = ۲۷۳ + \theta_{۲}(^\circ c) \\ T_{۱}^{(^\circ k)} = ۲۷۳ + \theta_{۱}(^\circ c) \end{array}\right\} \Rightarrow T_{۲}^{(^\circ k)} - T_{۱}^{(^\circ k)} = ۲۷۳ + \theta_{۲}(^\circ c) - ۲۷۳ - \theta_{۱}(^\circ c) = \theta_{۲}(^\circ c) - \theta_{۱}(^\circ c)$$

$K = \frac{w}{m^\circ c}$ در سیستم SI

اگر واحد مقدار حرارت کیلوکالری باشد $(Q = kcal)$ واحد ضریب هدایت حرارتی برابر است با:

از رابطه (۱-۲) خواهیم داشت $K = \frac{Qd}{A(\theta_{۲}-\theta_{۱})t}$

با جایگزین واحدها

$$K = \frac{kcal.\cancel{m}}{m^{۲}.^{\circ}c.hr} \rightarrow \boxed{K = \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}}$$

تبدیل واحدهای K : برای تبدیل واحد $K = \frac{cal}{cm.c^{\circ}.s}$ به واحد $\frac{w}{m.^{\circ}c}$ بصورت زیر عمل می‌شود.

$$۱\frac{cal}{cm.^{\circ}cs} = \frac{۴/۲j}{۰/۰۱m.^{\circ}c.s} = \frac{۴۲۰j}{m.^{\circ}c.s} = ۴۲۰\frac{j/s}{m.^{\circ}c}$$

اگر $\frac{j}{s} = w$ باشد خواهیم داشت:

$$\boxed{۱\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s} = ۴۲۰\frac{w}{m.^{\circ}c}}$$

مثال ۱-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $۵۰\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ باشد مقدار ضریب هدایت حرارتی را برحسب $\frac{w}{m.^{\circ}c}$ حساب کنید.(حل از دو راه)

راه حل اول:

$$۱\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s} = ۴۲۰\frac{w}{m.^{\circ}c}$$

$$۵۰\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s} = ۵۰\times\left(۱\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}\right)$$

$$۵۰\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s} = ۵۰\times\left(۴۲۰\frac{w}{m.^{\circ}c}\right) \rightarrow ۵۰\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s} = ۲۱۰۰۰\frac{w}{m.^{\circ}c}$$

راه حل دوم استفاده از تناسب :

$cal/cm^{\circ}cs$	$w/m^{\circ}c$
۱	۴۲۰
۵۰	x

$$x = \frac{۴۲۰\times۵۰}{۱}$$

$$\boxed{x = ۲۱۰۰۰\frac{w}{m.^{\circ}c}}$$

تمرین ۱-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسمی $۸۰\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{w}{m.^{\circ}c}$ چقدر خواهد بود (از دو راه).

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی جسمی $۸۴۰۰\frac{w}{m.^{\circ}c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ چقدر خواهد بود (از دو راه

راه حل اول

$$۱\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}=۴۲۰\frac{w}{m.^{\circ}c}$$

طرفین رابطه را بر ۴۲۰ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۴۲۰}\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}=\frac{۴۲۰}{۴۲۰}\frac{w}{m.^{\circ}c}$$

$$\frac{۱}{۴۲۰}\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}=۱\frac{w}{m.^{\circ}c}$$

$$۸۴۰۰\frac{w}{m.^{\circ}c}=۸۴۰۰\times\left(۱\frac{w}{m.^{\circ}c}\right)$$

$$\Rightarrow ۸۴۰۰\times\left(\frac{۱}{۴۲۰}\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}\right)$$

$$\Rightarrow \left(۸۴۰۰\times\frac{۱}{۴۲۰}\right)\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$$

$$\Rightarrow ۲۰\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$$

راه حل دوم، استفاده از تناسب:

$cal/cm.^{\circ}c.s$	$w/m.^{\circ}c$
۱	۴۲۰
x	۸۴۰۰

$$x=\frac{۸۴۰۰\times۱}{۴۲۰}$$

$$x=۲۰\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$$

تمرین ۲-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسمی $۱۰۵۰۰\frac{w}{m.^{\circ}c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم را برحسب $\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ حساب کنید (از دو راه):

حل (توسط هنرجو):

برای تبدیل واحد $\frac{cal}{cm.hr.^{\circ}c}$ به واحد $\frac{w}{m^{\circ}c}$ به صورت زیر عمل می‌شود.

هر یک کالری، ۴/۲ ژول و هر کیلوکالری، ۱۰۰۰ کالری می‌باشد، لذا خواهیم داشت

$$1\frac{cal}{m.hr.^{\circ}c}=\frac{1000\times 4/2j}{m\times 3600s.^{\circ}c}$$

$$1\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}=\frac{4200j}{3600m.s.^{\circ}c}$$ صورت و مخرج را بر ثانیه (s) تقسیم می‌کنیم

$$1\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}=\frac{4200}{3600}\times\frac{j/s}{m.\frac{s}{s}.^{\circ}c}$$

می دانیم که $w=\frac{j}{s}$ می‌باشد لذا خواهیم داشت:

$$\boxed{1\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}=1/163\frac{w}{m.^{\circ}c}}$$

مثال ۳-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $10\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{w}{m.^{\circ}c}$ چقدر خواهد بود. (از دو راه).

$$1\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}=1/163\frac{w}{m.^{\circ}c}$$

راه حل اول:

$$10\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}=10\times\left(1\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}\right)$$

$$10\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}=10\times\left(1/163\frac{w}{m.^{\circ}c}\right)$$

$$\boxed{10\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}=11/63\frac{w}{m.^{\circ}c}}$$

راه حل دوم استفاده از تناسب:

$kcal/m.hr.^{\circ}c$	$w/m.^{\circ}c$
1	1/163
10	x

تمرین ۳-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $150\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم برحسب $\frac{w}{m.^{\circ}c}$ چقدر خواهد بود (از دو راه حل شود).حل (توسط هنرجو):

$$x=\frac{10\times 1/163}{1}$$

$$\boxed{x=11/63\frac{w}{m.^\circ c}}$$

مثال ۴-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی جسمی $34\frac{w}{m.^\circ c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب $\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}$ چقدر می‌باشد. (از دو راه).

راه حل اول: $1\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}=1/163\frac{w}{m.^\circ c}$

طرفین رابطه را بر عدد ۱/۱۶۳ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{1}{1/163}\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}=\frac{1/163}{1/163}\frac{w}{m.^\circ c}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{1/163}\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}=1\frac{w}{m.^\circ c}$$

$$\Rightarrow 34\frac{w}{m.^\circ c}=34\times\left(1\frac{w}{m.^\circ c}\right)$$

$$34\frac{w}{m.^\circ c}=34\times\left(\frac{1}{1/163}\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}\right)$$

$$34\frac{w}{m.^\circ c}=\frac{34}{1/163}\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}$$

$$\boxed{34\frac{w}{m.^\circ c}==29/235\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}}$$

راه حل دوم استفاده از تناسب

$$\begin{array}{cc} \frac{kcal}{m.hr.^\circ c} & \frac{w}{m.^\circ c} \\ 1 & 1/163 \\ x & 34 \end{array}\qquad x=\frac{34\times 1}{1/163}$$

$$x=29/235\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}$$

تمرین ۴-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم $70\frac{w}{m.^\circ c}$ باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم برحسب $\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}$ چقدر خواهد بود (از دو راه حل شود).

حل (توسط هنرجو):

چند مثال در رابطه با انتقال حرارت به روش هدایت (رسانایی) طبق رابطه (۱-۱)

مثال ۵-۱: میله‌ای به طول ۰/۴m و سطح مقطع ۸cm² در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۱۰ دقیقه قرار دارد، اگر درجه حرارت یک سر میله $250^\circ c$ و سر دیگر آن $50^\circ C$ باشد، چه مقدار گرما برحسب کیلوکالری از خود انتقال می‌دهد. ضریب هدایت حرارتی میله $0/26\frac{cal}{cm.s.^\circ c}$ می‌باشد؟

حل: مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها مساله به طور خلاصه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?\,kcal$	$d = 0/4m$ $A = 8cm^2$ $t = 10\,min$ $\theta_2 = 250^\circ c$ $\theta_1 = 50^\circ c$ میله $k = 0/26\frac{cal}{cm.s.^\circ c}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در این مثال واحد طول از متر به سانتی‌متر و واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} t = 10\,min \\ t = 10 \times 60\,s \\ t = 600\,s \end{cases} \qquad \begin{cases} d = 0/4m \\ d = 0/4 \times 100\,cm \\ d = 40\,cm \end{cases}$$

مرحله۳) رابطه مرتبط با مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K\frac{A(\theta_2 - \theta_1)t}{d}$$

تمرین ۵-۱: جداره‌ای به ضخامت ۲۰cm با سطح مقطع ۰/۰۰۰۴m² در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۷۲۰ ثانیه قرار دارد، اگر درجه حرارت یک طرف آن $180^\circ C$ و طرف دیگر آن $45^\circ C$ باشد، چه مقدار گرما برحسب کیلوژول از خود انتقال می‌دهد. ضریب هدایت حرارتی میله $0/15\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۴) مقادیر داده‌ها در رابطه جای‌گذاری می‌شود.

$$Q = ۰/۲۶\frac{۸(۲۵۰-۵۰)۶۰۰}{۴۰}$$

مرحله ۵) محاسبه ریاضی رابطه

$$Q = \frac{۰/۲۶\times ۸\times ۲۰۰\times ۶۰۰}{۴۰}$$

$$Q = ۶۲۴۰\text{cal}$$

توجه: در اینجا چون گرما را برحسب کیلوکالری خواسته لذا واحد گرما از cal به کیلوکالری (kcal) تبدیل می‌کنیم:

$$۱\text{kcal} = ۱۰۰۰\text{cal}$$

$$۱\text{cal} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\text{kcal}$$

$$Q = ۶۲۴۰\times\frac{۱}{۱۰۰۰}$$

$$\boxed{Q = ۶/۲۴\text{kcal}}$$

مثال ۶-۱: یک میله آهنی با طول ۱m و سطح مقطع $۰/۴۹\text{m}^۲$ در مجاورت یک منبع حرارتی در مدت ۲۰s قرار می‌گیرد، اگر دمای دو سر میله به ترتیب ۱۰۰°c و ۲۵°c باشد، مقدار حرارت انتقال یافته را برحسب ژول حساب کنید (توجه: ضریب هدایت حرارتی آهن $۷۵/۴\frac{\text{w}}{\text{m.}^\circ\text{c}}$ می‌باشد)

حل:

مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه با واحدها نوشته شود.

تمرین ۶-۱: یک قطعه آهنی به طول ۷۵cm و سطح مقطع $۳۶\text{cm}^۲$ در مجاورت یک منبع حرارتی در مدت ۵ دقیقه قرار می‌گیرد. اگر دمای دو سر میله به ترتیب ۱۷۵°c و ۵۰°c باشد، مقدار حرارت انتقال یافته را برحسب ژول حساب کنید (توجه: ضریب هدایت حرارتی آهن $۷۶/۶\frac{\text{w}}{\text{m.}^\circ\text{c}}$ می‌باشد)

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?\ j$	$d = ۱m$ $A = ۰/۴۹m^۲$ $\theta_۲ = ۱۰۰^\circ c$ $\theta_۱ = ۲۵^\circ c$ آهن $k = ۷۵/۴\frac{w}{m.^\circ c}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: با توجه به واحد داده‌ها، در صورت نیاز تبدیل واحد انجام می‌گیرد ولی با توجه به واحد داده‌ها، تبدیل واحد نیاز نمی‌باشد.

مرحله ۳: رابطه مرتبط با مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K\frac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}$$

مرحله ۴: مقادیر داده‌ها در رابطه جای‌گذاری می‌شوند

$$Q = ۷۵/۴\frac{۰/۴۹(۱۰۰-۲۵)۲۰}{۱}$$

مرحله ۵: محاسبه ریاضی رابطه فوق انجام می‌گیرد.

$$Q = \frac{۷۵/۴\times ۰/۴۹\times ۷۵\times ۲۰}{۱}$$

$$\boxed{Q = ۵۵۴۱۹j}$$

مثال ۷-۱: میله‌ای به طول $۲۰۰cm$ در مجاورت منبع حرارتی به مدت ۳۰ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت یک سر میله $۵۰۰^\circ c$ و سر دیگر آن $۱۵۰^\circ c$ باشد و مقدار گرمای انتقال یافته $۵۰۰kcal$ باشد، سطح مقطع میله چند سانتی‌متر مربع خواهد بود. ضریب هدایت حرارتی میله $۴۰۰\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}$ می‌باشد.

تمرین ۷-۱: میله‌ای به طول $۰/۱۵m$ در مجاورت منبع حرارتی به مدت نیم ساعت قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت یک سر میله $۴۸۰^\circ c$ و سر دیگر آن $۱۲۰^\circ c$ می‌باشد و مقدار گرمای انتقال یافته $۱۸۰۰kcal$ باشد، سطح مقطع میله چند سانتی‌متر مربع خواهد بود. ضریب هدایت حرارتی میله $۳۵۰ kcal/m.hr.^\circ c$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

حل: مرحله ۱: داده‌ها و خواسته‌ها به طور خلاصه نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = ۲۰۰cm$ $t = ۳۰min$ $\theta_۲ = ۵۰۰^\circ c$ $\theta_۱ = ۱۵۰^\circ c$ $Q = ۵۰۰kcal$ $k = ۴۰۰\frac{kcal}{m.hr.^\circ c}$	$A = ?cm^۲$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد طول از سانتی‌متر به متر و واحد زمان از دقیقه به ساعت تبدیل می‌گردد.

$$\begin{cases} t = ۳۰min \\ t = ۳۰\times\frac{۱}{۶۰}hr \\ t = \frac{۳۰}{۶۰}hr \\ t = \frac{۱}{۲}hr \\ t = ۰/۵hr \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = ۲۰۰cm \\ d = ۲۰۰\times\frac{۱}{۱۰۰}m \\ d = \frac{۲۰۰}{۱۰۰}m \\ d = ۲m \end{cases}$$

مرحله۳) رابطه انتقال حرارت نوشته می‌شود.

$$Q = K\frac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق:

$$۵۰۰ = ۴۰۰\frac{A(۵۰۰-۱۵۰)۰/}{۲}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی انجام می‌گیرد

$$۵۰۰ = \frac{۴۰۰\times A\times ۳۵۰\times ۰/۵}{۲}$$

$$500 = \frac{A \times 70000}{2}$$

$$500 = A \times 35000$$

طرفین رابطه بر ضریب مجهول (A) تقسیم می‌شود.

$$\frac{500}{35000} = \frac{A \times \cancel{35000}}{\cancel{35000}}$$

$$A = 0/014 m^2$$

مرحله ۶): چون سطح مقطع برحسب سانتی‌متر مربع خواسته شده لذا در اینجا واحد مترمربع را به سانتی‌مترمربع تبدیل می‌کنیم.

$$1m^2 = 10000cm^2$$

$$A = 0/014m^2 = 0/014(1m^2)$$

$$A = 0/014 \times 10000cm^2$$

$$\boxed{A = 140cm^2}$$

مثال ۸-۱: دیواره‌ای به طول $30\ cm$ و عرض $40cm$ در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۱ ساعت قرار می‌گیرد. درجه حرارت دو طرف دیواره به ترتیب $200^\circ c$ و $45^\circ c$ می‌باشد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته $kcal$ ۲۰ باشد، ضخامت دیواره چند سانتی‌متر می‌باشد (ضریب هدایت حرارتی دیواره $0/0025 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ می‌باشد).

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را در یک جدول می‌نویسیم

تمرین ۸-۱: دیواره‌ای به طول $0/45\ m$ و عرض $0/35m$ در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۴۵ دقیقه قرار می‌گیرد، درجه حرارت دو طرف دیواره به ترتیب $25^\circ c$ و $45^\circ c$ می‌باشد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته $25000\ cal$ باشد، ضخامت دیواره چند متر می‌باشد (ضریب هدایت حرارتی دیواره $0/0023 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ می‌باشد).

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$d = ?\,cm$	$A = 30 \times 40 = 1200\,cm^2$ $t = 1h$ $\theta_2 = 200^\circ c$ $\theta_1 = 45^\circ c$ $k = 0/0025 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ $Q = 20\,kcal$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا زمان از ساعت به ثانیه و حرارت انتقال یافته از kcal به cal تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} t = 1h \\ d = 1 \times 3600s \\ t = 3600s \end{cases} \qquad \begin{cases} Q = 20\,kcal \\ Q = 20 \times 1000\,cal \\ Q = 20000\,cal \end{cases}$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K\frac{A(\theta_2 - \theta_1)t}{d}$$

مرحله۴):مقادیر داده‌ها در رابطه فوق جای‌گذاری می‌شود.

$$20000 = 0/0025\frac{1200(200 - 45)3600}{d}$$

مرحله ۵) حل رابطه ریاضی مساله

$$20000 = \frac{0/0025 \times 1200 \times 155 \times 3600}{d}$$

$$\frac{20000}{1} = \frac{1674000}{d}$$

در رابطه فوق طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$20000d = 1674000$$

طرفین رابطه را بر ضریب مجهول (d) تقسیم می‌کنیم

$$\frac{20000d}{20000} = \frac{1674000}{20000}$$

$$\boxed{d = 83/7\,cm}$$

مثال ۹-۱: دیواره‌ای به ابعاد ۷۰ × ۵۰ سانتی‌متر و به ضخامت $100\ cm$ در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۴۵ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته $30000\ j$ باشد، مقدار اختلاف درجه حرارت دو طرف دیواره چقدر خواهد بود (ضریب انتقال حرارت دیواره $0/63 \frac{w}{m.^{\circ}c}$ می‌باشد).

حل:مرحله ۱):داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه با واحدهای آن نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ $\Delta\theta = ?^{\circ} c$	$A = 50 \times 70 = 3500\ cm^2$ $d = 100\ cm$ $t = 45\ min$ $Q = 30000\ j$ $k = 0/63 \frac{w}{m.^{\circ}c}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا مساحت از cm^2 به m^2 و ضخامت از cm به m و زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} t = 45\ min \\ 1\ min = 60\ s \\ t = 45 \times 60\ s \\ t = 2700\ s \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 3500\ cm^2 \\ 1\ m^2 = 10000\ cm^2 \\ A = 3500 \times \left(\frac{1}{10000} m^2\right) \\ A = \frac{3500}{10000} m^2 \\ A = 0/35\ m^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = 100\ cm \\ d = 100\left(\frac{1}{100} m\right) \\ d = \frac{100}{100} m \\ d = 1\ m \end{cases}$$

مرحله۳): رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_2 - \theta_1)t}{d}$$

تمرین ۹-۱: جداره مستطیلی به ابعاد ۰/۶۵ × ۰/۴ متر و به ضخامت $950\ mm$ در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۱۸۰۰ ثانیه قرار می‌گیرد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته $35\ kj$ باشد، مقدار اختلاف درجه حرارت دو طرف دیواره چقدر خواهد بود (ضریب هدایت حرارتی دیوار $0/73 \frac{w}{m.^{\circ}c}$ می‌باشد).

حل (توسط هنرجو):

مرحله۴): مقادیر داده‌هادررابطه جای‌گذاری می‌شود.

$$30000 = 0/63\frac{0/35(\theta_2-\theta_1)2700}{1}$$

مرحله ۵): محاسبه ریاضی رابطه

$$30000 = \frac{0/63\times 0/35\times 2700\times(\theta_2-\theta_1)}{1}$$

$$30000 = \frac{595/35(\theta_2-\theta_1)}{1}$$

در رابطه طرفین و وسطین انجام می‌دهیم.

$$595/35(\theta_2-\theta_1) = 30000\times 1$$

طرفین رابطه را بر ضریب مجهول $(\theta_2-\theta_1)$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{595/35(\theta_2-\theta_1)}{595/35} = \frac{30000}{595/35}$$

$$\boxed{\theta_2-\theta_1 = 50/39^\circ c}$$

مثال ۱۰-۱: شیشه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع ۵۰۰mm و ضخامت ۵cm در مجاورت منبع حرارتی در مدت زمان ۵ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت طرف مجاور منبع حرارتی ۱۵۰°c و مقدار حرارت انتقال یافته j ۱۰۰۰۰۰ باشد، درجه حرارت طرف دیگر شیشه چند درجه سانتی‌گراد خواهد بود (ضریب هدایت حرارتی شیشه $0/84\frac{w}{m.^\circ c}$ می‌باشد).

حل: مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه با واحدهای آن نوشته می‌شود.

تمرین ۱۰-۱: ورق دایره‌ای شکل به قطر ۶۰cm و ضخامت ۷۰mm در مجاورت منبع حرارتی در مدت زمان ۵۰۰ ثانیه، قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت طرف مجاور منبع حرارتی ۱۳۰°c و مقدار حرارت انتقال یافته ۱۵۰kjباشد ،درجه حرارت طرف دیگر ورق چند درجه خواهد بود. (ضریب هدایت حرارتی ورق $0/35\frac{w}{m.^\circ c}$ می‌باشد.)

حل) توسط هنرجو:

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_1 = ?^\circ c$	$R = 500mm$ $d = 5cm$ $t = 5\min$ $\theta_2 = 150^\circ c$ $Q = 100000j$ $k = 0/84\frac{w}{m.^\circ c}$

محاسبه مساحت دایره:

$$A = \pi R^2$$

$$A = 3/14(500)^2$$

$$A = 785000mm^2$$

مرحله ۲) تبدیل واحد: مساحت دایره از mm^2 به m^2 و ضخامت از سانتی‌متر به متر و زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} t = 5\min \\ t = 5(60s) \\ t = 300s \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = 5cm \\ d = 5\times\left(\frac{1}{100}m\right) \\ d = \frac{5}{100}m \\ d = 0/05m \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 785000mm^2 \\ A = 785000\times\left(\frac{1}{1000000}m^2\right) \\ A = \frac{785000}{1000000}m^2 \\ A = 0/785m^2 \end{cases}$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K\frac{A(\theta_2 - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴): مقادیر داده‌ها در رابطه جای‌گذاری می‌شود.

$$100000 = 0/84\frac{0/785(150 - \theta_1)300}{0/05}$$

$$100000 = \frac{0/84\times 0/785\times 300(150 - \theta_1)}{0/05}$$

$$۱۰۰۰۰۰ = \frac{۱۹۷/۸۲(۱۵۰-\theta_1)}{۰/۰۵}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$۱۹۷/۸۲(۱۵۰-\theta_1)\times۱=۱۰۰۰۰۰\times۰/۰۵$$

$$۱۹۷/۸۲(۱۵۰-\theta_1) = ۵۰۰۰$$

طرفین رابطه بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۱۹۷/۸۲(۱۵۰-\theta_1)}{۱۹۷/۸۲} = \frac{۵۰۰۰}{۱۹۷/۸۲}$$

$$۱۵۰-\theta_1 = ۲۵/۲۸$$

در اینجا θ_1 مجهول می‌باشد، اگر مجهولی یا عددی از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی انتقال داده شود، علامت آن عدد یا آن مجهول تغییر می‌کند. اگر $-\theta_1$ به طرف دیگر تساوی منتقل شود علامت آن مثبت می‌شود و عدد ۲۵/۲۸ به طرف دیگر تساوی برود، علامت آن تغییر خواهد کرد.

$$۱۵۰-۲۵/۲۸ = \theta_1$$

$$\boxed{\theta_1 = ۱۲۴/۷۲^\circ c}$$

مثال ۱۱-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد ۱۰۰×۸۰ سانتی‌متر با ضخامت cm ۱۰ از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $۰/۵۰۵ \frac{kcal}{m.hr.^\circ c}$ مفروض است، چنانچه دمای سطح سرد این دیواره $۱۰۰^\circ c$ و مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت ۵ دقیقه برابر ۴۲۰۰۰ cal باشد، مطلوب است: دمای سطح گرم این دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد.

تمرین ۱۱-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد ۰/۷ × ۰/۹ متر با ضخامت m ۰/۰۸ از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $۰/۳۰۳ \frac{kcal}{m.^\circ c.hr}$ مفروض است، چنانچه دمای سطح سرد این دیواره $۱۲۰^\circ c$ و مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت ۲۵۰ ثانیه برابر ۴۰ kcal باشد مطلوبست دمای سطح گرم این دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد.

حل (توسط هنرجو):

حل: مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به طور خلاصه همراه با واحدهای آن نوشته می‌شود.

خواسته ها	داده ها
$\theta_2 = ?\ \ ^\circ c$	$\begin{cases} A = 100cm \times 80cm = 8000cm^2 \\ d = 10cm \\ k = 0/505 \dfrac{kcal}{m.hr.^\circ c} \\ \theta_1 = 100^\circ c \\ t = 5min \\ Q = 42000cal \end{cases}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا زمان از دقیقه به ثانیه و ضریب انتقال حرارت از $\dfrac{kcal}{m.hr.^\circ c}$ به $\dfrac{cal}{m.^\circ c.s}$ تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} t = 5min \\ t = 5(60s) \\ t = 300s \end{cases}$$

$$k = 0/505 \frac{kcal}{m.^\circ c.hr}$$

$$k = 0/505 \times \frac{1000cal}{100cm^\circ c.3600s}$$

$$k = 0/505 \times \frac{1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0} \times 360\cancel{0}} \quad \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$$

$$k = 0/505 \times \frac{1}{360} \quad \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$$

$$k = 0/0014 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K\frac{A(\theta_2 - \theta_1)t}{d}$$

اختلاف درجه داریم $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

$$Q = K\frac{A\Delta\theta t}{d}$$

مرحله ۴) مقادیر داده‌ها را در رابطه جای‌گذاری‌میکنیم

$$۴۲۰۰۰ = ۰/۰۰۱۴\frac{۸۰۰\cancel{۶} \times \Delta\theta \times ۳۰۰}{۱\cancel{۶}}$$

مرحله ۵) محاسبات مربوطه را انجام می‌دهیم

$$۴۲۰۰۰ = ۰/۰۰۱۴ \times ۸۰۰ \times \Delta\theta \times ۳۰۰$$

$$۴۲۰۰۰ = ۳۳۶\Delta\theta$$

طرفین رابطه بر ضریب $\Delta\theta$ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۴۲۰۰۰}{۳۳۶} = \frac{۳۳۶\Delta\theta}{۳۳۶}$$

$$\Delta\theta = ۱۲۵^\circ c$$

مرحله ۶) به‌دست آوردن مقدار $\theta_۲$ با استفاده از رابطه $\Delta\theta$:

$$\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$$

$$۱۲۵ = \theta_۲ - ۱۰۰$$

$$۱۲۵ + ۱۰۰ = \theta_۲$$

$$\boxed{\theta_۲ = ۲۲۵^\circ c}$$

* با توجه به این‌که در فاصله‌های مختلف در ضخامت دیواره، درجه حرارت متفاوت است، ضریب هدایت حرارتی نیز تغییر می‌کند بنابراین باید در مسایل مقدار ضریب هدایت حرارتی متوسط استفاده شود. ضریب هدایت حرارتی متوسط را با $\overline{k}$ نشان داده و مقدار آن عموماً با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\overline{k} = \frac{k_۱ + k_۲}{۲}$$

جدول ضریب هدایت حرارتی k برای فلزات و اجسام مختلف در $۲۵^\circ c$ در کتاب محاسبات فنی تخصصی وجود دارد.

مثال ۱۲-۱: یک دیواره یک لایه مسطح در دماهای ۹۰۰ و ۴۵۰ درجه سانتی‌گراد دارای ضریب هدایت حرارتی به ترتیب ۰/۵ و ۰/۷ وات بر متر بر درجه سانتی‌گراد است، ضریب هدایت حرارتی متوسط آن را در فاصله دمائی مذکور محاسبه کنید.

حل: در این گونه مسائل با توجه به این‌که در هر دو درجه حرارت مقدار (k) داده شده است لذا مقدار (k) متوسط را به سادگی می‌توان از طریق به‌دست آوردن میانگین به روش زیر محاسبه نمود.

مرحله ۱) خلاصه نویسی از داده‌ها و خواسته‌ها

داده ها	خواسته ها
$\begin{cases} k_1 = 0/5 \dfrac{w}{m.^\circ c} \\ k_2 = 0/6 \dfrac{w}{m.^\circ c} \end{cases}$	$\bar{k} = ? \quad \dfrac{w}{m.^\circ c}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه و محاسبه ریاضی

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$\bar{k} = \frac{0/5 + 0/7}{2}$$

$$\bar{k} = \frac{1/2}{2}$$

$$\boxed{\bar{k} = 0/6 \frac{w}{m.^\circ c}}$$

تمرین ۱۲-۱: یک دیواره یک لایه مسطح در دماهای ۸۰۰ و ۳۵۰ درجه سانتی‌گراد دارای ضریب هدایت حرارتی به ترتیب ۰/۰۴ و ۰/۰۶ کالری بر سانتی‌متر درجه سانتی‌گراد ثانیه است ضریب هدایت حرارتی متوسط آن رادر فاصله دمائی مذکور محاسبه کنید.حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۳-۱: یک دیواره از آجر نسوز به ابعاد ۴۰×۶۰ سانتی‌متر در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد چنانچه درجه حرارت سطح داخلی این دیواره $1200^{\circ}c$ و ضریب هدایت حرارتی آجرنسوز $0/0014 \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ باشد، اولاً ضخامت دیواره به چه اندازه باید انتخاب شود تا درجه حرارت پشت دیواره از $50^{\circ}c$ تجاوز نکند و حرارت انتقال یافته در هر دقیقه ۲۰ کیلوکالری باشد. ثانیاً ضریب هدایت حرارتی k را برحسب واحدهای مختلف محاسبه و تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۴-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره از آجر شاموتی، نسبت به درجه حرارت تغییر می‌کند و از معادله

$k = ۰/۴۱۹ + ۰/۰۰۰۶۲۵\theta$ (بر حسب $\frac{w}{m.^{\circ}c}$)

تعیین می‌شود.

اولاً: مقدار این ضریب را در درجه حرارت‌های $۲۵^{\circ}c$ و $۱۲۵^{\circ}c$ به دست آورید.

ثانیاً: مقدار متوسط آن را در فاصله دمایی $۲۵۰^{\circ}c$ تا $۱۳۵۰^{\circ}c$ محاسبه و تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۵-۱: به منظور تعیین ضریب هدایت حرارتی یک نوع آلیاژ آلومینیوم میله‌ای از آن را به طول ۱۲cm و به سطح مقطع ۱۲cm² تهیه کرده‌ایم .یک سر آن را در محفظه‌ای از آب ۹۰°c و سر دیگر آن را در داخل یک توده یخ صفر درجه سانتی‌گراد قرار داده‌ایم (میله توسط روپوش نسبت به محیط عایق شده است) در نتیجه ،پس از گذشت زمان ۷ دقیقه ۸۵ ،گرم یخ ذوب شده است ،اگر گرمای نهان ذوب یخ $۷۰\frac{cal}{g}$ باشد، ضریب هدایت حرارتی متوسط آلیاژ را در این فاصله دمایی به دست آورید.

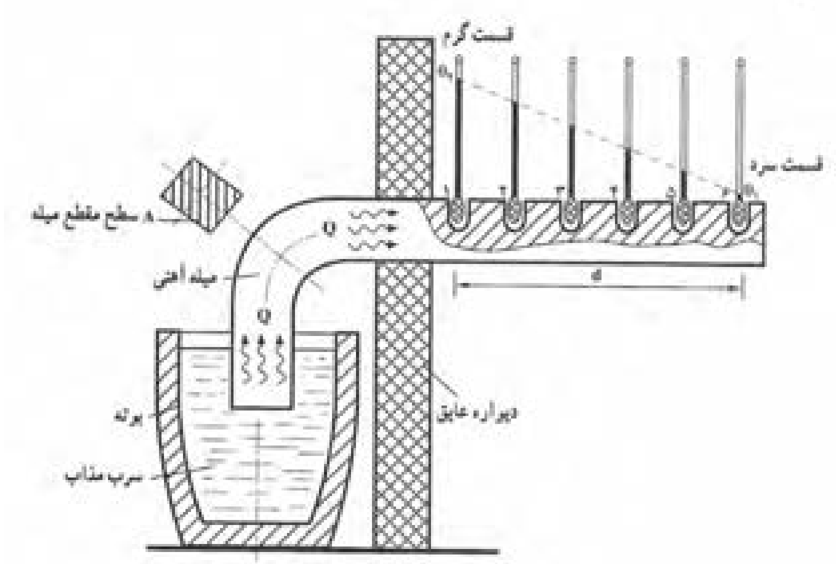
حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۶-۱: یک میله فلزی به طول $20cm$ با سطح مقطع دایره به شعاع $2cm$ از یک طرف به مدت ۳۰ دقیقه در مجاورت یک منبع حرارت قرار می‌گیرد. اگر توان منبع حرارتی $2kw$ باشد، و درصورتی‌که بعد از تعادل، دمای درجه حرارت دو طرف میله به ترتیب $500^{\circ}c$ و $100^{\circ}c$ باشد، میزان ضریب انبساط حرارتی متوسط میله چقدر خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):

رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره:

اگر یک میله از جنس مشخصی از یک طرف حرارت داده شود پس از رسیدن به ثبات دمایی ،دما در هر نقطه بین قسمت سرد و گرم میله به یک مقدار ثابت و معین می‌رسد .این موضوع را می‌توان با یک آزمایش ساده مشخص کرد .در این آزمایش یک سر میله آهنی در بوته سرب مذاب می‌باشد که توسط یک دیواره عایق از سر دیگر آن جدا شده و در ۶ نقطه مختلف تا سر میله درجه حرارت با دماسنج اندازه گیری شده است ،نتیجه نشان می‌دهد که هرچه از منبع حرارت دور می‌شویم درجه حرارت پایین می‌آید .حال اگر این درجه حرارت‌ها را برحسب فاصله از منبع گرما (حرارت)رسم کنیم به صورت یک خط راست می‌شود .مطابق شکل۱-۱.



شکل ۱-۱- آزمایش توزیع درجه حرارت در طول یک میله آهنی

از طرفی با توجه به رابطه انتقال حرارت به روش هدایت داریم.

$$Q = \bar{K}\frac{A(\theta_2 - \theta_1)t}{d}$$

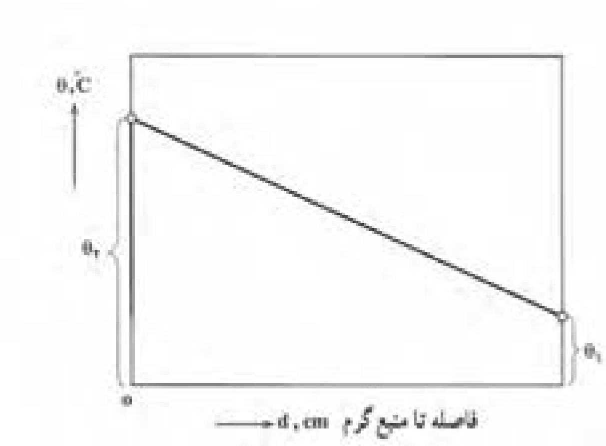
اگر طرفین رابطه فوق را بر t تقسیم کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \frac{\bar{K}A(\theta_2 - \theta_1)t}{dt}$$

$\frac{Q}{t}$مقدار حرارت انتقال یافته در واحد زمان می‌باشد که پس از ثبات دمایی مقداری ثابت خواهد بود .از طرفی $\bar{k}$ ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره در فاصله دمایی θ_1 و θ_2 پس از ثبات دمایی مقداری ثابت است .همچنین Aسطح انتقال حرارت نیز ثابت می‌باشد .بنابراین تغییرات درجه حرارت نسبت به فاصله تا منبع حرارتی(d) معادله‌ای از نوع درجه اول خواهد بود:

$$\text{مقداری ثابت} = \frac{(\theta_{۲} - \theta_{۱})}{d}$$

بنابراین دیاگرام تغییرات درجه حرارت نسبت به فاصله از منبع حرارتی به صورت یک خط راست خواهد بود، مطابق شکل۲-۱.



شکل۲-۱- دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره

این خط در واقع توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره را نشان می‌دهد که در اصطلاح به آن شیب حرارتی می‌گویند .با استفاده از این دیاگرام می‌توان در ضخامت دیواره در هر فاصله از منبع گرم درجه حرارت را به‌دست آورد.

با توجه به این دیاگرام می‌توان گفت که هرچه شیب این خط بیشتر باشد یعنی اختلاف درجه حرارت بین دو طرف دیواره نسبت به فاصله از منبع گرم بیشتر باشد ،براساس رابطه انتقال حرارت که حرارت انتقال یافته نسبت مستقیم با اختلاف درجه حرارت دارد .بنابراین هدایت حرارتی از دیواره بیشتر خواهد بود .همین طور برعکس ،هر چه شیب خط ملایم‌تر باشد انتقال حرارت به روش هدایت کمتر است .حال به طور کلی شیب حرارتی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

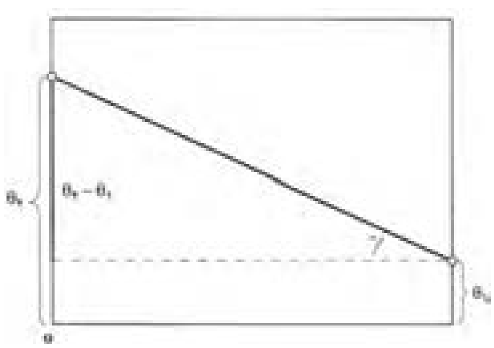
$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_{۲} - \theta_{۱}}{d} = \frac{\Delta\theta}{d}$$

با توجه به شکل اگر مثلث قائم الزاویه‌هاشور خورده را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$tg\gamma = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$tg\gamma = \frac{\theta_{۲} - \theta_{۱}}{d}$$

$$tg\gamma = \frac{\Delta\theta}{d}$$



شکل۳-۱

بنابراین می‌توان گفت که شیب این خط ($tg\gamma$) برابر است با شیب حرارتی بین دو طرف دیواره.

مثال۱۳-۱: یک دیواره عایق به ضخامت ۳۰cm در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد ،درصورتی‌که دمای دو طرف آن به ترتیب $۵۰۰^\circ c$ و $۵۰^\circ c$ باشد ،میزان شیب حرارتی را در دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر حساب کنید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به صورت خلاصه با واحدهای آن می‌نویسیم.

خواسته‌ها	داده‌ها
? = شیب حرارتی	$\theta_۱ = ۵۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۵۰۰^\circ c$ $d = ۳۰^\circ c$

مرحله ۲) رابطه مربوط به مساله را نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_۲ - \theta_۱}{d}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۵۰۰ - ۵۰}{۳۰}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۴۵\cancel{۰}}{۳\cancel{۰}}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی} = ۱۵\frac{^\circ c}{cm}}$$

تمرین ۱۷-۱: یک دیواره عایق به ضخامت ۰/۴m در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد، درصورتی‌که دمای دو طرف آن به ترتیب $۴۵۰^\circ c$ و $۷۵^\circ c$ باشد، میزان شیب حرارتی را در دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۴-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب $1200^{\circ}c$ و $20^{\circ}c$ می‌باشد، اگر ضخامت دیواره ۲۰ cm باشد در چه عمقی از سطح گرم دیواره درجه حرارت $500^{\circ}c$ است.

حل:مرحله ۱) داده و خواسته‌ها به طور خلاصه همراه با واحد نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$d' = ?$	$\theta_1 = 20^{\circ}c$ $\theta_2 = 1200^{\circ}c$ $d = 20^{\circ}c$ $\theta' = 500^{\circ}c$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مساله:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

مرحله ۳) مقادیر داده‌ها در رابطه فوق جای‌گذاری می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 20}{20}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1180}{20}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی} = 59\frac{^{\circ}c}{cm}}$$

مرحله ۴) با توجه به این‌که شیب حرارتی در هر نقطه ثابت است، رابطه شیب حرارتی در عمق d' را می‌نویسیم

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta'}{d'}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 500}{d'}$$

$$\frac{59}{1} = \frac{700}{d'}$$

تمرین ۱۸-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب $1100^{\circ}c$ و $25^{\circ}c$ می‌باشد، اگر ضخامت دیواره ۳۰cm باشد، درجه عمقی از سطح سرد دیواره درجه حرارت $550^{\circ}c$ است.

حل (توسط هنرجو):

رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$۵۹ \times d' = ۷۰۰ \times ۱$

طرفین رابطه را بر ضریب d' تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{\cancel{۵۹}d'}{\cancel{۵۹}} = \frac{۷۰۰}{۵۹}$$

$$\boxed{d' = ۱۱/۸۶cm}$$

مثال ۱۵-۱: جداره عایق یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز تشکیل شده است، درصورتی‌که دمای سطوح داخلی و خارجی آن به ترتیب $۱۲۴۰^\circ c$ و $۴۰^\circ c$ و ضخامت این جداره ۲۴ cm باشد، درجه حرارت در عمق ۲۰cm از سطح گرم دیواره چقدر خواهد بود.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها همراه با واحد به طور خلاصه نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = ۴۰^\circ c$ $\theta_2 = ۱۲۴۰^\circ c$ $d = ۲۴cm$ $d' = ۲۰cm$	$\theta' = ? \quad ^\circ c$

مرحله ۲) رابطه مربوطه به مساله نوشته می‌شود

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

- ابتدا شیب حرارتی را محاسبه می‌کنیم.

مرحله ۳) مقادیر داده‌ها را در رابطه فوق جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۱۲۴۰ - ۴۰}{۲۴}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۱۲۰۰}{۲۴}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی} = ۵۰ \frac{^\circ c}{cm}}$$

تمرین ۱۹-۱: جداره عایق یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز تشکیل شده است، درصورتی‌که دمای سطوح داخلی و خارجی آن به ترتیب $۱۱۴۰^\circ c$ و $۳۵^\circ c$ و ضخامت این جداره ۰/۱۸m باشد، درجه حرارت در عمق ۸ cm از سطح سرد دیواره چقدر خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۴) با توجه به این‌که شیب حرارتی در تمام نقاط دیواره ثابت است، رابطه شیب حرارتی در عمق d' را می‌نویسیم.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_۲ - \theta'}{d'}$$

جای‌گذاری مقادیر معلوم.

$$\frac{۵۰}{۱} = \frac{۱۲۴۰ - \theta'}{۲۰}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$۵۰ \times ۲۰ = ۱۲۴۰ - \theta'$$

$$۱۰۰۰ = ۱۲۴۰ - \theta'$$

معلوم یک طرف تساوی و مجهول در طرف دیگر تساوی.

$$\theta' = ۱۲۴۰ - ۱۰۰۰$$

$$\boxed{\theta' = ۲۴۰^\circ c}$$

نکته: اگر معلوم، یا مجهولی را به طرف دیگر تساوی ببریم علامت آنها تغییر خواهد کرد.

تمرین ۲۰-۱: دیواره‌ای به طول ۴۰ سانتی‌متر و به ارتفاع ۷۵ سانتی‌متر در مجاورت یک منبع حرارتی با دمای $۴۵۰^{\circ}c$ قرار دارد ضریب هدایت حرارتی دیواره به طور متوسط $۰/۰۰۲۵ \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ و دمای سطح خارجی آن $۳۰^{\circ}c$ و ضخامت آن cm ۲۸ می‌باشد مطلوب است:

الف – حرارت انتقال یافته در مدت زمان ۱۰د قیقه برحسب کیلوکالری

ب – تبدیل ضریب هدایت حرارتی به واحدهای دیگر آن.

ج – شیب حرارتی برحسب $\frac{^{\circ}c}{cm}$

د – رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۲۱-۱: دیواره‌ای مسطح از جنس عایق حرارتی با ضخامت $30\ cm$ مفروض است. درصورتی‌که شیب حرارتی این دیواره $50 \frac{^\circ c}{cm}$ باشد مقدار حرارتی که در هر ثانیه از هر متر مربع آن انتقال می‌یابد را برحسب کالری به‌دست آورید. ضریب هدایت حرارتی متوسط دیوار برابر $1/6 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ است. حل (توسط هنرجو):	
تمرین ۲۲-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب $975^\circ c$ و $25^\circ c$ است، چنانچه ضخامت این دیواره $36cm$ باشد: اولاً: شیب حرارتی آن برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر و درجه کلوین بر سانتی‌متر تعیین کنید. ثانیاً: درجه حرارت در عمق ۰/۱۸ متری از سطح گرم این دیواره را به دست آورید. حل (توسط هنرجو):	

تمرین ۲۳-۱: درجه حرارت داخلی وخارجی دیواره مسطح یک کوره به ترتیب $1500^{\circ}c$ و $100^{\circ}c$ است درصورتی‌که ضخامت دیواره ۲۵ cm باشد مطلوب است:

الف – محاسبه شیب حرارتی برحسب $\frac{^{\circ}c}{cm}$ و $\frac{^{\circ}c}{m}$

ب – درجه حرارت در فاصله ۱۰cm از سطح گرم.

ج – درجه حرارت در فاصله ۱۵cm از سطح سرد.

حل (توسط هنرجو):

*** شدت جریان حرارتی:**

گرمای انتقال یافته در واحد زمان را شدت جریان حرارتی می‌گویند و آن را با (q) نشان می‌دهند، رابطه شدت جریان حرارتی به صورت زیر می‌باشد،

$$q = \frac{Q}{t}$$

که در آن Q مقدار حرارت انتقال یافته، t مدت زمان انتقال حرارت و q شدت جریان حرارتی می‌باشد.

باتوجه به رابطه انتقال حرارت به روش هدایت مقدار Q برابر است با:

$$Q = \bar{K}\frac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}$$

حال اگر مقدار Q را در رابطه شدت جریان حرارتی قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$q = \frac{\bar{K}\frac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}}{\frac{t}{۱}}$$

اگر دور در دور و نزدیک در نزدیک را انجام دهیم خواهیم داشت:

$$q = \frac{\bar{K}A(\theta_۲ - \theta_۱)\cancel{t}}{d\cancel{t}}$$

$$\boxed{q = \frac{\bar{K}A(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}}$$

*** واحد شدت جریان حرارتی:** با توجه به رابطه شدت جریان حرارتی داریم:

$$q = \frac{Q}{t}$$

اگر واحد Q برابر کالری و واحد t برحسب ثانیه باشد داریم:

واحد $\boxed{q = \frac{cal}{s}}$

*** واحد شدت جریان حرارتی در سیستم SI:** در سیستم SI واحد Q ژول و زمان (t) ثانیه می‌باشد لذا خواهیم داشت:

واحد $q = \frac{j}{s} = w$ وات

برای تبدیل واحد $\frac{cal}{s}$ به وات (w) می‌توان به‌صورت عمل کرد.

$$۱\,cal = ۴/۱۸۶۸j$$

$$1 \times \frac{cal}{s} = 1 \times \frac{۴/۱۸۶۸j}{s}$$

$$1 \frac{cal}{s} = ۴/۱۸۶۸(\frac{j}{s})$$

$$\boxed{1 \frac{cal}{s} = ۴/۱۸۶۸w}$$

* واحد دیگر شدت جریان حرارتی $\frac{kcal}{hr}$ می‌باشد که برای تبدیل آن در سیستم SI خواهیم داشت:

$$1 \frac{kcal}{hr} = 1 \times \frac{۱۰۰۰cal}{۳۶۰۰s}$$

$$1 \frac{kcal}{hr} = \frac{۱۰}{۳۶}(\frac{cal}{s})$$

$$1 \frac{kcal}{hr} = \frac{۱۰}{۳۶}(۴/۱۸۶۸\frac{j}{s})$$

$$\boxed{1 \frac{kcal}{hr} = ۱/۱۶۳w}$$

مثال ۱۵-۱ : دیواره مسطح یک لایه به ضخامت ۳۰cm و مساحت $۳۵۰۰cm^۲$ در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد اگر درجه حرارت سطح داخلی این دیواره $۱۲۰۰^\circ c$ و درجه حرارت پشت دیواره $۲۰۰^\circ c$ باشد و ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره $۰/۰۰۱\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$، مطلوبست محاسبه و تعیین شدت جریان حرارتی دیواره برحسب $\frac{cal}{s}$ و w.

حل:مرحله ۱) : داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$q = ?$ $\frac{cal}{s}$ و W	$d = ۳۰cm$ $A = ۳۵۰۰cm^۲$ $\theta_۲ = ۱۲۰۰^\circ c$ $\theta_۱ = ۲۰۰^\circ c$ $\bar{k} = ۰/۰۰۱\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

مرحله ۲) : نوشتن رابطه مربوط به مسأله.

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}$$

مرحله ۳) : جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$q = \frac{۰/۰۰۱ \times ۳۵۰۰(۱۲۰۰ - ۲۰۰)}{۳۰}$$

$$q = \frac{۳۵۰۰}{۳۰}$$

$$\boxed{q = ۱۱۶/۷\frac{cal}{s}}$$

$$۱\frac{cal}{s} = ۴/۱۸۶۸w$$

$$q = ۱۱۶/۷ \times ۴/۱۸۶۸$$

$$\boxed{q = ۴۸۸/۶w}$$

تمرین ۲۴-۱ : دیواره مسطح یک لایه به ضخامت $۰/۳m$ و مساحت $۰/۲۵m^۲$ در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد اگر درجه حرارت سطح داخلی این دیواره $۱۳۰۰^\circ c$ و درجه حرارت پشت دیواره $۱۵۰^\circ c$ باشد و ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره $۰/۰۰۲\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ ، مطلوبست محاسبه و تعیین شدت جریان حرارتی دیواره برحسب $\frac{cal}{s}$ و w.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۶-۱ : شیب حرارتی دیواره‌ای $۶۰۰۰\frac{^\circ c}{m}$ و شدت جریان حرارتی آن ۳۰۰ W می‌باشد، ضریب هدایت حرارتی دیواره را به‌دست آورید در صورتی‌که مساحت دیواره $۰/۳m^۲$ باشد.

حل: مرحله ۱) : داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحد می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\frac{\Delta\theta}{d} = ۶۰۰۰\frac{^\circ c}{m}$ $q = ۳۰۰w$ $A = ۰/۳m^۲$	$\bar{k} = ? \quad \frac{w}{m.^\circ c}$

مرحله ۲) : نوشتن رابطه مربوطه.

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}$$

$$q = \bar{k}A \times \frac{\Delta\theta}{d}$$

مرحله ۳) : جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$۳۰۰ = \bar{k} \times ۰/۳ \times ۶۰۰۰$$

$$۳۰۰ = \bar{k} \times ۱۸۰۰$$

طرفین رابطه تقسیم بر ضریب مجهول $(\bar{k})$

$$\frac{۳۰۰}{۱۸۰۰} = \frac{\bar{k} \times ۱۸۰۰}{۱۸۰۰}$$

$$\boxed{\bar{k} = ۰/۱۷\frac{w}{m.^\circ c}}$$

تمرین ۲۵-۱ : شیب حرارتی دیواره‌ای $۷۰\frac{^\circ c}{cm}$ و شدت جریان حرارتی آن ۴۰۰ W می‌باشد، در صورتی مساحت دیواره $۲۰۰۰cm^۲$ باشد، ضریب هدایت حرارتی دیواره را به‌دست آورید.حل (توسط هنرجو):

شدت جریان حرارتی مخصوص:

اگر مقدار گرمای انتقال یافته در واحد زمان از واحد سطح جسم عبور کند به آن شدت جریان حرارتی مخصوص می‌گویند و آنرا با (q_e) نشان می‌دهند.

رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص به‌صورت $q_e = \frac{Q}{At}$ می‌باشد که در آن Q مقدار حرارت انتقال یافته، A سطح جسم و t زمان انتقال حرارت می‌باشد. لذا به‌طور خلاصه خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

$$Q = \frac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}$$

با جای‌گذاری مقدار Q در رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{\bar{k}\dfrac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}}{\dfrac{At}{۱}}$$

با دور در دور و نزدیک در نزدیک خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{\bar{k}\cancel{A}(\theta_۲ - \theta_۱)\cancel{t}}{\cancel{A}d\cancel{t}}$$

$$\boxed{q_e = \frac{\bar{k}(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}}$$

با توجه به رابطه شیب حرارتی داریم:

$$\frac{\theta_۲ - \theta_۱}{d} = \frac{\Delta\theta}{d}$$

بنابراین رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص به شکل زیر خواهد بود:

$$\boxed{q_e = \bar{k}\left(\frac{\Delta\theta}{d}\right)}$$

***واحد شدت جریان حرارتی مخصوص:**

با توجه به رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص واحد پارامترهای آن به شکل زیر خواهد بود:

Q: مقدار حرارت انتقال یافته برحسب kcal

A: سطح جسم برحسب $m^۲$

t: زمان انتقال حرارت برحسب hr

با جای‌گذاری واحدها در رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

واحد $\boxed{q_e = \frac{kcal}{m^۲.hr}}$

واحد شدت جریان حرارتی مخصوص در سیستم SI:

Q: مقدار حرارت انتقال یافته برحسب (j)

A: سطح جسم برحسب ($m^۲$)

t: زمان انتقال برحسب (s)

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

صورت و مخرج را بر s تقسیم می‌کنیم واحد $q_e = \frac{j}{m^۲.s}$

واحد $q_e = \frac{\frac{j}{s}}{\frac{m^۲.\cancel{s}}{\cancel{s}}} = \frac{\frac{j}{s}}{m^۲}$

با توجه به این‌که $\frac{j}{s} = w$ است خواهیم داشت:

واحد در سیستم SI $\boxed{q_e = \frac{w}{m^۲}}$

* تبدیل واحدهای شدت جریان حرارتی مخصوص $\frac{kcal}{m^۲.hr}$ را برحسب واحد در سیستم SI:

$۱ \quad cal = ۴/۱۸۶۸j$

$$۱ \quad \frac{kcal}{m^۲.hr} = \frac{۱۰۰۰cal}{m^۲.۳۶۰۰s}$$

$$۱ \quad \frac{kcal}{m^۲.hr} = \frac{۱۰}{۳۶} \times \frac{۴/۱۸۶۸j}{m^۲.s}$$

$$۱ \quad \frac{kcal}{m^۲.hr} = ۱/۱۶۳\frac{j}{m^۲.s}$$

با توجه به این‌که $\frac{j}{s} = w$

$$\boxed{۱ \quad \frac{kcal}{m^۲.hr} = ۱/۱۶۳\frac{w}{m^۲}}$$

مثال ۱۷-۱: ضریب حرارتی متوسط دیواره یک کوره مسطح یک لایه از آجر نسوز در درجه حرارت‌های $۱۰۰^\circ c$ و $۱۱۰۰^\circ c$ برابر $۰/۵ \frac{w}{m.^\circ c}$ می‌باشد. اگر ضخامت این دیواره ۱۰ cm باشد مطلوب است:

الف – مقدار شدت جریان حرارتی برحسب وات (w)

ب – شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب $\frac{w}{m^۲}$ (در صورتی‌که سطح انتقال حرارت برابر $۱۰۰۰cm^۲$)

حل :مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$q = ?\ \ w$ $q_e = ?\ \ \frac{w}{m^۲}$	$\theta_۱ = ۱۰۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۱۱۰۰^\circ c$ $\bar{k} = ۰/۵ \frac{w}{m.^\circ c}$ $d = ۱۰cm$ $A = ۱۰۰۰cm^۲$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا واحد ضخامت از cm به m و واحد سطح از $cm^۲$ به $m^۲$ تبدیل می‌شود

$$\begin{cases} d = ۱۰cm \\ d = ۱۰ \div ۱۰۰ \\ d = ۰/۰۱m \end{cases} \qquad \begin{cases} A = ۱۰۰۰cm^۲ \\ A = ۱۰۰۰ \div ۱۰۰۰۰ \\ A = ۰/۱m^۲ \end{cases}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه قسمت الف:

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}$$

مرحله ۴): جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$q = \frac{۰/۵ \times ۰/۱ \times (۱۱۰۰ - ۱۰۰)}{۰/۰۱}$$

تمرین ۲۶-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره عایق در درجه حرارت‌های $۲۰۰^\circ c$ و $۹۵۰^\circ c$ برابر $۰/۶ \frac{w}{m.^\circ c}$ می‌باشد، اگر ضخامت این دیواره ۰/۱۲ m و سطح انتقال حرارت $۰/۱۲m^۲$ باشد مطلوبست:

الف) محاسبه مقدار شدت جریان حرارتی برحسب وات (w)

ب) تعیین شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب $\frac{kcal}{m^۲.hr}$

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۵): محاسبه ریاضی رابطه

$$q = \frac{۰/۵ \times ۰/۱ \times ۱۰۰۰}{۰/۰۱}$$

$$\boxed{q = ۵۰۰۰ w}$$

مرحله ۶) نوشته رابطه قسمت ب:

$$q_e = \frac{\bar{k}(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}$$

مرحله ۷): جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه

$$q_e = \frac{۰/۵ \times (۱۱۰۰ - ۱۰۰)}{۰/۰۱}$$

$$q_e = \frac{۰/۵ \times ۱۰۰۰}{۰/۰۱}$$

$$\boxed{q_e = ۵۰۰۰۰ \frac{w}{m^۲}}$$

مثال ۱۸-۱: جداره مسطح یک دیواره از آجر نسوز به طول ۲۰cm و ارتفاع ۴۰cm در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب به اندازه $۱۳۵۰^\circ c$ و $۵۰^\circ c$ گرم شده است، اگر ضخامت دیواره ۲۵cm و ضریب هدایت حرارتی آن به‌طور متوسط $۰/۹۲ \frac{w}{m.^\circ c}$ باشد مطلوب است محاسبه:

الف: شدت جریان حرارتی برحسب کیلوکالری بر ساعت $(\frac{kcal}{hr})$

ب: شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت $(\frac{kcal}{m^۲.hr})$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها بصورت خلاصه نوشته شود.

تمرین ۲۷-۱: جداره مسطح یک دیواره از آجر نسوز به مساحت $۰/۱۲۵m^۲$ در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب به اندازه $۱۲۵۰^\circ c$ و $۵۵^\circ c$ گرم شده است، اگر ضخامت دیوارهm ۰/۳ و ضریب هدایت حرارتی آن به‌طور متوسط $۰/۸۲ \frac{w}{m.^\circ c}$ باشد مطلوبست:

الف) شدت جریان حرارتی برحسب کیلوکالری بر ساعت

ب) شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت $(\frac{kcal}{m^۲.hr})$

حل (توسط هنرجو):

داده‌ها	خواسته‌ها
$L = ۲۰cm$ $h = ۴۰cm$ $\theta_۲ = ۱۳۵۰^\circ c$ $\theta_۱ = ۵۰^\circ c$ $d = ۲۵cm$ $\overline{k} = ۰/۹۲ \frac{w}{m.^\circ c}$	$q = ? \quad \frac{kcal}{hr}$ $q_e = \quad \frac{kcal}{m^۲.hr}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا واحد طول، ارتفاع و ضخامت را از cm به m تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} L = ۲۰cm \\ L = ۲۰ \div ۱۰۰ \\ L = ۰/۲m \end{cases} \quad \begin{cases} h = ۴۰cm \\ h = ۴۰ \div ۱۰۰ \\ h = ۰/۴m \end{cases} \quad \begin{cases} d = ۲۵cm \\ d = ۲۵ \div ۱۰۰ \\ d = ۰/۲۵m \end{cases}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به بند الف:

$$A = L.h$$

$$A = ۰/۲ \times ۰/۴$$

$$A = ۰/۰۸m^۲$$

$$q = \frac{\overline{k}A(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}$$

مرحله ۴): جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$q = \frac{۰/۹۲ \times ۰/۰۸(۱۳۵۰ - ۵۰)}{۰/۲۵}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی

$$q = \frac{۰/۹۲ \times ۰/۰۸ \times ۱۳۰۰}{۰/۲۵}$$

$$q = ۳۸۲/۷۲ \ w$$

با توجه به این‌که $۱\frac{kcal}{hr} = ۱/۱۶۳ \ w$ می‌باشد لذا خواهیم داشت:

$$q = ۳۸۲/۷۲ \div ۱/۱۶۳$$

$$\boxed{q = ۳۲۹/۰۸ \frac{kcal}{hr}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به بند ب:

$$q_e = \frac{\bar{k}A(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}$$

مرحله ۷) : جای‌گذاری مقادیر داده‌ها

$$q_e = \frac{۰/۹۲(۱۳۵۰ - ۵۰)}{۰/۲۵}$$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی

$$q_e = \frac{۰/۹۲ \times ۱۳۰۰}{۰/۲۵}$$

$$q_e = ۴۷۸۴ \quad \frac{w}{m^۲}$$

با توجه به این‌که $۱/۱۶۳ \frac{w}{m^۲} = ۱ \frac{kcal}{m^۲.hr}$ داریم

$$q_e = ۴۷۸۴ \div ۱/۱۶۳$$

$$\boxed{q_e = ۴۱۱۳/۵ \frac{kcal}{m^۲.hr}}$$

*** هدایت حرارتی دیواره و رابطه آن:**

هدایت حرارتی یک دیواره بستگی به ضریب هدایت حرارتی و ضخامت آن دارد. به عبارت دیگر هر چقدر ضریب هدایت حرارتی دیواره بیشتر باشد، هدایت حرارتی آن بیشتر است $(\sigma \propto k)$ در نتیجه هدایت حرارتی رابطه مستقیم با ضریب هدایت حرارتی دارد. از طرف دیگر هرچقدر ضخامت دیواره کمتر باشد، هدایت حرارتی دیواره بیشتر خواهد بود. بنابراین هدایت حرارتی نسبت عکس با ضخامت دیواره دارد $(\sigma \propto \frac{1}{d})$ هدایت حرارتی را با σ نمایش می‌دهند.

بنابراین رابطه هدایت حرارتی را می‌توان به صورت مقابل نوشت:

$$\boxed{\sigma = \frac{\bar{k}}{d}}$$

که در آن σ هدایت حرارتی دیواره و $\bar{k}$ضریب هدایت حرارتی دیواره و d ضخامت دیواره می‌باشد.

*** واحد هدایت حرارتی دیواره:** واحد ضریب هدایت حرارتی $\bar{k} = \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ می‌باشد و واحد ضخامت دیواره $d = cm$، حال با جای‌گذاری این واحدها در رابطه هدایت حرارتی خواهیم داشت: $\sigma = \frac{\text{واحد } \bar{k}}{\text{واحد } d}$ واحد

رابطه فوق را دور در دور و نزدیک در نزدیک می‌کنیم $\sigma = \frac{\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}}{\frac{cm}{۱}}$ واحد

$$\boxed{\sigma = \frac{cal}{cm^{۲}.^{\circ}c.s}}$$ واحد

*** مقاومت حرارتی:**

بنابه تعریف مقاومت حرارتی یک جسم یا دیواره، عکس هدایت حرارتی آن است، اگر مقاومت حرارتی را با R نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$R = \frac{۱}{\sigma}$$

$$R = \frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{k}{d}}$$

در رابطه فوق دور در دور و نزدیک در نزدیک انجام می‌دهیم، خواهیم داشت:

$$\boxed{R = \frac{d}{k}}$$

با توجه به رابطه مقاومت حرارتی می‌توان نتیجه گرفت که ضریب مقاومت حرارتی عکس ضریب هدایت حرارتی می‌باشد، به عبارت دیگر ضریب مقاومت حرارتی برابر با $\frac{۱}{k}$ است، در نتیجه برای به‌دست آوردن ضریب مقاومت حرارتی اجسام کافی است که ضریب هدایت حرارتی آنها را معکوس نمائیم.

با توجه به این‌که رابطه مقاومت حرارتی عکس رابطه هدایت حرارتی می‌باشد، واحد مقاومت حرارتی نیز عکس واحد هدایت حرارتی می‌باشد یعنی

$$\boxed{R = \frac{cm^{۲}.^{\circ}c.s}{cal}}$$ واحد

جدول ۲-۱- ضریب هدایت حرارتی اجسام در $25^\circ c$

جسم	K (W/mk)	K (cal / cm.°C.s)	جسم	K (W/mk)	K (cal / cm.°C.s)
آلومینیوم	۲۰۵/۳	۰/۴۹	آجر نسوز	۰/۶۳	۰/۰۰۱۵
سرب	۳۴/۸	۰/۰۸۳	خاک رُس	۰/۷۹۶	۰/۰۰۱۹
مس	۳۸۵/۵	۰/۹۲	آجر ساختمانی	۰/۷۵۴	۰/۰۰۱۸
آهن	۷۵/۴	۰/۱۸	سرباره کوره	۰/۷۹۶	۰/۰۰۱۹
جیوه	۸/۴	۰/۰۲	ماسه مرطوب	۱/۵۹۲	۰/۰۰۳۸
نقره	۴۰۶/۴	۰/۹۷	مخلوط آهک و ماسه	۰/۸۴	۰/۰۰۲
طلا	۳۱۴/۲	۰/۷۵	بتُن	۲/۱	۰/۰۰۵
برنج	۱۰۹	۰/۲۶	شیشه	۰/۸۴	۰/۰۰۲
چدن	۶۳	۰/۱۵	آب	۰/۶۳۷	۰/۰۰۱۵۲
فولاد	۵۰/۳	۰/۱۲	بنزین	۰/۱۳۴	۰/۰۰۰۳۲
مقوای نسوز (آسبست)	۰/۱۵۵	۰/۰۰۰۳۷	هوا	۰/۰۲۳۹	۰/۰۰۰۰۵۷
ورق پنبه نسوز	۰/۰۱۵۱	۰/۰۰۰۳۶	گاز طبیعی	۰/۰۲۹۳	۰/۰۰۰۰۷

مثال ۱۹-۱: ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره مسطح یک کوره از آجر شاموتی به ضخامت ۱۲cm برابر $\bar{k} = 0/63 \frac{w}{m.^\circ c}$ است، مطلوبست محاسبه:

الف. هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{w}{m^2.^\circ c}$

ب. مقاومت حرارتی جداره برحسب $\frac{m^2.^\circ c}{w}$

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

تمرین ۲۸-۱: ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره مسطح عایق به ضخامت ۱۰۰mm برابر $\bar{k} = 0/67 \frac{w}{m.^\circ c}$ است، مطلوبست محاسبه:

الف) هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{w}{m^2.^\circ c}$

ب) مقاومت حرارتی جداره برحسب $\frac{m^2.^\circ c}{w}$

حل (توسط هنرجو):

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = ۱۲$ $\bar{k} = ۰/۶۳$	$\sigma = ? \quad \frac{w}{m^۲.^\circ c}$ $R = ? \quad \frac{m^۲.^\circ c}{w}$

مرحله ۲) تبدیل واحد : واحد ضخامت از cm به m تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} d = ۱۲ \div ۱۰۰ \\ d = ۰/۱۲m \end{cases}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه برای قسمت الف:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبات ریاضی

$$\sigma = \frac{۰/۶۳}{۰/۱۲}$$

$$\boxed{\sigma = ۵/۲۵ \quad \frac{w}{m^۲.^\circ c}}$$

مرحله۵) نوشتن رابطه برای قسمت ب:

$$R = \frac{d}{k}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه

$$R = \frac{۰/۱۲}{۰/۶۳}$$

مرحله ۷) محاسبات ریاضی

$$\boxed{R = ۰/۱۹ \quad \frac{m.^\circ c}{w}}$$

مثال ۲۰-۱: شیب حرارتی جداره یک کوره از آجر شاموتی متخلخل برابر $۲۷۰۰\frac{^\circ c}{m}$ و مقاومت حرارتی جداره $۰/۵\frac{m^۲.^\circ c}{w}$ است چنانچه شدت جریان حرارتی مخصوص جداره $۱۵۰۰\frac{w}{m^۲}$ باشد مطلوبست محاسبه:

الف – ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره برحسب $\frac{w}{m.^\circ c}$

ب – ضخامت جداره برحسب سانتی‌متر

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\Delta\theta}{d} = ۲۷۰۰\frac{^\circ c}{m}$$

داده‌ها	خواسته‌ها
$R = ۰/۵\ \frac{m^۲.^\circ c}{w}$ $q_e = ۱۵۰۰\frac{w}{m^۲}$	$\bar{k} = ?\ \frac{w}{m.^\circ c}$ $d = ?\ \ cm$

مرحله ۲) نوشتن رابطه قسمت الف:

$$q_e = \bar{k}\frac{\Delta\theta}{d} \qquad q_e = \frac{\bar{k}\Delta\theta}{d}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۱۵۰۰ = \bar{k} \times ۲۷۰۰$$

طرفین را بر ضریب $\bar{k}$ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۱۵۰۰}{۲۷۰۰} = \frac{\bar{k} \times \cancel{۲۷۰۰}}{\cancel{۲۷۰۰}}$$

$$\boxed{\bar{k} = ۰/۵۵\ \frac{w}{m.^\circ c}}$$

تمرین ۲۹-۱: شیب حرارتی یک دیواره از آجر منیزیتی متخلخل برابر $۲۵۰۰\frac{^\circ c}{m}$ و مقاومت حرارتی جداره $۰/۵\frac{m^۲.^\circ c}{w}$ است چنانچه شدت جریان حرارتی مخصوص جداره $۱۳۰۰\frac{w}{m^۲}$ باشد مطلوبست محاسبه:

الف) ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره برحسب $\frac{w}{m.^\circ c}$

ب) ضخامت جداره برحسب میلی‌متر

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۴) نوشتن رابطه قسمت ب:

$$R = \frac{d}{k}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\frac{۰/۵}{۱} = \frac{d}{۰/۵۵}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$d \times ۱ = ۰/۵ \times ۰/۵۵$$

$$d = ۰/۲۷۵m$$

مرحله ۶) چون در قسمت ب واحد را برحسب cm خواسته است لذا واحد d را از m به cm تبدیل می‌کنیم

$$d = ۰/۲۷۵ \times ۱۰۰cm$$

$$\boxed{d = ۲۷/۵cm}$$

تمرین ۳۰-۱: جداره مسطح یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز به طول ۴۵ cm و ارتفاع ۵۵ cm در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب ۱۵۰$^\circ$c و ۴۵$^\circ$c گرم شده است، اگر ضخامت این جداره ۳۲ cm و ضریب هدایت حرارتی آن به‌طور متوسط $\frac{w}{m.^\circ c}$ ۰/۸۲ باشد مطلوبست محاسبه و تعیین: الف) شدت جریان حرارتی جداره q برحسب وات و کیلوکالری بر ساعت ب) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت جداره و تعیین شیب حرارتی آن $\left(\frac{\Delta\theta}{d}\right)$ برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر و همچنین درجه سانتی‌گراد بر متر ج) شدت جریان حرارتی مخصوص جداره (q_e) برحسب وات بر متر مربع و کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت د) هدایت حرارتی جداره σ برحسب وات بر متر مربع بر درجه سانتی‌گراد و مقاومت حرارتی آن (R) برحسب مترمربع در درجه سانتی‌گراد بر وات. حل (توسط هنرجو):	

تمرین ۳۱-۱: ضریب هدایت حرارتی جداره یک کوره از آجر شاموتی متخلخل در $300^{\circ}c$ و $1200^{\circ}c$ به ترتیب برابر ۰/۵ و ۰/۷ وات بر متر بر درجه سانتی‌گراد است. چنانچه ضخامت این کوره ۲۵ سانتی‌متر باشد اولاً: هدایت حرارتی (σ) و مقاومت آن (R) را تعیین کنید. (فرض کنید که ضریب هدایت حرارتی در این فاصله دمایی متناسب با تغییرات درجه حرارت است).

ثانیاً: شدت جریان حرارتی مخصوص جداره را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۳۲-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره نسوز در $200^\circ c$ و $500^\circ c$ به ترتیب ۰/۰۰۱۸ و ۰/۰۰۲ کالری بر سانتی‌متر بر درجه سانتی‌گراد بر ثانیه است. چنانچه ضخامت این جداره ۳۰ cm باشد مطلوب است:

الف) هدایت حرارتی (σ) و مقاومت آن (R) را تعیین کنید.

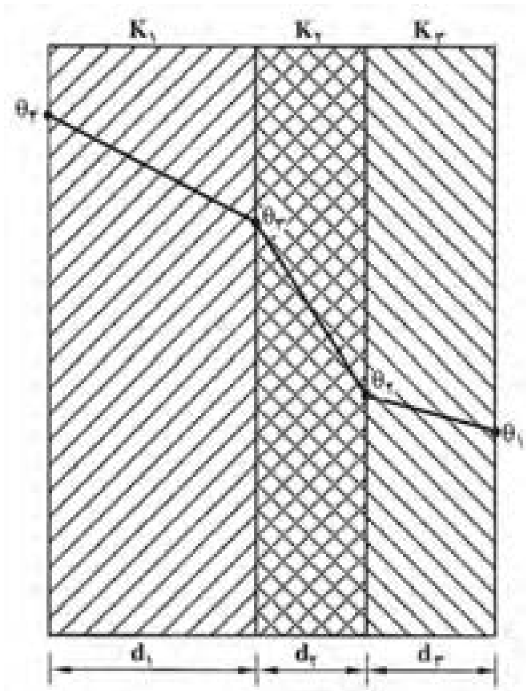
ب) شدت جریان حرارتی مخصوص جداره را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

⁕ رابطه انتقال حرارت برای دیواره مسطح چند لایه:

تاکنون مطالبی که ذکر شد مربوط به دیواره‌های یک لایه مسطح بود اما در اکثر کاربردهای صنعتی دیواره‌ها چند لایه می‌باشند مانند شیشه‌های دو جداره که از دو لایه شیشه‌ای تشکیل شده‌اند که در بین لایه‌های شیشه‌ای یک لایه از گاز آرگون می‌باشد یا جدار کوره‌ها که معمولاً چند لایه می‌باشند، حال باید بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته از دیواره‌های چند لایه را محاسبه کنیم. برای این منظور یک دیواره سه لایه مطابق شکل زیر در نظر گرفته می‌شود که ضریب هدایت حرارتی این سه لایه به ترتیب $K_۱$، $K_۲$ و $K_۳$ با ضخامت‌های $d_۱$، $d_۲$ و $d_۳$ می‌باشد. برای این منظور باید ابتدا ضریب هدایت حرارتی معادل این دیواره را حساب نمائیم که این ضریب با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\boxed{K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_۱}{K_۱} + \frac{d_۲}{K_۲} + \frac{d_۳}{K_۳}}}$$



شکل ۴-۱- انتقال حرارت از یک دیواره سه لایه

که در آن: $\boxed{d = d_۱ + d_۲ + d_۳}$

بنابراین رابطه انتقال حرارت برای این دیواره چنین خواهد بود:

$$\boxed{Q = K_{eq} \frac{A(\theta_۴ - \theta_۱)t}{d}}$$

مثال ۲۱-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دو لایه عبارت است از:

$$\begin{cases} K_1 = 0/005 \dfrac{cal}{cm.^\circ c.s} \\ K_2 = 0/004 \dfrac{cal}{cm.^\circ c.s} \\ \theta_1 = 40^\circ c \\ \theta_3 = 1000^\circ c \end{cases} \qquad \begin{cases} d_1 = 12cm \\ d_2 = 8cm \\ A = 1000cm^2 \\ t = 10min \end{cases}$$

چنانچه ضریب هدایت حرارتی هر لایه ثابت باشد مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف- ضریب هدایت حرارتی معادل جداره

ب – مقدار حرارت انتقال یافته از جداره در مدت ۱۰ دقیقه برحسب j $(1\,cal = 4/2j)$

حل:مرحله۱) داده‌ها و خواسته‌ها بصورت خلاصه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$K_{eq} = ?\ \dfrac{cal}{cm.^\circ c.s}$ $Q = ?\ j$	$d_1 = 12cm$ $d_2 = 8cm$ $A = 1000cm^2$ $t = 10min$ $K_1 = 0/005$ $K_2 = 0/004$ $\theta_1 = 40^\circ c$ $\theta_3 = 1000^\circ c$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$t = 10min$

$t = 10 \times 60s$

$t = 600s$

تمرین ۳۳-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دو لایه عبارت است از:

$$\begin{cases} K_1 = 0/006 \dfrac{cal}{cm.^\circ c.s} \\ K_2 = 0/003 \dfrac{cal}{cm.^\circ c.s} \\ \theta_1 = 50^\circ c \\ \theta_3 = 1100^\circ c \end{cases} \qquad \begin{cases} d_1 = 140mm \\ d_2 = 100mm \\ A = 0/11m^2 \end{cases}$$

چنانچه ضریب هدایت حرارتی هر لایه ثابت باشد مطلوبست محاسبه و تعیین:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل جداره

ب) مقدار حرارت انتقال یافته از جداره در مدت $\frac{1}{4}hr$ برحسب کیلوژول .

حل (توسط هنرجو):

	مرحله ۳) رابطه مربوط به قسمت الف نوشته می‌شود.

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_2}{K_2}}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$K_{eq} = \frac{12+8}{\frac{12}{0/005} + \frac{8}{0/004}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی

$$K_{eq} = \frac{20}{2400+2000}$$

$$K_{eq} = \frac{20}{4400}$$

$$\boxed{K_{eq} = 0/00455 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}}$$

مرحله ۶) رابطه مربوط به قسمت ب را نوشته:

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_3 - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۷) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = \frac{0/00455 \times 1000 \times (1000-40) \times 600}{20}$$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی:

$$Q = \frac{0/00455 \times 1000 \times 960 \times 600}{20}$$

$$Q = \frac{2620800}{20}$$

$$\boxed{Q = 131040 cal}$$

چون در قسمت ب مقدار انتقال حرارت را برحسب ژول خواسته و می‌دانیم $1cal = ۴/۲j$ می‌باشد لذا خواهیم داشت: $$Q = ۱۳۱۰۴۰ \times ۴/۲j$$ $$\boxed{Q = ۵۵۰۳۶۸j}$$	
تمرین ۳۴-۱: جداره مسطح یک کوره از سه لایه تشکیل شده است که ابعاد مشخصات آن به‌صورت زیر است: $K_1 = ۰/۰۰۲\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ ، $K_2 = ۰/۰۰۱۵\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ ، $K_3 = ۰/۰۰۱\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ ، $d_1 = ۱۰cm$ ، $d_2 = ۱۵cm$ ، $d_3 = ۲۰cm$ ، $A = ۳۰۰cm^2$ ، $\theta_1 = ۵۰^\circ c$ ، $\theta_4 = ۱۲۵۰^\circ c$ مطلوب است محاسبه: الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره برحسب $\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ ب) مقدار حرارت انتقال یافته در مدت ۳۰ دقیقه برحسب cal و kj ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت. حل (توسط هنرجو):	

تمرین ۳۵-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح سه لایه عبارت است از:

$d_۱ = ۶cm$	$K_۱ = ۱/۲ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$
$d_۲ = ۸cm$	$K_۲ = ۱/۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$
$d_۳ = ۱۰cm$	$K_۳ = ۲ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$
$A = ۵۰۰cm^۲$	
$\theta_۱ = ۳۰^\circ c$	
$\theta_۴ = ۱۰۳۰^\circ c$	

مطلوب است محاسبه:

الف – ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره برحسب $\frac{w}{m.^\circ c}$

ب – مقدار حرارت انتقال یافته در مدت ۵۰ دقیقه برحسب kj

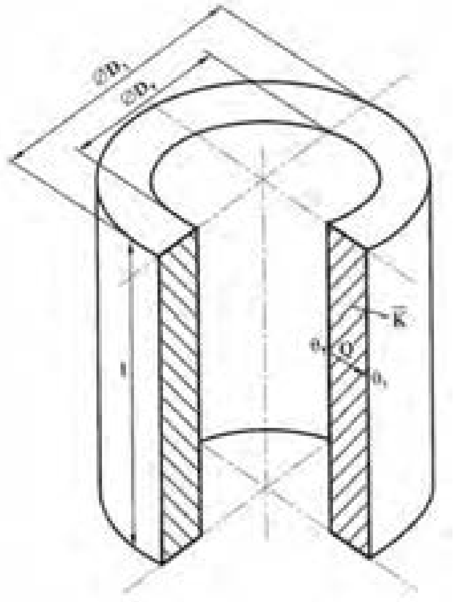
ج – شدت جریان حرارتی برحسب $\frac{kcal}{hr}$

حل (توسط هنرجو):

*** رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل:**

تاکنون رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های مسطح یک لایه و چندلایه بیان شد. در کاربردهای صنعتی مانند کوره‌های ریخته‌گری معمولاً از دیواره‌های استوانه‌ای شکل یک یا چند لایه استفاده می‌شود علت این مسأله این است که کوره‌های استوانه‌ای دارای سطح کمتری نسبت به کوره‌های با جداره مسطح می‌باشند در نتیجه با توجه به این‌که مقدار حرارت انتقال یافته نسبت مستقیم با سطح دارد، اتلاف حرارت از طریق انتقال حرارت به روش هدایت در کوره‌های استوانه‌ای شکل کمتر از کوره‌های با جداره مسطح می‌باشند، بنابراین باید بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته به روش هدایت را در کوره‌های استوانه‌ای شکل محاسبه کنیم. برای این منظور جداره استوانه‌ای مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم. ثابت شده است که مقدار حرارت انتقال یافته از دیواره مطابق رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\boxed{Q \approx \frac{\pi \bar{K} l t}{\dfrac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}} (\theta_2 - \theta_1)}$$



شکل ۵-۱- انتقال حرارت از دیواره استوانه ای

که در این رابطه:

Q = مقدار حرارت انتقال یافته از جداره استوانه‌ای برحسب cal یا j

$\bar{k}$= ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره برحسب $\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ یا $\frac{w}{m.^\circ c}$

L = ارتفاع دیواره استوانه‌ای برحسب cm یا m

t = زمان انتقال حرارت برحسب (s)

D_1 = قطر خارجی دیواره استوانه‌ای برحسب cm یا m

D_2 = قطر داخلی دیواره استوانه‌ای برحسب cm یا m

θ_1= درجه حرارت سطح خارجی برحسب $^\circ c$ یا $^\circ k$

θ_2 = درجه حرارت سطح داخلی برحسب $^\circ c$ یا $^\circ k$

تذکر: رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت در دیواره استوانه‌ای زمانی قابل استفاده است که قطر داخلی استوانه، برابر یا بزرگتر از نصف قطرخارجی آن باشد: $D_2 \geq \frac{D_1}{2}$

مثال ۲۲-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره یک لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_1 = 100^\circ c$ و $\theta_2 = 800^\circ c$ و ارتفاع داخلی کوره ۸۰ cm و قطر داخلی $D_2 = 80cm$، قطر خارجی $D_1 = 120cm$ و ضریب هدایت حرارتی متوسط $0/0015 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ می‌باشد، مطلوبست مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری در مدت دو ساعت.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شوند.

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?\ \ kcal$	$\theta_2 = 800^\circ c$ $\theta_1 = 100^\circ c$ $L = 80cm$ $D_2 = 80cm$ $D_1 = 120cm$ $t = 2hr$ $\bar{k} = 0/0015 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

مرحله ۲) تبدیل واحد. واحد زمان انتقال حرارت از ساعت به ثانیه تبدیل می‌شود.

$t = 2hr$

$t = 2 \times 3600 s$

$t = 7200 s$

مرحله ۳) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود.

$$Q = \frac{\pi \bar{k} L t}{\frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2}} (\theta_2 - \theta_1)$$

تمرین ۳۶-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره یک لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_2 = 700^\circ c$ و $\theta_1 = 90^\circ c$ و ارتفاع داخلی کوره m ۰/۷، قطر داخلی $D_2 = 0/9m$، قطر خارجی $D_1 = 0/11cm$ و ضریب هدایت حرارتی متوسط $0/0015 \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ می‌باشد، مطلوبست مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوژول در مدت ۰/۵ ساعت

حل (توسط هنرجو):

	مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق $Q=\dfrac{۳/۱۴\times ۰/۰۰۱۵\times ۸۰\times ۷۲۰۰}{\dfrac{۱۲۰-۸۰}{۱۲۰+۸۰}}(۸۰۰-۱۰۰)$. مرحله ۵) محاسبات ریاضی: $Q=\dfrac{۳/۱۴\times ۰/۰۰۱۵\times ۸۰\times ۷۲۰۰\times ۷۰۰}{\dfrac{۴۰}{۲۰۰}}$ $Q=\dfrac{۱۸۹۹۰۷۲}{۰/۲}$ $Q=۹۴۹۵۳۶۰\text{cal}$ چون مقدار حرارت انتقال یافته برحسب kcal خواسته شده است لذا جواب را به ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم تا به kcal تبدیل شود. $Q=\dfrac{۹۴۹۵۳۶۰}{۱۰۰۰}\Rightarrow \boxed{Q=۹۴۹۵/۳۶۰\text{kcal}}$
	تمرین ۳۷-۱: دیواره‌ای استوانه‌ای شکل از جنس نسوز با ا بعاد و مشخصات زیر مفروض است: $D_۱=۸۰\text{cm}$ $D_۲=۶۰\text{cm}$ $L=۱\text{m}$ $\overline{k}=۱/۵\times ۱۰^{-۳}\dfrac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{c.s}}$ درصورتی‌که دمای داخل و خارج این دیواره به ترتیب ۵۰۰°c و ۱۵۰°c باشد مطلوب است: الف) محاسبه میزان گرمای انتقال یافته در ۳۰ دقیقه ب) شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب $\dfrac{\text{w}}{\text{m}^۲}$ حل (توسط هنرجو):

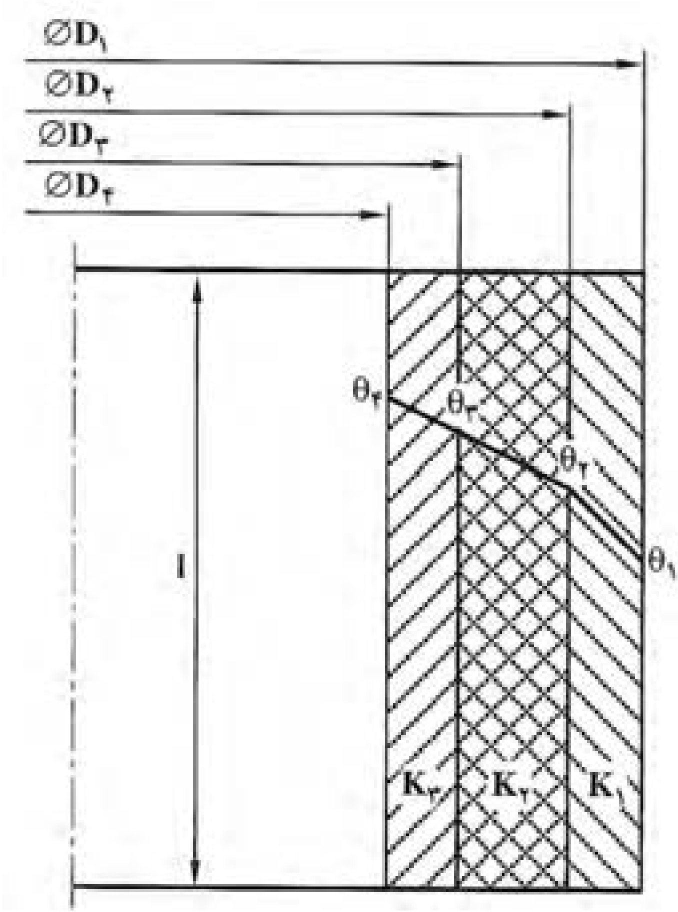
*** رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل چند لایه:**

معمولاً کوره‌های ذوب و ریخته‌گری بصورت چند لایه از جنس‌های مختلف (آجر نسوز، خاک نسوز و سایر مواد دیرگداز...) برای کاهش اتلاف حرارت ساخته می‌شوند، علت این است که اگر از یک لایه ساخته شوند از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه نخواهد بود بنابراین دیواره کوره‌های ذوب به خاطر کاهش هزینه‌ها و افزایش راندمان حرارتی چندلایه ساخته می‌شوند.

برای این‌که بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته به روش هدایت را از دیواره‌های استوانه‌ای چندلایه محاسبه نمائیم یک دیواره سه لایه مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم. در ابتدا باید ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره را مطابق رابطه زیر به‌دست آوریم.

$$K_{eq}=\frac{1}{\frac{1}{K_1}\times\frac{D_1-D_2}{D_1+D_2}+\frac{1}{K_2}\times\frac{D_2-D_3}{D_2+D_3}+\frac{1}{K_3}\times\frac{D_3-D_4}{D_3+D_4}}$$

ضریب هدایت‌های حرارتی هر لایه K_1، K_2 و K_3 ثابت فرض شده‌اند.



شکل ۶-۱- انتقال حرارت از دیواره سه لایه استوانه‌ای شکل

برای محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته از طریق هدایت برای یک دیواره استوانه‌ای شکل چندلایه از رابطه زیر می‌توان استفاده کرد.

$$\boxed{Q=\pi K_{eq}Lt(\theta_4-\theta_1)}$$

لازم به توضیح است که روابط مربوط به K_{eq} و Q در این قسمت در صورتی صادق هستند که قطر داخلی دیواره چندلایه بزرگ‌تر یا مساوی نصف قطر خارجی دیواره چندلایه باشد یعنی:

$$D_4\geq\frac{D_1}{2}$$

تذکر:

۱- قطر داخلی (کوچک‌ترین قطر $D_{۴}$) باید از نصف قطرخارجی (بزرگ‌ترین قطر $D_{۱}$) بزرگ‌تر یا مساوی آن باشد.

۲- تعداد جمله‌های مخرج رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل باید با تعداد لایه‌ها برابر باشد.

۳- قسمت داخل پرانتز در رابطه انتقال حرارت (Q) باید اختلاف درجه حرارت‌های داخلی و خارجی دیواره چندلایه باشد مثلاً برای یک دیواره هفت (۷) لایه درجه حرارت برابر $(\theta_{۱}-\theta_{۸})$ خواهد بود.

مثال ۲۳-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_{۳}=۱۵۰۰^{\circ}c$ و $\theta_{۱}=۱۱۰۰^{\circ}c$ و ابعاد این کوره برابر است با:ارتفاع داخلی کوره $L=۱۵۰cm$ و قطر داخلی $D_{۳}=۱۲۰cm$ و قطر میانی $D_{۲}=۱۴۰cm$ و قطر خارجی $D_{۱}=۱۶۰cm$، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k}_{۱}=۰/۰۰۴\dfrac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k}_{۲}=۰/۰۰۲\dfrac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه الف – ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره

ب – مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری و کیلوژول در مدت ۵۰ دقیقه.

$۱cal=۴/۲j \quad \pi\approx ۳$

حل: مرحله ۱) : داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

تمرین ۳۸-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_{۳}=۱۴۰۰^{\circ}c$ و $\theta_{۱}=۱۲۰۰^{\circ}c$ و ابعاد این کوره برابر است با:

ارتفاع داخلی کوره $L=۱/۴m$ و قطر داخلی $D_{۳}=۱۳۰۰mm$ و قطر میانی $D_{۲}=۱۵۰۰mm$ و قطر خارجی $D_{۱}=۰/۱۷m$، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط $۰/۰۰۵\dfrac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط $۰/۰۰۳\dfrac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه و تعیین:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره

ب) مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری و کیلوژول در مدت ۱ ساعت

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$K_{eq} = ? \quad \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ $Q = ? \quad kcal , kj$	$\theta_۳ = ۱۵۰۰^{\circ}c$ $\theta_۱ = ۱۱۰۰^{\circ}c$ $L = ۱۵۰cm$ $D_۳ = ۱۲۰cm$ $D_۲ = ۱۴۰cm$ $D_۱ = ۱۶۰cm$ $t = ۵۰min$ $\bar{k}_۱ = ۰/۰۰۴\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ $\bar{k}_۲ = ۰/۰۰۲\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$t = ۵۰min$

$t = ۵۰ \times ۶۰s$

$t = ۳۰۰۰s$

مرحله ۳) نوشتن رابطه برای قسمت الف :

$$K_{eq} = \frac{۱}{\frac{۱}{K_۱} \times \frac{D_۱ - D_۲}{D_۱ + D_۲} + \frac{۱}{K_۲} \times \frac{D_۲ - D_۳}{D_۲ + D_۳}}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$K_{eq} = \frac{۱}{\frac{۱}{۰/۰۰۴} \times \frac{۱۶۰-۱۴۰}{۱۶۰+۱۴۰} + \frac{۱}{۰/۰۰۲} \times \frac{۱۴۰-۱۲۰}{۱۴۰+۱۲۰}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی

$$K_{eq} = \frac{۱}{\frac{۱}{۰/۰۰۴} \times \frac{۲۰}{۳۰۰} + \frac{۱}{۰/۰۰۲} \times \frac{۲۰}{۲۶۰}}$$

$$K_{eq} = \frac{۱}{\frac{۲۰}{۱/۲} + \frac{۲۰}{۰/۵۲}}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{16/7 + 38/5}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{55/2}$$

$$\boxed{K_{eq} = 0/018 \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه قسمت ب:

$Q = \pi K_{eq} Lt(\theta_3 - \theta_1)$

مرحله ۷) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$Q = 3 \times 0/018 \times 150 \times 3000(1500 - 1100)$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی

$Q = 3 \times 0/018 \times 150 \times 3000 \times 400$

$Q = 9720000 cal$

* چون مقدار انتقال حرارت برحسب kcal خواسته است لذا بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

$$Q = \frac{9720000}{1000}$$

$$\boxed{Q = 9720 kcal}$$

* همچنین مقدار انتقال حرارت را برحسب کیلوژول محاسبه می‌کنیم.

$Q = 9720 \times 4/2$

$$\boxed{Q = 40824 kj}$$

تمرین ۳۹-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_3 = ۹۵۰^\circ c$ و $\theta_1 = ۱۱۰^\circ c$ ابعاد این کوره برابرند با:

ارتفاع داخلی کوره $L = ۱۳۰cm$ و قطر داخلی $D_3 = ۱۵۰cm$ و قطر میانی $D_2 = ۱۶۰cm$ و قطر خارجی $D_1 = ۱۸۰cm$، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط $k_1 = ۰/۰۰۳ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط $k_2 = ۰/۰۰۱۸ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه:

الف) مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری در مدت ۲ ساعت

ب) درجه حرارت در فصل مشترک آجرنسوز و خاک رس

ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در جداره کوره

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۴۰-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره سه لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از: $\theta_۴ = ۱۲۰۰^\circ c$ ، $\theta_۱ = ۵۰^\circ c$ ابعاد این کوره عبارتند از: ارتفاع داخلی کوره $L = ۱۵۰cm$ و قطر لایه‌ها از لایه داخلی به سمت خارجی به ترتیب $D_۴ = ۱۰۰cm$ و $D_۳ = ۱۲۰cm$ و $D_۲ = ۱۴۰cm$ و $D_۱ = ۱۶۰cm$ و ضریب هدایت حرارتی لایه‌ها به ترتیب از خارج به داخل $k_۱ = ۰/۰۰۳ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ و $k_۲ = ۰/۰۰۲۵ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ و $k_۳ = ۰/۰۰۲ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ مطلوب است محاسبه: الف) مقدار ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره (K_{eq}) ب) مقدار حرارت انتقال یافته (Q) از این جداره برحسب ژول در مدت ۱/۵ ساعت. حل (توسط هنرجو):	

تمرین ۴۱-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای سه لایه به شرح زیر می‌باشد:

$D_{۱} = ۱۵۰cm$ $D_{۲} = ۱۳۰cm$ $\theta_{۱} = ۸۰^{\circ}c$ $\theta_{۴} = ۱۰۰۰^{\circ}c$ $L = ۸۰cm$ $D_{۳} = ۱۰۰cm$ $D_{۴} = ۸۰cm$	$k_{۱} = ۰/۰۰۱۲\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ $k_{۲} = ۰/۰۰۱۸\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ $k_{۳} = ۰/۰۰۱\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$

مطلوب است محاسبه:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره

ب) مقدار حرارت انتقال یافته از این دیواره برحسب cal در مدت زمان ۲۰ دقیقه

ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در جداره کوره

حل (توسط هنرجو):

⁎ رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی (همرفت یا کنوکسیون):

با توجه به مطالب ذکر شده، انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی از طریق جابه‌جا شدن مولکول‌های قسمت سرد و قسمت گرم جسم صورت می‌گیرد و این عمل تا زمانی ادامه می‌یابد که دمای هر دو قسمت جسم یکسان شود. به عنوان مثال می‌توان رادیاتور شوفاژ را در نظر گرفت، هنگامی که موتورخانه روشن می‌شود رادیاتور سرد است، اما با گذشت زمان آب موجود در دیگ موتورخانه گرم شده و حرکت کرده و جای خود را با آب سرد موجود در رادیاتور تغییر می‌دهد. در اثر برخورد آب گرم با سطح رادیاتور سرد حرارت از آب به دیواره رادیاتور منتقل می‌شود و رادیاتور گرم می‌شود. با توجه به این مثال می‌توان نتیجه گرفت که هرچه اختلاف درجه حرارت بین آب و دیواره رادیاتور بیشتر باشد، حرارت بیشتری از آب به دیواره منتقل می‌شود، از طرفی هرچه سطح دیواره رادیاتور بزرگ‌تر باشد نیز حرارت بیشتری از آب گرم به دیواره رادیاتور منتقل خواهد شد و هرچه زمان تماس آب گرم با دیواره بیشتر باشد، حرارت انتقال یافته به دیواره رادیاتور بیشتر است پس می‌توان نتیجه گرفت، اگر سیالی (مایع یا گاز) با دمای (θ_F) از کنار دیواره با دمای (θ_w) و سطح (A) در مدت زمان (t) عبور کند مقدار گرما از سیال به دیواره منتقل می‌شود. بنابراین گرمای انتقال یافته از سیال به دیواره نسبت مستقیم با اختلاف درجه حرارت سیال و دیواره $(\theta_F - \theta_w)$، سطح دیواره (A) و زمان تماس (t) دارد. در نتیجه داریم:

$$Q \propto A(\theta_F - \theta_w) \times t$$

حال برای تبدیل این تناسب به تساوی نیاز به یک ضریب می‌باشد که با α_c نشان داده می‌شود که این ضریب متناسب با جنس سیال، شکل و ابعاد دیواره می‌باشد. α_c را ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون می‌نامند. بنابراین رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Q = \alpha_c A(\theta_F - \theta_w)t$$

این رابطه معمولاً به‌صورت زیر نمایش می‌دهد:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A(\theta_F - \theta_w)$$

این رابطه به رابطه نیوتن مشهور می‌باشد.

⁎ واحد ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون در سیستم SI:

واحد ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون در سیستم SI براساس رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی به‌دست می‌آید که در این رابطه واحد پارامترهای آن عبارتند از:

Q = حرارت انتقال یافته به طریق جابه‌جایی برحسب (j)

t = زمان برحسب (s)

A = سطح مشترک سیال و دیواره برحسب m^2

$(\theta_F - \theta_w)$ = اختلاف درجه حرارت برحسب $^\circ k$ یا معادل آن $^\circ c$

بنابراین با جای‌گذاری این واحدها در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A(\theta_F - \theta_w)$$

$$\frac{j}{s} = \alpha_{c\text{واحد}} \times m^2 \times {}^\circ C$$

$$W = \alpha_{c\text{واحد}} \times m^2 \times {}^\circ C$$

$$\boxed{\alpha_{c\text{واحد}} = \frac{w}{m^2.{}^\circ C}}$$

نکته: رابطه $\frac{Q}{t} = \alpha_c A(\theta_F - \theta_w)$ برای زمانی است که حرارت از سیال با درجه حرارت بالاتر به دیواره جامد با درجه حرارت پایین‌تر منتقل می‌شود، درصورتی‌که انتقال حرارت از دیواره گرم به سیال سرد صورت پذیرد رابطه انتقال حرارت به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A(\theta_w - \theta_F)$$

* واحدهای دیگر ضریب جابه‌جایی (α_c) به‌صورت زیر خواهد بود:

Q = حرارت انتقال یافته برحسب (cal)

t = زمان برحسب (s)

A = سطح برحسب cm^2

$(\theta_F - \theta_w)$ = اختلاف درجه حرارت برحسب $^\circ c$

بنابراین با جای‌گذاری در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A(\theta_F - \theta_w)$$

واحد $\frac{cal}{s} = \alpha_{c\text{واحد}} \times cm^2 \times {}^\circ c$

واحد $\boxed{\alpha_c = \frac{cal}{cm^2.{}^\circ c.s}}$

درصورتی‌که داشته باشیم:

Q = حرارت انتقال یافته برحسب (kcal)

t = زمان برحسب (hr)

A = سطح برحسب m^2

$(\theta_F - \theta_w)$ = اختلاف درجه حرارت برحسب $^\circ c$

بنابراین با جای‌گذاری واحدهای فوق در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی خواهیم داشت:

$$\text{واحد } \frac{Q}{t} = \alpha_c \text{ واحد } A(\theta_F - \theta_w) \text{ واحد}$$

$$\text{واحد } \frac{kcal}{hr} = \alpha_c \text{ واحد } \times m^2 \times^\circ c$$

$$\text{واحد } \boxed{\alpha_c = \frac{kcal}{m^2.^\circ c.hr}}$$

مثال ۲۴-۱: برای خنک کردن یک ورق فولاد گرم به ابعاد $۶۰ \times ۱۰۰ cm^2$ و دمای $۴۰۰^\circ c$، هوائی با دمای $۵۰^\circ c$ به مدت ۵۰s روی آن دمیده می‌شود اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون $۲۰\frac{w}{m^2.^\circ c}$ باشد، مقدار گرمای کل انتقالی برحسب کیلوژول چه اندازه خواهد بود.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$A = ۶۰ \times ۱۰۰ = ۶۰۰۰ cm^2$ $\theta_w = ۴۰۰^\circ c$ $\theta_F = ۵۰^\circ c$ $t = ۵۰ s$ $\alpha_c = ۲۰\frac{w}{m^2.^\circ c}$	$Q = ? \quad kj$

مرحله ۲) تبدیل واحد. در اینجا واحد سطح از cm^2 به m^2 تبدیل می‌شود.

$$A = ۶۰۰۰ cm^2$$

$$A = ۶۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰} m^2$$

تمرین ۴۲-۱: برای خنک کردن یک صفحه فلزی گرم به ابعاد $۰/۵m \times ۰/۹m$ دمای $۴۵۰^\circ c$، هوائی با دمای $۴۰^\circ c$ به مدت یک دقیقه روی آن دمیده می‌شود اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون $۳۰\frac{w}{m^2.^\circ c}$ باشد، مقدار گرمای کل انتقالی برحسب کیلوکالری چه اندازه خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):

$A = \frac{۶}{۱۰} m^۲$

$A = ۰/۶ m^۲$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله:

$Q = \alpha_c A(\theta_w - \theta_F)$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$Q = ۲۰ \times ۰/۶ \times (۴۰۰ - ۵۰) \times ۵۰$

$Q = ۲۰ \times ۰/۶ \times ۳۵۰ \times ۵۰ \, j$

$Q = ۲۱۰۰۰۰ j$

چون برحسب kj خواسته شده است بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

$Q = \frac{۲۱۰۰۰۰}{۱۰۰۰}$

$\boxed{Q = ۲۱۰ kj}$

مثال ۲۵-۱: برای سرد کردن یک صفحه چدنی ۷۰۰°c به مساحت ۰/۵m² ، هوای ۲۵°c به مدت ۴۵s روی آن دمیده می‌شود درصورتی‌که مقدار گرمای کل انتقالی ۴۲ kcal باشد، ضریب کنوکسیون را برحسب $\frac{cal}{cm^۲.^\circ c.s}$ و $\frac{kcal}{m^۲.^\circ c.hr}$ به‌دست آورید.

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شوند

خواسته‌ها	داده‌ها
$\alpha_c = ? \quad \frac{cal}{cm^۲.^\circ c.s}$ $\frac{kcal}{m^۲.^\circ c.hr}$	$\theta_w = ۷۰۰^\circ c$ $A = ۰/۵ m^۲$ $\theta_F = ۲۵^\circ c$ $t = ۴۵s$ $Q = ۴۲kcal$

تمرین ۴۳-۱: برای سرد کردن یک ورق فولادی ۸۰۰°c به مساحت ۸۰۰۰cm² ، هوای ۲۵°c به مدت ۰/۵ دقیقه روی آن دمیده می‌شود درصورتی‌که مقدار گرمای کل انتقالی ۱۸۰ kj باشد، ضریب کنوکسیون را برحسب $\frac{cal}{cm^۲.^\circ c.s}$ و $\frac{kcal}{m^۲.^\circ c.hr}$ به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از ثانیه به ساعت تبدیل می‌شود.

$$t = ۴۵s$$

$$t = ۴۵ \times \left(\frac{۱}{۳۶۰۰}\right) hr$$

$$t = \frac{۴۵}{۳۶۰۰} hr$$

$$t = ۰/۰۱۲۵ hr$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله فوق.

$$Q = \alpha_c A(\theta_w - \theta_F)t$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$۴۲ = \alpha_c \times ۰/۵ \times (۷۰۰ - ۲۵) \times ۰/۰۱۲۵$$

$$۴۲ = \alpha_c \times ۰/۵ \times ۶۷۵ \times ۰/۰۱۲۵$$

$$۴۲ = \alpha_c \times ۴/۲$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{۴۲}{۴/۲} = \frac{\alpha_c \times ۴/۲}{۴/۲}$$

$$\boxed{\alpha_c = ۱۰ \frac{kcal}{m^۲ . ^\circ c . hr}}$$

مرحله ۵) در داده‌های مسأله تغییر واحد انجام می‌دهیم.

$$Q = ۴۲ \times ۱۰۰۰ = ۴۲۰۰۰ cal$$

$$t = ۴۵s$$

$$A = ۰/۵ \times ۱۰۰۰۰ = ۵۰۰۰ cm^۲$$

$$\theta_w = ۷۰۰ ^\circ c$$

$$\theta_F = ۲۵ ^\circ c$$

	$Q=\alpha_c A(\theta_w-\theta_F)$ $۴۲۰۰۰=\alpha_c\times ۵۰۰۰(۷۰۰-۲۵)\times ۴۵$ $۴۲۰۰۰=\alpha_c\times ۵۰۰۰\times ۶۷۵\times ۴۵$ $۴۲۰۰۰=\alpha_c\times ۱۵۱۸۷۵۰۰۰$ $\alpha_c=\frac{۴۲۰۰۰}{۱۵۱۸۷۵۰۰۰}$ $\boxed{\alpha_c=۰/۰۰۰۲۷۸\frac{cal}{cm^۲.^\circ c.s}}$ می توان از راه دیگری $\frac{kcal}{m^۲.^\circ c.hr}$ را به $\frac{cal}{cm^۲.^\circ c.s}$ تبدیل کرد. $\alpha_c=۱۰\frac{kcal}{m^۲.^\circ c.hr}$ $\alpha_c=\frac{۱۰\times ۱۰۰۰}{۱۰۰۰۰\times ۳۶۰۰}$ $\boxed{\alpha_c=۰/۰۰۰۲۷۸\frac{cal}{cm^۲.^\circ c.s}}$
	تمرین ۴۴-۱: بر روی یک ورق داغ به ابعاد ۹۰×۴۰ سانتی‌متر و دمای $۳۵۰^\circ c$، هوائی به دمای $۲۵^\circ c$ دمیده می‌شود. مطلوبست: الف) محاسبه و تعیین حرارت کل انتقالی از روی سطح ورق مزبور در مدت ۳ ثانیه برحسب کیلوژول. درصورتی‌که ضریب جابه‌جایی برابر $\alpha_c=۳۲\frac{w}{m^۲.^\circ c}$ باشد. ب) اگر جنس ورق از فولاد ساده کربنی با ضریب هدایت حرارتی متوسط $۴۰/۶\frac{w}{m.k}$ و ضخامت ۳۲mm باشد و مقدار ۶۲۰ ژول انرژی از سطح ورق به طریق تشعشع (در هرثانیه) تلف شده باشد، افت دما در ضخامت این ورق چه اندازه خواهد بود. حل (توسط هنرجو):

تمرین ۴۵-۱: برای خنک کردن یک ورق فولادی گرم به ابعاد ۷۰ × ۴۵ سانتی‌متر و دمای $۲۵۰^\circ c$، هوایی با دمای $۲۵^\circ c$ به مدت ۲۵ ثانیه روی آن دمیده می‌شود. اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون $۳۰\frac{w}{m^۲.^\circ c}$ باشد، جریان حرارتی برحسب کیلووات چه اندازه خواهد بود؟ همچنین مقدار حرارت کل انتقالی را برحسب کیلوژول و کیلوکالری حساب کنید.حل (توسط هنرجو):

تمرین ۴۶-۱: برای گرم کردن یک ورق آلومینیومی دایره‌ای شکل به شعاع $۰/۵m$ به دمای $۱۰^\circ c$ هوایی با دمای $۳۰۰^\circ c$ به مدت یک ساعت روی آن دمیده می‌شود، اگر ضریب کنوکسیون $۴۰\frac{w}{m^۲.^\circ c}$ باشد مطلوبست محاسبه: الف – میزان حرارت انتقال یافته برحسب ژول ب – جریان حرارتی برحسب کیلووات حل (توسط هنرجو):	

مثال ۲۵-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد $۲۰۰cm \times ۵۰cm$ با ضخامت ۲۰ cm از آجرنسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $\bar{k} = ۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ مفروض است چنانچه دمای سطح گرم $۱۲۰۰^{\circ}c$ و سطح سرد $۲۰۰^{\circ}c$ باشد، مطلوبست:

الف – مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت ۶۰ ثانیه برحسب کالری

ب – شیب حرارتی دیواره برحسب $\frac{^{\circ}c}{cm}$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه می‌نویسیم.

تمرین ۴۷-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد $۱/۵\,mm \times ۰/۸\,mm$ با ضخامت ۲۵۰ mm از آجرنسوز دارای ضریب هدایت حرارتی $\bar{k} = ۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ مفروض است. چنانچه دمای سطح گرم $۱۲۵۰^{\circ}c$ و سطح سرد $۲۵۰^{\circ}c$ باشد مطلوبست:

الف) محاسبه مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت ۱/۵ دقیقه برحسب ژول

ب) شیب حرارتی دیواره برحسب $\frac{^{\circ}c}{cm}$

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?\ \ cal$ شیب حرارتی $= ?\ \frac{^\circ c}{cm}$	$A = ۲۰۰cm \times ۵۰cm$ $d = ۲۰cm$ $\bar{k} = ۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ $\theta_۲ = ۱۲۰۰^\circ c$ $\theta_۱ = ۲۰۰^\circ c$ $t = ۶۰s$

مرحله ۲) به‌دست آوردن مساحت

$$A = ۲۰۰ \times ۵۰$$
$$A = ۱۰۰۰۰cm^۲$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت مربوط به قسمت الف:

$$Q = \bar{k}\frac{A(\theta_۲ - \theta_۱)t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = ۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{۱۰۰۰۰(۱۲۰۰ - ۲۰۰) \times ۶۰}{۲۰}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی.

$$Q = \frac{۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰۰۰۰ \times ۱۰۰۰ \times ۶۰}{۲۰}$$
$$Q = \frac{۸۴۰۰۰۰}{۲۰}$$
$$\boxed{Q = ۴۲۰۰۰cal}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ب:

شیب حرارتی $= \frac{\theta_۲ - \theta_۱}{d}$

شیب حرارتی $= \frac{۱۲۰۰ - ۲۰۰}{۲۰}$

شیب حرارتی $= \frac{۱۰۰۰}{۲۰}$

$\boxed{\text{شیب حرارتی} = ۵۰\frac{^\circ c}{cm}}$

مثال ۲۶-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد مطلوبست محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته در یک ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری.

$D_۱ = ۱۵۰cm$ $D_۲ = ۱۳۰cm$ $D_۳ = ۱۰۰cm$ $\pi = ۳$ $L = ۱۲۰cm$	$\theta_۱ = ۱۰۰^\circ c$ $\theta_۳ = ۱۱۰۰^\circ c$ $K_{eq} = ۸\times۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$D_۱ = ۱۵۰cm$ $D_۲ = ۱۳۰cm$ $D_۳ = ۱۰۰cm$ $\pi = ۳$ $L = ۱۲۰$ $\theta_۱ = ۱۰۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۱۱۰۰^\circ c$ $t = ۱h$ $K_{eq} = ۸\times۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$	$Q = ? \quad cal, kcal$

مرحله ۲) تبدیل واحد. واحد زمان را از ساعت به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$t = ۱h$$
$$t = ۱\times۳۶۰۰s$$
$$t = ۳۶۰۰s$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله فوق

$$Q = \pi K_{eq} L t(\theta_۳ - \theta_۱)$$

تمرین ۴۸-۱: مشخصات یک جداره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد مطلوبست محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته در یک ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری.

$D_۱ = ۱/۶m$ $D_۲ = ۱/۴m$ $D_۳ = ۱/۲m$ $\pi = ۳$ $L = ۱۱۰cm$	$\theta_۱ = ۱۱۰^\circ c$ $\theta_۳ = ۱۳۰^\circ c$ $K_{eq} = ۸\times۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times (1100 - 100) \times 3600$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی را انجام می‌دهیم.

$$Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times 1000 \times 3600$$

$$\boxed{Q = 10368000\,cal}$$

اگر جواب را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنیم، برحسب kcal خواهد بود.

$$Q = \frac{10368000}{1000}$$

$$\boxed{Q = 10368\,kcal}$$

مثال ۲۷-۱: دیواره‌ی مسطح و یک لایه از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ با دمای $1150^{\circ}c$ در یک سطح و $150^{\circ}c$ در سطح مقابل آن موجود است. اگر ضخامت دیواره ۱۰ cm باشد مطلوبست:

الف – گرمای منتقل شده در زمان ۲ دقیقه از سطح $100\,cm^2$ برحسب کالری

ب – شیب حرارتی این دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌صورت خلاصه نوشته می‌شود

تمرین ۴۹-۱: دیواره‌ی مسطح و یک لایه از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $0/67 \frac{w}{m.^{\circ}c}$ با دمای $1200^{\circ}c$ در یک سطح و $180^{\circ}c$ در سطح مقابل آن موجود است. اگر ضخامت دیواره ۹۰ mm باشد، مطلوبست:

الف) گرمای منتقل شده در زمان ۱۸۰ s از سطح $120\,cm^2$ برحسب کالری.

ب) شیب حرارتی این دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر.

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q=?\quad cal$ شیب حرارتی $=?\quad \frac{^\circ c}{cm}$	$\bar{k}=1/4\times10^{-3}\ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ $\theta_2=1150^\circ c$ $\theta_1=150^\circ c$ $d=10cm$ $t=2\min$ $A=100cm^2$

مرحله ۲) تبدیل واحد زمان از min به s

$$\begin{cases} t=2\min \\ t=2\times60s \\ t=120s \end{cases}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش هدایت

$$Q=\bar{k}\frac{A(\theta_2-\theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$Q=1/4\times10^{-3}\frac{100\times(1150-150)\times120}{10}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی:

$$Q=\frac{1/4\times10^{-3}\times100\times1000\times120}{10}$$

$$Q=\frac{16800}{10}$$

$$\boxed{Q=1680cal}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه برای قسمت ب:

$$\text{شیب حرارتی}=\frac{\theta_2-\theta_1}{d}$$

$$\text{شیب حرارتی}=\frac{1150-150}{10}$$

$\frac{1000}{10}=$ شیب حرارتی $\boxed{100\frac{^\circ c}{cm}=\text{شیب حرارتی}}$	
مثال ۲۸-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $\bar{k}=1/4\times10^{-3}\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ با دمای $1150^\circ c$ در یک سطح و $150^\circ c$ در سطح مقابل موجود است. اگر ضخامت دیواره ۱۰ cm باشد مطلوبست: الف) گرمای منتقل شده در زمان ۲ دقیقه از سطح $100cm^2$ برحسب کالری ب) هدایت حرارتی جداره (σ) برحسب $\frac{w}{m^2.^\circ c}$ ج) مقاومت حرارتی (R) برحسب $\frac{m^2.^\circ c}{w}$ حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه نوشته می‌شود. <table><tr><th>داده‌ها</th><th>خواسته‌ها</th></tr><tr><td>$\bar{k}=1/4\times10^{-3}\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ $\theta_2=1150^\circ c$ $\theta_1=150^\circ c$ $d=10cm$ $t=2min$ $A=100cm^2$</td><td>$Q=?\quad cal$ $\sigma=?\quad\frac{w}{m^2.^\circ c}$ $R=?\quad\frac{m^2.^\circ c}{w}$</td></tr></table> مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود. $t=2min$ $t=2\times60s$ $t=120s$	تمرین ۵۰-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط $0/57\frac{w}{m^2.^\circ c}$ با دمای $1200^\circ c$ در یک سطح و $120^\circ c$ در سطح مقابل موجود است. اگر ضخامت دیواره ۱۵۰ mm باشد مطلوبست: الف) گرمای منتقل شده در زمان ۲۴۰ s از سطح $120cm^2$ برحسب کالری ب) هدایت حرارتی جداره (σ) برحسب $\frac{cal}{cm^2.^\circ c.s}$ ج) مقاومت حرارتی (R) برحسب $\frac{cm^2.^\circ c.s}{cal}$ حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به قسمت الف:

$$Q=\bar{k}\frac{A(\theta_{۲}-\theta_{۱})t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$Q=۱/۴\times۱۰^{-۳}\frac{۱۰۰(۱۱۵۰-۱۵۰)\times۱۲۰}{۱۰}$$

$$Q=\frac{۱/۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰\times۱۰۰۰\times۱۲۰}{۱۰}$$

$$Q=\frac{۱۶۸۰۰}{۱۰}$$

$$\boxed{Q=۱۶۸۰\text{cal}}$$

مرحله ۵) برای حل قسمت ب و ج، تبدیل واحد دیگری خواهیم داشت. لذا واحد ضخامت دیواره از cm به m و واحد $\bar{k}$ از $\frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{c.s}}$ به $\frac{\text{w}}{\text{m.}^\circ\text{c}}$

$$d=۱۰\text{cm}$$

$$d=۱۰\times\frac{۱}{۱۰۰}\text{m}$$

$$\boxed{d=۰/۱\text{m}}$$

$$\bar{k}=۱/۴\times۱۰^{-۳}\frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{c.s}}$$

داریم: $۱\text{cal}=۴/۲\text{j}$

$$\bar{k}=۱/۴\times۱۰^{-۳}\frac{۴/۲\text{j}}{\frac{۱}{۱۰۰}\text{m.}^\circ\text{c.s}}$$

$$\bar{k}=۱/۴\times۱۰^{-۳}\times۴۲۰۰\frac{\text{j}}{\text{m.}^\circ\text{c.s}}$$

$$k=۵/۸۸\frac{\text{j}}{\text{m.}^\circ\text{c.s}}$$

صورت و مخرج واحد را بر s تقسیم می‌کنیم

$$\bar{k}=۵/۸۸\frac{\frac{\text{j}}{\text{s}}}{\frac{\text{m.}^\circ\text{c.}\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{s}}}}$$

$$\boxed{\bar{k} = ۵/۸۸ \frac{w}{m.^{\circ}c}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ب:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

$$\sigma = \frac{۵/۸۸}{۰/۱}$$

$$\boxed{\sigma = ۵۸/۸ \frac{w}{m^{۲}.^{\circ}c}}$$

مرحله ۷) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ج:

$$R = \frac{d}{\bar{k}}$$

$$R = \frac{۰/۱}{۵/۸۸}$$

$$\boxed{R = ۰/۰۱۷ \frac{m^{۲}.^{\circ}c}{w}}$$

مثال ۲۹-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب $۱۲۲۵^{\circ}c$ و $۱۲۵^{\circ}c$ است. اگر ضخامت دیواره ۱۱ cm باشد درجه حرارت در عمق ۵ cm از سطح سرد این دیواره را تعیین کنید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_{۲} = ۱۲۲۵^{\circ}c$ $\theta_{۱} = ۱۲۵^{\circ}c$ $d = ۱۱cm$ $d' = ۵cm$	$\theta' = ?\ ^{\circ}c$

مرحله ۲) نوشتن رابطه شیب حرارتی

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_{۲} - \theta_{۱}}{d}$$

تمرین ۵۱-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی یک دیواره به ترتیب $۱۲۰۰^{\circ}c$ و $۱۱۵^{\circ}c$ است. اگر ضخامت دیواره ۱۰۰ mm باشد درجه حرارت در عمق ۰/۰۷ m از سطح سرد این دیواره را تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

شیب حرارتی $= \frac{1225-125}{11}$

شیب حرارتی $= \frac{1100}{11}$

شیب حرارتی $= 100 \frac{^\circ c}{cm}$

مرحله ۴) نوشتن رابطه شیب حرارتی در ضخامت d'، چون شیب حرارتی در هر نقطه دیواره ثابت است.

شیب حرارتی $= \frac{\theta' - \theta_1}{d'}$

* جای‌گذاری داده‌ها در رابطه

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم $\frac{\theta'-125}{5} = \frac{100}{1}$

$$(\theta'-125)\times 1 = 5\times 100$$

معلوم‌ها یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$\theta'-125=500$$

$$\theta'=500+125$$

$$\boxed{\theta'=625^\circ c}$$

مثال ۱-۳۰: دیواره مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۳۰ cm از یک طرف در دمای ۱۴۰۰°c و از طرف دیگر در دمای ۲۰۰°c قرار دارد.

الف) شیب حرارتی دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر

ب) دما در فاصله ۱۰ سانتی‌متری از سطح گرم آن

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

تمرین ۱-۵۲: دیواره مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۰/۴۵ m از یک طرف در دمای ۱۳۰۰°c و از طرف دیگر در دمای ۱۸۰°c قرار دارد.

الف) شیب حرارتی دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر

ب) دما در فاصله ۱۲۰ mm از سطح گرم آن

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta' = ?\quad ^\circ c$ $شیب حرارتی = ?\quad \frac{^\circ c}{cm}$	$d = ۳۰cm$ $\theta_۲ = ۱۴۰۰^\circ c$ $\theta_۱ = ۲۰۰^\circ c$ $d' = ۱۰cm$

مرحله ۲) رابطه شیب حرارتی برای قسمت الف نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_۲ - \theta_۱}{d}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری داده‌ها

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۱۴۰۰ - ۲۰۰}{۳۰}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۱۲۰۰}{۳۰}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی} = ۴۰\frac{^\circ c}{cm}}$$

مرحله ۴) با توجه به این‌که شیب حرارتی در تمام نقاط دیواره ثابت است بنابراین در ضخامت ۱۰ cm از رابطه شیب حرارتی استفاده می‌کنیم.

$$\text{شیب حرارتی در فاصله ۱۰cm} = \frac{\theta_۲ - \theta'}{d'}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق

رابطه را طرفین و وسطین می‌کنیم $\frac{۱۴۰۰ - \theta'}{۱۰} = \frac{۴۰}{۱}$

$$(۱۴۰۰ - \theta') \times ۱ = ۴۰ \times ۱۰$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$۱۴۰۰ - \theta' = ۴۰۰$$

$$۱۴۰۰ - ۴۰۰ = \theta'$$

$$\boxed{\theta' = ۱۰۰۰^\circ c}$$

مثال ۱-۳۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دو لایه عبارتند از: $d_1 = ۸cm$ و $d_2 = ۱۲cm$ و $A = ۲۰۰cm^2$ و

$$k_1 = ۱/۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$$

$$k_2 = ۲/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$$

$\theta_1 = ۲۵^\circ c$ و $\theta_3 = ۸۲۵^\circ c$ و $1cal = ۴/۲j$

با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

الف) ضریب هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

ب) مقدار حرارت انتقال یافته در ۲۰ دقیقه برحسب کالری

ج) شدت جریان حرارتی برحسب (W)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحدها می‌نویسیم.

خواسته ها	داده ها
$K_{eq} = ? \quad \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$	$d_1 = ۸cm$
	$d_2 = ۱۲cm$
	$A = ۲۰۰cm^2$
$Q = ? \quad cal$	$\theta_1 = ۲۵^\circ c$
	$\theta_3 = ۸۲۵^\circ c$
	$t = ۲۰min$
$q = ? \quad w$	$k_1 = ۱/۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$
	$k_2 = ۲/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

مرحله ۲) تبدیل واحد زمان از دقیقه به ثانیه

$t = ۲۰min$

تمرین ۱-۵۳: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دولایه عبارتند از: $d_1 = ۰/۱m$ و $d_2 = ۱/۴m$ و $A = ۰/۰۲۲m^2$ و $\theta_1 = ۳۰^\circ c$ و $\theta_3 = ۸۵۰^\circ c$ و $1cal = ۴/۲j$

$$k_1 = ۱/۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$$

$$k_2 = ۲/۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$$

با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

الف) ضریب هدایت حرارتی جداره برحسب $\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

ب) مقدار حرارت انتقال یافته در ۱۵ دقیقه برحسب کالری

ج) شدت جریان حرارتی برحسب (W)

حل (توسط هنرجو):

$t = ۲۰ \times ۶۰ s$

$t = ۱۲۰۰ s$

مرحله ۳) نوشتن رابطه K_{eq} برای دیواره مسطح چندلایه برای قسمت الف

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_۱}{k_۱} + \frac{d_۲}{k_۲}}$$

$d = d_۱ + d_۲$ داریم

$d = ۸ + ۱۲$

$d = ۲۰ cm$

مرحله ۴) در رابطه K_{eq} مقادیر داده‌ها را قرار می‌دهیم

$$K_{eq} = \frac{۲۰}{\frac{۸}{۱/۶ \times ۱۰^{-۳}} + \frac{۱۲}{۲/۴ \times ۱۰^{-۳}}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی رابطه:

$$K_{eq} = \frac{۲۰}{۵۰۰۰ + ۵۰۰۰}$$

$$K_{eq} = \frac{۲۰}{۱۰۰۰۰}$$

$$\boxed{K_{eq} = ۰/۰۰۲ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش هدایت برای دیواره دولایه (قسمت ب)

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_۳ - \theta_۱)t}{d}$$

مرحله ۷) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = ۰/۰۰۲ \frac{۲۰۰(۸۲۵ - ۲۵) \times ۱۲۰۰}{۲۰}$$

$Q = \frac{۰/۰۰۲ \times ۲۰۰ \times ۸۰۰ \times ۱۲۰۰}{۲۰}$

$Q = \frac{۳۸۴۰۰۰}{۲۰}$

$\boxed{Q = ۱۹۲۰۰ cal}$

در اینجا کالری را به ژول تبدیل می‌کنیم

$۱cal = ۴/۲j$

$Q = ۱۹۲۰۰ \times ۴/۲$

$Q = ۸۰۶۴۰j$

مرحله ۸) نوشتن رابطه شدت جریان حرارتی برای قسمت ج

$q = \frac{Q}{t}$

$Q = \frac{۸۰۶۴۰}{۱۲۰۰}$

$\boxed{Q = ۶۷/۲w}$

مثال ۳۲-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۲۰ cm از یک طرف در دمای $۱۲۰۰^\circ c$ و از طرف دیگر در دمای $۲۰۰^\circ c$ قرار دارد درصورتی‌که از هر مترمربع آن در دقیقه ۴۲ کیلوکالری گرما عبور کند مطلوبست:

الف) ضریب هدایت حرارتی دیواره برحسب $\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$

ب) شیب حرارتی دیواره برحسب $(\frac{^\circ c}{cm})$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

تمرین ۵۴-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۲۵ cm از یک طرف در دمای $۱۲۵۰^\circ c$ و از طرف دیگر در دمای $۲۲۵^\circ c$ قرار دارد درصورتی‌که از هر مترمربع آن در هر دقیقه ۱۶۰ kj گرما عبور کند مطلوبست:

الف) ضریب هدایت حرارتی دیواره برحسب $\frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ چقدر می‌شود

ب) شیب حرارتی دیواره را برحسب $\frac{^\circ c}{cm}$ حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$K = ? \ \frac{cal}{cm.^\circ c.s}$ $? \frac{^\circ c}{cm}$ = شیب حرارتی	$d = ۲۰ cm$ $\theta_۲ = ۱۲۰۰^\circ c$ $\theta_۱ = ۲۰۰^\circ c$ $q_e = ۴۲ \frac{kcal}{m^۲.min}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد q_e از $\frac{kcal}{m^۲.min}$ به $\frac{cal}{cm^۲.s}$ تبدیل می‌کنیم.

$$q_e = ۴۲ \frac{kcal}{m^۲.min}$$

$$q_e = ۴۲ \frac{۱۰۰۰ cal}{۱۰۰۰۰ cm^۲ \times ۶۰ s}$$

$$q_e = \frac{۴۲ \times ۱\cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰}}{۱۰\cancel{۰}\cancel{۰}\cancel{۰} \times ۶۰} \frac{cal}{cm^۲.s}$$

$$q_e = \frac{۴۲}{۶۰۰}$$

$$q_e = ۰/۰۷ \frac{cal}{cm^۲.s}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه q_e شدت جریان حرارتی مخصوص برای قسمت الف:

$$q_e = k \frac{(\theta_۲ - \theta_۱)}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه

محاسبات ریاضی: $\frac{۰/۰۷}{۱} = \frac{k(۱۲۰۰ - ۲۰۰)}{۲۰}$

$$\frac{۰/۰۷}{۱} = \frac{k \times ۱۰۰۰}{۲۰}$$

رابطه را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$(k \times ۱۰۰۰) \times ۱ = ۰/۰۷ \times ۲۰$$

$$k \times ۱۰۰۰ = ۱/۴$$

طرفین رابطه را بر ضریب k تقسیم می‌کنیم

$$\frac{k\times \cancel{1000}}{\cancel{1000}}=\frac{1/4}{1000}$$

$$\boxed{k=1/4\times 10^{-3}\ \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه شیب حرارتی برای قسمت ج

$$\text{شیب حرارتی}=\frac{\theta_2-\theta_1}{d}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه

$$\text{شیب حرارتی}=\frac{1200-200}{20}$$

$$\text{شیب حرارتی}=\frac{1000}{20}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی}=50\ {}^{\circ}c/cm}$$

مثال ۳۳-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

$D_1=150cm$ $D_2=130cm$ $D_3=100cm$ $\theta_1=100^{\circ}c$ $\theta_3=1100^{\circ}c$ $\pi=3$ $L=120cm$	$K_{eq}=8\times 10^{-3}\ \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ $k_1=0/002\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$

الف) مقدار حرارت انتقال یافته در ۶۰ دقیقه از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری

ب) درجه حرارت در فصل مشترک دولایه برحسب درجه سانتی‌گراد.

تمرین ۵۵-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

$D_1=1800mm$ $D_2=1400mm$ $D_3=110cm$ $\theta_1=110^{\circ}c$ $\theta_3=1200^{\circ}c$ $\pi=3$	$L=1/5m$ $k_1=0/003\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ $K_{eq}=6\times 10^{-3}\ \frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$

الف) مقدار حرارت انتقال یافته در ۰/۵ ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری

ب) درجه حرارت در فصل مشترک دولایه برحسب درجه سانتی‌گراد.

حل (توسط هنرجو):

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$D_{۱}=۱۵۰cm$ $D_{۲}=۱۳۰cm$ $D_{۳}=۱۰۰cm$ $\theta_{۱}=۱۰۰^{\circ}c$ $\theta_{۳}=۱۱۰۰^{\circ}c$ $\pi=۳$ $L=۱۲۰cm$ $t=۶۰min$ $k_{۱}=۰/۰۰۲\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$ $K_{eq}=۸\times۱۰^{-۲}\frac{cal}{cm.^{\circ}c.s}$	$Q=?\quad cal$ $Q=?\quad kcal$ $\theta_{۲}=?\quad ^{\circ}c$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$t=۶۰min$

$t=۶۰\times۶۰s$

$t=۳۶۰۰s$

مرحله ۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش هدایت در دیواره استوانه‌ای دولایه برای قسمت الف.

$Q=\pi K_{eq}Lt(\theta_{۳}-\theta_{۱})$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$Q=۳\times۸\times۱۰^{-۳}\times۱۲۰\times۳۶۰۰(۱۱۰۰-۱۰۰)$

$Q=۳\times۸\times۱۰^{-۳}\times۱۲۰\times۳۶۰۰\times۱۰۰۰$

$\boxed{Q=۱۰۳۶۸۰۰۰cal}$

* برای تبدیل cal به kcal مقدار Q را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

$Q = ۱۰۳۶۸۰۰۰ \div ۱۰۰۰$

$\boxed{Q = ۱۰۳۶۸ kcal}$

مرحله ۵) نوشتن رابطه انتقال حرارت برای لایه ۱ و قرار دادن Q حساب شده.

$$Q = \frac{\pi k_۱ L t}{\frac{D_۱ - D_۲}{D_۱ + D_۲}}(\theta_۲ - \theta_۱)$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۱۰۳۶۸۰۰۰ = \frac{۳ \times ۰/۰۰۲ \times ۱۲۰ \times ۳۶۰۰}{\frac{۱۵۰ - ۱۳۰}{۱۵۰ + ۱۳۰}}(\theta_۲ - ۱۰۰)$$

$$۱۰۳۶۸۰۰۰ = \frac{۲۵۹۲(\theta_۲ - ۱۰۰)}{\frac{۲۰}{۲۸۰}}$$

$$\frac{۱۰۳۶۸۰۰۰}{۱} = \frac{۲۵۹۲\theta_۲ - ۲۵۹۲ \times ۱۰۰}{۰/۰۷}$$

عبارت فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$۲۵۹۲\theta_۲ - ۲۵۹۲۰۰ = ۱۰۳۶۸۰۰۰ \times ۰/۰۷$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$۲۵۹۲\theta_۲ = ۷۲۵۷۶۰$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\cancel{۲۵۹۲}\theta_۲}{\cancel{۲۵۹۲}} = \frac{۷۲۵۷۶۰}{۲۵۹۲}$$

$\boxed{\theta_۲ = ۲۸۰^\circ c}$

سیمای فصل دوم

انبساط و انقباض اجسام

۲- انبساط و انقباض اجسام

- **۱-۲- انبساط خطی، سطحی و حجمی**
- **۲-۲- روابط انبساط خطی، سطحی و حجمی**
  - **۱-۲-۲- انبساط ظاهری و حقیقی مایعات**
  - **۲-۲-۲- تعیین انبساط سطوح سوراخ دار و حجم‌های توخالی**
- **۳-۲- انقباض اجسام در اثر کاهش درجه حرارت**
  - **۱-۳-۲- انقباض در حالت مذاب**
  - **- انقباض حین انجماد (خمیری)**
  - **۲-۳-۲- انقباض در حالت جامد**
  - **۳-۳-۲- تغییرات چگالی نسبت به انبساط و انقباض اجسام**

انبساط و انقباض اجسام

تعریف انبساط : هنگامی که اجسام حرارت داده می‌شوند ابعاد و در نتیجه حجم آنها افزایش پیدا می‌کند، این افزایش در ابعاد و حجم اجسام را انبساط می‌گویند.

تعریف انقباض : هنگامی که اجسام تحت سرما یا برودت قرار می‌گیرند، ابعاد و در نتیجه حجم آنها کاهش پیدا می‌کند، این کاهش در ابعاد و حجم اجسام را انقباض می‌گویند.

مثال : اگر یک میله فلزی را از درجه حرارت محیط ($۲۵^\circ c$)حرارت دهیم، هرچقدر درجه حرارت افزایش می‌یابد، طول میله افزایش می‌یابد، برعکس اگر درجه حرارت میله مجدد تا درجه حرارت محیط کاهش داده شود، با کاهش درجه حرارت طول میله کوتاه‌تر می‌شود و به اندازه اولیه برمی‌گردد. البته این تغییر طول در انبساط و انقباض مقدار کمی می‌باشد.

مثال دیگر در هنگام سرد شدن مذاب در قالب می‌باشد، به این صورت که با کاهش درجه حرارت، مذاب منقبض شده تا درجه حرارت انجماد، همچنین در هنگام انجماد به علت تبدیل حالت مایع به جامد نیز مجدد انقباض حاصل شده که به انقباض حین انجماد معروف است. از طرف دیگر جامد ایجاد شده نیز با کاهش درجه حرارت تا رسیدن به درجه حرارت محیط ($۲۵^\circ c$) مجدد منقبض می‌شود. بنابراین در هنگام انجماد مذاب در قالب معمولاً سه نوع انقباض صورت می‌گیرد که این انقباض‌ها معمولاً عیوبی را در قطعه ریختگی ایجاد می‌کنند. بنابراین باید در کلیه مراحل ریخته‌گری، مدلسازی، تکنولوژی قالب و انجماد و همچنین اثرات درجه حرارت فوق ذوب، ترکیب آلیاژ و نحوه انجماد آن و میزان انقباض ایجاد شده در نظر گرفته شود تا بتوان قطعه‌ای با کم‌ترین عیوب به‌دست آورد، لذا لازم است جهت طراحی، ابتدا بتوان مقادیر انبساط و انقباض محاسبه نمود.

۱-۲- انبساط خطی، سطحی و حجمی :

اگر تمام نقاط یک جسم را به‌طور یکنواخت حرارت دهیم نه تنها طول آن افزایش می‌یابد بلکه سطوح مختلف و حجم آن نیز افزایش می‌یابد که در مورد تمام حالات ماده (جامد، مایع، گاز) به غیر از چند مورد استثناء این پدیده اتفاق می‌افتد، اما در مورد جامدات این افزایش در طول، سطح و حجم مقدار کمی می‌باشد و بستگی به ابعاد اولیه، جنس و میزان درجه حرارت آنها دارد. در مورد مایعات و گازها افزایش طول، سطح و حجم یا به عبارت دیگر انبساط خطی یا طولی، انبساط سطحی و انبساط حجمی بیشتر می‌باشد. علت اصلی این پدیده این است که در اثر افزایش درجه حرارت جسم، انرژی اتم‌ها و مولکول‌های جسم افزایش یافته و در نتیجه دامنه حرکت و ارتعاشات آنها زیاد می‌شود، که این افزایش دامنه حرکت و ارتعاشات نیاز به فضای بیشتری دارد و در نتیجه ابعاد جسم بزرگ‌تر شده و به عبارت دیگر منبسط می‌شود.

انبساط خطی متناسب با طول اولیه جسم ($L_\circ$) و درجه حرارت آن ($^\circ c$) می‌باشد، علاوه بر این دو عامل،

انبساط خطی به ضریب انبساط خطی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می‌باشد بستگی دارد. که به‌طور خلاصه ازدیاد واحد طول به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}c$ یا $^{\circ}k$) را ضریب انبساط خطی می‌نامند که آن را با α نشان می‌دهند.

به همین ترتیب انبساط سطحی جسم متناسب با سطح اولیه و درجه حرارت جسم می‌باشد. علاوه بر این دو عامل، انبساط سطحی به ضریب انبساط سطحی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی است بستگی دارد، که بنا به تعریف ازدیاد واحد سطح جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}c$ یا $^{\circ}k$) را ضریب انبساط سطحی می‌نامند که آن را با β نشان می‌دهند. به همین ترتیب انبساط حجمی متناسب با حجم اولیه و درجه حرارت جسم می‌باشد علاوه بر این دو عامل، انبساط حجمی به ضریب انبساط حجمی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می‌باشد، بستگی دارد و بنا به تعریف، ازدیاد حجم جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}c$ و $^{\circ}k$) را ضریب انبساط حجمی می‌گویند و آن را با γ نشان می‌دهند.

با توجه به این‌که این ضرایب متناسب با فاصله دمایی (از θ_1 تا θ_2) می‌باشند، معمولاً مقدار متوسط آنها را در آن فاصله دمایی در نظر می‌گیرند.

۲-۲- روابط انبساط خطی، سطحی و حجمی :

انبساط خطی : یک میله فلزی را در نظر می‌گیریم اگر فرض کنیم که در صفر درجه سانتی‌گراد، طول میله L_0 باشد، اگر میله را تا درجه حرارت θ حرارت دهیم، طول میله L خواهد بود در این صورت میزان انبساط خطی یا طولی میله برابر خواهد بود با $L-L_0$ که معمولاً آن را با ΔL نشان می‌دهند، که خواهیم داشت :

$$\Delta L = L - L_0$$

هرچقدر که طول اولیه یا L_0 بیشتر باشد، میزان انبساط نیز به همان اندازه بیشتر خواهد بود، بنابراین انبساط طولی میله متناسب با طول اولیه (L_0) خواهد بود به عبارت دیگر :

$$\Delta L \propto L$$

مثلا اگر طول میله ۱cm باشد، انبساط طولی آن ۱mm خواهد شد. اما اگر طول میله ۱۰cm باشد انبساط طولی آن ۱۰mm خواهد شد.

از طرف دیگر هرچقدر درجه حرارت (θ) بیشتر باشد، میزان انبساط نیز بیشتر خواهد شد یعنی : $\Delta L \propto \theta$

به عنوان مثال اگر یک میله ۱۰cm را تا $۱۰۰^{\circ}c$ حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱mm خواهد شد. اما اگر آن را تا $۱۰۰۰^{\circ}c$ حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱۰mm خواهد شد.

بنابراین با توجه به رابطه ۱ و ۲ می‌توان نوشت : $\Delta L \propto L_0\theta$

حال برای این‌که این تناسب را به تساوی تبدیل کنیم، نیاز به یک ضریب می‌باشد، که این ضریب را با α

نمایش می‌دهند، که قبلاً توضیح داده شد، در نتیجه میزان انبساط خطی برابر خواهد بود با :

$$\Delta L = \alpha L_{\circ}\theta$$

از طرفی $\Delta L = L - L_{\circ}$ می‌باشد بنابراین خواهیم داشت :

$$L - L_{\circ} = \alpha L_{\circ}\theta$$

$$L = \alpha L_{\circ}\theta + L_{\circ}$$

$$\boxed{L = L_{\circ}(1+\alpha\theta)}$$

این رابطه در صورتی قابل استفاده است که اندازه θ کوچک باشد که به این ترتیب تقریباً می‌توان ضریب انبساط خطی را ثابت در نظر گرفت، اما در درجه حرارت‌های بالا یا در فاصله‌های دمایی زیاد، ضریب انبساط خطی (α) ثابت نیست و متناسب با درجه حرارت تغییر می‌کند. مثلاً ضریب انبساط خطی آهن در $(-200^{\circ}c)$ برابر $0/000003\frac{1}{^{\circ}c}$ و در صفر درجه سانتی‌گراد حدود $0/000012\frac{1}{^{\circ}c}$ و در $600^{\circ}c$ برابر $0/000016\frac{1}{^{\circ}c}$ می‌باشد. در این حالت بهتر است از ضریب انبساطی خطی متوسط $(\overline{\alpha})$ استفاده شود.

رابطه به‌دست آمده برای زمانی است که درجه حرارت اولیه صفر می‌باشد اما در حالت کلی زمانی که درجه حرارت جسم از θ_1 به θ_2 افزایش می‌یابد، طول میله نیز از $L_1 \to L_2$ تغییر می‌کند بنابراین رابطه به‌صورت زیر خواهد بود :

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\Delta L = L_1\overline{\alpha}(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Delta L = L_1\overline{\alpha}\Delta\theta$$

$$L_2 - L_1 = L_1\overline{\alpha}\Delta\theta$$

$$L_2 = L_1 + L_1\overline{\alpha}\Delta\theta$$

$$\boxed{L_2 = L_1(1+\overline{\alpha}\Delta\theta)}$$

در این رابطه :

$L_1 =$ طول اولیه میله در دمای θ_1

$L_2 =$ طول بعد از انبساط میله در درجه حرارت θ_2

L_2 و L_1 : برحسب mm ، cm یا m می‌باشد

$\Delta\theta$: برحسب $^{\circ}c$ و $^{\circ}k$

$\overline{\alpha}$ برحسب $\frac{1}{^{\circ}c}$ یا $\frac{1}{^{\circ}k}$ می‌باشد.

جدول ۱-۲- ضریب انبساط خطی بعضی از اجسام در $\circ^{\circ}c$:

جسم	α و $\frac{1}{^{\circ}c}$
آلومینیم	۲۴×۱۰^{-۶}
برنج	۱۸×۱۰^{-۶}
مس	۱۷×۱۰^{-۶}
اینوار (آلیاژ آهن و نیکل)	$۰/۹\times ۱۰^{-۶}$
آهن و فولاد	۱۲×۱۰^{-۶}
سرب	۲۹×۱۰^{-۶}
شیشه معمولی (تقریبی)	۱۰×۱۰^{-۶}
چینی	۳×۱۰^{-۶}
شیشه کوارتز	$۰/۷\times ۱۰^{-۶}$
اینوار مخصوص (آلیاژ آهن، نیکل و کُرُم)	$۰/۰۳\times ۱۰^{-۶}$
تنگستن	۴×۱۰^{-۶}
چوب (عمود بر الیاف)	۳۰×۱۰^{-۶}
چوب (به موازات الیاف)	۶×۱۰^{-۶}
روی	۳۰×۱۰^{-۶}
گرافیت	$۷/۹\times ۱۰^{-۶}$
چدن	$۱۰/۲\times ۱۰^{-۶}$

مثال ۱-۲: طول یک میله آهنی در $\circ^{\circ}c$ برابر $۱۰۰cm$ می‌باشد. افزایش طول آن را در دمای $۲۵۰^{\circ}c$ برحسب mm به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی آهن به‌طور متوسط در این فاصله دمایی $۱۴\times ۱۰^{-۶}\frac{1}{^{\circ}c}$ است.

تمرین ۱-۲: طول یک قطعه فلزی در $۲۵^{\circ}c$ برابر $۱/۵m$ می‌باشد افزایش طول آن را در دمای $۳۵۰^{\circ}c$ برحسب mm به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی فلز به‌طور متوسط در این فاصله دمایی $۱۲\times ۱۰^{-۶}\frac{1}{^{\circ}c}$ است.

حل (توسط هنرجو) :

حل :

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحد مربوطه می‌نویسیم.

خواسته‌ها	داده‌ها
$L_۲ = ?\quad cm$ $\Delta L = ?\quad mm$	$\theta_۱ = ۰^\circ c$ $L_۱ = ۱۰۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۲۵۰^\circ c$ $\overline{\alpha} = ۱۴\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$

مرحله ۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود.

$L_۲ = L_۱(۱+\overline{\alpha}\Delta\theta)$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق و همچنین می‌دانیم. $\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$

$L_۲ = L_۱(۱+\overline{\alpha}(\theta_۲ - \theta_۱))$

$L_۲ = ۱۰۰(۱+۱۴\times ۱۰^{-۶}(۲۵۰-۰)$

$L_۲ = ۱۰۰(۱+۱۴\times ۱۰^{-۶}\times ۲۵۰)$

$L_۲ = ۱۰۰(۱/۰۰۳۵)$

$\boxed{L_۲ = ۱۰۰/۳۵cm}$

$\Delta L = L_۲ - L_۱$

$\Delta L = ۱۰۰/۳۵ - ۱۰۰$

$\Delta L = ۰/۳۵cm$

چون ΔL را برحسب mm خواسته است لذا تبدیل واحد از cm به mm انجام می‌دهیم :

$\Delta L = ۰/۳۵\times ۱۰mm$

$\boxed{\Delta L = ۳/۵mm}$

مثال ۲-۲: طول یک میله مسی پس از رسیدن به $۵۰۰^\circ c$ برابر $۲۵۰cm$ می‌باشد، طول اولیه این میله در $۱۰۰^\circ c$ چقدر است، ضریب انبساط خطی مس در این فاصله دمایی $۲۰\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$L_۱ = ?\quad cm$	$\theta_۱ = ۱۰۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۵۰۰^\circ c$ $L_۲ = ۲۵۰cm$ $\alpha = ۲۰\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$

مرحله ۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود

$$L_۲ = L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$$

در این رابطه

$$\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$$

$$L_۲ = L_۱(۱+\alpha(\theta_۲ - \theta_۱))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها

$$۲۵۰ = L_۱(۱+۲۰\times۱۰^{-۶}(۵۰۰-۱۰۰))$$

$$۲۵۰ = L_۱(۱+۲۰\times۱۰^{-۶}\times۴۰۰)$$

$$۲۵۰ = L_۱\times۱/۰۰۸$$

طرفین تساوی را بر ضریب $L_۱$ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۲۵۰}{۱/۰۰۸} = \frac{L_۱\times۱/۰۰۸}{۱/۰۰۸}$$

$$\boxed{L_۱ = ۲۴۸/۰۲cm}$$

تمرین ۲-۲: طول یک میله گرافیتی پس از رسیدن به $۶۰۰^\circ c$ برابر $۱۳۵۰۰mm$ می‌باشد. طول اولیه میله در $۱۲۰^\circ c$ چقدر است. ضریب انبساط خطی میله در این فاصله دمایی برابر $۸\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۳-۲: طول یک میله فلزی در $100^\circ c$ برابر ۱۵۰۰mm و در $500^\circ c$ برابر ۱۵۵cm می‌باشد، ضریب انبساط خطی متوسط این میله فلزی را به‌دست آورید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\alpha} = ?$	$\theta_1 = 100^\circ c$ $L_1 = 1500mm$ $\theta_2 = 500^\circ c$ $L_2 = 155cm$

مرحله ۲) تبدیل واحد طول از mm به cm تبدیل می‌شود.

$L_1 = 1500mm$

داریم $1mm = 0/1cm$

$$L_1 = 1500 \times \frac{1}{10} cm$$

$$\boxed{L_1 = 150cm}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه :

$$L_2 = L_1(1+\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$L_2 = L_1(1+\bar{\alpha}(\theta_2 - \theta_1))$$

$$155 = 150(1+\bar{\alpha}(500-100))$$

$$155 = 150(1+\bar{\alpha}\times 400)$$

عدد ۱۵۰ در عددهای داخل پرانتز ضرب می‌شود.

$$155 = 150\times 1+\bar{\alpha}\times 400\times 150$$

$$155 = 150+60000\bar{\alpha}$$

تمرین ۳-۲: قطر یک استوانه فلزی در $120^\circ c$ برابر ۱۸dm و در $650^\circ c$ برابر ۱۸۵۰mm می‌باشد. ضریب انبساط خطی متوسط فلز را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

معلوم‌ها یک طرف تساوی.

$$155-150=60000\bar{\alpha}$$

$$5=60000\bar{\alpha}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود

$$\frac{\cancel{60000}\bar{\alpha}}{\cancel{60000}}=\frac{5}{60000}$$

$$\boxed{\bar{\alpha}=8/3\times10^{-5}\frac{1}{^{\circ}c}}$$

مثال ۴-۲: طول یک میله فلزی در صفر درجه سانتی‌گراد ۲۰۰۰mm و بعد از حرارت دادن به ۲۰۰۳mm افزایش می‌یابد. درصورتی‌که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر $12/5\times10^{-6}\frac{1}{^{\circ}c}$ باشد درجه حرارت نهایی میله فلزی را به‌دست آورید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_2=?\ \ ^{\circ}c$	$\theta_1=0^{\circ}c$ $L_1=2000mm$ $L_2=2003mm$ $\bar{\alpha}=12/5\times10^{-6}\frac{1}{^{\circ}c}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$L_2=L_1(1+\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$L_2=L_1(1+\bar{\alpha}(\theta_2-\theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه :

تمرین ۴-۲: قطر یک بوش فلزی در $20^{\circ}c$ ۲/۵cm و بعد از حرارت دادن به ۲۵/۵mm افزایش می‌یابد. درصورتی‌که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر $10/5\times10^{-6}\frac{1}{^{\circ}c}$ باشد، درجه حرارت نهایی بوش فلزی را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

$$2003 = 2000(1+12/5\times10^{-6}(\theta_2 - 0))$$

$$2003 = 2000(1+12/5\times10^{-6}\theta_2)$$

$$2003 = 2000+2000\times12/5\times10^{-6}\theta_2$$

$$2003-2000 = 0/025\theta_2$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{3}{0/025} = \frac{0/025\theta_2}{0/025}$$

$$\theta_2 = \frac{3}{0/025}$$

$$\boxed{\theta_2 = 120^\circ c}$$

مثال ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر ۵۰/۴mm به درون یک بوش لازم است بوش را گرم کنیم. اگر قطر داخلی بوش ۵۰mm بوده و ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد. دمای لازم برای گرم کردن بوش حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد؟ (دمای محیط $25^\circ c$ و $\overline{\alpha} = 10\times10^{-6}\,\frac{1}{^\circ c}$).

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_2 = ?\ \ ^\circ c$	$D_1 = 50mm$ $D_2 = 50/4mm$ $\theta_1 = 25^\circ c$ $\overline{\alpha} = 10\times10^{-6}\,\frac{1}{^\circ c}$

تمرین ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر ۶۵/۴mm درون یک بوش، لازم است میله را سرد کنیم، اگر قطر داخلی بوش ۶/۵cm باشد ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد، دمای لازم برای سرد کردن میله حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد (دمای محیط $25^\circ c$ و ضریب انبساط خطی متوسط برابر $12\times10^{-6}\,\frac{1}{^\circ c}$ می‌باشد).

حل (توسط هنرجو):

	مرحله ۲) نوشتن رابطه $D_۲ = D_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$ مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها $۵۰/۴ = ۵۰(۱+۱۰\times۱۰^{-۶}\times\Delta\theta)$ $۵۰/۴ = ۵۰\times۱+۵۰\times۱۰\times۱۰^{-۶}\times\Delta\theta$ $۵۰/۴ = ۵۰+۵\times۱۰^{-۴}\Delta\theta$ $۵۰/۴-۵۰ = ۵\times۱۰^{-۴}\Delta\theta$ $۰/۴ = ۵\times۱۰^{-۴}\Delta\theta$ طرفین تقسیم بر ضریب مجهول $\frac{۰/۴}{۵\times۱۰^{-۴}} = \frac{۵\times۱\cancel{۰}^{-۴}\Delta\theta}{۵\times۱\cancel{۰}^{-۴}}$ $\boxed{\Delta\theta = ۸۰۰^{\circ}c}$ $\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$ $۸۰۰ = \theta_۲ - ۲۵$ $۸۰۰+۲۵ = \theta_۲$ $\boxed{\theta_۲ = ۸۲۵^{\circ}c}$
	تمرین ۶-۲: طول یک میله آلومینیمی در $۵^{\circ}c$ برابر ۸۵cm است. افزایش طول آن برحسب mm در $۱۵۵^{\circ}c$ چقدر می‌شود، ضریب انبساط خطی آلومینیم به‌طور متوسط در این فاصله دمایی $۲۲/۵\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ است حل (توسط هنرجو):

	تمرین ۷-۲: طول یک میله مسی در $۱۵^\circ c$ برابر ۱۱۵cm است، افزایش طول آن برحسب mm در $۱۸۵^\circ c$ حساب کنید، ضریب انبساط خطی میله مسی به‌طور متوسط در این فاصله دمایی $۱۴\times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد. حل (توسط هنرجو):

* برای به‌دست آوردن میزان انبساط قطعات و اجسام می‌توان مقدار انبساط ابعاد مختلف آنها را به‌دست آورد سپس به کمک آنها می‌توان اندازه سطح و حجم انبساط یافته را به‌دست آورد. به‌طور مثال اگر یک جسم استوانه‌ای شکل داشته باشید می‌توانیم ابتدا میزان انبساط قطر و ارتفاع آن را به‌دست آوریم و سپس با استفاده از آنها سطح و حجم انبساط یافته را محاسبه نماییم. اما این کار زمان‌بر است و حجم محاسبات را افزایش می‌دهد. به همین منظور باید بتوانیم میزان انبساط سطحی و حجمی را مستقیماً به‌دست آوریم. برای این منظور روابطی مانند رابطه انبساط خطی برای محاسبه میزان انبساط سطح و حجم وجود دارد. در مورد انبساط سطحی رابطه به‌صورت زیر است :

$$A = A_{\circ}(1+\beta\theta)$$

که در آن :

A = میزان سطح انبساط یافته در درجه حرارت θ برحسب مترمربع، سانتی‌مترمربع و میلی‌مترمربع

$A_{\circ}$ = میزان سطح اولیه در درجه حرارت صفر درجه سانتی‌گراد برحسب مترمربع، سانتی‌مترمربع، میلی‌مترمربع

β = ضریب انبساط سطحی برحسب $\frac{1}{^{\circ}c}$ یا $\frac{1}{^{\circ}k}$

θ = درجه حرارت نهایی برحسب $^{\circ}c$ یا $^{\circ}k$

با توجه به تجربیات به‌دست آمده معمولاً ضریب انبساط سطحی (β) را دو برابر ضریب انبساط خطی (α) در نظر می‌گیرند یعنی $\boxed{\beta = 2\alpha}$

رابطه انبساط سطحی را می‌توان برای به‌دست آوردن، میزان انبساط سطحی ایجاد شده هنگامی که از درجه حرارت θ_1 به θ_2 می‌رسیم به‌صورت زیر نوشت :

$$A_2 = A_1(1+\overline{\beta}.\Delta\theta)$$

که در آن :

A_2 = سطح انبساط یافته در درجه حرارت θ_2

A_1 = سطح اولیه در درجه حرارت θ_1

$\overline{\beta}$ = ضریب انبساط سطحی متوسط در فاصله دمایی θ_1 و θ_2 (لازم به توضیح است که با تغییر درجه حرارت میزان انبساط خطی و در نتیجه ضریب انبساط سطحی تغییر می‌کند بنابراین در یک فاصله دمایی ضریب انبساط سطحی متوسط در نظر می‌گیرند).

* در مورد انبساط حجمی رابطه به‌صورت زیر است :

$$V = V_{\circ}(1+\gamma\theta)$$

که در آن :

V = حجم انبساط یافته در درجه حرارت θ برحسب مترمکعب، سانتی‌متر مکعب و میلی‌متر مکعب

$V_\circ$ = حجم انبساط یافته در درجه حرارت صفر درجه سانتی‌گراد برحسب مترمکعب، سانتی‌متر مکعب و میلی‌متر مکعب

γ = ضریب انبساط حجمی برحسب $\frac{1}{^\circ c}$ یا $\frac{1}{^\circ k}$

θ = درجه حرارت نهایی برحسب $^\circ c$ یا $^\circ k$

با توجه به تجربیات به‌دست آمده معمولاً ضریب انبساط حجمی (γ) را سه برابر ضریب انبساط خطی (α) در نظر می‌گیرند یعنی $\boxed{\gamma = 3\alpha}$

همچنین رابطه انبساط حجمی را می‌توان برای به‌دست آوردن میزان انبساط حجمی ایجاد شده هنگامی که از درجه حرارت θ_1 به θ_2 می‌رسیم به‌صورت زیر نوشت :

$$V_2 = V_1(1+\bar{\gamma}\Delta\theta)$$

که در آن :

V_2 = حجم انبساط یافته در درجه حرارت θ_2

V_1 = حجم اولیه در درجه حرارت θ_1

$\bar{\gamma}$ = ضریب انبساط حجمی متوسط در فاصله دمایی θ_1 و θ_2

$\Delta\theta$ = اختلاف درجه حرارت بین θ_1 و θ_2

مثال ۶-۲: یک ورق فلزی با مساحت ۰/۵ مترمربع در $25^\circ c$ را تا $200^\circ c$ حرارت داده‌ایم با فرض این‌که ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{^\circ c}$ 28×10^{-6} باشد مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط برحسب سانتی‌متر مربع به‌دست آورید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحد مربوطه نوشته شود.

تمرین ۸-۲: یک ورق فلزی به مساحت $6500 cm^2$ در $35^\circ c$ را تا $300^\circ c$ حرارت داده‌ایم با فرض این‌که ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{^\circ c}$ 24×10^{-6} باشد، مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط برحسب مترمربع به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_2 = ?\quad cm^2$	$A_1 = 0/5 m^2$ $\theta_1 = 25^\circ c$ $\theta_2 = 200^\circ c$ $\bar{\alpha} = 28 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ c}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_2 = A_1(1+\bar{\beta}\Delta\theta)$$

در این رابطه

$$\begin{cases} \bar{\beta} = 2\alpha \\ \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \end{cases}$$

پس خواهیم داشت :

$$A_2 = A_1(1+2\bar{\alpha}(\theta_2 - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_2 = 0/5(1+2\times 28 \times 10^{-6}(200-25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$A_2 = 0/5(1+56\times 10^{-6}\times 175)$$

$$A_2 = 0/5(1+0/0098)$$

$$A_2 = 0/5(1/0098)$$

$$A_2 = 0/5049 m^2$$

چون واحد را به cm^2 خواسته است لذا m^2 را به cm^2 تبدیل می‌کنیم :

$$1m^2 = 10000 cm^2$$

$$A_2 = 0/5049 \times 10000 cm^2$$

$$\boxed{A_2 = 5049 cm^2}$$

مثال ۷-۲: یک ورق فلزی به شکل مستطیل با طول و عرض ۱۰۰ و ۵۰ سانتی‌متر در درجه حرارت $۲۵^\circ c$ را تا $۲۵۰^\circ c$ حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب مترمربع پس از انبساط به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\bar{\alpha} = ۱۵\times۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
طول ورق $= ۱۰۰cm$ عرض ورق $= ۵۰cm$ $\theta_۱ = ۲۵^\circ c$ $\theta_۲ = ۲۵۰^\circ c$ $\bar{\alpha} = ۱۵\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$	$A_۲ = ? \quad m^۲$

مرحله ۲) به‌دست آوردن سطح اولیه :

عرض × طول= $A_۱$ مساحت مستطیل

$$A_۱ = ۱۰۰\times۵۰$$

$$A_۱ = ۵۰۰۰cm^۲$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_۲ = A_۱(۱+\bar{\beta}\Delta\theta)$$

همان‌طوری که قبلاً گفته شد می‌دانیم که :

$$\bar{\beta} = ۲\bar{\alpha}$$

$$\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$$

لذا خواهیم داشت :

$$A_۲ = A_۱(۱+۲\bar{\alpha}(\theta_۲ - \theta_۱))$$

$$A_۲ = ۵۰۰۰(۱+۲\times۱۵\times۱۰^{-۶}(۲۵۰-۲۵))$$

تمرین ۹-۲: یک ورق فلزی به ابعاد ۱×۱/۵ متر در درجه حرارت $۳۵^\circ c$ را تا $۲۸۰^\circ c$ حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب سانتی‌مترمربع پس از انبساط به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط $۱۸\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

$A_{۲} = ۵۰۰۰(۱ + ۳۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۲۵)$

$A_{۲} = ۵۰۰۰(۱ + ۰/۰۰۶۷۵)$

$A_{۲} = ۵۰۰۰(۱/۰۰۶۷۵)$

$A_{۲} = ۵۰۳۳/۷۵ cm^{۲}$

چون جواب را برحسب $m^{۲}$ خواسته لذا $cm^{۲}$ را به $m^{۲}$ تبدیل می‌کنیم.

$۱m^{۲} = ۱۰۰۰۰cm^{۲}$

$A_{۲} = ۵۰۳۳/۷۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰۰} m^{۲}\right)$

$A_{۲} = \frac{۵۰۳۳/۷۵}{۱۰۰۰۰} m^{۲}$

$\boxed{A_{۲} = ۰/۵۰۳۳۷۵ m^{۲}}$

مثال ۸-۲: یک ورق آلومینیمی به شکل دایره به شعاع ۰/۸m در دمای $۵۰^{\circ}c$ را تا $۵۰۰^{\circ}c$ حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط برحسب سانتی‌متر مربع، ضریب انبساط خطی متوسط $۲۶ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ و $\pi = ۳$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$R = ۰/۸m$ $\theta_{۱} = ۵۰^{\circ}c$ $\theta_{۲} = ۵۰۰^{\circ}c$ $\overline{\alpha} = ۲۶ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$	$A_{۲} = ?\quad cm^{۲}$

مرحله ۲) مساحت دایره را حساب می‌کنیم.

مساحت دایره $= \pi \times (R)^{۲}$

تمرین ۱۰-۲: یک ورق مسی به شکل دایره به قطر ۱۲۰cm در دمای $۸۰^{\circ}c$ را تا $۶۰۰^{\circ}c$ حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط برحسب مترمربع، ضریب انبساط خطی متوسط $۱۹ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ و $\pi = ۳/۱۴$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

$A_۱ = ۳\times(۰/۸)^۲$

$\boxed{A_۱ = ۱/۹۲\text{m}}$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$A_۲ = A_۱(۱+\overline{\beta}\Delta\theta)$

می دانیم که : $\overline{\beta} = ۲\overline{\alpha}$ و $\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$ لذا خواهیم داشت :

$A_۲ = A_۱(۱+۲\alpha(\theta_۲ - \theta_۱))$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$A_۲ = ۱/۹۲(۱+۲\times۲۶\times۱۰^{-۶}(۵۰۰-۵۰))$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی :

$A_۲ = ۱/۹۲(۱+۵۲\times۱۰^{-۶}\times۴۵۰)$

$A_۲ = ۱/۹۲(۱+۰/۰۲۳۴)$

$A_۲ = ۱/۹۲(۱/۰۲۳۴)$

$A_۲ = ۱/۹۶۴۹۲۸\text{m}^۲$

چون برحسب $\text{cm}^۲$ خواسته شده، $\text{m}^۲$ را به $\text{cm}^۲$ تبدیل می‌کنیم

$A_۲ = ۱/۹۶۴۹۲۸\div۱۰۰۰۰\text{cm}^۲$

$\boxed{A_۲ = ۱۹۶۴۹/۲۸\text{cm}^۲}$

مثال ۹-۲: یک ورق آلومینیم از ۲۵°c تا ۵۰۰°c حرارت داده می‌شود اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به $۰/۵۴\text{m}^۲$ برسد مساحت اولیه ورق در ۲۵°c برحسب سانتی‌متر مربع چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در این فاصله دمایی برابر $۲۴\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ\text{c}}$ است.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته شود.

تمرین ۱۱-۲: یک ورق فولادی را از ۰°c تا ۹۵۰°c حرارت داده ایم اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به $۷۰۰۰\text{cm}^۲$ برسد مساحت اولیه ورق را در ۰°c برحسب مترمربع حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی برابر $۱۳\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ\text{c}}$ است.

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_{۱} = ? \quad cm^{۲}$	$\theta_{۱} = ۲۵^{\circ}c$ $\theta_{۲} = ۵۰۰^{\circ}c$ $A_{۲} = ۰/۵۴m^{۲}$ $\overline{\alpha} = ۲۴\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$

مرحله ۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود

داریم : $\overline{\beta} = ۲\overline{\alpha}$ و $\Delta\theta = \theta_{۲} - \theta_{۱}$:

$$A_{۲} = A_{۱}(۱+\overline{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_{۲} = A_{۱}(۱+۲\overline{\alpha}(\theta_{۲} - \theta_{۱}))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

محاسبات ریاضی :

$$۰/۵۴ = A_{۱}(۱+۲\times۲۴\times۱۰^{-۶}(۵۰۰-۲۵))$$

$$۰/۵۴ = A_{۱}(۱+۴۸\times۱۰^{-۶}\times۴۷۵)$$

$$۰/۵۴ = A_{۱}\times۱/۰۲۲۸$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{۰/۵۴}{۱/۰۲۲۸} = \frac{A_{۱}\times۱/۰۲۲۸}{۱/۰۲۲۸}$$

$$A_{۱} = ۰/۵۲۸m^{۲}$$

چون جواب را برحسب $cm^{۲}$ خواسته است لذا $m^{۲}$ را به $cm^{۲}$ تبدیل می‌کنیم

$$۱m^{۲} = ۱۰۰۰۰cm^{۲}$$

$$A_{۱} = ۰/۵۲۸m^{۲}$$

$$A_{۱} = ۰/۵۲۸\times۱۰۰۰۰cm^{۲}$$

$$\boxed{A_{۱} = ۵۲۸۰cm^{۲}}$$

مثال ۱۰-۲: سطح یک فلز در صفر درجه سانتی‌گراد و $۵۰۰^\circ c$ به ترتیب $۵۸۰cm^۲$ و $۵۹۵cm^۲$ است، ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدوده دمای فوق حساب کنید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌صورت خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\alpha} = ?$ $\bar{\beta} = ?$	$\theta_۱ = ۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۵۰۰^\circ c$ $A_۱ = ۵۸۰cm^۲$ $A_۲ = ۵۹۵cm^۲$

مرحله ۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود.

$$A_۲ = A_۱(۱+\bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_۲ = A_۱(۱+\bar{\beta}(\theta_۲-\theta_۱))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۵۹۵ = ۵۸۰(۱+\bar{\beta}(۵۰۰-۰))$$

$$۵۹۵ = ۵۸۰(۱+۵۰۰\bar{\beta})$$

$$۵۹۵ = ۵۸۰\times۱+۵۸۰\times۵۰۰\bar{\beta}$$

$$۵۹۵ = ۵۸۰+۲۹۰۰۰۰\bar{\beta}$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$۵۹۵-۵۸۰ = ۲۹۰۰۰۰\bar{\beta}$$

$$۱۵ = ۲۹۰۰۰۰\bar{\beta}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند

$$\frac{۱۵}{۲۹۰۰۰۰} = \frac{\cancel{۲۹۰۰۰۰}\bar{\beta}}{\cancel{۲۹۰۰۰۰}}$$

$$\boxed{\bar{\beta} = ۵/۱۷\times۱۰^{-۵}\,\frac{۱}{^\circ c}}$$

تمرین ۱۲-۲: سطح یک فلز در $۲۰^\circ c$ و $۶۰۰^\circ c$ به ترتیب $۰/۹m^۲$ و $۰/۹۰۵m^۲$ است. ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدود دمایی فوق حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) محاسبه مقدار α : $\bar{\beta} = ۲\bar{\alpha}$ $۵/۱۷ \times ۱۰^{-۵} = ۲ \times \bar{\alpha}$ طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود $\frac{۵/۱۷ \times ۱۰^{-۵}}{۲} = \frac{۲ \times \bar{\alpha}}{۲}$ $\boxed{\bar{\alpha} = ۲/۵۸۶ \times ۱۰^{-۵} \frac{۱}{^{\circ}c}}$	
مثال ۱۱-۲: یک ورق از ماده دیرگداز به شکل مستطیل که در $۲۰^{\circ}c$ دارای طول و عرض ۰/۶ و ۰/۵ متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به $۰/۳۳m^۲$ برسد. مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق درصورتی‌که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی $\bar{\alpha} = ۱۵ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ باشد. حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود **داده‌ها:** $\theta_۱ = ۲۰^{\circ}c$ ؛ طول $= ۰/۶m$ ؛ عرض $= ۰/۵m$ ؛ $A_۲ = ۰/۳۳m^۲$ ؛ $\bar{\alpha} = ۱۵ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ **خواسته‌ها:** $\theta_۲ = ? \quad ^{\circ}c$ مرحله ۲) نوشتن روابط مربوطه : $\begin{cases} A_۱ = \text{طول} \times \text{عرض} \\ \bar{\beta} = ۲\bar{\alpha} \end{cases}$	تمرین ۱۳-۲: یک ورق عایق که در $۱۵^{\circ}c$ دارای ابعاد ۱۰۰ و ۱۲۰ سانتی‌متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به $۱/۲۰۰۴m^۲$ برسد مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق درصورتی‌که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی $۰/۰۵ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد. حل (توسط هنرجو):

$A_2 = A_1(1+\beta\Delta\theta)$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$A_1 = 0/6 \times 0/5 = 0/3m^2$

$\overline{\beta} = 2\times15\times10^{-6} = 30\times10^{-6}\,\frac{1}{^\circ c}$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$0/33 = 0/3(1+30\times10^{-6}\times\Delta\theta)$

$0/33 = 0/3\times1 + 0/3\times30\times10^{-6}\times\Delta\theta$

$0/33 = 0/3 + 9\times10^{-6}\Delta\theta$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند.

$0/33 - 0/3 = 9\times10^{-6}\Delta\theta$

$0/03 = 9\times10^{-6}\Delta\theta$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند

$\frac{0/03}{9\times10^{-6}} = \frac{\cancel{9\times10^{-6}}\Delta\theta}{\cancel{9\times10^{-6}}}$

$\Delta\theta = 3333/3$

مرحله ۵) به‌دست آوردن θ_2.

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

$3333/3 = \theta_2 - 20$

$3333/3 + 20 = \theta_2$

$\boxed{\theta_2 = 3353/3^\circ c}$

مثال ۱۲-۲: حجم یک قطعه چدنی در دمای $25^\circ c$ برابر $450cm^3$ است، حجم آن را در $600^\circ c$ به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی $9\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ می‌باشد.

تمرین ۱۴-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای $0^\circ c$ برابر $350cm^3$ است، حجم آن را در $250^\circ c$ به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی برابر $1\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شوند

خواسته‌ها	داده‌ها
$\overline{\gamma} = ? \quad \frac{۱}{^\circ c}$	$\theta_۱ = ۲۵^\circ c$
$V_۲ = ? \quad cm^۳$	$V_۱ = ۴۵۰^\circ c$
	$\theta_۲ = ۶۰۰^\circ c$
	$\overline{\alpha} = ۹\times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$$

$$\overline{\gamma} = ۳\overline{\alpha}$$

$$V_۲ = V_۱(۱+\overline{\gamma}\Delta\theta)$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها :

$$\Delta\theta = ۶۰۰ - ۲۵ = ۵۷۵^\circ c$$

$$\overline{\gamma} = ۳\times ۹\times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$$

$$V_۲ = ۴۵۰(۱+۳\times ۹\times ۱۰^{-۶}\times ۵۷۵)$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$V_۲ = ۴۵۰(۱+۰/۰۱۵۵)$$

$$V_۲ = ۴۵۰\times ۱/۰۱۵۵$$

$$\boxed{V_۲ = ۴۵۶/۹۷۶ cm^۳}$$

مثال ۱۳-۲: شعاع یک کره فولادی در $۲۵^\circ c$ ، $۵۰ cm$ است حجم آن در $۷۰۰^\circ c$ چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی $۱/۲۵\times ۱۰^{-۵} \frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه

تمرین ۱۵-۲: قطر یک کره فولادی در $۳۰^\circ c$ برابر $۱/۲ m$ است. حجم آن را در $۶۵۰^\circ c$ به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط این فولاد در این فاصله دمایی برابر $۱۲/۵\times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_۱ = ۲۵^\circ c$ $r = ۵۰cm$ $\theta_۲ = ۷۰۰^\circ c$ $\overline{\alpha} = ۱/۲۵\times ۱۰^{-۵}\ \frac{۱}{^\circ c}$	$V_۱ = ?\quad cm^۳$ $V_۲ = ?\quad cm^۳$

مرحله ۲) محاسبه حجم کره :

حجم کره $V_۱ = \frac{۴}{۳}\pi r^۳$

$$V_۱ = \frac{۴}{۳}\times ۳/۱۴\times (۵۰)^۳$$

$$V_۱ = \frac{۴}{۳}\times ۳/۱۴\times ۵۰\times ۵۰\times ۵۰$$

$$V_۱ = \frac{۱۵۷۰۰۰۰}{۳}$$

$$V_۱ = ۵۲۳۳۳۳/۳cm^۳$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوطه

$$V_۲ = V_۱(۱+\overline{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر $\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱$ و $\overline{\gamma} = ۳\overline{\alpha}$ باشد داریم :

$$V_۲ = V_۱(۱+۳\overline{\alpha}(\theta_۲ - \theta_۱))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_۲ = ۵۲۳۳۳۳/۳(۱+۳\times ۱/۲۵\times ۱۰^{-۵}(۷۰۰-۲۵))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$V_۲ = ۵۲۳۳۳۳/۳(۱+۳/۷۵\times ۱۰^{-۵}\times ۶۷۵)$$

$$V_۲ = ۵۲۳۳۳۳/۳(۱/۰۲۵)$$

$$\boxed{V_۲ = ۵۳۶۴۱۶/۶۳cm^۳}$$

مثال ۱۴-۲: یک قطعه مسی از $۲۰^\circ c$ تا $۴۰۰^\circ c$ حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن $۹۰۰ cm^۳$ شود. حجم قطعه در $۲۰^\circ c$ برحسب مترمکعب چقدر بوده است. ضریب انبساط خطی متوسط مس در این فاصله دمایی $۱۶\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_۱=?\quad m^۳$	$\theta_۱=۲۰^\circ c$ $\theta_۲=۴۰۰^\circ c$ $V_۲=۹۰۰cm^۳$ $\overline{\alpha}=۱۶\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط :

$$V_۲=V_۱(۱+\overline{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر $\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱$ و $\overline{\gamma}=۳\overline{\alpha}$ باشد داریم :

$$V_۲=V_۱(۱+۳\overline{\alpha}(\theta_۲-\theta_۱))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۹۰۰=V_۱(۱+۳\times۱۶\times۱۰^{-۶}(۴۰۰-۲۰))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$۹۰۰=V_۱(۱+۴۸\times۱۰^{-۶}\times۳۸۰)$$

$$۹۰۰=V_۱(۱+۰/۰۱۸)$$

$$۹۰۰=V_۱\times۱/۰۱۸$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۹۰۰}{۱/۰۱۸}=\frac{V_۱\times\cancel{۱/۰۱۸}}{\cancel{۱/۰۱۸}}$$

تمرین ۱۶-۲: یک قطعه آلومینیمی از $۲۵^\circ c$ تا $۴۵۰^\circ c$ حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن $۷\times۱۰^{-۴}m^۳$ شود. حجم قطعه را در $۲۵^\circ c$ برحسب سانتی‌متر مکعب به‌دست آورید، ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در فاصله دمایی $۲۶\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

$V_1 = 884/09\,cm^3$

مرحله ۵) تبدیل واحد. چون جواب را برحسب m^3 خواسته لذا cm^3 را به m^3 تبدیل می‌کنیم

$1m^3 = 1000000\,cm^3$

طرفین تساوی بر ۱۰۰۰۰۰۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1}{1000000}m^3 = \frac{\cancel{1000000}}{\cancel{1000000}}cm^3$$

$$1cm^3 = \frac{1}{1000000}m^3$$

$$V_1 = 884/09\,cm^3$$

$$V_1 = 884/09 \times \frac{1}{1000000}m^3$$

$$V_1 = 0/00088409\,m^3$$

$$\boxed{V_1 = 8/8409 \times 10^{-4}\,m^3}$$

مثال ۱۵-۲: حجم یک قطعه فلزی در درجه حرارت‌های $25^\circ c$ و $400^\circ c$ به ترتیب $0/7m^3$ و $0/73m^3$ می‌باشد، مطلوب است تعیین ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\overline{\gamma} = ?$	$\theta_1 = 25^\circ c$
$\overline{\alpha} = ?$	$\theta_2 = 400^\circ c$
	$V_1 = 0/7m^3$
	$V_2 = 0/73m^3$

تمرین ۱۷-۲: حجم یک قطعه در درجه حرارت‌های $35^\circ c$ و $350^\circ c$ به ترتیب $0/8m^3$ و $0/804m^3$ می‌باشد ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله : $V_۲ = V_۱(۱+\overline{\gamma}\Delta\theta)$ اگر $\Delta\theta = (\theta_۲ - \theta_۱)$ باشد داریم : $V_۲ = V_۱(۱+\overline{\gamma}(\theta_۲ - \theta_۱))$ مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق $۰/۷۳ = ۰/۷(۱+\overline{\gamma}(۴۰۰-۲۵))$ مرحله ۴) محاسبات ریاضی : $۰/۷۳ = ۰/۷(۱+\overline{\gamma}\times ۳۷۵)$ $۰/۷۳ = ۰/۷ + ۰/۷\times ۳۷۵\times\overline{\gamma}$ $۰/۷۳ = ۰/۷ + ۲۶۲/۵\overline{\gamma}$ اگر عددی از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی برده شود علامت آن تغییر می‌کند $۰/۷۳ - ۰/۷ = ۲۶۲/۵\overline{\gamma}$ $۰/۰۳ = ۲۶۲/۵\overline{\gamma}$ طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم $\frac{۰/۰۳}{۲۶۲/۵} = \frac{۲۶۲/۵\overline{\gamma}}{۲۶۲/۵\overline{\gamma}}$ $\boxed{\overline{\gamma} = ۱/۱۴\times ۱۰^{-۴}\frac{۱}{^{\circ}c}}$ مرحله ۵) محاسبه ضریب انبساط حرارتی خطی متوسط $\overline{\gamma} = ۳\overline{\alpha}$ $۱/۱۴\times ۱۰^{-۴} = ۳\overline{\alpha}$ طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم $\frac{۱/۱۴\times ۱۰^{-۴}}{۳} = \frac{۳\overline{\alpha}}{۳}$ $\boxed{\overline{\alpha} = ۳/۸\times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{^{\circ}c}}$	

مثال ۱۶-۲: حجم یک استوانه برنجی در دمای $۳۰^{\circ}c$ برابر با $۷۵۰cm^{۳}$ می‌باشد، پس از حرارت دادن حجم آن به $۷۶۲cm^{۳}$ می‌رسد. مطلوب است درجه حرارت قطعه پس از حرارت دادن. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر $۱۷\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدهای مربوطه نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_{۱}=۳۰^{\circ}c$ $V_{۱}=۷۵۰^{\circ}c$ $V_{۲}=۷۶۲^{\circ}c$ $\overline{\alpha}=۱۷\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$	$\gamma=?\quad\frac{۱}{^{\circ}c}$ $\theta_{۲}=?\quad{}^{\circ}c$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$$V_{۲}=V_{۱}(۱+\overline{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر $\overline{\gamma}=۳\overline{\alpha}$ باشد داریم :

$$V_{۲}=V_{۱}(۱+۳\overline{\alpha}\Delta\theta)$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$۷۶۲=۷۵۰(۱+۳\times۱۷\times۱۰^{-۶}\Delta\theta)$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$۷۶۲=۷۵۰+۷۵۰\times۳\times۱۷\times۱۰^{-۶}\Delta\theta$$

$$۷۶۲=۷۵۰+۰/۰۳۸\Delta\theta$$

عددهای معلوم در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$۷۶۲-۷۵۰=۰/۰۳۸\Delta\theta$$

$$۱۲=۰/۰۳۸\Delta\theta$$

تمرین ۱۸-۲: حجم یک استوانه فولادی در دمای $۲۵^{\circ}c$ برابر $۶/۵\times۱۰^{-۴}m^{۳}$ می‌باشد. پس از حرارت دادن حجم آن به $۶۶۰cm^{۳}$ می‌رسد. درجه حرارت قطعه را پس از حرارت دادن به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی فولاد برابر $۱۲\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

	طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود $\frac{۱۲}{۰/۰۳۸}=\frac{۰/۰۳۸\Delta\theta}{۰/۰۳۸}$ $\Delta\theta=۳۱۵/۷۹^{\circ}c$ مرحله ۵) محاسبه $\theta_۲$: $\Delta\theta=\theta_۲-\theta_۱$ $۳۱۵/۷۹=\theta_۲-۳۰$ $۳۱۵/۷۹+۳۰=\theta_۲$ $\boxed{\theta_۲=۳۴۵/۷۹^{\circ}c}$
	تمرین ۱۹-۲: حجم یک گلوله فولادی در $۱۰^{\circ}c$ برابر $۲۸۳/۵cm^۳$ است. حجم آن در $۴۸۲^{\circ}c$ چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی فولاد در این فاصله دمایی به‌طور متوسط $۱۲\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد. حل (توسط هنرجو):

تمرین ۲۰-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل که طول و عرض آن در $۳۰^\circ c$ به ترتیب ۰/۳ و ۰/۵ متر است تا $۱۳۵^\circ c$ گرم می‌کنیم سطح ورق را بعد از انبساط برحسب cm^2 حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط آهن در این فاصله دمایی $۱۴/۵ \times ۱۰^{-۶} \frac{1}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

۱-۲-۲- انبساط ظاهری و حقیقی مایعات :

درصورتی‌که یک مقدار معین مایع یا مذاب که درون یک ظرف قرار دارد حرارت داده شود، علاوه بر مایع، ظرف حاوی مایع نیز منبسط می‌شود. در این حالت انبساط حجمی مایع به علت انبساط ظرف حاوی مایع کمتر از انبساط حقیقی مایع به‌نظر می‌رسد که به آن انبساط ظاهری مایع می‌گویند. بنابراین در محاسبات باید دقت شود که انبساط ظاهری مایعات در اثر حرارت دادن کمتر از انبساط حقیقی آنها است. به همین منظور برای به‌دست آوردن میزان انبساط واقعی مایعات باید انبساط ظاهری مایع را با انبساط ظرف جمع نمود، یا به عبارت دیگر :

$$\gamma_L = \gamma + \gamma_\beta$$

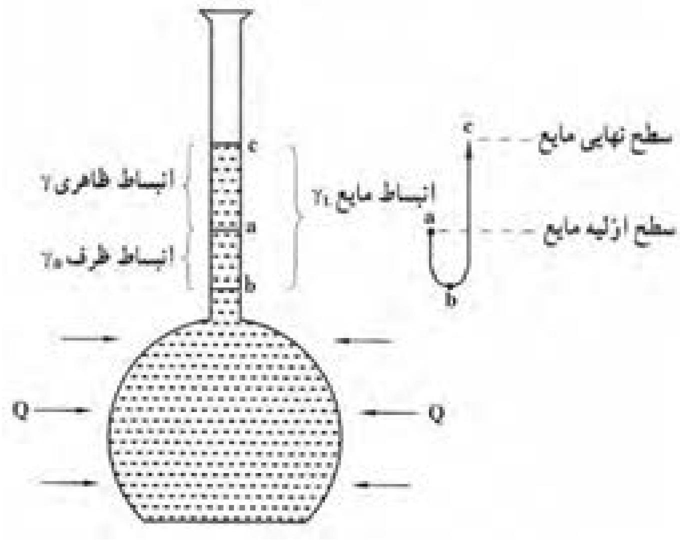
که در آن :

γ_L : انبساط حقیقی مایع

γ : میزان انبساط ظاهری مایع

γ_β : میزان انبساط حجمی ظرف

این موضوع در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.



شکل ۱-۲- تعیین انبساط حقیقی مایع

۳-۲- انقباض اجسام در اثر کاهش درجه حرارت :

اجسام همان‌طور که در اثر حرارت دادن انبساط پیدامی کنند و ابعادشان بزرگ‌تر می‌شود. هنگامی که سرد می‌شوند و حرارت خود را از دست می‌دهند ابعاد، سطوح و حجم آنها کاهش می‌یابد که این کاهش ابعاد، سطوح و حجم آنها در اثر کاهش درجه حرارت را انقباض می‌نامند. به‌طور مثال هنگامی که مذاب فلز در قالب ریخته‌گری می‌شود پس از گذشت زمان و از دست دادن درجه حرارت به تدریج کاهش حجم پیدا کرده و منقبض می‌شود که این مسأله با پایین رفتن سطح مذاب از راهگاه کاملاً مشهود است.

براساس تجربیات گذشته و آزمایشات صورت گرفته میزان انقباض در اثر کاهش حرارت برابر با میزان انبساط در اثر حرارت دادن است. بنابراین تمام روابطی که برای انبساط طولی، سطحی و حجمی اجسام ذکر شده است، در مورد انقباض اجسام نیز صادق است. به عنوان مثال در مورد انقباض خطی رابطه به‌صورت زیر است :

$$L_۲ = L_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$$

که در آن :

$L_۲$: طول جسم منقبض شده در درجه حرارت $\theta_۲$

$L_۱$: طول جسم اولیه (قبل از انقباض) در درجه حرارت $\theta_۱$

α : ضریب انبساط خطی

$\theta_۲$: درجه حرارت نهایی

$\theta_۱$: درجه حرارت اولیه

که $\theta_۲ < \theta_۱$ است.

به همین ترتیب رابطه برای انقباض سطحی و حجمی به ترتیب به‌صورت زیر است :

$$A_2 = A_1(1+\beta\Delta\theta)$$

$$V_2 = V_1(1+\gamma\Delta\theta)$$

که در آنها $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ و $\theta_2 < \theta_1$ می‌باشد.

همان‌طوری که در مثال ذکر شد ریخته‌گری فلزات و آلیاژها به علت کاهش درجه حرارت مذاب در قالب، انقباض در حالت مذاب از درجه حرارت مذاب تا رسیدن به درجه حرارت انجماد، انقباض حین انجماد در درجه حرارت انجماد و انقباض بعد از انجماد در حالت جامد تا رسیدن به درجه حرارت محیط در قطعه اتفاق می‌افتد، که اهمیت زیادی دارد.

۱-۳-۲- انقباض در حالت مذاب :

مذاب برای ریخته‌گری در قالب معمولاً تا $100^\circ c$ الی $200^\circ c$ بالاتر از نقطه ذوب حرارت داده می‌شود، سپس به داخل قالب ریخته می‌شود. این درجه حرارت فوق ذوب یا فوق گداز نام دارد. هنگامی که مذاب به داخل قالب ریخته می‌شود با گذشت زمان، درجه حرارت تا رسیدن به نقطه انجماد فلز کاهش می‌یابد که در اثر آن حجم مذاب کاهش می‌یابد که آن را انقباض در حالت مذاب می‌نامند، که برای جبران این انقباض، کافی است که مقداری مذاب به داخل قالب اضافه شود که مقدار این انقباض از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\Delta V = V_m.\overline{\gamma}(\theta_p - \theta_m)$$

که در آن :

ΔV : انقباض حجمی مذاب برحسب cm^3

V_m : حجم محفظه قالب برحسب cm^3

$\overline{\gamma}$: ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه فوق ذوب تا نقطه ذوب برحسب $\frac{1}{^\circ c}$

θ_p : درجه حرارت ریختن مذاب (فوق ذوب) برحسب $^\circ c$

θ_m : درجه حرارت انجماد برحسب $^\circ c$

مثال ۲-۱۷: یک میله آهنی به طول $100cm$ در درجه حرارت $800^\circ c$ را با هوای سرد خنک می‌کنیم مطلوب است طول نهایی این میله آهنی در درجه حرارت $25^\circ c$. ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با $11/5\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$	تمرین ۲-۲۱: یک قطعه مسی به طول $1/2m$ در درجه حرارت $600^\circ c$ را با هوای سرد خنک می‌کنیم. مطلوب است طول نهایی این قطعه مسی در درجه حرارت $0^\circ c$، ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با $18\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$L_1 = 100cm$ $\theta_1 = 800^\circ c$ $\theta_2 = 25^\circ c$ $\bar{\alpha} = 11/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ c}$	$L_2 = ?\ \ cm$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta\theta)$

می دانیم که $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

$L_2 = L_1(1+\alpha(\theta_2 - \theta_1))$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$L_2 = 100(1+11/5 \times 10^{-6}(25-800))$

$L_2 = 100(1+11/5 \times 10^{-6}(-775))$

$L_2 = 100(1+(-8/9 \times 10^{-3}))$

$L_2 = 100(0/99)$

$\boxed{L_2 = 99cm}$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۸-۲: یک ورق آلومینیمی مستطیل شکل به طول و عرض $80cm$ و $40cm$ در دمای $450^\circ c$ را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت $30^\circ c$. ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم $22 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ c}$ می‌باشد.

تمرین ۲۲-۲: یک ورق برنجی به ابعاد ۱×۰/۸۵ متر در دمای $300^\circ c$ را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت $20^\circ c$. ضریب انبساط خطی متوسط برنج $19 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\beta} = ?\quad \frac{1}{^\circ c}$	طول $= ۸۰cm$
$A_1 = ?\quad cm^2$	عرض $= ۴۰cm$
$A_2 = ?\quad cm^2$	$\theta_1 = ۴۵۰^\circ c$
	$\theta_2 = ۳۰^\circ c$
	$\bar{\alpha} = ۲۲\times۱۰^{-۶}\ \frac{1}{^\circ c}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه :

می دانیم که :

$$A_2 = A_1(1+\bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$\begin{cases} A_1 = \text{عرض} \times \text{طول} \\ A_1 = ۸۰\times۴۰ \\ A_1 = ۳۲۰۰cm^2 \\ \bar{\beta} = ۲\bar{\alpha} \\ \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \end{cases}$$

$$A_2 = A_1(1+2\bar{\alpha}(\theta_2-\theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_2 = ۳۲۰۰\times(۱+۲\times۲۲\times۱۰^{-۶}(۳۰-۴۵۰))$$

$$A_2 = ۳۲۰۰\times(۱+۴۴\times۱۰^{-۶}\times(-۴۲۰))$$

$$A_2 = ۳۲۰۰\times(۱+(-۰/۰۱۸))$$

$$A_2 = ۳۲۰۰\times۰/۹۸۲$$

$$\boxed{A_2 = ۳۱۴۲/۴cm^2}$$

مثال ۱۹-۲: حجم یک قطعه برنجی در $500^\circ c$ برابر $100 cm^3$ است حجم قطعه در $20^\circ c$ چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر $17\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ است.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌صورت خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_1=100cm^3$ $\theta_1=500^\circ c$ $\theta_2=20^\circ c$ $\overline{\alpha}=17\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$	$V_2=?\quad cm^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$V_2=V_1(1+\overline{\gamma}\Delta\theta)$$

با توجه به این‌که $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$ و $\overline{\gamma}=3\overline{\alpha}$ داریم :

$$V_2=V_1(1+3\overline{\alpha}(\theta_2-\theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_2=100(1+3\times17\times10^{-6}(20-500))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$V_2=100(1+51\times10^{-6}(-480))$$

$$V_2=100(1+(-0/02))$$

$$V_2=100\times0/98$$

$$\boxed{V_2=98cm^3}$$

تمرین ۲۳-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای $500^\circ c$ برابر $1/5\times10^{-4}cm^3$ است، حجم قطعه در $0^\circ c$ چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط شیشه برابر $8\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ است.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه آلومینیمی $۵۰۰cm^{۳}$ است. درصورتی‌که دمای مذاب آلومینیم در هنگام ریختن $۷۲۰^{\circ}c$ و نقطه ذوب آلومینیم $۶۶۰^{\circ}c$ باشد. انقباض حجمی مذاب را برحسب سانتی‌مترمکعب حساب کنید. ضریب انسباط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب $۹۰\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌صورت خلاصه و همراه با واحدهای خواسته شده نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_m=۵۰۰cm^{۳}$ $\theta_p=۷۲۰^{\circ}c$ $\theta_m=۶۶۰^{\circ}c$ $\overline{\gamma}=۹۰\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$	$\Delta V=?\quad cm^{۳}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$\Delta V=V_m.\overline{\gamma}(\theta_p-\theta_m)$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق

$\Delta V=۵۰۰\times۹۰\times۱۰^{-۶}(۷۲۰-۶۶۰)$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$\Delta V=۵۰۰\times۹۰\times۱۰^{-۶}\times۶۰$

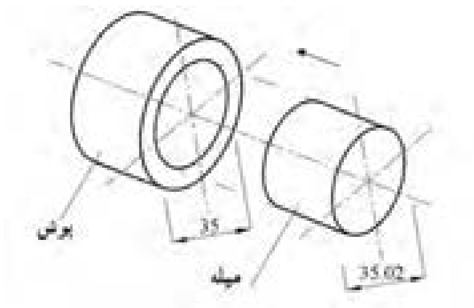
$\boxed{\Delta V=۲/۷cm^{۳}}$

تمرین ۲۴-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه چدن $۴۵۰cm^{۳}$ است. درصورتی‌که دمای مذاب چدن در هنگام ریختن $۱۶۰۰^{\circ}c$ و نقطه ذوب $۱۴۵۰^{\circ}c$ باشد. انقباض حجمی مذاب را برحسب مترمکعب حساب کنید. ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب $۴۵\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۲۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به درون یک بوش مطابق شکل زیر لازم است که آن را سرد کنیم. اگر ضریب انبساط خطی این فولاد به‌طور متوسط $14\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ و درجه حرارت محیط $30^\circ c$ باشد دمای میله چند درجه سانتی‌گراد خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):



شکل۲-۲- نحوه جا زدن میله درون یک بوش بر اثر برودت و سرما

انقباض حین انجماد (خمیری) :

پس از این‌که مذاب به درجه حرارت انجماد رسید مذاب شروع به انجماد می‌کند. در حین انجماد نیز حجم مذاب و جامد به وجود آمده کاهش یافته و مجدداً منقبض می‌شود. این انقباض و کاهش حجم اگر جبران نشود قطعه معیوب خواهد شد. برای این منظور معمولاً این انقباض و کاهش حجم را با طراحی صحیح سیستم‌های تغذیه گذاری جبران می‌کنند تا از ایجاد عیوب انقباض در حین انجماد مذاب در محفظه قالب جلوگیری کند. انقباض یا انبساط در طول مدت انجماد یا ذوب در منطقه جامد و مایع به شکل ساختمانی و ماهیت مایع و جامد بستگی دارد. معمولاً فلزات و آلیاژها در این منطقه ۲ تا ۸ درصد حجمی انقباض یا انبساط پیدا می‌کنند. بعضی فلزات و آلیاژها در جریان انجماد از منطقه جامد و مایع به جای انقباض، منبسط می‌شوند. بیسموت و آنتیموان و بعضی از آلیاژها نظیر چدن‌های خاکستری و انواع چدن با گرافیت کروی در حین انجماد منبسط می‌شوند.

با شروع انجماد و هنگامی که ذرات جامد و مذاب با هم در حال تعادل هستند نمی‌توان مذاب اضافی را وارد

قالب نمود زیرا کاهش و کمبودهای حجم در این منطقه در تمام قطعه پراکنده می‌شوند، اما در یک نقطه متمرکز نمی‌شوند.

۲-۳-۲- انقباض در حالت جامد :

پس از آن‌که مذاب به‌طور کامل منجمد شد، تا رسیدن فلز به درجه حرارت محیط، حجم قطعه کاهش می‌یابد، این کاهش حجم را انقباض در حالت جامد می‌نامند. انقباض در حالت جامد را با بزرگ‌تر در نظر گرفتن مدل، می‌توان جبران نمود. برای این منظور طراح و مدلساز اضافه مجاز انقباض را در مدل منظور می‌نماید. این اضافه مجاز که به‌صورت درصد بیان می‌شود به ابعاد مدل افزوده می‌شود تا پس از انقباض قطعه در حالت جامد به اندازه مورد نظر برسد.

درصد اضافه مجاز انقباض در ریخته‌گری به عوامل زیر بستگی دارد :

- جنس و نوع آلیاژ
- ابعاد و اندازه مدل
- نوع و جنس قالب

فلزات مختلف دارای نقاط ذوب و ضریب انبساط منحصربه فردی می‌باشند و نقاط ذوب و ضریب انبساط خطی یکسانی دارند. معمولاً عناصر آلیاژی موجود در آلیاژها سبب تغییر در نقاط ذوب (معمولاً به‌صورت کاهش) و تغییر ضریب انبساط حرارتی فلز اصلی می‌شوند. در نتیجه این عوامل سبب تغییر در مقدار انقباض در حالت جامد شده بنابراین مقدار اضافه مجاز انقباض نیز تغییر خواهد کرد.

ابعاد مدل نیز در مقدار اضافه مجاز مؤثر است. هرچه قدر که طول قطعه بیشتر باشد مقدار اضافه مجاز انقباض کمتری نسبت به قطعات با طول کمتر، برای آنها در نظر می‌گیرند. علت این است که در قطعات با طول بیشتر مقداری از انقباض ایجاد شده در حالت جامد در ریز ساختار قطعه (یا دانه‌های آن) مستهلک می‌شود. جنس قالب، نوع انجماد و سرعت انجماد نیز در مقدار انقباض قطعه مؤثر می‌باشد، علت این مسأله به نوع ریز ساختار فلز (دانه‌بندی) آن بر می‌گردد. به عنوان مثال ضریب انبساط یا انقباض خطی قطعاتی که در قالب‌های فلزی ریخته‌گری می‌شوند نسبت به قطعاتی که در قالب‌های ماسه‌ای ریخته‌گری می‌شوند، متفاوت است، علت این است که قطعات ریختگی در قالب‌های فلزی دارای دانه‌های ریزتر و در جهات مشخص می‌باشند، اما قطعات ریختگی در قالب‌های ماسه‌ای دارای دانه‌های درشت‌تر و بدون جهت می‌باشند.

در نقطه انجماد (یا ذوب)، تغییرات (افزایش یا کاهش) مقدار حرارت باعث تغییر نوع اتصال اتم‌ها می‌شود و سبب تبدیل جامد به مذاب و برعکس می‌شود. در این حالت انبساط یا انقباض حجمی با درجه حرارت رابطه ساده (یا خطی) نداشته و به تبدیلات ساختاری فلز ارتباط می‌یابد. معمولاً بیشتر عناصر و ترکیبات در مراحل مختلف

سرد شده، کاهش حجم یا انقباض پیدا می‌کنند. در مورد فلزات یا آلیاژها میزان تغییرات حجمی از حالت مذاب به جامد برابر با مجموع انقباض‌های منطقه مایع، فاصله انجماد (خمیری) و حالت جامد است.

در مورد مذاب چدن خاکستری هنگامی که سرد می‌شود تا درجه حرارت انجماد، انقباض در آن اتفاق می‌افتد. در فاصله انجماد (خمیری) چدن خاکستری برخلاف دیگر فلزات است که انقباض پیدا می‌کنند، انبساط می‌یابد که علت آن در حقیقت به آزاد شدن کربن و رسوب آن به‌صورت گرافیت ارتباط دارد، این پدیده سبب می‌شود که انقباضی که در حین انجماد در چدن خاکستری به وجود می‌آید، جبران شده و حتی مقداری انبساط نیز در آن حاصل شود. اما پس از این‌که چدن خاکستری جامد شد، با سرد شدن تا درجه حرارت محیط منقبض می‌شود.

برای به‌دست آوردن درصد اضافه مجاز انقباض خطی یک جسم جامد در فاصله حرارتی نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط برحسب ضریب انبساط خطی متوسط از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i)\times ۱۰۰$$

که در آن :

$\%s$: اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) برحسب درصد

$\bar{\alpha}$: ضریب انبساط خطی متوسط فلز جامد در فاصله دمایی θ_m (نقطه ذوب) تا θ_i (درجه حرارت محیط برابر $۲۵^\circ c$) است.

با توجه به رابطه فوق درصد انقباض خطی (تئوری) ($\%s$) مشخص می‌شود. همچنین با معلوم بودن ابعاد قطعه ریختگی (مطابق نقشه قطعه طراحی شده) می‌توان ابعاد مدل (یا قالب) را با استفاده از رابطه زیر به‌دست آورد.

$$\alpha_m = \alpha_c\left(۱+\frac{\%s}{۱۰۰}\right)$$

که در آن :

α_c : اندازه قطعه ریختگی برحسب cm

α_m : اندازه مدل (یا قالب) برحسب cm

$\%s$: اضافه مجاز انقباض تئوری (خطی) برحسب درصد

در جدول زیر درصد اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) برای بعضی از فلزات و آلیاژهای ریختگی نشان داده شده است.

جدول ۲-۲- درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (تئوری)

آلیاژ	درصد انقباض	آلیاژ	درصد انقباض
چدن‌های خاکستری	۰/۶-۱/۳	آلیاژهای آلومینیم و سیلیسیم	۱/۳-۱/۶
چدن‌های سفید (مالی بل)	۲	آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	۱/۲
فولادهای ساده کربنی	۱/۵-۲	آلومینیم برنزها	۲-۲/۵
فولاد کرم دار	۲	برنجها و برنزها	۱/۳-۱/۶
فولادهای منگنزدار	۲/۵	آلیاژهای سرب و آنتیموان	۱/۵-۲/۵
روی و آلیاژهای روی	۲/۶	آلیاژهای قلع	۱/۵-۲

مثال ۲۱-۲: ضریب انبساط خطی آلومینیم به‌طور متوسط از درجه حرارت $۲۰^\circ c$ تا نقطه ذوب $۶۶۰^\circ c$ برابر $۲۸\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد مطلوب است محاسبه :

الف) درصد اضافه مجاز انقباض

ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ریختگی $۱۰۰cm$ باشد

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = ۲۰^\circ c$ $\theta_m = ۶۶۰^\circ c$ $\bar{\alpha} = ۲۸\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ $\alpha_c = ۱۰۰cm$	$\%s = ?$ $\alpha_m = ?$

مرحله ۲) رابطه‌های مربوط به حل مسأله نوشته می‌شود

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i)\times۱۰۰$$

تمرین ۲۶-۲: ضریب انبساط خطی مس به‌طور متوسط از درجه حرارت $۲۵^\circ c$ تا نقطه ذوب $۱۰۵۶^\circ c$ برابر $۱۷\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

الف) درصد اضافه مجاز انقباض را به‌دست آورید

ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ریختگی $۱۱۰۰mm$ باشد را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$\%s = ۲۸\times ۱۰^{-۶}(۶۶۰-۲۰)\times ۱۰۰$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$\%s = ۲۸\times ۱۰^{-۶}\times ۶۴۰\times ۱۰۰$$

$$\boxed{\%s = \%۱/۷۹}$$

مرحله ۵) رابطه مربوطه نوشته می‌شود

$$a_m = a_c(۱+\frac{\%s}{۱۰۰})$$

$$a_m = ۱۰۰(۱+\frac{۱/۷۹}{۱۰۰})$$

$$a_m = ۱۰۰\times ۱/۰۱۷۹$$

$$\boxed{a_m = ۱۰۱/۷۹}$$

مثال ۲۲-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از چدن به‌طور متوسط از درجه حرارت $۲۵^\circ c$ تا نقطه ذوب آن $۱۴۵۰^\circ c$ برابر $۱۴\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه و تعیین :

الف) درصد اضافه مجاز انقباض

ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ریختگی $۵۰cm$ است.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = ۲۵^\circ c$ $\theta_m = ۱۴۵۰^\circ c$ $\bar{\alpha} = ۱۴\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ $a_c = ۵۰cm$	$\%s = ?$ $a_m = ?$

تمرین ۲۷-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از روی به‌طور متوسط از درجه حرارت $۱۵^\circ c$ تا نقطه ذوب آن $۴۲۰^\circ c$ برابر $۳۰\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ می‌باشد.

الف) درصد اضافه مجاز انقباض آن را حساب کنید.

ب) اندازه قطر مدل درصورتی‌که قطر قطعه ریختگی $۰/۸۵m$ باشد را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

	مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه : $\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times ۱۰۰$ $\%s = ۱۴ \times ۱۰^{-۶}(۱۴۵۰ - ۲۵) \times ۱۰۰$ مرحله ۳) محاسبات ریاضی : $\%s = ۱۴ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۴۲۵ \times ۱۰۰$ $\boxed{\%s = \%۱/۹۹۵}$ مرحله ۴) نوشتن رابطه دیگری $a_m = a_c(۱ + \frac{\%s}{۱۰۰})$ $a_m = ۵۰(۱ + \frac{۱/۹۹۵}{۱۰۰})$ $a_m = ۵۰ \times ۱/۰۱۹۹$ $\boxed{a_m = ۵۰/۹۹۵}$
	تمرین ۲۸-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ مس به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط $۲۵^\circ c$ تا نقطه ذوب $۱۰۳۰^\circ c$ برابر است با $۱۹ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$ مطلوبست: الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ریختگی ۷۵cm باشد. حل (توسط هنرجو):

تمرین ۲۹-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به‌طور متوسط از درجه حرارت $35^\circ c$ تا نقطه ذوب $958^\circ c$ برابر است با $20\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ مطلوبست محاسبه :

الف) درصد اضافه مجاز انقباض

ب) اندازه طول مدل، درصورتی‌که طول قطعه ریختگی ۸۵cm باشد

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژ برنج (۶۵٪ مس و ۳۵٪ روی) از $40^\circ c$ تا $925^\circ c$ برابر $16\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ است مطلوب است محاسبه و تعیین درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل و همچنین اندازه طول مدل، درصورتی‌که طول قطعه ریختگی ۷۵cm باشد.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۳۱-۲: قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد ۲۰×۶۰×۱۰ سانتی‌متر از جنس آلیاژی از آلومینیم با ضریب انبساط خطی $22\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ را می‌خواهیم ریخته‌گری کنیم، اگر نقطه ذوب آلیاژ $630^\circ c$ و دمای محیط $27^\circ c$ باشد مطلوبست : الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض ب) محاسبه ابعاد مدل این قطعه حل (توسط هنرجو):	

انقباض تئوری که در قسمت قبل نحوه محاسبه آن ارائه گردید معمولاً با توجه به مواردی با انقباض عملی متفاوت است. این موارد بستگی به نحوه سرد شدن مذاب، نوع انجماد، سرعت انجماد و درجه حرارت شروع انجماد، نوع قالب، ابعاد قالب، تنش تسلیم قالب، پیچیده یا ساده بودن قالب می‌باشند که باعث ایجاد اختلافاتی بین انقباض عملی و تئوری می‌شوند. بنابراین برای به‌دست آوردن انقباض عملی لازم است که درصد انقباض تئوری در یک ضریب (k) که به عوامل ذکر شده بستگی دارد، ضرب شود. به عبارت دیگر خواهیم داشت :

$$\%s_{pr} = k \times \%s$$

که در آن :

$\%s_{pr}$: انقباض عملی برحسب درصد

$\%s$: انقباض تئوری برحسب درصد

k : ضریبی است که بستگی به عوامل ذکر شده دارد و معمولاً برای قالب‌های ماسه‌ای کوچک‌تر از یک می‌باشد.

همان‌طوری که از جدول مشاهده می‌شود هرچه قدر که ابعاد قطعه ریختگی بزرگ‌تر و جرم قطعه بیشتر باشد، درصد انقباض آن کوچک‌تر خواهد بود.

جدول ۳-۲- درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (عملی)

آلیاژ	اندازه قطعه ریختگی	جرم قطعه ریختگی kg	انقباض خطی ٪
چدن	کوچک	تا ۱۰۰	۱-۰/۷۵
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱-۰/۵
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۰/۷۵-۰/۵
فولاد ساده کربنی	کوچک	تا ۱۰۰	۲/۲-۱/۵
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۲-۱/۵
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۱/۸-۱/۴
آلیاژهای مس	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۸-۱/۵
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱/۵-۱
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۱-۰/۷۵
آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۲-۱
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱-۰/۷۵
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۱-۰/۵

۳-۳-۲- تغییرات چگالی نسبت به انبساط و انقباض اجسام :

با توجه به مطالب ذکر شده افزایش دما باعث انبساط حجمی اجسام می‌گردد به عبارت دیگر حجم اجسام افزایش می‌یابد. اما تغییر دما سبب تغییر جرم جسم نمی‌شود. مقدار جرم حجمی اجسام نسبت مستقیم با جرم و نسبت عکس با حجم اجسام دارد. با افزایش درجه حرارت، جرم تغییر نمی‌کند اما حجم افزایش می‌یابد با توجه به این‌که جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد، بنابراین افزایش حجم سبب کاهش جرم حجمی خواهد شد. براساس مطالب ذکر شده می‌توان رابطه ای به‌دست آورد که در محاسبات فنی کاربرد دارد و به‌صورت زیر می‌باشد:

رابطه انبساط حجمی $V_2 = V_1(1+\overline{\gamma}\Delta\theta)$

m : جرم $\rho = \frac{m}{V}$ جرم حجمی

v : حجم

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم $\frac{\rho_1}{1} = \frac{m_1}{V_1}$ رابطه جرم حجمی

طرفین تساوی را بر ρ_1 تقسیم می‌کنیم $\rho_1 \times V_1 = m_1 \times 1$

$$\frac{\cancel{\rho_1}V_1}{\cancel{\rho_1}} = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$$

به همین ترتیب خواهیم داشت :

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$$

با توجه به این‌که جرم جسم ثابت است یعنی $m_1 = m_2 = m$ لذا خواهیم داشت :

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} \quad \text{و} \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

که در آن :

m : جرم قطعه

V_1 : حجم قطعه قبل از انبساط

ρ_1 : جرم حجمی قطعه قبل از انبساط

V_2 : حجم قطعه بعد از انبساط

ρ_2 : جرم حجمی قطعه بعد از انبساط

با توجه به این‌که بعد از انبساط، حجم قطعه افزایش می‌یابد، بنابراین جرم حجمی قطعه کاهش می‌یابد. چون جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد لذا جرم حجمی قبل از انبساط (ρ_1) بزرگ‌تر از جرم حجمی بعد از انبساط (ρ_2) می‌باشد یعنی $\rho_1 > \rho_2$

با جای‌گذاری مقادیر V_1 و V_2 در رابطه انبساط حجمی خواهیم داشت :

$$V_2 = V_1(1 + \overline{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را بر m تقسیم می‌کنیم

$$\frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}(1 + \overline{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\frac{\cancel{m}}{\cancel{m}\rho_2} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}\rho_1}(1 + \overline{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را عکس می‌کنیم

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1}(1 + \overline{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{(1 + \overline{\gamma}\Delta\theta)}$$

با توجه به این‌که ضریب $\overline{\gamma}$ مقدار بسیار کوچکی است می‌توان کسر $\frac{1}{(1 + \overline{\gamma}\Delta\theta)}$ را با یک تقریب برابر با $(1 - \overline{\gamma}\Delta\theta)$ قرار داد، بنابراین خواهیم داشت :

$$\rho_2 = \rho_1\left(\frac{1}{(1 + \overline{\gamma}\Delta\theta)}\right) \approx \rho_1(1 - \overline{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\boxed{\rho_۲ = \rho_۱(۱-\bar{\gamma}\Delta\theta)}$$

که در آن :

$\rho_۲$: جرم حجمی جسم بعد از انبساط حرارتی برحسب $\frac{g}{cm^۳}$ یا $\frac{kg}{m^۳}$

$\rho_۱$: جرم حجمی جسم قبل از انبساط حرارتی برحسب $\frac{g}{cm^۳}$ یا $\frac{kg}{m^۳}$

$\bar{\gamma}$: ضریب انبساط حجمی برحسب $\frac{۱}{^\circ c}$

$\Delta\theta$: تغییرات درجه حرارت برحسب $^\circ c$

براساس روابط ذکر شده می‌توان رابطه دیگری به‌دست آورد که به کمک آن می‌توان درصد کاهش حجم جسم را نسبت به چگالی آن در درجه حرارت‌های $\theta_۱$ و $\theta_۲$ تعیین نمود.

$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰ = (۱-\frac{\rho_۲}{\rho_۱})\times ۱۰۰$$

مثال ۲۳-۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ برنج مورد نیاز است درصورتی‌که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط $۲۰\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ و نقطه ذوب آن $۹۱۰^\circ c$ باشد مطلوب است : محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب درصورتی‌که چگالی آن در $۲۵^\circ c$ برابر $۶/۷\frac{g}{cm^۳}$ باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل (یا قالب) را به‌دست آورید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\bar{\alpha} = ۲۰\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ $\theta_i = ۲۵^\circ c$ $\theta_m = ۹۱۰^\circ c$ $\rho_۱ = ۶/۷\frac{g}{cm^۳}$	$\rho_۲ = ?$ $\frac{\Delta V}{V_۱} = ?$

تمرین ۳۲-۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ آلومینیم مورد نیاز است درصورتی‌که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط $۲۵\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ و نقطه ذوب آن $۶۲۰^\circ c$ باشد مطلوبست محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب درصورتی‌که چگالی آن در $۴۵^\circ c$ برابر $۳۱۰۰\frac{kg}{m^۳}$ باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوط به حل مسأله

$\rho_2 = \rho_1(1-\overline{\gamma}\Delta\theta)$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول محاسبات ریاضی

$\rho_2 = 6/7(1-20\times10^{-6}\times(910-25))$

$\rho_2 = 6/7(1-20\times10^{-6}\times885)$

$\rho_2 = 6/7(1-0/02)$

$\rho_2 = 6/7\times0/98$

$\boxed{\rho_2 = 6/57 \quad {}^{g}\!/_{cm^3}}$

مرحله ۴) فرمول مربوطه نوشته می‌شود

$\frac{\Delta V}{V_1}\times100 = (1-\frac{\rho_2}{\rho_1})\times100$

$\frac{\Delta V}{V_1}\times100 = (1-\frac{6/57}{6/7})\times100$

$\frac{\Delta V}{V_1}\times100 = (1-0/98)\times100$

$\frac{\Delta V}{V_1}\times100 = 0/02\times100$

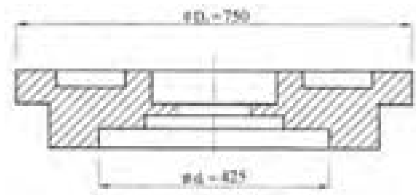
$\boxed{\frac{\Delta V}{V_1}\times100 = 2\%}$

تمرین ۳۳-۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ سیلومین مطابق نقشه زیر مورد نیاز است. درصورتی‌که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط $21\times10^{-6}\frac{1}{^{\circ}c}$ و نقطه ذوب آن $670^{\circ}c$ باشد مطلوب است :

الف) درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت $22^{\circ}c$

ب) تعیین ابعاد مدل این قطعه برحسب mm

ج) محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب درصورتی‌که چگالی آن در $۲۲^{\circ}c$ برابر $۳/۲۵ \frac{g}{cm^۳}$ باشد و همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل را به‌دست آورید.



شکل ۵-۲- تعیین ابعاد مدل یک قطعه ریختگی

مثال ۲۴-۲: طول یک میله فلزی در صفردرجه سانتی‌گراد ۲۰۰۰mm و در $100^\circ c$ برابر ۲۰۰۳mm می‌باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به‌دست آورید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\bar{\alpha} = ? \quad \frac{1}{^\circ c}$	$\theta_1 = 0^\circ c$ $L_1 = 2000mm$ $\theta_2 = 100^\circ c$ $L_2 = 2003mm$

مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مرتبط :

$$L_2 = L_1(1+\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

می دانیم $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

$$L_2 = L_1(1+\bar{\alpha}(\theta_2 - \theta_1))$$

$$2003 = 2000(1+\bar{\alpha}(100-0))$$

$$2003 = 2000(1+100\bar{\alpha})$$

$$2003 = 2000 + 2000\times 100\bar{\alpha}$$

$$2003 = 2000 + 200000\bar{\alpha}$$

عددهای معلوم در یک تساوی قرار می‌گیرند

$$2003 - 2000 = 200000\bar{\alpha}$$

$$3 = 200000\bar{\alpha}$$

طرفین را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{3}{200000} = \frac{\cancel{200000}\bar{\alpha}}{\cancel{200000}}$$

$$\boxed{\bar{\alpha} = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ c}}$$

تمرین ۳۴-۲: ارتفاع یک استوانه فلزی در $25^\circ c$ برابر ۲۵۰۰ mm و در $120^\circ c$ برابر ۲/۵۱m می‌باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۵-۲: حجم یک گلوله فولادی در $\circ^{\circ}c$ برابر $۲\circ\circ cm^{۳}$ می‌باشد حجم آن را در $۴\circ\circ^{\circ}c$ حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $۱۲/۵\times۱\circ^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه و همراه با واحدها می‌نویسیم

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_{۲}=?\quad cm^{۳}$	$\theta_{۱}=\circ^{\circ}c$ $V_{۱}=۲\circ\circ cm^{۳}$ $\theta_{۲}=۴\circ\circ^{\circ}c$ $\overline{\alpha}=۱۲/۵\times۱\circ^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$

مرحله ۲) رابطه مرتبط با حل مسأله نوشته می‌شود

$V_{۲}=V_{۱}(۱+\overline{\gamma}\Delta\theta)$

می دانیم $\Delta\theta=\theta_{۲}-\theta_{۱}$ و $\overline{\gamma}=۳\overline{\alpha}$ خواهیم داشت:

$V_{۲}=۲\circ\circ(۱+۳\times۱۲/۵\times۱\circ^{-۶}(۴\circ\circ-\circ))$

مرحله ۳) محاسبات ریاضی

$V_{۲}=۲\circ\circ(۱+۳۷/۵\times۱\circ^{-۶}\times۴\circ\circ)$

$V_{۲}=۲\circ\circ(۱+\circ/\circ۱۵)$

$V_{۲}=۲\circ\circ\times۱/\circ۱۵$

$\boxed{V_{۲}=۲\circ۳cm^{۳}}$

تمرین ۳۵-۲: حجم یک مکعب فولادی در $۱۵^{\circ}c$ برابر $۲/۵\times۱\circ^{-۴}m^{۳}$ می‌باشد حجم آن را در $۴۵\circ^{\circ}c$ حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $۱۱/۵\times۱\circ^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۶-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل را که طول و عرض آن در $25^{\circ}c$ به ترتیب $0/8m$ و $0/4m$ می‌باشد تا $125^{\circ}c$ گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب cm^2 حساب کنید، $\overline{\alpha}=12/5\times10^{-6}\frac{1}{^{\circ}c}$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه می‌نویسیم

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_2=?\quad cm^{1}$	طول ورق $=0/8m$ عرض ورق $=0/4m$ $\theta_2=125^{\circ}c$ $\overline{\alpha}=12/5\times10^{-6}\frac{1}{^{\circ}c}$ $\theta_1=25^{\circ}c$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_2=A_1(1+\overline{\beta}\Delta\theta)$$

می دانیم که $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$

$A_1=0/4\times0/8=0/32m^2$ مساحت مستطیل قبل از انبساط

$$A_2=0/32(1+2\alpha(\theta_2-\theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_2=0/32(1+2\times12/5\times10^{-6}(125-25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$A_2=0/32(1+25\times10^{-6}\times100)$$

$$A_2=0/32(1+2/5\times10^{-3})$$

تمرین ۳۶-۲: یک ورق آلومینیمی که طول و عرض آن در $35^{\circ}c$ به ترتیب $90cm$ و $65cm$ می‌باشد تا $145^{\circ}c$ گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب m^2 حساب کنید $(\overline{\alpha}=23\times10^{-6}\frac{1}{^{\circ}c})$

حل (توسط هنرجو):

$A_2 = 0/32(1/0025)$

$A_2 = 0/3208m^2$

چون جواب را برحسب cm^2 خواسته است لذا m^2 را به cm^2 تبدیل می‌کنیم

$1m^2 = 10000cm^2$

$A_2 = 0/3208m^2$

$A_2 = 0/3208 \times (10000cm^2)$

$\boxed{A_2 = 3208cm^2}$

مثال ۲۷-۲: طول یک میله فلزی در $0^\circ c$ برابر ۱۰۰۰mm و در $100^\circ c$ برابر ۱۰۰۱/۵ می‌باشد

الف) تغییر طول این میله را در این فاصله دمایی مشخص کنید.

ب) ضریب انبساط خطی متوسط $(\overline{\alpha})$ این فلز را به‌دست آورید.

حل:

داده‌ها و خواسته مسأله را به‌صورت خلاصه می‌نویسیم

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 0^\circ c$	
$L_1 = 1000mm$	$\Delta L = ?$
$\theta_2 = 100^\circ c$	$\overline{\alpha} = ?$
$L_2 = 1001/5$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله

$L_2 = L_1(1 + \overline{\alpha}\Delta\theta)$

تمرین ۳۷-۲: طول یک قطعه فلزی در $15^\circ c$ برابر ۱۵dm و در $120^\circ c$ برابر ۱۵/۰۳dm می‌باشد.

الف) تغییر طول این قطعه را در این فاصله دمایی مشخص کنید (برحسب mm)

ب) ضریب انبساط خطی متوسط این قطعه را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

$$L_2 = L_1(1+\bar{\alpha}(\theta_2-\theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$1001/5 = 1000(1+\bar{\alpha}(100-0))$$

$$1001/5 = 1000(1+100\bar{\alpha})$$

$$1001/5 = 1000+100000\times\bar{\alpha}$$

$$1001/5-1000 = 100000\bar{\alpha}$$

$$1/5 = 100000\bar{\alpha}$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1/5}{100000} = \frac{\cancel{100000}\bar{\alpha}}{\cancel{100000}}$$

$$\boxed{\bar{\alpha} = 1/5\times10^{-5}\frac{1}{^\circ c}}$$

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta L = 1001/5-1000$$

$$\boxed{\Delta L = 1/5mm}$$

مثال ۲۸-۲: قطر یک میله فولادی در $0^\circ c$ برابر ۲۵mm است. اختلاف قطر آن را در دماهای $-30^\circ c$ و $40^\circ c$ به‌دست آورید. $\bar{\alpha} = 12/5\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$ فولاد

حل:

۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

تمرین ۳۸-۲: ارتفاع یک مخروط مسی در $10^\circ c$ برابر ۳/۵m است. اختلاف ارتفاع آن را در دماهای $-20^\circ c$ و $50^\circ c$ به‌دست آورید. $\alpha = 18\times10^{-6}\frac{1}{^\circ c}$

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
قطر میله $D_۲ = ?$ mm	$\theta_۱ = ۰$
در $-۳۰^\circ c$	$D_۱ = ۲۵$
قطر میله $D_۳ = ?$ mm	$\theta_۲ = -۳۰$
در $۴۰^\circ c$	$\theta_۳ = ۴۰^\circ c$
$D_۳ - D_۲ = ?$	$\overline{\alpha} = ۱۲/۵ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$
$\Delta D = ?$	

نکته: در این مسأله باید یک بار قطر میله را با استفاده از رابطه انبساط حرارتی خطی در $-۳۰^\circ c$ به‌دست آورید و یک بار نیز قطر میله را در $۴۰^\circ c$ به‌دست آورید، سپس برای به‌دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل این دو را حساب می‌کنیم.

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه $D_۲$:

$$D_۲ = D_۱(۱ + \overline{\alpha}\Delta\theta_۱)$$

می دانیم که $\Delta\theta_۱ = \theta_۲ - \theta_۱$ لذا خواهیم داشت :

$$D_۲ = D_۱(۱ + \overline{\alpha}(\theta_۲ - \theta_۱))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$D_۲ = ۲۵(۱ + ۱۲/۵ \times ۱۰^{-۶}(-۳۰ - ۰))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$D_۲ = ۲۵(۱ + ۱۲/۵ \times ۱۰^{-۶}(-۳۰))$$

$$D_۲ = ۲۵(۱ + (-۳/۷۵ \times ۱۰^{-۴}))$$

$$D_۲ = ۲۵ \times ۰/۹۹۶۲۵$$

$$\boxed{D_۲ = ۲۴/۹۹۱ mm}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه $D_۳$:

$$D_۳ = D_۱(۱ + \overline{\alpha}\Delta\theta_۲)$$

می دانیم که $\Delta\theta_{۲} = \theta_{۳} - \theta_{۱}$ لذا خواهیم داشت :

$$D_{۳} = D_{۱}(۱+\bar{\alpha}(\theta_{۳} - \theta_{۱}))$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$D_{۳} = ۲۵(۱+۱۲/۵\times۱۰^{-۶}(۴۰-۰))$$

مرحله ۷) محاسبات ریاضی

$$D_{۳} = ۲۵(۱+۱۲/۵\times۱۰^{-۶}\times۴۰)$$

$$D_{۳} = ۲۵(۱+۰/۰۰۰۵)$$

$$D_{۳} = ۲۵\times۱/۰۰۰۵$$

$$\boxed{D_{۳} = ۲۵/۰۱۲۵mm}$$

حال برای به‌دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل $D_{۲}$ و $D_{۳}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta D = D_{۳} - D_{۲}$$

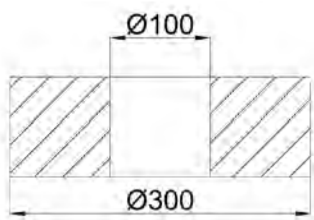
$$\Delta D = ۲۵/۰۱۲۵ - ۲۴/۹۹۱$$

$$\boxed{\Delta D = ۰/۰۲۱۵mm}$$

مثال ۲۹-۲: یک قطعه از جنس آلومینیم مطابق شکل زیر مورد نیاز است درصورتی‌که ضریب انبساط خطی آن برابر $\bar{\alpha} = ۲۴\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ باشد و نقطه ذوب آلومینیم $۶۵۹^\circ c$ باشد مطلوب است :

الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط $(۲۹^\circ c)$

ب) تعیین قطر داخلی و خارجی

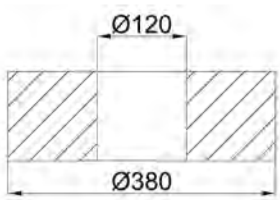


شکل ۶-۲

تمرین ۳۹-۲: یک قطعه از جنس فولاد مطابق شکل زیر مورد نیاز است درصورتی‌که ضریب انبساط خطی آن برابر $۱۴\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ و نقطه ذوب فولاد $۱۶۵۰^\circ c$ باشد مطلوبست :

الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت $۲۰^\circ c$

ب) تعیین قطر داخلی و خارجی



شکل ۷-۲

حل (توسط هنرجو):	حل: ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\overline{\alpha} = ۲۴\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{^{\circ}c}$ $\theta_m = ۶۵۹^{\circ}c$ $\theta_i = ۲۹^{\circ}c$ قطر داخلی $d_۱ = ۱۰۰mm$ قطر خارجی $D_۱ = ۳۰۰mm$	$\%s = ?$ قطر داخلی $d_۲ = ?$ مدل قطر خارجی $D_۲ = ?$ مدل

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه درصد انقباض :

$$\%s = \overline{\alpha}(\theta_m - \theta_i)\times۱۰۰$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%s = ۲۴\times۱۰^{-۶}(۶۵۹-۲۹)\times۱۰۰$$

مرحله ۴) محاسبه ریاضی :

$$\%s = ۲۴\times۱۰^{-۶}\times۶۳۰\times۱۰۰$$

$$\boxed{\%s = \%۱/۵۱۲}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه قطر داخلی مدل $(d_۲)$:

$$d_۲ = d_۱(۱+\frac{\%s}{۱۰۰})$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$d_۲ = ۱۰۰(۱+\frac{۱/۵۱۲}{۱۰۰})$$

مرحله ۷) محاسبات ریاضی

$$d_۲ = ۱۰۰(۱+۰/۰۵۱۲)$$

$d_{۲} = ۱۰۰ \times ۱/۰۱۵۱۲$

قطر داخلی $\boxed{d_{۲} = ۱۰۱/۵۱۲mm}$

مرحله ۸) نوشتن رابطه برای محاسبه قطر خارجی مدل $(D_{۲})$:

$$D_{۲} = D_{۱}(۱ + \frac{\%s}{۱۰۰})$$

مرحله ۹) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$D_{۲} = ۳۰۰(۱ + \frac{۱/۵۱۲}{۱۰۰})$$

مرحله ۱۰) محاسبات ریاضی

$$D_{۲} = ۳۰۰(۱ + ۰/۰۵۱۲)$$

$$D_{۲} = ۳۰۰ \times ۱/۰۵۱۲$$

قطر خارجی $\boxed{D_{۲} = ۳۰۴/۵۳۶mm}$

مثال ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ برنج از $۲۵^{\circ}c$ دمای محیط تا درجه حرارت ذوب برنج $۹۲۵^{\circ}c$ برابر $۲۰ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد مطلوبست :

الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این برنج

ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ۲۰۰cm باشد.

حل:

۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌صورت خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\%s = ?$ طول مدل $L_{۲} = ?$	$\theta_{i} = ۲۵^{\circ}c$ $\theta_{m} = ۹۲۵^{\circ}c$ $\bar{\alpha} = ۲۰ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ طول قطعه $L_{۱} = ۲۰۰cm$

تمرین ۴۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ روی از $۳۵^{\circ}c$ تا درجه حرارت ذوب آن $۳۸۰^{\circ}c$ برابر $۱۹ \times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^{\circ}c}$ می‌باشد مطلوبست :

الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این آلیاژ

ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ۲۵ dm باشد

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه درصد انقباض $\%s=\overline{\alpha}(\theta_m-\theta_i)\times ۱۰۰$ مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق $\%s=۲۰\times ۱۰^{-۶}(۹۲۵-۲۵)\times ۱۰۰$ مرحله ۴) محاسبات ریاضی $\%s=۲۰\times ۱۰^{-۶}\times ۹۰۰\times ۱۰۰$ $\boxed{\%s=\%۱/۸}$ مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه اندازه طول مدل $(L_۲)$: $L_۲=L_۱(۱+\frac{\%s}{۱۰۰})$ مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق $L_۲=۲۰۰(۱+\frac{۱/۸}{۱۰۰})$ مرحله ۷) محاسبات ریاضی : $L_۲=۲۰۰(۱+۰/۰۱۸)$ $L_۲=۲۰۰\times ۱/۰۱۸$ $\boxed{L_۲=۲۰۳/۶cm}$	
مثال ۳۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط $(\theta_i=۲۰^\circ c)$ تا نقطه ذوب $\theta_m=۹۸۰^\circ c$ برابر است با $۲۰\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ مطلوبست محاسبه و تعیین : الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه‌ای از این آلیاژ ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ۸۰cm باشد.	تمرین ۴۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع چدن به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط ۲۵°c تا نقطه ذوب ۱۵۵۰°c برابر است با $۱۱\times ۱۰^{-۶}\frac{۱}{^\circ c}$ الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه ای از این آلیاژ را حساب کنید ب) اندازه طول مدل درصورتی‌که طول قطعه ۱m باشد را به‌دست آورید. حل (توسط هنرجو):

حل:

۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = ۲۰^\circ c$ $\theta_m = ۹۸۰^\circ c$ $\overline{\alpha} = ۲۰\times ۱۰^{-۶} \frac{۱}{^\circ c}$ $L_۱ = ۸۰cm$	$\%s = ?$ $L_۲ = ? \quad cm$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به درصد اضافه مجاز انقباض :

$$\%s = \overline{\alpha}(\theta_m - \theta_i)\times ۱۰۰$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%s == ۲۰\times ۱۰^{-۶}(۹۸۰-۲۰)\times ۱۰۰$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$\%s == ۲۰\times ۱۰^{-۶}\times ۹۶۰\times ۱۰۰$$

$$\boxed{\%s = \%۱/۹۲}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه طول مدل $(L_۲)$:

$$L_۲ = L_۱(۱+\frac{\%s}{۱۰۰})$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$L_۲ = ۸۰(۱+\frac{۱/۹۲}{۱۰۰})$$

$$L_۲ = ۸۰(۱+۰/۰۱۹۲)$$

$$L_۲ = ۸۰\times ۱/۰۱۹۲$$

$$\boxed{L_۲ = ۸۱/۵۳۶cm}$$

فصل سوم

سوخت‌ها

۱-۳- منابع انرژی

۲-۳- شرایط احتراق کامل سوخت
- تماس کامل سوخت با اکسیژن
- کافی بودن اکسیژن
- درجه حرارت احتراق

۳-۳- دسته‌بندی سوخت‌ها

۴-۳- ترکیب سوخت

۵-۳- محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق
- محاسبه حجم هوا در شرایط غیر متعارفی
- احتراق سوخت‌های مایع و گاز

- سوخت‌های مصرفی در صنایع ذوب
  - کک
    - ترکیب شیمیایی
    - ضریب تخلخل
    - رآکتیویته
  - نفت‌ها

۶-۳- بررسی قدرت حرارتی سوخت

سوخت‌ها

۱-۳- منابع انرژی :

معمولاً برای حرارت دادن و بالا بردن دمای فلزات و آلیاژها و در نهایت ذوب نمودن آنها در کوره نیاز به انرژی حرارتی می‌باشد. انرژی حرارتی مورد نیاز در کوره را می‌توان از منابع مختلف انرژی موجود و با تبدیل آنها به گرما و حرارت به‌دست آورد. در حال حاضر مهم‌ترین منابع انرژی در دسترس عبارتند از : انرژی الکتریکی و انرژی شیمیایی سوخت‌ها که با تبدیل آنها به گرما می‌توان انرژی حرارتی لازم جهت کوره‌های ذوب فلزات و آلیاژها را تأمین نمود.

با توجه به این‌که منابع سوخت فسیلی در زمین روبه اتمام است، امروزه سعی می‌شود تا از انرژی‌های خورشیدی و هسته ای بیشتر استفاده شود و از سوخت‌های فسیلی و آلی به خصوص نفت در صنایع پتروشیمی، دارویی و غذایی جهت تهیه پروتئین از نفت استفاده شود. با این وجود ذکر این نکته لازم به‌نظر می‌رسید که سوخت‌های فسیلی و سایر سوخت‌های آلی هنوز مهم‌ترین و پرمصرف ترین ماده برای تأمین انرژی مورد نیاز صنایع و غیره می‌باشند. سوخت‌های فسیلی از تجزیه اندام و بدن حیوانات و گیاهانی که در دوران گذشته در دریاها می‌زیسته‌اند و در لابه لای رسوبات دریا ته‌نشین شده‌اند، ایجاد می‌شوند. بیشتر مواد تشکیل دهنده این سوخت‌ها عناصر کربن و ئیدروژن است. البته عناصر دیگری مثل اکسیژن، نیتروژن و گوگرد نیز در آنها وجود دارد.

انتخاب نوع سوخت و محاسبه مقدار مورد نیاز و شرایط مورد نیاز جهت احتراق و ترکیب بهتر آنها با اکسیژن هوا اهمیت زیادی در صنعت ذوب فلزات در ریخته‌گری دارد، زیرا با توجه به اصول طراحی و تولید قطعات و شرایط اقتصادی می‌توان از هدر رفتن انرژی حرارتی آنها در حد امکان جلوگیری کرد.

۲-۳- شرایط احتراق کامل سوخت :

اکسیداسیون سریع عناصر موجود در سوخت که معمولاً با شعله همراه است و انرژی گرمایی قابل استفاده‌ای تولید می‌کند، را احتراق می‌نامند. به عبارت دیگر احتراق یک واکنش شیمیایی بین عناصر سوخت و اکسیژن است که همراه با نور و انرژی گرمایی است. اگر نور و گرمای ایجاد شده همراه با فشار و متراکم شدن گازهای حاصل از واکنش باشد، به آن انفجار می‌گویند.

با توجه به این‌که اکثر سوخت‌ها از کربن و ئیدروژن تشکیل شده‌اند در نتیجه محصولات احتراق شامل گاز دی اکسیدکربن و بخار آب خواهند بود.

هنگامی که تمام عناصر قابل احتراق سوخت، بسوزند و به آخرین حد اکسیداسیون خود برسند، سوخت کامل است. در این صورت انرژی گرمایی تولید شده بیشترین مقدار است. به همین علت باید همواره سعی کرد که احتراق کامل سوخت ایجاد شود برای این منظور باید شرایط لازم فراهم شود که این شرایط عبارتند از :

۱-۲-۳- تماس کامل سوخت با اکسیژن :

هرچه قدر تماس سوخت با اکسیژن بیشتر باشد یا به عبارت دیگر سطح تماس سوخت با اکسیژن یا هوا بیشتر باشد، احتراق بهتر و سریع‌تر انجام می‌شود.

با توجه به این‌که مقدار اکسیژن بیشتری با سوخت در تماس است یا به عبارت دیگر برخورد ملکول‌های اکسیژن و سوخت بیشتر است. با توجه به مسأله فوق، سوخت‌های گازی چون بهتر از سوخت‌های مایع با اکسیژن و هوا مخلوط می‌شوند با سهولت و سریع‌تر می‌سوزند. به همین ترتیب سوخت‌های مایع نسبت به سوخت‌های جامد بهتر با اکسیژن و هوا مخلوط شده و در نتیجه به سهولت و سریع‌تر می‌سوزند. به همین منظور معمولاً سوخت‌های جامد را در اندازه‌های مناسب خرد می‌کنند تا سطح تماس آنها با اکسیژن هوا بیشتر شده و احتراق آنها به نحو مطلوب انجام گیرد. در این حالت اگر سوخت جامد به‌طور کامل پودر شده و با هوا مخلوط شود کیفیت احتراق آن به شرایط مخلوط سوخت گازی و هوا نزدیک می‌شود. به همین منظور در کوره‌های با سوخت مایع برای افزایش سطح تماس سوخت و هوا، سوخت مایع به کمک مشعل و فشار هوای دمنده تحت پاشش قرار می‌گیرد. بنابراین هرچه قدر سطح ذرات سوخت بزرگ‌تر باشد تماس آن با اکسیژن بیشتر است بنابراین باید بتوان اندازه ذرات را مشخص کرد.

اندازه ذرات به روش‌های مختلفی سنجیده می‌شود که یکی از آن روش‌ها تعیین مدول سطحی است. مدول سطحی عبارت است از نسبت سطح کل به حجم کل ذرات. یعنی هرچه قدر مدول سطحی بزرگ‌تر باشد در حجم یکسان سطح بزرگ‌تر است در نتیجه واکنش پذیری آن بیشتر است.

$$\text{مدول سطحی} = \frac{\text{سطح کل}}{\text{حجم کل}}$$

$$M_a = \frac{A}{V}$$

معمولاً کره در بین احجام هندسی کمترین نسبت سطح به حجم(مدول سطحی) را دارد و هرچه از کره به سمت احجام دیگر مثل مکعب، مکعب مستطیل و... پیش می‌رویم مدول سطحی افزایش می‌یابد.

ذکر این نکته لازم است که اندازه قطعات و شکل آنها چه در مورد سوخت‌ها و چه در مورد قطعات بار (شارژ مصرفی) در ذوب فلزات و سرعت واکنش شیمیایی تأثیر دارد. در مورد سوخت هرچه قدر ذرات کوچک‌تر باشد، بهتر است و تماس با اکسیژن بیشتر و احتراق بهتر صورت می‌گیرد. اما در مورد قطعات بار (شارژ) نباید اندازه آنها از حد معینی کمتر باشد زیرا در این صورت با توجه به این‌که اندازه قطعات بار (شارژ) کوچک‌تر می‌شود سطح آنها افزایش یافته و نسبت سطح به حجم یا مدول سطحی آنها افزایش می‌یابد که در نتیجه سرعت واکنش‌های

آنها با اکسیژن و محصولات احتراق زیاد شده و تلفات فلزی و حجم سرباره‌ها افزایش می‌یابد. به همین دلیل در ریخته‌گری معمولاً براده و سوفاره را به‌صورت قطعات بزرگ‌تر فشرده می‌کنند و به‌صورت بریکت (خشته) در کوره شارژ می‌کنند.

مثال ۱-۳: یک ذره سوخت به شکل مکعب با ضلع ۱۰۰ میکرون می‌باشد. مدول سطحی این ذره سوخت را تعیین کنید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_a = ?$	میکرون ۱۰۰ = ضلع مکعب

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه برای حل :

$$M_a = \frac{A}{V}$$

مرحله ۳) محاسبه سطح و حجم ذره سوخت مکعب شکل

سطح: $A = ۶ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۶۰۰۰۰$ (میکرون)^۲

حجم: $V = ۱۰۰^۳ = ۱۰۰۰۰۰۰$ (میکرون)^۳

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی

$$M_a = \frac{A}{V}$$

$$M_a = \frac{۶۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} \frac{(\text{میکرون})^۲}{(\text{میکرون})^۳}$$ میکرون

$$M_a = \frac{۶}{۱۰۰} \frac{۱}{\text{میکرون}}$$

$$\boxed{M_a = ۰/۰۶ \frac{۱}{\text{میکرون}}}$$

تمرین ۱-۳: یک ذره سوخت به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۱۰۰×۸۰×۸۰ میکرون می‌باشد، مدول سطحی این ذره سوخت را تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۳: مکعبی به ضلع ۲۷cm را یک بار به ۲۷ مکعب مساوی و بار دیگر به ۲۱۶ مکعب مساوی تقسیم کردیم. تعیین کنید مدول سطحی حالت دوم نسبت به حالت اول چقدر افزایش یافته است.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\dfrac{M_a \text{ در حالت ۲۱۶ مکعب}}{M_a \text{ در حالت ۲۷ مکعب}} = ?$	ضلع مکعب = ۲۷cm

مرحله ۲) به‌دست آوردن طول ضلع مکعب‌ها:

اگر مکعب را به ۲۷ مکعب تقسیم کنیم، برای به‌دست آوردن طول ضلع مکعب‌های کوچک‌تر باید طول ضلع مکعب بزرگ‌تر را به ریشه سوم ۲۷ تقسیم نمائیم.

طول ضلع مکعب کوچک تر $= \dfrac{۲۷}{\sqrt[۳]{۲۷}} = \dfrac{۲۷}{۳} = ۹\text{cm}$

در نتیجه اگر بخواهیم یک مکعب را به ۲۱۶ قسمت تقسیم کنیم، برای به‌دست آوردن طول ضلع مکعب‌های کوچک‌تر کافی است که طول ضلع مکعب بزرگ‌تر را به ریشه سوم ۲۱۶ تقسیم نمائیم. یعنی:

طول ضلع مکعب کوچکتر $= \dfrac{۲۷}{\sqrt[۳]{۲۱۶}} = \dfrac{۲۷}{۶} = ۴/۵\text{cm}$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مدول سطحی :

$$M_a = \frac{A}{V}$$

مرحله ۴) محاسبه سطح و حجم برای مکعب، یک بار زمانی که مکعب به ۲۷ مکعب تقسیم می‌شود و یک بار زمانی که مکعب به ۲۱۶ مکعب تقسیم می‌شود.

تمرین ۲-۳: مکعبی به ضلع ۱۶cm را یک بار به ۱۶ مکعب و بار دیگر به ۶۴ مکعب مساوی تقسیم کردیم. مطلوب است نسبت مدول سطحی حالت اول به حالت دوم.

حل (توسط هنر جو):

$A_۱ = ۲۷\times ۶\times ۹\times ۹$ برای ۲۷ مکعب

$A_۲ = ۲۱۶\times ۶\times ۴/۵\times ۴/۵$ برای ۲۱۶ مکعب

$V = ۲۷\times ۲۷\times ۲۷$ حجم مکعب

$Ma_۱ = \frac{A_۱}{V} = \frac{\cancel{۲۷}\times ۶\times \cancel{۹}\times \cancel{۹}}{\cancel{۲۷}\times \cancel{۲۷}\times \cancel{۲۷}} = \frac{۲}{۳}$ برای ۲۷ مکعب

$Ma_۲ = \frac{A_۲}{V} = \frac{۲۱۶\times ۶\times ۴/۵\times ۴/۵}{\cancel{۲۷}\times \cancel{۲۷}\times \cancel{۲۷}} = \frac{۴}{۳}$ برای ۲۶۱ مکعب

مرحله ۵) به‌دست آوردن نسبت حالت دوم به حالت اول :

$$\frac{Ma_۲}{Ma_۱} = \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = ۲$$

مثال ۳-۳: ذرات یک نوع سوخت به شکل کروی می‌باشد درصورتی‌که قطر متوسط آنها ۲۰۰ میکرون باشد. مدول سطحی ذرات این سوخت چقدر است.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$Ma = ?$	میکرون ۲۰۰ = قطر ذره

مرحله ۲) نوشتن رابطه مدول سطحی و سطح و حجم کره

$A = ۴\pi r^۲$

$V = {}^{۴}\!/_{۳}\,\pi r^۳$

$Ma = \frac{A}{V}$

$Ma = \frac{۴\cancel{\pi} r^۲}{\frac{۴}{۳}\cancel{\pi} r^۳}$

$Ma = \frac{\frac{۴}{۱}}{\frac{۴}{۳} r} =$

تمرین ۳-۳: ذرات سوختی به شکل کره با شعاع متوسط ۵۰ میکرون است مدول سطحی آن را تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

$$\boxed{Ma = \frac{۳}{r}}$$

$$r = \frac{۲۰۰}{۲} = ۱۰۰$$

$$Ma = \frac{۳}{r}$$

$$Ma = \frac{۳}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{\text{میکرون}}\right)$$

مثال ۴-۳: یک کره به شعاع ۱۵ cm می‌باشد، درصورتی‌که شعاع این کره ۳ برابر کوچک‌تر شود، مدول سطحی آن چندبرابر افزایش می‌یابد.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\frac{Ma_۲}{Ma_۱} = ?$	شعاع کره $r_۱ = ۱۵cm$ $r_۲ = \frac{۱۵}{۳} = ۵cm$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مساحت، حجم کره و مدول سطحی

سطح کره $A = ۴\pi r^۲$

حجم کره $V = {}^۴\!/_۳\, \pi r^۳$

$$Ma = \frac{A}{V}$$

$$Ma = \frac{۴\pi r^۲}{\frac{۴}{۳}\pi r^۳} = \frac{\frac{۴}{۱}}{\frac{۳}{۴}r} = \frac{۳}{r}$$

$$Ma = \frac{۳}{r}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن مدول سطحی در دو حالت و به‌دست آوردن نسبت آنها

تمرین ۴-۳: یک کره به شعاع ۲۰ cm وجود دارد. اگر قطر کره را ۵ برابر افزایش دهیم، مدول سطحی آن نسبت به حالت اول چه تغییری خواهد کرد.

حل (توسط هنرجو):

	$r_۱ = ۱۵ \Rightarrow Ma_۱ = \frac{۳}{۱۵}$ $r_۲ = ۵ \Rightarrow Ma_۲ = \frac{۳}{۵}$ $\frac{Ma_۲}{Ma_۱} = \frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۳}{۱۵}}$ $\boxed{\frac{Ma_۲}{Ma_۱} = ۳}$ یعنی زمانی که شعاع کره سه برابر کاهش می‌یابد، مدول سطحی آن ۳ برابر افزایش می‌یابد.
	تمرین ۵-۳: مکعبی به ضلع ۱۰۰ cm مفروض است یک بار هر ضلع آن را به ۴ قسمت تقسیم کرده ایم و بار دیگر ضلع آن را به ۲۰ قسمت تقسیم می‌کنیم. مطلوب است : اولاً : تعیین تعداد مکعب‌های حاصله در هر بار تقسیم بندی ثانیاً : تعیین نسبت مدول سطحی حالت دوم به حالت اول.حل (توسط هنرجو):

۲-۲-۳- کافی بودن اکسیژن :

برای احتراق کامل لازم است که مقدار کافی اکسیژن در محیط احتراق وجود داشته باشد. به عنوان مثال در مورد احتراق کربن درصورتی‌که مقدار اکسیژن کافی نباشد، ابتدا مقداری از کربن با اکسیژن ترکیب شده و مطابق واکنش زیر تولید گاز $CO_۲$ می‌کند.

$$C + O_۲ \rightarrow CO_۲$$

این واکنش گرمازاست و مقداری گرما تولید می‌کند که این گرما، درجه حرارت کربن و محیط احتراق را افزایش می‌دهد و در نتیجه دی اکسیدکربن حاصل با کربن باقیمانده ترکیب شده و مطابق واکنش زیر تولید منواکسیدکربن می‌کند.

$$CO_۲ + C \rightarrow ۲CO$$

از جمع دو واکنش فوق، واکنش احتراق ناقص کربن به‌صورت زیر حاصل می‌شود :

$$۲C + O_۲ \rightarrow ۲CO$$

که این نوع احتراق سبب تولید گاز سمی و خطرناک CO شده و مقدار حرارت کمتری نیز ایجاد می‌کند.

مثال ۵-۳: برای احتراق کامل ۲۰ kg کربن چند متر مکعب گاز اکسیژن لازم است.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
?= حجم اکسیژن	جرم کربن= ۲۰kg C = ۱۲ O = ۱۶

مرحله ۲) نوشتن واکنش احتراق کامل اکسیژن

$$C + O_۲ \rightarrow CO_۲$$

مرحله ۳) نوشتن تناسب برای واکنش

$$C + O_۲ \rightarrow CO_۲$$

kg کربن	$m^۳$ اکسیژن
۱۲	۲۲/۴
۲۰	x

$$x = \frac{۲۲/۴ \times ۲۰}{۱۲}$$

$x = ۳۷/۳۳ m^۳$ اکسیژن

تمرین ۶-۳: برای احتراق کامل یک سوخت با ۸۵٪ کربن و ۱۵٪ خاکستر چند متر مکعب گاز اکسیژن لازم است؟ $C = ۱۲ \quad O = ۱۶$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۶-۳: در مثال قبل درصورتی‌که به ازای سوخت هر کیلوگرم کربن ۸۰۹۰kcal انرژی آزاد شود. میزان گرمای حاصله را به‌دست آورید

$$C + O_۲ \rightarrow CO_۲ + ۸۰۹۰ \frac{kcal}{kgc}$$

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = گرمای حاصله	جرم کربن= ۲۰kg انرژی= $۸۰۹۰ \frac{kcal}{kgc}$ ایجاد شده به ازای سوختن هر کیلوگرم کربن

تمرین ۷-۳: در تمرین قبل درصورتی‌که به ازای سوخت هر کیلوگرم کربن ۸۰۶۰kcal انرژی آزاد شود میزان گرمای حاصله را به‌دست آورید.

$$c + o_۲ \rightarrow co_۲ + ۸۰۶۰ \frac{kcal}{kgc}$$

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) به‌دست آوردن گرمای حاصله با استفاده از تناسب

کیلوکالری انرژی حاصله	kg کربن
۸۰۹۰	۱ kg
x	۲۰

$$x = \frac{8090 \times 20}{1}$$

$$x = 161800 kcal$$

مثال ۷-۳: برای احتراق ۳۰ kg از یک سوخت که ۸۰٪ آن از کربن تشکیل شده و بقیه آن خاکستر است، ۳۰۰۰۰ لیتر اکسیژن وجود دارد، با توجه به واکنش‌هایی که کربن با اکسیژن انجام می‌دهد، حجم گازهای co و CO_2را به‌دست آورید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
مقدارسوخت= $30kg$	
درصد کربن سوخت= $\%80$	$CO = ?$
حجم اکسیژن= $30000 Lit$	$CO_2 = ?$
$C = 12$	

مرحله ۲) به‌دست آوردن مقدار کربن و تبدیل واحد :

با توجه به این‌که درصد کربن سوخت ۸۰٪ می‌باشد

بنابراین مقدار کربن عبارت است از :

$$30 \times \frac{80}{100} = 24 kg$$

$$1m^3 = 1000 Lit$$

طرفین تساوی را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم

تمرین۸-۳: رای احتراق ۱۰۰ kg کربن، حدود lit ۱۱۰۰۰۰ اکسیژن موجود است، با توجه به واکنش‌های احتراق کامل و ناقص کربن، تعیین کنید درصد نسبت گازهای co به CO_2

حل (توسط هنرجو):

$$\frac{1}{1000}m^3=\frac{1000}{1000}Lit \Rightarrow \frac{1}{1000}m^3=1Lit$$

$$\text{حجم اکسیژن}=30000\times\frac{1}{1000}=30m^3$$

مرحله ۳) نوشتن واکنش‌های سوختن کربن

$$(1)\quad C+O_2 \rightarrow CO_2$$

$$(2)\quad CO_2+C \rightarrow 2CO$$

مرحله ۴) با استفاده از مقدار اکسیژن از واکنش اول، مقدار کربن و دی اکسیدکربن را با استفاده از تناسب به‌دست می‌آوریم.

$$C+O_2 \rightarrow CO_2$$

$$\begin{array}{cc} \overset{kg}{12} & \overset{m^3}{22/4} \\ x & 30 \end{array} \quad x=\frac{30\times 12}{22/4}$$

$x=16$ kg جرم کربن مصرفی در واکنش اول.

$$C+O_2 \rightarrow CO_2$$

$$\begin{array}{cc} \overset{kg}{22/4} & \overset{m^3}{22/4} \\ \overset{m^3}{30} & y \end{array}$$

$$y=\frac{30\times 22/4}{22/4}$$

حجم CO_2 تولید شده از واکنش اول $\boxed{y=30m^3}$

مرحله ۵) به‌دست آوردن مقدار کربن باقیمانده :

کربن باقیمانده $\boxed{8kg}=24-16=$(مقدار کربن مصرف شده در رابطه (۱)) - (مقدار کربن اولیه)

مرحله ۶) کربن باقیمانده با مقداری از CO_2 مطابق واکنش (۲) ترکیب شده و co به وجود می‌آورد. حال با توجه به مقدار کربن باقیمانده حجم CO_2 مصرفی و co تولید شده را به‌دست می‌آوریم.

$$CO_2 + C \rightarrow 2CO$$

$$\overset{m^3}{22/4} \quad \overset{kg}{12} \qquad x = \frac{6 \times 22/4}{12}$$

$$x \qquad 6$$

$$x = 11/2 m^3$$

حجم CO_2 مصرف شده در واکنش دوم

$$CO_2 + C \rightarrow 2CO$$

$$\overset{kg}{12} \quad \overset{m^3}{2 \times 22/4}$$

$$6 \qquad y$$

$$y = \frac{6 \times 2 \times 22/4}{12} \Rightarrow y = 22/4 m^2$$

حجم co تولید شده

مرحله ۷) به‌دست آوردن حجم CO_2 باقیمانده :

(حجم CO_2 مصرف شده از واکنش (۲)) − (حجم ۲co تولید شده از واکنش (۱)) = (حجم CO_2 باقیمانده

$= 30 - 11/2 = 18/8 m^3$ حجم co_2 باقیمانده

$= 18/8 m^3$ حجم co_2 تولید شده

$= 22/4 m^3$ حجم co تولید شده

مثال۸-۳: در مثال ۳-۳ چنانچه مقدار گرمای تولید شده از احتراق کامل 1kg کربن1000000 cal و در ترکیب با اکسیدکربن5000 kcalگرما مصرف شود.

اولا: مقدار گرمای تولید شده را به‌دست آورید.

ثانیا: کاهش گرمای حاصله نسبت به هنگامی که احتراق کامل انجام گرفته باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

تمرین ۹-۳: در تمرین قبل درصورتی‌که میزان گرمای تولیدی از احتراق کامل 1kg کربن، 40000kj و در ترکیب کربن با اکسیدکربن 4500kcal گرما مصرف شود،

اولاً : مقدار گرمای حاصله درصورتی‌که احتراق کربن به‌طور کامل باشد.

ثانیاً : مقدار گرمای حاصله در حالت ذکر شده در تمرین قبل

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
? = مقدار گرمای تولید شده ? = کاهش گرمای حاصله نسبت به زمانی که احتراق کامل باشد	۱۰۰۰۰۰۰۰cal=مقدار گرمای تولید شده از احتراق کامل۱ کیلوگرم کربن ۵۰۰۰Cal=مقدار گرمای مصرفی در ترکیب اکسیژن با CO_2 ۲۴Kg= مقدار کربن اولیه ۱۶Kg= مقدار کربن استفاده شده در واکنش احتراق کامل ۸Kg= مقدار کربن استفاده شده در واکنش ترکیب اکسیژن با CO_2

مرحله ۲) تبدیل واحد :

طرفین را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم $1kcal = 1000cal$

$$\frac{1}{1000}kcal = \frac{1000}{1000}cal$$

$$\boxed{1cal = \frac{1}{1000}kcal}$$

$$10000000cal = 10000000 \times \frac{1}{1000}kcal$$

$$10000000cal = 10000kcal$$

مرحله ۳) محاسبه مقدار گرمای تولیدی با فرض احتراق کامل کربن

kg	kcal
۱	۱۰۰۰۰
۲۴	x

$$x = \frac{10000 \times 24}{1}$$

$x = 240000kcal$ گرمای تولیدی در احتراق کامل کربن

مرحله ۴) محاسبه مقدار گرمای تولید شده برای مقدار کربن که احتراق کامل داشته (۱۶ kg)

kg	kcal
۱	۱۰۰۰۰
۱۶	x

$$x=\frac{۱۰۰۰۰\times۱۶}{۱}$$

$x=۱۶۰۰۰۰\,kcal$ مقدار گرمای تولیدی از واکنش (۱) مثال قبل (۳-۳)

مرحله ۵) محاسبه مقدار گرمای مصرف شده در ترکیب کربن با $CO_۲$ (۸ kg)

kg	kcal
۱	۵۰۰۰
۸	x

$$x=\frac{۵۰۰۰\times۸}{۱}$$

$x=۴۰۰۰۰\,kcal$ حرارت مصرفی در واکنش (۲) مثال (۳-۳)

مرحله ۶) محاسبه مقدار حرارت تولید شده کامل در مثال (۳-۳)

مقدار = ۱۶۰۰۰۰ − ۴۰۰۰۰ = ۱۲۰۰۰۰kcal گرمای تولید شده کل

مرحله ۷) به‌دست آوردن نسبت گرمای تولید شده کل به زمانی که احتراق به‌صورت کامل باشد

$$\frac{\text{در صورت کسر}}{\text{در مخرج کسر}}=\frac{۱۲۰۰۰۰}{۲۴۰۰۰۰}=۰/۵$$

درصد $۰/۵\times۱۰۰=۵۰$

یعنی گرمای تولید شده مثال قبل برابر ۵۰ درصد گرمای تولید شده در صورت احتراق کامل کربن است.

۳-۲-۳ درجه حرارت احتراق :

معمولاً هر سوخت در یک درجه حرارت معین مشتعل می‌شود بنابراین برای احتراق حداقل به یک درجه حرارت نیاز دارد که آن را درجه حرارت احتراق یا درجه حرارت اشتعال می‌گویند. به عنوان مثال در شرایط محیط نفت سفید در $۱۵۰^\circ c$ مشتعل می‌شود. معمولاً در ریخته‌گری از سوخت‌هایی استفاده می‌شود که درجه حرارت احتراق یا اشتعال آنها بالا باشد. چون سوخت‌های با درجه حرارت اشتعال پایین ایمنی کافی را جهت استفاده در ریخته‌گری ندارند و ممکن است باعث آتش‌سوزی و صدمات جانی شوند.

به‌طور کلی هر جسمی که در اثر ترکیب شدن با اکسیژن هوا (واکنش اکسیداسیون) حرارت تولید کند، نوعی سوخت محسوب می‌شود. اما در صنایع حرارتی موادی به عنوان سوخت به‌کار می‌روند که دارای شرایط زیر باشند:

ایمنی احتراق که باعث آتش‌سوزی و صدمات جانی نشود، از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه، فراوان و در دسترس باشد. جابجایی و انتقال آن ساده بوده و امکان ذخیره و انبارکردن آن وجود داشته باشد. به عنوان مثال بنزین که یک سوخت با کیفیت خوب و قدرت حرارتی مناسب است ولی فقط می‌توان آن را در یک فضای سربسته و مسدود مانند موتورهای احتراق داخلی استفاده نمود.

علاوه بر مطالب فوق نحوه کنترل احتراق، تأمین نمودن درجه حرارت لازم و کنترل محیط احتراق از نظر این‌که محیط احتراق، اکسیدی، خنثی یا احیایی باشد، یکی دیگر از عوامل مؤثر در انتخاب سوخت است. به دلیل این‌که اگر محیط احتراق اکسیدی باشد، باعث می‌شود که مقدار زیادی از مذاب اکسید شده و اتلاف مذاب بیشتر شود. با توجه به مطالب ذکر شده در ایران سوخت‌های گازی به دلیل فراوانی و قیمت پایین و همچنین عدم نیاز به ذخیره سازی در کارگاه و کارخانه و نحوه کنترل آسان احتراق آنها نسبت به سوخت‌های دیگر ترجیح دارند.

۳-۳- دسته‌بندی سوخت‌ها :

کلیه سوخت‌های فسیلی و آلی به دو دسته، سوخت‌های مصنوعی که ساخت دست بشر هستند و سوخت‌های طبیعی که در طبیعت ایجاد می‌شوند، تقسیم بندی می‌شوند که هر کدام خود به سه دسته‌بندی جامد، مایع و گاز طبقه بندی می‌شوند. مطابق جدول ۱-۳

جدول ۱-۳- دسته‌بندی سوخت‌های آلی

گروه سوخت‌ها	دسته‌های سوخت	نوع سوخت
طبیعی	جامد	چوب
		زغال‌سنگ
	مایع	نفت‌های طبیعی
	گاز	گاز طبیعی (گاز چاه‌های نفت)
		گاز معادن زغال سنگ
مصنوعی	جامد	زغال چوب
		کک
		بربکت
	مایع	محصولات تقطیر نفت
		محصولات کراکینگ نفت
		الکل‌های صنعتی
	گاز	گاز کوره بلند ذوب آهن
		کراکینگ گاز طبیعی
		گاز تقطیر زغال‌سنگ
		گازهای سنتز مانند : متان، بوتان و...
		گاز مولدها : گاز هوا، گاز آب و گاز مخلوط

۴-۳- ترکیب سوخت :

با توجه به مطالب ذکر شده کربن و ئیدروژن مهم ترین اجزاء سازنده سوخت‌های آلی می‌باشند. با این وجود از لحاظ اشتعال و ایجاد حرارت مورد نیاز سوخت‌ها، ترکیبی از کربن (C) ، ئیدروژن (H) ، اکسیژن (O) ، ازت یا نیتروژن (N) ، گوگرد فرار یا قابل احتراق (S_V) ، مواد غیرقابل احتراق به نام خاکستر (A) و رطوبت (W) می‌باشد. این عناصر و اجزا در داخل سوخت به‌صورت ترکیبات ساده و پیچیده می‌باشند که در این درس مورد نظر نیستند.

ترکیب سوخت‌های جامد و مایع را برحسب درصد وزنی و سوخت‌های گازی را برحسب درصد حجمی محاسبه می‌کنند. مجموع درصدهای عناصر و ترکیبات یک سوخت باید همواره صددرصد جرم (حجم) کل آن باشد. به عبارت دیگر :

$$C+H+O+N+S_V+A+W=۱۰۰ \text{ درصد}$$

در این رابطه به استثنای A (خاکستر) و W (رطوبت) بقیه عوامل درصد ترکیب عناصر ساده است که در ایجاد حرارت و عملیات احتراق سوخت مؤثر است.

گوگرد در داخل سوخت معمولاً به سه شکل و ترکیب متفاوت وجود دارد که عبارتند از

الف – سولفات‌ها شامل $CaSo_۴$ ، $K_۲So_۴$ ، $Na_۲So_۴$:

ب – سولفور فلزات به‌طور معمول پیریت به فرمول : $FeS_۲$

ج – ترکیبات آلی

سولفات‌ها معمولاً قابل احتراق نیستند بنابراین گوگرد به شکل سولفات قابل احتراق نیست و معمولاً وارد خاکستر می‌شود. اما ترکیبات آلی گوگرد و همچنین پیریت قابل احتراق هستند، بنابراین در مجموع، گوگرد قابل احتراق سوخت را تشکیل می‌دهد. اگر گوگرد به شکل سولفور (پیریت با S_P و گوگرد به شکل ترکیبات آلی با S_Oنمایش داده شوند. گوگرد قابل احتراق به‌صورت زیر خواهد بود :

$$S_V = S_P + S_O$$

گوگرد به شکل سولفات و سولفور به روش‌های تهیه مواد معدنی قابل جدا کردن است و می‌توان با وسایلی آنها را از بین برد و یا مقدار آنها را به حداقل رساند به عنوان مثال شستشوی نفت یا زغال‌سنگ توسط اسیدسولفوریک، درصورتی‌که گوگرد به شکل ترکیبات آلی در ساختمان و ترکیب شیمیایی سوخت است و به سهولت نمی‌توان آن را جدا کرد. لازم به ذکر است که گوگرد عنصر مضر شناخته شده است و وجود آن در فلزات و آلیاژها خواص مکانیکی و متالوژیکی آنها را پایین می‌آورد. به‌طور معمول مقدار گوگرد به شکل ترکیبات آلی در داخل سوخت‌ها ناچیز است و از ۰/۱ درصد تجاوز نمی‌کند. از این رو در محاسبات احتراق می‌توان از گوگرد صرف‌نظر کرده و ترکیبات آلی سوخت را فقط شامل کربن (C) ، هیدروژن (H) ، اکسیژن (O) و N در نظر گرفت.

۵-۳- محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق :

برای محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت لازم است درصد عناصر قابل احتراق سوخت مانند C ، H، O و S_V مشخص شود که برای این منظور لازم است که درصد عناصر سوخت توسط تجزیه کمی به‌دست آورده شود. برای این منظور در ابتدا میزان اکسیژن لازم برای احتراق هر یک از عناصر قابل احتراق تعیین می‌شود. سپس با توجه به میزان اکسیژن در ترکیب هوا می‌توان حجم یا وزن هوای لازم را به‌دست آورد. در جدول زیر ترکیب هوا در شرایط متعارفی برحسب درصد حجمی و همچنین درصد وزنی نشان داده شده است.

جدول ۲-۳- ترکیب هوای جو در شرایط متعارفی

نام گاز و ترکیب شیمیایی آن	مقدار		نام گاز و ترکیب شیمیایی آن	مقدار	
	درصد جرمی	درصد حجمی		درصد جرمی	درصد حجمی
نیتروژن N_2	۷۵/۵	۷۸/۰۹	کریپتون Kr	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۱۰۸
اکسیژن O_2	۲۳/۱۰	۲۰/۹۵	گزنون Xe	۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۰۰۰۸
آرگن Ar	۱/۲۸۶	۰/۹۳۲۵	رادون Rn	-	6×10^{-18}
نئون Ne	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۱۸	دی‌اکسیدکربن CO_2	۰/۰۴۶	۰/۰۳۰
هلیم He	۰/۰۰۰۰۷	۰/۰۰۰۵	ئیدروژن H_2	-	۰/۰۰۰۰۵

میزان بخار آب موجود در هوا بین ۲ تا ۴ درصد جرمی متغیر می‌باشد. معمولاً گازهای نادر در عملیات احتراق غیرفعال هستند به همین منظور برای سادگی محاسبات معمولاً آنها را جزء نیتروژن (ازت) در نظر می‌گیرند. بنابراین معمولاً فرض می‌شود که ترکیب هوا فقط ازدو عنصر نیتروژن و اکسیژن تشکیل شده باشد. در این صورت درصد حجمی و جرمی عناصر چنین خواهد بود :

درصد جرمی	درصد حجمی	
۲۳	۲۱	اکسیژن
۷۷	۷۹	نیتروژن

برای سادگی محاسبات می‌توان با تقریب بیشتر گفت که هوا شامل ۲۰٪ حجمی اکسیژن و ۸۰٪ حجمی نیتروژن است. به عبارت دیگر از هر پنج (۵) واحد حجم هوا ، یک واحد اکسیژن و ۴ واحد نیتروژن است.

با توجه به شکل، ابعاد و نوع کوره و همچنین مرغوبیت و نوع سوخت و عوامل دیگری نظیر اکسیدی یا خنثی بودن محیط ذوب معمولاً جرم هوا را بیش از مقدار محاسبه شده براساس ۲۰٪ حجمی اکسیژن و ۸۰٪ حجمی نیتروژن در نظر می‌گیرند. با توجه به این مسأله حجم هوای محاسبه شده را در ضریبی بین ۱/۱ الی ۱/۸ ضرب می‌کنند، به عبارت دیگر می‌توان گفت که سوخت با ۱۰ الی ۸۰درصد هوای بیشتر از هوای لازم محترق می‌شود.

مثال ۹-۳: برای احتراق کامل $100kg$ از یک نوع سوخت جامد با ترکیب ۶۰٪ کربن، ۲۰٪ ئیدروژن، ۱۰٪ اکسیژن و ۱۰٪ خاکستر، چندمترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است؟ (ترکیب هوا ۲۵٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
m^3 ? = حجم هوای مصرفی	۱۰۰Kg=جرم سوخت C درصد = ۶۰٪ H درصد = ۲۰٪ O درصد = ۱۰٪ ۱۰٪= درصد خاکستر(A) ترکیب هوا: اکسیژن ۲۵٪، نیتروژن٪ ۷۵

مرحله ۲) به‌دست آوردن جرم عناصر قابل احتراق:

در این سوخت عناصر قابل احتراق کربن و ئیدروژن هستند.با توجه به این‌که ۶۰٪ سوخت کربن است، جرم کربن عبارت است از:

درصد کربن × جرم سوخت = جرم کربن

$$\text{جرم کربن} = 100 \times \frac{60}{100} = 60\,kg \ \text{کربن}$$

با توجه به این‌که ۲۰٪ سوخت ئیدروژن است، جرم ئیدروژن عبارت است از

درصد ئیدروژن × جرم سوخت = جرم ئیدروژن

$$\text{جرم ئیدروژن} = 100 \times \frac{20}{100} = 20\,kg \ \text{ئیدروژن}$$

مرحله ۳) نوشتن روابط احتراق کامل کربن وئیدروژن:

تمرین ۱۰-۳: برای احتراق کامل ۵۰ کیلوگرم از یک نوع سوخت جامد ۷۰٪ کربن، ۱۵٪ ئیدروژن و ۱۵٪ خاکستر در شرایط متعارفی چند مترمکعب هوا لازم است؟

(ترکیب هوا ۲۱٪ اکسیژن بقیه نیتروژن)

حل: (توسط هنرجو)

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$$

مرحله ۴) به‌دست آوردن حجم اکسیژن مصرفی برای احتراق کامل کربن :

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

$$\begin{array}{ll} \overset{kg}{12} & \overset{m^3}{22/4} \\ 60 & x \end{array} \quad x = \frac{22/4 \times 60}{12}$$

$x = 112m^3$ اکسیژن برای احتراق کربن

مرحله ۵) به‌دست آوردن حجم اکسیژن مصرفی برای احتراق کامل ئیدروژن

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$$

$$\begin{array}{ll} 2 \times 2kg & \overset{m^3}{22/4} \\ 20 & x \end{array} \quad x = \frac{20 \times 22/4}{4}$$

$x = 112m^3$ اکسیژن لازم برای احتراق ئیدروژن

مرحله ۶) به‌دست آوردن حجم کل اکسیژن لازم برای احتراق کامل کربن و هیدروژن

$112 + 112 = 224m^3$

مرحله ۷) به‌دست آوردن مقدار اکسیژن مصرفی با استفاده از اکسیژن هوا :

با توجه به این‌که خود سوخت حاوی اکسیژن می‌باشد، حجم اکسیژن موجود در سوخت را باید از حجم اکسیژن به‌دست آمده از مرحله ششم کم بکنیم

درصد اکسیژن × جرم سوخت = جرم اکسیژن موجود در سوخت

$= 100 \times \frac{10}{100} = 10kg$ جرم اکسیژن موجود در سوخت

برای به‌دست آوردن حجم این اکسیژن از تناسب استفاده می‌کنیم $\begin{array}{cc} \overset{O_2}{kg} & \overset{O_2}{m^3} \\ ۳۲ & ۲۲/۴ \\ ۱۰ & x \end{array} \quad x = \frac{۱۰ \times ۲۲/۴}{۳۲}$ حجم اکسیژن موجود در سوخت $x = ۷m^3$ حجم اکسیژن موجود در سوخت – حجم کل اکسیژن مورد نیاز برای احتراق C و H = حجم اکسیژن لازم از هوا حجم اکسیژن لازم از هوا $= ۲۲۴ - ۷ = ۲۱۷m^3$ مرحله ۸) به‌دست آوردن حجم هوا : اکسیژن هوا $\begin{array}{cc} ۲۵ & ۱۰۰ \\ ۲۱۷ & x \end{array} \quad x = \frac{۲۱۷ \times ۱۰۰}{۲۵}$ حجم هوای مورد نیاز $x = ۸۶۸m^3$	
مثال ۱۰-۳: در صورتی چگالی هوا $۱/۵ \, {}^{kg}\!/_{m^3}$ باشد نسبت حجمی و جرمی هوای احتراقی به سوخت را در مثال ۹-۳ را تعیین کنید. حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود. خواسته‌ها: $\frac{\text{حجم هوا}}{\text{جرم سوخت}} = ?$ ، $\frac{\text{جرم هوا}}{\text{جرم سوخت}} = ?$ داده‌ها: هوا= $۱/۵ \, {}^{kg}\!/_{m^3}$ ، جرم سوخت= $۱۰۰kg$ ، حجم هوای مورد نیاز= $۸۶۸m^3$ مرحله ۲) به‌دست آوردن نسبت حجمی $\frac{(m^3)}{(kg)} \quad \frac{\text{حجم هوا}}{\text{جرم سوخت}} = \frac{۸۶۸}{۱۰۰} = ۸/۶۸ \, {}^{m^3}\!/_{kg}$	تمرین ۱۱-۳: درصورتی که در شرایط متعارفی جرم هر لیتر هوا ۱/۴ گرم باشد نسبت حجمی و جرمی هوای احتراق به سوخت را در تمرین ۱۰-۳ تعیین کنید.

	یعنی به ازای هر یک کیلوگرم سوخت، $۸/۶۸m^3$ هوا لازم است. مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم هوای مصرفی با استفاده از رابطه جرم حجمی $\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow$ $۱/۵ = \frac{m}{۸۶۸} \Rightarrow m = ۱/۵ \times ۸۶۸$ $m = ۱۳۰۲kg$ هوا مرحله ۴) به‌دست آوردن نسبت جرمی جرم سوخت $\frac{(kg)\ \text{جرم هوا}}{(kg)\ \text{جرم سوخت}} = \frac{۱۳۰۲}{۱۰۰} = ۱۳/۰۲$

۱-۵-۳- محاسبه حجم هوا در شرایط غیرمتعارفی :

معمولاً در محاسبات، شرایط احتراق متعارفی و در فشار یک اتمسفر (۷۶۰ میلی‌متر جیوه) و درجه حرارت صفر درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته می‌شود. اما اگر هوا در درجه حرارت غیرمشخص θ (دمای محیط) و همچنین فشار P، غیر از فشار اتمسفر در نظر گرفته شود، در این صورت براساس قوانین فیزیک و محاسبات مربوطه می‌توان حجم هوای لازم را از رابطه زیر تعیین کرد.

$$V = \frac{\alpha P_\circ V_\circ T}{P}$$

که در آن :

V : حجم هوای لازم در شرایط غیرمتعارفی برحسب m^3

$P_\circ$: فشار هوای جو: ۷۶۰ میلی‌متر جیوه (mm Hg)

$V_\circ$: حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برحسب m^3

T : درجه حرارت برحسب کلوین $T = ۲۷۳ + \theta$

P : فشار هوای محیط برحسب ارتفاع کارگاه یا کارخانه نسبت به سطح دریا تغییر می‌کند برحسب (mm Hg)

* با توجه به رابطه فوق اگر درجه حرارت (T) افزایش یابد و فشار کاهش یابد حجم هوای لازم افزایش خواهد یافت به عبارت دیگر باکاهش فشار و افزایش درجه حرارت، هوا انبساط یافته و در نتیجه مقدار اکسیژن در واحد حجم هوا کاهش می‌یابد، در نتیجه هوا رقیق می‌شود، بنابراین هوای مصرفی بیشتر از حالت قبل است.

از طرف دیگر رطوبت هوا در حجم هوای لازم برای احتراق سوخت موثر است. به عنوان مثال در مناطقی که هوا گرم و رطوبت آن زیاد است مانند مناطق جنوبی و شمالی کشور، هوا لازم برای احتراق بیشتر خواهد بود و این افزایش هوا به ۱۰٪ نیز می‌رسد که باید در محاسبات در نظر گرفته شود.

مثال ۱۱-۳: اگر برای احتراق یک سوخت در شرایط متعارفی $۲۰۰m^۳$ هوا لازم باشد. مقدار هوای لازم در $۹۰۰\ mm\ Hg$ و دمای $۴۵^\circ c$ را به‌دست آورید. با فرض $P_\circ = ۷۶۰mmHg$ و $\alpha = \frac{۱}{۲۷۳}\frac{۱}{^\circ C}$.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$V = ?$	$P_\circ = ۷۶۰mmHg$ $V_\circ = ۲۰۰m^۳$ $P = ۹۰۰mmHg$ $\theta = ۴۵^\circ c$ $\alpha = \frac{۱}{۲۷۳}\frac{۱}{^\circ C}$

مرحله ۲) تبدیل واحد :

$$T = ۲۷۳ + \theta$$

$$T = ۲۷۳ + ۴۵$$

$$T = ۳۱۸^\circ k$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوطه

$$V = \frac{\alpha P_\circ V_\circ T}{P}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق و محاسبه ریاضی

تمرین ۱۲-۳: اگر برای احتراق یک سوخت در درجه حرارت ۲۰ درجه سانتی‌گراد و فشار $۸۵۰\ mmHg$، $۳۰۰m^۳$ هوا لازم باشد. حجم هوای لازم در شرایط متعارفی چندمترمکعب خواهد بود؟ $P_\circ = ۷۶۰mmHg$

$\alpha = {}^{۱}\!/_{۲۷۳}\frac{۱}{^\circ C}$

حل (توسط هنرجو):

$$V = \frac{\frac{۱}{۲۷۳} \times ۷۶ \times ۲۰۰ \times ۳۸}{۹۰۰}$$

$$V = ۱۹۶/۷۳ m^۳$$

۲-۵-۳- احتراق سوخت‌های مایع و گاز :

با توجه به این‌که به‌طور معمول ترکیب شیمیایی سوخت‌های مایع و گاز در اکثر موارد از کربن و ئیدروژن تشکیل شده است، بنابراین محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت با استفاده از فعل و انفعال آن با اکسیژن (ترکیب با اکسیژن) امکان‌پذیر است :

$$C_m H_n + (m + \frac{n}{۴}) O_۲ \rightarrow m CO_۲ + \frac{n}{۲} H_۲ O$$

البته مشخص است که سوخت‌های گازی و مایع که در صنایع ذوب و ریخته‌گری به‌کار می‌روند مانندگاز طبیعی، نفت، گازوئیل، مازوت و... دارای یک ترکیب شیمیایی خالص و منظم مانند ئیدروکربن‌ها نیستند و ممکن است از ترکیب‌های مختلف با جرم ملکولی مختلف تشکیل شده باشند. اما در هر صورت با مشخص بودن فرمول شیمیایی یا فرمول ساده به کمک ضرایب m و n ، محاسبه حجم هوای احتراقی امکان‌پذیر است.

مثال ۱۲-۳: مطلوب است حجم هوای لازم برای احتراق ۴/۷kg گاز $C_۸H_{۱۸}$ در شرایط متعارفی. ترکیب هوا : ۲۰٪ اکسیژن بقیه نیتروژن

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
حجم هوای لازم $= ? \ m^۳$	جرم سوخت= ۴/۷Kg C =۱۲ H = ۱ ترکیب هوا: اکسیژن ۲۰٪، نیتروژن ۸۰٪

مرحله ۲) نوشتن رابطه احتراق سوخت و محاسبه ریاضی, رابطه کلی احتراق:

$$C_mH_n + (m + \frac{n}{۴})O_۲ \rightarrow mCO_۲ + \frac{n}{۲}H_۲O$$

در این مثال $m = ۸$ و $n = ۱۸$ می‌باشد

$$C_۸H_{۱۸} + (۸ + \frac{۱۸}{۴})O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + \frac{۱۸}{۲}H_۲O$$

$$C_۸H_{۱۸} + (۸ + ۴/۵)O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + ۹H_۲O$$

$$C_۸H_{۱۸} + ۱۲/۵O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + ۹H_۲O$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن حجم اکسیژن لازم جهت احتراق کامل با توجه به واکنش

$$C_۸H_{۱۸} \text{ جرم } = ۸\times۱۲+۱۸\times۱=۱۱۴$$

$$C_۸H_{۱۸} + ۱۲/۵O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + ۹H_۲O$$

kg گاز $C_۸H_{۱۸}$	$m^۳$ اکسیژن
۱۱۴	$۱۲/۵\times۲۲/۴$
۴/۷	x

$$x = \frac{۱۲/۵\times۲۲/۴\times۴/۷}{۱۱۴}$$

$$x = ۱۱/۵۴m^۳ \text{ اکسیژن}$$

تمرین ۱۳-۳: مطلوب است حجم هوای لازم برای احتراق ۱۰ kg گاز $C_۳H_۸$ در شرایط متعارفی ترکیب هوا ۲۵٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۴) به‌دست آوردن حجم هوای لازم برای احتراق : با توجه به این‌که ۲۰٪ هوا اکسیژن است، لذا داریم : اکسیژن هوا ۲۰ ۱۰۰ ۱۱/۵۴ x $x = \frac{۱۱/۵۴ \times ۱۰۰}{۲۰}$ $x = ۵۷/۷ m^3$ هوا	

۳-۵-۳- سوخت‌های مصرفی در صنایع ذوب فلزات :

همان‌طوری که تاکنون گفته شد مواد آلی شامل کربن و ئیدروژن در صورت داشتن شرایط عمومی ذکر شده می‌توانند به عنوان سوخت در نظر گرفته شود، اما هر نوع سوختی را نمی‌توان در ریخته‌گری استفاده کرد.

از میان سوخت‌هایی که در جدول شماره ۱-۳ مشخص شده‌اند، تنها کک، گازوئیل، مازوت و گاز طبیعی به دلیل فراوانی، قیمت پایین و قدرت حرارتی مناسب در صنایع ذوب و ریخته‌گری استفاده می‌شوند.

کک : کک از حرارت دادن زغال‌سنگ در محیط بسته تولید می‌شود.

ککی که در ذوب و ریخته‌گری به‌کار می‌رود دارای مشخصات زیر است :

الف – ترکیبات شیمیایی : ترکیب شیمیایی کک مناسب برای ذوب به‌صورت زیر است :

کربن : ۹۰-۸۵ درصد   گوگرد قابل احتراق (S_V) : کمتر از ۲ درصد

خاکستر : حداکثر ۱۲ درصد   مواد فرار و تبخیری : کمتر از ۱ درصد

رطوبت : حداکثر ۲ درصد

گوگرد در کک عنصر نامعلومی است و کیفیت کک را کاهش می‌دهد بنابراین مقدار آن باید کمتر از ۲ درصد باشد، البته در تهیه بعضی از آلیاژها و فلزات مانند چدن با گرافیت کروی (نشکن) باید مقدار گوگرد کک از ۲ درصد نیز کمتر باشد. ترکیب شیمیایی و درصد عناصر تشکیل دهنده خاکستر و نقطه ذوب آن از عواملی هستند که در میزان ارزش حرارتی کک نقش مهمی دارند.

ب – ضریب تخلخل : کک مورد استفاده در ریخته‌گری و ذوب باید دارای تخلخل باشد تا احتراق آن به‌طور کامل انجام شود براساس محاسبات ضریب تخلخل یک قطعه کک عبارت است از نسبت حجم فضای خالی به حجم کل قطعه به‌صورت :

$$\%e = \frac{V'}{V+V'} \times ۱۰۰$$

که در آن:

V' : حجم فضای خالی

V : حجم حقیقی قطعه

با توجه به این‌که حجم ظاهری قطعه برابر حجم حقیقی منهای حجم فضای خالی است و از طرفی رابطه چگالی و حجم قطعه $(\rho = \frac{m}{v})$ می‌توان به رابطه زیر رسید :

$$e = ۱ - \frac{\rho'}{\rho}$$ ضریب تخلخل

$$\%e = \left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right) \times ۱۰۰$$ درصد تخلخل

که در این رابطه :

ρ : چگالی حقیقی با در نظر گرفتن حجم تخلخل‌ها

ρ' چگالی ظاهری بدون در نظر گرفتن حجم تخلخل‌ها

مشخصات کک‌های صنعتی معمولاً به شرح زیر می‌باشد :

$$e = ۰/۴۵ - ۰/۵۵ \qquad \rho = ۱/۸ - ۲ \frac{g}{cm^۳} \qquad \rho' = ۰/۸ - ۱/۱ \frac{g}{cm^۳}$$

ج – راکتیویته : در هنگام احتراق کک مقدار گاز منواکسیداکربن (co) تولید شده یکی از مشخصات و خواص عمده کک در عملیات احیای اکسیدهای فلزات است. همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد، در احتراق ناقص ابتدا مقداری از کربن کک در مجاورت اکسیژن (یا هوا) می‌سوزد و تولید گاز دی اکسیدکربن $CO_۲$ می‌کند. سپس باقیمانده کربن با دی اکسیدکربن $CO_۲$ ترکیب می‌شود و گاز منواکسیدکربن تولید می‌کند. مطابق واکنش زیر:

$$C + O_۲ \rightarrow CO_۲$$

$$CO_۲ + C \rightarrow ۲CO$$

گاز منواکسیدکربن (co) می‌تواند اکسیدهای فلزی را به سهولت احیاء کرده و علاوه بر آن گرما تولید کند به عبارت دیگر واکنش گرمازاست.

به عنوان مثال، منواکسیدکربن در احیای اکسیدآهن به‌صورت زیر عمل می‌نماید :

$$FeO + CO \rightarrow Fe + CO_۲ + ۳۱۵۰ \frac{cal}{mol}$$

یعنی منواکسیدکربن علاوه بر این‌که Feo را احیا کرده و تولید Fe خالص می‌نماید، مقداری گرما نیز آزاد می‌نماید.

مطابق تعریف نسبت تعداد مولکول‌های دی اکسیدکربن تبدیل شده به منواکسیدکربن (B) را بر تعداد کل مولکول‌های دی اکسیدکربن تولید شده (A) در احتراق را راکتیویته می‌نامند به عبارت دیگر :

$$R = \frac{B}{A}$$

براساس محاسبات درصد راکتیویته برحسب درصد گازهای دی اکسیدکربن و منواکسیدکربن به‌صورت زیر

است:

$$\%R = \frac{\%CO}{\%CO + ۲\%CO_۲} \times ۱۰۰$$

در فشار ثابت راکتیویته کک به دو عامل بستگی دارد که عبارتند از درجه حرارت گاز $CO_۲$ و سرعت عبور گاز $CO_۲$از روی کک گداخته. راکتیویته کک در داخل کوره کوپل حدود ۲۰٪ است به عبارت دیگر در حدود $\frac{۲}{۳}$ کربن کک با احتراق کامل می‌سوزد، در حالی که در کوره بلند با توجه به مقدار زیاد اکسیدهای آهن راکتیویته کک در $۹۰۰^{\circ}c$ حداقل حدود ۷۵٪ و حداکثر ۹۰٪ است.

- نفت‌ها : ترکیبات پیچیده و مختلفی از ئیدروکربن‌های زنجیره ای و حلقوی هستند که اجزاء اصلی در ترکیب آنها هیدروژن و کربن است. گوگرد نیز در ترکیبات مختلف نفت‌ها وجود دارد و معمولاً مقدار آن کمتر از ۲ درصد است. نفت‌هایی که در ریخته‌گری و ذوب به‌کار می‌روند معمولاً از پالایش نفت خام ایجاد می‌شوند و در دسته ئیدروکربن‌های نسبتاً سنگین نسبت به بنزین و نفت سفید قرار دارند. به‌طور معمول گازوئیل، مازوت و نفت کوره از سوخت‌های مناسب برای ریخته‌گری می‌باشند. نفت‌ها سوخت‌های با ارزشی هستند. مزایای آنها عبارتند از :

الف – نفت‌ها دارای قدرت حرارتی عموماً زیاد و حدود ۹۰۰۰ تا ۱۰۶۰۰ کیلوکالری بر لیتر هستند که علت آن خاکستر و رطوبت بسیار کم آنها است.

ب – نفت‌ها خاکستر بسیار کمی دارند و مقدار آن غیرقابل ملاحظه است.

ج – کوره‌هایی که با سوخت مایع مانند نفت‌ها کار می‌کنند کنترل، تنظیم و ثابت نگهداشتن درجه حرارت به سادگی انجام می‌شود، به‌طوری که می‌توان مقدار سوخت را کم یا زیاد کرد.

د – انبار کردن نفت‌ها به فضای کمتری نیاز دارند و راندمان حرارتی آنها بیشتر است.

و – نفت‌ها به آسانی با هوا مخلوط شده و سریع مشتعل می‌شوند و به درجه حرارت ماکزیمم خود می‌رسند.

نفت‌ها با وجود مزایای فوق دارای معایبی هستند که عبارتند از : گران بودن، خطر انفجار و اشتعال، بوی نامطبوع، ضایعات بالا در اثر تبخیر و بالاخره ایجاد رسوب در مخازن و لوله‌ها که باعث مسدود شدن و قطع جریان نفت می‌شود.

ضریب انبساط کلیه نفت‌ها زیاد است و حجم آنها در اثر گرما افزایش می‌یابد، به همین دلیل نباید مخازن نفت را به‌طور کامل پر نمود زیرا ممکن است سبب ترکیدن مخزن شود. تغییرات حجم نفت علاوه بر درجه حرارت به چگالی آن نیز بستگی دارد. به عنوان مثال برای نفتی که چگالی آن حدود $۰/۸ \, g/cm^۳$ است، تغییرات حجم از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$V = V_۰(۱ + ۸/۸ \times ۱۰^{-۴}\theta + ۱۳/۲ \times ۱۰^{-۷}\theta^۲)$$

که در آن :

V : حجم نفت در درجه حرارت θ

V_0 : حجم نفت در صفر درجه سانتی‌گراد

θ: درجه حرارت نفت برحسب سانتی‌گراد

سوخت‌های گازی : این سوخت‌ها معمولاً به دو دسته طبیعی و مصنوعی تقسیم می‌شوند.

سوخت گاز طبیعی مخلوطی از ئیدروکربن‌های مختلف است که قسمت عمده آن را گاز متان (CH_4) تشکیل می‌دهد. درصد گاز متان، گاز طبیعی بین ۷۵ تا ۹۰ درصد است. باقیمانده ترکیب گاز طبیعی شامل گاز ئیدروژن، نیتروژن، دی اکسیدکربن و مقدار کمی اکسیژن است. در بعضی از گازهای طبیعی گاز سولفید هیدروژن (H_2S) نیز وجود دارد که با توجه به مطالب ذکر شده در هنگام احتراق گاز دی اکسیدگوگرد (SO_2) تولید می‌کند، که در عملیات ذوب فلزات در کوره‌های شعله ای بسیار مضر است. گاز طبیعی برای استفاده باید تصفیه شود. قدرت حرارتی گاز طبیعی بالا است و به ۸۰۰۰ تا ۸۵۰۰ $\frac{kcal}{m^3}$ می‌رسد.

سوخت‌های گاز مصنوعی نیز متعدد هستند و در صنعت به روش‌های مختلف تولید می‌شوند.، این سوخت‌ها عبارتند از:

الف – گازهای تقطیر زغال‌سنگ یا گاز کوره‌های کک سازی

ب – گاز مولدها یا گازهای تولید شده از احتراق ناقص زغال‌سنگ

ج – گاز کوره بلند ذوب آهن

د – گاز آب یا گازهای تولید شده در اثر عبور بخار آب از روی زغال‌سنگ گداخته

هـ - گازهای تولید شده به روش سنتز یا گازهای ساختگی مانند ئیدروژناسیون زغال‌سنگ که سبب تولید ئیدروکربن‌های متعدد می‌شود

و – گازهای حاصل از تقطیر یا شکسته شدن مولکول‌ها (کراکینگ) نفت‌های سنگین

۶-۳- بررسی قدرت حرارتی سوخت :

با توجه به واکنش عناصر قابل احتراق سوخت با اکسیژن و همچنین تعیین درصد آن‌ها، می‌توان حرارت تولید شده برای هر واحد جرم (kg) و یا واحد حجم (m^3) یعنی ارزش حرارتی سوخت را محاسبه و تعیین کرد. معمولاً سوخت‌حاوی خاکستر و رطوبت است که مقدار این خاکستر در سوخت‌های جامد مهم‌تر است. خاکستر و مواد غیرقابل احتراق باعث کاهش مواد قابل احتراق در سوخت شده و به همین علت در قدرت حرارتی سوخت مؤثر هستند. در حالی که رطوبت موجود در سوخت امکان دارد تبخیر شوند و تبخیر آنها سبب جذب گرما و گرماگیری شوند که اثر آن در کاهش قدرت حرارتی بیشتر از مقدار درصد مواد غیرقابل احتراق آن است.

وجود اکسیژن در سوخت به علت ترکیب شدن آن با هیدروژن در زمان احتراق، قدرت حرارتی سوخت را کاهش می‌دهد به عبارت دیگر سوخت حاوی اکسیژن قبلاً اکسیدشده و در نتیجه قدرت حرارتی آن کاهش می‌یابد.

به‌طور کلی قدرت حرارتی یک سوخت را با توجه به گرمازایی عناصر مختلف و ترکیب آنها با اکسیژن و ساده کردن شرایط محاسبه، می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد :

$$q_m = ۸۰C + ۳۴۰(H - \frac{O}{۸}) + ۲۰S - ۶W$$

که در آن :

q_m : قدرت حرارتی سوخت برحسب $kcal/kg$

C : درصد کربن

H : درصد ئیدروژن

O : درصد اکسیژن

S : درصد گوگرد

W : رطوبت

مثال ۱۳-۳: درصورتی‌که چگالی حقیقی و ظاهری کک به ترتیب $۱/۸ \, g/cm^۳$ و $۱ \, g/cm^۳$ باشد مطلوب است محاسبه درصد تخلخل کک :

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\%e = ?$	$\rho = ۱/۸ \, g/cm^۳$ $\rho' = ۱ \, g/cm^۳$

مرحله ۲) نوشتن رابطه درصد تخلخل :

$$\%e = \left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right) \times ۱۰۰$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی

$$\%e = \left(۱ - \frac{۱}{۱/۸}\right) \times ۱۰۰$$

$$\%e = ۰/۴۵ \times ۱۰۰$$

$$\boxed{\%e = ۴۵\%}$$

تمرین ۱۴-۳: یک نوع کک با درصد تخلخل ٪۶۰ دارای چگالی $۱/۱ \, g/cm^۳$ می‌باشد، چگالی حقیقی آن را حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۴-۳: مطلوب است تعیین قدرت حرارتی یک نوع زغال خشک شامل ۸۰٪ کربن، ۵٪ ئیدروژن، ۵٪ اکسیژن، ۲٪ گوگرد و ۸٪ رطوبت.

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$q_m = ?$	ترکیب سوخت $= \%۸۰C + \%۵H_۲ + \%۵O_۲ + \%۲S + \%۸W$

مرحله ۲) نوشتن رابطه قدرت حرارتی

$$q_m = ۸۰C + ۳۴۰(H - \frac{O}{۸}) + ۲۰S - ۶W$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$q_m = ۸۰ \times ۸۰ + ۳۴۰(۵ - \frac{۵}{۸}) + ۲۰ \times ۲ - ۶ \times ۸$$

$$q_m = ۶۴۰۰ + ۱۴۸۷/۵ + ۴۰ - ۴۸$$

$$۷۸۷۹/۵ \, {}^{kcal}\!/_{kg}$$

تمرین ۱۵-۳: یک نوع زغال خشکی شامل ۸۵٪ کربن، ۵٪ ئیدروژن، ۵٪ اکسیژن و ۵٪ خاکستر می‌باشد، قدرت حرارتی این زغال خشک را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۵-۳: برای اندازه‌گیری راکتیویته یک زغال کک مقداری گاز $CO_۲$ را با فشار و درجه حرارت ثابت و معین از روی آن عبور داده‌اند (در غیاب هوا و اکسیژن) درصد گازهای خروجی عبارتند از : ۹۲٪ گاز اکسیدکربن و بقیه گاز کربنیک مطلوبست درصد راکتیویته کک

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\%CO_۲ = ?$ $\%R = ?$	$\%CO = \%۹۲$

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$\%R = \frac{\%CO}{\%CO + ۲\%CO_۲} \times ۱۰۰$$

تمرین ۱۶-۳: در اندازه‌گیری راکتیویته یک نوع کک مقداری گاز $CO_۲$ با فشار و درجه حرارت ثابت از روی آن عبور داده شده است. درصورتی‌که درصد گاز $CO_۲$خروجی ۱۵٪ و درصد CO خروجی ۸۵٪ باشد مطلوبست درصد راکتیویته کک.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) به‌دست آوردن درصد $CO_۲$

$$\%CO_۲ = ۱۰۰ - \%CO$$

$$\%CO_۲ = ۱۰۰ - ۹۲ = \%۸$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه

$$\%R = \frac{۹۲}{۹۲ + ۲ \times ۸} \times ۱۰۰ = \frac{۹۲}{۹۲ + ۱۶} \times ۱۰۰ =$$

$$\%R = \frac{۹۲}{۱۰۸} \times ۱۰۰ = \%۸۵$$

مثال ۱۶-۳: مطلوبست حجم هوای لازم برای احتراق ۸kg گاز متان با ترکیب شیمیایی $CH_۴$ در شرایط متعارفی. (ترکیب حجمی هوا عبارت است از ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن). ۱ = H و ۱۲ = C

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر و همراه با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
V = ?	جرم گاز متان = ۸kg $C = ۱۲$ $H = ۱$ ترکیب حجمی هوا= اکسیژن ۲۰٪+نیتروژن ۸۰٪

مرحله ۲) نوشتن رابطه احتراق

$$C_mH_n + (m + \frac{n}{۴})O_۲ \rightarrow mCO_۲ + \frac{n}{۲}H_۲O$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

با توجه به این‌که گاز $CH_۴$ است لذا $m = ۱$ و $n = ۴$ است خواهیم داشت :

تمرین ۱۷-۳: حجم هوای لازم برای احتراق ۱۰ kg گازی با ترکیب شیمیایی $C_۲H_۶$ در شرایط متعارفی چقدر می‌شود (ترکیب حجمی هوا عبارت است از ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن).

حل (توسط هنرجو):

$$C_1H_4+(1+\frac{4}{4})O_2 \rightarrow 1CO_2+\frac{4}{2}H_2O$$

مرحله ۴) رابطه ساده شده به‌صورت زیر خواهد بود:

$$CH_4+2O_2 \rightarrow CO_2+2H_2O$$

مرحله ۵) محاسبه جرم مولکولی گاز CH_4 (متان):

این گاز از ۴ اتم ئیدروژن و یک اتم کربن تشکیل شده است بنابراین جرم مولکولی آن برابر است با :

$12+4\times1=16$

مرحله ۶) محاسبه حجم اکسیژن مورد نیاز برای احتراق:

با توجه به رابطه احتراق

$$CH_4+2O_2 \rightarrow CO_2+2H_2O$$

در شرایط متعارفی برای سوختن $16kg$ متان (CH_4) حدود $2\times22/4m^3$ اکسیژن لازم است بنابراین با یک تناسب ساده خواهیم داشت:

	CH_4	اکسیژن	
	$16kg$	$44/8m^3$	
مطابق مسأله	$8kg$	x	حجم مورد نیاز

$$x=\frac{44/8\times\cancel{8}}{\cancel{16}_2}$$

$$x=22/4m^3$$

بنابراین برای احتراق $8kg$ گاز متان (CH_4) حدود $q_m=64$۰ اکسیژن لازم است.

مرحله ۷) محاسبه حجم هوای لازم : با توجه به‌صورت مسأله ترکیب حجمی هوا عبارت است از ۲۰٪ اکسیژن و ۸۰٪ نیتروژن. یعنی حد $\frac{1}{5}$ هوا اکسیژن است.

بنابراین با توجه به این‌که حجم اکسیژن لازم به‌دست آمده است، می‌توان گفت که حجم هوای لازم پنج برابر حجم اکسیژن است. یا به عبارت دیگر :

	ترکیب حجمی هوا	حجم اکسیژن
	۱۰۰	۲۰
اکسیژن لازم برای سوخت	x	۲۲/۴

$$x=\frac{22/4\times 10\cancel{0}^{5}}{2\cancel{0}}$$

$$x=22/4\times 5$$

$$\boxed{x=112\,m^3}$$

حجم هوای لازم برای احتراق، ۱۱۲ مترمکعب است.

مثال ۱۷-۳: حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برای هر کیلوگرم سوخت $10\,m^3$ می‌باشد. حجم هوا را در شرایط غیرمتعارفی فشار هوا ۶۶۰ mm Hg و دمای هوای $27^\circ c$ حساب کنید. $P_\circ=760\,mmHg$ و

$$\alpha=\frac{1}{273}\frac{1}{^\circ C}$$

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور مختصر می‌نویسیم :

خواسته‌ها	داده‌ها
حجم هوای لازم $V=?$	$V_\circ=10\,m^3$ $P_\circ=760\,mmHg$ $\alpha=\frac{1}{273}\frac{1}{^\circ C}$ $P=660\,mmHg$ $\theta=27^\circ c$ $T=\theta+273$ $T=27+273$ $T=300^\circ k$

مرحله ۲) نوشتن رابطه با توجه به مسأله

$$V=\frac{\alpha P_\circ V_\circ T}{P}$$

تمرین ۱۸-۳: حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برای هر کیلوگرم سوخت ۱۲۰۰۰ lit می‌باشد. حجم هوا رادر شرایط غیرمتعارفی فشار ۶۵۰ mm Hg و دمای هوای $30^\circ c$ حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V=\frac{\frac{۱}{۲۷۳}\times ۷۶۰\times ۱۰\times ۳۰۰}{۶۶۰}$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$V=\frac{۸۳۵۱/۶۵}{۶۶۰}$$

حجم هوای لازم $\boxed{V=۱۲/۶۵m^۳}$

مثال ۱۸-۳: برای احتراق ۳۰ kg از یک نوع کک (بدون رطوبت) با ترکیب ۸۵٪ کربن، ۳٪ ئیدروژن، ۴٪ اکسیژن و ۸٪ خاکستر، چند مترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است. ($\frac{۱}{۵}$ حجم هوا اکسیژن است).
(C = ۱۲ و H = ۱ و O = ۱۶)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
؟ = حجم هوا	جرم کک = ۳۰kg ترکیب کک در شرایط متعارفی = %۸۵C , %۳H , %۴O , %۸A حجم اکسیژن= $\frac{۱}{۵}$ حجم هوا C = ۱۲ H = ۱ O = ۱۶

مرحله ۲) محاسبه جرم کربن و ئیدروژن در کک :

با توجه به این‌که ۸۵٪ جرم کک را کربن تشکیل داده است.

$$\text{جرم کربن} = \frac{۸۵}{۱۰۰}\times \text{جرم کک}$$

$$\text{جرم کربن} = \frac{۸۵}{۱۰۰}\times ۳۰$$

تمرین ۱۹-۳: برای احتراق ۳۵ kg از یک نوع کک (بدون رطوبت) با ترکیب ۸۳٪ کربن، ۴٪ ئیدروژن، ۵٪ نیتروژن و ۸٪ خاکستر، چندمترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است ($\frac{۱}{۵}$ هوا اکسیژن است).

حل (توسط هنرجو):

$جرم\ کربن = ۲۵/۵kg$

با توجه به این‌که ۳٪ جرم کک را ئیدروژن تشکیل داده است.

$$جرم\ ئیدروژن = \frac{۳}{۱۰۰} \times جرم\ کک$$

$$جرم\ ئیدروژن = \frac{۳}{۱۰۰} \times ۳۰$$

$$جرم\ ئیدروژن = ۰/۹kg$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن حجم اکسیژن لازم جهت احتراق کربن و ئیدروژن :

کربن مطابق رابطه مقابل می‌شود $C + O_۲ \rightarrow CO_۲$

با توجه به رابطه سوختن کربن، برای سوختن هر ۱۲kg کربن (با توجه به جرم مولکولی)، ۳۲ kg اکسیژن لازم است. با ایجاد یک تناسب ساده خواهیم داشت :

$$\overset{C}{۱۲kg} \quad \overset{O_۲}{۳۲kg}$$

$$۲۵/۵ \quad x$$

$$x = \frac{۳۲ \times ۲۵/۵}{۱۲}$$

$$x = ۶۸ \quad kg$$

برای سوختن کربن ۶۸ kg اکسیژن لازم است.

- با توجه به رابطه سوختن هیدروژن خواهیم داشت:

برای سوختن هر ۴kg هیدروژن، ۳۲ kg اکسیژن لازم است.

$$۲H_۲ + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O$$

$$\overset{۲H}{۴kg} \quad \overset{O_۲}{۳۲kg}$$

$$۰/۹ \quad x$$

$$x = \frac{۳۲ \times ۰/۹}{۴}$$

$$x = ۷/۲ \quad kg \quad اکسیژن$$

برای سوختن هیدروژن ۷/۲ kg اکسیژن لازم است.

با توجه به رابطه سوختن هیدروژن و کربن موجود در کک باید مقادیر اکسیژن به‌دست آمده را با هم جمع کنیم.

اکسیژن $۶۸ + ۷/۲ = ۷۵/۲kg$

مرحله ۴) به‌دست آوردن حجم اکسیژن در شرایط متعارفی :در شرایط متعارفی حجم هر مولکول گرم اکسیژن (۳۲g)، ۲۲/۴ لیتر است و چون حجم اکسیژن برحسب کیلوگرم است، حجم آن $۲۲/۴m^۳$ خواهد بود.

جرم اکسیژن	حجم اکسیژن
$\overset{(O_۲)}{۳۲kg}$	$\overset{(O_۲)}{۲۲/۴m^۳}$
$۷۵/۲kg$	x

$$x = \frac{۷۵/۲ \times ۲۲/۴}{۳۲}$$

حجم اکسیژن لازم برای احتراق $x = ۵۲/۶۴m^۳$

مرحله ۵) به‌دست آوردن حجم هوا در شرایط متعارفی : با توجه به این‌که حجم اکسیژن، $\frac{۱}{۵}$ حجم هوا است. بنابراین حجم هوای لازم برای احتراق ۵ برابر حجم اکسیژن خواهد بود

طرفین در ۵ ضرب شود حجم هوا $\frac{۱}{۵}$ = حجم اکسیژن

$۵ \times \frac{۱}{۵} =$ حجم اکسیژن $\times ۵$

حجم هوا $= ۵ \times ۵۲/۶۴$

$\boxed{\text{حجم هوا} = ۲۶۳/۲m^۳}$

مثال ۱۹-۳: مطلوبست تعیین قدرت حرارتی یک نوع گازوئیل که در تجزیه کمی آن ۹۰٪ کربن و ۹٪ هیدروژن و ۰/۵ درصد گوگرد و ۰/۵درصد مواد غیرقابل احتراق تعیین شده است.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
کربن $C = 90\%$ ئیدروژن $H = 90\%$ گوگرد $S = 0/5\%$ موادغیرقابل احتراق $A = 0/5\%$ $O = 0\%$	$q_m = ?\quad \frac{kcal}{kg}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه قدرت حرارتی

$$q_m = 80C + 340(H - \frac{O}{8}) + 20S - 6A$$

مرحله ۳) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق

$$q_m = (80 \times 90) + 340(9 - \frac{0}{8}) + (20 \times 0/5) - (6 \times 0/5)$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$q_m = 7200 + 340 \times 9 - 340 \times 0 + 10 - 3$$

$$q_m = 7200 + 3060 - 0 + 10 - 3$$

$$\boxed{q_m = 10267 \, kcal/kg}$$

تمرین ۲۰-۳: مطلوبست تعیین قدرت حرارتی یک نوع گازوئیل که در تجزیه کمی آن ۸۵٪ کربن و ۱۴٪ هیدروژن و ۱ درصد مواد غیرقابل احتراق تعیین شده است.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۳: در تجزیه کمی ۱۱۶ gr سوخت، ۹۶ g کربن و بقیه هیدروژن تعیین شده است :

اولاً : فرمول ساده سوخت را مشخص کنید

ثانیاً : حجم هوای لازم برای احتراق هر کیلوگرم از آن را در شرایط متعارفی به‌دست آورید. درصد حجمی هوا ۲۰درصد اکسیژن و بقیه نیتروژن است.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر و همراه با واحد نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = فرمول تقریبی سوخت	۱۱۶gr=جرم سوخت ۹۶gr=جرم کربن ۲۰gr=جرم هیدروژن ۲۰٪=درصد حجمی اکسیژن هوا
? = حجم هوای لازم برای احتراق هر کیلوگرم سوخت	

اولا: مرحله ۲) به‌دست آوردن فرمول تقریبی سوخت C_mH_n

جرم مولکولی سوخت $= m \times ۱۲ + ۱ \times n = ۱۱۶$

$$۱۲m + n = ۱۱۶ \qquad (۱)$$

جرم مولکولی کربن سوخت $= m \times ۱۲ = ۹۶$

(طرفین تساوی بر ضریب m تقسیم می‌شود)

$$\frac{m \times ۱۲}{۱۲} = \frac{۹۶}{۱۲}$$

$$\boxed{m = ۸}$$

به جای m مقادیرش را قرار می‌دهیم(از معادله (۱))

$$۱۲m + n = ۱۱۶$$

$$۱۲ \times ۸ + n = ۱۱۶$$

$$۹۶ + n = ۱۱۶$$

تمرین ۲۱-۳: در تجزیه کمی ۱۲۴ gr سوخت، g ۹۸ کربن و بقیه هیدروژن تعیین شده است :

اولاً : فرمول ساده سوخت را مشخص کنید

ثانیاً : حجم هوای لازم برای احتراق ۵۰ kg از آن را در شرایط متعارفی به‌دست آورید. درصد حجمی هوا ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن است.

حل (توسط هنرجو):

مقدار n را حساب می‌کنیم

$$n = ۱۱۶ - ۹۶$$

$$\boxed{n = ۲۰}$$

با توجه به فرمول C_mH_n و مقادیر m و n فرمول تقریبی سوخت برابر است با :

$$\boxed{C_۸H_{۲۰}}$$

ثانیاً :مرحله ۳) نوشتن فرمول احتراق سوخت:

$$C_mH_n + (m + \frac{n}{۴})O_۲ \rightarrow mCO_۲ + \frac{n}{۲}H_۲O$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها :

$$C_۸H_{۲۰} + (۸ + \frac{۲۰}{۴})O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + \frac{۲۰}{۲}H_۲O$$

$$C_۸H_{۲۰} + ۱۳O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + ۱۰H_۲O$$

مرحله ۵) محاسبه حجم اکسیژن لازم برای سوختن یک کیلوگرم سوخت

$$C_۸H_{۲۰} + ۱۳O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + ۱۰H_۲O$$

حجم اکسیژن لازم (متر مکعب)	جرم مولکولی سوخت (کیلوگرم)
$۱۳ \times ۲۲/۴$	$\overset{C_۸H_{۲۰}}{۱۱۶}$
x	۱ کیلوگرم سوخت

$$x = \frac{۱۳ \times ۲۲/۴ \times ۱}{۱۱۶}$$

$x = ۲/۵۱ m^۳$ اکسیژن

مرحله ۶) محاسبه حجم هوای لازم برای سوختن ۱ کیلوگرم سوخت

با توجه به این‌که درصد حجمی اکسیژن هوا ۲۰٪ است خواهیم داشت :

درصد حجمی اکسیژن	درصد حجمی هوا
۲۰	۱۰۰
۲/۵۱	x

$$x = \frac{۱۰۰ \times ۲/۵۱}{۲۰}$$

$$\boxed{x = ۱۲/۵۵ m^۳}$$

حجم هوای لازم برای احتراق یک کیلوگرم سوخت

مثال ۲۱-۳: در تجزیه کمی ۵۸ gr از یک نوع سوخت ۴۸ gr کربن و بقیه هیدروژن به‌دست آمده است مطلوبست تعیین:

الف – فرمول ساده سوخت

ب – حجم هوای لازم برای احتراق ۲ kg از این سوخت (حجم هوا ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن است).

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
فرمول ساده سوخت=? حجم هوای لازم برای احتراق ۲ کیلوگرم سوخت=?	۵۸gr = جرم مولکولی سوخت ۴۸gr = جرم کربن موجود در مولکول سوخت ۲۰% = درصد حجمی اکسیژن هوا ۲kg = جرم سوخت c = ۱۲ H = ۱

مرحله ۲) به‌دست آوردن فرمول تقریبی سوخت :

فرمول کلی سوخت به‌صورت $C_m H_n$ می‌باشد.

راه اول :

جرم هیدروژن موجود در مولکول سوخت =

جرم کربن موجود در مولکول سوخت – جرم مولکول سوخت

۵۸ – ۴۸ =

$\boxed{۱۰ =}$ جرم هیدروژن موجود در مولکول سوخت

تمرین ۲۲-۳: در تجزیه کمی ۶۵ gr از یک نوع سوخت ۳۵gr کربن و بقیه هیدروژن به‌دست آمده است مطلوبست تعیین:

الف – فرمول ساده سوخت

ب – حجم هوای لازم برای احتراق ۴ kg از این سوخت (حجم هوا ۲۲٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن)

حل (توسط هنرجو):

جرم $C_m = ۱۲ \times m = ۴۸$

طرفین تساوی را بر عدد ۱۲ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۱۲ \times m}{۱۲} = \frac{۴۸}{۱۲}$$

$$\boxed{m = ۴}$$

جرم $H_n = ۱ \times n$

$$۱۰ = ۱ \times n$$

$$\boxed{n = ۱۰}$$

راه دوم :

تعداد کربن

$$m = \frac{\text{جرم کربن سوخت}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{۴۸}{۱۲} = ۴$$

تعداد هیدروژن

$$n = \frac{\text{جرم هیدروژن سوخت}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{۱۰}{۱} = ۱۰$$

لذا فرمول تقریبی به‌صورت زیر می‌باشد

$$\boxed{C_mH_n = C_۴H_{۱۰}}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه احتراق سوخت

$$C_mH_n + (m + \frac{n}{۴})O_۲ \rightarrow mCO_۲ + \frac{n}{۲}H_۲O$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$C_۴H_{۱۰} + (۴ + \frac{۱۰}{۴})O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + \frac{۱۰}{۲}H_۲O$$

$$C_۴H_{۱۰} + ۶/۵O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + ۵H_۲O$$

مرحله ۵) محاسبه حجم اکسیژن لازم برای احتراق سوخت :

$$C_۴H_{۱۰} + ۶/۵O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + ۵H_۲O$$

جرم مولکولی سوخت برحسب kg — حجم اکسیژن لازم برحسب m^3

$$\begin{array}{cc} ۵۸ & ۶/۵\times ۲۲/۴ \\ ۲kg & x \end{array}$$

$$x=\frac{۶/۵\times ۲۲/۴\times ۲}{۵۸}$$

$x=۵/۰۲m^3$ حجم اکسیژن لازم برای احتراق ۲ kg سوخت

مرحله ۶) محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت

با توجه به این‌که ۲۰٪ حجم هوا، اکسیژن است، بنابراین: حجم هوا ۵ برابر اکسیژن می‌باشد.

$$۵=\frac{۱۰۰}{۲۰}=$$ درصد حجمی اکسیژن

$۵\times ۵/۰۲=$ حجم هوای لازم برای احتراق

$\boxed{=۲۵/۱m^3}$ حجم هوای لازم برای احتراق

مثال ۲۲-۳: حجم هوای لازم برای احتراق ۹/۴ kg گاز اکتان با ترکیب شیمیایی C_8H_{18} را در شرایط غیرمتعارفی فشار ۶۸۰mmHg و دمای ۳۰°c محاسبه کنید (ترکیب هوا از ۲۱٪ اکسیژن و ۷۹٪ حجمی نیتروژن تشکیل شده است). ضریب انبساط حجمی گاز $\frac{۱}{۲۷۳}\frac{۱}{°c}$ و $P_0=۷۶۰mmHg$

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

تمرین ۲۳-۳: حجم هوای لازم برای احتراق ۱۵ kg گاز متان با ترکیب شیمیایی CH_4 را در شرایط غیرمتعارفی فشار ۶۵۰mmHg و دمای ۳۵۰°c محاسبه کنید (ترکیب هوا از ۲۰٪ اکسیژن و ۸۰٪ حجمی نیتروژن می‌باشد و ضریب انبساط حجمی گازها $P_0=۷۶۰mmHg$ و $\frac{۱}{۲۷۳}\frac{۱}{°c}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

خواسته‌ها	داده‌ها
۱- حجم هوای لازم برای احتراق در شرایط متعارفی ۲- حجم هوای لازم در شرایط غیرمتعارفی داده شده	جرم سوخت $= ۹/۴ kg$ $P = ۶۸۰ mmHg$ $\theta = ۳۰^\circ c$ $T = ۲۷۳ + ۳۰ = ۳۰۳ K$ ترکیب هوا $\begin{cases} \%۲۱ & O_۲ \\ \%۷۹ & N_۲ \end{cases}$ $\alpha = \frac{۱}{۲۷۳} \frac{۱}{^\circ C}$ $P_\circ = ۷۶۰ mmHg$

مرحله ۲) نوشتن واکنش احتراق گاز

$$C_m H_n + (m + \frac{n}{۴}) O_۲ \rightarrow mCO_۲ + \frac{n}{۲} H_۲O$$

$$C_۸ H_{۱۸} + (۸ + \frac{۱۸}{۴}) O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + \frac{۱۸}{۲} H_۲O$$

$$C_۸ H_{۱۸} + ۱۲/۵ O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + ۹H_۲O$$

مرحله ۳) محاسبه حجم اکسیژن لازم در شرایط متعارفی برای سوختن ۹/۴ kg از این گاز

$$C_۸ H_{۱۸} = ۱۲ \times ۸ + ۱۸ \times ۱ = ۱۱۴ \text{ جرم مولکولی}$$

$$C_۸ H_{۱۸} + ۱۲/۵ O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + ۹H_۲O$$

$C_۸H_۸ kg$	اکسیژن $m^۳$
۱۱۴	$۱۲/۵ \times ۲۲/۴$
۹/۴	x

$$x = \frac{۱۲/۵ \times ۲۲/۴ \times ۹/۴}{۱۱۴}$$

$$x = ۲۳/۰۹ m^۳ \text{ حجم اکسیژن}$$

مرحله ۴) به‌دست آوردن حجم هوای لازم در شرایط متعارفی

اکسیژن هوا

$$\begin{array}{cc} ۲۱ & ۱۰۰ \\ ۲۳/۰۹ & x \end{array} \qquad x = \frac{۲۳/۰۹ \times ۱۰۰}{۲۱}$$

حجم هوای لازم در شرایط متعارفی $x = ۱۰۹/۹۵m^۳$

مرحله ۵) نوشتن رابطه حجم در شرایط غیرمتعارفی

$$V = \frac{\alpha P_\circ V_\circ T}{P}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V = \frac{\frac{۱}{۲۷۳} \times ۷۶۰ \times ۱۰۹/۹۵ \times ۳۰۳}{۶۸۰}$$

$$\boxed{V = ۱۳۶/۳۹m^۳}$$

فصل چهارم

سیمای فصل

- ۴- محاسبات ساده در ریخته‌گری
  - الف – محاسبه ترکیب آلیاژها
    - ۱- شمش‌های اولیه
    - ۲- شمش‌های ثانویه
    - ۳- آلیاژسازها
    - ۴- قراضه‌ها
      - برگشتی‌ها
      - قراضه‌های تجاری
    - ۵- آلیاژسازی
    - ۶- اتلاف کوره
      - الف – روش باردهی و اندازه قطعات
      - ب – روش و شرایط ذوب
      - ج – نوع کوره
      - د – نوع شارژ
  - ب – محاسبه جرم قطعه ریختگی به کمک جرم مدل
    - انقباض مضاعف
  - ج – راندمان ریخته‌گری
    - راندمان ریختگی
    - راندمان کلی یا راندمان مفید

۴- محاسبات ساده در ریخته‌گری

۱-۴- محاسبه ترکیب آلیاژها :

مهم‌ترین مسأله در هنگام ساخت آلیاژ، تعیین ترکیب آلیاژ یا درصد عناصر تشکیل دهنده آلیاژ می‌باشد. البته مسائل اقتصادی نیز تأثیر دارد. به‌طوری که برای تهیه آلیاژ بتوان از مواد اولیه ارزان قیمت استفاده نمود. با توجه به این موارد، استفاده از قراضه‌ها، برگشتی‌ها و کاهش اتلافات مواد ذوب و محاسبات دقیق و کنترل شرایط ذوب لازم می‌باشد. هر کدام از این موارد نیازمند بررسی و تشریح به‌صورت جداگانه می‌باشد که در این قسمت به نکات عمومی و مشترک آنها پرداخته می‌شود.

در تهیه آلیاژ معمولاً از مواد مختلف آلیاژی به شرح زیر استفاده می‌شود.

۱- شمش‌های اولیه

۲- شمش‌های ثانویه

۳- مواد افزودنی مانند فلاکس، گازززداها، ریزکننده‌ها و اصلاح کننده‌های دانه‌ها

۴- آلیاژسازها

۵- قراضه‌ها

۱-۱-۴- شمش‌های اولیه : قطعاتی هستند که برحسب نوع فلز در جرم‌های معین از سنگ معدن تهیه می‌شوند. این شمش‌ها درجه خلوص بالایی دارند و عناصر ناخالص آنها در حدود ۱ درصد است. شمش‌های اولیه برای فلزاتی مانند آلومینیم، مس، چدن و... تولید می‌شوند.

۲-۱-۴- شمش‌های ثانویه : این شمش‌ها با استفاده از قراضه‌ها تولید می‌شوند به این صورت که آنها را ذوب نموده و سپس تصفیه می‌کنند تا به ترکیب معین موردنظر برسند درجه خلوص این شمش‌ها با شمش‌های اولیه متفاوت است و قیمت آنها بالاتر می‌باشد.

۳-۱-۴- آلیاژسازها : روش معمول برای ساخت آلیاژ باید در حالت مذاب، فلزی را به فلز دیگر اضافه نمود. معمولاً این عمل دارای اشکالاتی است که به نقطه ذوب و اختلاف فشار بخار آنها بستگی دارد. به عنوان مثال اگر عنصری با نقطه ذوب پائین به فلزی با نقطه ذوب بالا اضافه شود و کاملاً درهم محلول باشند هیچگونه مشکلی به وجود نمی آید. درصورتی‌که اگر حلالیت این دو عنصر کم باشد یا اختلاف فشار آنها زیاد باشد در این صورت عنصر با نقطه ذوب پایین ممکن است بخار شود که در این صورت امکان اکسید شدن عنصر با نقطه ذوب پایین زیاد است در نتیجه مقدار اتلافات زیاد می‌شود، از طرف دیگر درصورتی‌که فلزی با نقطه ذوب بالا مثل مس به فلزی با نقطه ذوب پایین مانند آلومینیم اضافه شود در این صورت امکان ذوب با نقطه ذوب بالا، انحلال و پخش آن بسیار کم است و نمی توان آن را به سهولت به مذاب اضافه نمود. در این موارد از ترکیبات با درصد بالایی به نام‌هاردنر یا آلیاژساز استفاده می‌شود. آلیاژسازها از آلیاژ دو یا چند عنصر با نسبت ترکیبی بالایی تشکیل شده است که در عملیات ذوب و اضافه نمودن عنصری به عنصر دیگر استفاده می‌شود. مشخصات آلیاژسازها به قرار زیر است :

الف – دارای درصد قابل توجهی از حداقل دو عنصر است.

ب – نقطه ذوب پایین دارند.

ج – معمولاً ترد و شکننده هستند.

بعضی از آلیاژسازها مانند سیلومین و فروآلیاژها علاوه بر کاربردهای صنعتی که دارند به عنوان آلیاژساز نیز استفاده می‌شوند. جدول (۱-۴) ترکیب و نقطه ذوب چند آلیاژ را نشان می‌دهد.

جدول ۱-۴- نسبت ترکیب و نقطه ذوب چند آلیاژساز

نوع آلیاژ	نسبت ترکیب	نقطه ذوب $^\circ C$
مس – منگنز	۷۳Cu ، ۲۷Mn	۸۶۰
مس – آهن	۹۰-۹۵Cu ، ۱۰–۵Fe	۱۴۵۰
مس – سیلیسیم	۷۵Cu ، ۲۵Si	۱۰۰۰
مس – قلع	۵۰Cu ، ۵۰Sn	۷۸۰
مس – نیکل	۶۷-۸۵Cu ، ۱۵ – ۳۳Ni	۱۰۵۰-۱۲۰۵
مس – آلومینیم	۵۰Cu ، ۵۰Al	۵۸۰
آلومینیم – سیلیسیم	۸۵-۸۸Al ، ۱۲ – ۱۵Si	۶۲۰-۶۶۰
آلومینیم – منیزیم	۸۹-۹۱Al ، ۹ – ۱۱Mg	۵۶۰-۶۴۰
آلومینیم – منگنز	۸۹-۹۱Al ، ۹ – ۱۱Mn	۷۷۰-۸۳۰
آلومینیم – برلیم	۹۷-۹۸Al ، ۲ – ۳Be	۶۰۰-۶۶۰
آلومینیم – آهن	۸۹-۹۱Al ، ۹ – ۱۱Fe	۸۰۰-۸۵۰
آلومینیم – مس – منگنز	۵۰Al ، ۴۰Cu ، ۱۰Mn	۶۵۰
آلومینیم – مس - آهن	۷۰Al ، ۲۰Cu ، ۱۰Fe	۸۳۰

۴-۱-۴- قراضه‌ها : معمولاً برای کاهش قیمت تمام شده آلیاژسازی به عنوان مواد اولیه استفاده می‌شوند که معمولاً به دو دسته برگشتی‌ها و قراضه‌های تجاری تقسیم می‌شوند.

الف – برگشتی‌ها : شامل قطعات معیوب ریخته‌گری، راهگاه، تغذیه و... است که در هر کارگاه ریخته‌گری وجود دارد مزیت برگشتی‌ها این است که دارای ترکیب معین و مشخص می‌باشند، استفاده از برگشتی‌ها باعث کاهش

هزینه‌های آلیاژسازی و همچنین انبارداری آنها می‌شود.

ب – قراضه‌های تجاری : شامل قطعات فلزی خارج از سرویس، شکسته، تسمه‌ها، براده‌ها و سوفاره‌ها می‌باشند که قیمت پایینی دارند. هنگام استفاده از آنها باید از لحاظ ترکیب شیمیایی، طبقه‌بندی شوند. از طرفی با توجه به این‌که امکان اکسید شدن سوفاره‌ها و براده‌ها به دلیل سطح تماس نسبتاً بالای آنها زیاد است، بهتر است قبل از استفاده فشرده شده و به‌صورت بلوکه درآیند.

۵-۱-۴- آلیاژسازی : آلیاژسازی عبارت است از اضافه نمودن یک عنصر به عنصر دیگر در حالت مذاب به‌طوری که این عنصر در ترکیب مذاب باقی بماند و با اکسیژن هوا ترکیب نشده و وارد سرباره نشود. همچنین در آلیاژسازی سعی می‌شود از ورود ناخالصی و مواد ناخواسته به مذاب جلوگیری شود.

ذکر این نکته لازم است که در مورد شارژ و نسبت ترکیبی آلیاژ معمولاً از درصد وزنی استفاده می‌شود به این صورت که جرم کل آلیاژ ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود و مقدار اجزاء سازنده آلیاژ برحسب جرم آنها به‌صورت درصد بیان می‌شود. برای این منظور معمولاً برای حل مسائل آلیاژسازی از تناسب استفاده می‌شود.

مثال ۱-۴: در تهیه یک نوع آلیاژ آلومینیم، ۵۰ kg آلومینیم خالص و ۱۰ kg سیلیسیم استفاده شده است درصورتی‌که اتلافات مذاب منظور نشود، درصد ترکیب آلیاژ را تعیین کنید.

حل:مرحله ۱) داده و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$\%Al =$ ؟	$Al = ۵۰kg$
$\%Si =$ ؟	$Si = ۱۰kg$

مرحله ۲) محاسبه جرم کل آلیاژ با استفاده از جرم اجزاء موجود در آن، در این آلیاژ ۵۰kg آلومینیم و ۱۰kg سیلیسیم وجود دارد بنابراین جرم کل آلیاژ برابر است با:

جرم آلیاژ = ۵۰+۱۰ = ۶۰kg

تمرین ۱-۴: در تهیه یک نوع آلیاژ مس، ۶۰kg مس خالص و ۱۰kg آلومینیم استفاده شده است درصورتی‌که اتلافات مذاب منظور نشود، درصد ترکیب آلیاژ را تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) برای به‌دست آوردن درصد این عناصر با فرض این‌که ۱۰۰ kg از این آلیاژ بخواهیم، با استفاده از تناسب مقادیر آلومینیم و سیلیسیم لازم مطابق زیر به‌دست می‌آید.

جرم آلومینیم   جرم کل آلیاژ

$$\begin{array}{cc} ۵۰ & ۶۰ \\ x & ۱۰۰ \end{array} \qquad x = \frac{۵۰ \times ۱۰۰}{۶۰}$$

درصد آلومینیم $x = \%۸۳/۴$

جرم سیلیسیم   جرم کل آلیاژ

$$\begin{array}{cc} ۱۰ & ۶۰ \\ x & ۱۰۰ \end{array} \qquad x = \frac{۱۰۰ \times ۱۰}{۶۰}$$

درصد سیلیسیم $x = \%۱۶/۶$

یا

درصد آلومینیم - ۱۰۰ = درصد سیلیسیم

درصد سیلیسیم $= ۱۰۰ - ۸۳/۴ = \%۱۶/۶$

در نتیجه با توجه به این‌که در ۱۰۰ kg از این آلیاژ ۸۳/۴ kg آلومینیم و ۱۶/۶ kg سیلیسیم وجود دارد. بنابراین درصد آلومینیم ۸۳/۴٪ و درصد سیلیسیم ۱۶/۶٪ می‌باشد.

مثال ۲-۴: ۴۰ kg شمش برنز با ترکیب ۸۰٪ مس، ۱۰٪ قلع، ۶٪ روی و ۴٪ سرب وجود دارد، مقدار هر کدام از عناصر تشکیل دهنده برنز چقدر است؟

حل:

تمرین ۲-۴ ۶۰ kg آلیاژ آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم با ترکیب ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ منیزیم وجود دارد. مقدار هر کدام از عناصر تشکیل دهنده این آلیاژ چقدر است؟

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۱) داده و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
جرم مس =?	جرم شمش = ۴۰kg
جرم قلع = ?	ترکیب آلیاژ = ۸۰% مس +۱۰%
جرم روی = ?	سرب ۴% + قلع ۶%+ روی
جرم سرب= ?	

مرحله ۲) به‌دست آوردن جرم مس : با توجه به این‌که درصد مس ۸۰٪ است. بنابراین در ۱۰۰ kg از این شمش ۸۰ kg مس وجود دارد، حال با استفاده از یک تناسب ساده مقدار مس را در ۴۰ kg شمش به‌دست می آوریم.

مس	شمش برنز
۸۰ kg	۱۰۰ kg
x	۴۰

$x = \frac{۸۰ \times ۴۰}{۱۰۰}$

جرم مس $x = ۳۲kg$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم قلع مانند مرحله (۲)

قلع	شمش برنز
۱۰ kg	۱۰۰ kg
x	۴۰

$x = \frac{۴۰ \times ۱۰}{۱۰۰}$

جرم قلع $x = ۴kg$

مرحله ۴) به دست آوردن جرم روی:

روی	شمش برنز
۶ kg	۱۰۰ kg
x	۴۰

$x = \frac{۴۰ \times ۶}{۱۰۰}$

جرم روی $x = ۲/۴kg$

مرحله ۵) به‌دست آوردن جرم سرب

شمش برنز	سرب
$100\ kg$	$4\ kg$
۴۰	x

$$x = \frac{40 \times 4}{100}$$

جرم سرب $x = 1/6 kg$

مثال ۳-۴ در تهیه یک آلیاژ برنج از ۵۰ kg شمش برنج با ترکیب (۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی) و ۱۰kg مس خالص استفاده شده است با صرف‌نظر از اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ را حساب کنید.

حل:مرحله ۱) داده و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
؟ = درصد مس ؟ = درصد روی	شمش برنج = $50kg$ ترکیب شمش مس ۶۰٪ + ۴۰٪ روی = جرم مس خالص = $10kg$

مرحله ۲) ابتدا مقدار مس و روی موجود در شمش برنج را محاسبه می‌کنیم.

شمش برنج	مس
$100\ kg$	$60\ kg$
۵۰	x

$$x = \frac{60 \times 50}{100}$$

$x = 30kg$ مقدار مس موجود در شمش برنج

شمش برنج	روی
$100\ kg$	$40\ kg$
۵۰	x

$$x = \frac{40 \times 50}{100}$$

$x = 20kg$ مقدار روی موجود در شمش برنج

تمرین ۳-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ مس، ۸۰ kg شمش با ترکیب (۷۰٪ مس و ۱۰٪ قلع و ۲۰٪ روی) و ۲۰ kg مس خالص استفاده شده است با صرف‌نظر از اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ چقدر می‌باشد؟

حل (توسط هنرجو):

	مرحله ۳) محاسبه مقدار کل آلیاژ و مقادیر مس و روی در آلیاژ برنج مقدار مس خالص + مقدار شمش = مقدار کل آلیاژ $= ۵۰+۱۰=۶۰kg$ = مقدار مس کل مقدار مس خالص + مقدار مس موجود در شمش $۳۰+۱۰=۴۰kg$ = مقدار مس کل ۲۰ kg = مقدار روی موجود در شمش = مقدار روی کل مرحله ۴) به‌دست آوردن درصد مس و روی در آلیاژ جدید با استفاده از تناسب آلیاژ مس ۶۰ kg ۴۰ kg $x=\frac{۴۰\times۱۰۰}{۶۰}$ ۱۰۰ x درصد مس $\boxed{x=\%۶۶/۶}$ آلیاژ روی ۶۰ kg ۲۰ kg $x=\frac{۱۰۰\times۲۰}{۶۰}$ ۱۰۰ x درصد روی $\boxed{x=\%۳۳/۴}$
تمرین ۴-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ برنج، ۵۰ kg مس، ۲۰ kg روی، ۳۰ kg شمش برنج با ترکیب (۶۰٪ مس، ۳۵٪ روی و ۵٪ قلع) استفاده شده است. با فرض نبود اتلافات، ترکیب آلیاژ را محاسبه کنید. حل (توسط هنرجو):	مثال ۴-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ آلومینیم، ۴۰kg آلومینیم، ۱۵kg سیلیسیم، ۳۰kg شمش آلیاژ آلومینیم با ترکیب (۸۰٪ آلومینیم، ۱۵٪ سیلیسیم و ۵٪ منیزیم) و ۲۰kg برگشتی با ترکیب (۸۵٪ آلومینیم، ۱۲٪ سیلیسیم و ۳٪ منیزیم) استفاده شده است با فرض نبود اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ را حساب کنید

حل:مرحله ۱) داده و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
? = درصد آلومینیم ? = درصد سیلیسیم ? = درصد منیزیم	۴۰kg = آلومینیم خالص ۱۵kg = سیلیسیم ۳۰kg = شمش آلیاژ آلومینیم ترکیب شمش %۱۵ + %۸۰ آلومینیم = منیزیم %۵ + سیلیسیم ۲۰kg = برگشتی ترکیب برگشتی %۱۲ + %۸۵ آلومینیم = منیزیم %۳ + سیلیسیم

مرحله ۲) محاسبه مقدار آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم در شمش

آلومینیم	شمش
۸۰ kg	۱۰۰ kg
x	۳۰

$$x = \frac{۳۰ \times ۸۰}{۱۰۰}$$

$x = ۲۴kg$ مقدار آلومینیم موجود در آلیاژ

سیلیسیم	شمش
۱۵ kg	۱۰۰ kg
x	۳۰

$$x = \frac{۱۵ \times ۳۰}{۱۰۰}$$

$x = ۴/۵kg$ مقدار سیلیسیم موجود در آلیاژ

منیزیم	شمش
۵ kg	۱۰۰ kg
x	۳۰

$$x = \frac{۳۰ \times ۱۵}{۱۰۰}$$

$x = ۱/۵kg$ مقدار منیزیم موجود در آلیاژ

مرحله ۳) محاسبه مقدار آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم در برگشتی

برگشتی	آلومینیم	
۱۰۰ kg	۸۵ kg	$x = \frac{۲۰ \times ۸۵}{۱۰۰}$
۲۰	x	

$x = ۱۷kg$ مقدار آلومینیم موجود در برگشتی

برگشتی	سیلیسیم	
۱۰۰ kg	۱۲ kg	$x = \frac{۲۰ \times ۱۲}{۱۰۰}$
۲۰	x	

$x = ۲/۴kg$ مقدار سیلیسیم موجود در برگشتی

برگشتی	منیزیم	
۱۰۰ kg	۳ kg	$x = \frac{۲۰ \times ۳}{۱۰۰}$
۲۰	x	

$x = ۰/۶kg$ مقدار منیزیم موجود در برگشتی

مرحله ۴) محاسبه جرم کل آلیاژ و مقادیر کلی آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم

جرم سیلیسیم + جرم آلومینیم خالص = جرم کل آلیاژ

جرم برگشتی + جرم شمش +

$۴۰ + ۱۵ + ۳۰ + ۲۰ = ۱۵۰kg$ = جرم کل آلیاژ

جرم آلومینیم خالص = جرم کل آلومینیم موجود در آلیاژ

جرم آلومینیم موجود + جرم آلومینیم موجود در شمش +

در برگشتی

$۴۰ + ۲۴ + ۱۷ = ۸۱kg$ = جرم کل آلومینیم موجود

در آلیاژ

	جرم سیلیسیم خالص= جرم کل سیلیسیم موجود در آلیاژ سیلیسیم موجود در برگشتی + جرم سیلیسیم موجود در شمش + جرم کل سیلیسیم =$۱۵+۴/۵+۲/۴=۲۱/۹$kg موجود در آلیاژ جرم کل منیزیم موجود در آلیاژ = جرم منیزیم موجود در برگشتی + جرم منیزیم موجود در شمش جرم کل منیزیم موجود در =$۱/۵+۰/۶=۲/۱$kg آلیاژ مرحله ۵) محاسبه درصد اجزاء آلیاژ آلومینیم kg ۸۱ — x ؛ آلیاژ kg ۱۰۵ — ۱۰۰ $x=\frac{۸۱\times۱۰۰}{۱۰۵}$ $x=\%۷۷/۱۴$ درصد آلومینیم در آلیاژ جدید سیلیسیم kg ۲۱/۹ — x ؛ آلیاژ kg ۱۰۵ — ۱۰۰ $x=\frac{۱۰۰\times۲۱/۹}{۱۰۵}$ $x=\%۲۰/۸۶$ درصد سیلیسیم در آلیاژ جدید منیزیم kg ۲/۱ — x ؛ آلیاژ kg ۱۰۵ — ۱۰۰ $x=\frac{۱۰۰\times۲/۱}{۱۰۵}$ $x=\%۲$ درصد منیزیم در آلیاژ جدید

۶-۱-۴- اتلاف کوره :

در هنگام آلیاژسازی معمولاً مقداری از عناصری که اضافه می‌شوند. در اثر واکنش با هوا یا سوخت به سرباره منتقل می‌شوند که جزو اتلاف کوره در نظر گرفته می‌شوند. اتلاف به عوامل متعددی بستگی دارد که مهم‌ترین آنها عبارتند از:

الف – روش باردهی و اندازه قطعات : هرچه قدر اندازه قطعات کوچک‌تر باشد سطح تماس آنها با هوا بیشتر و در نتیجه سریع‌تر اکسید می‌شوند. بنابراین بهتر است قطعات بزرگ در نظر گرفته شوند. همچنین سوفاره و براده‌ها

به‌صورت فشرده شده استفاده می‌شوند.

ب – روش و شرایط ذوب : محیط اطراف کوره، درجه حرارت فوق ذوب، استفاده از فلاکس‌های پوششی در مقدار اتلافات مؤثر است. درصورتی‌که محیط اطراف کوره اکسیدی باشد، اتلافات بیشتر است تا زمانی که محیط اطراف کوره احیایی باشد. هرچه درجه حرارت فوق ذوب بیشتر باشد اتلافات بیشتر است. استفاده از فلاکس‌های پوششی می‌تواند ارتباط مذاب با اکسیژن را قطع کرده و اتلافات مذاب را کاهش دهد.

ج – نوع کوره : اتلافات برحسب نوع کوره، سوخت مورد استفاده و ارتباط سوخت با مذاب متفاوت است. به‌طوری که معمولاً اتلافات در کوره‌های شعله‌ای نسبت به کوره‌های الکتریکی و بوته‌ای بیشتر است. مطابق جدول ۲-۴ کتاب محاسبات فنی تخصصی.

د – نوع شارژ : نوع شارژ با توجه به این‌که از شمش‌های اصلی و اولیه و یا قراضه‌ها باشد مقدار اتلافات متفاوت خواهد داشت. واضح است که اتلافات در قراضه‌ها نسبت به شمش‌های اصلی و اولیه به دلیل سطح تماس بیشتر، بیشتر است.

مثال ۵-۴ مطلوب است تعیین جرم مقادیر شارژ یک کوره شعله‌ای به منظور تهیه kg ۲۰۰ آلیاژ برنج با ترکیب ۷۰٪ مس و ۳۰٪ روی. بار این کوره ۱۰۰٪ شمش خالص و درصد اتلافات عبارتند از: ۳٪ روی و ۲٪ مس است.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = مقدار شمش مس ? = مقدار شمش روی	۲۰۰kg = جرم کل آلیاژ برنج ترکیب آلیاژ %۳۰ روی + %۷۰ مس = %۳ = درصد اتلافات روی %۲ = درصد اتلافات مس

مرحله ۲) به‌دست آوردن مقدار اتلافات در kg ۱۰۰ آلیاژ شامل kg ۷۰ مس و kg ۳۰ روی.

مس	اتلاف مس در کوره شعله ای	
۱۰۰ kg	۲ kg	$x = \frac{۷۰ \times ۲}{۱۰۰}$
۷۰	x	

تمرین ۵-۴ مطلوب است تعیین جرم مقادیر شارژ یک نوع کوره بوته‌ای به منظور تهیه kg ۳۰۰ آلیاژ با ترکیب ۹۰٪ روی، ۴/۵٪ آلومینیم و ۳/۵٪ مس، بار این کوره ۱۰۰٪ شمش خالص، درصد اتلافات عبارتند از : ۲٪ روی، ۱٪ آلومینیم و ۰/۵٪ مس.

حل (توسط هنرجو):

$x = ۱/۴ kg$

اتلاف روی در کوره شعله ای روی

۱۰۰ kg	۳ kg	$x = \frac{۳۰ \times ۳}{۱۰۰}$
۳۰	x	

$x = ۰/۹ kg$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم اجزا با در نظر گرفتن اتلافات در ۱۰۰ kg آلیاژ

– ترکیب آلیاژ عبارت است از

مس	روی	کل آلیاژ
%۷۰	%۳۰	%۱۰۰

- در ۱۰۰ کیلوگرم آلیاژ مقدار اجزا

۷۰kg	۳۰kg	۱۰۰kg

- مقدار اتلافات

اتلاف مس	اتلاف روی	کل اتلافات
۱/۴kg	۰/۹kg	۲/۳kg

- مقدار اجزا با احتساب اتلافات

مس	روی	کل آلیاژ
۷۰+۱/۴ = ۷۱/۴kg	۳۰+۰/۹ = ۳۰/۹kg	۱۰۰+۲/۳ = ۱۰۲/۳kg

به عبارت دیگر برای تهیه ۱۰۰ kg از این آلیاژ که شامل ۷۰ kg مس و ۳۰ kg روی است. باید ۷۱/۴ kg مس و ۳۰/۹ kg روی داشته باشیم.

مرحله ۴) به‌دست آوردن میزان مورد نیاز از شمش‌های مس و روی خالص در آلیاژ.

مس	آلیاژ	
۷۱/۴ kg	۱۰۰ kg	$x = \frac{۲۰۰ \times ۷۱/۴}{۱۰۰}$
x	۲۰۰	

$\boxed{x = ۱۴۲/۸ kg}$ شمش مس

روی آلیاژ $۳۰/۹^{kg}$ ۱۰۰^{kg} x ۲۰۰ $x = \frac{۲۰۰\times۳۰/۹}{۱۰۰}$ $\boxed{x = ۶۱/۸kg}$ شمش روی	
مثال ۶-۴ $۶۰۰kg$ آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس مورد نیاز است. در صورتی که بار این کوره ۵۰٪ از فلزات خالص و ۵۰٪ از برگشتی با همان ترکیب باشد و درصد اتلافات عبارتند از: ۱٪ مس، ۱٪ سیلیسیم و ۱/۵٪ آلومینیم. مطلوب است : میزان شمش‌های خالص و برگشتی مورد نیاز و میزان بار نهایی کوره.	تمرین ۶-۴ ۴۰۰ kg آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۰٪ منیزیم، ۱۵٪ آلومینیم و ۵٪ روی مورد نیاز است، درصورتی که بار این کوره ۸۰٪ از فلزات خالص و ۲۰٪ شمش با همان ترکیب باشد، درصد اتلاف ۳٪ منیزیم، ۲٪ آلومینیم و ۴٪ روی. مطلوب است : میزان شمش‌های خالص و شمش با همان ترکیب و در نهایت بار کوره.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = شمش آلومینیم ? = شمش سیلیسیم ? = شمش مس ? = مقدار برگشتی ? = بار نهایی کوره	ترکیب آلیاژ $۶۰۰kg$ آلومینیم ۸۵% = سیلیسیم ۱۰% + بار کوره $\begin{cases}\%۵۰\\\%۵۰\end{cases}$ اتلافات = مس ۱% سیلیسیم ۱% + آلومینیم ۱/۵% +

مرحله ۲) به‌دست آوردن مقدار اتلافات در $۱۰۰kg$ آلیاژ که شامل ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس است.

آلومینیم   اتلاف

۱۰۰^{kg} $۱/۵^{kg}$

۸۵ x

$$x = \frac{۸۵\times۱/۵}{۱۰۰}$$

$$x = ۱/۲۷۵kg$$

حل (توسط هنرجو):

	اتلاف	سیلیسیم
$x=\frac{۱۰\times۱}{۱۰۰}$	۱ kg	۱۰۰ kg
	x	۱۰

$x = ۰/۱kg$

	اتلاف	مس
$x=\frac{۵\times۱}{۱۰۰}$	۱ kg	۱۰۰ kg
	x	۵

$x = ۰/۰۵kg$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم عناصر مورد نیاز با در نظر گرفتن اتلافات در کوره

- ترکیب آلیاژ :

آلومینیم	سیلیسیم	مس	کل آلیاژ
٪۸۵	٪۱۰	٪۵	٪۱۰۰

- مقدار عناصر در ۱۰۰kg آلیاژ

۸۵kg	۱۰kg	۵kg	۱۰۰kg

- مقدار اتلافات با توجه به مرحله (۲)

آلومینیم	سیلیسیم	مس	جمع
۱/۲۷۵ kg	۰/۱ kg	۰/۰۵ kg	۱/۴۲۵ kg

- مقدار اجزا با احتساب اتلافات :

آلومینیم	سیلیسیم	مس	جمع
۸۵+۱/۲۷۵ kg	۱۰+۰/۱۸۵ kg	۵+۰/۵ kg	۱۰۰+۱/۴۲۵ kg
۸۶/۲۷۵	۱۰/۱	۵/۰۵	۱۰۱/۴۲۵

یعنی برای به‌دست آوردن ۱۰۰kg آلیاژ آلومینیم با ترکیب ٪۸۵ آلومینیم، ٪۱۰ سیلیسیم و ٪۵ مس به ترتیب مقادیر ۸۶/۲۷۵kg آلومینیم،۱۰/۱kgسیلیسیم

و ۵/۰۵ kg مس لازم است

مرحله ۴) به‌دست آوردن جرم شمش‌های فلزات خالص و اجزاء موجود در برگشتی با همان ترکیب برای تهیه ۱۰۰ kg آلیاژ. در این صورت ۵۰٪ از شمش فلزات خالص تهیه می‌شود و ۵۰٪ از برگشتی‌ها با همان ترکیب.

برگشتی	آلومینیم
۱۰۰ kg	۸۵ kg
۵۰	x

$$x = \frac{۵۰ \times ۸۵}{۱۰۰}$$

$x = ۴۲/۵kg$ آلومینیم

به همین ترتیب ۵ kg سیلیسیم و ۲/۵ kg مس دارد.

بنابراین :

برگشتی	آلومینیم	سیلیسیم	مس
۵۰kg	۴۲/۵kg	۵kg	۲/۵kg

- در مورد شمش اولیه با احتساب اتلافات

آلیاژ	آلومینیم
۱۰۰ kg	۸۶/۲۷۵ kg
۵۰	x

$$x = \frac{۵۰ \times ۸۶/۲۷۵}{۱۰۰}$$

$x = ۴۳/۱۳۷۵kg$ آلومینیم

آلیاژ	سیلیسیم
۱۰۰ kg	۱۰/۱ kg
۵۰	x

$$x = \frac{۵۰ \times ۱۰/۱}{۱۰۰}$$

$x = ۵/۰۵kg$ سیلیسیم

آلیاژ	مس
۱۰۰ kg	۵/۰۵ kg
۵۰	x

$$x = \frac{۵۰ \times ۵/۰۵}{۱۰۰}$$

مس $x = ۲/۵۲۵kg$

جرم لازم که باید توسط شمش فلزات خالص برای تهیه ۱۰۰ kg آلیاژ تأمین شود.

آلومینیم	سیلیسیم	مس	جمع
۴۳/۱۳۷۵kg	۵/۰۵kg	۲/۵۲۵kg	۵۰/۷۱۲۵kg

مرحله ۵) به‌دست آوردن میزان بار لازم با استفاده از شمش‌های خالص و برگشتی برای ۶۰۰ kg شمش آلومینیم

شمش آلومینیم	آلیاژ
۴۳/۱۳۷۵ kg	۱۰۰ kg
x	۶۰۰

$$x = \frac{۶۰۰ \times ۴۳/۱۳۷۵}{۱۰۰} \Rightarrow x = ۲۵۸/۸۲۵kg$$ آلومینیم

شمش سیلیسیم	آلیاژ
۵/۰۵ kg	۱۰۰ kg
x	۶۰۰

$$x = \frac{۶۰۰ \times ۵/۰۵}{۱۰۰}$$

سیلیسیم $x = ۳۰/۳۰kg$

شمش مس	آلیاژ
۲/۵۲۵ kg	۱۰۰ kg
x	۶۰۰

$$x = \frac{۶۰۰ \times ۲/۵۲۵}{۱۰۰}$$

مس $x = ۱۵/۱۵kg$

برگشتی	آلیاژ
۵۰ kg	۱۰۰ kg
x	۶۰۰

$$x = \frac{۶۰۰ \times ۵۰}{۱۰۰}$$

برگشتی $x = ۳۰۰kg$

مرحله ۶) جرم کل باره کوره :

+ جرم شمش آلومینیم = جرم کل بار کوره

جرم برگشتی + جرم شمش مس + جرم شمش سیلیسیم

	جرم کل بار کوره = ۲۵۸/۸۲۵ + ۳۰/۳۰ + ۱۵/۱۵ + ۳۰۰ $\boxed{۶۰۴/۲۷۵kg =}$ جرم کل بار کور

مثال ۷-۴ برای تهیه ۳۰۰kg آلیاژی با ترکیب ۷۰٪ مس، ۱۵٪ روی، ۱۰٪ قلع و ۵٪ سرب. چه مقدار از شمش‌ها و آلیاژهای زیر باید استفاده شود. درصد اتلافات : ۱٪ مس، ۲٪ روی، ۱٪ قلع و ۲٪ سرب.

الف – شمش مس خالص

ب – شمش قلع خالص

ج – شمش سرب خالص

د – آلیاژ برنج با ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
؟ = مقدار شمش مس خالص ؟ = مقدار شمش قلع خالص ؟ = مقدار شمش سرب خالص ؟ = آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی	آلیاژ = ۳۰۰kg ترکیب آلیاژ = ۷۰% مس + ۱۵% روی + ۱۰% قلع + ۵% سرب درصد اتلافات = ۱% مس + ۲% روی + ۱% قلع + ۲% سرب بار: شمش مس، شمش قلع، شمش سرب، برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی

تمرین ۷-۴ برای تهیه ۵۰۰kg آلیاژی با ترکیب ۸۷٪ آلومینیم، ۷٪ مس، ۳٪ سیلیسیم و ۳٪ روی. چه مقدار از شمش‌ها و آلیاژهای زیر باید استفاده شود.

اتلافات : ۲٪ آلومینیم، ۱/۵٪ مس، ۱٪ سیلیسیم و ۳٪ روی.

الف – شمش آلومینیم خالص

ب – شمش مس خالص

ج – آلیاژ ۷۰٪ آلومینیم و ۳۰٪ سیلیسیم

د – آلیاژ برنج با ترکیب ۷۰٪ مس و ۳۰٪ روی

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) محاسبه درصد اتلافات برای ۱۰۰kg آلیاژ با مقادیر ۷۰٪ مس، ۱۵٪ روی، ۱۰٪ قلع و ۵٪ سرب.

مس	اتلاف	
۱۰۰ kg	۱ kg	$x = \frac{۷۰\times۱}{۱۰۰}$
۷۰	x	

$x = ۰/۷kg$

روی	اتلاف	
۱۰۰ kg	۲ kg	$x = \frac{۱۵\times۱۲}{۱۰۰}$
۱۵	x	

$x = ۰/۳kg$

قلع	اتلاف	
۱۰۰ kg	۱ kg	$x = \frac{۱۰\times۱}{۱۰۰}$
۱۰	x	

$x = ۰/۱kg$

سرب	اتلاف	
۱۰۰ kg	۲ kg	$x = \frac{۵\times۲}{۱۰۰}$
۵	x	

$x = ۰/۱kg$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم عناصر مورد نیاز با در نظر گرفتن اتلافات در کوره

ترکیب آلیاژ :

مس	روی	قلع	سرب	جمع
٪۷۰	٪۱۵	٪۱۰	٪۵	٪۱۰۰

- ترکیب آلیاژ در ۱۰۰kg.

مس	روی	قلع	سرب	جمع
۷۰kg	۱۵kg	۱۰kg	۵kg	۱۰۰kg

- مقدار اتلافات در ۱۰۰kg.

جمع	سرب	قلع	روی	مس
۱/۲kg	۰/۱kg	۰/۱kg	۰/۳kg	۰/۷kg

- مقدار اجزاء + اتلافات

جمع	سرب	قلع	روی	مس
۱۰۰+۱/۲ kg	۵+۰/۱ kg	۱۰+۰/۱ kg	۱۵+۰/۳ kg	۷۰+۰/۷ kg
۱۰۱/۲	۵/۱	۱۰/۱	۱۵/۳	۷۰/۷

مرحله ۴) محاسبه میزان آلیاژ برنج، ۶۰٪ مس، ۴۰٪ روی برای استفاده در ۱۰۰ kg آلیاژ

برنج	روی
۱۰۰ kg	۴۰ kg
x	۱۵/۳

$$x = \frac{۱۵/۳ \times ۱۰۰}{۴۰}$$

$x = ۳۸/۲۵kg$ آلیاژ برنج

مرحله ۵) محاسبه جرم مس از ۳۸/۲۵kg آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ مس.

آلیاژ	مس
۱۰۰ kg	۶۰ kg
۳۸/۲۵	x

$$x = \frac{۳۸/۲۵ \times ۶۰}{۱۰۰}$$

$x = ۲۲/۹۵kg$ مس

مرحله ۶) به‌دست آوردن مقدار مس مورد استفاده به‌صورت خالص در ۱۰۰ kg آلیاژ

جرم مس با استفاده از شمش مس خالص در ۱۰۰kg آلیاژ

جرم مس از آلیاژ برنج – جرم مس مورد نیاز آلیاژ =

$۷۰/۷ - ۲۲/۹۵ = ۴۷/۷۵kg$ = جرم مس از شمش

مرحله ۷) به‌دست آوردن مقادیر شمش‌ها و آلیاژ برنج برای ۳۰۰ kg

شمش مس　　آلیاژ

$\overset{kg}{100}$　　$47/75$　　$x = \dfrac{300 \times 47/75}{100}$

300　　x

مس $x = 143/25kg$

قلع　　آلیاژ

$\overset{kg}{100}$　　$\overset{kg}{10/1}$　　$x = \dfrac{300 \times 10/1}{100}$

300　　x

قلع $x = 30/3kg$

سرب　　آلیاژ

$\overset{kg}{100}$　　$\overset{kg}{5/1}$　　$x = \dfrac{300 \times 5/1}{100}$

300　　x

سرب $x = 15/3kg$

آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی　آلیاژ

$\overset{kg}{100}$　　$\overset{kg}{38/25}$　　$x = \dfrac{300 \times 38/25}{100}$

300　　x

$x = 114/75kg$

۲-۴- محاسبه جرم قطعه ریختگی به کمک جرم مدل :

جرم قطعاتی که مدل آنها فاقد ماهیچه است را می‌توان با توجه به چگالی قطعه و مدل به‌دست آورد. با این فرض که حجم قطعه و حجم مدل یکسان است و انقباض قطعه ناچیز در نظر گرفته شود رابطه به‌صورت زیر است:

با توجه به رابطه چگالی برای قطعه و مدل داریم:

قطعه $\rho_c = \dfrac{m_c}{V_c} \Rightarrow m_c = \rho_c \times V_c$　　(۱)

مدل $\rho_M = \dfrac{m_M}{V_M} \Rightarrow m_M = \rho_M \times V_M$　　(۲)

که در آن :

ρ_c و ρ_M : به ترتیب چگالی قطعه و مدل

m_c و m_M : به ترتیب جرم قطعه و جرم مدل

V_c و V_M : به ترتیب حجم قطعه و حجم مدل

با فرض این‌که حجم مدل با قطعه برابر است، از تقسیم دو رابطه فوق خواهیم داشت :

$$\boxed{V_M = V_c}$$

$$\frac{m_c}{m_M} = \frac{\rho_c}{\rho_M} \times \frac{\cancel{V}_c}{\cancel{V}_M}$$

$$\frac{m_c}{m_M} = \frac{\rho_c}{\rho_M} \Rightarrow m_c \times \rho_M = m_M \times \rho_c$$

طرفین رابطه را بر ρ_M تقسیم می‌کنیم لذا خواهیم داشت :

$$\frac{m_c \times \rho_M}{\rho_M} = \frac{m_M \times \rho_c}{\rho_M} \Rightarrow \boxed{m_c = m_M \times \frac{\rho_c}{\rho_M}}$$

که در آن :

m_c و m_M : به ترتیب جرم قطعه و مدل برحسب gr یا kg

ρ_c و ρ_M : به ترتیب چگالی قطعه و مدل برحسب gr/cm^3 یا kg/m^3

مثال ۸-۴ جرم یک مدل چوبی به چگالی $۰/۶۲ \, g/cm^3$، ۱۰ kg است. درصورتی‌که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و ریخته‌گری قالب از آلیاژ برنج به چگالی $۸/۳ \, g/cm^3$ باشد، و از کلیه انقباض‌ها صرف‌نظر شود. جرم قطعه ریختگی چقدر خواهد بود؟

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$m_c = ?$	$m_M = ۱۰ kg$ $\rho_M = ۰/۶۲ \, g/cm^3$ $\rho_c = ۸/۳ \, g/cm^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$m_c = m_M \times \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$m_c = ۱۰ \times \frac{۸/۳}{۰/۶۲} \Rightarrow m_c = ۱۳۳/۸۷ kg$$

تمرین ۸-۴ جرم یک قطعه از آلیاژ منیزیم – آلومینیم با چگالی $۱/۹ \, g/cm^3$، ۵/۸ kg است. مطلوب است جرم مدل چوبی برای قالبگیری درصورتی‌که چگالی چوب $۰/۶۸ \, g/cm^3$ در نظر گرفته شود. و از کلیه انقباض‌ها صرف‌نظر شود.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۹-۴ جرم یک مدل چوبی به چگالی $۰/۶ \, g/cm^۳$ برابر ۱۵ kg است. درصورتی‌که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه انجام شود و از انقباض‌ها صرف‌نظر گردد مطلوب است:

الف – حجم مدل چوبی برحسب دسی‌متر مکعب

ب – جرم مدل آلومینیمی برحسب kg با چگالی $۲/۸ \, g/cm^۳$

ج – جرم قطعه ریخته‌گری شده از چدن به چگالی $۷/۱ \, g/cm^۳$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
چوبی $V_M = ?$ $m_{c_{Al}} = ?$ چدن $m_c = ?$	$m_M = ۱۵kg$ چوبی $\rho_M = ۰/۶ \, g/cm^۳$ $\rho_{Al} = ۲/۸ \, g/cm^۳$ چدن $\rho_c = ۷/۱ \, g/cm^۳$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۵}{V_M}$$

$$V_M = \frac{۱۵}{۰/۶} \Rightarrow \boxed{V_M = ۲۵dm^۳}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم مدل آلومینیمی با توجه به این‌که حجم مدل آلومینیمی با چوبی برابر است، از رابطه چگالی

$$V_{cAl} = V_{M_{\text{چوبی}}} = ۲۵dm^۳$$

$$\rho_{cAl} = \frac{m_{cAl}}{V_{cAl}} \Rightarrow ۲/۸ = \frac{m_{cAl}}{۲۵}$$

تمرین ۹-۴ یک مدل چوبی به حجم $۸dm^۳$ با چگالی $۰/۶۵ \, g/cm^۳$ مفروض است : درصورتی‌که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه انجام و از انقباض‌ها صرف‌نظر شود، مطلوب است :

الف – جرم مدل چوبی

ب – جرم مدل آلومینیمی برحسب کیلوگرم با چگالی $۲/۸ \, g/cm^۳$

ج – جرم قطعه ریخته شده از برنج با چگالی $۸/۲ \, g/cm^۳$

حل (توسط هنرجو):

$$m_{cAl} = ۲۵ \times ۲/۸ \Rightarrow \boxed{m_{cAl} = ۷۰kg}$$

مرحله ۴) به‌دست آوردن جرم قطعه چدنی با توجه به این‌که حجم قطعه با حجم مدل چوبی و آلومینیمی برابر است.

$$V_{c\ \text{چدن}} = V_{cAl} = V_c = ۲۵dm^۳$$

$$\rho_{c\ \text{چدن}} = \frac{m_{c\ \text{چدن}}}{V_{c\ \text{چدن}}} \Rightarrow ۷/۱ = \frac{m_c}{۲۵}$$

$$m_{c\ \text{چدن}} = ۷/۱ \times ۲۵ \Rightarrow \boxed{m_c = ۱۷۷/۵kg}$$

* درصورتی‌که انقباضات قطعه در نظر گرفته شود می‌توان با استفاده از ضریب انبساط خطی متوسط قطعه و حجم مدل، حجم قطعه را بعد از منجمد شدن با توجه به رابطه زیر به‌دست آورد.

$$V_c = V_m(۱ - ۳\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

که در آن :

V_c: حجم قطعه بعد از منجمد شدن با وجود انقباضات

V_m: حجم مدل

$\bar{\alpha}$: ضریب انبساط خطی متوسط قطعه

$\Delta\theta$: اختلاف درجه حرارت، از درجه حرارت ذوب (θ_m) تا درجه حرارت محیط (θ_i)

$$\Delta\theta = \theta_m - \theta_i$$

بنابراین می‌توان جرم قطعه را از رابطه زیر به‌دست آورد.

$$\left.\begin{array}{l} m_c = \rho_c V_c \\ V_c = V_m(۱ - ۳\bar{\alpha}\Delta\theta) \end{array}\right\} \Rightarrow m_c = \rho_c V_m(۱ - ۳\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

که در آن m_c و ρ_c به ترتیب جرم و چگالی قطعه می‌باشند.

مثال ۱۰-۴ جرم یک مدل آلومینیمی با چگالی $۲/۶ \, g/cm^۳$ برابر ۱۰ kg است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از نوع فولاد با چگالی $۷/۸ \, g/cm^۳$ باشد. جرم قطعه ریخته‌گری را با در نظر گرفتن انقباض از نقطه ذوب ($۱۳۸۰^\circ c$) تا درجه حرارت محیط $۲۵^\circ c$ به‌دست آورید. درصورتی‌که ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $۱۲ \times ۱۰^{-۶} \, 1/^\circ c$ باشد.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
فولاد $m_c = ?$	چوبی $\rho_M = ۲/۶ \, g/cm^۳$ چوبی $m_M = ۱۰ kg$ فولاد $\rho_c = ۷/۸ \, g/cm^۳$ ذوب $\theta = ۱۳۸۰^\circ c$ محیط $\theta = ۲۵^\circ c$ $\bar{\alpha} = ۱۲ \times ۱۰^{-۶} \, 1/^\circ c$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم مدل چوبی با استفاده از رابطه چگالی

$$\text{چوبی} \quad \rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow ۲/۶ = \frac{۱۰}{V_M}$$

$$V_M = \frac{۱۰}{۲/۶} \Rightarrow \boxed{V_M = ۳/۸۵ dm^۳}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه جرم قطعه و جای‌گذاری

$$m_c = \underbrace{V_M}_{\text{چوبی}}(۱ - ۳\bar{\alpha}\Delta\theta)\underbrace{\rho_c}_{\text{فولاد}}$$

$$m_c = ۳/۸۵\left(۱ - ۳ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۶}(۱۳۸۰ - ۲۵) \times ۷/۸\right)$$

$$m_c = ۳/۸۵\left(۱ - ۳۶ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۳۵۵\right) \times ۷/۸$$

تمرین ۱۰-۴ حجم یک مدل آلومینیمی با چگالی $۲/۸ \, g/cm^۳$ برابر $۵dm^۳$ است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه و قطعه ریختگی از یک نوع برنج با چگالی $۸/۵ \, g/cm^۳$ باشد. مطلوب است محاسبه و تعیین :

الف – جرم قطعه ریختگی درصورتی‌که انقباض این برنج ناچیز باشد.

ب – جرم قطعه ریختگی در صورتی ضریب انقباض خطی متوسط برنج از نقطه ذوب $۸۵۰^\circ c$ تا درجه حرارت محیط ($۲۰^\circ c$) برابر $۱۶ \times ۱۰^{-۶} \, 1/^\circ c$ باشد.

حل (توسط هنرجو):

	$m_c = ۲۸/۵۶ kg$

۱-۲-۴- انقباض مضاعف : معمولاً در مدلسازی ابتدا مدل چوبی ساخته می‌شود سپس آن را قالبگیری نموده و از روی آن مدل فلزی، معمولاً از جنس آلومینیم ریخته‌گری می‌شود که در عمل از مدل فلزی برای قالبگیری استفاده می‌شود. در این صورت برای محاسبه جرم قطعه ریختگی باید هر دو انقباض مدل فلزی و قطعه ریختگی را در نظر گرفت. در این صورت باید مجموع انقباض‌های ذکر شده را تعیین کرد و به کمک آن جرم قطعه ریختگی را به‌صورت زیر به‌دست آورد.

درصد انقباض خطی نهایی $S = S_۱ + S_۲$

که در آن : $S_۱$ و $S_۲$ به ترتیب درصد انقباض خطی مدل فلزی و قطعه ریختگی است.

با توجه به رابطه درصد اضافه مجاز انقباض می‌توان حجم قطعه (V_c) را برحسب حجم مدل اولیه یا چوبی (V_M) به‌دست آورد.

$$V_c = V_M\left(۱ - \frac{۳S}{۱۰۰}\right)$$

که در آن : V_c و V_M : حجم قطعه و مدل اولیه برحسب $cm^۳$

S : انقباض خطی نهایی برحسب درصد.

حال با توجه به رابطه چگالی قطعه می‌توان جرم قطعه را به‌دست آورد.

$$\left.\begin{aligned} m_c &= \rho_c V_c \\ V_c &= V_M\left(۱ - \frac{۳S}{۱۰۰}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{m_c = V_M\left(۱ - \frac{۳S}{۱۰۰}\right)\rho_c}$$

که در آن m_c و ρ_c به ترتیب جرم و چگالی قطعه می‌باشند.

مثال ۱۱-۴ جرم یک مدل چوبی ۵ kg و چگالی آن $۰/۶ \, g/cm^۳$ می‌باشد، درصورتی‌که درصد انقباض خطی مدلی آلومینیمی آن و درصد انقباض خطی قطعه ریختگی چدنی به چگالی $۷/۲ \, g/cm^۳$ به ترتیب ۲/۲٪ و ۱/۵٪ باشد. جرم قطعه ریختگی از روی مدل چدنی را تعیین کنید. حل:	تمرین۱۱-۴ حجم یک مدل چوبی به چگالی $۰/۶۸ \, g/cm^۳$ ، $۷dm^۳$ می‌باشد .درصورتی‌که درصد انقباض خطی مدل آلومینیمی آن و درصد انقباض خطی قطعه با چگالی $۸/۵ \, g/cm^۳$ به ترتیب برابر۲/۵٪ و۱/۸٪ باشد .جرم قطعه ریختگی را از روی مدل چوبی تعیین کنید. حل(توسط هنرجو):

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
مدل چوبی $m_M = ۵kg$ $\rho_M = ۰/۶ \, g/cm^۳$ $S_۱ = ۲/۲\%$ $S_۲ = ۱/۵\%$ $\rho_c = ۷/۲ \, g/cm^۳$	چدنی $m_c = ?$

مرحله۲) محاسبه درصد انقباض

$$S = S_۱ + S_۲ = ۲/۲ + ۱/۵ \Rightarrow \boxed{S = ۳/۷}$$

مرحله۳) به‌دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۵}{V_M}$$

$$V_M = \frac{۵}{۰/۶} \Rightarrow V_M = ۸/۳۳dm^۳$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه محاسبه جرم قطعه با احتساب درصد انقباض

$$m_c = V_M \left(۱ - \frac{۳S}{۱۰۰}\right) \rho_c$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبات ریاضی

$$m_c = ۸/۳۳\left(۱ - \frac{۳ \times ۳/۷}{۱۰۰}\right) \times ۷/۲$$

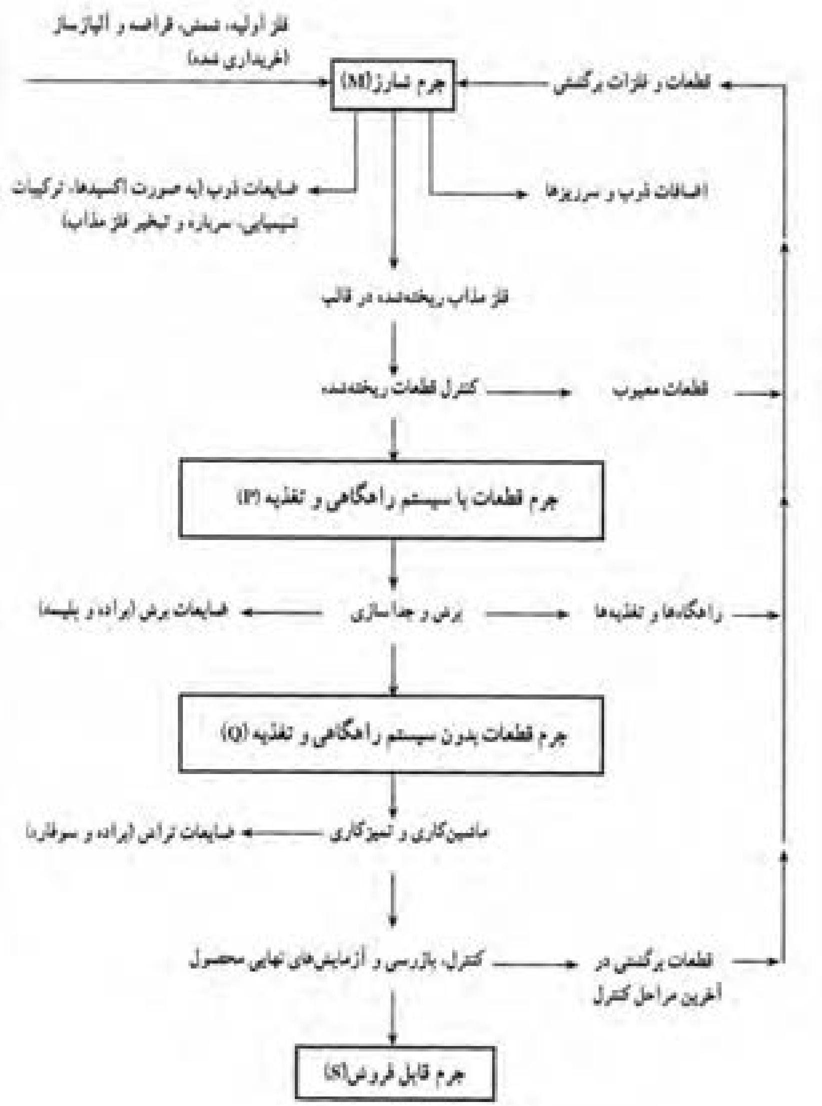
$$m_c = ۸/۳۳ \times ۰/۸۸۹ \times ۷/۲$$

$$\boxed{m_c = ۵۳/۳۲kg}$$

۳-۴- راندمان ریخته‌گری:

در هنگام ریخته‌گری، همه قطعات تولید شده سالم و عاری از عیب نیستند و تعدادی از آنها به علت وجود عیوب مردود می‌شوند که در نتیجه باعث کاهش تولید یا به عبارت دیگر کاهش راندمان واحد تولید می‌شود.

از لحاظ اقتصادی بهتر است که قطعات با حداقل قیمت و کمترین عیب تولید شوند با توجه به شکل(۱-۴) مراحل تولید یک قطعه ریختگی ساده نشان داده می‌شود .با توجه به این نمودار مشخص است که ضایعات و برگشتی در قسمت‌های مختلف تولید وجود دارد و بعضی از آنها را عملاً نمی توان صفر کرد.



شکل۱-۴- گردش تولید از نظر فلز مورد مصرف

دسته‌بندی ضایعات به‌صورت زیر است:

الف – ضایعات ایجاد شده در هنگام عملیات ذوب شامل اکسیدشدن مذاب، تبخیر مذاب، جمع شدن فلز مذاب در سرباره.

ب – مذاب اضافی که به‌صورت برگشتی می‌باشد.

ج – قطعات معیوب که امکان تغییر آنها وجود ندارد و باید تعمیر شوند.

د – قطعات سیستم راهگاهی شامل لوله راهگاه، راهبار، راهباره و غیره که جزو برگشتی‌ها هستند.

ه - براده، سوفاره و... که در هنگام جدا کردن قسمت‌های اضافی قطعه و عملیات نهایی روی قطعه ایجاد می‌شوند.

و – قطعاتی که پس از کنترل نهایی به علت خارج بودن از ابعاد مورد نظر یا عیوب دیگر قابل استفاده نیستند و جزو برگشتی‌ها می‌باشند.

با توجه به وجود برگشتی‌ها و اقتصادی بودن تولید، راندمان یا بازده تولید اهمیت می‌یابد که در این‌جا به دو طریق مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۳-۴- راندمان ریختگی : نسبت جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی و تغذیه (Q) به جرم قطعات با سیستم راهگاهی و تغذیه (p) که به‌صورت زیر می‌باشد :

$$R_c = \frac{Q}{P} \times ۱۰۰$$

که در آن : R_c راندمان ریختگی برحسب درصد می‌باشد.

در این حالت مشخص است که سیستم راهگاهی و تغذیه جزو برگشتی‌ها در نظر گرفته شده است.

۲-۳-۴- راندمان کل یا راندمان مفید : برابر است با نسبت جرم کل قطعات قابل فروش (s) به جرم کل آلیاژ تهیه شده (M) که به‌صورت زیر است :

$$R_t = \frac{S}{M} \times ۱۰۰$$

که در آن : R_t راندمان کلی یا مفید برحسب درصد.

در این رابطه مشخص است که کلیه ضایعات از جمله برگشتی‌ها و غیرقابل برگشتی در نظر گرفته شده است.

با توجه به رابطه فوق مشخص می‌شود که هرچه راندمان ریختگی بالاتر باشد در نتیجه مقدار برگشتی‌ها کمتر است بنابراین جرم قطعات قابل فروش بالاتر خواهد بود و در نتیجه راندمان یا بازده مفید نیز بیشتر خواهد بود.

مثال ۱۲-۴ جرم یک قطعه ریختگی با سیستم راهگاهی و تغذیه ۱۰kg است. درصورتی‌که جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی ۸kg باشد. راندمان ریختگی را محاسبه کنید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$R_c = ?\ \%$	$p = ۱۰kg$ $Q = ۸kg$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به راندمان ریختگی

$$R_c = \frac{Q}{P} \times ۱۰۰$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$R_c = \frac{۸}{۱۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow \boxed{R_c = \%۸۰}$$

تمرین ۱۲-۴ جرم یک قطعه ریختگی بدون سیستم راهگاهی و تغذیه ۱۵ kg است. درصورتی‌که راندمان ریختگی ۶۵٪ باشد، مطلوب است جرم قطعه ریختگی همراه با سیستم راهگاهی و تغذیه.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۳-۴ جرم قطعات قابل فروش ریخته‌گری در یک روز ۴۰۰kg می‌باشد. درصورتی‌که جرم کل آلیاژ شارژ شده برای تولید این قطعات ۵۵۰kg باشد. راندمان کلی کارگاه را محاسبه کنید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$R_t = ?\ \%$	$S = ۴۰۰kg$ $M = ۵۵۰kg$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$R_t = \frac{S}{M} \times ۱۰۰$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$R_t = \frac{۴۰۰}{۵۵۰} \times ۱۰۰$$

$$\boxed{R_t = \%۷۲/۷}$$

تمرین ۱۳-۴ در یک کارگاه روزانه ۱۰۰ قطعه ریختگی تولید می‌شود، درصورتی‌که جرم هر قطعه قابل فروش ۳/۵ kg و راندمان کلی آن ۷۸٪ باشد. مطلوب است جرم کل آلیاژ شارژ شده برای تولید این قطعات.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۴-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم هر قطعه بدون تراش و سیستم راهگاهی ۱۰kg می‌باشد. اگر راندمان ریختگی ۸۰ درصد باشد، جرم سیستم راهگاهی چند کیلوگرم است (قطعه بدون تغذیه است)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
جرم قطعه با راهگاه $P = ?$ جرم راهگاه $P - Q = ?$	$Q = 10kg$ $R_c = 80\%$

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی

$$R_c = \frac{Q}{P} \times 100$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی.

$$80 = \frac{10}{p} \times 100 \Rightarrow \frac{80}{1} = \frac{1000}{p}$$

$$\Rightarrow 80 \times p = 1000 \times 1 \Rightarrow p = \frac{1000}{80}$$

جرم قطعه با راهگاه $p = 12/5kg$

مرحله ۴) به‌دست آوردن جرم راهگاه :

$$P - Q = 12/5 - 10 = 2/5kg$$

تمرین ۱۴-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم هر قطعه با سیستم راهگاهی ۵۰ kg می‌باشد. اگر راندمان ریختگی ۷۵٪ باشد جرم سیستم راهگاهی چند کیلوگرم است.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۵-۴ جرم یک مدل چوبی ۱۲ kg و چگالی نسبی آن ۰/۶ می‌باشد. اگر مدل بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف‌نظر شود، جرم قطعه ریخته شده از برنج با چگالی نسبی ۸/۸، چند کیلوگرم خواهد بود.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
جرم قطعه $m_c = ?$	$m_M = 12kg$ نسبی مدل $\rho = 0/6$ نسبی برنج $\rho = 8/8$

تمرین ۱۵-۴ حجم یک مدل آلومینیمی $15dm^3$ و چگالی آن $2/2 \, {}^{g}\!/_{cm^3}$ می‌باشد، اگر مدل بدون ماهیچه و از انقباض صرف‌نظر شود، جرم قطعه ریخته شده از فولاد با چگالی $7/8 \, {}^{g}\!/_{cm^3}$، چند کیلوگرم خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای حل مسأله

$$m_c = m_M \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی.

$$m_c = ۱۲ \times \frac{۸/۸}{۰/۶} \Rightarrow \boxed{m_c = ۱۷۶kg}$$

مثال ۱۶-۴ چه مقدار ساچمه‌های نیکل ۹۵٪ نیکل بایستی به ۸۰۰ kg چدن مذاب اضافه گردد تا مقدار نیکل چدن به ۰/۸ درصد برسد. (هیچگونه تلفاتی برای نیکل در نظر گرفته نشود).

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
?= مقدار ساچمه نیکل ۹۵%	وزن چدن = ۸۰۰kg ترکیب ساچمه نیکلی = ۹۵% ترکیب چدن $= \%۰/۸Ni + ۹۹/۰۴\%$

مرحله ۲) محاسبه میزان نیکل برای ۸۰۰kg چدن

نیکل	چدن
$۰/۸^{kg}$	۱۰۰^{kg}
x	۸۰

$$x = \frac{۸۰۰ \times ۰/۸}{۱۰۰}$$

$$x = ۶/۴kg$$

در نتیجه برای ۸۰۰kg چدن ۶/۴kg نیکل نیاز است.

مرحله ۳) به‌دست آوردن میزان ساچمه نیکلی ۹۵٪

نیکل	ساچمه
۹۵^{kg}	۱۰۰^{kg}
۶/۴	x

$$x = \frac{۶/۴ \times ۱۰۰}{۹۵}$$

$$x = ۶/۷۴kg$$

در نتیجه برای ۸۰۰kg چدن ۶/۷ kg ساچمه نیکلی ۹۵٪ لازم است.

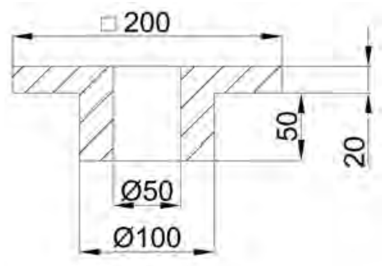
تمرین ۱۶-۴ چه مقدار شمش آلومینیم ۹۸٪ بایستی به مس مذاب اضافه گردد تا مقدار آلومینیم آن به ۵٪ برسد. (هیچگونه تلفاتی برای آلومینیم در نظر گرفته نشود).

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۷-۴ قطعه ای از آلومینیم به چگالی نسبی $۲/۷ \, gr/cm^۳$ مطابق شکل مفروض است. مطلوبست :

الف – تعیین جرم قطعه برحسب kg

ب – تعیین جرم مدل چوبی آن با چگالی نسبی $۰/۷ \, gr/cm^۳$ (از انقباض صرف‌نظر شود)



حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_c = ۲/۷ \, gr/cm^۳$ $\rho_M = ۰/۷ \, gr/cm^۳$	$m_c = ?$ $m_M = ?$

مرحله ۲) تبدیل واحد :

$$۲۰۰mm = ۲۰۰ \times \frac{۱}{۱۰} cm = ۲۰cm$$

$$۱۰۰mm = ۱۰۰ \times \frac{۱}{۱۰} cm = ۱۰cm$$

$$۵۰mm = ۵۰ \times \frac{۱}{۱۰} cm = ۵cm$$

$$۲۰mm = ۲۰ \times \frac{۱}{۱۰} cm = ۲cm$$

۳) محاسبه حجم قطعه :

- ابتدا حجم ۲۰ cm بالای قطعه که برابر سطح در ارتفاع است.

سطح مربع با ضلع ۵cm - سطح مربع با ضلع ۲۰cm = سطح

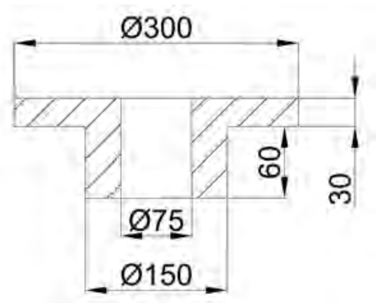
$$\text{سطح} = (۲۰ \times ۲۰) - (۵ \times ۵) =$$

$$\text{سطح} = ۴۰۰ - ۲۵ = ۳۷۵cm^۲$$

تمرین ۱۷-۴ قطعه‌ای از چدن با چگالی نسبی $۷/۲ \, g/cm^۳$ مطابق شکل مفروض است. مطلوبست :

الف – تعیین جرم قطعه برحسب کیلوگرم

ب – تعیین جرم مدل آلومینیمی با چگالی $۱/۸ \, g/cm^۳$ (از انقباض صرف‌نظر شود.)



حل (توسط هنرجو):

ارتفاع × سطح = حجم

$= ۳۷۵ \times ۲۰$

$= ۷۵۰۰ cm^{۳}$

- حجم ۵۰cm پایین قطعه

سطح $= (۱۰ \times ۱۰) - (۵ \times ۵) = ۱۰۰ - ۲۵$

سطح $= ۷۵ cm^{۴}$

ارتفاع × سطح = حجم

حجم $= ۷۵ \times ۵ = ۳۷۵ cm^{۳}$

(V_c) حجم کل قطعه $= ۷۵۰۰ + ۳۷۵$

$$\boxed{V_c = ۷۸۷۵ cm^{۳}}$$

مرحله ۴) محاسبه جرم قطعه برحسب کیلوگرم

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{m_c}{۷۸۷۵}$$

$$m_c = ۲/۷ \times ۷۸۷۵ = ۲۱۲۶۲/۵ gr$$

$$m_c = ۲۱۲۶۲/۵ gr = ۲۱۲۶۲/۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} kg\right) =$$

$$\boxed{m_c = ۲۱/۲۶۲۵ kg}$$

مرحله ۵) محاسبه وزن مدل چوبی با استفاده از رابطه :

$$m_c = m_M \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

$$۲۱/۲۶۲۵ = m_M \times \frac{۲/۷}{۰/۷}$$

$$۲۱۲۶۲۵ = m_M \times ۳/۸۵۷$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود

$$\frac{۲۱/۲۶۲۵}{۳/۸۵۷} = \frac{m_M \times \cancel{۳/۸۵۷}}{\cancel{۳/۸۵۷}}$$

$$\boxed{m_M = ۵/۵ kg}$$

مثال ۱۸-۴ برای تهیه ۲۶۵ قطعه سالم برنزی که جرم هر یک به انضمام راهگاه و تغذیه ۱/۸kg و جرم هر قطعه بدون راهگاه و تغذیه ۱/۲kg است. از ۳۷۵kg برنز و ۱۶۵kg برگشتی روز قبل استفاده شده است. مطلوبست :

الف – راندمان ریختگی قطعه

ب – تعداد قطعات معیوب، اگر وزن فلز ضایع شده ۱٪ کل شارژ باشد.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$R_c = ?$? = تعداد قطعات معیوب	۲۶۵ = تعداد قطعات ۱/۸kg = جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه ۱/۲kg = جرم یک قطعه بدون راهگاه و تغذیه ۳۷۵kg = جرم برنز ۱۶۵kg = جرم برگشتی ۱% = درصد اتلاف

مرحله ۲) به‌دست آوردن راندمان با استفاده از رابطه R_c

جرم قطعات بدون راهگاه و تغذیه $= ۲۶۵ \times ۱/۲ = ۳۱۸kg$

جرم قطعات با راهگاه و تغذیه $= ۲۶۵ \times ۱/۸ = ۴۷۷kg$

$$R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$$

$$R_c = \frac{۳۱۸}{۴۷۷} \times ۱۰۰ \Rightarrow \boxed{R_c = \%۶۶/۶۷}$$

تمرین ۱۸-۴ برای تهیه ۳۰۰ قطعه برنجی که جرم هر یک به انضمام راهگاه و تغذیه ۲/۶ kg و جرم هر قطعه بدون راهگاه و تغذیه ۱/۹۴ kg است. از ۴۵۰ kg برنج و ۳۵۰ kg برگشتی و ۱۰۰ kg سوفاره استفاده شده است. مطلوبست :

الف – راندمان ریختگی قطعه

ب – تعداد قطعات معیوب اگر وزن فلز ضایع شده ۲٪ کل شارژ باشد.

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) محاسبه تعداد برگشتی‌ها.

جرم برگشتی + جرم برنز = جرم کل شارژ

جرم کل شارژ = ۳۷۵ + ۱۶۵ = ۵۴۰kg

با توجه به این‌که میزان برگشتی ۱٪ است.

شارژ	برگشتی
۱۰۰ kg	۱ kg
۵۴۰	x

$x = \frac{۵۴۰ \times ۱}{۱۰۰}$

میزان فلز ضایع شده x = ۵/۴kg

۵۴۰ − ۵/۴ = ۵۳۴/۶ میزان شارژ ریخته شده در قالب

۵۳۴/۶ ÷ ۱/۸ = ۲۹۷

۲۹۷ − ۲۶۵ = ۳۲ تعداد قطعات معیوب

مثال ۱۹-۴ در داخل یک بوته ۲۰kg مس، ۲kg روی و ۱kg قلع قرار دارد. چنانچه اکسیداسیون مس برابر ۱٪ و روی برابر ۳٪ و قلع برابر ۱/۲٪ منظور شود، درصد ترکیب آلیاژ حاصل چیست؟

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
مس = ۲kg روی = ۲kg قلع = ۱kg مس ۱٪ = اتلاف + ۳٪ روی + ۱/۲٪ قلع	%Cu = ? %Zn = ? %Sn = ?

مرحله ۲) به‌دست آوردن مقدار اتلافات مس، روی و قلع در این آلیاژ :

تمرین ۱۹-۴ در داخل یک بوته ۵۰ kg آلومینیم، ۴ kg روی، ۲ kg منیزیم و ۱۰ kg سیلیسیم اضافه می‌کنیم، درصورتی‌که مقدار اتلاف آلومینیم ۳٪، منیزیم ۸٪ و روی ۵٪ و سیلیسیم ۲٪ باشد، ترکیب آلیاژ را محاسبه کنید.

حل (توسط هنرجو):

اتلاف مس

kg ۱	kg ۱۰۰	
x	۲۰	$x=\frac{۲۰}{۱۰۰}$

$x = ۰/۲\text{kg}$ اتلاف مس

اتلاف روی

kg ۳	kg ۱۰۰	
x	۲	$x=\frac{۲\times۳}{۱۰۰}$

$x = ۰/۰۶\text{kg}$ اتلاف روی

اتلاف قلع

kg ۱/۲	kg ۱۰۰	
x	۱	$x=\frac{۱\times۱/۲}{۱۰۰}$

$x = ۰/۰۱۲\text{kg}$ اتلاف قلع

مرحله ۳) با کسر مقدار اتلافات به‌دست آمده، مقادیر مس، روی و قلع باقیمانده آلیاژ را به‌دست می‌آوریم.

	مس	روی	قلع
مقدار اولیه	۲۰kg	۲kg	۱kg
مقدار اتلافات	۰/۲kg	۰/۰۶kg	−۰/۰۱kg
مقدار باقیمانده اجزا در آلیاژ	۱۹/۸kg	۱/۹۴kg	۰/۹۹kg

مرحله ۵) محاسبه جمع کل جرم آلیاژ :

جرم قلع + جرم روی + جرم مس = جرم کل آلیاژ

جرم کل آلیاژ= ۱۹/۸ + ۱/۹۴ + ۰/۹۹ = ۲۲/۷۳

مرحله ۶) محاسبه درصد ترکیب: برای این منظور کافی است مقادیر مس، روی و قلع را در ۱۰۰ kg از این آلیاژ به‌دست آورد.

مس آلیاژ

kg ۱۹/۸	kg ۲۲/۷۳	
x	۱۰۰	$x=\frac{۱۹/۸\times۱۰۰}{۲۲/۷۳}$

$x = ۸۷/۱۱\text{kg}$ درصد مس

آلیاژ	روی
$۲۲/۷۳^{kg}$	$۱/۹۴^{kg}$
۱۰۰	x

$$x = \frac{۱/۹۴\times ۱۰۰}{۲۲/۷۳}$$

روی $x = ۸/۵۳kg$

آلیاژ	قلع
$۲۲/۷۳^{kg}$	$۰/۹۹^{kg}$
۱۰۰	x

$$x = \frac{۰/۹۹\times ۱۰۰}{۲۲/۷۳}$$

قلع $x = ۴/۳۵kg$

بنابراین ترکیب کلی آلیاژ بعد از کسر کردن اتلاف برابر است با :

$$\boxed{\%۸۷/۱۱Cu \quad , \quad \%۸/۵۳Zn \quad , \quad \%۴/۳۵Sn}$$

مثال ۲۰-۴ جرم یک مدل چوبی با چگالی $۰/۶ \, {}^{g}\!/_{cm^۳}$ برابر ۱۲ kg است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از یک نوع چدن با چگالی $۷ \, {}^{g}\!/_{cm^۳}$ باشد، مطلوب است محاسبه و تعیین :

الف – جرم قطعه ریختگی درصورتی‌که از انقباض صرف‌نظر شود.

ب – جرم قطعه ریختگی با توجه به ضریب انبساط خطی $\bar{\alpha} = ۱۰\times ۱۰^{-۶} \, {}^{۱}\!/_{^\circ c}$ در فاصله تعیین نقطه ذوب چدن $۱۲۵۰^\circ c$ تا درجه حرارت $۲۵^\circ c$

تمرین ۲۰-۴ جرم یک مدل آلومینیمی با چگالی $۲/۱ \, {}^{g}\!/_{cm^۳}$ برابر، ۲۵ kg است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از یک نوع برنز با چگالی $۸/۲ \, {}^{g}\!/_{cm^۳}$ باشد مطلوب است محاسبه و تعیین :

الف – جرم قطعه ریختگی درصورتی‌که از انقباض صرف‌نظر شود.

ب – جرم قطعه ریختگی با توجه به ضریب انبساط $\bar{\alpha} = ۱۹\times ۱۰^{-۶} \, {}^{۱}\!/_{^\circ c}$ در فاصله نقطه ذوب برنز $۹۵۰^\circ c$ تا درجه حرارت $۲۰^\circ c$.

حل (توسط هنرجو):

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_c = ?$ بدون انقباض $M_c = ?$ با در نظر گرفتن انقباض	$m_M = ۱۲kg$ $\rho_M = ۰/۶$ $\rho_c = ۷\ {}^{g}/_{cm^۳}$ $\overline{\alpha} = ۱۰\times۱۰^{-۶}\ {}^{۱}/_{^\circ c}$ $\theta_۱ = ۱۲۵۰^\circ c$ $\theta_۲ = ۲۵^\circ c$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۲}{V_M}$$

$$V_M = \frac{۱۲}{۰/۶}\frac{kg}{g/cm^۳} = \frac{۱۲}{۰/۶}\frac{۱۰۰۰g}{g/cm^۳}$$

$$V_M = \frac{۱۲۰۰۰}{۰/۶}cm^۳ \Rightarrow V_M = ۲۰۰۰۰cm^۳$$

یادآوری $۱۰۰۰cm^۳ = ۱dm^۳$

$$\boxed{V_M = ۲۰dm^۳}$$

مرحله ۳) با توجه به این‌که حجم مدل و حجم قطعه چدنی یکی است در صورت نبود انقباض داریم :

$$V_M = V_c = ۲۰dm^۳$$

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow V_c = \frac{m_c}{۲۰}$$

$$m_c = V({}^{gr}/_{cm^۳})۲۰۰۰۰(cm^۳)$$

$$m_c = ۱۴۰۰۰۰gr$$

$\boxed{m_c = ۱۴۰kg}$ جرم قطعه بدون احتساب انقباض

مرحله ۴) محاسبه جرم قطعه چدنی با فرض انقباض، لذا خواهیم داشت :

$$m_c = V_M\left(1-3\bar{\alpha}\Delta\theta\right)\rho_c$$

$$m_c = 20\left(1-3\times 10\times 10^{-6}(1250-25)\right)\times 7$$

$$m_c = 20\left(1-30\times 10^{-6}\times 1225\right)\times 7$$

$\boxed{m_c = 134/855\,kg}$ جرم قطعه با احتساب انقباض

مثال ۲۱-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری روزانه ۲۰۰۰kg آلومینیم شارژ می‌شود. اگر جرم هر قطعه سالم با راهگاه و تغذیه ۱۵ kg و جرم سیستم راهگاهی هر قطعه ۳ kg باشد و ۱۰۰ قطعه به فروش برسد مطلوبست :

الف – راندمان ریختگی

ب – راندمان کل

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$M = 2000\,kg$ جرم کل آلیاژ $Q = 15\,kg$ جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه $= 3\,kg$ جرم راهگاه $= 100$ تعداد قطعات به فروش رفته	$R_c = ?$ $R_t = ?$

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان

$$R_c = \frac{Q}{p}\times 100$$

$$R_t = \frac{S}{M}\times 100$$

مرحله ۳) محاسبه راندمان ریختگی

P جرم قطعات با سیستم راهگاهی

= تعداد قطعه × جرم قطعه با سیستم راهگاهی و تغذیه

تمرین ۲۱-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری روزانه ۵۰۰۰kg چدن شارژ می‌شود اگر جرم هر قطعه سالم با راهگاه ۴۰kg و جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی ۳۵kg باشد و روزانه ۸۰ قطعه به فروش برسد مطلوبست:

الف – راندمان ریختگی

ب – راندمان کل

حل :(توسط هنرجو)

$=۱۵\times۱۰۰=۱۵۰۰kg$

جرم قطعه بدون سیستم راهگاه =

جرم راهگاه – جرم قطعه با سیستم راهگاه

$=۱۵-۳=۱۲kg$

Q جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی

تعداد قطعه × جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی =
$=۱۲\times۱۰۰=۱۲۰۰kg$

$$R_c=\frac{Q}{p}\times۱۰۰$$

$$R_c=\frac{۱۲۰۰}{۱۵۰۰}\times۱۰۰$$

راندمان ریختگی $\boxed{R_c=\%۸۰}$

× تعداد قطعات قابل فروش =s جرم قطعات قابل فروش

جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی

$$S=۱۰۰\times۱۲=۱۲۰۰kg$$

$$R_t=\frac{S}{M}\times۱۰۰$$

$$R_t=\frac{۱۲۰۰}{۲۰۰۰}\times۱۰۰$$

راندمان کلی ریخته‌گری $\boxed{R_t=\%۶۰}$

مثال ۲۲-۴ جرم یک قطعه ریخته شده از فولاد با چگالی $۷/۸\,{}^{g}\!/\!{}_{cm^۳}$ برابر kg ۲۴ است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری انجام گیرد و از انقباض قطعه صرف‌نظر شود مطلوب است محاسبه و تعیین :

الف – حجم قطعه برحسب $dm^۳$

ب – جرم مدل آلومینیمی آن برحسب kg با چگالی $۲/۷\,{}^{g}\!/\!{}_{cm^۳}$

تمرین ۲۲-۴ حجم یک قطعه ریخته شده از برنز با چگالی $۸/۵۵\,{}^{g}\!/\!{}_{cm^۳}$ برابر $۶/۵۵dm^۳$ واست. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری انجام گیرد و از انقباض قطعه صرف‌نظر شود. مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف – جرم قطعه برحسب kg

ب – جرم مدل منیزیمی آن برحسب kg با چگالی $۱/۵\,{}^{g}\!/\!{}_{cm^۳}$

ج – جرم قطعه ریخته شده از نوعی چدن با چگالی

ج – جرم قطعه ریخته شده از نوعی آلیاژ برنج با چگالی $۸/۵ \,{}^{g}/_{cm^۳}$ (از تمام انقباض صرف‌نظر شود)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
فولاد $V = ? \quad dm^۳$ آلومینیم $M = ? \quad kg$ برنج $M = ? \quad kg$	فولاد $\rho = ۷/۸ \,{}^{g}/_{cm^۳}$ فولاد $M = ۲۴kg$ آلومینیم $\rho = ۲/۷ \,{}^{g}/_{cm^۳}$ برنج $\rho = ۸/۵ \,{}^{g}/_{cm^۳}$

مرحله ۲) محاسبه حجم قطعه فولادی با استفاده از رابطه چگالی

$$\rho_{\text{فولاد}} = \frac{M}{V} \Rightarrow ۷/۸ = \frac{۲۴}{V}$$

$$V_{\text{فولاد}} \times ۷/۸ = ۲۴ \times ۱$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند

$$\frac{V \times \cancel{۷/۸}}{\cancel{۷/۸}} = \frac{۲۴}{۷/۸}$$

حجم قطعه فولادی $\overline{\underline{V = ۳/۰۷۷ \quad dm^۳}}$

مرحله ۳) محاسبه جرم مدل آلومینیم با استفاده از رابطه چگالی با توجه به این‌که حجم قطعه ثابت است داریم :

$$V = V \Rightarrow V = ۳/۰۷۷ dm^۳$$

$$\rho_{Al} = \frac{m_{Al}}{V_{Al}} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{m_{Al}}{۳/۰۷۷}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$m_{Al} \times ۱ = ۲/۷ \times ۳/۰۷۷$$

$۷/۸ \,{}^{g}/_{cm^۳}$ (از تمام انقباض‌ها صرف‌نظر شود)

حل: توسط هنر جو

$$\boxed{m_{Al} = ۸/۳۰۸kg}$$

مرحله ۴) محاسبه جرم قطعه ریخته شده از آلیاژ برنج با استفاده از رابطه چگالی

نکته : حجم قطعه برنجی برابر حجم قطعه فولادی می‌باشد.

$$V_{\text{برنج}} = V_{\text{فولاد}} \Rightarrow V = ۳/۰۷۷dm^۳$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۸/۵ = \frac{m}{۳/۰۷۷}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$m = ۸/۵ \times ۳/۰۷۷$$

$$\boxed{m_{\text{برنج}} = ۲۶/۱۵kg}$$

مثال ۲۳-۴ جرم یک قطعه با سیستم راهگاهی ۲۵kg می‌باشد. اگر راندمان ریختگی قطعه ۸۰٪ باشد. جرم سیستم راهگاهی را حساب کنید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ?$	جرم $= p = ۲۵kg$ قطعه با سیستم راهگاهی $R_c = \%۸۰$

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی و بدست آوردن جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی

$$R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$$

$$۸۰ = \frac{Q}{۲۵} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ \times ۲۵ = Q \times ۱۰۰$$

$$Q = \frac{۸۰ \times ۲۵}{۱۰۰} \Rightarrow Q = ۲۰kg$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم سیستم راهگاهی

جرم قطعه با راهگاه = جرم سیستم راهگاهی –

جرم قطعه بدون راهگاه

تمرین ۲۳-۴ جرم یک قطعه بدون سیستم راهگاهی ۴۰kg می‌باشد، اگر راندمان ریختگی ۶۵٪ باشد، جرم قطعه همراه با سیستم راهگاهی و جرم سیستم راهگاهی را محاسبه نمایید.

حل (توسط هنرجو):

جرم سیستم راهگاهی $\boxed{= ۲۵ - ۲۰ = ۵kg}$

مثال ۲۴-۴ جرم قطعه ای ریختگی از جنس برنز با چگالی $۸ \,{}^{kg}/_{dm^۳}$ برابر kg ۳۲ می‌باشد، اگر قالبگیری ساده و بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف‌نظر شود مطلوبست محاسبه و تعیین :

الف – حجم قطعه برحسب $dm^۳$

ب – جرم مدل برحسب kg با چگالی $۰/۶ \,{}^{kg}/_{dm^۳}$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
برنز $V = ?$ $m_M = ?$	برنز $\rho = ۸ \,{}^{kg}/_{dm^۳}$ برنز $M = ۳۲kg$ $\rho_M = ۰/۶ \,{}^{kg}/_{dm^۳}$

مرحله ۲) محاسبه حجم قطعه برنزی برحسب $dm^۳$ با استفاده از رابطه چگالی.

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \frac{۸}{۱} = \frac{۳۲}{V}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$V \times ۸ = ۳۲ \times ۱$$

طرفین تساوی را بر عدد ۸ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{V \times \cancel{۸}}{\cancel{۸}} = \frac{۳۲}{۸}$$

$$V = ۴dm^۳$$

مرحله ۳) محاسبه جرم مدل برحسب کیلوگرم با استفاده از رابطه چگالی

نکته : حجم مدل با حجم قطعه برابر است :

$$V_M = V = ۴dm^۳$$

تمرین ۲۴-۴ حجم قطعه ریختگی از جنس فولاد با چگالی $۷/۸ \,{}^{kg}/_{dm^۳}$ برابر $۸dm^۳$ می‌باشد. اگر قالبگیری ساده و بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف‌نظر شود مطلوبست محاسبه و تعیین :

الف – جرم قطعه برحسب kg

ب – جرم مدل برحسب kg با چگالی $۲/۸ \,{}^{kg}/_{dm^۳}$

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{m_M}{۴}$$

$$m_M = ۴ \times ۰/۶$$

جرم مدل $\boxed{m_M = ۲/۴ kg}$

مثال ۲۵-۴ جرم یک مدل چوبی ۱۳ kg و چگالی آن $۰/۶۵ \, g/cm^۳$ می‌باشد.اگر انقباض خطی مدل ۱/۲٪ و انقباض خطی قطعه ۱/۸٪ باشد، جرم قطعه ریختگی از یک نوع برنج با چگالی $۸/۸ \, g/cm^۳$ را از روی مدل فلزی به‌دست آورید (قالبگیری بدون ماهیچه گذاری است.)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
برنج $m_c = ?$	$S_۲ = \%۱/۸$ $S_۱ = \%۱/۲$ $\rho_M = ۰/۶۵ \, g/cm^۳$ $m_M = ۱۳kg$ برنج $\rho_c = ۸/۸ \, g/cm^۳$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M}$$

$$S = S_۱ + S_۲$$

توضیح : در این مسأله انقباض مضاعف تبدیل مدل چوبی به فلزی و تبدیل مدل فلزی به قطعه داریم :

$$m_c = V_M \left(۱ - \frac{۳S}{۱۰۰}\right) \rho_c$$

مرحله ۳) محاسبه حجم مدل چوبی با استفاده از رابطه چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow \frac{۰/۶۵}{۱} = \frac{۱۳}{V_M}$$

$$\Rightarrow V_M \times ۰/۶۵ = ۱۳ \times ۱$$

تمرین ۲۵-۴ جرم یک مدل چوبی ۲۵ kg و چگالی آن $۰/۷ \, g/cm^۳$ اگر انقباض خطی مدل ۲٪ و انقباض خطی قطعه ۲/۴٪ باشد. جرم قطعه ریختگی از یک نوع چدن با چگالی $۷/۶ \, g/cm^۳$ را از روی مدل فلزی به‌دست آورید. (قالبگیری بدون ماهیچه گذاری است.)

حل (توسط هنرجو):

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول (V_M) تقسیم می‌کنیم :

$$\frac{V_M \times ۰/۶۵}{۰/۶۵} = \frac{۱۳}{۰/۶۵}$$

$$V_M = ۲۰ dm^۳$$

مرحله ۴) محاسبه درصد انقباض خطی نهایی

$$S = \%۱/۲ \times \%۱/۸ =$$

مرحله ۵) محاسبه جرم قطعه برنجی با استفاده از رابطه ذکر شده در مرحله دوم :

$$m_c = V_M \left(۱ - \frac{۳S}{۱۰۰}\right) \rho_c$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق :

$$m_c = ۲۰ \left(۱ - \frac{۳ \times ۳}{۱۰۰}\right) \times ۸/۸$$

$$\boxed{m_c = ۱۶۰/۱۶ kg}$$

مثال ۲۶-۴ جرم یک قطعه بدون سیستم راهگاه ۲۴kg و جرم سیستم راهگاهی و تغذیه ۶ kg می‌باشد. اگر ضایعات هنگام برش راهگاه و تغذیه صرف‌نظر شود. راندمان ریختگی قطعه را حساب کنید؟

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$p = ?$ $R_c = ?$	$Q = ۲۴kg$ جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی $۶kg$ = جرم سیستم راهگاهی

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی :

$$R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم قطعه با سیستم راهگاهی

تمرین ۲۶-۴ جرم یک قطعه ریختگی بدون تراش ۴۰kg می‌باشد. درصورتی‌که راندمان ریختگی ۷۵٪ باشد. جرم سیستم راهگاهی و تغذیه را محاسبه کنید.

حل (توسط هنرجو):

جرم سیستم راهگاهی + $P = Q$ + جرم قطعه با سیستم راهگاهی

$$p = ۲۴ + ۶$$

$$p = ۳۰$$

مرحله ۴) به‌دست آوردن راندمان ریختگی با استفاده از رابطه :

$$R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$$

$$R_c = \frac{۲۴}{۳۰} \times ۱۰۰$$

$$\boxed{R_c = \%۸۰}$$

مثال ۲۷-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم شارژ ۳۵۰kg، جرم قطعات با سیستم راهگاهی و تغذیه ۲۸۰ kg جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی و تغذیه ۲۲۰ kg و جرم قطعات قابل فروش ۸۰ kg می‌باشد، مطلوب است محاسبه :

الف – راندمان ریختگی

ب – راندمان کل

ج – جرم قطعات برگشتی در آخرین مراحل کنترل درصورتی‌که ضایعات تراش ۳٪ باشد.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$R_c = ?$ $R_t = ?$? = جرم برگشتی در آخرین مرحله کنترل	$M = ۳۵۰kg$ $p = ۲۸۰kg$ $Q = ۲۲۰kg$ $S = ۱۸۰kg$ ضایعات تراش = %۳

مرحله ۲) نوشتن روابط مربوطه :

$$R_c = \frac{Q}{p} \times ۱۰۰$$

تمرین ۲۷-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم کل شارژ ۴۰۰ kg، جرم قطعات با سیستم راهگاهی و تغذیه ۳۲۰ kg و جرم کلیه راهگاه‌ها و تغذیه‌ها ۵۰kg و جرم قطعات قابل فروش ۲۴۰ kg می‌باشد مطلوبست محاسبه :

الف – راندمان ریختگی

ب – راندمان کل

ج – جرم قطعات برگشتی در آخرین مراحل کنترل درصورتی‌که ضایعات تراش ۱/۵٪ باشد.

حل (توسط هنرجو):

$$R_t = \frac{S}{M} \times ۱۰۰$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و محاسبات ریاضی

$$R_c = \frac{۲۲۰}{۲۸۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow R_c = \%۷۸/۵$$

$$R_t = \frac{۱۸۰}{۳۵۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow R_t = \%۵۱$$

مرحله ۴) جرم برگشتی در آخرین مرحله کنترل :

نکته : آخرین مرحله تراش و پرداخت نهایی قطعه بدون راهگاه و تغذیه است. بنابراین ۳٪ ضایعات تراش از جرم قطعات بدون راهگاه و تغذیه ایجاد می‌شود.

$$\text{جرم ضایعات تراش} = \%۳ \times Q = \frac{۳}{۱۰۰} \times ۲۲۰$$

$$\text{جرم ضایعات تراش} = ۶/۶ kg$$

- جرم کل قطعات بعد از تراشکاری برابر خواهد بود با :

$$\text{جرم قطعات تراش خورده } ۲۲۰ - ۶/۶ = ۲۱۳/۴ kg$$

- از طرفی جرم قطعات قابل فروش ۱۸۰ kg می باشد که اگر از جرم قطعات بعد از تراشکاری کم شود جرم قطعات برگشتی به‌دست خواهد آمد.

$$\text{جرم قطعات برگشتی در آخرین مرحله } ۲۱۳/۴ - ۱۸۰ = ۳۳/۴ kg$$

سیمای فصل پنجم

۵- فشار مذاب روی قالب

۵-۱- رابطه فشار درون مایع

۵-۲- قانون پاسکال

۵-۳- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب

۵-۳-۱- نیروی وارد بر کف قالب

۵-۳-۲- نیروی وارد بر جداره اطراف قالب

۵-۴- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)

۵-۴-۱- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب

۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)

۵-۵-۱- حالت‌های مختلف وزن ظاهری

۵-۶- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه

۵-۷- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه گذاری روی درجه

۵- فشار مذاب روی قالب :

پر شدن کامل قالب توسط مذاب برای تولید قطعه ریختگی سالم امری ضروری است. لذا با توجه به اهمیت این مسأله به‌دست آوردن فشار مذاب روی دیواره‌های قالب بسیار مهم است، و برای به‌دست آوردن فشار مذاب نیاز به دانستن قوانین هیدرواستاتیک (علم تعادل مایعات) و هیدرودینامیک (علم حرکت مایعات) می‌باشد.

۱-۵- رابطه فشار درون مایع :

فشار در هر نقطه از یک مایع برابر است با نسبت وزن ستونی از مایع به ارتفاع h که در بالای آن نقطه قرار دارد بر واحد سطح قاعده ظرفی که مایع در آن می‌باشد. به عبارت دیگر با توجه به شکل زیر خواهیم داشت.

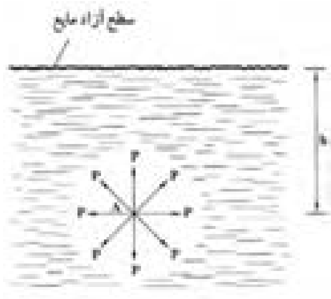
$$\text{فشار در نقطه A} = \frac{\text{وزن ستون مایع به ارتفاع h}}{\text{سطح قاعده}}$$

وزن مخصوص مایع × حجم ستون مایع = وزن ستون مایع

سطح قاعده × ارتفاع ستون مایع = حجم ستون مایع

در نتیجه :

وزن مخصوص مایع × سطح قاعده × ارتفاع ستون مایع = وزن ستون مایع



شکل ۱-۵- فشار درون مایع

با توجه به موارد فوق خواهیم داشت :

$$\text{فشار در نقطه A} = \frac{\text{وزن مخصوص مایع × سطح قاعده × ارتفاع ستون مایع}}{\text{سطح قاعده}}$$

وزن مخصوص مایع × ارتفاع ستون مایع = فشار در نقطه A

h : ارتفاع ستون مایع

d : وزن مخصوص

p : فشار در نقطه A

بنابراین خواهیم داشت :

$$P = hd$$

که واحدهای آنها عبارتند از :

P : فشار برحسب $\mathrm{gf}/\mathrm{cm}^2$

h : ارتفاع برحسب cm

d : وزن مخصوص برحسب $\mathrm{gf}/\mathrm{cm}^3$

با توجه به رابطه فوق فشار درون مایعات فقط به ارتفاع مایع و وزن مخصوص مایعات بستگی دارد و به عوامل دیگر نظیر شکل ظرف، جنس ظرف و... بستگی ندارد.

رابطه وزن مخصوص چگالی :

$$d = \rho \times g$$

که در آن :

ρ : چگالی و g : شتاب ثقل

با توجه به این رابطه، فشار درون مایع برابر است با :

$$\left.\begin{array}{l} P = hd \\ d = \rho \times g \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{P = \rho.g.h}$$

که در آن :

ρ: چگالی برحسب kg/cm^{3} در سیستم SI

g : شتاب ثقل برحسب N/kg

h : ارتفاع ستون مایع برحسب m

با توجه به موارد فوق واحد فشار برابر خواهد بود با :

$$P = \rho.g.h$$

واحد $P = \rho \times g \times h$

واحد $P = \frac{\cancel{kg}}{m^{3}} \times \frac{N}{\cancel{kg}} \times \cancel{m}$

واحد $\boxed{P = N/m^{2}}$

بنابراین واحد فشار در سیستم SI برابر است با $\frac{N}{m^{2}}$ می‌باشد که به اصطلاح به آن پاسکال گفته می‌شود با Pa نشان می‌دهند.

واحدهای دیگر فشار عبارتند از: $\frac{kgf}{cm^{2}}$ و $\frac{gf}{cm^{2}}$ که واحدهای عملی فشار نامیده می‌شوند.

روابط تبدیل واحد Pa به $\frac{kgf}{cm^{2}}$ و $\frac{gf}{cm^{2}}$ به شرح زیر است :

$$1p_a = 1/02 \times 10^{-5} \frac{kgf}{cm^{2}}$$

$$1p_a = 1/02 \times 10^{-2} \frac{gf}{cm^{2}}$$

مثال ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع ۳ m موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال Pa (چگالی آب $۱۰۰۰ \, kg/m^۳$ و $g = ۹/۸ \, N/kg$)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$h = ۳ \, m$ $\rho_{H_۲O} = ۱۰۰۰ \, kg/m^۳$ $g = ۹/۸ \, N/kg$	$P = ? \, Pa$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$p = \rho.g.h$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقایر داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$p = ۳ \times ۱۰۰۰ \times ۹/۸$$
$$p = ۲۹۴۰۰ pa$$

تمرین ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع ۴۰۰ cm موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال (Pa). (چگالی آب $۱۰۰۰ \, kg/m^۳$ و $g = ۹/۸ \, N/kg$)

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با ۱۰۰۰ Pa می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. با فرض این‌که چگالی جیوه برابر $۱۳۶۰۰ \, kg/m^۳$ و $g = ۹/۸ \, N/kg$ باشد.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$P_{Hg} = ۱۰۰۰ \, Pa$ $\rho = ۱۳۶۰۰ \, kg/m^۳$ $g = ۹/۸ \, N/kg$	$h = ?$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$p = \rho.g.h$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

تمرین ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با ۱۲۵۰ Pa می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. (چگالی جیوه برابر $۱۳۶۰۰۰۰۰ \, g/m^۳$ و $g = ۹/۸ \, N/kg$.

حل (توسط هنرجو):

$$۱۰۰۰=۱۳۶۰۰\times ۹/۸\times h$$

$$۱۰۰۰=۱۳۳۲۸۰\times h$$

مرحله ۴) طرفین تساوی را بر ضریب مجهول (h) تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۱۰۰۰}{۱۳۳۲۸۰}=\frac{\cancel{۱۳۳۲۸۰}\times h}{\cancel{۱۳۳۲۸۰}}$$

$$h=۷/۵\times ۱۰^{-۳}\,m$$

مثال ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۸۰ Pa است. مطلوبست محاسبه فشار برحسب واحدهای $kgf/cm^۲$ و $gf/cm^۲$:

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$p=?\ kgf/cm^۲$ $p=?\ gf/cm^۲$	$P=۸۰\ Pa$

مرحله ۲) نوشتن رابطه بین واحدها :

$$۱pa=۱/۰۲\times ۱۰^{-۵}\,kgf/cm^۲$$

$$۱pa=۱/۰۲\times ۱۰^{-۲}\,gf/cm^۲$$

مرحله ۳) جای‌گذاری و محاسبه ریاضی :

خواسته اول :

$$\begin{cases} ۸۰pa=۸۰\times(۱pa) \\ ۱pa=۱/۰۲\times ۱۰^{-۲}\,kgf/cm^۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۸۰pa=۸۰\times(۱/۰۲\times ۱۰^{-۵}\,kg/cm^۲) \\ ۸۰pa=۸۰\times ۱/۰۲\times ۱۰^{-۵}\,kg/m^۲ \end{cases}$$

$$\boxed{۸۰pa=۸/۱۶\times ۱۰^{-۴}\,kgf/cm^۲}$$

خواسته دوم

$$\begin{cases} ۸۰pa=۸۰\times(۱pa) \\ ۱pa=۱/۰۲\times ۱۰^{-۲}\,gf/cm^۲ \end{cases}$$

تمرین ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۶۵Pa است. مطلوبست محاسبه برحسب $kgf/cm^۲$ و $gf/cm^۲$

حل (توسط هنرجو):

$$\begin{cases} 80pa = 80\times(1/02\times10^{-2}\ {}^{gf}\!/_{cm^2}) \\ 80pa = 80\times1/02\times10^{-2}\ {}^{gf}\!/_{cm^2} \end{cases}$$

$$\boxed{80pa = 0/816\ {}^{gf}\!/_{cm^2}}$$

مثال ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب $100\ {}^{kgf}\!/_{cm^2}$ است. مطلوبست تعیین فشار برحسب پاسکال.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده
$P = (Pa)\ ?$	$p = 100\ {}^{kgf}\!/_{cm^2}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه بین واحدها :

$$1pa = 1/02\times10^{-5}\ {}^{kgf}\!/_{cm^2}$$

طرفین تساوی را بر $1/02\times10^{-5}$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{1}{1/02\times10^{-5}}pa = \frac{1/02\times\cancel{10^{-5}}}{1/02\times\cancel{10^{-5}}}\ {}^{kgf}\!/_{cm^2}$$

$$1\frac{kgf}{cm^2} = \frac{1}{1/02\times10^{-5}}pa$$

$$\boxed{1\frac{kgf}{cm^2} = \frac{10^5}{1/02}pa}$$

مرحله ۳) محاسبات ریاضی

$$\begin{cases} 100\ {}^{kgf}\!/_{cm^2} = 100\times\left(1\ {}^{kgf}\!/_{cm^2}\right) \\ 1\ {}^{kgf}\!/_{cm^2} = \frac{10^5}{1/02}pa \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} 100\ {}^{kgf}\!/_{cm^2} = 100\times\left(\frac{10^5}{1/02}pa\right) \\ 100\ {}^{kgf}\!/_{cm^2} = 100\times\frac{10^5}{1/02}pa \end{cases}$$

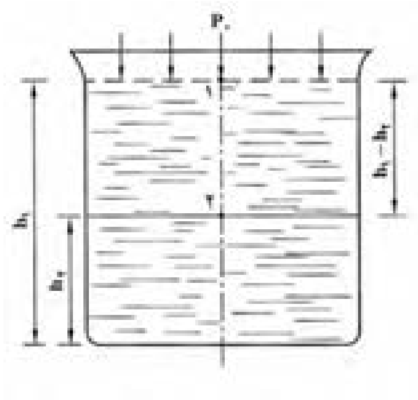
$$\boxed{100\ {}^{kgf}\!/_{cm^2} = 9803921/57pa}$$

تمرین ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب $85\ {}^{kgf}\!/_{cm^2}$ می‌باشد. فشار را برحسب پاسکال (Pa) حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

۲-۵- قانون پاسکال

اگر فشار یک نقطه در درون یک سیال آرام و در حال تعادل مشخص باشد می‌توان فشار نقاط دیگر را با توجه به اختلاف ارتفاع آنها با نقطه ای که فشار آن معلوم است به‌دست آورد. به عنوان مثال در شکل ۲-۵ فشار در نقطه ۲ را می‌توان برحسب اختلاف ارتفاع با نقطه ۱ به‌دست آورد. در نقطه ۱ تنها فشار اتمسفر (p_0) وجود دارد. بنابراین براساس قانون پاسکال خواهیم داشت :



شکل ۲-۵- تعیین فشار درون مایع تحت فشار

قانون پاسکال $p_2 = p_0 + \rho.g(h_1 - h_2)$

که در آن :

ρ : چگالی سیال برحسب kg/m^3

$h_1 - h_2$: اختلاف ارتفاع بین نقاط ۱ و ۲ برحسب m

p_0 : فشار هوا وارد بر سطح مایع که همان فشار در نقطه ۱ است $p_1 = p_0$

p_2 : فشار در نقطه ۲

با توجه به این مسأله فشار هر نقطه داخل سیال برحسب ارتفاع آن از سطح آزاد مایع عبارت است از :

$$p = p_0 + \rho.g.h$$

که در آن h فاصله نقطه از سطح مایع است.

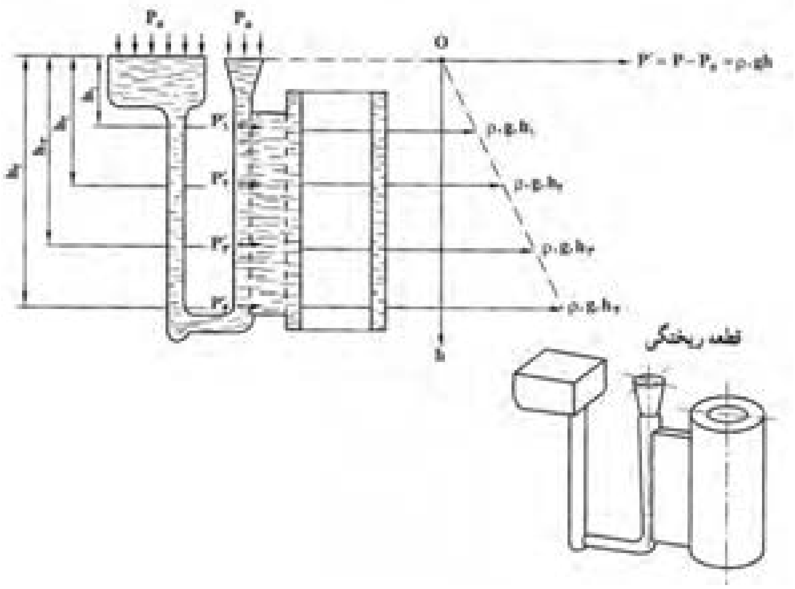
در مورد مذاب فشار $\rho.g.h$ را فشار متالواستاتیک می‌گویند که نشان دهنده فشار در یک نقطه درون مذاب نسبت به فشار در سطح مذاب است.

فشار در سطح آزاد مذاب برابر $pa = p_0$ است.

با توجه به این مسأله خواهیم داشت :

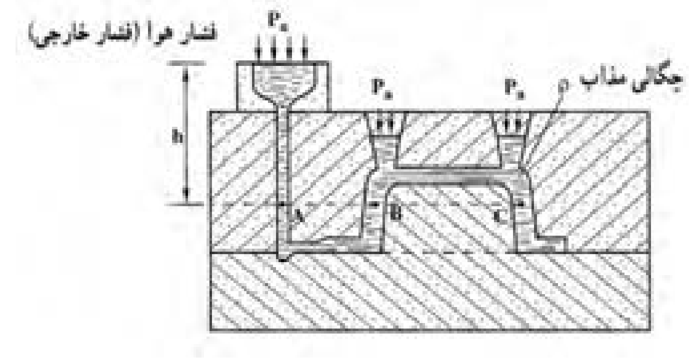
$$\left.\begin{aligned} p - p_0 &= \rho.g.h \\ p_0 &= pa \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} p - pa &= \rho.g.h \\ \rho.g.h &= dh \end{aligned}\right. \Rightarrow \boxed{p - pa = dh = \rho.g.h}$$ فشار نسبی مذاب

در این رابطه P برابر مجموع فشار متالواستاتیک ($\rho.g.h$) و فشار هوا است که در نهایت فشار مطلق آن نقطه درون مذاب است. با توجه به این رابطه مشخص است که فشار متالواستاتیک رابطه مستقیم با ارتفاع مذاب دارد. هرچه ارتفاع (عمق) مذاب بیشتر باشد فشار متالواستاتیکی بیشتر است.



شکل ۳-۵- افزایش فشار متالواستاتیکی مذاب برحسب عمق آن

با توجه به قانون پاسکال داریم : اگر چند ظرف به هم مرتبط باشند و درون آنها سیالی موجود باشد فشار در تمام نقاطی که در یک ارتفاع یکسان قرار دارند، یکسان خواهد بود.



شکل ۴-۵- فشار نقاط واقع بر روی یک سطح افقی قالب

$$P_A = P_B = P_C = P_a + \rho.g.h$$

از طرفی فشار در هر نقطه مایع برابر است با فاصله آن تا سطح آزاد مایع (h) ضربدر چگالی مایع ضربدر شتاب ثقل به علاوه فشار خارجی که بر مایع اعمال می‌شود.

$$P = P_a + \rho.g.h$$

نکته : اگر در یک نقطه درون سیال آرام و غیرقابل تراکم (مانند آب و روغن و...) فشار افزایش یابد، افزایش فشار بدون هیچ تغییری به تمام نقاط مایع و همه نقاط ظرف نگهدارنده مایع، منتقل می‌شود. به عنوان مثال در ریخته‌گری تحت فشار با اعمال فشار به یک نقطه مذاب، فشار به‌طور یکسان به همه نقاط مذاب و دیواره قالب

وارد می‌شود. بنابراین با توجه به موارد فوق می‌توان فشار وارد بر دیواره قالب را به‌دست آورد. البته فشار وارد شده از طرف مذاب بر سطوح داخلی قالب همواره برابر فشار نسبی است.

۳-۵- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب :

مطابق تعریف فشار برابر است با نیروی وارد بر واحد سطح معین. (مثلاً سطوح و دیواره‌های قالب) رابطه فشار عبارت است :

$$P = \frac{f(\text{نیرو})}{A(\text{سطح})} \Rightarrow \frac{P}{1} = \frac{f}{A} \xrightarrow{\text{طرفین و وسطین}} f \times 1 = P \times A \Rightarrow f = P \times A$$

با توجه به رابطه فشار نسبی در درون مایع خواهیم داشت :

$$\left.\begin{array}{l} P = \rho.g.h \quad \text{فشار نسبی درون مایع} \\ f = PA \end{array}\right\} \Rightarrow f = \rho.g.h.A \quad \text{نیروی وارد بر سطح قالب}$$

که در آن :

ρ : چگالی مذاب برحسب kg/m^3

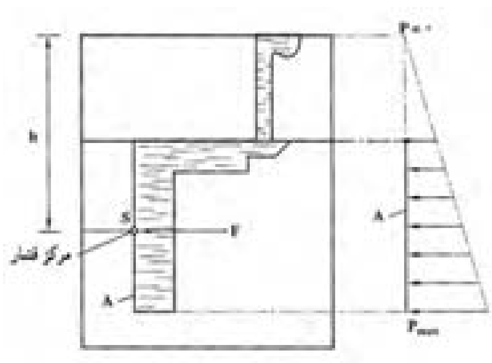
g : شتاب ثقل زمین $(g = 9/8\ m/s^2)$

h : ارتفاع مرکز فشار واقع بر سطح A تا سطح آزاد مذاب برحسب m

A : سطح مورد نظر قالب برحسب m^2

لازم به ذکر است که نیروی f عمود بر سطح A است و جهت آن از طرف مذاب به دیواره است که مطابق قانون عمل و عکس العمل نیوتن این نیرو برابر با نیرویی است که از طرف دیواره به مذاب وارد می‌شود. بنابراین این دو نیرو همدیگر را خنثی خواهند کرد. شکل ۵-۵ نیروی وارد بر یک سطح قائم را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشخص می‌شود که کمترین فشار نسبی مربوط به سطح آزاد مذاب است که در آنجا $h = 0$ است.

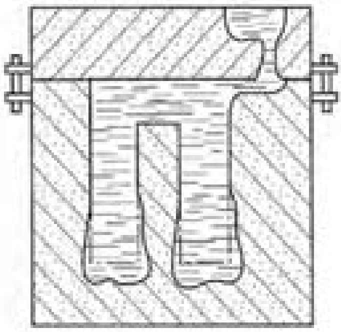
بنابراین مطابق رابطه $P = \rho.g.h$ ، فشار برابر صفر است، و بیشترین فشار را در کف قالب خواهیم داشت که h بیشترین مقدار را دارد. نقطه S که عبارت است از مرکز فشار که در وسط سطح A قرار می‌گیرد، به شرطی که سطح A دارای مرکز تقارن باشد.



شکل ۵-۵- نیروی وارد از طرف مذاب بر دیواره قائم قالب

با توجه به این مسأله واضح است که نیروهای وارد بر جداره‌ها و سطوح قالب، باعث بزرگ شدن حجم قالب (بخصوص در نقاط عمیق) و بلند شدن و ایجاد گشتاور در درجه فوقانی می‌شوند. که این مسأله در مورد فلزات و آلیاژهائی با چگالی بالاتر، بیشتر مشکل ساز است.

معمولاً در مورد سطوح صاف و مستوی که به موازات سطح آزاد هستند نقطه اثر نیرو را مرکز ثقل آن سطح در نظر می‌گیرند. اما به‌طور کلی نقطه اثر نیروها بستگی به شکل و شیب جداره قالب دارد، همان‌طوری که در شکل ۶-۵ دیده می‌شود، با توجه به این‌که ارتفاع قطعه زیاد است در نتیجه نیروهای وارد از طرف مذاب به دیواره قالب افزایش یافته که این امر سبب افزایش حجم قالب گردیده است.



شکل ۶-۵

نیروهای وارد بر سطوح قالب را می‌توان در حالات مختلف تعیین نمود که عبارتند از :

۱-۳-۵- نیروی وارد بر کف قالب :

نیروی مذاب وارد بر کف قالب شکل ۷-۵ را می‌توان با توجه به رابطه $f = \rho.g.h.A$ به‌دست آورد که در آن :

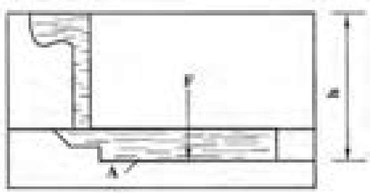
f : نیروی مذاب وارد بر کف قالب N

A : سطح کف قالب (m^2)

h : ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب برحسب m

ρ : چگالی مذاب kg/m^3

g : شتاب ثقل



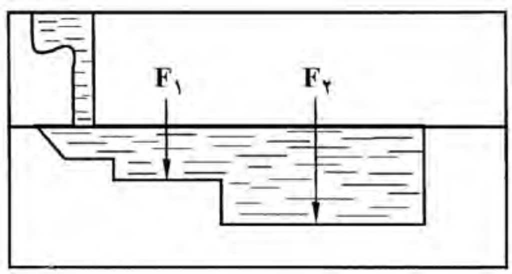
شکل ۷-۵

درصورتی‌که کف قالب از چند سطح تشکیل شده باشد مانند شکل ۸-۵ از سطح A_1, A_2, A_3 و... تشکیل شده باشد نیروی وارد بر سطح قالب عبارت است از مجموع نیروهای وارد شده بر هر سطح.

$$f = f_۱ + f_۲ + ...$$

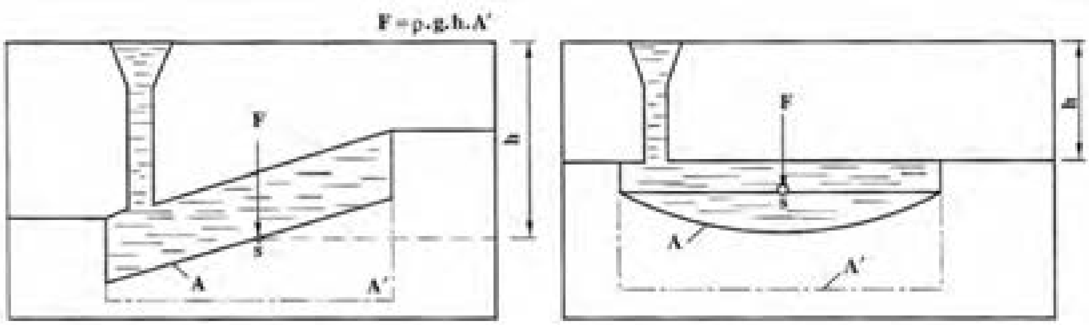
$$f_۱ = \rho g h_۱ A_۱$$

$$f_۲ = \rho g h_۲ A_۲$$



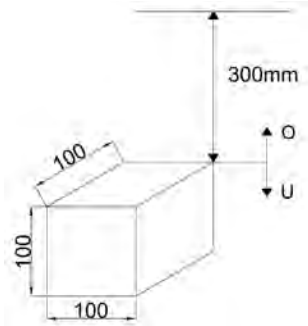
شکل ۸-۵

در مورد سطوح خمیده و شیب‌دار مانند شکل ۹-۵، برای به‌دست آوردن نیروی وارد بر کف قالب از رابطه $f = \rho g h A'$ استفاده می‌شود که A' تصویر سطح کف قالب بر روی سطح افقی است، که این سطح معمولاً از سطوح خمیده و شیب‌دار کوچکتر است.



شکل ۹-۵

مثال ۵-۵ مطلوب است تعیین نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب در قطعه زیر، درصورتی‌که چگالی مذاب $7800 \, {}^{kg}\!/\!_{m^3}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر ۳۰۰mm است $(g = 10 \, {}^{m}\!/\!_{s^2})$.



شکل ۱۰-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
F= ؟	$\rho = 7800 \, {}^{kg}\!/\!_{m^3}$ $H = 300 \ mm$ $g = 10 \, {}^{m}\!/\!_{s^2}$ ارتفاع قطعه = ۱۰۰ mm

مرحله ۲) محاسبه سطح کف قالب

$$A = 100 \times 100 = 10000 mm$$

$$A = 10000 \times \left(\frac{1}{1000} m\right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0/01 m^2}$$

مرحله ۳) محاسبه ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب

$h = H +$ ارتفاع قطعه $= 300 + 100 = 400mm$

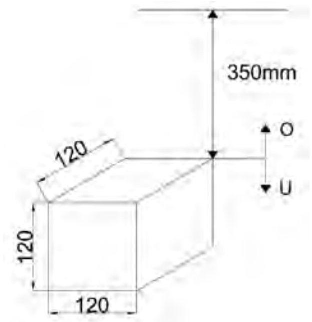
$$h = 400 \times \left(\frac{1}{100} m\right) \Rightarrow \boxed{h = 0/4m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

$$F = \rho g h A$$

مرحله ۵) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی

تمرین ۵-۵ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب را تعیین کنید. درصورتی‌که چگالی مذاب $7800000 \, {}^{g}\!/\!_{m^3}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب ۳۵۰ mm باشد $(g = 10 \, {}^{m}\!/\!_{s^2})$.

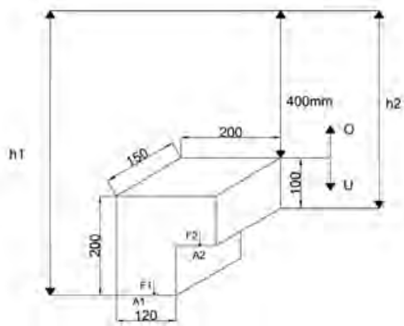


شکل ۱۱-۵

حل (توسط هنرجو):

$F = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴ \times ۰/۱ \Rightarrow \boxed{F = ۳/۲N}$

مثال ۶-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب در قطعه زیر، درصورتی‌که چگالی مذاب $۸۵۰۰ \, {}^{kg}\!/\!_{m^۳}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر $۴۰۰ \ mm$ است $(g = ۱۰ \, {}^{m}\!/\!_{s^۲})$



شکل ۱۲-۵

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$\rho = ۸۵۰۰ \, {}^{kg}\!/\!_{m^۳}$ $H = ۴۰۰ \ mm$ $g = ۱۰ \, {}^{m}\!/\!_{s^۲}$	$F = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن سطح کف قالب

$A_۱ = ۱۲۰ \times ۱۵۰ = ۱۵۰۰۰ mm^۲$

$$A_۱ = ۱۵۰۰۰ \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۱ = ۰/۰۱۵ m^۲}$$

$A_۲ = ۸۰ \times ۱۵۰ = ۱۲۰۰۰ mm^۲$

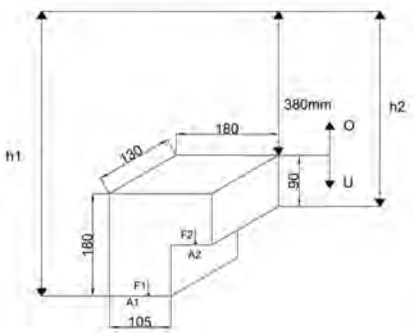
$$A_۲ = ۱۲۰۰۰ \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۲ = ۰/۰۱۲ m^۲}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع سطوح $A_۱$ و $A_۲$ از سطح آزاد مذاب

$h_۱ = H + ۲۰۰ = ۴۰۰ + ۲۰۰ = ۶۰۰ mm$

$$h_۱ = ۶۰۰ \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h_۱ = ۰/۶ m}$$

تمرین ۶-۵ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب را محاسبه نمائید. چگالی مذاب $۸۵۰۰ \, {}^{kg}\!/\!_{m^۳}$ و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب $۳۸۰ \ mm$ می‌باشد $(g = ۱۰ \, {}^{m}\!/\!_{s^۲})$



شکل ۱۳-۵

حل (توسط هنرجو):

$$h_۲ = H + ۱۰۰ = ۴۰۰ + ۱۰۰ = ۵۰۰mm$$

$$h_۲ = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h_۲ = ۰/۵m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

$$F = F_۱ + F_۲$$

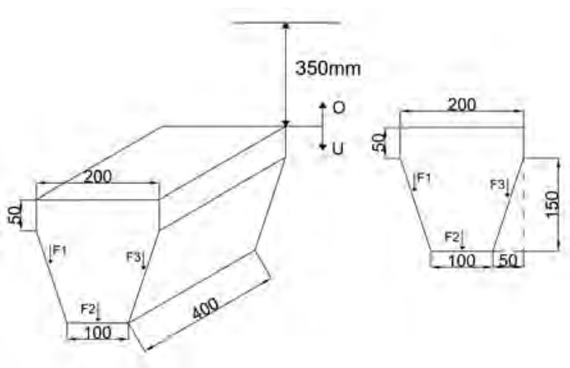
$$F = \rho g h_۱ A_۱ + \rho g h_۲ A_۲$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبات ریاضی

$$F = (۸۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۶ \times ۰/۰۱۵) + (۸۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ \times ۰/۰۱۲)$$

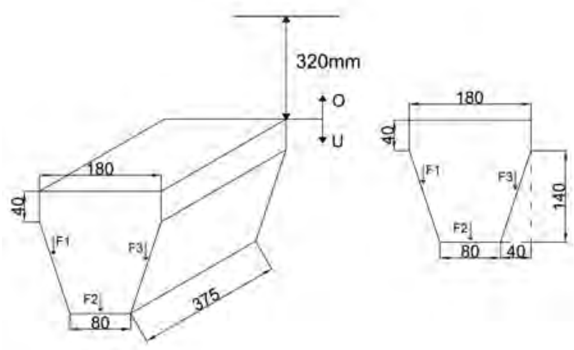
$$F = ۷۶۵ + ۵۱۰ \Rightarrow \boxed{F = ۱۲۷۵N}$$

مثال ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن داکتیل را نشان می‌دهد که چگالی آن $۶۸۰۰ \, {}^{kg}/_{m^۳}$ است. مطلوبست تعیین نیروی وارد بر کف قالب. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر ۳۵۰ mm است $(g = ۱۰ \, {}^{m}/_{s^۲})$



شکل ۱۴-۵

تمرین ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن نشکن را نشان می‌دهد که چگالی آن $۶۷۰۰ \, {}^{kg}/_{m^۳}$ می‌باشد نیروی وارد بر کف قالب را محاسبه کنید. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر ۳۲۰mm می‌باشد $(g = ۱۰ \, {}^{m}/_{s^۲})$



شکل ۱۵-۵

حل (توسط هنرجو):

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
F- ؟	$\rho = ۶۸۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ $H = ۳۵۰ \; mm$ $g = ۱۰ \, {m}/{s^۲}$

مرحله ۲) به‌دست آوردن سطح کف قالب :

مساحت قسمت $A_۱ = ۱۰۰ \times ۴۰۰ = ۴۰۰۰۰ mm^۲$ مستوی

$$A_۱ = ۴۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۱ = ۰/۰۴ m^۲}$$

مساحت تصویر $A_۲ = ۵۰ \times ۴۰۰ = ۲۰۰۰۰ mm^۲$ یکی از قسمت‌های یک سطح شیب‌دار

$$A_۲ = ۲۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_۲ = ۰/۰۲ m^۲}$$

با توجه به شکل داریم $A_۳ = A_۱ = ۰/۰۲ m^۲$

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب

در $h_۱$ = H + ارتفاع قطعه = ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۲۰۰ mm قسمت مستوی

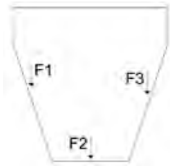
$$h_۱ = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h_۱ = ۰/۲ m}$$

در قسمت شیب‌دار

$$h_۲ = H + ۵۰ + \frac{۵۰}{۲} = ۱۰۰ + ۵۰ + ۲۵ = ۱۷۵ mm$$

$$h_۲ = ۱۷۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h_۲ = ۰/۱۷۵ m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب



$$F = F_{۱} + F_{۲} + F_{۳}$$

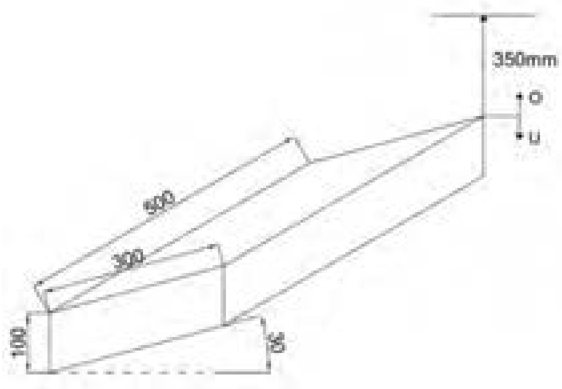
$$F = \rho g h_{۱} A_{۱} + \rho g h_{۲} A_{۲} + \rho g h_{۳} A_{۳}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و محاسبات ریاضی:

$$F = ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲ \times ۰/۰۴ + ۶۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۷۵ \times ۰/۰۲ + ۶۸۰۰ \times ۰/۱۷۵ \times ۰/۰۲ \times ۱۰ =$$

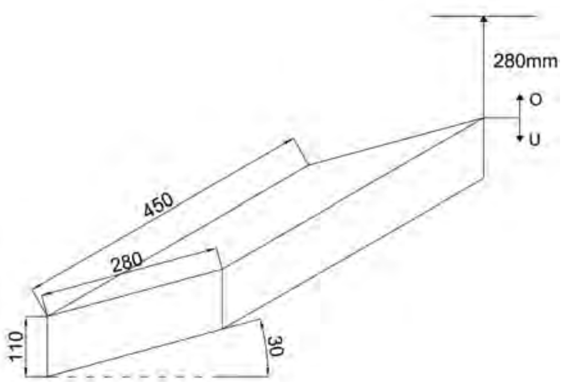
$$F = ۵۴۴ + ۲۳۸ + ۲۳۸ \Rightarrow \boxed{F = ۱۰۲۰N}$$

مثال ۸-۵ مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن، برای ریخته‌گری قطعه‌ای به شکل زیر، چگالی مذاب $۷۰۰۰ \,{}^{kg}/_{m^{۳}}$ ، ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب ۳۰۰mm و $(g = ۱۰ \,{}^{m}/_{s^{۲}})$



شکل ۱۶-۵

تمرین ۸-۵ نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن برای ریخته‌گری قطعه ای به شکل زیر، چگالی مذاب $۶۹۰۰ \,{}^{kg}/_{m^{۳}}$ و ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب ۳۸۰ mm. $(g = ۱۰ \,{}^{m}/_{s^{۲}})$



شکل ۱۷-۵

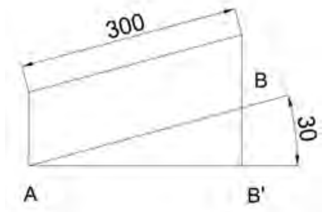
حل (توسط هنرجو):

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$\rho' = ۷۰۰۰ \,{}^{kg}\!/_{m^۳}$ $H = ۳۰۰\ mm$ $g = ۱۰\,{}^{m}\!/_{s^۲}$	$F_B = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن تصویر کف قالب



شکل ۱-۱۶-۵

ابتدا باید تصویر ضلع AB را به‌دست آوریم و با توجه به روابط مثلثاتی داریم :

$$\cos\alpha = \frac{AB'}{AB} \Rightarrow \cos ۳۰^\circ = \frac{AB'}{۳۰۰}$$

$$\Rightarrow AB' \times ۱ = \cos ۳۰^\circ \times ۳۰۰ \Rightarrow AB' = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۳۰۰ \Rightarrow \boxed{AB' = ۲۵۹/۸mm}$$

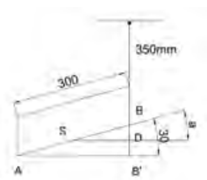
$$AB' = ۲۵۹/۸ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{AB' = ۰/۲۵۹m}$$

$$\text{طول کف قالب} = ۵۰۰mm = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۵m$$

با توجه به این‌که تصویر به شکل مستطیل است مساحت آن برابر است با :

$$A' = ۰/۵m \times ۰/۲۵۹m \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۱۲۹۵m^۲}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن h، ارتفاع مرکز کف قالب از سطح آزاد مذاب



شکل ۲-۱۶-۵

با توجه به شکل داریم

$$h = H + BC + BD$$

$(H = ۳۰۰ \quad , \quad BC = ۱۰۰)$

BD با توجه به مثلث SBD به‌دست می‌آید

$$\frac{\sin\alpha}{۱} = \frac{BD}{SB} \Rightarrow BD \times ۱ = SB \times \sin\alpha$$

مقدار SB را حساب می‌کنیم

$$SB = \frac{AB}{۲} = \frac{۳۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{SB = ۱۵۰mm}$$

$$BD = SB \times \sin ۳۰^\circ = ۱۵۰ \times ۰/۵ \Rightarrow \boxed{BD = ۷۵mm}$$

$$h = ۳۰۰ + ۱۰۰ + ۷۵ = ۴۷۵mm$$

$$h = ۴۷۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h = ۰/۴۷۵m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب :

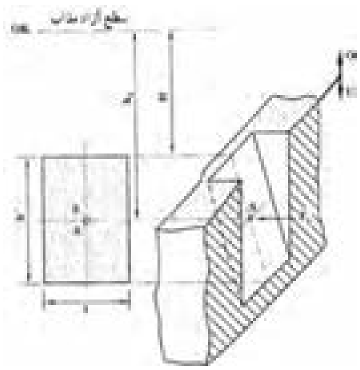
$$F = \rho g h A'$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی

$$F = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴۷۵ \times ۰/۱۲۵۹ \Rightarrow \boxed{F = ۴۱۸۶/۱۷۵N}$$

۲-۳-۵- نیروی و ارد بر جداره اطراف قالب :

با توجه به شکل ۱۸-۵ برای به‌دست آوردن نیرو در دیواره جانبی باید نقطه اثر نیرو یا مرکز تقارن سطح را به‌دست آوریم و با توجه به این‌که سطح شیب‌دار است، باید تصویر سطح را بر روی سطح عمودی به‌دست آوریم تا بتوانیم از رابطه $F_s = \rho g h_s . A'$ ، نیرو را به‌دست آوریم.



شکل ۱۸-۵

همان‌طوری که از شکل مشخص است مرکز ثقل دیواره قالب با S مشخص شده است که ارتفاع آن h_s می‌باشد، از طرف دیگر مساحت تصویر سطح بر روی سطح عمودی با A' نمایش داده شده است که برابر است با :

$h_s =$ (ارتفاع سطح آزاد مذاب تا ابتدای دیواره) $+ \frac{h'}{۲}$ (نصف ارتفاع تصویر دایره بر سطح عمودی)

$A' = I'$ (عرض تصویر دیواره بر سطح عمودی) $\times h'$ (ارتفاع تصویر دیواره بر سطح عمودی)

بنابراین $F_s = \rho.g.h_s.A'$:

که در آن :

F_s : نیروی وارد بر نقطه اثر S دیواره

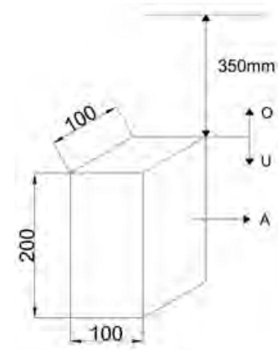
h_s : ارتفاع نقطه اثر S تا سطح آزاد مذاب

A' : مساحت تصویر دیواره بر روی سطح عمودی

ρ' : چگالی مذاب برحسب $\frac{kg}{m^۳}$

g : شتاب ثقل $\frac{m}{s^۲}$

مثال ۹-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی $۸۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ بر جداره مستطیل شکل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۳۵۰ mm می‌باشد ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



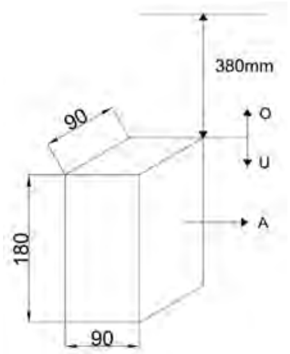
شکل ۱۹-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_s = ?$	$\rho' = ۸۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ H =۳۵۰ mm

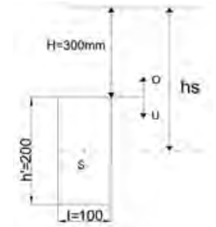
مرحله ۲) مشخص کردن ارتفاع مؤثر

تمرین ۹-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی $۸۱۰۰\frac{kg}{m^۳}$ بر جداره مستطیل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۳۸۰ mm و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد.



شکل ۲۰-۵

حل (توسط هنرجو):



شکل ۱-۱۹-۵

با توجه به شکل مشخص است که ارتفاع نقطه S تا سطح جدایش برابر $h' = ۱۰۰$ است. بنابراین خواهیم داشت :

$$h_s = H + \frac{h'}{۲} = ۳۵۰ + ۱۰۰ = ۴۵۰mm$$

$$h_s = ۴۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{h_s = ۰/۴۵m}$$

مرحله ۳) مشخص کردن سطح جداره :

با توجه به این‌که جداره مستطیل شکل است خواهیم داشت :

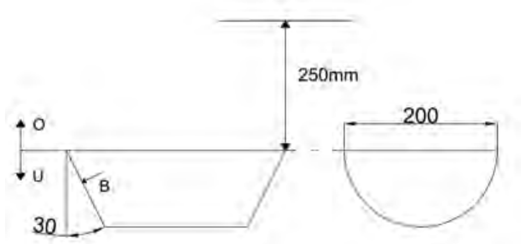
$$A' = h' \times I \Rightarrow A' = ۱۰۰ \times ۲۰۰ = ۲۰۰۰۰mm^۲$$

$$A' = ۲۰۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۰۲m^۲}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره قالب

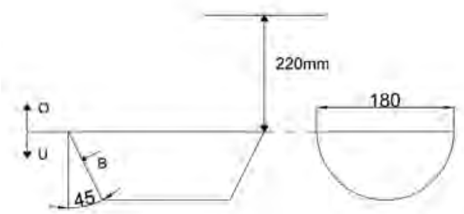
$$F_s = \rho g h_s . A' = ۸۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۲ \times ۰/۴۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۷۲۰N}$$

مثال ۱۰-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف فولاد مذاب با چگالی $۷۸۰۰ {kg}/{m^۳}$ بر جداره قالب قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۲۵۰ mm. (($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ {m}/{s^۲}$))



شکل ۲۱-۵

تمرین ۱۰-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف فولاد مذاب با چگالی $۷۶۰۰ {kg}/{m^۳}$ بر جداره قالب قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب ۲۲۰ mm می‌باشد (($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ {m}/{s^۲}$))



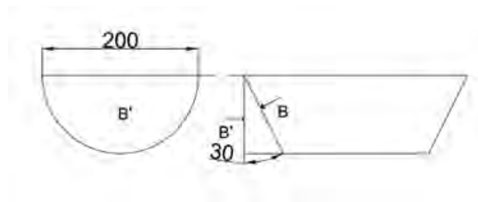
شکل ۲۲-۵

حل (توسط هنرجو):

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_s = ?$	$H = ۲۵۰\ mm$ $\rho' = ۷۸۰۰ \, {}^{kg}/_{m^۳}$ $g = ۱۰ \, {}^{m}/_{s^۲}$ $\pi = ۳$

مرحله ۲) به‌دست آوردن سطح جداره



شکل ۱-۲۱-۵

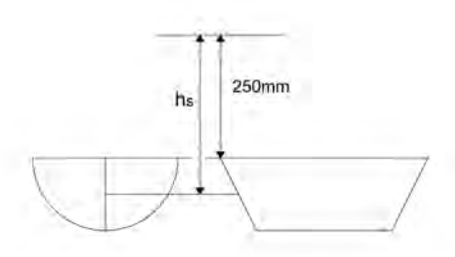
با توجه به این‌که شکل نیم استوانه ای است، تصویر سطح B روی سطح عمودی B' است که برای سطح نیم دایره به قطر ۲۰۰ mm.

$$d = ۲۰۰mm = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{d = ۰/۲m}$$

B' سطح =

$$: \frac{۱}{۲}\frac{\pi d^۲}{۴} = \frac{۳ \times (۰/۲)^۲}{۴} \Rightarrow \boxed{B' = \frac{۰/۰۳}{۲} m^۲ = ۰/۰۱۵}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع h_s :



شکل ۲-۲۱-۵

$$h_s = H + \frac{\text{شعاع نیم دایره}}{۲} = ۲۵۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{h_s = ۳۰۰mm}$$

$$h_s = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{h_s = ۰/۳m}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره

$$F_s = \rho' g h_s B'$$

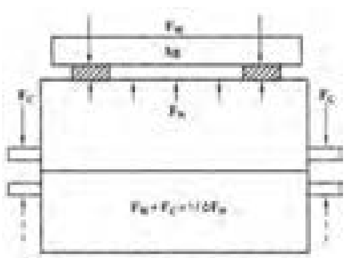
مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و محاسبه ریاضی

$$F_s = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳ \times ۰/۰۱۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۳۵۱N}$$

لازم به ذکر است نیروهای وارد بر کف و دیواره‌های قالب به علت استحکام و فشردگی ماسه خنثی می‌شوند و درصورتی‌که قالب به اندازه کافی فشرده نباشد، دیواره، نمی‌تواند در برابر نیروهای وارد شده مقاومت نماید، در نتیجه این نیروها سبب تغییر شکل قالب و دیواره می‌شود که این عمل را بادکردن قالب می‌نامند. از طرف دیگر فشردگی زیاد ماسه سبب می‌شود که گازهای موجود در قالب به راحتی از قالب خارج نشده و در نتیجه در یک نقطه از قالب جمع شوند که این خود سبب می‌شود مذاب آن قسمت را پر نکرده و قطعه معیوب شود، برای این منظور علاه بر فشردگی کافی، ماسه باید منافذ و کانال‌های هوا به دقت ایجاد شود.

۴-۵- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)

نیروهای متالواستاتیکی وارد شده از مذاب به دیواره‌های قالب علاوه بر کف و دیواره‌های جانبی به سطح فوقانی قالب نیز وارد می‌شود و درصورتی‌که بیشتر از وزن قالب رویی باشد سبب بلند شدن قالب و خروج مذاب از دو نیمه قالب و ایجاد عیوب در قطعه و خطرات دیگر می‌شود. لذا باید درجه‌ها کاملاً به یکدیگر جفت شده و با استفاده از پیچ و مهره‌ها و حتی وزنه از بلند شدن قالب رویی جلوگیری نمود. به‌طور کلی برای این منظور باید مجموع وزن ماسه موجود در قالب رویی به همراه وزنه‌های قرار داده شده روی آن حداقل ۱/۵ برابر نیروی بالا برنده باشد که در این‌جا نیروی بالا برنده فقط نیروی وارد بر سطح فوقانی مذاب در نظر گرفته شده است، البته نیروهای وارد بر تکیه گاه‌های ماهیچه که نقش مهمی در نیروی بالا برنده دارند در قسمت‌های بعدی بحث خواهد شد. بنابراین با توجه به شکل ۲۳-۵ کتاب خواهیم داشت :



شکل ۲۳-۵

$$f_w + F_C = 1/5F_N \rightarrow \boxed{F_W = 1/5F_N - F_C}$$

که در آن :

f_w : اندازه وزنه لازم روی درجه

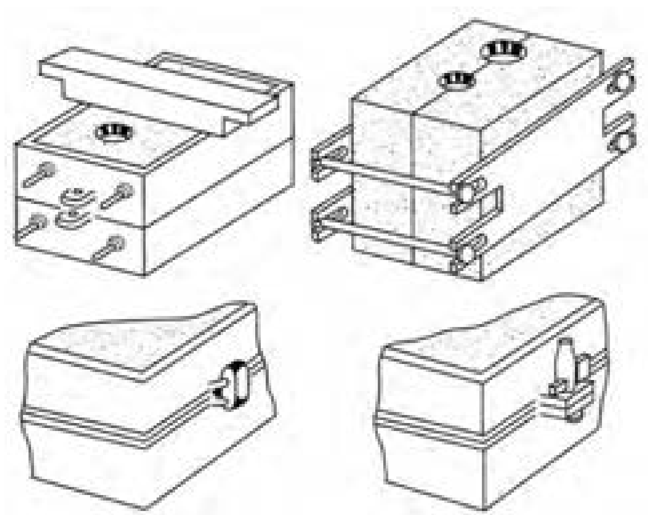
f_c: وزن درجه فوقانی و محتوای آن

F_N : نیروی بالابرنده درجه فوقانی

نیروی f_N متناسب با چگالی مذاب (ρ')، ارتفاع مذاب از سطح آزاد تا سطح فوقانی قالب (h_s) و سطح فوقانی قالب A' است.

$$F_N = \rho.g.h.A$$

با توجه به این مسأله همواره باید سعی کرد که ارتفاع راهگاه کمتر باشد و سیستم راهگاهی مناسب طراحی شود تا اولاً مذاب قالب را پر نماید، از طرف دیگر فشار بیش از حد نباشد و در صورت پر شدن قالب انجماد از دیواره شروع شود، شکل ۲۴-۵ چند روش جفت کردن قالب را نشان می‌دهد.

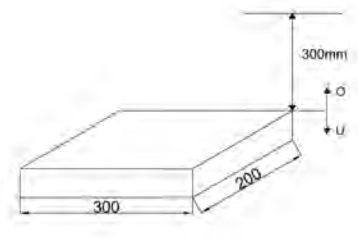


شکل ۲۴-۵- چند روش جفت کردن در نیمه قالب

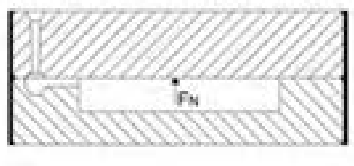
ذکر این نکته لازم است که بلند شدن قالب تنها ناشی از درجه فوقانی نیست بلکه وجود گازهای متراکم در قالب نیز سبب ایجاد این پدیده می‌شود. با توجه به این مسأله در صورت وجود رطوبت در قالب زمانی که فلز با نقطه ذوب بالاتر وارد قالب می‌شود امکان تبخیر رطوبت افزایش می‌یابد و با توجه به قانون گازها در اثر درجه حرارت، حجم گاز بیشتر شده که در صورت عدم امکان افزایش حجم گاز، گاز متراکم شده و فشار زیادی به درجه بالایی وارد می‌کند که سبب بلند شدن درجه رویی می‌شود. بنابراین در ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب بالاتری مانند چدن و فولاد نسبت به ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب پایین تر مثل قلع، سرب و... وزنه‌های بیشتری

استفاده می‌شود.

مثال ۱۱-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب برنز با چگالی $8200\ kg/m^3$ در ریخته‌گری قطعه مکعب مستطیل به شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب ۳۵۰mm می‌باشد $(g=10\ m/s^2)$.



شکل ۲۵-۵



شکل ۲۶-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_N = ?$	$H = 300\ mm$ $\rho' = 8200\ kg/m^3$ $g = 10\ m/s^2$

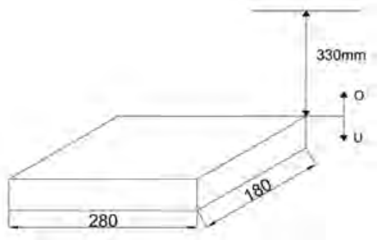
مرحله ۲) محاسبه سطح فوقانی :

با توجه به این‌که سطح فوقانی به شکل مستطیل است خواهیم داشت :

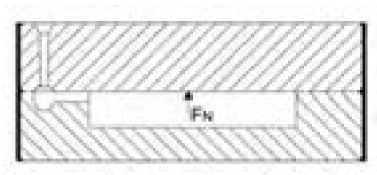
$$A = 300 \times 200 = 60000\ mm^2$$

$$A = 60000 \times \left(\frac{1}{1000} m\right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0/06 m^2}$$

تمرین ۱۱-۵ نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب برنج با چگالی $8300\ kg/m^3$ در ریخته‌گری قطعه مکعب مستطیل شکل زیر را محاسبه کنید. ارتفاع از سطح آزاد مذاب ۳۳۰ mm می‌باشد $(g=10\ m/s^2)$



شکل ۲۷-۵



شکل ۲۸-۵

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) به‌دست آوردن ارتفاع سطح فوقانی قالب از سطح آزاد مذاب

$$h_N = H = ۳۰۰ mm = ۳۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m \Rightarrow \boxed{h_N = ۰/۳ m}$$

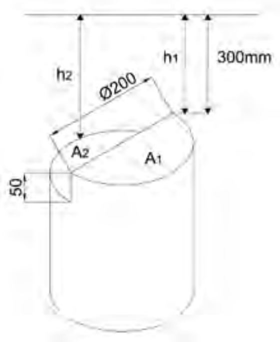
مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

$$F_N = \rho' . g . h_N . A$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم و محاسبه ریاضی

$$F_N = ۸۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳ \times ۰/۶ \Rightarrow \boxed{F_N = ۱۴۷۶ N}$$

مثال ۱۲-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب چدن با چگالی $۷۸۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ در ریخته‌گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب ۳۰۰mm. ($g = ۱۰ \, {m}/{s^۲}$ و $\pi = ۳$)



شکل ۲۹-۵

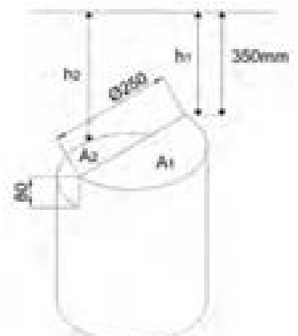
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$F_N = ?$	$H = ۳۰۰ \, mm$ $g = ۱۰ \, {m}/{s^۲}$ $\rho' = ۷۸۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ $R = ۱۰۰ \, mm$ $\pi = ۳$

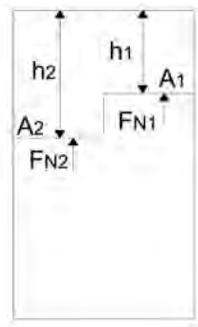
مرحله ۲) محاسبه سطوح $A_۱$ و $A_۲$:

تمرین ۱۲-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده F_N ناشی از مذاب چدن برنج با چگالی $۷۶۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ در ریخته‌گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب ۳۵۰ mm ($g = ۱۰ \, {m}/{s^۲}$ و $\pi = ۳$)



شکل ۳۰-۵

حل (توسط هنرجو):

	سطوح A_1 و A_2 به شکل نیم دایره است و مساحت آنها برابر است $R=100mm \Rightarrow R=100\times\frac{1}{1000}m \Rightarrow \boxed{R=0/1m}$ $A_1=A_2=\frac{\pi R^2}{2}=\frac{3\times(0/1)^2}{2}$ $A_1=A_2=0/015m^2$ مرحله ۳) به‌دست آوردن h_1 و h_2  شکل ۱-۲۹-۵ فاصله $h_1=300\times\left(\frac{1}{1000}m\right) \Rightarrow \boxed{h_1=0/3m}$ سطح A_1 از سطح آزاد مذاب فاصله سطح $h_2=H+50=300+50=350mm$ A_2 از سطح آزاد مذاب $h_2=350\times\frac{1}{1000}m \Rightarrow \boxed{h_2=0/35m}$ مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی $F_{N_1}=\rho' g h_1 A_1$ $F_{N_2}=\rho' g h_2 A_2$ $F_N=F_{N_1}+F_{N_2}$
	مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه‌ها و محاسبه ریاضی $F_{N_1}=7800\times10\times0/3\times0/015 \Rightarrow F_{N_1}=351N$ $F_{N_2}=7800\times10\times0/35\times0/015 \Rightarrow F_{N_2}=409/5N$ $F_N=351+409/5 \Rightarrow \boxed{F_N=760/5N}$

۱-۴-۵- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب :

درصورتی‌که سطح فوقانی قالب مسطح و هموار نبوده و به صورت خمیده و غیر مستوی باشد برای محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی می‌توان سطحی مستوی و موازی با سطح آزاد را به صورتی در نظر گرفت که فاصله این سطح تا سطح آزاد مذاب برابر با متوسط ارتفاع‌های سطح غیرمستوی تا سطح آزاد مذاب باشد. یعنی اگر یک سطح غیرمستوی در نقاط مختلف دارای ارتفاع‌های مختلف باشد می‌توان با محاسبه میانگین این ارتفاع‌ها، ارتفاع سطح مستوی موازی با سطح آزاد مذاب را به‌دست آورد که با توجه به آن می‌توان نیروی وارد بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب را با توجه به روابط زیر به‌دست آورد.

$$h_m = H - \frac{V}{A_۱}$$

که در آن :

h_m : میانگین ارتفاع‌های سطح غیرمستوی که برابر است با ارتفاع سطح مستوی معادل

H : ارتفاع راهگاه

V : حجم فضای محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش دو نیمه قالب

A' : مساحت سطح مستوی مؤثر که برابر است با تصویر سطح فوقانی قالب روی سطح جدایش با سطح موازی آن

لذا نیروی وارده بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$F_N = \rho' g h_m A'$$

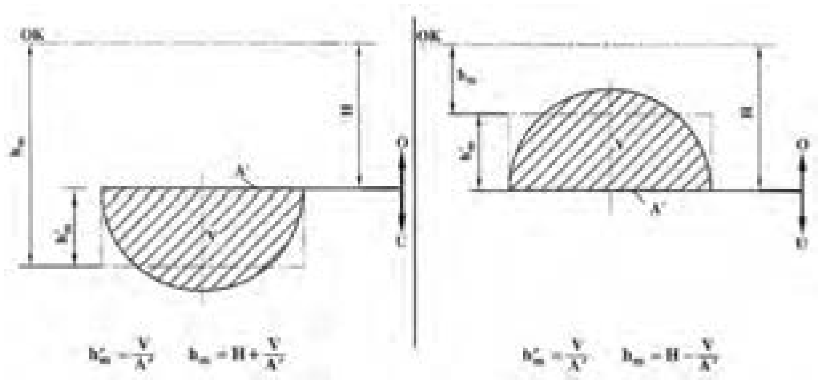
که در آن :

F_N : نیروی وارد بر سطح فوقانی N

ρ' : چگالی مذاب $kg/m^۳$

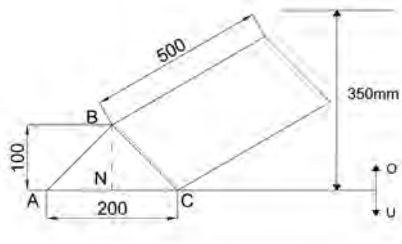
نکته ۱ : V حجم فضای بین سطح فوقانی قالب و سطح جدایش است و نباید با حجم محفظه قالب و مذابی که آن را پر می‌کند اشتباه گرفته شود چون ممکن است در این فضا ماهیچه وجود داشته باشد.

نکته ۲ : از این روش علاوه بر محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب می‌توان در محاسبه نیروی وارد بر کف و دیواره‌های قالب نیز استفاده کرد. ولی باید توجه کرد که در مورد قسمت‌های فوقانی قالب، ارتفاع متوسط (h'_m) از ارتفاع راهگاه (H) کاسته می‌شود، اما برای قسمت‌های کف قالب این ارتفاع راهگاه جمع می‌شود. (شکل ۳۱-۵)



شکل ۳۱-۵- ارتفاع متوسط نقاط سطح قالب تا سطح آزاد مذاب

مثال ۱۳-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی $۸۵۰۰ \,{}^{kg}\!/_{m^۳}$. $(g = ۱۰ \,{}^{m}\!/_{s^۲})$



شکل ۳۲-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

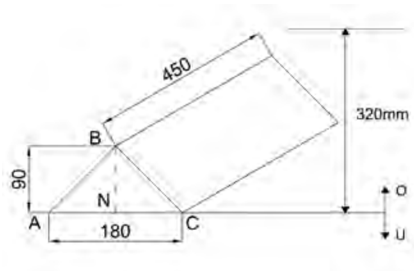
داده‌ها	خواسته
H= ۳۰۰mm $\rho = ۸۵۰۰ \,{}^{kg}\!/_{m^۳}$ $g = ۱۰ \,{}^{m}\!/_{s^۲}$	$F_N = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطوح فوقانی قالب تا سطح جدایش.

$$BN = ۱۰۰mm = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{BN = ۰/۱m}$$

$$AC = ۲۰۰mm = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{AC = ۰/۲m}$$

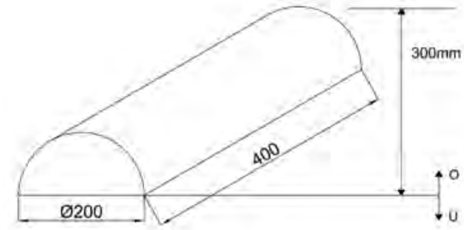
تمرین ۱۳-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی $۸۶۰۰ \,{}^{kg}\!/_{m^۳}$. $(g = ۱۰ \,{}^{m}\!/_{s^۲})$



شکل ۳۳-۵

حل (توسط هنرجو):

$$CD = ۵۰۰mm = ۵۰۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{CD = ۰/۵m}$$ سطح مثلث ABC $= \frac{BN \times AC}{۲} = \frac{۰/۱\times۰/۲}{۲} = ۰/۰۱m^۲$ = حجم محصور بین سطوح فوقانی تا سطح جدایش مساحت مثلث ABC $\times CD = ۰/۰۱\times۰/۵ = ۰/۰۰۵m^۳$ مرحله ۳) بدست آوردن تصویر سطوح فوقانی قالب بر روی سطح جدایش تصویر سطح فوقانی قالب بر روی سطح جدایش به صورت مستطیل است $A' = ۰/۲\times۰/۵ \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۱m^۲}$ مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله $$h_m = H - \frac{V}{A'}$$ $$F_N = \rho.g.h_m.A'$$ مرحله ۵) بەدست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب $$H = ۳۵۰mm = ۳۵۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{H = ۰/۳۵m}$$ $$h_m = ۰/۳۵ - \frac{۰/۰۰۵}{۰/۱} = ۰/۳۵ - ۰/۰۵ \Rightarrow \boxed{h_m = ۰/۳m}$$ مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب $$F_N = ۸۵۰۰\times۱۰\times۰/۳\times۰/۱ \Rightarrow \boxed{F_N = ۲۵۵۰N}$$	
مثال ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی $۸۲۰۰ \,{}^{kg}/_{m^۳}$. ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰\,{}^{m}/_{s^۲}$)	تمرین ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی $۸۳۰۰ \,{}^{kg}/_{m^۳}$. ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰\,{}^{m}/_{s^۲}$)



شکل ۳۴-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_N = ?$	$H = ۳۰۰\ mm$ $R = ۱۰۰\ mm$ $\rho = ۸۲۰۰ \,{}^{kg}\!/\!{}_{m^۳}$ $\pi = ۳$ $g = ۱۰$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش قالب.

نکته : حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش به صورت نیم استوانه می‌باشد.

$$R = ۱۰۰mm = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{R = ۰/۱m}$$

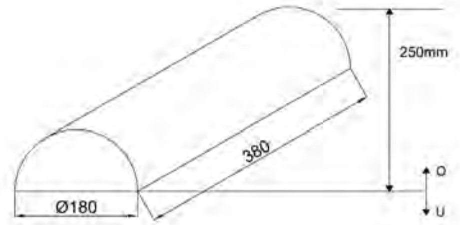
$$\text{طول قطعه} = ۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) = ۰/۴m$$

$$\text{سطح نیم‌دایره} = \frac{\pi R^۲}{۲} = \frac{۳ \times (۰/۱)^۲}{۲} = ۰/۰۱۵m^۲$$

V = حجم محصور = سطح نیم دایره $\times$ طول قطعه

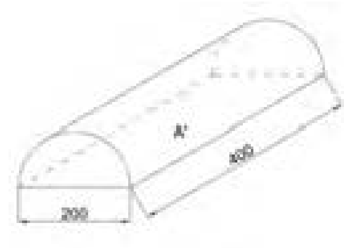
$$V = ۰/۰۱۵ \times ۰/۴ \Rightarrow \boxed{V = ۰/۰۰۶m^۳}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن مساحت تصویر سطح فوقانی قطعه که به شکل مستطیل است.



شکل ۳۵-۵

حل (توسط هنرجو):



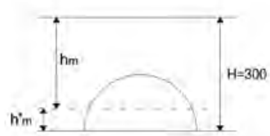
شکل ۱-۳۴-۵

$$\text{طول مستطیل } ۴۰۰\text{mm} = ۴۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m} = ۰/۴\text{m}$$

$$\text{عرض مستطیل} = ۲۰۰\text{mm} = ۲۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m} = ۰/۲\text{m}$$

$$A' = ۰/۴ \times ۰/۲\text{m} \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۰۸\text{m}^۲}$$

مرحله ۴) به‌دست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب



شکل ۲-۳۴-۵

$$H = ۳۰۰\text{mm} = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}\text{m}\right) \Rightarrow \boxed{H = ۰/۳\text{m}}$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = ۰/۳ - \frac{۰/۰۰۶}{۰/۰۸}$$

$$h_m = ۰/۳ - ۰/۰۷۵ \Rightarrow \boxed{h_m = ۰/۲۲۵\text{m}}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

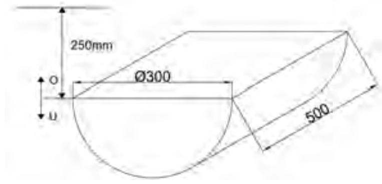
$$F_N = \rho g h_m A'$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق و محاسبه ریاضی

$$F_N = ۸۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۲۲۵ \times ۰/۰۸ \Rightarrow \boxed{F_N = ۱۴۷۶\text{N}}$$

مثال ۱۵-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی $۷۲۰۰ \,{}^{\text{kg}}\!/\!_{\text{m}^۳}$. ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ \,{}^{\text{m}}\!/\!_{\text{s}^۲}$)

تمرین ۱۵-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی $۷۴۰۰ \,{}^{\text{kg}}\!/\!_{\text{m}^۳}$. ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ \,{}^{\text{m}}\!/\!_{\text{s}^۲}$)



شکل ۳۶-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_s = ?$	$H = ۲۵۰\ mm$ $R = ۱۵۰\ mm$ $\rho = ۷۲۰۰\ {kg}/{m^۳}$ $g = ۱۰\ {m}/{s^۲}$ $\pi \approx ۳$

مرحله ۲) محاسبه مساحت تصویر کف قالب.

کف قالب به شکل مستطیل است به طول ۵۰۰mm در عرض ۳۰۰mm

$$\text{طول} = ۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) = ۰/۳m$$

$$\text{عرض} = ۵۰۰mm = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) = ۰/۵m$$

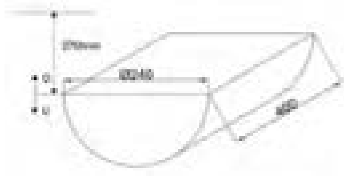
$$A' = ۰/۳ \times ۰/۵ \Rightarrow \boxed{A' = ۰/۱۵m^۲}$$

مرحله ۳) محاسبه جحم محصور بین کف قالب و سطح جدایش

نکته : این قطعه به شکل نیم استوانه است بنابراین حجم آن برابر است با مساحت قاعده (نیم دایره) در ارتفاع

$$R = ۱۵۰mm = ۱۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow R = ۰/۱۵m$$

$$\text{طول قطعه} = ۵۰۰mm = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) = ۰/۵m$$



شکل ۳۷-۵

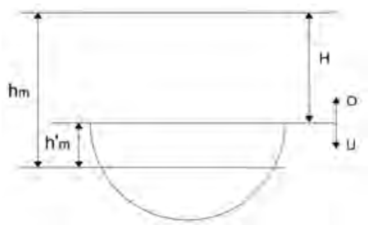
حل (توسط هنرجو):

$$\text{سطح دایره} = \frac{\pi R^{۲}}{۲} = \frac{۳\times(۰/۱۵)^{۲}}{۲} = ۰/۰۳۳۷۵m^{۲}$$

V = سطح دایره × طول قطعه = ۰/۰۳۳۷۵ × ۰/۵

$$\boxed{V = ۰/۰۱۶۸۷۵m^{۳}}$$

مرحله ۴) محاسبه ارتفاع متوسط قطعه تا سطح آزاد مذاب



شکل ۱-۳۶-۵

$$H = ۲۵۰mm = ۲۵۰\times\left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{H = ۰/۲۵m}$$

$$h_m = H + \frac{V}{A'} = ۰/۲۵ + \frac{۰/۰۱۶۸۷۵}{۰/۱۵}$$

$$h_m = ۰/۲۵ + ۰/۱۱۲۵ \Rightarrow \boxed{h_m = ۰/۳۶۲۵m}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح کف قالب

$$F_s = \rho g h A'$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و محاسبه ریاضی

$$F_s = ۷۲۰۰\times۱۰\times۰/۳۶۲۵\times۰/۱۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۳۹۱۵N}$$

۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)

مطابق اصل ارشمیدس هنگامی که یک جسم داخل سیال قرار می‌گیرد به اندازه وزن سیال هم حجم جسم از وزن جسم کاسته می‌شود. وزن سیال هم حجم جسم را نیروی ارشمیدس می‌نامند. این اصل از قانون پاسکال نتیجه می‌شود زیرا اگر جسمی استوانه‌ای شکل به طور قائم در داخل سیال به حالت تعادل قرار گرفته باشد مطابق شکل ۳۷-۵ خواهیم داشت :

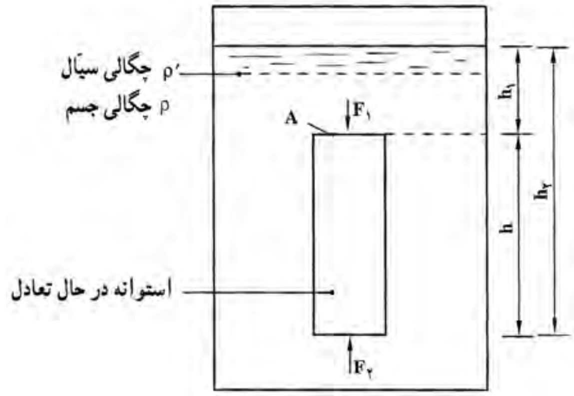
$$F_A = F_۲ - F_۱$$

که در آن :

F_A : نیروی ارشمیدس

F_2 : برابر نیرویی است که از طرف سیال به ارتفاع h_1 به جسم داده می‌شود.

F_1: برابر با نیرویی است که از طرف سیال با ارتفاع h_2 به جسم وارد می‌شود.



شکل ۳۷-۵- اندازه نیروی ارشمیدس

بنابراین خواهیم داشت :

$$\left.\begin{array}{c} F_A = \rho'.g.h_2.A - \rho'.g.h_1.A = \rho' g A(h_2 - h_1) \\ h = h_2 - h_1 \end{array}\right\} \Rightarrow F_A = \rho' g \times A$$

از طرفی Ah برابر است با حجم استوانه = V

$\rho' g$ برابر است با وزن مخصوص مذاب = d'

در نتیجه خواهیم داشت، F_A یا نیروی ارشمیدس :

نیروی ارشمیدس $F_A = d' \times V = W_f$ وزن سیال هم حجم استوانه

نیروی ارشمیدس همواره در امتداد عمودی و جهت آن به طرف بالاست. در این صورت اگر جسمی به جرم w در داخل یک سیال غوطه‌ور شود و نیروی ارشمیدس F_A باشد، لذا نیروی وارد بر جسم تفاضل این دو نیرو خواهد بود که به آن وزن ظاهری در داخل سیال گویند و با w' نشان می‌دهند.

$$w' = w - F_A$$

درصورتی‌که حجم جسم غوطه‌ور شده V و چگالی آن ρ و چگالی سیال ρ' فرض شود، خواهیم داشت :

$w = \rho.g.V$ وزن حقیقی جسم

$F_A = \rho'.g.V$ نیروی ارشمیدس

وزن ظاهری $w' = w - F_A = \rho.g.V - \rho'.g.V = \rho.g.V\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)$

$$\Rightarrow w' = \rho g V\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \Rightarrow \boxed{w' = w\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right)}$$

که در آن :

w : وزن حقیقی جسم برابر $\rho g V$

w' : وزن ظاهری جسم

ρ : چگالی جسم

ρ' : چگالی سیال (مذاب)

۱-۵-۵- حالت‌های مختلف وزن ظاهری

برحسب اینکه چگالی جسم نسبت به چگالی سیال بزرگ‌تر، مساوی و یا کوچک‌تر باشد می‌توان سه حالت را تشخیص داد

الف) اگر $\rho > \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال فرو رفته و با حرکت شتابدار به ته ظرف می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه کمتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به سمت پایین است.

ب) اگر $\rho < \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال صعود می‌کند و به سطح سیال می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه بیشتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به طرف بالاست.

ج) اگر $\rho = \rho'$ باشد، جسم در داخل سیال بدون حرکت باقی می‌ماند. در این حالت نیروی ارشمیدس برابر نیروی وزن قطعه خواهد بود و به جسم نیرویی وارد نمی‌شود.

مثال ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع $10\,cm$ از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست :

الف – وزن حقیقی قطعه

ب – نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج – وزن ظاهری قطعه در داخل آب

(چگالی فولاد $7800\,{}^{kg}\!/\!_{m^3}$ و چگالی آب $1000\,{}^{kg}\!/\!_{m^3}$)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
w قطعه $=?$ $F_A = ?$ $w' = ?$	ضلع $= 10\,cm$ فولاد $\rho = 7800\,{}^{kg}\!/\!_{m^3}$ آب $\rho = 1000\,{}^{kg}\!/\!_{m^3}$

تمرین ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع $15\,cm$ از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست:

الف – وزن حقیقی قطعه

ب – نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج – وزن ظاهری قطعه در داخل آب

حل (توسط هنرجو):

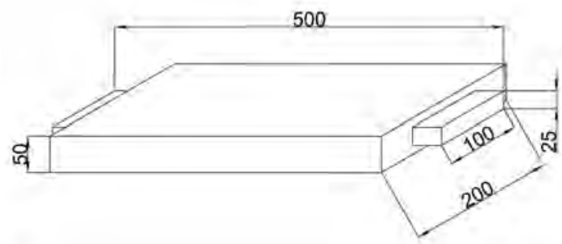
	مرحله ۲) محاسبه وزن حقیقی قطعه $\text{ضلع} = ۱۰cm = ۱۰ \times \frac{۱}{۱۰۰} m = ۰/۱m$ ابتدا حجم قطعه را حساب می‌کنیم $V = (\text{ضلع})^۳ = (۰/۱)^۳ \Rightarrow \boxed{V = ۰/۰۰۱m^۳}$ مکعب مرحله ۳) نوشتن روابط مربوط به حل مسأله $w = \rho.g.v$ وزن حقیقی $F_A = \rho'.g.v$ نیروی ارشمیدس $w' = w - F_A$ وزن ظاهری مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن حقیقی و محاسبه ریاضی $w = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱ \Rightarrow \boxed{w = ۷۸N}$ مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه نیروی ارشمیدس و محاسبه ریاضی $F_A = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱ \Rightarrow \boxed{F_A = ۱۰N}$ مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن ظاهری و محاسبه ریاضی $w' = ۷۸ - ۱۰ \Rightarrow \boxed{w' = ۶۸}$ راه دیگر : $w' = w\left(۱ - \frac{\rho'}{\rho}\right) = ۷۸\left(۱ - \frac{۱۰۰۰}{۷۸۰۰}\right)$ $w' = ۷۸(۱ - ۰/۱۲۸) \Rightarrow \boxed{w' = ۶۸N}$

۶-۵- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه :

زمانی که قالب پر می‌شود تمام قسمت‌های مختلف قالب شامل جداره‌ها و سطوح قالب در اثر فشار مذاب تحت نیرو قرار می‌گیرند، این نیرو می‌تواند سبب تغییرات و جابجایی قسمت‌های ضعیف قالب و حتی ماهیچه‌ها گردد. مطابق قانون پاسکال و اصل ارشمیدس در اثر فشار مناسب وزن ماهیچه‌ها از وزن واقعی آنها کمتر می‌شود، از

طرف دیگر چگالی ماهیچه‌ها اغلب کمتر از چگالی مذاب می‌باشد که این خود سبب بلند شدن ماهیچه می‌شود. نیروی وارد شده بر ماهیچه توسط سطوح قالب در تماس با تکیه گاه ماهیچه‌ها خنثی می‌شود، در غیراینصورت ماهیچه حرکت کرده و باعث تولید قطعه معیوب می‌شود، نیروهای وارد به تکیه گاه‌ها معمولاً به قالب‌های فوقانی منتقل می‌شود که اگر این نیروها بیشتر از وزن قالب رویی باشد باعث تکان خوردن درجه روئی و در نتیجه معیوب شدن قطعه ریختگی می‌شود. (چنانچه ماهیچه‌ها استحکام کافی نداشته باشند شکسته می‌شوند به همین علت از آرماتور و لوله مشبک در داخل ماهیچه استفاده می‌گردد)

مثال ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب ۲۴۰۰ $kg/m^۳$ و ۷۸۰۰ $kg/m^۳$ باشد. مطلوبست : وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی، ($g = ۱۰\, m/s^۲$)



شکل ۳۹-۵

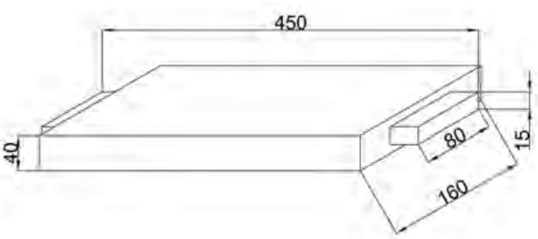
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$w = ?$	$\rho_k = ۲۴۰۰\, kg/m^۳$
$F_A = ?$	$\rho' = ۷۸۰۰\, kg/m^۳$
$w'_k = ?$	

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم کل ماهیچه

تمرین ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب ۲۱۰۰ $kg/m^۳$ و ۷۶۰۰ $kg/m^۳$ باشد. وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی را حساب کنید ($g = ۱۰\, m/s^۲$)



شکل ۴۰-۵

حل (توسط هنرجو):

ماهیچه به همراه تکیه گاه به شکل مکعب مستطیل با ابعاد ۵۰۰ × ۱۰۰ × ۲۵ میلی‌متر می‌باشد، بنابراین حجم آن برابر است با :

$$۲۵۰mm = ۲۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۰۲۵m$$

$$۱۰۰mm = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۱m$$

$$۵۰۰mm = ۵۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۵m$$

حجم کل ماهیچه $V_k = ۰/۵ \times ۰/۱ \times ۰/۰۲۵ \Rightarrow \boxed{V_k = ۰/۰۰۱۲۵m^۳}$

مرحله ۳) محاسبه حجم قسمتی از ماهیچه که در تماس با مذاب است.

با توجه به شکل داریم که ۴۰۰mm از طول ماهیچه در تماس با مذاب است. بنابراین ابعاد ماهیچه در تماس با مذاب عبارت است از :

$$۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۴m$$

حجم ماهیچه در تماس با مذاب $V_A = ۰/۰۲۵ \times ۰/۱ \times ۰/۴ \Rightarrow \boxed{V_A = ۰/۰۰۱m^۳}$

مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل مسأله

$$w_k = \rho.g.V_k$$

$$F_A = \rho'.g.V_A$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

مرحله ۵) محاسبه وزن حقیقی براساس رابطه آن :

$$w_k = ۲۴۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱۲۵ \Rightarrow \boxed{w_k = ۳۰N}$$

مرحله ۶) محاسبه نیروی ارشمیدس با توجه به رابطه آن :

نکته : با توجه به اینکه $۴۰۰\ mm$ از ماهیچه در تماس با مذاب است برای محاسبه نیروی ارشمیدس باید حجم این $۴۰۰\ mm$ از ماهیچه در رابطه قرار داده شود.

$$F_A = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۱ \Rightarrow \boxed{F_A = ۷۸N}$$

مرحله ۷) محاسبه وزن ظاهری

$$w'_k = ۳۰ - ۷۸ \Rightarrow \boxed{w'_k = -۴۸N}$$

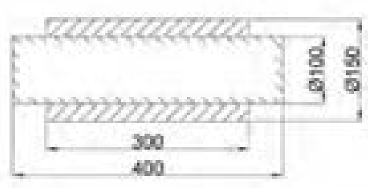
مثال ۱۸-۵ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $۱۵۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ و $۶۴۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ باشد. مطلوبست

الف – وزن حقیقی ماهیچه (w_k)

ب- نیروی ارشمیدس (F_A)

ج - وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر تکیه گاه

$(\pi = ۳ \text{ و } g = ۱۰ \, {m}/{s^۲})$



شکل ۴۱-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

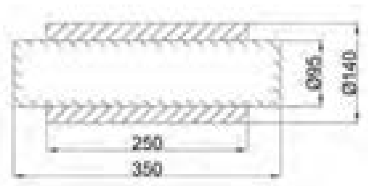
خواسته‌ها	داده‌ها
$w_k = ?$	$\rho_k = ۱۵۰۰ \, {kg}/{m^۳}$
$F_A = ?$	$\rho' = ۶۴۰۰ \, {kg}/{m^۳}$
$w'_k = ?$	$g = ۱۰ \, {m}/{s^۲}$
نیروی وارد بر تکیه گاه = ?	$\pi = ۳$

تمرین ۱۸-۵ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. درصورتی‌که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب $۱۴۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ و $۶۳۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ باشد. مطلوبست :

الف – وزن حقیقی ماهیچه

ب – نیروی ارشمیدس

ج – وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر هر تکیه گاه ($(\pi = ۳ \text{ و } g = ۱۰ \, {m}/{s^۲})$)



شکل ۴۲-۵

حل (توسط هنرجو):

	مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم کل ماهیچه ماهیچه استوانه‌ای شکل است و حجم آن برابر است با حاصلضرب مساحت قاعده (دایره) در ارتفاع آن. ماهیچه $D_k = ۱۰۰mm = ۱۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) \Rightarrow \boxed{D_k = ۰/۱m}$ مساحت دایره $= \frac{\pi D^۲}{۴} = \frac{۳ \times (۰/۱)^۲}{۴} = ۰/۰۰۷۵m^۲$ طول ماهیچه $= ۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۴m$ $V_k =$ مساحت دایره $\times$ طول ماهیچه $V_k = ۰/۰۰۷۵ \times ۰/۴ \Rightarrow \boxed{V_k = ۰/۰۰۳m^۳}$ مرحله ۳) به‌دست آوردن حجم قسمتی از ماهیچه که در تماس با مذاب است. طولی از ماهیچه که در تماس با مذاب است برابر است با طول قطعه یعنی ۳۰۰ mm می‌باشد. $۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۳m$ $V_A =$ مساحت دایره $\times ۰/۳$ $V_A = ۰/۰۰۷۵ \times ۰/۳ \Rightarrow \boxed{V_A = ۰/۰۰۲۲۵m^۳}$ مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز $w_k = \rho g V_k$ $F_A = \rho' g V_A$ $w'_k = w_k - F_A$ مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن حقیقی $w_k = ۱۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۳ \Rightarrow \boxed{w_k = ۴۵N}$ مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی ارشمیدس $F_A = ۶۴۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۰۲۲۵ \Rightarrow \boxed{F_A = ۱۴۴N}$ مرحله ۷) به‌دست آوردن وزن ظاهری $w'_k = ۴۵ - ۱۴۴ \Rightarrow \boxed{w'_k = -۹۹N}$

علامت منفی نشان دهنده این است که نیرو به سمت بالا می‌رود. مرحله ۸) به‌دست آوردن نیروهای وارد بر تکیه گاه با توجه به اینکه ماهیچه دارای دو تکیه گاه می‌باشد. نیروی وارد بر تکیه گاه برابر است با نصف وزن ظاهری ماهیچه. $= \frac{w'}{۲} = \frac{۹۹}{۲} = ۴۹/۵N$ نیروی وارد بر هر تکیه گاه	

۷-۵- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه‌گذاری روی درجه : (F_A)

معمولاً نیروی بالابرنده درجه فوقانی F برابر است با مجموع برآیند نیروهای وارد شده به سطح فوقانی قالب (F_N) و همچنین وزن ظاهری ماهیچه (w'_k) است، که این نیرو مزاحم است و باید با وزنه‌گذاری صحیح روی قالب فوقانی اثر آن خنثی شود. در عمل باید وزن قالب فوقانی و محتوی آن (F_C) وزنه (f_w) مجموعاً ۱/۵ برابر نیروی بالابرنده قالب باشد.

$$F_w + F_C = ۱/۵(F_N + w'_k)$$

معادله فوق زمانی صادق است که وزن ظاهری ماهیچه (w'_k) هم جهت با نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب (F_N) باشد که با یکدیگر جمع شوند. یا به عبارت دیگر نیروی ارشمیدس (F_A) بزرگ‌تر از وزن حقیقی ماهیچه (w_k) باشد. در غیر اینصورت جهت وزن ظاهری به سمت پایین بوده و در بالا بردن درجه فوقانی تأثیری ندارد، در این صورت وزن ظاهری به سطوح تکیه گاه‌های ماهیچه در قالب پایین منتقل می‌شود که با نیروی عکس‌العمل این سطوح خنثی خواهد شد.

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

که در آن :

F_w : مقدار وزنه

F_N : نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

F_A : نیروی ارشمیدس

w_k : وزن حقیقی ماهیچه

F_C : وزن درجه رویی و محتوای آن

شرط برقراری این رابطه عبارت است از : $F_A - w_k \geq ۰$

مثال ۱۹-۵ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب $F_N = ۴۰۰N$ ، درصورتی‌که وزن درجه فوقانی با محتویات آن $F_C = ۲۰۰N$ باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلندشدن قالب رویی می‌شود، چقدر است. ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد.

حل :

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$f_w = ?$	$F_N = ۴۰۰N$ $F_C = ۲۰۰N$ ۱/۵ = ضریب اطمینان

مرحله ۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$f_w = ۱/۵(f_N + f_A - w_k) - f_C$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و محاسبه ریاضی

- با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه می‌باشد، w_k و (F_A) برابر صفر است.

$$f_w = ۱/۵(۴۰۰ + ۰ - ۰) - ۲۰۰$$

$$f_w = ۴۰۰N$$

تمرین ۱۹-۵ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب ۴۸۰ N است. درصورتی‌که وزن درجه فوقانی با محتویات آن $F_C = ۲۵۰N$ باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلندشدن قالب رویی می‌شود چقدر است. ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد.

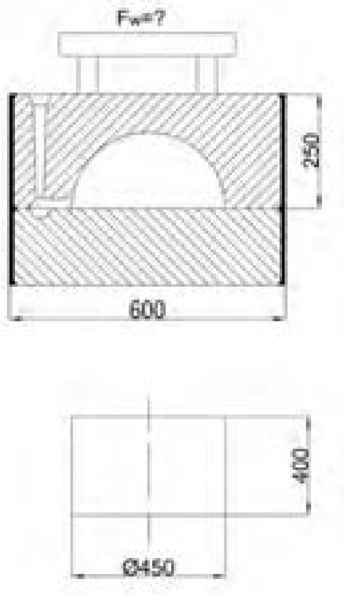
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۵ با توجه به شکل زیر درصورتی‌که مذاب از جنس برنز با وزن مخصوص $۸۲۰۰ \,{}^{kg}\!/\!{}_{m^۳}$ باشد. مطلوب است تعیین اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار داده شود و قطعه به شکل نیم استوانهای و ابعاددرجه فوقانی برحسب میلی‌متر عبارت است از ۲۵۰ × ۶۰۰ × ۶۰۰ وزن درجه فوقانی ۴۰ kgf و فرض می‌شود که سیستم راهگاهی از ماسه پر است، ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد. $\rho' = ۱۸۰۰ \,{}^{kg}\!/\!{}_{m^۳}$ و

$F_N = ?$

تمرین ۲۰-۵ مطلوبست محاسبه وزنه لازم جهت وزنه‌گذاری قالب ریخته شده از چدن در صورتیکه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب ۳kN و نیروی وارد بر تکیه‌گاههای ماهیچه ۲kN و وزنه درجه رویی ۱۰۰kg و ماسه محتوی آن ۲۰۰ کیلوگرم باشد. ضریب اطمینان ۱/۵ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):



شکل ۴۳-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
برنز $\rho = ۸۲۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ ابعاد درجه = ۲۵۰ × ۶۰۰ × ۶۰۰ وزن مخصوص $\rho' = ۱۸۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ ماسه فشرده شده وزن درجه فوقانی = ۴۰ Kgf ضریب اطمینان = ۱/۵	$F_N = ?$ $F_C = ?$ $F_w = ?$

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه است F_A (نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه) و w_k (وزن حقیقی ماهیچه) برابر صفر است بنابراین خواهیم داشت :

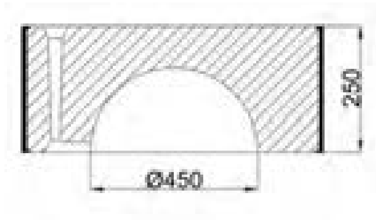
$$F_w = ۱/۵ F_N - F_C$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن F_N نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

با توجه به اینکه سطح فوقانی قالب به شکل نیم استوانه است نیروی وارد بر سطح فوقانی از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\text{برنز}\quad F_N = \rho.g.h_m.A'$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$



شکل ۱-۴۳-۵

سطح مقطع × طول = حجم نیم استوانه = V حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش

$$\text{قطر دایره}\quad d = ۴۵۰mm = ۴۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۴۵m$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = \frac{\frac{۱}{۲}\pi d^۲}{۴} = \frac{\frac{۱}{۲} \times ۳ \times (۰/۴۵)^۲}{۴}$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = ۰/۰۷۶m^۲$$

$$\text{طول قطعه} = ۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۴m$$

$$\text{حجم محصور}\quad V = ۰/۴ \times ۰/۰۷۶ = ۰/۰۳۰۴m^۳$$

تصویر سطح فوقانی روی سطح جدایش=

$$A' = \text{سطح مستطیل} = ۰/۴۵ \times ۰/۴ = ۰/۱۸m^۲$$

$$\text{طول راهگاه} = ۲۵۰mm = ۲۵۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۲۵m$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = ۰/۲۵ - \frac{۰/۰۳۰۴}{۰/۱۸}$$

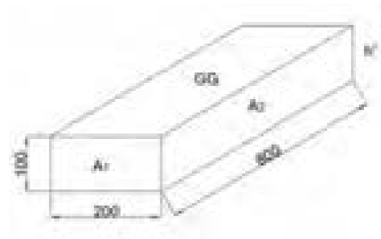
$$h_m = ۰/۲۵ - ۰/۱۶۸ \Rightarrow \boxed{h_m = ۰/۰۸۲m}$$

$$F_N = \rho \times g \times h_m \times A'$$

$$F_N = ۸۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۸ \times ۰/۰۸۲$$

$$\boxed{F_N = ۱۲۱۰/۳N}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن حجم ماسه داخل درجه : حجم نیم استوانه – حجم داخل درجه = حجم ماسه داخل درجه حجم مکعب مستطیل = حجم داخلی درجه= $= ۶۰۰\ mm \times ۶۰۰\ mm \times ۲۵۰\ mm$ $= ۰/۶\ m \times ۰/۶\ m \times ۰/۲۵\ m$ $۰/۰۹m^{۳} =$ حجم مکعب مستطیل = حجم داخل درجه حجم نیم استوانه $V = \frac{\frac{۱}{۲}\pi\times(۰/۴۵)^{۲}}{۴}\times ۰/۴$ حجم نیم استوانه $V = ۰/۰۳۰۴m^{۳}$ حجم ماسه $= ۰/۰۹ - ۰/۰۳۰۴ = ۰/۰۵۹۶m^{۳}$ مرحله ۴) به‌دست آوردن وزن ماسه وزن ماسه $= \rho' \times$ حجم ماسه $\times g$ وزن ماسه $= ۱۸۰۰\times ۰/۰۵۹۶\times ۱۰ = ۱۰۷۲/۸N$ مرحله ۵) به‌دست آوردن F_C : $F_C =$ وزن ماسه + وزن درجه وزن درجه $= ۴۰kgf = ۴۰\times(۱\times ۱۰N) = ۴۰۰N$ $F_C = ۴۰۰ + ۱۰۷۲/۸ = ۱۴۷۲/۸N$ مرحله ۶) به‌دست آوردن F_w : $F_w = (۱/۵\times F_N) - F_C$ $F_w = (۱/۵\times ۱۲۱۰/۳) - ۱۴۷۲/۸$ $F_w = ۳۴۲/۶۵N$ $F_w = ۳۴۲/۶۵\times\frac{۱}{۱۰}kgf =$ $\boxed{F_w = ۳۴/۲۶۵kgf}$	
مثال ۲۱-۵ مطلوبست محاسبه نیروهای وارد بر سطوح $A_۱$ و $A_۲$ در شکل زیر درصورتی‌که ارتفاع راهبار $H = ۳۰۰\ mm$ و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $\rho' = ۷۰۰۰ \,{}^{kg}/_{m^{۳}}$ باشد. $((g = ۱۰ \,{}^{m}/_{s^{۲}}))$	تمرین ۲۱-۵ با توجه به شکل زیر نیروهای وارد بر سطوح $A_۱$ و $A_۲$ درصورتی‌که ارتفاع راهبار ۲۵۰ mm و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $۶۸۰۰ \,{}^{kg}/_{m^{۳}}$ باشد را حساب کنید. $((g = ۱۰ \,{}^{m}/_{s^{۲}}))$



شکل ۴۴-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_2 = ?$ $A_1 = ?$ $F_{s_1} = ?$ $F_{s_2} = ?$	$H = 300\ mm$ $\rho = 7000\ kg/m^3$ $g = 10\ m/s^2$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله

$$h_s = H + \frac{h'}{2}$$

$$F_s = \rho'.g.h_s.A$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن A_2, A_1 و h' و h_s

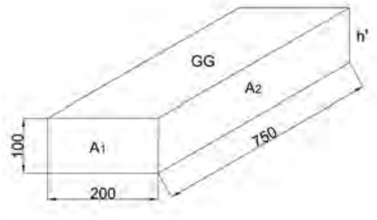
$$\begin{cases} A_1 = 100 \times 200 = 20000 mm^2 \\ 20000 \times \frac{1}{1000000} m^2 = 0/02 m^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_2 = 100 \times 800 = 80000 mm^2 \\ 80000 \times \frac{1}{1000000} m^2 = 0/08 m^2 \end{cases}$$

$$h' = 100 mm$$

$$\begin{cases} h_s = 300 + \frac{100}{2} = 350 mm \\ 350 \times \frac{1}{1000} = 0/35 m \end{cases}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و محاسبه ریاضی



شکل ۴۵-۵

حل (توسط هنرجو):

$$F_{s_{۱}} = \rho.g.h_s \times A_{۱}$$

$$F_{s_{۱}} = ۷۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۲$$

$$\boxed{F_{s_{۱}} = ۴۹۰N}$$

$$F_{s_{۲}} = \rho.g.h_s \times A_{۲}$$

$$F_{s_{۲}} = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۸$$

$$\boxed{F_s = ۱۹۶۰N}$$

مثال ۲۲-۵ دریک قالب نیروی بالابرنده $F_N = ۶۰۰N$ و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن $F_C = ۵۰۰N$ می‌باشد. مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می‌باشد.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$F_w = ?$	$F_N = ۶۰۰N$ $F_C = ۵۰۰N$ ۱/۵ = ضریب اطمینان

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله

$$F_w = ۱/۵(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

نکته : با توجه به اینکه ماهیچه در قالب وجود ندارد F_A و w_k صفر خواهد بود.

$$F_w = ۱/۵(۶۰۰ + ۰ - ۰) - ۵۰۰$$

$$\boxed{F_w = ۴۰۰N}$$

تمرین ۲۲-۵ در یک قالب نیروی بالابرنده ۵۰۰ N و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن ۴۱۵۰ N می‌باشد مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

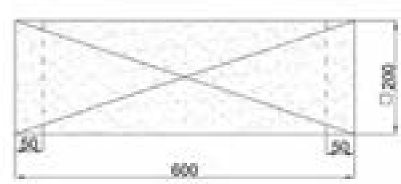
مثال ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی $\rho_k = ۱۲۰۰ \, {kg}/{m^۳}$، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی $\rho' = ۷۰۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ باشد مطلوبست : $(g = ۱۰ \, {m}/{s^۲})$

تمرین ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی $۱۳۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ ، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی $۶۹۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ باشد، مطلوبست : $(g = ۱۰ \, {m}/{s^۲})$

الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب N

ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب N

ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب N



شکل ۴۶-۵

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
ماهیچه $\rho_k = 1200 \, kg/m^3$ مذاب $\rho' = 7000 \, kg/m^3$ $g = 10 \, m/s^2$	$w_k = ?$ $F_A = ?$ $w'_k = ?$

مرحله ۲) محاسبه حجم ماهیچه

طول و عرض و قاعده ماهیچه $= 200mm = 200 \times \left(\frac{1}{1000} m\right) = 0/2m$

ارتفاع ماهیچه و تکیه گاه $= 600mm = 600 \times \left(\frac{1}{1000} m\right) = 0/6m$

حجم ماهیچه با تکیه گاه $V_k = 0/2 \times 0/2 \times 0/6 = 0/024m^3$

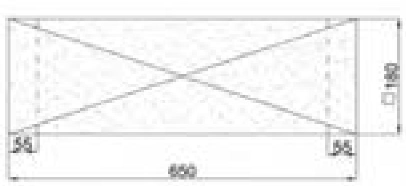
ارتفاع ماهیچه بدون تکیه گاه $= 600 - 50 - 50 = 500mm$

$$= 500 \times \frac{1}{1000} m = 0/5m$$

الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب نیوتن

ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب نیوتن

ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب نیوتن



شکل ۴۷-۵

حل (توسط هنرجو):

$V' = ۰/۲ \times ۰/۲ \times ۰/۵ = ۰/۰۲ m^۳$ حجم ماهیچه بدون تکیه گاه

مرحله ۳) نوشتن رابطه و محاسبه ریاضی

$$w_k = \rho_k g V_k$$

$$F_A = \rho' g V'_k$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

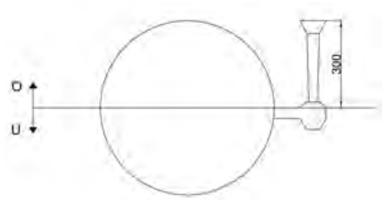
$$w_k = ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۰۲۴ \Rightarrow \boxed{w_k = ۲۸۸N}$$

$$F_A = ۷۰۰۰ \times ۰/۰۲ \times ۱۰ \Rightarrow \boxed{F_A = ۱۴۰۰N}$$

$$w'_k = ۲۸۸ - ۱۴۰۰ \Rightarrow \boxed{w'_k = -۱۱۱۲N}$$

با توجه به اینکه نیروی وارد بر ماهیچه از طرف مذاب بیشتر از وزن حقیقی ماهیچه می‌باشد، وزن ظاهری ماهیچه منفی است که نشان دهنده این است که مذاب تمایل دارد ماهیچه را از محل خود در قالب به سمت بالا حرکت دهد.

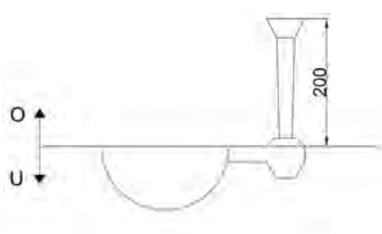
مثال ۲۴-۵ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه کروی شکل به قطر ۴۰۰ mm را نشان می‌دهد، چنانچه مذاب نوعی فولاد ریختگی به چگالی $\rho = ۷۰۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ باشد، نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ \, {m}/{s^۲}$)



شکل ۴۸-۵

حل:

تمرین ۲۴-۵ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه به شکل نیمکره به قطر ۲۰۰ mm را نشان می‌دهد. چنانچه مذاب نوعی برنج به چگالی $۸۵۰۰ \, {kg}/{m^۳}$ باشد. نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. ($\pi = ۳$ و $g = ۱۰ \, {m}/{s^۲}$)



شکل ۴۹-۵

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = ۴۰۰\ mm$ $H = ۳۰۰\ mm$ $\rho = ۷۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ $\pi = ۳$	$F_N = ?$ $F'_N = ?$

مرحله ۲) به‌دست آوردن حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها و حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش.

با توجه به اینکه شکل قطعه کروی است حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها با حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش درجه برابر حجم نیمکره است.

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳$$

$$r = \frac{۴۰۰}{۲} = ۲۰۰ mm$$

$$r = ۲۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow r = ۰/۲ m$$

$$V_s = \frac{۴}{۳}\pi \times (۰/۲)^۳ \Rightarrow V_s = ۰/۰۳۲ m^۳$$ کره

حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش =

حجم محصور بین سطح جدایش و سطح تحتانی قالب

چون هر کدام نصف کره می‌باشند.

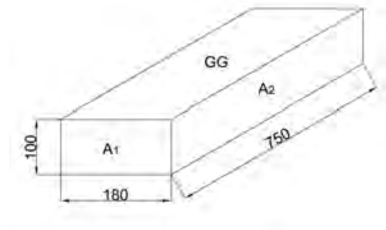
$$V = \frac{V_s}{۲} = \frac{۰/۰۳۲}{۲} \Rightarrow V = ۰/۰۱۶ m^۳$$

مرحله ۳) محاسبه مساحت سطح مستوی موازی با سطح آزاد مذاب

نکته : این سطح به شکل دایره با شعاع کره است.

$$A' = \pi r^۲ \Rightarrow A' = ۳ \times (۰/۲)^۲ \Rightarrow A' = ۰/۱۲ m^۲$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوطه $h_m = H - \frac{V}{A'}$ سطح فوقانی $h_m = H + \frac{V}{A'}$ سطح تحتانی نیروی وارد بر سطح فوقانی و تحتانی $F_N = \rho g.h_m.A'$ مرحله ۵) محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب $h_m = H - \frac{V}{A'}$ $H = ۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}m\right) = ۰/۳m$ $h_m = ۰/۳ - \frac{۰/۰۱۶}{۰/۱۲} \Rightarrow h_m = ۰/۱۶۷m$ $F_N = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۶۷ \times ۰/۱۲ \Rightarrow$ $\boxed{F_N = ۱۴۰۲/۸N}$ مرحله ۶) محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب $h_m = H + \frac{V}{A'}$ $h_m = ۰/۳ + \frac{۰/۰۱۶}{۰/۱۲} \Rightarrow h_m = ۰/۴۳$ $F'_N = ۷۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴۳ \times ۰/۱۲$ $\boxed{F'_N = ۳۶۱۲N}$	
مثال ۲۵-۵ مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطوح $A_۱$ و $A_۲$ و کف قالب شکل زیر درصورتی‌که ارتفاع راهگاه ۳۰۰ mm و مذاب از چدن خاکستری با چگالی $۶۵۰۰ \, kg/m^۳$ باشد $(g = ۱۰ \, m/s^۲)$	تمرین ۲۵-۵ مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطح $A_۱$ و $A_۲$ و کف قالب شکل زیر درصورتی‌که ارتفاع راهگاه mm۲۵۰ و مذاب از فولاد با چگالی $۷۲۰۰ \, kg/m^۳$ باشد. $(g = ۱۰ \, m/s^۲)$



شکل ۵۰-۵

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
سطح کف قالب $A = ?$ $A_1 = ?$ $A_2 = ?$ $f_1 = ?$ $f_2 = ?$ $f = ?$	$H = ۳۰۰\ mm$ ارتفاع قطعه $h' = ۱۰۰cm$ $\rho = ۶۵۰۰ \, kg/m^۳$ $g = ۱۰ \, m/s^۲$

مرحله ۲) به‌دست آوردن مساحت سطح A_1 و A_2 و A_N

$$A_1 = ۱۸۰ \times ۱۰۰ = ۱۸۰۰۰ mm^۲$$

$$A_1 = ۱۸۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_1 = ۰/۰۱۸ m^۲}$$

$$A_2 = ۷۵۰ \times ۱۰۰ = ۷۵۰۰۰ mm$$

$$A_2 = ۷۵۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰}\right)^۲ \Rightarrow \boxed{A_2 = ۰/۰۷۵ m^۲}$$

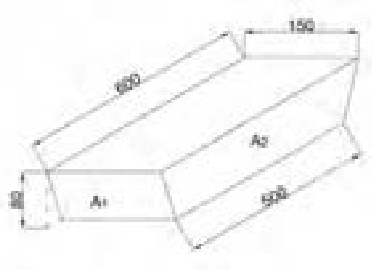
$$A = ۷۵۰ \times ۱۸۰ = ۱۳۵۰۰۰ mm^۲$$

$$A = ۱۳۵۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow \boxed{A = ۰/۱۳۵ m^۲}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوطه :

نیروی وارد بر جداره جانبی قالب :

برای دیواره $F_s = \rho . g . h_s . A'$



شکل ۵۱-۵

حل (توسط هنرجو):

$h_s = H + \frac{h'}{۲}$ برای اندازه‌های $A_۱$ و $A_۲$

نیروی وارد بر کف قالب :

$$F = \rho g h A$$

$$h = H + h'$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه به‌دست آمده نیروهای وارد بر سطوح $A_۱$ و $A_۲$

$$h_{s_۱} = ۳۰۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{h_{s_۱} = ۳۵۰mm}$$

$$h_{s_۱} = ۳۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow h_{s_۱} = ۰/۳۵m$$

$$h_{s_۲} = ۳۰۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow h_{s_۲} = ۳۵۰mm$$

$$h_{s_۲} = ۳۵۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow h_{s_۲} = ۰/۳۵m$$

$$F_{s_۱} = ۶۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۱۸ \Rightarrow \boxed{F_{s_۱} = ۴۰۹/۰۵N}$$

$$F_s = ۶۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵ \times ۰/۰۷۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۱۷۰۶/۲۵N}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در روابط نیروی وارد برکف قالب و محاسبه ریاضی

$$h = ۳۰۰ + ۱۰۰ = ۴۰۰mm$$

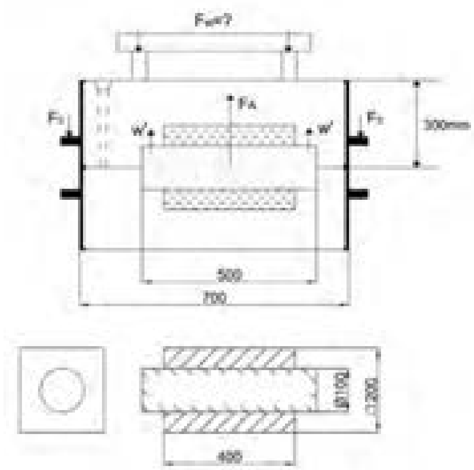
$$h = ۴۰۰ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰۰} m\right) \Rightarrow h = ۰/۴m$$

$$F_N = ۶۵۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۴ \times ۰/۱۳۵ \Rightarrow \boxed{F_N = ۳۵۱۰N}$$

مثال ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن $۷۸۰۰ \, {}^{kg}/_{m^۳}$ باشد، اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. درصورتی‌که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی ۳۰۰ × ۴۰۰ × ۷۰۰ میلی‌متر و وزن ۵۰kgf باشد.

تمرین ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن $۷۶۰۰ \, {}^{kg}/_{m^۳}$ باشد،اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. درصورتی‌که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی ۲۰۰ × ۵۰۰ × ۶۰۰ میلی‌متر و وزن ۴۰kgf باشد

(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی $۲۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و چگالی ماسه ماهیچه $۱۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری ۱/۵ $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و $\pi = ۳$، فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌باشد)



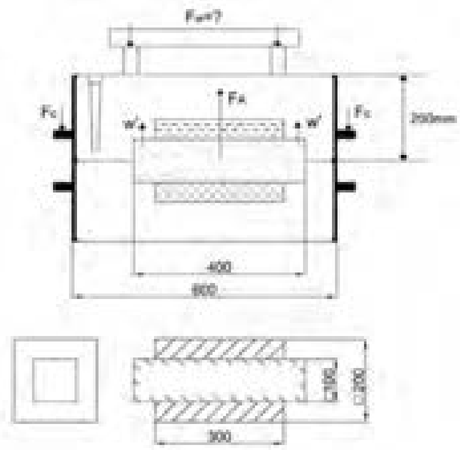
شکل ۵-۵۲

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$F_N = ?$ نیروی وارد بر سطح فوقانی	$\rho = ۷۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ چدن Kgf۵۰ = وزن درجه فوقانی
$F_A = ?$ نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه	$\rho_۱ = ۲۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ ماسه فشرده و مرطوب
$w_k = ?$ وزن حقیقی ماهیچه	$\rho_۲ = ۱۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ ماسه ماهیچه
$F_C = ?$ وزن درجه و محتوای آن	۱/۵ = ضریب اطمینان $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$
$F_w = ?$ اندازه وزنه	$\pi = ۳$

(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی $۱۵۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و چگالی ماسه ماهیچه $۱۴۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری ۱/۵، $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و $\pi = ۳$ فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌شود.



شکل ۵-۵۳

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$F_w = 1/5(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

مرحله ۳) محاسبه F_N نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب.

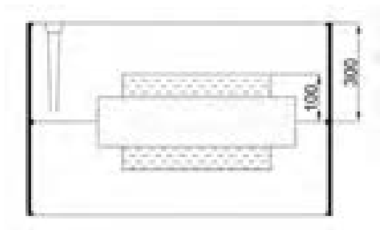
با توجه به اینکه قطعه مکعب مستطیل است، سطح فوقانی قالب به شکل مستطیل به ابعاد ۴۰۰ × ۲۰۰ میلی‌متر است.

بنابراین رابطه F_N برای سطوح مستوی خواهیم داشت :

$$F_N = \rho g h A$$

$$A = \text{طول} \times \text{عرض} = 200 \times 400 = 80000\,mm^2$$

$$A = 80000 \times \left(\frac{1}{1000000} m^2\right) \Rightarrow \boxed{A = 0/08 m^2}$$



شکل ۱-۵۲-۵

h = ۳۰۰ − ۱۰۰ فاصله سطح فوقانی از سطح آزاد مذاب

$h = 200mm$

$$h = 200 \times \frac{1}{1000} m$$

$h = 0/2m$

چدن $\rho = 7800 \, kg/m^3$

$g = 10 \, m/s^2$

$$F_N = 7800 \times 10 \times 0/2 \times 0/08 \Rightarrow F_N = 1248N$$

مرحله ۳) محاسبه F_A نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه که به سمت بالا است.

نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه $F_A = \rho g.V'_2$

چدن $\rho = 7800 \, kg/m^3$ و $g = 10 \, m/s^2$

$V_2 =$ حجم قسمتی از ماهیچه که در مذاب غوطه‌ور است.

سطح مقطع ماهیچه $\times$ طول قطعه

طول قطعه $= 400m = 400 \times \frac{1}{1000} = 0/4m$

قطر ماهیچه $= 100mm = 100 \times \frac{1}{1000} = 0/1m$

$$V'_2 = 0/4 \times \frac{\pi \times (0/1)^2}{4} = \frac{0/4 \times 3 \times (0/1)^2}{4}$$

$$\boxed{V'_2 = 0/003m^3}$$

$$F_A = 7800 \times 10 \times 0/003 \Rightarrow \boxed{F_A = 2340N}$$

مرحله ۴) محاسبه w_k وزن حقیقی ماهیچه

$$w_k = \rho_2 g V_2$$

$$\rho_2 = 1500 \, kg/m^3 , g = 10, \pi = 3$$

سطح مقطع ماهیچه $\times$ طول ماهیچه $=$ V_2 حجم کل ماهیچه

طول ماهیچه $= 500 = 500 \times \frac{1}{1000} = 0/5m$

قطر ماهیچه $= 0/1m$

$$V_2 = 0/5 \times \frac{\pi \times (0/1)^2}{4} = \frac{0/5 \times 3 \times 0/01}{4}$$

$$V_2 = 3/75 \times 10^{-3}$$

$$w_k = 1500 \times 10 \times 3/75 \times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{w_k = 56/25N}$$

مرحله ۵) محاسبه F_C : وزن لنگه درجه فوقانی محتوی ماسه لنگه درجه فوقانی از خود درجه و ماسه محتوی آن تشکیل شده است. بنابراین باید وزن ماسه مرطوب فشرده شده را به‌دست آورد. با توجه به اینکه

چگالی ماسه فشرده داده شده است با استفاده از حجم ماسه فشرده مرطوب می‌توان جرم وزن ماسه را نیز به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن حجم ماسه باید حجم واقعی درجه را از نصف حجم مذاب و ماهیچه کم کرد. بنابراین ابتدا حجم واقعی درجه محاسبه می‌شود و ابعاد درجه عبارتند از ۳۰۰mm × ۴۰۰ × ۷۰۰

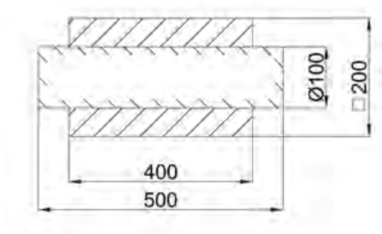
$$۷۰۰mm = ۷۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۷m$$

$$۴۰۰mm = ۴۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۴m$$

$$۳۰۰mm = ۳۰۰ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} m = ۰/۳m$$

حجم داخلی درجه $= ۰/۷ \times ۰/۴ \times ۰/۳ = ۰/۰۸۴m^۳$

سپس حجم کل قطعه و ماهیچه را به‌دست می‌آوریم.



شکل ۲-۵۲-۵

مطابق شکل قطعه مکعب مستطیل است که حجم آن از مساحت قاعده × ارتفاع به‌دست می‌آید که دو ریشه ماهیچه استوانه‌ای شکل در دو طرف آن وجود دارد که حجم آنها نیز به‌دست می‌آید.

حجم قطعه مکعب مستطیل $= ۴۰۰mm \times ۲۰۰m \times ۲۰۰mm$

$$= ۰/۴m \times ۰/۲m \times ۰/۲m = ۰/۰۱۶m^۳$$

برای به‌دست آوردن حجم دو ریشه ماهیچه کافی است

سطح ماهیچه را حساب کنیم و در طول دو ریشه ماهیچه ضرب کنیم. طول دو ریشه ماهیچه برابر است با طول ماهیچه منهای طول قطعه.

قطر ماهیچه $= 100mm = 100 \times \frac{1}{1000} m = 0/1m$

حجم دو ریشه ماهیچه $= \frac{\frac{1}{2}\pi \times (0/1)^2}{4} \times (0/5 - 0/4)$

حجم دو ریشه ماهیچه $= \frac{\frac{1}{2} \times 3 \times 0/01}{4} \times 0/1 = \boxed{3/75 \times 10^{-4} m}$

بنابراین حجم کل قطعه با ماهیچه برابر است با :

$$0/016 + 3/75 \times 10^{-4} = 1/6375 \times 10^{-3} m^3$$

حال برای به‌دست آوردن حجم ماسه تر کافی است که حجم داخلی درجه را از نصف حجم کل قطعه با ماهیچه کم نمود.

حجم ماسه $V_1 = 0/084 - \frac{1}{2}(1/6375 \times 10^{-4})$

$$V_1 = 0/0839 m^3$$

حال برای به‌دست آوردن حجم ماسه کافی است که در چگالی ماسه تر و شتاب و جاذبه ضرب شود.

وزن ماسه $= \rho_1 \times V_1 \times g$

وزن ماسه $= 2000 \times 0/0839 \times 10 = 1678N$

برای به‌دست آوردن F_C باید وزن درجه با وزن ماسه را جمع کرد.

وزن درجه

$= 50kgf = 50 \times (1kgf) = 50 \times (1 \times 10N) = 500N$

F_C = وزن ماسه + وزن درجه = ۱۶۷۸ + ۵۰۰

$\boxed{F_C = 2178N}$

مرحله ۶) محاسبه F_w مقدار وزنه

$$F_w = 1/5(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

$$F_w = ۱/۵(۱۴۲۸ + ۲۴۳۰ - ۵۶/۲۵) - ۲۱۷۸$$

$$F_w = ۳۵۲۴/۶۲۵N$$

$$F_w = ۳۵۲۴/۶۲۵ \times (۱ \times N) = ۳۵۲۴/۶۲۵ \times \left(\frac{۱}{۱۰}kgf\right)$$

$$\boxed{F_w = ۳۵۲/۴۶۲۵kgf}$$

سیمای فصل ششم

۶- تغذیه‌گذاری در قطعه‌های ریختگی

۱-۶- روش مدول

۲-۶- روش انقباض و راندمان تغذیه

۳-۶- روش کاین

۶- تغذیه‌گذاری در قطعه‌های ریختگی

فلزات و آلیاژها در هنگام انجماد منقبض شده و حجم آنها کاهش می‌یابد. این کاهش حجم برای فلزات و آلیاژها حدود ۲ تا ۶/۵ درصد است. این انقباض در قطعات ریختگی سبب ایجاد عیوبی مانند کشیدگی و کاهش حجم می‌شود. به همین دلیل برای جلوگیری از به‌وجود آمدن این عیوب در قطعه ریختگی معمولاً از تغذیه استفاده می‌شود. تغذیه کمبود مذاب ناشی از کاهش حجم و قطعه را جبران نموده و پس از انجماد قطعه منجمد می‌شود. بنابراین در هنگام محاسبات مربوط به تغذیه باید انقباض قطعه و منبع تغذیه را با هم در نظر گرفت و جمع نمود.

با توجه به موارد فوق حجم و اندازه تغذیه بستگی به نوع آلیاژ، درجه حرارت بار ریزی، شکل و اندازه قطعه ریختگی و نوع قالب دارد. بنابراین باید در محاسبه حجم و اندازه تغذیه دو مورد را در نظر گرفت :

الف – اندازه تغذیه باید به گونه‌ای باشد که قطعه ریختگی سالم و بدون عیب تولید شود.

ب – اندازه تغذیه باید حداقل مقدار ممکن باشد تا درصد اتلافات مذاب کمتر باشد و در نتیجه حداکثر بازدهی قطعات ریختگی را داشته باشد.

روش‌های مختلفی برای محاسبه حجم و اندازه تغذیه وجود دارد که در اینجا به چند مورد پرداخته می‌شود.

۱-۶- روش مدول :

این روش براساس رابطه چورنیف می‌باشد. رابطه چورنیف برای محاسبه زمان انجماد قطعه ریختگی عبارت است از :

رابطه (۱-۶)

$$t_c = k\left(\frac{V_c}{A_c}\right)^2$$

که در این رابطه :

t_c: زمان انجماد قطعه

V_c : حجم قطعه ریختگی

A_c : سطح کامل قطعه ریختگی که در آن سطح تماس تغذیه با قطعه ریختگی در نظر گرفته نمی‌شود.

K : ضریب ثابتی است که به مشخصات فلز و قالب بستگی دارد.

* در مورد تغذیه نیز می‌توان رابطه چورنیف را به صورت زیر به کار برد :

رابطه (۲-۶)

$$t_r = k\left(\frac{V_r}{A_r}\right)^2$$

که در آن :

t_r : زمان انجماد تغذیه

V_r : حجم تغذیه

A_r : سطح کل تغذیه که در آن سطح مشترک تماس تغذیه با قطعه ریختگی از مقدار کل سطح تغذیه کسر

شود.

از طرف دیگر نسبت حجم به سطح قطعه، مدول قطعه نامیده می‌شود که رابطه آن برای قطعه ریختگی به صورت زیر است :

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$ رابطه (۳-۶)

که در آن :

V_c : حجم قطعه ریختگی

A_c :سطح کل قطعه ریختگی

M_c : مدول قطعه ریختگی

رابطه (۳-۶) برای تغذیه به صورت زیر است :

$$M_r = \frac{V_r}{A_r}$$ رابطه (۴-۶)

که در آن :

V_r : حجم تغذیه

A_r : سطح کل تغذیه

M_r : مدول تغذیه

بنابراین با توجه به رابطه چورنیف و مدول می‌توان در مورد قطعه نوشت :

رابطه (۵-۶)

$$\left.\begin{array}{l} t_c = k\left(\frac{V_c}{A_c}\right)^2 \\ \text{از طرفی} \quad \Rightarrow M_c = \frac{V_c}{A_c} \end{array}\right\} \Rightarrow t_c = k(M_c)^2$$

داریم

در مورد تغذیه نیز خواهیم داشت :

رابطه (۶-۶)

$$\left.\begin{array}{l} t_r = k\left(\frac{V_r}{A_r}\right)^2 \\ \text{از طرفی} \quad \Rightarrow M_r = \frac{V_r}{A_r} \end{array}\right\} \Rightarrow t_r = k(M_r)^2$$

اگر دو رابطه فوق را بر هم تقسیم نمائیم خواهیم داشت :

$$\frac{t_r}{t_c} = \frac{k(M_r)^2}{k(M_c)^2}$$ رابطه (۷-۶)

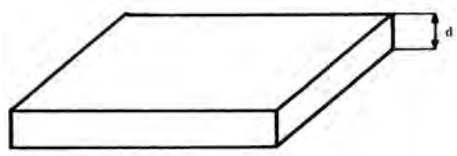
با توجه به اینکه k برای قطعه و تغذیه ثابت و یکسان است. به دلیل اینکه مشخصات قالب و فلز برای قطعه و تغذیه به زمان انجماد قطعه برابر خواهد بود با :

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c}\right)^2$$ رابطه (۸-۶)

با توجه به این رابطه مشخص می‌شود، برای اینکه تغذیه درست عمل نماید باید دیرتر از قطعه منجمد شود. بنابراین باید t_r افزایش یابد و برای اینکه t_rافزایش یابد باید نسبت $\frac{M_r}{M_c}$ افزایش یابد یعنی M_r (مدول تغذیه) باید از M_c (مدول قطعه) بزرگ‌تر باشد.

به عنوان مثال برای فولادها $M_r = 1/2 M_c$ است که مذاب رسانی تغذیه خوب انجام می‌شود برای آلیاژهای دیگر نیز این نسبت $\left(\frac{M_r}{M_c}\right)$ بین ۱/۲ تا ۱/۵ متغیر می‌باشد.

در محاسبات اندازه تغذیه می‌توان برای بعضی شکل‌ها بدون محاسبه سطح و حجم واقعی، مدول را محاسبه نمود. مثلاً برای یک صفحه، مدول برابر نصف ضخامت صفحه است. $M_c = \frac{d}{2}$



شکل ۱-۶

در شکل ۴-۶ صفحه ۱۲۵، شکل‌های متداول منابع تغذیه محاسبه شده و مدول تغذیه برحسب ابعاد مختلف آن داده شده است که به راحتی می‌توان با در دست داشتن مدول یک تغذیه ابعاد آن را مشخص نمود.

مثال ۱-۶ مطلوبست محاسبه مدول قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۰ cm.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده
$M_c = ?$	طول ضلع =۱۰cm

مرحله ۲) نوشتن روابط مورد نیاز

$$\text{حجم مکعب} = V = a^3 = a \times a \times a$$

$$\text{سطح مکعب} = A = 6 \times a^2 = 6 \times a \times a$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری داده‌ها در روابط فوق

$$V_c = 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 cm^3$$

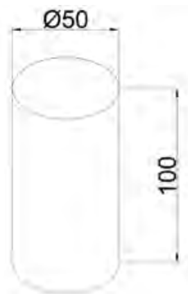
تمرین ۱-۶ مدول قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۲cm را به‌دست آورید.

حل : (توسط هنرجو)

$$A_c = 6\times 10\times 10 \Rightarrow A_c = 600\,cm^2$$

$$M_c = \frac{1000}{600} = \frac{10}{6} \Rightarrow M_c = 3/33$$

مثال ۲-۶ مطلوبست محاسبه مدول قطعه‌ای استوانه‌ای شکل به قطر ۵ cm و ارتفاع ۱۰ cm و $\pi = 3$



شکل ۲-۶

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$M_c = ?$	$H = 10\,m$ $D = 5\,cm$ $\pi = 3$

مرحله ۲) نوشتن روابط مورد نیاز

ارتفاع × مساحت قاعده (دایره) = V_c حجم استوانه

$$V_c = \frac{\pi D^2}{4}\times H = \frac{\pi\times 5^2}{4}\times 10$$

$$V_c = \frac{3\times 25\times 10}{4} \Rightarrow V_c = 187/5\,cm^3$$

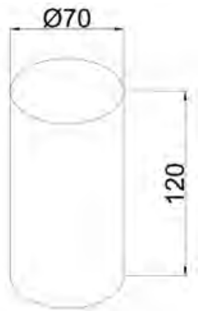
+ ۲ × مساحت قاعده (دایره) = A_c سطح استوانه

ارتفاع × محیط قاعده (دایره)

$$A_c = \left(\frac{2\pi D^2}{4}\right) + (\pi D\times H) = \left(\frac{2\times 3\times 5^2}{4}\right) + (3\times 5\times 10)$$

$$A_c = 37/5 + 150 \Rightarrow A_c = 187/5\,cm^2$$

تمرین ۲-۶ مدول قطعه‌ای استوانه‌ای شکل به قطر ۷ cm و ارتفاع ۱۲ cm را به‌دست آورید.



شکل ۳-۶

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) محاسبه مدول قطعه $M_c = \frac{V_c}{A_c}$ $M_c = \frac{۱۸۷/۵}{۱۸۷/۵} = ۱$	
مثال ۳-۶ قطعه‌ای مکعبی شکل از جنس چدن به ضلع ۲۰ cm باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. درصورتی‌که k برابر ۲/۱ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد، زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.	تمرین ۳-۶ قطعه‌ای مکعبی شکل از جنس چدن به ضلع ۲۵ cm باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. درصورتی‌که k=۲/۱ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را به‌دست آورید.
حل:	حل (توسط هنرجو):

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_c = ?$ $t_c = ?$	$a = ۲۰ Cm$ $k = ۲/۱ \, min/cm^۲$

مرحله ۲) روابط مورد نیاز

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^۲$$

مرحله ۳) محاسبه سطح و حجم مکعب :

$$V_c = a^۳ = ۲۰ \times ۲۰ \times ۲۰ \Rightarrow V_c = ۸۰۰۰ cm^۳$$

$$A_c = ۶a^۲ = ۶ \times ۲۰ \times ۲۰ \Rightarrow A_c = ۲۴۰۰ cm^۲$$

مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه

$$M_c = \frac{۸۰۰۰}{۲۴۰۰} \Rightarrow M_c = ۳/۳۳$$

مرحله ۵) محاسبه زمان انجماد قطعه

$$t_c = ۲/۱(۳/۳۳)^۲ \Rightarrow t_c = ۲۳/۲۹ \text{ دقیقه}$$

مثال ۴-۶ قطعه‌ای استوانه شکل از جنس فولاد به قطر ۱۰ cm و ارتفاع ۲۰ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. درصورتی‌که k برابر ۱/۸ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید. ($\pi = ۳$)

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$D = ۱۰cm$ $H = ۲۰cm$ $k = ۱/۸ \ min/cm^۲$ $\pi = ۳$	$t_c = ?$ $M_c = ?$

مرحله ۲) روابط مورد نیاز

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^۲$$

مرحله ۳) محاسبه سطح و حجم استوانه :

استوانه $V_c = \frac{\pi D^۲}{۴} \times H = \frac{۳ \times (۱۰)^۲}{۴} \times ۲۰$

$$V_c = ۱۵۰۰cm^۳$$

مساحت استوانه $A_c = \left(\frac{۲\pi D^۲}{۴}\right) + (\pi D \times H)$

$$A_c = ۱۵۰ + ۶۰۰ \Rightarrow \boxed{A_c = ۷۵۰cm^۲}$$

مرحله ۴) محاسبه مدول

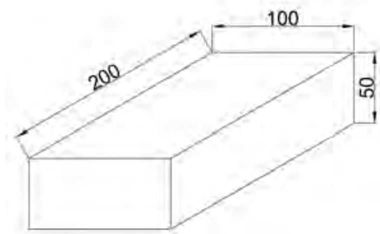
$$M_c = \frac{۱۵۰۰}{۷۵۰} \Rightarrow M_c = ۲$$

مرحله ۵) محاسبه زمان انجماد قطعه :

$t_c = ۱/۸(۲)^۲ = ۱/۸ \times ۴ \Rightarrow t_c = ۷/۲$ دقیقه

تمرین ۴-۶ قطعه‌ای از استوانه شکل از جنس فولاد به قطر ۱۲ cm و ارتفاع ۱۸ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. درصورتی‌که k=۱/۸ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید. ($\pi = ۳$) حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس آلومینیم به ابعاد ۲۰ × ۱۰ × ۵ سانتی‌متر باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. درصورتی‌که k برابر ۱/۶ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد، زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.



شکل ۴-۶

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_c = ?$ $t_c = ?$	۲۰ × ۱۰ × ۵ = ابعاد مکعب مستطیل $k = 1/6 \, \mathrm{min}/\mathrm{cm}^2$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^2$$

مرحله ۳) محاسبه سطح و حجم مکعب مستطیل :

ارتفاع × عرض × طول = V_c حجم مکعب مستطیل

$$V_c = a \times b \times c$$

$$V_C = 5 \times 10 \times 20 \Rightarrow V_C = 1000 \mathrm{cm}^3$$

سطح مکعب مستطیل $A_c =$

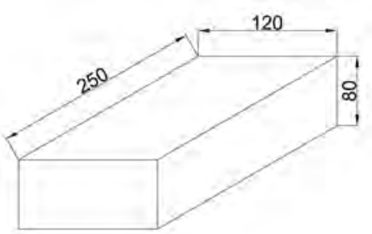
(طول × ارتفاع) ۲ ×+ (عرض × ارتفاع) ۲+ (طول × عرض) ۲ =

$$A_c = 2(a \times b) + 2(b \times c) + 2(a \times c)$$

$$A_c = 2(5 \times 10) + 2(10 \times 20) + 2(5 \times 20)$$

$$A_c = 100 + 400 + 200 \Rightarrow A_c = 700 \mathrm{cm}^2$$

تمرین ۵-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس آلومینیم به ابعاد ۲۵ × ۱۲ × ۸ سانتی‌متر باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. درصورتی‌که ۱/۶ = k دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.



شکل ۵-۶

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{۱۰۰}{۷۰۰} \Rightarrow M_c = ۱/۴۳$$

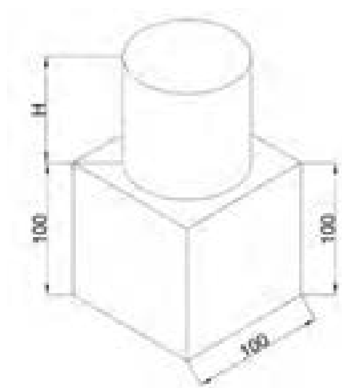
مرحله ۵) محاسبه زمان انجماد قطعه

$$t_C = ۱/۶(۱/۴۳)^{۲} \Rightarrow t_C = ۳/۲۷$$

مثال ۶-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس چدن به ضلع ۱۰ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. درصورتی‌که تغذیه آن به شکل استوانه در نظر گرفته شود، (مطابق شکل زیر) و $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۲$ باشد، مطلوبست:

الف – محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب – محاسبه مدول تغذیه و قطعه



شکل ۶-۶

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$\frac{M_r}{M_c} = ?$	q=۱۰ cm
$M_r = ?$	$\frac{t_r}{t_c} = ۱/۲$
$M_c = ?$	

مرحله ۲) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل مسأله

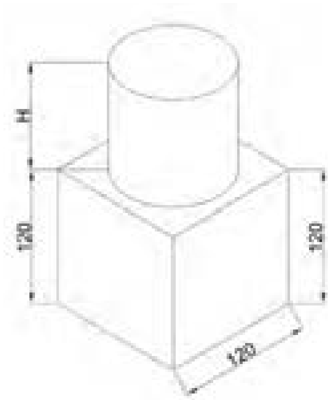
$$M_c = \frac{V_c}{V_r}$$

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c}\right)^{۲}$$

تمرین ۶-۶ قطعه‌ای مکعب شکل از جنس چدن به ضلع ۱۲ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. درصورتی‌که تغذیه آن به شکل استوانه در نظر گرفته شود و $\pi = ۳$ باشد مطلوبست :

الف – محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب – محاسبه مدول تغذیه و قطعه



شکل ۷-۶

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه $\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c}\right)^۲ \Rightarrow \left(\frac{M_r}{M_c}\right)^۲ = ۱/۲$ $\Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = \sqrt{۱/۲} \Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = ۱/۱$ مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه $V_c = a \times a \times a = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \Rightarrow V_c = ۱۰۰۰cm^۳$ $A_c = ۶a^۲ = ۶ \times ۱۰ \times ۱۰ \Rightarrow A_c = ۶۰۰cm^۲$ $M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{۱۰۰}{۶۰۰} \Rightarrow M_c = ۱/۶۷$ مرحله ۵) محاسبه مدول تغذیه $\frac{M_r}{M_c} = ۱/۱ \Rightarrow \frac{M_r}{۱/۶۷} = ۱/۱$ $\Rightarrow M_r = ۱/۶۷ \times ۱/۱ \Rightarrow M_r = ۱/۸۴$	
مثال ۷-۶ در مثال ۶-۶ (قبل)، اگر نسبت ارتفاع به قطر تغذیه استوانه‌ای ۱/۴ در نظر گرفته شود. مطلوبست : محاسبه ابعاد تغذیه و نسبت حجم آن به حجم قطعه. (از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرفنظر شود). $\pi = ۳$ حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها : <table><tr><th>خواسته‌ها</th><th>داده‌ها</th></tr><tr><td>$D = ?$ $H = ?$ $\frac{V_r}{V_c} = ?$</td><td>$M_r = ۱/۸۴$ $\frac{H_r}{D_r} = ۱/۴$ $\pi = ۳$</td></tr></table> مرحله ۲) رابطه حجم و سطح استوانه و مدول $V_r = \frac{\pi D^۲}{۴} \times H$ $A_r = \frac{۲\pi D^۲}{۴} + \pi DH$	تمرین ۷-۶ در مثال ۶-۶ (قبل)، اگر نسبت ارتفاع به قطر تغذیه استوانه‌ای ۱/۶ در نظر گرفته شود مطلوبست : محاسبه ابعاد تغذیه و نسبت حجم آن به حجم قطعه (ازمحاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرفنظر شود). $(\pi = ۳)$ حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) محاسبه مدول برحسب قطر

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} = \frac{\frac{\pi D^۲ H}{۴}}{\frac{۲\pi D^۲}{۴} + \frac{\pi D H}{۱}}$$

$$\frac{H}{D} = ۱/۴ \Rightarrow H = ۱/۴D$$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^۲}{۴} \times ۱/۴D}{\frac{۲\pi D^۲}{۴} + \pi D \times ۱/۴D}$$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^۲}{۴} \times ۱/۴D}{\frac{۲\pi D^۲}{۴} + ۱/۴\pi D^۲}$$

$$M_r = \frac{\frac{۱/۴\cancel{\pi} D^۳}{۴}}{\frac{۲\cancel{\pi} D^۲ + ۴ \times ۱/۴\cancel{\pi} D^۲}{۴}}$$

$$M_r = \frac{۱/۴D}{۷/۶}$$

مرحله ۴) محاسبه قطر و ارتفاع تغذیه

$$\frac{۱/۸۴}{۱} = \frac{۱/۴D}{۷/۶} \Rightarrow ۱/۴D = ۷/۶ \times ۱/۸۴$$

$$D = ۹/۹۸cm$$

$$H = ۱/۴D \Rightarrow H = ۱/۴ \times ۹/۹۸$$

$$\Rightarrow H = ۱۳/۹۷cm$$

مرحله ۵) محاسبه حجم تغذیه و قطعه

$$V_r = \frac{\pi D^۲}{۴} \times H = \frac{۳ \times (۹/۹۸)^۲}{۴} \times ۱۳/۹۷$$

$$\Rightarrow V_r = ۱۰۴۳/۵۶cm^۳$$

$$V_c = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰۰cm^۳$$

مرحله ۶) محاسبه نسبت حجم تغذیه به حجم قطعه

$$\frac{V_r}{V_c} = \frac{۱۰۴۳/۵۶}{۱۰۰۰} \approx ۱/۰۴۳$$

مثال ۸-۶ مطلوبست محاسبه مثال قبل درصورتی‌که از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرفنظر نشود. ($\pi = ۲$)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$M_r = ۱/۸۴$ $\frac{H}{D} = ۱/۴$ $\pi = ۳$	$D = ?$ $H = ?$ $\frac{V_r}{V_c} = ?$

مرحله ۲) رابطه حجم و سطح استوانه با کسر سطح فصل مشترک از تغذیه

$$V_r = \frac{\pi D^۲}{۴} \times H$$

$$A_r = \frac{\pi D^۲}{۴} + \pi DH$$

مرحله ۳) محاسبه مدول برحسب قطر

$$\left.\begin{array}{l} M_r = \dfrac{V_r}{A_r} = \dfrac{\dfrac{pD^2H}{4}}{\dfrac{pD^2}{4} \times pDH} \\ \dfrac{H}{D} = ۱/۴ \Rightarrow H = ۱/۴D \end{array}\right\} \Rightarrow M_r = \frac{\dfrac{\pi D^۲}{۴} \times ۱/۴D}{\dfrac{\pi D^۲}{۴} + ۱/۴\pi D^۲}$$

$$\Rightarrow M_r = \frac{\pi D^۲ \times \dfrac{۱/۴}{۴} D}{\pi D^۲ (\dfrac{۱}{۴} + ۱/۴)} \Rightarrow M_r \frac{\dfrac{۱/۴D}{۴}}{\dfrac{۱/۶۵}{۱}}$$

$$M_r = \frac{۱/۴D}{۴ \times ۱/۶۵} \Rightarrow M_r = \frac{۱/۴D}{۶/۶}$$

$$\Rightarrow ۱/۸۴ = \frac{۱/۴D}{۶/۶} \Rightarrow ۱/۴D = ۱/۸۴ \times ۶/۶$$

تمرین ۸-۶ مطلوبست محاسبه مثال قبل (۷-۶) را درصورتی‌که از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرفنظر نشود. ($\pi = ۳$)

$D = \frac{۱/۸۴ \times ۶/۶}{۱/۴} \Rightarrow D = ۸/۶۷cm$

$H = ۱/۴D = ۱/۴ \times ۸/۶۷ \Rightarrow H = ۱۲/۱۴cm$

مرحله ۵) محاسبه حجم تغذیه و قطعه

$V_r = \frac{\pi D^۲}{۴} \times H = \frac{۳(۸/۶۷)^۲}{۴} \times ۱۲/۱۴$

$\Rightarrow V_r = ۶۸۷/۴۱cm^۳$

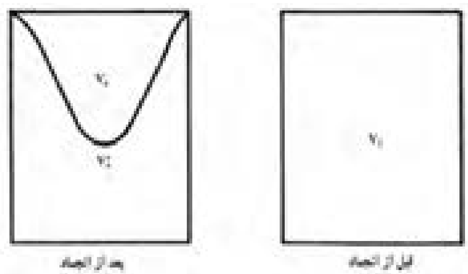
$V_c = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \Rightarrow V_c = ۱۰۰۰cm^۳$

مرحله ۶) محاسبه نسبت حجم تغذیه به قطعه

$\frac{V_r}{V_c} = \frac{۶۸۴/۴۱}{۱۰۰۰} \approx ۰/۶۸۴$

۲-۶- روش انقباض و راندمان تغذیه :

این روش براساس حجم حفره انقباض و راندمان تغذیه است. تغذیه‌ای به حجم V_r در نظر گرفته می‌شود، بعد از انجماد و مذاب رسانی حجم آن به V'_r می‌رسد. واضح است که V_r بزرگ‌تر از V'_r می‌باشد.



شکل ۸-۶

بنابراین حجم مذابی که صرف جبران انقباض قطعه می‌شود برابر است با :

$$V_s = V_r - V'_r \qquad \text{(۹-۶) رابطه}$$

هرچه قدر مذاب بیشتری از تغذیه به قطعه منتقل شود، نشان دهنده این است که تغذیه بهتر انجام می‌شود. به عبارت دیگر هرچه قدر V'_r کوچک‌تر باشد با Vs به V_r نزدیک‌تر شود، مذاب رسانی بهتر انجام می‌شود. در نتیجه راندمان یا بازده تغذیه بیشتر است بنابراین می‌توان راندمان تغذیه را به صورت رابطه زیر نوشت :

$$R_r = \frac{V_r - V'_r}{V_r} \qquad \text{(۱۰-۶) رابطه}$$

که در آن :

V_r : حجم تغذیه

V'_r : حجم تغذیه بعد از انجماد و مذاب رسانی

R_r : راندمان تغذیه

راندمان تغذیه به عواملی همچون شکل تغذیه، استفاده از مواد عایق و گرمازا برای جلوگیری از انجماد سریع تغذیه و مذاب رسانی صحیح تغذیه، گرم نگه‌داشتن تغذیه و سرد کردن سریع قطعه (استفاده از برد) بستگی دارد، برای اینکه تغذیه نسبت به قطعه دیرتر منجمد شده و مذاب رسانی بهتر انجام شود.

راندمان تغذیه برای ریخته‌گری صفحات و ورق‌های نازک ۰/۱ تا ۱ درصد و برای قطعات استوانه‌ای با نسبت $H = ۱/۵D$ تا $D=H$ ، حدود ۱۲ تا ۲۴ درصد و برای کره تا حدود ۵۳ درصد متغیر می‌باشد. شکل ۸-۶ صفحه ۱۲۹ کتاب درسی، چند تغذیه با راندمان‌های مختلف را نشان می‌دهد.

- روش محاسبه حجم تغذیه به صورت زیر است:

$$R_r = \frac{V_r - V_r'}{V_r} \qquad \text{رابطه (۱۱-۶)}$$

درصورتی‌که انقباض حجمی آلیاژ در قطعه و تغذیه هنگام انجماد برابر β باشد، خواهیم داشت:

$$\frac{\beta}{۱} = \frac{V_r - V_r'}{V_r + V_c} = \frac{\text{حجم تغذیه} - \text{حجم تغذیه بعد از انجماد}}{\text{حجم قطعه} + \text{حجم تغذیه}}$$

$$\Rightarrow \beta \times (V_r + V_c) = V_r - V_r'$$

طرفین رابطه را بر V_r تقسیم می‌کنیم $\beta V_r + \beta V_c = V_r - V_r'$

$$\frac{\beta V_r + \beta V_c}{V_r} = \frac{V_r - V_r'}{V_r}$$

$$\frac{\beta \cancel{V_r}}{\cancel{V_r}} + \frac{\beta V_c}{V_r} = \frac{V_r - V_r'}{V_r}$$

با توجه به اینکه $\frac{V_r - V_r'}{V_r} = R_r$ می‌باشد لذا خواهیم داشت :

$$\beta + \beta \frac{V_c}{V_r} = R_r$$

طرفین رابطه به $R_r - \beta$ تقسیم می‌کنیم. $\beta \frac{V_c}{V_r} = R_r - \beta \Rightarrow \beta V_c = V_r (R_r - \beta)$

$$\frac{\beta V_c}{R_r - \beta} = \frac{V_r (\cancel{R_r - \beta})}{\cancel{R_r - \beta}} \Rightarrow V_r = \frac{\beta V_c}{R_r - \beta} \qquad \text{رابطه (۱۲-۶)}$$

که در آن :

V_r : حجم تغذیه

V_c : حجم قطعه

β: درصد انقباض حجمی آلیاژ

R : راندمان تغذیه

با توجه به این رابطه می‌توان به این نتیجه رسید، برای اینکه تغذیه وظیفه مذاب رسانی را صحیح انجام دهد باید V_r برابر یا بزرگ‌تر از $\frac{\beta V_c}{R_r - \beta}$ باشد.

مثال ۹-۶ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم $۱۰۰۰cm^۳$ در حالتی که تغذیه استوانه‌ای شکل و راندمان تغذیه ۲۰٪ انقباض حجمی آلیاژ ۳٪ در نظر گرفته شود.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_r = ?$	ابعاد تغذیه $H = ۱/۲D$ $V_c = ۱۰۰۰cm^۳$ $R_r = \%۲۰$ $\beta = \%۳$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$V_r = \frac{V_c \beta}{R_r - \beta}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_r = \frac{۱۰۰۰ \times ۳}{۲۰ - ۳} = \frac{۳۰۰۰}{۱۷} \Rightarrow V_r = ۱۷۶/۴۷cm^۳$$

درصورتی‌که در مثال قبل تغذیه مطابق شکل ۴-۶ کتاب حالت ب انتخاب شود مدول و ابعاد تغذیه را محاسبه کنید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_r = ?$	$\begin{cases} V_r = ۱۶۹M_r^۳ \\ D = ۶M_r = H \end{cases}$ $\begin{cases} V_r = ۱۷۶/۴۷cm^۳ \\ H = D \end{cases}$

تمرین ۹-۶ حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم $۱۵۰۰cm^۳$ در حالتی که تغذیه استوانه‌ای شکل در راندمان تغذیه ۱۵٪ و انقبال حجمی آلیاژ ۲٪ در نظر گرفته شود را حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

	مرحله ۲) محاسبه مدول تغذیه : $۱۷۶/۴۷ = ۱۶۹M_r^۳$ $\Rightarrow M_r^۳ = \frac{۱۷۶/۴۷}{۱۶۹} = ۱/۰۴۴$ $M_r = \sqrt[۳]{۱/۰۴۴} \Rightarrow M_r = ۱/۰۱$ مرحله ۳) محاسبه قطر و ارتفاع تغذیه $D = H = ۶M_r = ۶\times۱/۰۱ = ۶/۰۶cm$

۳-۶- روش کاین :

در این روش برای محاسبه تغذیه، از منحنی مربوط به هر آلیاژی استفاده می‌شود که توسط کاین ارائه شده است. منحنی هر آلیاژ متفاوت است، از طرف دیگر این منحنی‌ها به صورت تجربی به‌دست آمده اند و در آزمایشگاه و کارگاه ریخته‌گری منحنی‌های تجربی قابل رسم می‌باشند. این منحنی‌ها بسیار مفید هستند زیرا با در دسترس بودن این منحنی‌ها برای آلیاژهای مختلف می‌توان برای قطعات مختلف تغذیه با اندازه مناسب را محاسبه کرد. شکل ۹-۶ صفحه ۱۳۲ کتاب درسی نمونه منحنی کاین برای فولاد را نشان می‌دهد.

در این منحنی‌ها، محور طول‌ها جذر نسبت زمان انجماد تغذیه به زمان انجماد قطعه است یا به عبارت دیگر نسبت مدول تغذیه به مدول قطعه و محور عرضی‌ها نسبت حجم تغذیه به حجم قطعه می‌باشد.

رابطه (۱۳-۶) $\quad Y = \frac{V_r}{V_c} \qquad X = \frac{M_r}{M_c} = \sqrt{\frac{t_r}{t_c}}$

شکل منحنی کاین به‌صورت هذلولی است که رابطه کلی آن به‌صورت زیر خواهد بود :

(رابطه ۱۴-۶) $\quad X = \frac{a}{y-b} + c$

که در آن a، b و c ضرایب ثابتی هستند که به نوع آلیاژ، میزان انقباض، نوع انجماد و سرعت نسبی سرد کردن تغذیه و قطعه دارد.

به عنوان مثال :

برای فولادها این رابطه به‌صورت مقابل می‌باشد (رابطه ۱۳-۶) $\quad X = \frac{۰/۱}{y - ۰/۰۳} + ۱$

و برای آلیاژهای آلومینیم رابطه به‌صورت مقابل می‌باشد رابطه (۱۴-۶) $\quad X = \frac{۰/۱}{y - ۰/۰۶} + ۱/۰۸$

مثال ۱۰-۶ با توجه به شکل ۹-۶ کتاب ابعاد تغذیه لازم برای قطعه ای مکعبی شکل به ضلع ۱۰ cm را محاسبه کنید. با فرض اینکه $X = \frac{M_r}{M_c} = ۱/۶$ و تغذیه استوانه‌ای با $\frac{H}{D} = ۱$

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$a = ۱۰ cm$ $X = \frac{M_r}{M_c} = ۱/۶$ $\frac{H}{D} = ۱$	$H = ?$ $D = ?$

مرحله ۲) محاسبه حجم قطعه

$$V_C = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \Rightarrow V_C = ۱۰۰۰ cm^۳$$

مرحله ۳) با توجه به ۹-۶ هنگامی که $X = \frac{M_r}{M_c} = ۱/۶$ باشد، $Y = \frac{V_r}{V_c} = ۰/۱۸$ است. بنابراین :

$$\frac{V_r}{۱۰۰۰} = ۰/۱۸ \Rightarrow V_r = ۱۰۰۰ \times ۰/۱۸ = ۱۸۰ cm^۳$$

مرحله ۴) محاسبه ابعاد تغذیه D و H

با توجه به شکل ۴-۶ قسمت ب رابطه بین Vr و D به صورت زیر است :

$$V_r = ۰/۷۸۵ D^۳ \Rightarrow ۱۸۰۰ = ۰/۷۸۵ D^۳$$

$$\Rightarrow D^۳ = \frac{۱۸۰۰}{۰/۷۸۵} \Rightarrow D = \sqrt[۳]{۲۲۹/۲۹}$$

$$\Rightarrow D \approx ۶/۱۲ cm$$

$$\frac{H}{D} = ۱ \Rightarrow H = D = ۶/۱۲ cm$$

تمرین ۱۰-۶ با توجه به شکل ۹-۶ کتاب ابعاد تغذیه لازم برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۲ cm را محاسبه کنید. با فرض اینکه $X = \frac{M_r}{M_c} = ۱/۸$ و تغذیه استوانه‌ای با $\frac{H}{D} = ۱$ حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۱-۶ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم $500cm^3$ از آلیاژی با انقباض حجمی ۵٪ در دو حالت زیر :

الف – راندمان تغذیه ۱۵٪

ب – راندمان تغذیه ۵۵٪

ج – معلوم کنید در حالت دوم چند برابر حجم تغذیه کاهش می‌یابد.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$V_{r_1} = ?$	انقباض حجمی $\beta = \%5$
$V_{r_2} = ?$	راندمان تغذیه $R_{r_1} = \%15$
$\frac{V_{r_2}}{V_{r_1}} = ?$	راندمان تغذیه $R_{r_2} = \%55$
	حجم قطعه $V_c = 500cm^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه محاسبه حجم تغذیه با استفاده از روش انقباض و راندمان تغذیه

$$V_r = \frac{V_c}{R_r - \beta}$$

مرحله ۳) محاسبه حجم تغذیه در حالتی که $R_{r_1} = \%15$ باشد.

$$V_{r_1} = \frac{500}{15-5} = \frac{500}{10} \Rightarrow V_{r_1} = 50cm^3$$

مرحله ۴) محاسبه حجم تغذیه در حالتی که $R_{r_2} = \%55$ باشد.

$$V_{r_2} = \frac{500}{55-5} = \frac{50\cancel{0}}{5\cancel{0}} \Rightarrow V_{r_2} = 10cm^3$$

مرحله ۵) محاسبه نسبت‌های حجم تغذیه

$$\frac{V_{r_2}}{V_{r_1}} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

تمرین ۱۱-۶ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم $600cm^3$ از آلیاژی با انقباض حجمی ۴٪ در دو حالت زیر :

الف – راندمان تغذیه ۱۸٪

ب – راندمان تغذیه ۶۰٪

ج – معلوم کنید در حالت دوم چند برابر حجم تغذیه کاهش می‌یابد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۲-۶ برای یک قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد ۱۲۰ × ۱۸۰ × ۳۲۰ میلی‌متر از تغذیه استوانه به نسبت H = ۱/۵D استفاده شده است. زمان انجماد تغذیه به قطعه $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۴۴$ می‌باشد، مطلوبست :

الف – تعیین نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب – تعیین مدول تغذیه و قطعه

ج – تعیین ابعاد تغذیه

د – تعیین حجم تغذیه

(از محاسبه سطح مشترک تغذیه و قطعه صرفنظر شود)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$\frac{M_r}{M_c} = ?$ $M_r = ?$ $M_c = ?$ $V_r = ?$ $H = ?$ $D = ?$	ابعاد مکعب مستطیل $= ۳۲۰mm \times ۱۸۰mm \times ۱۲۰mm$ تغذیه استوانه H=۱/۵D $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۴۴$

مرحله ۲) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c}\right)^۲$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$M_r = \frac{V_r}{A_r}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن نسبت $\frac{M_r}{M_c}$

$$\frac{t_r}{t_c} = \left(\frac{M_r}{M_c}\right)^۲ \Rightarrow ۱/۴۴ = \left(\frac{M_r}{M_c}\right)^۲$$

تمرین ۱۲-۶ برای یک قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد ۱۱۰ × ۱۶۰ × ۳۰۰ میلی‌متر از تغذیه استوانه‌ای به نسبت H = ۱/D۵ استفاده شده است. زمان انجماد تغذیه به قطعه $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۶۴$ می‌باشد، مطلوبست :

الف – تعیین نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب – تعیین مدول تغذیه و قطعه

ج – تعیین ابعاد تغذیه

د – تعیین حجم تغذیه

حل (توسط هنرجو):

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{M_r}{M_c}\right)^۲} = \sqrt{۱/۴۴}$$

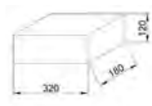
$$\Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = ۱/۲$$

مرحله ۴) به‌دست آوردن مدول قطعه :

همانطور که می‌دانیم قطعه مکعب مستطیل می‌باشد کافی است حجم کل آن را به‌دست آوریم و بر سطح آن تقسیم کنیم

ارتفاع × عرض × طول = حجم مکعب مستطیل

$$V_c = ۳۲۰ \times ۱۸۰ \times ۱۲۰ \Rightarrow \boxed{V_c = ۶۹۱۲۰۰۰ mm^۳}$$



شکل ۹-۶

مجموع سطوح مکعب مستطیل = سطح مکعب مستطیل

$$A_c = ۲ \times (۱۸۰ \times ۲۰) + ۲(۳۲۰ \times ۱۸۰) + ۲(۳۲۰ \times ۱۲۰)$$

$$A_c = ۴۳۲۰۰ + ۱۱۵۲۰۰ + ۷۶۸۰۰ \Rightarrow A_c = ۲۳۵۲۰۰ mm^۲$$

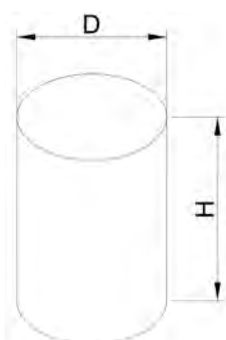
$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{۶۹۱۲۰۰۰}{۲۳۵۲۰۰} \Rightarrow M_c = ۲۹/۳۹ mm$$

مرحله ۵) به‌دست آوردن مدول تغذیه :

$$\frac{M_r}{M_c} = ۱/۲ \Rightarrow \frac{M_r}{۲۹/۳۹} = \frac{۱/۲}{۱}$$

$$\Rightarrow M_r \times ۱ = ۲۹/۳۹ \times ۱/۲ \Rightarrow \boxed{M_r = ۳۵/۲۷ mm}$$

مرحله ۶) به‌دست آوردن ابعاد تغذیه :



شکل ۱۰-۶

با توجه به اینکه تغذیه به شکل استوانه است لذا خواهیم داشت :

$$M_r = \frac{V_r}{A_r}$$

حجم استوانه $V_r = \frac{\pi D^۲}{۴} \times H$

سطح کل استوانه $A_r = ۲ \times \frac{\pi D^۲}{۴} + \pi D \times H$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^۲}{۴} \times H}{۲ \times \frac{\pi D^۲}{۴} + \pi D \times H}$$

$$M_r = \frac{\cancel{\pi} D\left(\frac{DH}{۴}\right)}{\cancel{\pi} D\left(\frac{D}{۲} + H\right)}$$

$$M_r = \frac{\frac{DH}{۴}}{\frac{D}{۲} + H}$$

$$۳۵/۲۷ = \frac{\frac{D \times ۱/۵D}{۴}}{\frac{D}{۲} + ۱/۵D}$$

$$۳۵/۲۷ = \frac{\frac{D \times ۱/۵D}{۴}}{\frac{۰/۵D + ۱/۵D}{۱}}$$

دور در دور و نزدیک در نزدیک

$$۳۵/۲۷ = \frac{(D \times ۱/۵D) \times ۱}{۴ \times (۰/۵D + ۱/۵D)}$$

$$۳۵/۲۷ = \frac{۱/۵\cancel{D}^۲}{۸\cancel{D}}$$

$$\frac{۳۵/۲۷}{۱} = \frac{۱/۵D}{۸}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$\Rightarrow ۱/۵D\times ۱=۳۵/۲۷\times ۸$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول (D)

$$D=\frac{۳۵/۲۷\times ۸}{۱/۵}\Rightarrow \boxed{D=۱۸۸/۱۱mm}$$

از طرفی داریم :

$$H=۱/۵D$$

$$H=۱/۵\times ۱۸۸/۱۱\Rightarrow \boxed{H=۲۸۲/۱۶mm}$$

مرحله ۷) به‌دست آوردن حجم تغذیه

$$V=\frac{\pi D^{۲}}{۴}\times H$$

با جای‌گذاری خواهیم داشت :

$$V=\frac{\pi\times(۱۸۸/۱۱)^{۲}}{۴}\times ۲۸۲/۱۶$$

$$\boxed{V=۷۸۳۷۷۰۴/۲mm^{۳}}$$

مثال ۱۳-۶ برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۲۰cm تغذیه‌ای استوانه‌ای به قطر ۲۰cm در نظر گرفته شده، درصورتی‌که ارتفاع تغذیه ۲۰cm و ضریب ثابت برای مذاب این قطعه فولادی k=۲ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد مطلوبست :

الف – زمان انجماد قطعه برحسب دقیقه

ب- زمان انجماد دقیقه برحسب دقیقه

ج – نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه

د- آیا این تغذیه مناسب قطعه است؟ چرا؟

(از سطح مشترک تغذیه و قطعه در محل اتصال صرفنظر شود)

تمرین ۱۳-۶ برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۸ cm تغذیه‌ای استوانه‌ای به قطر ۱۶ cm در نظر گرفته شده، درصورتی‌که ارتفاع تغذیه ۱۶ cm و ضریب ثابت برای مذاب این قطعه فولادی k=۱/۵ دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد مطلوبست :

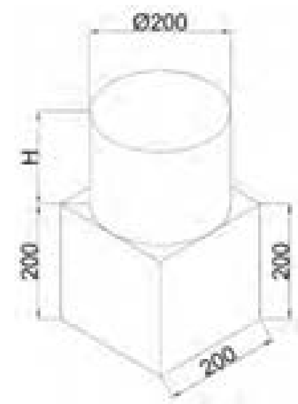
الف – زمان انجماد قطعه برحسب دقیقه

ب- زمان انجماد دقیقه برحسب دقیقه

ج – نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه

د- آیا این تغذیه مناسب قطعه است؟ چرا؟

(از سطح مشترک تغذیه و قطعه در محل اتصال صرفنظر شود)



شکل ۱۱-۶

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته‌ها	داده‌ها
$t_c = ?$ $t_r = ?$ $\frac{t_r}{t_c} = ?$	$a = ۲۰cm$ $D = ۲۰cm$ $H = ۲۰cm$ $k = ۲\frac{min}{cm^۲}$ $\pi = ۳$

مرحله ۲) نوشتن روابط مورد نیاز

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} \qquad t_c = k(M_c)^۲$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} \qquad t_r = k(M_r)^۲$$

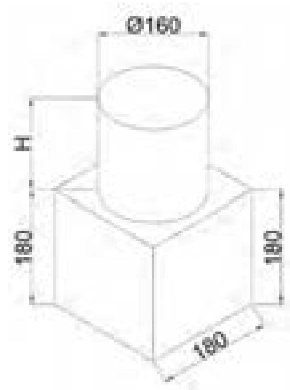
مرحله ۳) به‌دست آوردن حجم و سطح مکعب و تغذیه استوانه‌ای

حجم مکعب $V_c = a^۳ = ۲۰\times۲۰\times۲۰ = ۸۰۰۰cm^۳$

سطح مکعب $A_c = ۶a^۲ = ۶\times(۲۰\times۲۰) = ۲۴۰۰cm^۲$

حجم استوانه $V_c = \frac{\pi D^۲}{۴}\times H = \frac{\pi\times(۲۰)^۲}{۴}\times۲۰$

$$V_c = \frac{۳\times۸۰۰۰}{۴} \Rightarrow V_c = ۶۰۰۰cm^۳$$



شکل ۱۲-۶

حل (توسط هنرجو):

	مساحت استوانه $A_r = \left(۲\times\frac{\pi D^۲}{۴}\right) + (\pi DH)$ $A_r = \left(۲\times\frac{\pi\times(۲۰)^۲}{۴}\right) + (\pi\times۲۰\times۲۰)$ $A_r = \frac{۲\times۳\times۴۰۰}{۴} + \frac{۳\times۲۰\times۲۰}{۱}$ $A_r = ۶۰۰ + ۱۲۰۰ \Rightarrow A_r = ۱۸۰۰ cm^۲$ مرحله ۴) به‌دست آوردن مدول قطعه مکعبی و تغذیه : $M_c = \frac{۸۰۰۰}{۲۴۰۰} = ۳/۳۳$ $M_r = \frac{۶۰۰۰}{۱۸۰۰} = ۳/۳۳$ مرحله ۵) به‌دست‌آوردن زمان انجماد قطعه $t_c = ۲\times(۳/۳۳)^۲ \Rightarrow t_c = ۲۲/۱۷$ دقیقه مرحله ۶) به‌دست آوردن زمان انجماد تغذیه $t_r = ۲\times(۳/۳۳)^۲ \Rightarrow t_r = ۲۲/۱۷$ دقیقه مرحله ۷) به‌دست آوردن نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه $\frac{t_r}{t_c} = \frac{۲۲/۱۷}{۲۲/۱۷} \Rightarrow \frac{t_r}{t_c} = ۱$
	مرحله ۸) جواب قسمت د : این تغذیه برای قطعه مناسب نیست چون زمان انجماد آن با قطعه برابر است، تغذیه‌ای مناسب است که بعد از انجماد کامل قطعه، منجمد شوند.

سیمای فصل هفتم

۷- سیستم راهگاهی

۷-۱- قانون برنولی

۷-۲- قانون تریچلی

۷-۳- قانون تداوم یا پیوستگی

۷-۴- قانون پاسکال

۷-۵- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب)

۷-۶- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاهی

۷-۷- سرعت خطی مذاب

۷-۸- تعیین زمان بارریزی

۷- سیستم راهگاهی

برای تولید یک قطعه ریختگی سالم نیاز به یک سیستم راهگاهی مناسب می‌باشد. بنابراین طراحی سیستم راهگاهی بسیار مهم است. برای طراحی سیستم راهگاهی مناسب نیاز است که قوانین مربوط به جریان مذاب در سیستم راهگاهی و درون قالب را مطالعه شود. برای این منظور می‌توان از قوانین مربوط به مکانیک سیالات استفاده نمود، لذا باید مذاب را یک سیال کامل (ایده‌آل) در نظر گرفت. درصورتی‌که در واقع در هنگام بارریزی و نیز قرار گرفتن فلز مذاب در قالب، سیالیت، گرانروی و دیگر خواص مذاب در حال تغییر است. بنابراین برای فهمیدن بهتر اصول محاسبه سیستم‌های راهگاهی باید قوانین و اصول مهم علمی آنها را مطالعه نمود.

۱-۷- قانون برنولی :

سیستم بسته عبارت است از محیطی که کاملاً مستقل از اطراف آن است و با محیط اطراف آن مبادله کار و گرما نمی‌کند.

براساس قانون برنولی در یک سیستم بسته، مجموع انرژی برای مایعات ایده‌آل مقدار ثابتی است. به طوری‌که در سیستم بسته انرژی از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند، اما مجموع آن همیشه ثابت است. معمولاً هر مایعی که در یک سیستم بسته در حال جریان است دارای سه نوع انرژی می‌باشد.

الف – انرژی پتانسیل (U): اگر جسمی با جرم (m) معین در یک ارتفاع مشخص مانند h از سطح زمین قرار گرفته باشد. انرژی پتانسیل برابر است با حاصلضرب وزن جسم در ارتفاع آن از سطح زمین.

انرژی پتانسیل U = وزن جسم (w) $\times$ ارتفاع از سطح زمین (h)

w = جرم جسم (m) $\times$ شتاب ثقل (g)

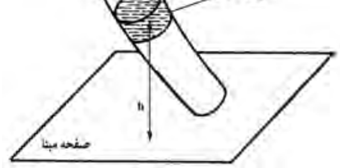
$\Rightarrow U = mgh$ رابطه (۱-۷)

که در آن :

U : انرژی پتانسیل بر حسب ژول (j)

h : ارتفاع جسم بر حسب متر (m)

g : شتاب جاذبه زمین برحسب متر بر مجذور ثانیه $\left(m/s^{2}\right)$



شکل (۱-۷)

بنابراین اگر این جسم، مذاب فلز باشد و در فاصله معینی از سطح مشخصی مثلاً کف قالب قرار گرفته باشد، انرژی پتانسیل آن برابر U است، حال درصورتی‌که وزن مذاب برابر یک نیوتن (واحد وزن) باشد انرژی پتانسیل آن برابر خواهد بود با :

$$W=۱\ N$$

در این صورت انرژی پتانسیل مذاب برابر خواهد بود با :

$$U = W \times h = ۱ \times h$$

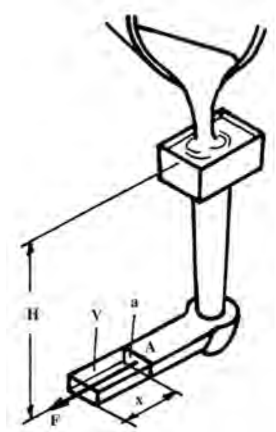
$$U=h$$ رابطه (۲-۷)

که در آن :

U : انرژی پتانسیل به ازای واحد وزن برحسب متر (m)

h : ارتفاع مذاب برحسب متر (m)

ب – انرژی فشاری (E_{pr}): مذاب درون قالب سبب نیروی فشاری ستونی از مایع (به ارتفاع H) که به سطح مقطع حجم معینی وارد و سبب ایجاد انرژی می‌شود که این انرژی باعث جابجایی و حرکت این ستون مایع می‌شود. این انرژی در هنگام بارریزی حجم معین مذاب در داخل راهبار باعث جابجایی و حرکت مذاب می‌شود مطابق شکل (۲-۷).



شکل ۲-۷- محاسبه انرژی فشاری

مذاب وارد راهبار به ارتفاع H می‌شود و در اثر فشاری که در ستون مذاب به ارتفاع H ایجاد می‌شود مذاب درون راهبار حرکت می‌کند که این فشار برابر است با :

$$P_A = \rho H g$$ رابطه (۳-۷)

که در آن :

ρ: چگالی مذاب

A: ارتفاع ستون مذاب

g : شتاب ثقل

این فشار سبب ایجاد نیروی F در نقطه a راهبار به سطح مقطع می‌شود که امتداد نیروی F عمود بر سطح مقطع است که برابر است با :

$$F = P_A.a \qquad \text{رابطه (۴-۷)}$$

که در آن :

F : نیروی وارد بر سطح مقطع a

P_A : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

این نیرو سبب جابجایی مذاب از نقطه A به اندازه X می‌شود که انرژی حاصل از این جابجایی برابر است با :

$$E_{pr} = F.X = P_A.a.x \qquad \text{رابطه (۵-۷)}$$

که در آن :

P_A : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

X : فاصله جابجایی مذاب

در این حالت حجم مذاب جابجا شده برابر است با حجم مکعب مستطیل با سطح مقطع و طول یعنی :

$$V = a.x \qquad \text{رابطه (۶-۷)}$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$\left.\begin{array}{l} E_{pr} = P_A.a.x \\ V = a.x \end{array}\right\} \Rightarrow E_{pr} = P_A.V \qquad \text{رابطه (۷-۷)}$$

که در آن :

E_{pr} :انرژی فشاری

P_A : فشار ستون مذاب

V : حجم مذاب جابجا شده

از طرف دیگر داریم :

$$\left.\begin{array}{l} w = mg \\ m = \rho v \end{array}\right\} \Rightarrow w = \rho vg \Rightarrow \frac{w}{\rho g} = \frac{\cancel{\rho} vg}{\cancel{\rho g}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{w}{\rho g}} \qquad \text{رابطه (۸-۷)}$$

که در آن :

w : وزن

V : حجم

ρ :چگالی

g : شتاب ثقل

بنابراین با جای‌گذاری مقدار V در رابطه E_{pr} خواهیم داشت:

$$E_{pr} = P_A.\frac{w}{\rho.g} = \frac{P_A.w}{\rho.g}$$

حال اگر وزن مایع برابر N ۱ یک نیوتن (واحد وزن) در نظر گرفته شود خواهیم داشت :

$$w = ۱\ N$$

بنابراین انرژی فشاری E_{pr} برای واحد وزن برابر خواهد بود با :

$$\boxed{E_{pr} = \frac{P_A \times ۱}{\rho.g} = \frac{P_A}{\rho.g}}$$ رابطه (۹-۷)

که در آن :

E_p : انرژی فشاری به ازای واحد وزن برحسب متر

P_A : فشار مذاب برحسب نیوتن بر متر $\left(\frac{N}{m}\right)$

ρ : چگالی مذاب برحسب کیلوگرم برمتر مکعب $\left(\frac{kg}{m^۳}\right)$

g : شتاب جاذبه برحسب نیوتن بر کیلوگرم $\left(\frac{N}{kg}\right)$

ج – انرژی جنبشی (k) : با توجه به اینکه مذاب با یک سرعت خطی در داخل سیستم راهگاهی حرکت می‌کند، بنابراین دارای یک انرژی جنبشی است، این انرژی جنشی برابر است با :

$$K = \frac{۱}{۲}mV^۲$$ رابطه (۱۰-۷)

که در آن :

k : انرژی جنبشی

m : جرم

V : سرعت خطی مذاب

از طرف دیگر داریم :

$$w = mg \Rightarrow \frac{w}{g} = \frac{m}{g} \Rightarrow m = \frac{w}{g}$$

بنابراین با جای‌گذاری $m = \frac{w}{g}$ در رابطه انرژی جنشی خواهیم داشت :

$$K = \frac{۱}{۲}mV^۲ \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}\frac{w}{g}V^۲ \Rightarrow K = \frac{wV^۲}{۲g}$$

درصورتی‌که وزن مذاب یک نیوتن (واحد وزن) باشد، خواهیم داشت : ($w = ۱ \ N$)

رابطه (۷-۱۱)
$$K = \frac{۱ \times V^۲}{۲g} \Rightarrow \boxed{K = \frac{V^۲}{۲g}}$$

که در آن :

k : انرژی جنبشی به ازای واحد وزن برحسب متر

V : سرعت خطی مذاب برحسب متر بر ثانیه $\left(\frac{m}{s}\right)$

g : شتاب جاذبه برابر با $۹/۸ \, {}^{m}\!/\!_{s^۲}$

بنابراین با توجه به اینکه در قانون برنولی جمع جبری انرژی‌ها در سیستم بسته مقداری ثابت است، این انرژی در ریخته‌گری مذاب به داخل قالب برابر با مجموع انرژی پتانسیل، فشاری و جنبشی است که همواره مقداری ثابت است.

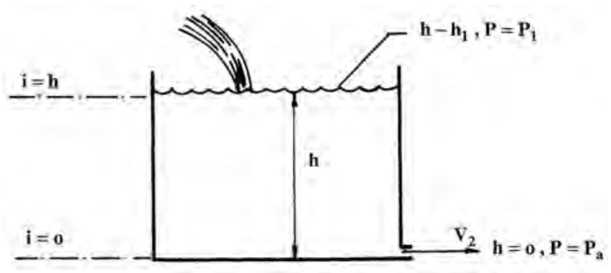
رابطه (۷-۱۲)
$$\left.\begin{array}{l} E = U + E_{pr} + K = \text{مقدار ثابت} \\ U = h \\ E_{pr} = \dfrac{P_A}{\rho g} \\ K = \dfrac{V^۲}{۲g} \end{array}\right\} \Rightarrow E = h + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^۲}{۲g} = \text{مقداری ثابت است}$$

بنابراین در دو حالت مختلف خواهیم داشت :

رابطه (۷-۱۳)
$$h_۱ + \frac{P_۱}{\rho_۱ g} + \frac{V_۱^۲}{۲g} = h_۲ + \frac{P_۲}{\rho_۲ g} + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$

۲-۷- قانون تریچلی :

این قانون در واقع کاربرد خاصی از قانون برنولی است. اگر ظرفی مطابق شکل ۳-۷ در نظر گرفته شود که در آن مایعی به ارتفاع $h_۱$ در آن قرار دارد. در ته ظرف $(h = ۰)$ سوراخی برای خروج مایع وجود دارد. درصورتی‌که مایع خارج شده از این ظرف به طور مداوم از قسمت بالا به آن اضافه شود، می‌توانید انرژی را در $h = h_۱$ و $h = ۰$ بنویسید.



شکل ۳-۷

$$h=h_۱ \Rightarrow \begin{cases} P=P_A \\ V=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E=U+E_{pr}+K=h+\dfrac{P}{\rho g}+\dfrac{V^۲}{۲g} \\ E=h_۱+\dfrac{P}{\rho g}+۰ \end{cases}$$

$$h=۰ \Rightarrow \begin{cases} P=P_A \\ V=V_۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E+U+E_{pr}+K \\ E=۰+\dfrac{P_a}{\rho g}+\dfrac{V^۲}{۲g} \end{cases}$$

با توجه به اینکه ارتفاع ظرف کم است، P_a را برابر $P_۱$ (فشار اتمسفر) برحسب نیوتن برمترمربع در نظر می‌گیرند. با مساوی قرار دادن دو انرژی خواهیم داشت :

$$P_۱=P_a$$

$$h_۱+\cancel{\frac{P_۱}{\rho g}}=\cancel{\frac{P_a}{\rho g}}+\frac{V_۲^۲}{۲g}$$

$$\Rightarrow h_۱=\frac{V_۲^۲}{۲g} \Rightarrow h_۱\times ۲g=\frac{V_۲^۲}{\cancel{۲g}}\times \cancel{۲g}$$

$$\Rightarrow V_۲^۲=۲gh_۱ \Rightarrow \boxed{V_۲=\sqrt{۲gh_۱}}$$ رابطه (۱۴-۷)

که در آن :

$V_۲$: سرعت خروج مایع از ته ظرف برحسب متر بر ثانیه $\left(\dfrac{m}{s}\right)$

g : شتاب ثقل برحسب متر بر مجذور ثانیه $\left(\dfrac{m}{s^۲}\right)$

$h_۱$: ارتفاع مایع از ته ظرف برحسب متر (m)

* این رابطه بیان کننده رابطه تریچلی است.

۳-۷- قانون تداوم یا پیوستگی :

براساس این قانون، حجم مایع یا مذابی که در هر مقطع (دایره‌ای، مربعی و...) جریان دارد در واحد زمان مقدار ثابتی است به عبارت دیگر:

$$Q=\frac{V}{t}= \text{مقداری ثابت}$$ رابطه (۱۵-۷)

که در آن :

Q : دبی مایع یا مذاب برحسب مترمکعب برثانیه $\left(\dfrac{m^۳}{s}\right)$

V : حجم مذاب یا مایع برحسب مترمکعب $(m^۳)$

t : زمان عبور حجم مذاب V برحسب ثانیه (s)

حجم (V) را می‌توان به‌صورت حاصلضرب مساحت سطح مقطع (A) در طول مقطع (L) بیان کرد بنابراین خواهیم داشت :

$$\left.\begin{array}{l} V = A.L \\ A = \dfrac{V}{t} \end{array}\right\} Q = \frac{AL}{t} \Rightarrow Q = A.\frac{L}{t}$$ رابطه (۱۶-۷)

نسبت $\frac{L}{t}$ برابر است با فاصله طولی طی شده در واحد زمان توسط مذاب که برابر با سرعت خطی مذاب یا مایع است، بنابراین داریم :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{L}{t} = V \\ Q = A.\dfrac{L}{t} \end{array}\right\} \Rightarrow Q = A.V$$ رابطه (۱۷-۷)

که در آن :

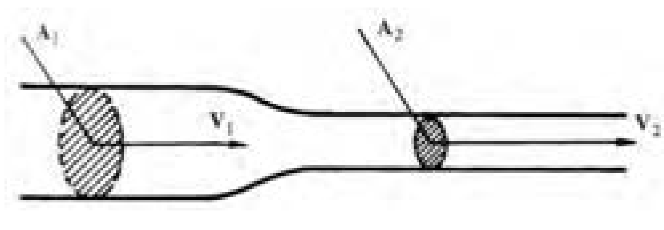
V : سرعت خطی مایع یا مذاب برحسب متربر ثانیه

A : مساحت سطح مقطعی که مذاب با سرعت V از آن عبور می‌کند برحسب مترمربع

با توجه به مسائل ذکر شده و قانون تداوم در یک سیستم بسته برای دو نقطه مختلف از سیستمی که مذاب از آن عبور می‌کند دبی (Q) جریان ثابت است بنابراین :

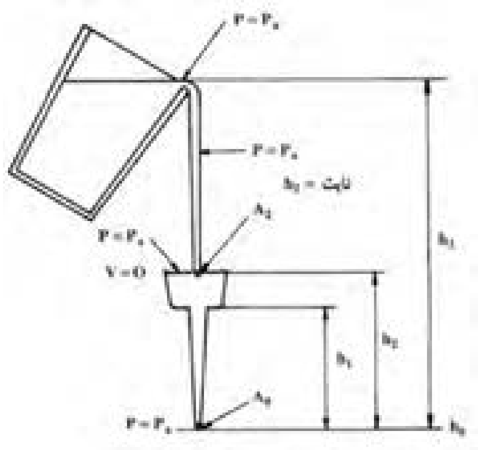
$$Q = A_1V_1 = A_2V_2$$ رابطه (۱۸-۷)

با توجه به اینکه در یک سیستم بسته، دبی جریان ثابت است، بنابراین با توجه به رابطه دبی که حاصلضرب سطح مقطع (A) در سرعت جریان (V) است، سطح مقطع با سرعت جریان مایع رابطه عکس دارد. به عبارت دیگر هرچه قدر سطح مقطع کاهش یابد، سرعت جریان مایع یا سیال افزایش می‌یابد.



شکل ۴-۷- سرعت سیلان مایع در یک کانال با سطوح مقاطع غیریکنواخت

با استفاده از قوانین تریچلی و تداوم می‌توان با توجه به ارتفاع ریختن مذاب، سرعت پر شدن قالب و در نتیجه زمان ریختن بار را محاسبه نمود. مطابق شکل ۵-۷ کتاب به طور شماتیک پاتیل و راهگاه باریز در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود مقدار مذابی که از پاتیل خارج می‌شود برابر مقدار مذاب خروجی از انتهای راهگاه باریز است.



شکل ۵-۷- میزان ریزش مذاب از لبه پاتیل در ارتباط با جریان مذاب از انتهای تحتانی راهگاه بارریز

با توجه به قانون تریچلی سرعت مذاب خروجی از راهگاه بارریز برابر است با :

$$V_{۰} = \sqrt{۲g}.\sqrt{h_{۲}} \qquad \text{رابطه (۷-۱۹)}$$

که در آن $V_{۰}$ سرعت خروج مذاب از انتهای راهگاه بارریز و $h_{۲}$ ارتفاع راهگاه بارریز است. برای محاسبه مقدار مذاب خروجی از راهگاه بارریز کافی است که سرعت خروج مذاب از انتهای راهگاه بارریز را در سطح مقطع آن ضرب کنید (براساس قانون تداوم)، بنابراین خواهیم داشت :

$$Q_{۰} = V_{۰}A_{۰} = \sqrt{۲g}.\sqrt{h_{۲}} \times A_{۲} \qquad \text{رابطه (۷-۲۰)}$$

که در آن :

$Q_{۰}$: دبی مذاب از انتهای راهگاه بارریز برحسب مترمکعب برثانیه $\left(\frac{m^{۳}}{s}\right)$

$h_{۲}$: ارتفاع راهگاه بارریز برحسب متر (m)

$A_{۰}$: سطح مقطع خروج مذاب از انتهای راهگاه بارریز برحسب مترمربع $(m^{۲})$

برای اینکه ارتفاع مذاب در راهگاه بارریز همیشه ثابت و برابر $h_{۲}$ باشد، لازم است که همیشه سیستم راهگاهی از مذاب پر نگه داشته شود. در این حالت که ارتفاع مذاب در راهگاه بارریز ثابت است دبی (جریان مذاب) در تمام سطوح مقاطع یکسان خواهد بود (براساس قانون تداوم)، به عبارت دیگر خواهیم داشت :

$$Q_{۰} = Q_{۲} \qquad \text{رابطه (۷-۲۱)}$$
$$Q_{۲} = V_{۲}.A_{۲}$$

که در آن :

$Q_{۲}$: دبی جریان مذاب هنگام ورود به حوضچه بارریز

$V_{۲}$: سرعت ورود مذاب به حوضچه بارریز

$A_{۲}$: سطح مقطع مذاب هنگام ورود به حوضچه بارریز

از طرفی براساس قانون تریچلی داریم :

$$V_2 = \sqrt{2g}.\sqrt{h_3 - h_2}$$

$h_3 - h_2$ ارتفاع مذاب از پاتیل سطح فوقانی حوضچه بارریز

بنابراین $V_2 = \sqrt{2g}.\sqrt{h_3 - h_2}$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$Q_0 = Q_2 = V_2 A_2 = \sqrt{2g}\sqrt{h_3 - h_2}.A_2$$

با قرار دادن معادل Q_0 خواهیم داشت :

$$Q_0 = \sqrt{2g}.\sqrt{h_2} \times A_0 = \sqrt{2g}\sqrt{h_3 - h_2} \times A_2 = Q_2$$

$$\Rightarrow \cancel{\sqrt{2g}}.\sqrt{h_2} \times A_0 = \cancel{\sqrt{2g}}\sqrt{h_3 - h_2} \times A_2$$

$\Rightarrow \sqrt{h_2} \times A_0 = \sqrt{h_3 - h_2} \times A_2$ طرفین رابطه را بر $\sqrt{h_3 - h_2}$ تقسیم می‌کنیم

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_3 - h_2}} \times A_0 = \frac{\cancel{\sqrt{h_3 - h_2}}}{\cancel{\sqrt{h_3 - h_2}}} \times A_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_3 - h_2}} \times A_0 = A_2$$

$$\Rightarrow \boxed{A_2 = A_0\sqrt{\frac{h_2}{h_3 - h_2}}}$$ رابطه (۲۲-۷)

که در آن $h_3 - h_2$ برابر فاصله بین دهانه پاتیل تا سطح فوقانی حوضچه باررریز است.

در شکل ۵-۷ فشار در تمام سطوح صفر (انتهای راهگاه باررریز) سطح ۲ (ورودی به حوضچه باررریز) و سطح ۳ (دهانه پاتیل) مساوی و برابر فشار اتمسفر است چون در ارتباط با هوا است.

۴-۷- قانون پاسکال :

براساس این قانون داخل ظروف مرتبط مانند قالب پر از مذاب، فشار در همه نقاط ظرف که دارای ارتفاع یکسان یا به عبارت دیگر روی یک سطح افقی قرار دارند، یکسان است.

از طرف دیگر فشار در هر نقطه از مایع برابر است با فاصله آن نقطه تا سطح آزاد مایع ضربدر وزن مخصوص مایع (جرم حجمی ضربدر شتاب ثقل) به اضافه فشار خارجی که بر مایع اعمال می‌شود. معمولاً فشار خارجی روی مایع فشار اتمسفر است، بنابراین رابطه به صورت زیر می‌باشد :

$$P = P_a + \rho.g.h$$ رابطه (۲۳-۷)

که در آن :

P : فشار در هر نقطه از یک سطح افقی با ارتفاع یکسان برحسب نیوتن برمتر مربع $\left(\frac{N}{m^2}\right)$

P_a : فشار اتمسفر برحسب نیوتن برمترمربع $\left(\frac{N}{m^2}\right)$

ρ :چگالی مذاب برحسب کیلوگرم برمترمکعب $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

h : ارتفاع یا فاصله عمودی نقطه تا سطح آزاد مایع برحسب متر (m)

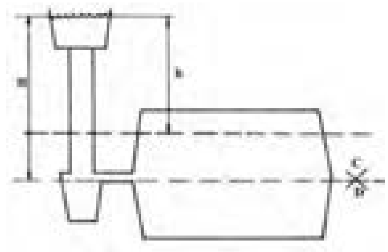
با توجه به اینکه در تمام نقاط قالب فشار هوای خارجی برابر فشار اتمسفر است، بنابراین فشار مطلق که بر یک نقطه در درون مایع در تمام جهات وارد می‌شود برابر است با : $P = \rho.g.h$

اگر یک قالب را مطابق شکل ۶-۷ در نظر بگیریم فشار هیدرواستاتیکی وارد بر هر نقطه درون مذاب در بعضی نقاط قالب و راهگاه برحسب ارتفاع مذاب نشان داده شده است. فشار در هر نقطه از قالب که در ارتفاع دلخواه h نسبت به سطح آزاد مذاب قرار دارد برابر است با :

$$P = \rho.g.h$$

بر همین اساس با توجه به اینکه فاصله عمودی سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر H است فشار وارد بر هر نقطه در مذاب در سطح جدایش برابر است با :

$$P = \rho g H$$



شکل ۶-۷- نمایش شماتیکی قطعه ریختگی / راهگاه‌هایی که از فلز مذاب پرگردیده‌اند.

۵-۷- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب) :

جریان هر مایعی درون یک کانال می‌تواند به دو صورت آرام یا اغتشاشی انجام شود. جریان آرام، جریانی است که سرعت آن در یک کانال از دیواره کانال تا مرکز آن به تدریج افزایش یابد.

براین اساس می‌توان سرعت جریان مذاب در دیواره‌های راهگاه به علت اصطکاک با دیواره راهگاه بسیار کم در نظر گرفت، درصورتی‌که در مرکز سطح مقطع راهگاه این سرعت حداکثر مقدار خود است در این صورت لایه‌های مایع در حال جریان باید با سرعت‌های متفاوتی روی یکدیگر لغزش کنند در حقیقت چنین جریانی از مایع با حداقل اصطکاک انجام می‌شود.

درصورتی‌که سرعت متوسط مایع افزایش یابد از یک سرعت معین به بالا افزایش لایه‌های مایع روی یکدیگر از

مقدار استحکام برشی مایع تجاوز نمی‌کند. در این حالت جریان آرام و در یک جهت مایع ادامه نمی‌یابد و جریان مایع به‌صورت چند جهتی و در نتیجه به‌صورت اغتشاشی ادامه خواهد یافت. کیفیت جریان مایع از لحاظ آرام بودن یا ناآرام بودن (اغتشاشی) توسط عدد بدون بُعد رینولدز، R_e مطابق ذیل مشخص می‌شود.

$$R_e = \rho.D.V.\frac{1}{\eta} \qquad \text{رابطه (۷-۲۴)}$$

که در آن :

R_e : عدد رینولدز بدون واحد

ρ : جرم مخصوص مایع برحسب کیلوگرم بر متر مکعب $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

D : قطر کانال عبور مایع برحسب متر (m)

V: سرعت جریان مایع برحسب متربر ثانیه $\left(m/s\right)$

η: ویسکوزیته (چسبندگی) دینامیکی برحسب کیلوگرم بر (متر $\times$ ثانیه) $\left(\frac{kg}{m.s}\right)$

برای مقاطع کانال‌های غیردایره D ، قطر معادل است که از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times ۴}{\text{محیط مقطع}} \qquad \text{رابطه (۷-۲۵)}$$

معمولاً در ریخته‌گری برای اینکه به قطعات سالم و بدون تخلخل گازی و ذرات سرباره‌ای دست پیدا کنیم باید سیستم راهگاهی طوری طراحی شود که جریان مذاب آرام و با حداقل آشفتگی باشد. شکل ۷-۷-الف

براساس آزمایشات انجام شده اگر عدد رینولدز از ۳۰۰۰ کمتر باشد جریان سیال کاملاً آرام و بدون حرکت اغتشاشی و به‌صورت لایه‌های موازی انجام می‌گیرد. درصورتی‌که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ باشد، تلاطم و اغتشاش شروع می‌شود. اگر در ریخته‌گری عدد رینولدز در حد آرام در نظر گرفته شود سرعت خطی مذاب و قطر راهباره‌ها به اندازه‌ای کوچک خواهد بود که عملاً ریخته‌گری غیرممکن است.

مثال ۱-۷ مذابی از فولاد آرام $(R_e = ۱۸۰۰)$ در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع دایره به قطر ۳ cm در جریان است. درصورتی‌که ویسکوزیته آن ۰/۰۴ پواز و چگالی آن $۷/۸ \; {}^{g}\!/\!_{cm^۳}$ باشد سرعت خطی مذاب را محاسبه کنید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

خواسته	داده‌ها
$V = ?$	$D = ۳ \; cm$ $R_e = ۱۸۰۰$ $\eta = ۰/۰۴ \left({}^{g}\!/\!_{cm.s} \right)$ $\rho = ۷/۸ \; {}^{g}\!/\!_{cm^۳}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله

$$V = \frac{\eta . R_e}{\rho . D}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V = \frac{۰/۰۴ \times ۱۸۰۰}{۷/۸ \times ۳} \Rightarrow V = ۳/۰۷۷ \; {}^{cm}\!/\!_{s}$$

تمرین ۱-۷ مذابی از فولاد آرام $(R_e = ۲۰۰۰)$ در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع دایره به قطر ۵ cm در جریان است. درصورتی‌که ویسکوزیته آن ۰/۰۵ پواز و چگالی آن $۷/۸ \; {}^{g}\!/\!_{cm^۳}$ باشد سرعت خطی مذاب را به‌دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۷ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام $(R_e = ۳۰۰۰)$ در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. درصورتی‌که ویسکوزیته آن ۰/۰۳۸ پواز و چگالی آن $۷/۶ \; {}^{g}\!/\!_{cm^۳}$ باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

تمرین ۲-۷ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام $(R_e = ۲۵۰۰)$ در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. درصورتی‌که ویسکوزیته آن ۰/۰۴۸ پواز و چگالی آن $۷/۵ \; {}^{g}\!/\!_{cm^۳}$ باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

خواسته	داده‌ها
$V = ?$	$a = ۲\ cm$ $(R_e = ۳۰۰۰)$ $\eta = ۰/۰۳۸\ {}^{g}\!/_{cm.s}$ $\rho = ۷/۶\ {}^{g}\!/_{cm^۳}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای حل مسأله

$$\text{قطر مؤثر}\ D_e = \frac{۴ \times \text{مساحت مقطع}}{\text{محیط مقطع}}$$

$$V = \frac{\eta . R_e}{\rho . D_e}$$

مرحله ۳) محاسبه قطر موثر

$$\text{مساحت مقطع} = a \times a = ۲ \times ۲ = ۴cm^۲$$

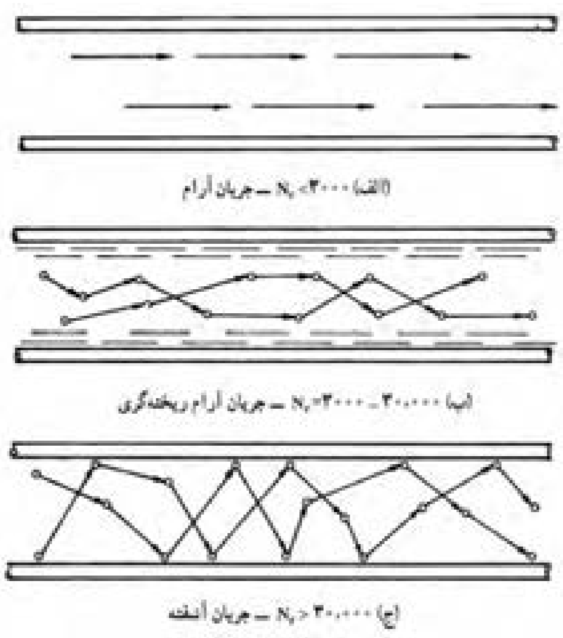
$$\text{محیط مقطع} = ۴ \times a = ۴ \times ۲ = ۸cm$$

$$D_e = \frac{۴ \times ۴}{۸} = \frac{۱۶}{۸} \Rightarrow D_e = ۲cm$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه سرعت خطی

$$V = \frac{۰/۰۳۸ \times ۳۰۰۰}{۷/۶ \times ۲} \Rightarrow V = ۷/۵\ {}^{cm}\!/_{s}$$

از نظر ریخته‌گری و همچنین تفاوت زیاد بین دمای مذاب و قالب مشخص شده که اگر عدد رینولدز کمتر از ۳۰۰۰ باشد، در فصل مشترک مذاب و قالب یک لایه نسبتاً غیرآشفته و آرام به وجود می‌آید. براساس مطالعات انجام شده این جریان غیر مضر است و امکان داخل شدن هوا کاهش می‌یابد، چنین حالتی را جریان آرام سطحی با جریان آرام ریخته‌گری گویند شکل ۷-۷-ب. در حالی که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ شود جریان کاملاً آشفته و قطعات ناسالم با مک‌های گازی و آخال ایجاد می‌شود. شکل ۷-۷-ج.



شکل ۷-۷- رابطه میان عدد رینولدز و میزان آشفتگی جریان مذاب

۶-۷- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاهی : (طراحی و محاسبه مقطع تنگه)

اصول طراحی سیستم راهگاهی معمولاً بر محاسبه سطح مقطع تنگه استوار است. تنگه، کوچک‌ترین سطح مقطع در یک سیستم راهگاهی می‌باشد که با توجه به قانون تداوم و ثابت بودن دبی جریان معمولاً سرعت خطی مذاب در این مقطع از تمام مقاطع سیستم راهگاهی بیشتر است. درصورتی‌که سرعت جریان مذاب در تنگه از حد معینی کمتر باشد قبل از اینکه مذاب بتواند قالب را پر نماید ممکن است در اجزا سیستم راهگاهی و قالب منجمد شود و منجر به ناقص شدن قطعه شود. از طرف دیگر اگر سرعت جریان مذاب در تنگه از یک حد معینی افزایش پیدا کند جریان به‌صورت ناآرام شده که همین مسئله سبب جذب گاز در مذاب و ایجاد سرباره خواهد شد. بنابراین محاسبه سطح مقطع تنگه بسیار مهم است، که از این قسمت به آن پرداخته می‌شود. حجم مذابی که (V) با سرعت V از تنگه‌ای به مقطع A_C در مدت زمان t می‌گذرد برابر است با :

رابطه (۲۶-۷) $$V = A_C.v.t$$

از طرفی مطابق قانون چگالی می‌توان نوشت :

$$\frac{\rho}{1} = \frac{m}{v} \Rightarrow \rho \times v = m \times 1$$

طرفین رابطه به ρ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\rho \times v}{\rho} = \frac{m \times 1}{\rho} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

حال با جای‌گذاری در رابطه فوق خواهیم داشت :

$$\left.\begin{array}{l} V=\dfrac{m}{\rho} \\ V=A_C.v.t \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{m}{\rho}=\frac{A_C.v.t}{۱} \Rightarrow m=\rho.A_C.v.t$$

طرفین رابطه را بر $\rho.v.t$ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{m}{\rho.v.t}=\frac{\cancel{\rho}.A_C.\cancel{v}.\cancel{t}}{\cancel{\rho}.\cancel{v}.\cancel{t}} \Rightarrow \boxed{A_C=\frac{m}{\rho.v.t}}$$ رابطه (۷-۲۷)

که در آن :

A_C : سطح مقطع تنگه برحسب سانتی‌متر مربع ($cm^۲$)

m : جرم مذاب برحسب گرم (g)

ρ : چگالی مذاب برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب $\left(\dfrac{g}{cm^۳}\right)$

V : سرعت مذاب برحسب سانتی‌متر بر ثانیه $\left(\dfrac{cm}{s}\right)$

t : زمان عبور مذاب (بارریزی) برحسب ثانیه (s)

با توجه به این رابطه برای به‌دست آوردن سطح مقطع تنگه باید سرعت مذاب و زمان بارریزی را داشته باشیم.

۷-۷- تعیین سرعت خطی مذاب :

سرعت خطی مذاب در حالت واقعی از سرعت تئوری به‌دست آمده از قانون تریچلی کمتر است. علت این مسئله اصطکاک بین ذرات (اتمها) مذاب و اصطکاک مذاب با دیواره قالب است. همچنین شکل کانال‌ها و اجزاء سیستم راهگاهی، محل تقاطع آنها، وجود فیلتر مذاب، وجود گازها و هوا در قالب، باعث کاهش سرعت مذاب در سیستم راهگاهی می‌شود. در عمل رابطه بین سرعت تئوری و سرعت واقعی مذاب به‌صورت زیر بیان می‌شود :

$$V_{\text{واقعی}}=\mu.v_{\text{تئوری}}=\mu\sqrt{۲gh}$$ رابطه (۷-۲۸)

که در این رابطه μ ضریبی بدون واحد است که به عنوان ضریب تلفات، ضریب تخلیه یا ضریب ریختگی نامیده می‌شود. نحوه به‌دست آوردن این ضریب به این صورت است که ابتدا دبی واقعی مذاب با توجه به حجم محفظه قالب (V) و زمان بارریزی (t) به‌دست آورده می‌شود، سپس دبی واقعی بر دبی تئوری حاصل از قانون تریچلی تقسیم می‌شود، و ضریب μ به‌دست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{l} \text{(دبی واقعی)}\ Q=\dfrac{V\text{(حجم محفظه قالب)}}{t\ \text{(زمان بارریزی)}} \\ \text{(دبی تئوری)}\ Q=A\sqrt{۲gh} \end{array}\right\} \mu=\frac{Q_{\text{واقعی}}}{Q_{\text{تئوری}}}=\frac{\frac{V}{t}}{\frac{A\sqrt{۲gh}}{۱}}$$ دور در دور و نزدیک در نزدیک

رابطه (۲۹-۷)

$$\Rightarrow \mu = \frac{V \times ۱}{A.t.\sqrt{۲gh}} \Rightarrow \boxed{\mu = \frac{V}{At\sqrt{۲gh}}}$$

که در آن :

h : ارتفاع بار یا ارتفاع استاتیکی مذاب

A : سطح مقطع تنگه

این ضریب (μ) در ریخته‌گری بسیار مهم است. زیرا درصورتی‌که این ضریب از یک حد معین بیشتر شود چون دبی واقعی مذاب افزایش می‌یابد بنابراین سبب ایجاد جریان آرام مذاب و در نهایت سبب ورود مک گازی و سرباره بر مذاب و در نتیجه تولید قطعه ناسالم می‌شود. از طرف دیگر، اگر ضریب μ از یک حدی کمتر باشد، دبی واقعی مذاب کاهش یافته در نتیجه سبب طولانی شدن زمان پر شدن قالب و در نتیجه امکان انجماد زودرس مذاب در سیستم راهگاهی و قالب پیش می‌آید که می‌تواند سبب معیوب شدن قطعه ریختگی شود. ضرایب ریختگی تقریبی برای آلیاژهای مختلف در جدول ۱-۷ ذکر شده است.

جدول ۱-۷- حدود تقریبی ضریب ریختگی برای آلیاژهای مختلف

ضریب ریختگی (μ)	آلیاژ
۰/۲۷-۰/۵۵	چدن‌ها
۰/۳-۰/۴۵	فولادها
۰/۶-۰/۷	فلزات و آلیاژهای غیرآهنی

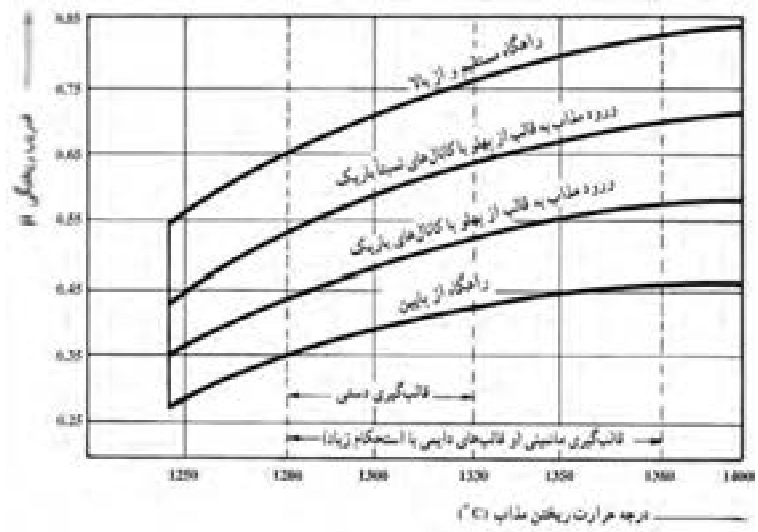
عوامل دیگری همچون نحوه ریختن مذاب و درجه حرارت ریخته‌گری نیز در تعیین ضریب ریختگی مؤثر هستند که در جدول ۲-۷ و شکل ۸-۷ نشان داده شده است.

مطابق جدول ۲-۷ ضریب μ برای فولادهای ریختگی هنگامی از سیستم راهگاهی ساده به طرف معمولی و متوسط و در نهایت درهم و پیچیده می‌رویم، کاهش می‌یابد یعنی هرچه قدر سیستم راهگاهی پیچیده تر می‌شود دبی داخل مذاب کمتر خواهد شد، چون موانع بر سر حرکت مذاب زیاد است.

جدول ۲-۷- ضریب μ برای فولادهای ریختگی نسبت به نوع سیستم راهگاهی

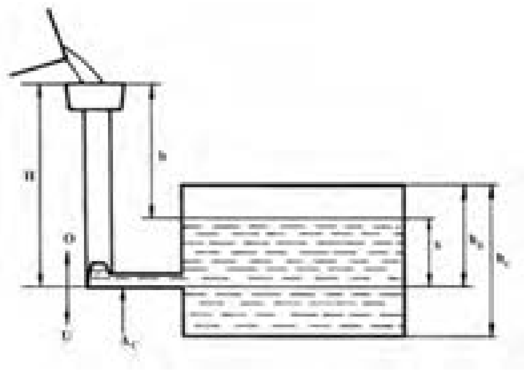
ضریب ریختگی (μ)	نوع سیستم راهگاهی
۰/۴-۰/۵	ساده (شامل یک یا دو کانال در سطح جدایش)
۰/۳-۰/۴	معمولی و متوسط (با راهگاه‌های پله‌ای یا انشعابی)
۰/۲۵-۰/۳	درهم و پیچیده (شامل صافی‌ها، تغذیه‌ها، راهگاه‌های گردابی و غیره)

با توجه به شکل ۸-۷ مشخص می‌شود که هرچه درجه حرارت ریختن مذاب در چدن افزایش می‌یابد ضریب μ افزایش می‌یابد که علت آن افزایش دبی واقعی به سمت افزایش سیالیت مذاب است.



شکل ۸-۷- تعیین ضریب ریختگی چدن برحسب درجه حرارت ریختن و نوع سیستم راهگاهی

با توجه به قانون تریچلی، سرعت واقعی مذاب خارج شده از تنگه، به ارتفاع (h) که مذاب تحت آن به درون قالب ریخته می‌شود، بستگی دارد. با توجه به اینکه در محاسبات سیستم راهگاهی دبی ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین سرعت مذاب و در نتیجه ارتفاع (h) ثابت در نظر گرفته می‌شود. این حالت زمانی امکان پذیر است که تمام محفظه قالب در درجه پایین باشد تا ارتفاع مذاب (h) که برابر ارتفاع درجه بالایی است ثابت بماند. اما در همه قطعات قالب ریخته‌گری به این گونه نمی‌باشد و همواره قسمتی از محفظه قالب در درجه بالایی می‌باشد شکل ۹-۷.



شکل ۹-۷- نمایش شماتیکی یا قالب در برش

در این حالت با توجه به شکل ۹-۷ تا زمانی که قسمت پایین محفظه قالب پر نشده سرعت مذاب از تنگه A_C ثابت است اما زمانی که سطح مذاب از سطح جدایش قالب بالاتر رفت با ادامه مذاب ریزی با توجه به اینکه فاصله بین سطح مذاب در حوضچه بارریز و سطح مذاب داخل قالب در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه A_C به تدریج کاهش می‌یابد. در چنین حالتی سرعت لحظه‌ای مذاب را در تنگه می‌توان از رابطه زیر به‌دست آورد :

$$V = \mu\sqrt{2g(H-x)} \qquad \text{رابطه (۳۰-۷)}$$

که در آن :

V : سرعت لحظه‌ای مذاب

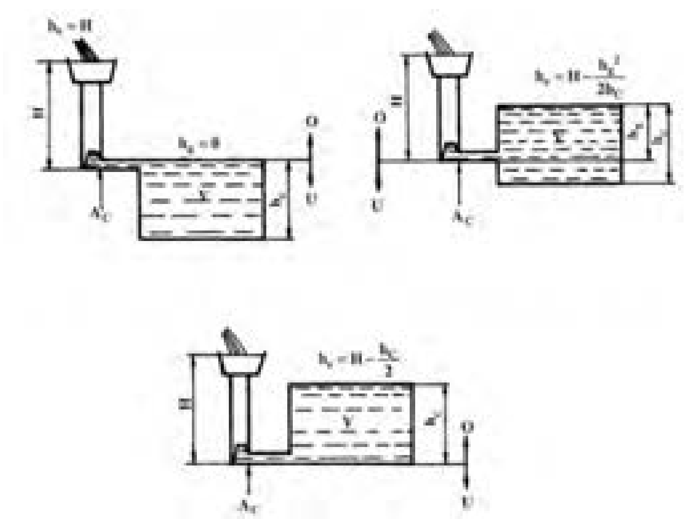
μ : ضریب ریختگی

H : ارتفاع سطح مذاب از حوضچه بارریز تا تنگه A_C (سطح جدایش)

X : فاصله لحظه‌ای سطح مذاب از سطح جدایش (تنگه A_C)

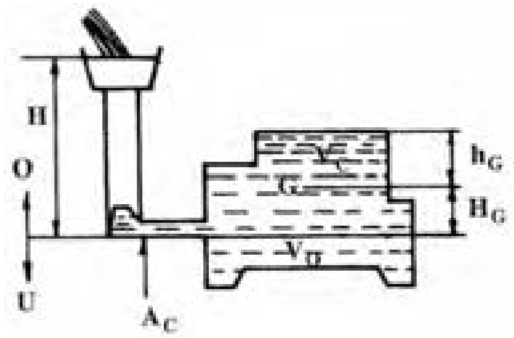
H-X : ارتفاع لحظه‌ای سطح مذاب درون محفظه قالب تا سطح مذاب در حوضچه بارریز

با توجه به اینکه ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون محفظه قالب به تدریج در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه ثابت نخواهد ماند بنابراین در هر لحظه این ارتفاع تغییر یافته و سرعت مذاب کاهش خواهد یافت. بنابراین با توجه به اینکه ارتفاع لحظه‌ای تغییر می‌کند می‌توان متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای را که مقدار ثابتی خواهد بود (h_e) در نظر گرفت و با قرار دادن در رابطه تریچلی سرعت مؤثر و ثابتی به‌دست آورد. در شکل ۱۰-۷ ارتفاع موثر h_e برای قطعات ریختگی با سطح مقطع یکنواخت با توجه به مشخصات قطعه و شرایط ریخته‌گری نشان داده شده است.



شکل ۱۰-۷- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت‌های مختلف از تعبیه راهگاه

در حالتی شکل ۱۰-۷ سطح مقطع افقی قطعات ریختگی در قسمت‌های مختلف ارتفاع قطعه متفاوت باشد. ارتفاع مؤثر به ارتفاع ثقل قسمت فوقانی قالب بستگی دارد.



شکل ۱۱-۷- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت کلی

در چنین حالتی ارتفاع مؤثر به‌صورت زیر محاسبه می‌شود :

مطابق آنچه که در قبل گفته شد، ارتفاع مؤثر برای قسمت پایینی قالب ارتفاع سطح مذاب در حوضچه بارریز تا تنگه یعنی H (ارتفاع استاتیکی مذاب) می‌باشد. اما در قسمت بالایی قالب ثابت شده است که ارتفاع مؤثر (ارتفاع متوسط ثابت) برابر ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح بالایی قطعه (h_G) می‌باشد. با توجه به نسبت حجم قسمت بالایی قالب (V_C) و قسمت پایینی قالب (V_D) به حجم کل محفظه قالب خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times h_G + \frac{V_D}{V} \times H$$

از طرف دیگر داریم : $V_D = V - V_C$ و $h_G = H - H_G$ که در آن H_G ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح جدایش قالب است. لذا خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times (H - H_G) + \frac{V - V_C}{V} \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times H - \frac{V_C}{V} \times H_G + \left(\frac{V}{V} - \frac{V_C}{V}\right) \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} H - \frac{V_C}{V} H_G + \left(۱ - \frac{V_C}{V}\right) H$$

$$h_e = \cancel{\frac{V_C}{V}} H - \frac{V_C}{V} H_G + H - \cancel{\frac{V_C}{V}} H$$

$$h_e = H - \frac{V_C}{V} H_G$$

رابطه (۳۱-۷)

که در آن :

h_e: ارتفاع مؤثر (متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای سطح مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون قالب)

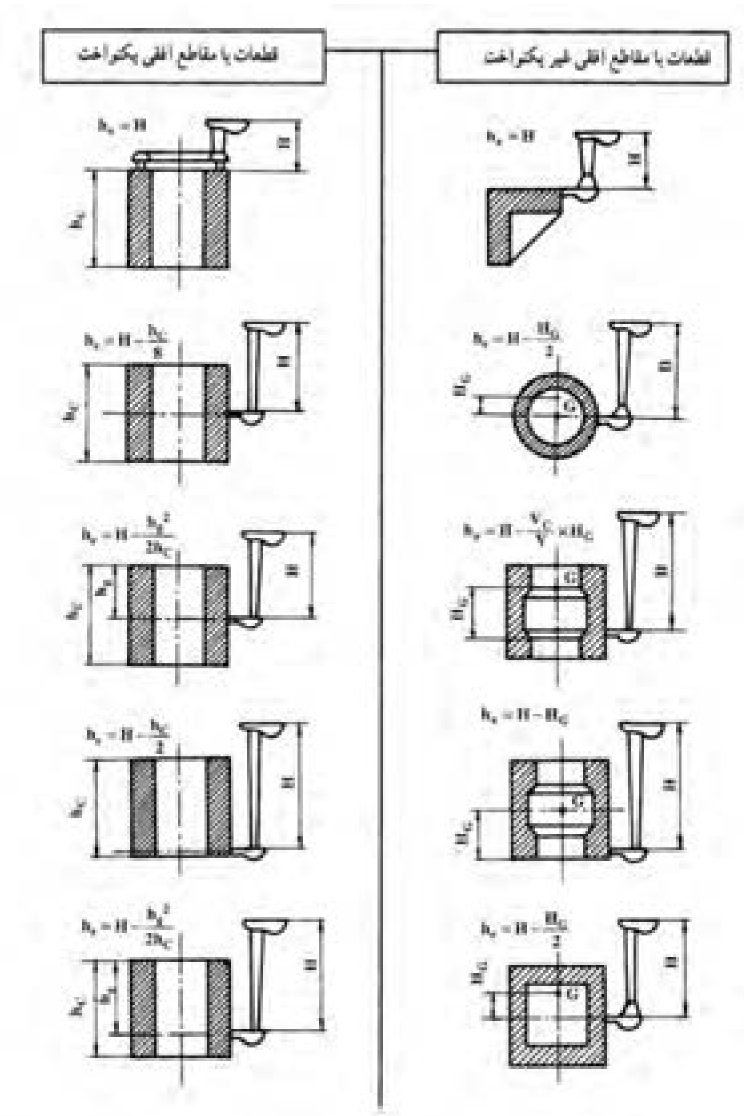
H : ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح جدایش

V_C : حجم قسمت بالایی محفظه قالب

V : حجم کل محفظه قالب

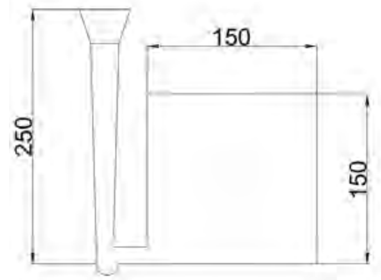
H_G : مرکز ثقل قسمت بالایی قالب

رابطه محاسبه مرکز ثقل چند قطعه متداول در شکل ۱۲-۷ نشان داده شده است.



شکل ۱۲-۷- روابط مربوط به ارتفاع مؤثر برای چند نوع شکل ساده و متداول

مثال ۳-۷ قطعه مکعبی شکل به ضلع ۱۵ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است درصورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۵ cm و راهباره در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد، ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۱۳-۷)

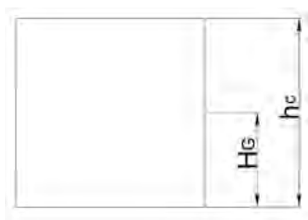
حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته
a=۱۵cm H=۲۵cm	h_e =?

مرحله ۲) نوشتن رابطه مورد نیاز

$$h_e = H - \frac{V_C}{V} H_G$$

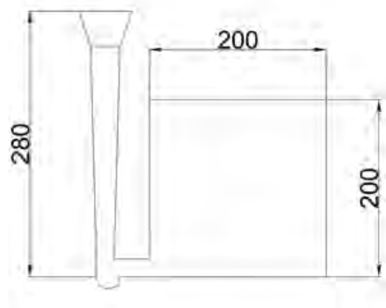
مرحله ۳) تعیین H_G و V_C و h_C



با توجه به این‌که راهباره در قسمت پایین مکعب واقع شده لذا $h_C = ۱۵ cm$ ، از طرف دیگر چون قطعه مکعبی شکل است و متقارن می‌باشد بنابراین:

$$H_G = \frac{a}{۲} = \frac{۱۵}{۲} = ۷/۵ cm$$

تمرین ۳-۷ قطعه مکعبی به ضلع ۲۰ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است درصورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۸ cm و راهباره در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را حساب کنید.



شکل (۱۴-۷)

حل (توسط هنرجو):

با توجه به این‌که راهگاه از پایین است لذا خواهیم داشت :

$V_C = V = \text{مکعب} = ۱۵\times۱۵\times۱۵ = V_C = V = ۳۳۷۵cm^۳$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه h_e :

$$h_e = ۲۵ - \frac{۳۳۷۵}{۳۳۷۵} \times ۷/۵$$

$$h_e = ۲۵ - ۷/۵ \Rightarrow h_e = ۱۷/۵cm$$

مثال ۴-۷ درصورتی که در مثال قبل، ضریب ریختگی ۰/۴ باشد، سرعت مؤثر مذاب را به‌دست آورید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
V مؤثر = ؟	$\mu = ۰/۴$ $h_e = ۱۷/۵cm$ $g = ۱۰ m/s^۲$

مرحله ۲) تبدیل واحد. واحد شتاب ثقل را از m به cm تبدیل می‌کنیم

$$g = ۱۰ m/s^۲ = ۱۰\times۱۰۰ cm/s^۲ \Rightarrow g = ۱۰۰۰ cm/s^۲$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله

$$V = \mu\sqrt{۲gh_e}$$

$$V = ۰/۴\sqrt{۲\times۱۰۰۰\times۱۷/۵} \Rightarrow V = ۷۴/۸ cm/s$$

تمرین ۴-۷ درصورتی که در تمرین قبل، ضریب ریختگی ۰/۶ باشد، سرعت مؤثر مذاب را حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

۲-۲-۷- تعیین زمان بارریزی :

زمان بارریزی معمولاً به‌صورت تجربی به‌دست می‌آید و در حقیقت مدت زمان معینی است که اگر تحت آن محفظه قالب از مذاب پر شود قطعه سالم از لحاظ کیفیت تولید می‌شود که اگر زمان بارریزی از آن زمان بیشتر یا کمتر باشد قطعه دارای عیب و نقص تولید خواهد شد. برای این منظور روابط تجربی با توجه به نوع قالب و آلیاژ ریختگی وجود دارد که در جداول ۳-۷ و ۴-۷ و ۵-۷ برای قالب ماسه ای و تعدادی از آلیاژهای متداول روابط تجربی زمان بارریزی آمده است.

با تعیین زمان بارریزی مطابق جدول ۳-۷ می‌توان با توجه به روابط قبلی مساحت تنگه A_C را به‌دست آورد.

$$\left.\begin{array}{l} A_C = \dfrac{m}{\rho . t . v} \\ V = \mu\sqrt{2gh_e} \end{array}\right\} \Rightarrow A_C = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{2gh_e}}$$ رابطه (۳۲-۷)

که در آن :

m : جرم مذاب برحسب گرم

ρ: چگالی مذاب برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب

t : زمان بارریزی برحسب ثانیه

g : شتاب ثقل برابر ۹۸۱ سانتی‌متر بر مجذور ثانیه

h_e : ارتفاع مؤثر برحسب سانتی‌متر

A_C : سطح مقطع تنگه برحسب سانتی‌متر مربع

حال برای فلزات آهنی درصورتی که جرم مذاب برحسب کیلوگرم و زمان بارریزی (t) برحسب ثانیه انتخاب شوند. با در نظر گرفتن چگالی تقریبی $7\, {}^{gr}\!/_{cm^3}$ رابطه به شکل زیر خواهد بود :

$$A_C = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{2gh_e}}$$

$$m = 1000 gr$$

$$\rho = 7\, {}^{gr}\!/_{cm^3}$$

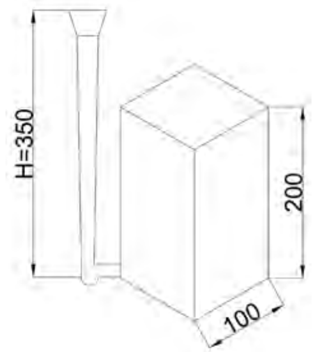
$$g = 198\, {}^{cm}\!/_{s^2}$$

$$A_C = \frac{1000m}{\rho t \mu \sqrt{2g} \times \sqrt{h_e}}$$

صورت و مخرج به ۱۰۰۰ تقسیم می‌شود

$$A_C = \frac{\frac{1000m}{1000}}{\frac{7\sqrt{2g}}{1000} t\mu\sqrt{h_e}} = \frac{m}{0/31 t\mu\sqrt{h_e}}$$

مثال ۵-۷ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم ۱۰kg با قاعده مربعی به ضلع ۱۰ cm و ارتفاع ۲۰ cm درصورتی‌که ارتفاع استاتیکی مذاب ۳۵ cm و راهباره در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی ۲۰ s و چگالی $۷ \, g/cm^۳$ باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. $(\mu = ۰/۴۵)$



شکل (۱۵-۷)

حل:

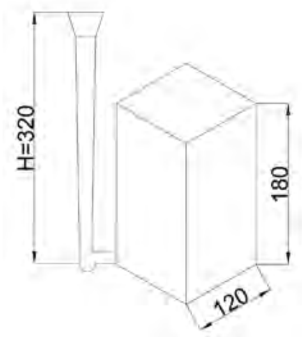
مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$h_e = ?$ $A_C = ?$	$m = ۱۰kg$ $a = ۱۰cm$ $H = ۳۵cm$ $t = ۱۰s$ $h_C = ۲۰cm$ $\rho = ۷ \, g/cm^۳$ $\mu = ۰/۴۵$ $g = ۱۰ \, m/s^۲$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$h_e = H - \frac{V_C}{V} H_G$$

تمرین ۵-۷ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم ۱۲kg با قاعده مربعی به ضلع ۱۲ cm و ارتفاع ۱۸ cm درصورتی‌که ارتفاع استاتیکی مذاب ۳۲ cm و راهباره در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی ۱۸ s و چگالی $۷ \, g/cm^۳$ باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. $(\mu = ۰/۳۸)$



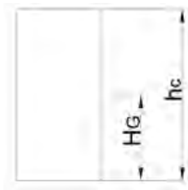
شکل (۱۶-۷)

حل (توسط هنرجو):

$$A_C = \frac{m}{\rho.t.\mu\sqrt{۲gh_e}}$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن h_e:

با توجه به این‌که راهباره از کف است $h_C = ۲۰cm$ و $V_C = V$ از طرف دیگر با توجه به این‌که قطعه به شکل متقارن است.



شکل (۱۷-۷)

$$H_G = \frac{۱}{۲}h_C = \frac{۱}{۲}\times ۲۰$$

$$H_G = ۱۰cm$$

$$h_e = ۳۵ - \frac{V_C}{V}\times ۱۰ = ۳۵ - (۱\times ۱۰)$$

$$h_e = ۳۵ - ۱۰ \Rightarrow h_e = ۲۵cm$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه A_C برای به‌دست آوردن مساحت مقطع.

$$m = ۱۰kg = ۱۰\times ۱۰۰۰ \Rightarrow m = ۱۰۰۰۰gr$$

$$g = ۱۰ {m}/{s^۲} = ۱۰\times ۱۰۰ \Rightarrow g = ۱۰۰۰ {cm}/{s^۲}$$

$$A_C = \frac{۱۰۰۰۰}{۷\times ۱۰\times ۰/۴۵\sqrt{۲\times ۱۰۰۰\times ۲۵}} = \frac{۱۰۰۰۰}{۷۰۴۳/۶۱}$$

$$\boxed{A_C = ۱/۴۲cm^۲}$$

مثال ۶-۷ در یک سیستم راهگاهی برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه $۵cm^۲$ و جرم قطعه ریختگی ۸۴ kg می‌باشد درصورتی که زمان بارریزی s ۲۴ و ضریب ریختگی ۰/۵ باشد مطلوبست :

الف – ارتفاع مؤثر (h_e) برحسب سانتی‌متر

ب – سرعت واقعی مذاب در تنگه برحسب سانتی‌متر بر ثانیه

تمرین ۶-۷ در یک سیستم راهگاهی برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه $۴cm^۲$و جرم قطعه ریختگی ۷۴ kg می‌باشد درصورتی که زمان بارریزی s ۲۰ و ضریب ریختگی ۰/۴ باشد مطلوبست :

الف – ارتفاع مؤثر برحسب سانتی‌متر

ب – سرعت واقعی مذاب در تنگه برحسب سانتی‌متر بر ثانیه

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$m = 84\ kg$ $t = 24 s$ $A_C = 5 cm^2$ $\mu = 0/5$ $\rho = 7\ g/cm^3$ $g = 10\ m/s^2$	$h_e = ?$ $V = ?$

مرحله ۲) تبدیل واحد.

$$m = 84kg = 84\times(1kg) = 84\times 1000gr \Rightarrow m = 84000gr$$

$$g = 10\ m/s^2 = 10(1\ m/s^2) = 10\times(100\ cm/s^2) \Rightarrow g = 1000\ cm/s^2$$

مرحله ۳) نوشتن روابط لازم برای حل مسأله

$$A_C = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{2gh_e}}$$

$$V = \mu\sqrt{2gh_e}$$

مرحله ۴) محاسبه h_e

$$\frac{5}{1} = \frac{84000\times 1}{7\times 24\times 0/5\sqrt{2\times 1000\times h_e}}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$5\times 7\times 24\times 0/5\sqrt{2\times 1000\times h_e} = 84000\times 1$$

$$420\sqrt{2000h_e} = 84000$$

طرفین رابطه را بر ۴۲۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\cancel{420}\sqrt{2000h_e}}{\cancel{420}} = \frac{84000}{420}$$

طرفین رابطه را به توان ۲ می‌رسانیم

$$\left(\sqrt{2000h_e}\right)^2 = (200)^2$$

$$2000h_e = 40000$$

حل (توسط هنرجو):

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{\cancel{2000}h_e}{\cancel{2000}} = \frac{40000}{2000} \Rightarrow \boxed{h_e = 20cm}$$

مرحله ۵) محاسبه سرعت

$$V = 0/5 \times \sqrt{2 \times 1000 \times 20}$$

$$V = 0/5 \times \sqrt{4000} \Rightarrow V = 0/5 \times 200 \Rightarrow V = 100 \,{}^{cm}/_{s}$$

مثال ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مؤثر ۱/۲cm به‌طور نیمه آرام $R_e = 12000$ حرکت می‌کند. درصورتی که ویسکوزیته مذاب ۰/۰۷ پوآز و جرم مخصوص آن $7 \,{}^{g}/_{cm^3}$ باشد سرعت مذاب در این کانال برحسب سانتی‌متر بر ثانیه حساب کنید.

حل:مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
V= ?	قطر مؤثر $D_e = 1/2cm$ $R_e = 12000$ $\eta = 0/07 \,{}^{gr}/_{cm.s}$ $\rho = 7 \,{}^{g}/_{cm^3}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$V = \frac{\eta . R_e}{\rho . D_e}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه

$$V = \frac{0/07 \times 1200}{7 \times 1/2} \Rightarrow V = 100 \,{}^{cm}/_{s}$$

تمرین ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مستطیل شکل به طول و عرض ۳ و ۲ سانتی‌متر به‌طور نیمه آرام $R_e = 1200$ حرکت می‌کند. درصورتی‌که ویسکوزیته مذاب ۰/۰۰۷ کیلوگرم بر مترثانیه و جرم مخصوص آن ۷۰۰۰ کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب باشد سرعت مذاب در این کانال برحسب سانتی‌متر بر ثانیه حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۸-۷ مطلوبست تعیین نسبت سرعت‌های جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد ۱۵×۴۸ میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره، جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. $(\pi = ۳)$

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده
$\frac{V_۱}{V_۲} = ?$	$A_۱ = A_۲$

مرحله ۲) نوشتن رابطه سرعت در کانال

$$V = \frac{\eta . R_e}{\rho . D_e}$$

برای مقاطع غیردایره‌ای $D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times ۴}{\text{محیط مقطع}}$

مرحله ۳) محاسبه قطر مؤثر کانال با مقطع مستطیل

$\text{مساحت مقطع مستطیل} = ۴۸ \times ۱۵ = ۷۲۰ mm^۲$

$\text{محیط مقطع مستطیل} = (۴۸ + ۱۵) \times ۲ = ۱۲۶ mm$

$$D_e = \frac{۴ \times ۷۲۰}{۱۲۶} \Rightarrow D_e = ۲۲/۸۶ mm$$

مرحله ۴) محاسبه سرعت در کانال مستطیل

$$V_۱ = \frac{\eta . R_e}{\rho . ۲۲/۸۶}$$

مرحله ۵) محاسبه قطر کانال دایره‌ای با سطح مقطع برابر کانال با سطح مقطع مستطیل

$\text{مساحت دایره} = \text{مساحت مستطیل} = \frac{\pi . D^۲}{۴}$

تمرین ۸-۷ مطلوبست تعیین نسبت سرعت جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد ۱۲×۴۰ میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. $(\pi = ۳)$

حل: (توسط هنرجو)

$$48\times 15 = 3\times\frac{D^2}{4} \Rightarrow 720 = 3\times\frac{D^2}{4}$$

$$720\times 4 = 3D^2 \Rightarrow 2880 = 3D^2$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{2880}{3} \Rightarrow D^2 = 960$$

$$\Rightarrow \boxed{D = 30/98\,mm}$$

مرحله ۶) محاسبه سرعت در کانال با مقطع دایره

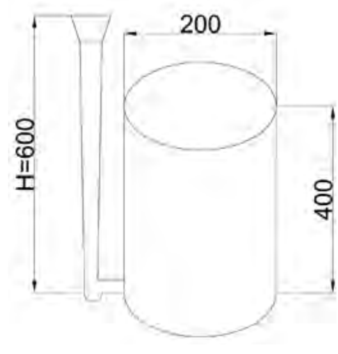
$$V_2 = \frac{\eta R_e}{\rho\times 30/98}$$

مرحله ۷) نسبت سرعت در کانال با مقطع مستطیلی به کانال با مقطع دایره‌ای

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\dfrac{\eta R_e}{\rho\times 22/68}}{\dfrac{\eta R_e}{\rho\times 30/98}} = \frac{\cancel{\eta R_e}\times\rho\times 30/98}{\cancel{\eta R_e}\,\rho\times 22/68}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 1/355$$

مثال ۹-۷ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۲۰ cm و ارتفاع ۴۰ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است درصورتی‌که ارتفاع استاتیکی مذاب ۶۰ cm و راهباره در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.

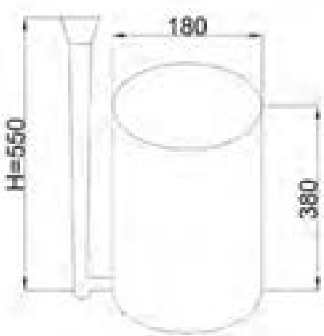


شکل (۱۸-۷)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

تمرین ۹-۷ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۱۸ cm و ارتفاع ۳۸ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است درصورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۵۵ cm و راهباره در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۱۹-۷)

حل (توسط هنرجو):

خواسته	داده‌ها
$h_e = ?$	$D = ۲۰\ cm$ $h_C = ۴۰cm$ $H = ۶۰\ cm$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$H_G = \frac{h_c}{۲}$$

$$h_e = H - \frac{V_C}{V} H_G$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن H_G

$$H_G = \frac{h_C}{۲} = \frac{۴۰}{۲} \Rightarrow H_G = ۲۰cm$$

مرحله ۴) محاسبه h_e با استفاده از رابطه.

با توجه به این‌که راهباره در پایین‌ترین قسمت قطعه است حجم قسمت بالایی قطعه (بالاتر از تنگه) برابر است با حجم کل قطعه یعنی $V_C = V$ بنابراین خواهیم داشت :

$$h_e = ۶۰ - \frac{V_C}{V} \times ۲۰$$

$$h_e = ۶۰ - ۲۰ \Rightarrow \boxed{h_e = ۴۰cm}$$

مثال ۱۰-۷ مذابی از آلومینیم با جریان آرام $(R_e = ۲۰۰۰)$ در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۲ و۳ سانتی‌متر جاری شده است با توجه به این‌که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر $\eta = ۰/۰۰۳ \,{}^{kg}\!/_{m.s}$ و $\rho = ۲۴۵۰ \,{}^{kg}\!/_{m^۳}$ می‌باشد. سرعت خطی مذاب را برحسب ${}^{m}\!/_{s}$ و ${}^{cm}\!/_{s}$ به‌دست

تمرین ۱۰-۷ مذابی از آلومینیم با جریان آرام $(R_e = ۲۵۰۰)$ در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۴ و۵ سانتی‌متر جاری شده است با توجه به این‌که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر $\eta = ۰/۰۰۴ \,{}^{kg}\!/_{m.s}$ و $\rho = ۲۴۶۰ \,{}^{kg}\!/_{m^۳}$ می‌باشد. سرعت خطی مذاب را برحسب ${}^{m}\!/_{s}$ و ${}^{cm}\!/_{s}$ به‌دست

آورید.	آورید.
حل:	حل (توسط هنرجو):

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$D_e = ?$ $V = ?(m/s), (cm/s)$	مقطع سیستم = ۳×۲ cm راهگاهی $R_e = ۲۰۰۰$ $\eta = ۰/۰۰۳ \, kg/m.s$ $\rho = ۲۴۵۰ \, kg/m^۳$

مرحله ۲) رابطه‌های مورد نیاز برای حل مسأله نوشته می‌شود.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times ۴}{\text{محیط مقطع}}$$

$$V = \frac{\eta . R_e}{\rho . R_e}$$

مرحله ۳) محاسبه قطر مؤثر

$$\text{مساحت مستطیل} = ۲ \times ۳ = ۶ cm^۲$$

$$\text{محیط مستطیل} = (۲+۳) \times ۲ = ۱۰ cm$$

$$D_e = \frac{۴ \times ۶}{۱۰} = \frac{۲۴}{۱۰} = ۲/۴ cm = ۲/۴ \times \left(\frac{۱}{۱۰۰} m\right)$$

$$\boxed{D_e = ۰/۰۲۴ m}$$

مرحله ۴) محاسبه سرعت V

$$V = \frac{۰/۰۰۳۲ \times ۲۰۰۰}{۲۴۵۰ \times ۰/۰۲۴} = \frac{۶}{۵۸/۸} = ۰/۱ \, m/s$$

$$V = ۰/۱ (۱۰۰ \, cm/s) = ۱۰ \, cm/s$$