

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# ریاضی

سال دوم دوره‌ی راهنمایی تحصیلی

مرحله‌ی دوم آموزش عمومی

## وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی

نام کتاب : ریاضی دوم راهنمایی - ۱۱۷

مؤلفان : دکتر مسعود فرزاد، صفر باهت شیرواننده، محمدتقی دیبایی و پرویز فرهودی مقدم

ویراستار : افسانه حجتی طباطبائی

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : اداره‌ی کل چاپ و توزیع کتاب‌های درسی

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره‌ی ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹.

وبسایت: [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)

رسم : هدیه بندگان

تصویرگر و طراح جلد : علیرضا رضائی‌کُر

صفحه‌آرا : مریم نصرتی

ناشر : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده‌ی مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)

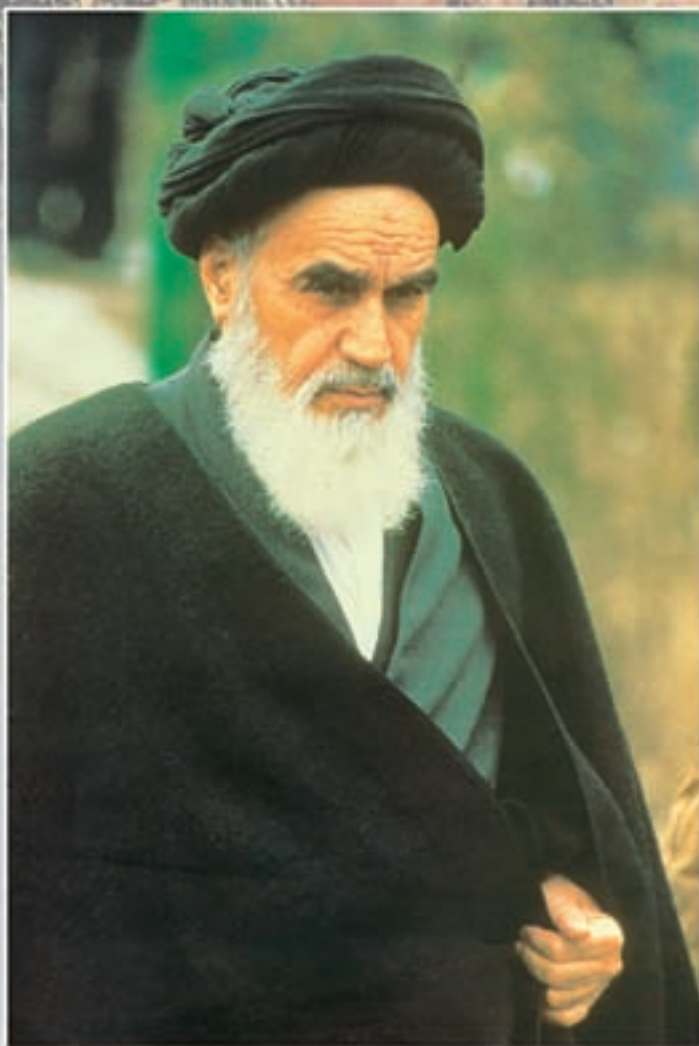
تلفن: ۵-۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۴۴۵/۶۸۴

چاپخانه : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار : ۱۳۹۰

حق چاپ محفوظ است.

شابک ۸-۰۰۲۰-۰۵-۹۶۴ ISBN 964-05-0020-8



یادم است که روزی در نجف نامه‌ای به امام نوشتم و خواستم مرا نصیحت کنند؛ اگر چه یک نصیحت عام و کلی باشد. ایشان در جواب فرمودند:

بهترین موعظه آن است که خدا در قرآن فرموده است: «قُلْ إِنَّمَا أَعْطُكُمْ بِوَاحِدَةٍ أَنْ تَقُومُوا لِلَّهِ»

یعنی، شما را موعظه می‌کنم به یک چیز و آن این است که قیام کنید برای خدا.

این کتاب براساس هدف‌های آموزش ریاضی و مطابق با ریز برنامه‌ی تهیه و تصویب شده در شورای آموزش ریاضی دوره‌ی همگانی و با توجه به توصیه‌های آن شورا در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی وزارت آموزش و پرورش تألیف شده است.

در جلسه‌های ۱۰۷ تا ۱۴۳ شورای مذکور (از تاریخ ۱۳۶۱/۶/۲۷ تا ۱۳۶۲/۷/۳۰) که صرف برنامه‌ریزی ریاضی دوره‌ی راهنمایی شده است، اشخاص زیر شرکت داشته‌اند.

آقایان دکتر عبدالرحمن آذری، سیدحمید آذین، دکتر اسماعیل بابلیان، صفر باهمت، دکتر محمدحسن بیژن‌زاده، دکتر همایون نقفی، میرزا جلیلی، دکتر غلامرضا جهانشاهلو، محسن حسام‌الدینی، محمدتقی دیبایی، دکتر ارسلان شادمان، دکتر احمد شاهورانی، دکتر عبدالله شیدفر، خانم اختر شهبازی، دکتر محمدتقی صدر، علی‌اکبر عصار، دکتر مسعودفرزان، پرویز فرهودی مقدم، احمد قرائی، دکتر رحیم کریمپور، غلامحسین کیانی امین، احمد مظاهری، اکبر مقیمی و شکرالله نعمتی.

## فهرست مطالب

۱۵	جمع عددهای صحیح	۱	مجموعه‌ی عددهای صحیح
۱۶	مختصرنویسی		
۱۷	جمع دو عدد	۱	مجموعه
۱۹	قرینه‌ی مجموع	۱	معرفی مجموعه
۲۰	جمع دو عدد (ادامه)	۲	قراردادها و نمادها
۲۳	تفریق عددهای صحیح	۵	زیرمجموعه
۲۹	ضرب عددهای صحیح	۸	حل مسئله - رسم شکل
	حل مسئله - جدول	۱۲	عدد صحیح
۳۶	نظام‌دار	۱۲	یادآوری
۳۸	تقسیم عددهای صحیح	۱۳	بردار صحیح
۴۰	رسم - ۱	۱۴	قرینه‌ی یک عدد صحیح

## حساب

۷۵	تساوی دو مثلث قائم الزاویه	۴۱	
۸۰	توازی	۴۱	توان
۸۰	علائم و قراردادها	۴۱	یادآوری
۸۱	اصول اقلیدس		ضرب و تقسیم عددهای
۸۵	خطوط موازی و مورب	۴۲	توان دار با پایه های مساوی
۸۸	حل مسئله – زیر مسئله		ضرب و تقسیم عددهای
۹۲	رسم – ۳	۴۴	توان دار با توان های مساوی
۹۳	زاویه و مثلث	۴۸	دستگاه های شمار
۹۳	مجموع زاویه های مثلث	۴۸	شمارش
۹۴	زاویه ی خارجی مثلث	۵۰	تبدیل مبنایها
	حل مسئله – حل مسئله ی	۵۴	حل مسئله – الگویابی
۹۶	ساده تر	۵۶	کاربرد مبنایها
۹۹	چهارضلعی ها	۵۸	رسم – ۲
۹۹	انواع چهارضلعی ها	۵۹	جزر
۱۰۰	خاصیت چهارضلعی ها	۵۹	مفهوم جزر
۱۰۳	رسم چهارضلعی ها		جزر حاصل ضرب و
۱۰۴	اثبات خاصیت ها	۶۰	حاصل تقسیم
۱۰۸	رسم – ۴	۶۲	عددهای منفی جزر ندارند
۱۰۹	تمرین دوره ای ۱	۶۲	محاسبه ی جزر تقریبی
۱۱۳	عدد گویا		حل مسئله – حذف
		۶۸	حالت های نامطلوب
۱۱۳	معرفی عدد گویا	۷۲	هندسه ی ۱
۱۱۳	نمایش اعداد گویا روی محور	۷۲	مثلث قائم الزاویه
۱۱۴	تساوی عددهای گویا	۷۲	یادآوری
	نمایش برداری عددهای	۷۳	ترسیم مثلث قائم الزاویه
۱۱۵	گویا		
۱۱۶	قرینه ی یک عدد گویا		

۱۵۶	مختصات نقطه	۱۱۷	علامت یک کسر
۱۶۰	بردار انتقال	۱۱۹	جمع عددهای گویا
۱۶۳	مختصات بردار انتقال	۱۱۹	جمع متناظر با یک بردار
۱۶۶	جمع متناظر با بردار	۱۲۰	جمع دو عدد گویا
	حل مسئله - حدس و	۱۲۲	تفریق عددهای گویا
۱۶۸	آزمایش	۱۲۲	تفریق متناظر با یک بردار
		۱۲۳	تفریق دو عدد گویا
۱۷۱	هندسه‌ی ۲	۱۲۷	رسم - ۵
		۱۲۸	ضرب و تقسیم عددهای گویا
۱۷۱	مساحت	۱۲۸	ضرب عددهای گویا
۱۷۱	مفهوم مساحت	۱۳۰	معکوس یک عدد گویا
۱۷۲	مساحت شکل‌های هندسی	۱۳۱	تقسیم عددهای گویا
۱۷۷	مساحت دایره		
۱۸۱	تقارن	۱۳۴	کاربرد حروف
۱۸۱	تقارن محوری		
۱۸۲	محور تقارن یک شکل	۱۳۴	عبارت‌های جبری
۱۸۳	تقارن مرکزی	۱۳۴	نمادها و قراردادهای
۱۸۴	مرکز تقارن یک شکل	۱۳۷	ساده کردن عبارت جبری
۱۸۷	رسم - ۷		مقدار عددی یک عبارت
۱۸۹	حجم	۱۴۱	جبری
۱۸۹	واحد حجم	۱۴۵	معادله
	محاسبه‌ی حجم‌های	۱۴۵	مفهوم معادله
۱۸۹	منشوری	۱۴۶	روش حل معادله
۱۹۴	منشور	۱۵۰	حل مسئله - تشکیل معادله
۱۹۸	تمرین دوره‌ای ۲	۱۵۵	رسم - ۶
۲۰۵	رسم - برای علاقه‌مندان	۱۵۶	مختصات

## دانش آموزان عزیز

درس ریاضی یکی از درس‌های مهم و بنیادی دوران تحصیل شماست. شما با آموختن این درس، روش درست اندیشیدن برای حل مسائل را فرا می‌گیرید، با محاسبه‌های عددی مورد نیاز در سایر درس‌ها آشنا می‌شوید و کاربرد ریاضی را در حل مسئله‌های روزمره می‌آموزید.

دانش آموزان عموماً به اهمیت ریاضی واقف‌اند و می‌دانند که داشتن پایه‌ای خوب در درس ریاضی، تا چه حد به پیشرفت آن‌ها در سایر درس‌ها کمک می‌کند اما اغلب نمی‌دانند که درس ریاضی را چگونه باید آموخت. درس ریاضی را فقط با گوش دادن به معلم نمی‌توان یاد گرفت. یکی از مهم‌ترین شرط‌های آموختن این درس، کار و فعالیت بی‌گیرانه‌ی شماست.

مؤلفان این کتاب با توجه به برنامه‌ی تنظیمی توسط شورای ریاضی، مطالب را طوری تدوین کرده‌اند که شما بتوانید با انجام دادن کارهایی در کلاس، به مفاهیم ریاضی بی‌بیرید، قاعده‌ها را کشف کنید و مطالب مطرح شده را به‌طور عملی فرا بگیرید. بر این اساس، کتاب حاضر بر مبنای فعالیت دانش‌آموز تنظیم شده است و کار و فعالیت شما دانش‌آموزان در کلاس، در آموزش آن نقش اساسی دارد.

برای آشنایی بیش‌تر شما با روش کار کتاب، ذکر نکاتی چند ضروری به نظر می‌رسد. کتاب درسی شما از چند قسمت تشکیل شده است.

### قسمت اول: درس

این قسمت توسط معلم و با همکاری شما بیان می‌شود. معلم هنگام بیان این قسمت، از تخته سیاه استفاده می‌کند و شما باید کتابتان را ببندید، کاملاً به مطالب دقت کنید و بکشید که آن‌ها را خوب بفهمید. اگر مطلبی را متوجه نمی‌شوید، می‌توانید از معلم بپرسید.

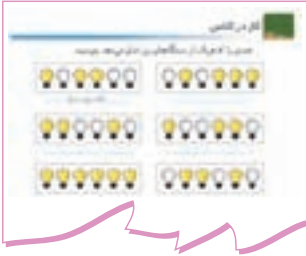


### قسمت دوم: فعالیت

این قسمت را شما باید انجام بدهید. هدف از انجام دادن فعالیت‌ها این است که مفاهیم مورد نظر هر درس را درک و کشف کنید. شما بعضی از این فعالیت‌ها را به‌طور فردی و بعضی را به‌طور گروهی در کلاس درس انجام می‌دهید.



## قسمت سوم: کار در کلاس



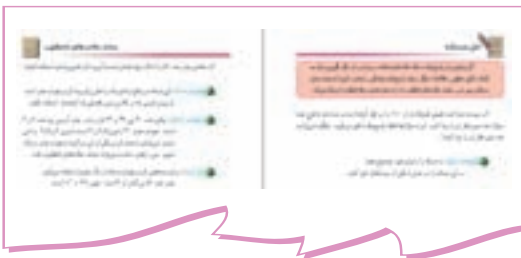
مطالب بیان شده در درس و فعالیت، به صورت تمرین‌هایی با عنوان «کار در کلاس» تمرین می‌شوند. اگر توجه کنید، با حل کردن این تمرین‌ها کاملاً به مطلب پی می‌برید. هنگام انجام دادن تمرین‌های «کار در کلاس» اگر به اشکالی برخوردید، می‌توانید به متن درس و فعالیت‌های همان جلسه در کتاب مراجعه کنید و اگر باز هم متوجه نشدید، از معلمتان بپرسید.

## قسمت چهارم: تمرین



اگر به «درس» هر جلسه و تمرین‌های «کار در کلاس» خوب توجه کرده باشید، می‌توانید تمرین‌های پایان هر بخش را - که به عنوان تکلیف منزل در نظر گرفته شده‌اند - انجام دهید. برای حل کردن این تمرین‌ها نباید از کسی کمک بگیرید. اگر در این زمینه با اشکالی مواجه شدید، می‌توانید مجدداً متن درس همان بخش را بخوانید و آنچه را در «فعالیت‌ها» و «کار در کلاس» مربوطه انجام داده‌اید، مرور کنید. اگر از بزرگ‌ترهای خود کمک می‌گیرید، از آن‌ها بخواهید که قسمت درس را مجدداً برایتان توضیح دهند اما تمرین‌ها را خودتان حل کنید.

## قسمت پنجم: حل مسئله

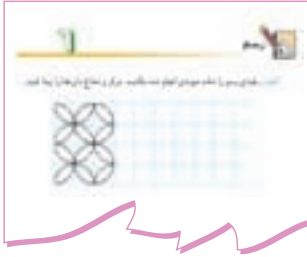


در این قسمت، روش حل مسائل کتاب درسی توضیح داده شده است. هدف این بخش آشنا کردن شما با راهبردهای حل مسئله و راه‌های فکر کردن در مورد مسئله است؛ به طوری که پس از آشنایی با راهبردها، می‌توانید از آن‌ها برای حل مسئله‌های بعدی استفاده کنید. در قسمت تمرین و تکلیف منزل، چند نمونه مسئله وجود دارد که آن‌ها را باید با استفاده از راهبردهایی که یاد گرفته‌اید، حل کنید.



### قسمت ششم: رسم

در کتاب تعدادی رسم گنجانده شده است. رسم‌ها را با توجه به توضیحات کتاب به‌طور منظم – مثلاً هر ماه یک رسم – و با دقت در منزل تهیه کنید.



### قسمت هفتم: سرگرمی و ریاضی

مطالب سرگرمی و ریاضی علاوه بر سرگرم کردن شما به پرورش هوشتان کمک می‌کند. پس آن‌ها را با دقت مطالعه کنید و کارهای خواسته شده را حتماً خودتان انجام دهید. مطالب انتخابی در ارتباط با مفاهیم درسی هستند و مطالعه‌ی آن‌ها به یادگیری ریاضی کمک می‌کند. علاوه بر این، شما را با نکات جالب، سرگرم کننده و شگفت‌انگیز ریاضی آشنا می‌سازند.



### قسمت هشتم: تمرین‌های دوره‌ای

در پایان مطالب درسی هر نیم‌سال، چند صفحه تمرین دوره‌ای گنجانده شده است. در اواخر هر نیم‌سال، هنگام دوره کردن درس ریاضی می‌توانید از این تمرین‌ها، به عنوان تمرین تکمیلی استفاده کنید. البته حل کردن این تمرین‌ها در کلاس فقط



در صورتی امکان دارد که مطالب درسی به موقع تمام شده باشد و فرصت کافی برای این کار داشته باشید.

نظرات، پیشنهادها و انتقادهای سازنده‌ی معلمان سراسر کشور، به ویژه مدرسان ریاضی که مسئولیت آموزش معلمان را به عهده دارند، همواره در شناسایی و اجرای روش‌های نوین آموزش ریاضی نقش اساسی داشته است. امیدواریم مشارکت این سرمایه‌های فرهنگی در جهت اعتلای سطح آموزش ریاضی و بهبود کتاب‌های درسی تداوم یابد.

مؤلفان

# مجموعه‌ی عددهای صحیح



مجموعه

## معرفی مجموعه



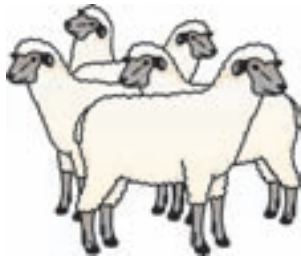
یک خانواده



یک دسته گل



یک گروه ورزشکار



یک گله گوسفند



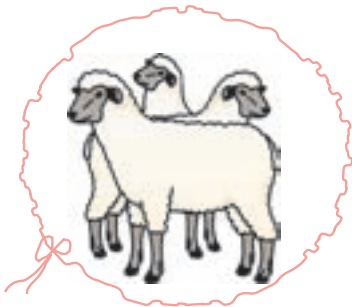
یک مجموعه تمبر



یک مجموعه کتاب



اغلب، در صحبت‌ها و نوشته‌هایمان کلمه‌هایی را به کار می‌بریم که دسته یا گروهی از چیزها را مشخص می‌کنند. در ریاضی، به جای این قبیل کلمه‌ها از واژه‌ی مجموعه استفاده می‌کنیم.



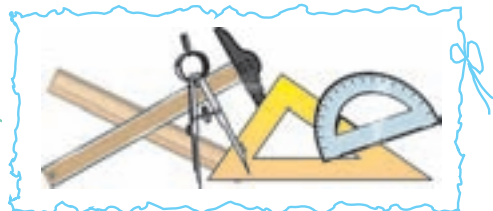
یک مجموعه از گوسفندان



یک مجموعه از گل‌ها



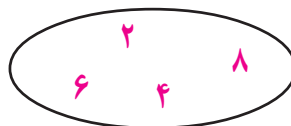
مجموعه‌ی کتاب‌های سال دوم راهنمایی



مجموعه‌ای از وسایل رسم



مجموعه‌ی حروف سه نقطه‌ی فارسی



مجموعه‌ی عددهای زوج بین ۱ و ۹

## قراردادها و نمادها

برای نام‌گذاری مجموعه، از حروف بزرگ الفبای لاتین استفاده می‌شود. مجموعه‌ها را به این صورت مشخص می‌کنیم.

$$A = \left\{ \text{flower 1}, \text{flower 2}, \text{flower 3}, \text{flower 4}, \text{flower 5} \right\} \quad B = \{ \text{چ}, \text{ز}, \text{ن}, \text{د} \}$$



$$C = \left\{ ۶, \frac{۲}{۵}, -۴, ۰ \right\} \quad D = \text{مجموعه‌ی حروف الفبای فارسی}$$

در مثال‌های بالا ۶، یک عضو مجموعه‌ی C است؛ که آن را به صورت  $۶ \in C$  می‌نویسیم و می‌خوانیم: «۶ عضو مجموعه‌ی C است.»  
 ت عضو مجموعه‌ی B نیست. این را به صورت  $t \notin B$  می‌نویسیم و می‌خوانیم:  
 ت عضو مجموعه‌ی B نیست.  
 عضوهای یک مجموعه با علامت «،» از هم جدا می‌شوند.

## کار در کلاس

۱- درستی یا نادرستی هر رابطه را تعیین کنید.

$$\text{شیر} \in \left\{ \text{شیر}, \text{گوسفند}, \text{گوسفند} \right\} \quad \text{گوسفند} \notin \left\{ \text{گوسفند}, \text{گوسفند}, \text{گوسفند} \right\}$$

$$\text{گوسفند} \in \left\{ \text{گوسفند}, \text{گوسفند}, \text{گوسفند} \right\} \quad \text{ج} \in \{ \text{د}, \text{ن}, \text{ز}, \text{چ} \}$$

۲- با توجه به مجموعه‌های بالا، درستی یا نادرستی هر رابطه را مشخص کنید.

$$\text{گل} \in A \quad \text{م} \in B \quad \text{ن} \notin B \quad \text{د} \in B$$

$$۵ \in C \quad -۴ \notin C \quad \frac{۲}{۵} \in C \quad \text{د} \in D$$

۳- عبارت‌های زیر را بخوانید.

$$a \in M \quad ۲ \in \mathbb{N} \quad -۳ \in \mathbb{Z} \quad -۳ \notin \mathbb{N} \quad \frac{۲}{۵} \notin \mathbb{Z}$$

با معلوم بودن تعدادی از اعضای یک مجموعه، می‌توانیم سایر اعضای آن را مشخص کنیم. علامت «...» نشان می‌دهد که عضوهای مجموعه با چه رابطه و الگویی ادامه می‌یابند.



به مجموعه‌های زیر توجه کنید.

$$A = \{ \text{جی}, \dots, \text{پ}, \text{ب}, \text{ا} \}$$

$$B = \{ 1, 2, 3, \dots \}$$

$$C = \{ -1, -2, -3, \dots, -7 \}$$

۱۲ چه طور؟

آیا ۷ عضو مجموعه‌ی B است؟

۱۲ عضو مجموعه‌ی C است. -۸۵ چه طور؟ آیا  $a \in A$ ؟

مجموعه‌ی A چند عضو دارد؟ مجموعه‌ی B چند عضو دارد؟

مجموعه‌ی همه‌ی عددهای طبیعی را با  $\mathbb{N}$  و مجموعه‌ی عددهای حسابی را با  $\mathbb{I}$  نمایش می‌دهند. این دو مجموعه را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

## کار در کلاس



۱- پنج عضو دیگر هر کدام از مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$T = \{ 1, 2, 3, \dots, 7 \}$$

$$F = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$

$$O = \{ 1, 3, 5, \dots \}$$

$$S = \{ \dots, -15, -10, -5 \}$$



۲- مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضای آنها مشخص کنید.

$A = \{ \quad \quad \quad \}$  مجموعه‌ی عددهای طبیعی زوج کوچک‌تر از ۹۹

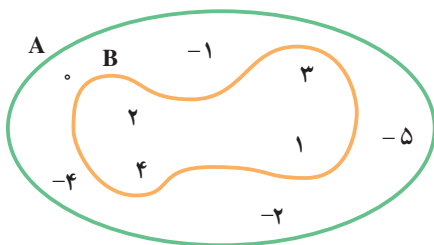
$B = \{ \quad \quad \quad \}$  مجموعه‌ی همه‌ی عددهای طبیعی زوج

۳- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

$82 \in \{1, 2, 3, \dots, 7\}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{8} \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\}$  \_\_\_\_\_

$45 \notin \{1, 2, 3, \dots, 7\}$  \_\_\_\_\_  $28 \in \{4, 8, 12, \dots\}$  \_\_\_\_\_

## زیر مجموعه



به نمودار بالا توجه کنید. اعضای دو مجموعه‌ی A و B را نام ببرید.

بین اعضای مجموعه‌ی A و B چه رابطه‌ای وجود دارد؟ توضیح دهید.

می‌بینید که هر عضو مجموعه‌ی B عضو مجموعه‌ی A هم هست. مجموعه‌ی B بخشی

از مجموعه‌ی A است. می‌گوییم: مجموعه‌ی B یک زیرمجموعه‌ی A است و می‌نویسیم:

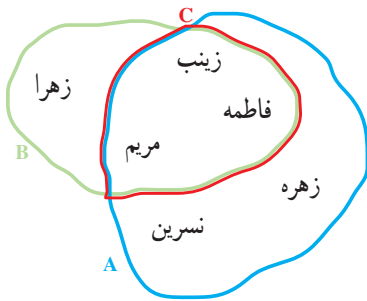
$$B \subset A$$



اگر به اطراف خود دقت کنید، مثال‌های زیادی از یک مجموعه و زیر مجموعه‌های آن را می‌توانید پیدا کنید. مجموعه‌ی دانش‌آموزان کلاس شما زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی همه‌ی دانش‌آموزان مدرسه‌ی شماست. مجموعه‌ی حروف بی‌نقطه‌ی الفبای فارسی، زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی همه‌ی حروف الفبای فارسی است. پنج مثال دیگر مانند مثال‌های بالا پیدا کنید. آن‌ها را در کلاس توضیح دهید و با مثال‌های دانش‌آموزان دیگر مقایسه کنید.

## کار در کلاس

الف - با توجه به نمودار زیر، تساوی‌های زیر را کامل کنید.



$$A = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$C = \{ \quad \quad \quad \}$$

ب - درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

$$B \subset A \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad C \subset A \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad C \subset B \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \subset B \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad B \subset C \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad A \subset A \quad \underline{\hspace{2cm}}$$



برای مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  زیر مجموعه‌ای بنویسید که :

B = — همه‌ی عضوهای آن زوج باشند.

C = — همه‌ی عضوهای آن مضرب ۶ باشند.

D = — همه‌ی عضوهای آن از ۴ بزرگ‌تر باشند.

مجموعه‌ای را که عضو ندارد، مجموعه‌ی تهی می‌نامیم. کدام یک از مجموعه‌های بالا تهی است؟

مجموعه‌ی تهی، زیر مجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.

## کار در کلاس

۱- فرض کنیم

$$A = \{2, 6, 8, 9, 12, 18\}$$

هر یک از زیر مجموعه‌های A را که در زیر شرح داده شده است، با اعضایشان مشخص کنید.

B : مجموعه‌ی اعدادی که بر ۲ بخش پذیرند.  $B = \{ \text{————} \}$

C : مجموعه‌ی اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند. \_\_\_\_\_

D : مجموعه‌ی اعدادی که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیرند. \_\_\_\_\_

E : مجموعه‌ی اعدادی که بر ۶ بخش پذیرند. \_\_\_\_\_

اکنون درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$$A \subset B \text{ ————} \quad D \subset B \text{ ————} \quad B \subset C \text{ ————} \quad C \subset A \text{ ————}$$

$$E \subset D \text{ ————} \quad D \subset E \text{ ————} \quad E = D \text{ ————} \quad D \subset C \text{ ————}$$

۲- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های عدد ۲۰ را بنویسید.

۳- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بنویسید.





کشیدن شکل مناسب برای مسئله‌ها، طبیعی‌ترین راهبردی است که در حل مسئله به ذهن می‌آید. این کار به فهم بهتر مسئله و پیدا کردن راه حل آن کمک می‌کند. گاهی مسئله با کشیدن شکل به‌طور کامل حل می‌شود و به نوشتن عملیات ریاضی نیازی نیست.

۱- با توجه به شرایط زیر، مجموعه‌های A، B و C را مشخص کنید.

الف - عدد ۲ عضو هر سه مجموعه است.

ب - عدد ۳- عضو B و C است ولی در A نیست.

پ - عددهای ۱۰ و ۵- عضو مجموعه‌های A و B هستند و در C نیستند.

ت - حاصل جمع عضوهای مجموعه‌ی B صفر است و مجموعه‌ی B، ۶ عضو دارد.

ث - ۵ فقط عضو A است و ۴- فقط عضو B.

ج - جمع اعضای مجموعه‌ی C نیز صفر می‌شود. C در مجموع، ۴ عضو دارد.

چ - جمع اعضای مجموعه‌ی A نیز صفر است و A پنج عضو دارد.

ح - مجموعه‌های A و C، ۲ عضو مشترک دارند.

**فهمیدن مسئله:** هر کدام از شرط‌های مسئله چه اطلاعاتی به شما می‌دهد؟

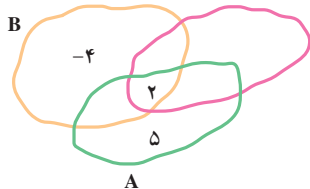
- مسئله از شما چه خواسته است؟

**انتخاب راهبرد:** به نظر شما نوشتن عضوهای مجموعه آسان‌تر است یا این که در یک

شکل (نمودار)، سه مجموعه را با هم تصور کنید؟ آیا می‌توانید شرایط

مسئله را در یک شکل پیاده کنید؟

**حل مسئله:** وضعیت سه مجموعه را از کدام شرط



مسئله متوجه می‌شوید؟ کدام مجموعه‌ها

با هم قسمت مشترکی دارند؟ آیا سه

مجموعه قسمت مشترکی دارند؟

با استفاده از شرط‌های الف و ث، بخشی از شکل کامل شده است بقیه‌ی

آن را کامل کنید.

**بازگشت به عقب:** چگونه مطمئن می‌شوید که همه‌ی شرط‌های مسئله را رعایت کرده‌اید؟





## رسم شکل

۲- تویی از ارتفاع ۲۷ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از به زمین خوردن،  $\frac{1}{3}$  ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ پس از ۳ بار به زمین خوردن، در مجموع چند متر حرکت کرده است؟

**فهمیدن مسئله:** - اطلاعات مهم مسئله کدام‌اند؟

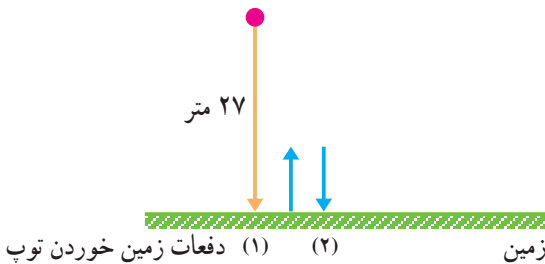
- خواسته‌ی مسئله دقیقاً چیست؟

**انتخاب راهبرد:** مسیر حرکت توپ را در ذهن خود مجسم کنید. آیا برای حل مسئله

بهتر نیست شکلی رسم کنید؟

**حل مسئله:** شکل زیر مسیر حرکت توپ را نشان می‌دهد. آن را کامل کنید. طول هر

قسمت را در کنار آن بنویسید و مجموع طول‌هایی را که توپ پیموده است، به دست آورید.

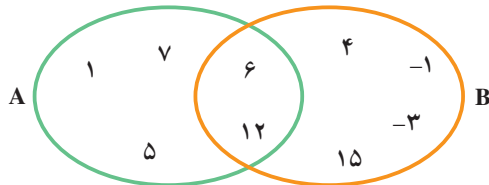


**بازگشت به عقب:** - عملیات مسئله را بررسی کنید. آیا آن‌ها را درست انجام داده‌اید؟

- آیا پاسخی که به دست آورده‌اید، همان خواسته‌ی مسئله است؟

ممکن است شما برای بعضی از مسئله‌ها شکلی نکشید اما شکل در ذهنتان نقش می‌بندد و شما به کمک این طرح ذهنی، مسئله را حل می‌کنید. در این باره کمی فکر کنید. آیا تاکنون هنگام حل یک مسئله طرح یا شکلی ذهنی را در نظر گرفته‌اید؟

- ۱- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های مشترک دو عدد ۱۵ و ۱۷ را بنویسید.  
 ۲- در شکل زیر دو مجموعه مشخص شده است.

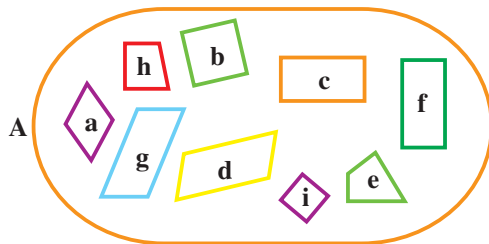


عبارت‌های زیر را کامل کنید.

$$5 \in \square \quad 6 \square B \quad 12 \square A \quad 7 \notin \square$$

$$-3 \notin \square \quad 4 \square A \quad 6 \in \square \quad 12 \in \square$$

۳- مجموعه‌ی A به صورت زیر مشخص شده است.



مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

- B : مجموعه‌ی چهارضلعی‌هایی که ضلع‌های روبه‌رویشان با هم موازی است.  
 C : مجموعه‌ی چهارضلعی‌هایی که چهار زاویه‌ی قائمه دارند.  
 D : مجموعه‌ی چهارضلعی‌هایی که طول چهار ضلع آن‌ها با هم مساوی است.  
 E : مجموعه‌ی متوازی‌الاضلاع‌هایی که زاویه‌ی قائمه دارند.
- ۴- با استفاده از داده‌های تمرین قبل، رابطه‌های درست مانند  $B \subset A$  را تا آن‌جا که می‌توانید،

بنویسید.



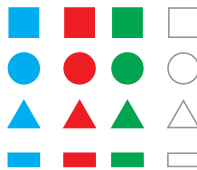
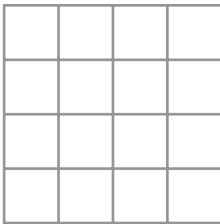
- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

۱- جعبه‌ای پر از میله‌های هم جنس و هم اندازه با قطر یکسان داریم. با سرهم کردن ۵ تا از این میله‌ها، میله‌ی A و با سرهم کردن ۴ تا از این میله‌ها، میله‌ی B را می‌سازیم. اگر وزن دو میله‌ی A و B روی هم ۵۴ گرم باشد، وزن هر میله را حساب کنید.

۲- قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار تقریباً عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود ولی هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

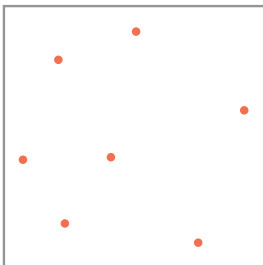
۳-  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال بازی می‌کنند.  $\frac{1}{4}$  بقیه‌ی دانش‌آموزان فوتبال بازی می‌کنند. سایر بچه‌ها که تعدادشان ۱۰ نفر است، بازی آن‌ها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

## سرگرمی ریاضی

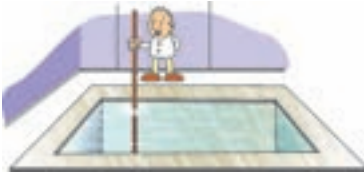


شکل‌های مقابل را طوری در جدول قرار دهید که در هیچ سطر و هیچ ستونی، رنگ یا شکل تکراری وجود نداشته باشد.

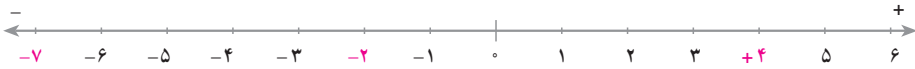
در شکل مقابل، سه پاره‌خط راست رسم کنید؛ طوری که هیچ دو نقطه‌ای در یک ناحیه نباشند.



# عدد صحیح



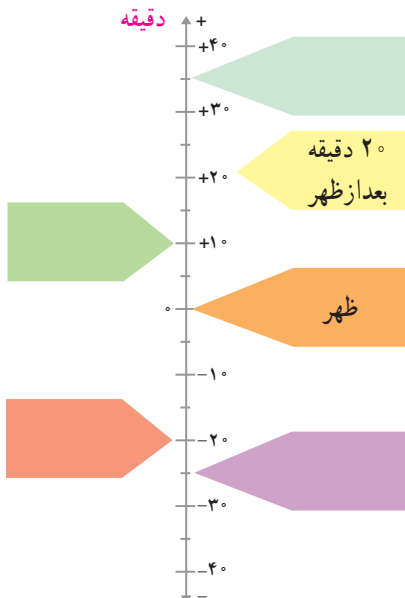
## یادآوری



در سال گذشته، با عددهای صحیح (علامت دار) آشنا شدید، جمع و تفریق آن‌ها را آموختید و دیدید که چگونه می‌توان اعداد صحیح را برای نمایش دادن برخی از مقادیر مانند دما، ارتفاع از سطح دریا و زمان به کار برد؛ مثلاً، اگر ساعت ۱۲ ظهر را مبدأ بگیریم، می‌توانیم زمان‌های قبل و بعد از ظهر را با عددهای صحیح نمایش دهیم. در این صورت،  $-۴$  دقیقه =  $۴$  دقیقه قبل از ظهر و  $+۱۵$  دقیقه =  $۱۵$  دقیقه بعد از ظهر است.

## کار در کلاس

۲- نمودار زیر را کامل کنید.



۱- جدول زیر را کامل کنید.

دقیقه	
-۱۵	۱۵ دقیقه قبل از ظهر
۴۵	۴۵ دقیقه بعد از ظهر
-۵۳	۲۶ دقیقه قبل از ظهر
۳۰	۳۰ دقیقه بعد از ظهر
۲۵	۲۵ دقیقه قبل از ظهر
+۵۸	

## بردار صحیح



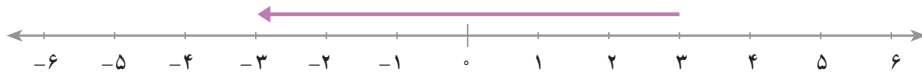
در شکل بالا طول بردار  $\vec{AB}$  برابر با ۴ واحد و جهت آن مثبت است. این بردار را با عدد صحیح  $+۴$  مشخص می‌کنیم.

در شکل زیر، طول بردار  $\vec{AB}$  برابر با ۵ واحد و جهت آن منفی است. این بردار با عدد صحیح  $-۵$  مشخص می‌شود.



### کار در کلاس

۱- عدد صحیح متناظر با هر بردار را روی آن بنویسید.



۲- در هر یک از تمرین‌های زیر، بردار تعیین شده را روی محور رسم کنید.

الف - بردار  $-۷$  ابتدا در ۲.



ب - بردار +۴ ابتدا در ° و بردار -۴ ابتدا در ۴ .



پ - بردار +۳ ابتدا در ° و بردار -۳ ابتدا در ° .



## قرینه‌ی یک عدد صحیح



در شکل بالا نقاط A و A' نسبت به نقطه‌ی O قرینه‌ی یکدیگرند. A قرینه‌ی A' و A' قرینه‌ی A است. اعداد +۳ و -۳ هم قرینه‌های یکدیگرند. +۳ قرینه‌ی -۳ و -۳ قرینه‌ی +۳ است.



$$-(-3) = 3$$

$$-(+3) = -3$$

اگر a عددی صحیح باشد، قرینه‌ی a را به صورت -a می‌نویسیم.

قرینه‌ی  $-a = a$  نماد قرینه

قرینه‌ی قرینه‌ی یک عدد صحیح با خود آن عدد برابر است.  $-(-a) = a$

تمرین



۱- عددی را که هر بردار نمایش می‌دهد، روی آن بنویسید. عدد ابتدا و انتهای بردار و قرینه‌ی آن‌ها را هم بنویسید. قرینه‌ی بردار اول را رسم کنید، و عددی را که مشخص می‌کند، روی آن بنویسید.

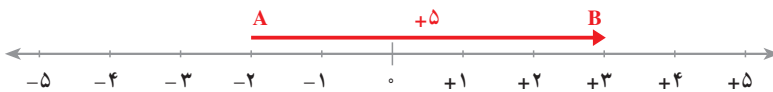


۲- دمای هوای تبریز در ساعت ۸ صبح روزهای یک هفته به صورت زیر بوده است. دمای هر روز را روی محور نشان دهید.

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
-۵	-۷	-۴	+۲	+۷	+۵	+۴

سردترین روز این هفته چه روزی بوده است؟ چه روزی بیش‌ترین دما را داشته است؟  
 ۳- مجموعه‌ی عددهای صحیح و منفی بزرگ‌تر از  $-۹$  را بنویسید. بزرگ‌ترین عضو این مجموعه کدام است؟ مجموعه‌ی قرینه‌ی عددهای صحیح و منفی بزرگ‌تر از  $-۹$  را بنویسید.  
 ۴- مجموعه‌ی عددهای صحیح بین  $-۴$  و  $+۳$  (بدون خود این عددها) را بنویسید. کوچک‌ترین عضو این مجموعه کدام است؟ قرینه‌ی این عددها را به صورت مجموعه نشان دهید.

### جمع عددهای صحیح



با توجه به شکل بالا، اگر در جهت بردار  $\vec{AB}$  از  $A$  به  $B$  برویم، عدد  $-۲$  را با  $+۵$  جمع می‌کنیم و جمع زیر به دست می‌آید.

$$(-۲) + (+۵) = ۳$$

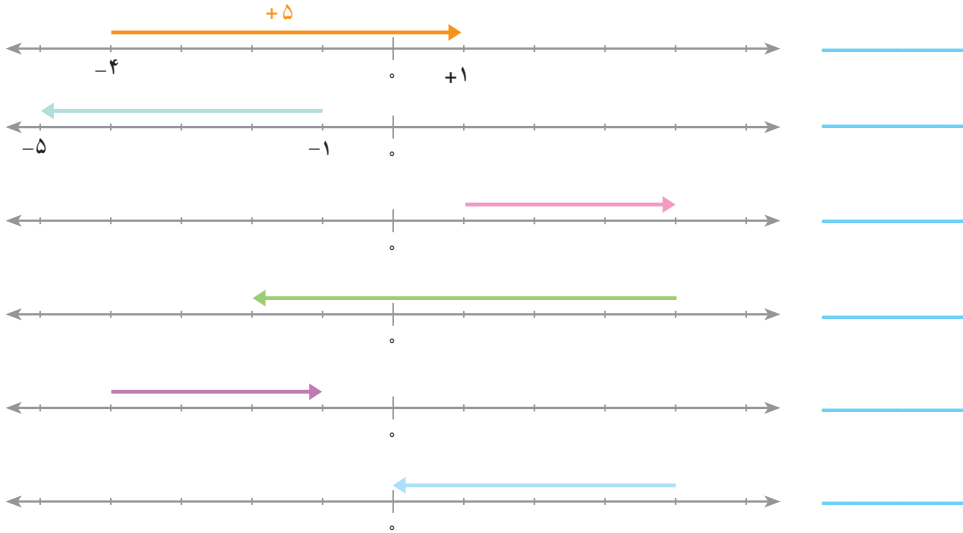
به همین ترتیب، برای شکل زیر یک جمع بنویسید.



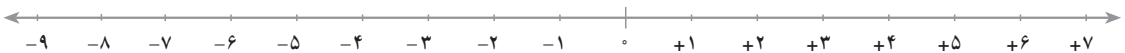




۱- جمع متناظر با هر بردار را بنویسید.



۲- بردار متناظر با هر یک از جمع‌های زیر را روی محور رسم کنید و با استفاده از آن، حاصل جمع را به دست آورید.



$$(+7) + (-4) =$$

$$(-5) + (-4) =$$

$$(+3) + (-8) =$$

### مختصر نویسی

هنگام نوشتن اعداد صحیح مثبت، اغلب علامت عدد را نمی‌نویسیم؛ مثلاً به جای

$+7$  می‌نویسیم  $7$  و به جای  $(+7) + (+5)$  می‌نویسیم  $7 + 5$ .





تساوی‌های زیر را به صورت مختصر بنویسید.

$$(+3) + (+4) = (+4) + (+3) \qquad (-7) + (+7) = 0$$

$$(-8) + 0 = (-8) \qquad (+9) + 0 = (+9)$$

$$0 + (+10) = (+10)$$

## کار در کلاس

عبارت‌های زیر را به صورت مختصر بنویسید.

$$+12 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad +(+12) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(+27) + (+6) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-35) + (+72) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-28) + (+15) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-18) + 23 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-18) + 13 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-24) + 25 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-19) + 4 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -(+15) = \underline{\hspace{2cm}}$$

## جمع دو عدد

گاهی می‌توانید با مختصرنویسی، جمع دو عدد صحیح را به یک جمع یا تفریق معمولی - به صورتی که در دوره‌ی ابتدایی آموخته‌اید - تبدیل کنید.

$$(+5) + (+3) = 5 + 3 = 8$$

برای پیدا کردن حاصل  $8 + (-3)$ ، باید از نقطه‌ی نمایش ۸ به اندازه‌ی ۳ واحد در

جهت منفی برویم؛ یعنی، از ۸ سه تا کم کنیم. بنابراین،

$$(+8) + (-3) = 8 - 3$$

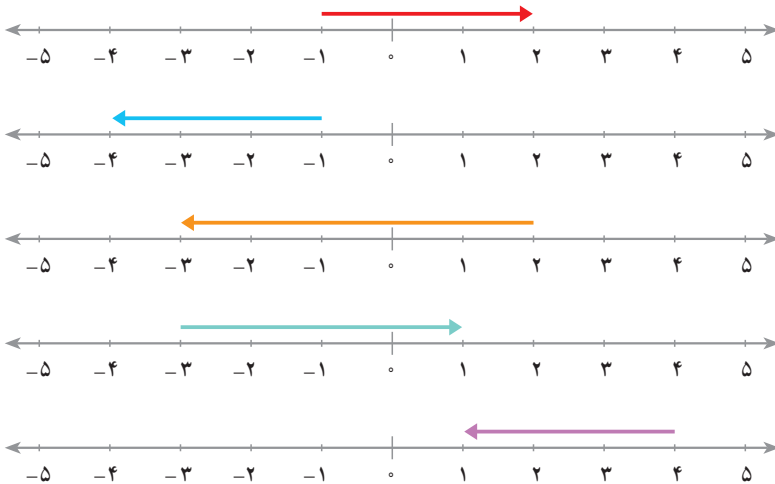
در عبارت زیر از کدام خاصیت جمع استفاده شده است؟

$$(-6) + (+9) = (+9) + (-6) = 9 - 6$$

بنابراین،  $18 + (-12) = 18 - 12 = 6$        $(-17) + 25 = 25 - 17 = 8$



۱- عددی را که هر بردار نشان می‌دهد، روی آن بنویسید. سپس جمع متناظر با آن را بنویسید.



۲- عبارت‌های زیر را مختصر کنید و حاصل هر عبارت را حساب کنید.

$+(+15)$	$(+25) + (-8)$	$85 + (-47)$
$(+25) + (+17)$	$(-52) + 83$	$-(-42)$
$25 + (-12)$	$-(+23)$	$84 + (-17)$
$+(-17)$	$(-35) + 52$	$45 + (+12)$

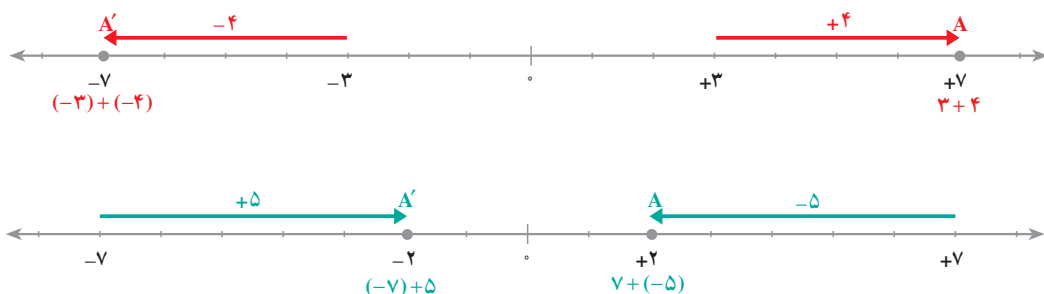
۳- عبارت‌های زیر به صورت مختصر نوشته شده‌اند. حاصل آن‌ها را به دست آورید.

$7 + 4 =$	$-8 + 15 =$	$12 - 5 =$
$-4 + 7 =$	$-9 + 14 =$	$-5 + 10 =$

## قرینه‌ی مجموع



در هر شکل، یک جمع متناظر با بردارها را بنویسید.

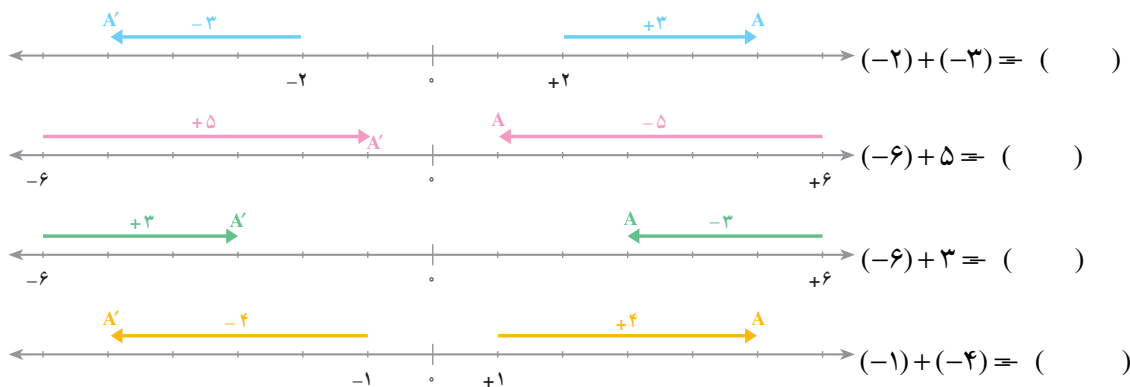


با توجه به قرینه بودن دو نقطه‌ی A و A' چه تساوی‌هایی را نتیجه می‌گیرید؟

## کار در کلاس

۱- در هر قسمت با توجه به شکل، جمع متناظر هر دو بردار را بنویسید. سپس

تساوی را کامل کنید.



۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(-9)+(-4) = ( \quad ) \quad (-17)+(-15) = ( \quad )$$

$$(-15)+7 = ( \quad ) \quad (-25)+17 = ( \quad )$$

$$8+(-15) = ( \quad ) \quad 14+(-37) = ( \quad )$$

$$(-a)+(-b) = ( \quad ) \quad (-34)+(-16) = ( \quad )$$

### جمع دو عدد (ادامه)

برای پیدا کردن حاصل جمع دو عدد منفی، می‌توانید از قرینه‌یابی استفاده کنید.

$$(-5)+(-9) = ((+5)+(+9)) = (5+9) = 14$$

عبارت بالا را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد.

$$(-5)+(-9) = (5+9) = 14$$

هم‌چنین، با استفاده از قرینه‌یابی می‌توان حاصل جمع‌هایی مثل جمع‌های زیر را پیدا کرد.

$$-15+12 = ((+15)+(-12)) = (15-12) = 3$$

$$8+(-13) = (-8+(+13)) = (13-8) = 5$$

عبارت‌های بالا را می‌توان به صورت زیر مختصر کرد.

$$(-15)+12 = (15-12) = 3 \quad 8+(-13) = (13-8) = 5$$

کار در کلاس

۱- حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید. ابتدا جمع را به صورت مختصر بنویسید.

$$(+5)+(+8) = \quad (+8)+(-2) =$$

$$(+39)+(+21) = \quad 24+(-14) =$$

$$(-15)+18 = \quad (-35)+58 =$$

$$(-235)+450 = \quad (+385)+(+115) =$$

$$(-38)+75 = \quad 75+(-38) =$$



۲- حاصل جمع‌های زیر را با استفاده از قرینه‌یابی به دست آورید.

$$(-5) + (-8) =$$

$$(-8) + 2 =$$

$$(-39) + (-21) =$$

$$(-24) + 14 =$$

$$15 + (-18) =$$

$$(-43) + 15 =$$

$$(-75) + 42 =$$

$$(-125) + 85 =$$



تساوی‌های زیر را کامل کنید و حاصل آن‌ها را به دست آورید.

$$4 + 9 =$$

$$-4 + (-9) = ( \quad ) =$$

$$8 + (-3) =$$

$$-8 + 3 = ( \quad ) =$$

$$-5 + 7 =$$

$$5 + (-7) = ( \quad ) =$$

بین جمع‌های هر ردیف چه ارتباطی می‌بینید؟ توضیح دهید.

## کار در کلاس

۱- حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید. هر جا لازم است از قرینه‌یابی استفاده

کنید.

$$(+17) + (+13) =$$

$$(-17) + (-13) =$$

$$(-15) + 7 =$$

$$18 + (-4) =$$

$$(-12) + 17 =$$

$$28 + (-34) =$$

$$(-35) + (-28) =$$

$$72 + (-90) =$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$-4 + (-7) =$$

$$-7 + 4 =$$

$$9 + (-12) =$$

$$-8 + 10 =$$

$$8 - 3 =$$

$$-17 + 20 =$$



۱- با استفاده از قرینه‌یابی، تساوی‌های زیر را کامل کنید. به نمونه‌های انجام شده توجه کنید.

$$۸ + (-۱۰) = (-۸ + ۱۰) \quad (-۱۵) + (-۱۷) \quad (-۵) + (-۱)$$

$$(-۶) + ۳ = (۶ + (-۳)) \quad ۲ + (-۷) \quad (-۳۸) + ۱۵$$

$$(-۴) + (-۹) \quad ۳۵ + (-۷۲) \quad ۶۵ + (-۹۰)$$

۲- در هر قسمت با توجه به شکل، یک تساوی بنویسید.

$$(-۳) + (-۴) = \dots$$



۳- حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید. در هر مورد که لازم است، از قرینه‌یابی استفاده

کنید.

$$۳۵ + ۴۲ \quad (-۳۷) + ۱۷ \quad (-۳۷) + ۴۷$$

$$۵۴ + (-۳۵) \quad ۵۴ + (-۸۵) \quad (-۳۶) + (-۱۷)$$

$$(-۴۹) + (-۵۱) \quad (-۳۲) + ۱۲ \quad (-۴۳) + ۲۹$$

$$(-۳۹) + (-۱۲) \quad ۱۲۵ + (-۸۵) \quad ۱۳۶ + (-۲۶۰)$$

$$۷ + ((-۹) + ۱۲) \quad ۱۵ + ((-۶) + ۴) \quad ۵ + (-۵)$$

$$(-۷) + ((-۴) + (-۵)) \quad (-۱۳) + ((-۹) + ۱۷) \quad (-۳۵) + ۳۵$$

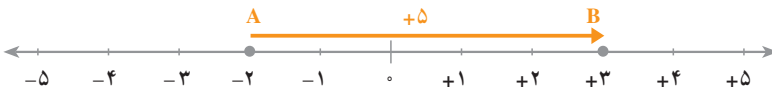




- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

- در کلیه‌ی مسئله‌ها درجه برحسب سانتی‌گراد است.
- ۱- در شهر همدان در یک شبانه‌روز پاییزی، حداقل دما ۸- درجه و حداکثر آن ۱۲+ درجه است. میانگین دما چند درجه است؟
  - ۲- دمای هوای تبریز در یک روز زمستان ۱۷- درجه است و ارومیه ۱۲ درجه از تبریز گرم‌تر است. دمای هوای ارومیه چند درجه است؟
  - ۳- دمای هوای مشهد ۷ درجه زیر صفر است و هوای بیرجند ۱۵ درجه گرم‌تر است. دمای هوای بیرجند چند درجه است؟
  - ۴- یک زیردریایی ۱۵۰ متر پایین‌تر از سطح دریا قرار دارد. زیردریایی دیگری ۵۰ متر از آن بالاتر است. ارتفاع زیردریایی دوم نسبت به سطح دریا چند متر است؟

### تفریق عددهای صحیح



با توجه به شکل بالا، اگر از B در خلاف جهت بردار  $\vec{AB}$  به A برویم، عدد ۵+ را از عدد ۳+ کم می‌کنیم.

$$(+3) - (+5) = -2$$

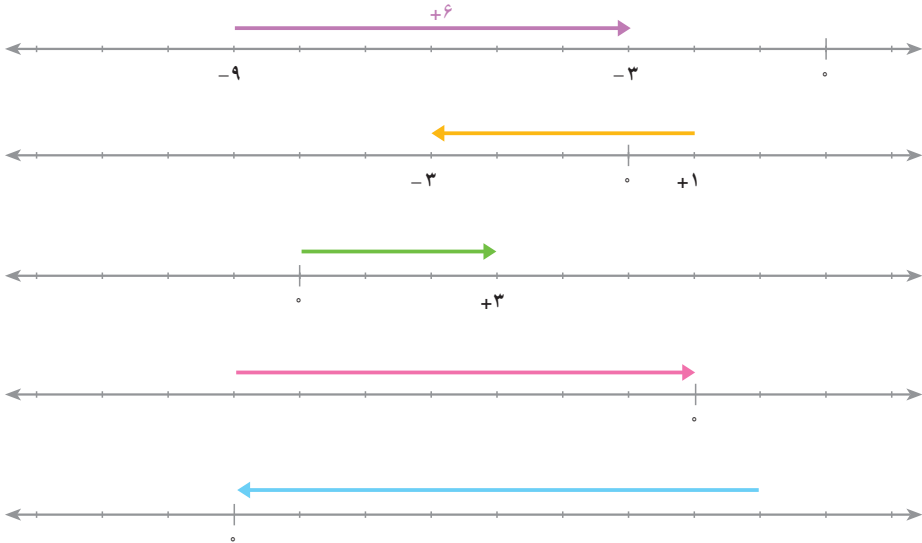
به همین ترتیب، یک تفریق متناظر با شکل زیر بنویسید.



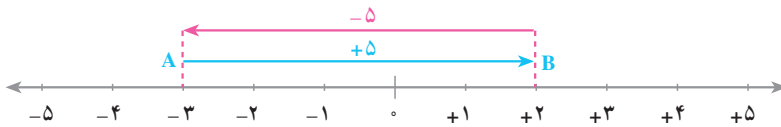




تفریق متناظر با هر شکل را بنویسید.



برای محاسبه‌ی حاصل یک تفریق، ابتدا با استفاده از بردار قرینه، تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم.



$$(+2) - (+5) = -3$$

از B به A در خلاف جهت بردار آبی

$$(+2) + (-5) = -3$$

از B به A در جهت بردار قرمز

$$(+2) - (+5) = (+2) + (-5)$$

به طور کلی، اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح باشند، برای محاسبه‌ی تفریق  $a - b$ ، می‌توان

$$a - b = a + (-b)$$

قرینه‌ی  $b$  را با  $a$  جمع کرد؛ یعنی



تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(+4) - (-7) = (+4) + (+7)$$

$$(-5) - (-2) =$$

$$(-3) - (-15) =$$

$$(+12) - (+18) =$$

$$(-7) - (-7) =$$

$$(-15) - (+15) =$$

برای محاسبه‌ی تفریق دو عدد، ابتدا تفریق را به جمع تبدیل کرده سپس، حاصل جمع را پیدا می‌کنیم.

$$(+2) - (+5) = (+2) + (-5) = (5 - 2) = 3$$



حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(+8) - (+3) =$$

$$(+9) - (+10) =$$

$$(-10) - (-15) =$$

$$(-15) - (+17) =$$

$$(+15) - (-10) =$$

$$(+15) - (-20) =$$

حاصل تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$(-15) - (+7) =$$

$$(-15) - (-7) =$$

$$(+15) - (+7) =$$

$$(-7) - (+15) =$$

$$(-7) - (-15) =$$

$$(+7) - (+15) =$$

به عبارت‌های زیر و نحوه‌ی محاسبه‌ی آن‌ها توجه کنید.

$$-6 - 8 \equiv 6 + (-8) \equiv (6 + 8) \equiv 14$$

$$8 - 12 \equiv 8 + (-12) \equiv (12 - 8) \equiv 4$$

این دو عبارت را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد.

$$-6 - 8 \equiv (6 + 8) \equiv 14$$

$$8 - 12 \equiv (12 - 8) \equiv 4$$

## کار در کلاس



۱- با توجه به مختصرنویسی، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. راه حل

را بنویسید.

$$-6 - 4 =$$

$$10 - 18 =$$

$$-8 + 10 =$$

$$17 - 9 =$$

۲- حاصل عبارت‌ها را به طور ذهنی محاسبه کنید و بنویسید.

$$-4 - 8 =$$

$$20 - 10 =$$

$$10 - 20 =$$

$$-8 + 15 =$$

$$-20 + 10 =$$

$$-3 - 10 =$$

$$-6 - 4 - 8 - 10 =$$

$$-6 + 8 + 6 - 8 =$$

## تمرین



۱- حاصل تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$(-8) - (-12)$$

$$25 - (-4)$$

$$32 - (+7)$$

$$45 - 17$$

$$25 - 32$$

$$-25 - 32$$

$$(-37) - (-8)$$

$$(-8) - 9$$

$$(-17) - (-16)$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$۱۲+۱۵-۷$$

$$۱۳-۸+۴$$

$$۱۵-۹-۸$$

$$۹-۸-۱۵$$

$$-۸+۱۲-۴$$

$$-۲۰-۴+۱۴$$

$$-۴-۵-۶$$

$$-۳+۱۴-۱۱$$

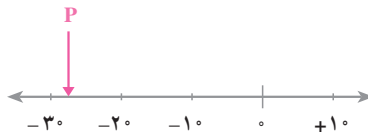
$$۱۷-۲۵-۱۲$$

$$-۵-۸+۹$$

$$۷+۳-۱۸$$

$$-۱۲+۱۲+۳$$

۳- نقطه‌ی P تقریباً چه عددی را نشان می‌دهد؟



- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

حل مسئله



۱- در ساعت ۸ صبح یک روز پاییزی، دمای هوای اصفهان ۳ درجه است و هوای شهرکرد ۵ درجه سردتر است. دمای هوای شهرکرد در این ساعت چند درجه است؟

۲- در یک روز زمستانی، دمای هوای اصفهان ۱۲- درجه است. هوای شهرکرد ۷ درجه سردتر است. دمای هوای شهرکرد چند درجه است؟

۳- در یک روز صبح، دمای هوای آهر ۷- درجه است. دمای هوای اردبیل ۱۵- درجه است. هوای اردبیل چند درجه از آهر سردتر است؟

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی هم کف و ۳ طبقه زیر هم کف تشکیل شده است. احمد در طبقه‌ی ۲- است. او ابتدا ۳ طبقه بالا می‌رود. سپس، ۲ طبقه پایین می‌آید و از آن جا ۵ طبقه بالا می‌رود. احمد هم‌اکنون در کدام طبقه است؟



## بازی با عددهای صحیح

بهرام و رضا یک بازی دو نفره را به صورت زیر ترتیب داده‌اند.  
ابتدا بهرام ده پرسش مطرح می‌کند. پس از طرح هر پرسش، رضا باید بلافاصله پاسخ آن را بگوید. هر پاسخ درست +۱ امتیاز و هر پاسخ نادرست -۱ امتیاز دارد. در جدول زیر، پرسش‌های بهرام و پاسخ‌های رضا را ملاحظه می‌کنید.

لوزی	۱- در کدام چهارضلعی دو قطر با هم مساوی و بر هم عمودند؟
-۶	۲- از دو عدد -۶ و -۹ کدام بزرگ‌تر است؟
ویتنام	۳- رانگون پایتخت کدام کشور است؟
-۴	۴- حاصل جمع $5 + (-9)$ چند است؟
تقریباً $3/14$ متر	۵- محیط دایره‌ای به قطر ۱ متر چند متر است؟
۹	۶- جزء چهارم تناسب $\frac{3}{5} = \frac{?}{15}$ چند است؟
سمنان	۷- رود شور در کدام استان ایران است؟
خرم‌آباد	۸- مرکز استان لرستان کدام شهر است؟
نه	۹- آیا $\{1, -2, -3, \dots\} \in -10$ ؟
مثبت	۱۰- حاصل جمع $(+68) + (-35)$ مثبت است یا منفی؟



آن‌ها امتیازها را به صورت مقابل، در دایره ثبت می‌کنند. برای هر پاسخ درست یک نقطه‌ی سیاه در سمت راست و برای پاسخ نادرست یک نقطه‌ی سفید در سمت چپ قرار می‌دهند. بهرام برای محاسبه‌ی

$$2 = 6 + (-4)$$

امتیازهای رضا یک جمع می‌نویسد:

در ادامه‌ی بازی، دایره‌هایی به صورت زیر به دست آمده است. امتیاز هر دایره را

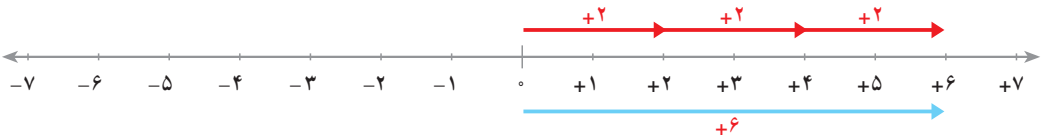
با نوشتن یک جمع حساب کنید.



## ضرب عددهای صحیح



در ضرب دو عدد صحیح چند حالت اتفاق می‌افتد؟ آن‌ها را بنویسید.



شکل بالا ۳ بردار +۲ را نشان می‌دهد. مجموع سه بردار با بردار +۶ برابر است؛

یعنی،

$$(+2) + (+2) + (+2) = 6$$

$$3 \times (+2) = 6$$

شکل زیر نشان می‌دهد که حاصل جمع ۳ بردار -۲ با بردار -۶ برابر است.



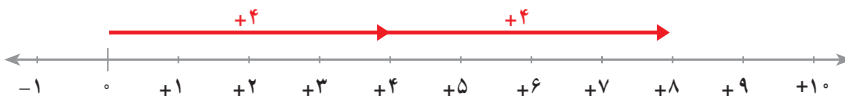
$$3 \times (-2) = -6$$

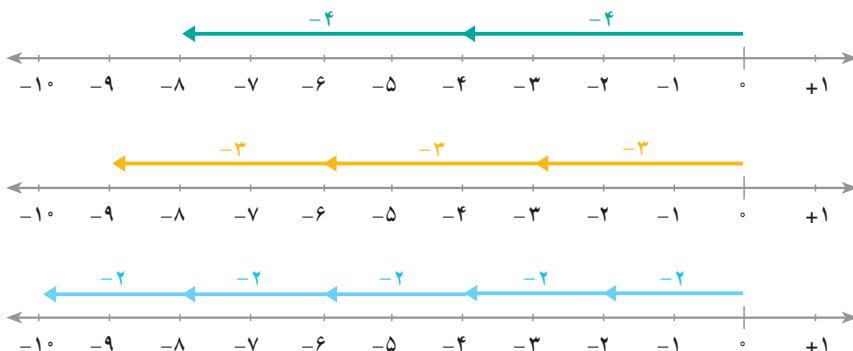
این مطلب را به صورت مقابل می‌نویسیم.

مدل بالا، چند حالت از حالت‌های ضرب دو عدد صحیح را توجیه می‌کند؟

## کار در کلاس

۱- ضرب متناظر با هریک از محورهای زیر را بنویسید.



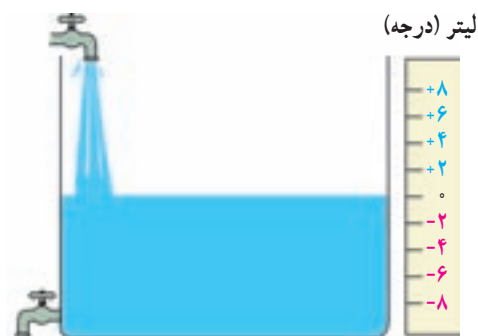


۲- حاصل هریک از ضرب‌های زیر را به دست آورید.

$$3 \times (-5) = \underline{\quad\quad} \quad 7 \times (+8) = \underline{\quad\quad} \quad 2 \times (-15) = \underline{\quad\quad}$$

$$5 \times (-3) = \underline{\quad\quad} \quad 25 \times (-25) = \underline{\quad\quad} \quad 23 \times (-26) = \underline{\quad\quad}$$

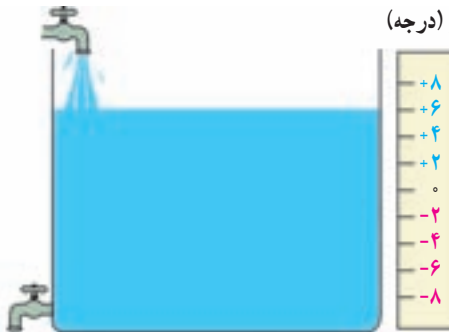
شکل زیر یک مخزن آب را نشان می‌دهد. از شیر بالای آن در هر دقیقه ۲ لیتر آب وارد مخزن می‌شود.



ساعت ۱۲ (ظهر)

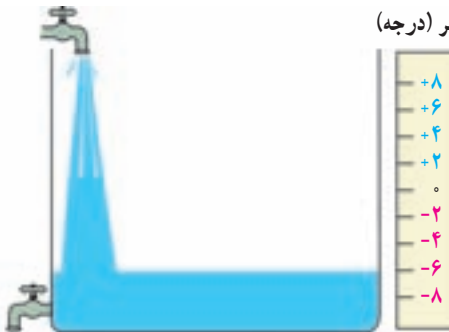
ساعت ۱۲ ظهر را مبدأ زمان می‌گیریم. زمان‌های بعد از ظهر را با اعداد مثبت و زمان‌های قبل از ظهر را با اعداد منفی نشان می‌دهیم.

با توجه به این که در هر دقیقه ۲ لیتر (درجه) آب به موجودی مخزن اضافه می‌شود، تغییر آب در هر دقیقه +۲ لیتر (درجه) است. در ساعت ۱۲ ظهر سطح آب درجه‌ی ۰ را نشان می‌دهد.



۳ دقیقه بعد از ظهر

لیتر (درجه)  
با توجه به قراردادهای صفحه‌ی قبل و شکل‌های مقابل، مشخص کنید که:  
الف - ۳ دقیقه بعد از ظهر درجه‌ی مخزن چه عددی را نشان می‌دهد؟



۳ دقیقه قبل از ظهر

لیتر (درجه)  
ب - ۳ دقیقه قبل از ظهر درجه‌ی مخزن چه عددی بوده است؟  
برای هر کدام یک ضرب بنویسید.  
از این فعالیت کدام حالت ضرب دو عدد صحیح را نتیجه می‌گیرید؟

## کار در کلاس

۱- در جدول زیر، ابتدا هریک از زمان‌های داده شده را با یک عدد صحیح نمایش دهید. سپس، جدول را کامل کنید.

درجه‌ی آب	دقیقه	زمان
+۲	+۱	۱ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۲ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۵ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۱ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۲ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۵ دقیقه قبل از ظهر

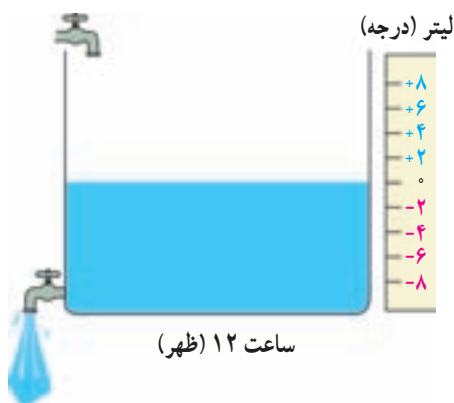


۲- با استفاده از جدول کامل شده، حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید و تساوی‌ها را کامل کنید.

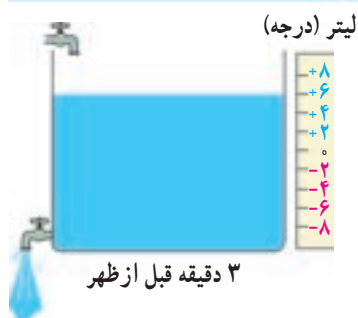
$$(+1) \times (+2) = \quad (-1) \times (+2) =$$

$$(+2) \times (+2) = \quad (-2) \times (+2) =$$

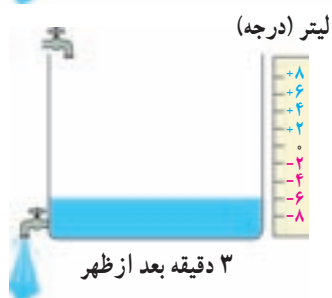
$$(+5) \times (+2) = \quad (-5) \times (+2) =$$



حالا مخزن دیگری را در نظر بگیرید که شیر بالای آن بسته است و از شیر پایین آن در هر دقیقه ۲ لیتر آب خارج می‌شود. با توجه به این که در هر دقیقه ۲ لیتر (درجه) آب از موجودی مخزن کم می‌شود، تغییر آب در هر دقیقه -۲ لیتر (درجه) است. در ساعت ۱۲ ظهر (مبدأ زمان) سطح آب درجه‌ی ۰ را نشان می‌دهد.



با توجه به قراردادهای بالا و شکل‌های مقابل مشخص کنید که:  
الف - ۳ دقیقه قبل از ظهر درجه‌ی مخزن چه عددی را نشان می‌دهد؟



ب - ۳ دقیقه بعد از ظهر درجه‌ی مخزن چه عددی را نشان می‌دهد؟

برای هر کدام یک ضرب بنویسید.  
از این فعالیت، کدام حالت ضرب دو عدد صحیح را نتیجه می‌گیرید؟



۱- در جدول زیر، ابتدا هریک از زمان‌های داده شده را با یک عدد صحیح نمایش دهید. سپس، جدول را کامل کنید.

درجه‌ی آب	دقیقه	زمان
-۲	+۱	۱ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۲ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۴ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۵ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۱ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۲ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۴ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۵ دقیقه قبل از ظهر

۲- با استفاده از جدول کامل شده، حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید و تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(+1) \times (-2) = \quad \quad \quad (-1) \times (-2) =$$

$$(+2) \times (-2) = \quad \quad \quad (-2) \times (-2) =$$

$$(+4) \times (-2) = \quad \quad \quad (-4) \times (-2) =$$

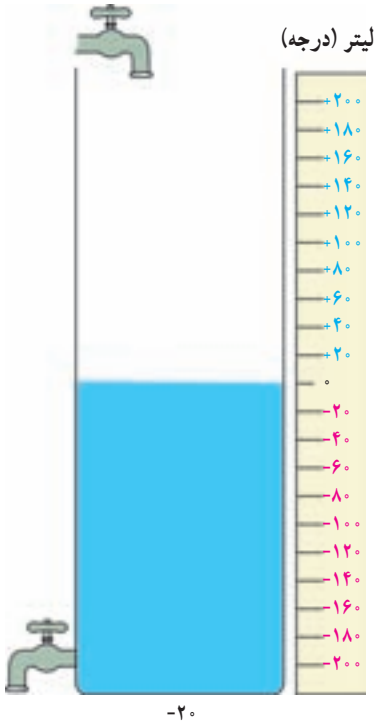
۳- با توجه به نتایجی که از فعالیت‌های قبل گرفته‌اید، حاصل ضرب‌های زیر را

بنویسید.

$$(+5) \times (-4) = \text{————} \quad \quad \quad (-5) \times (+4) = \text{————} \quad \quad \quad (-8) \times (+2) = \text{————}$$

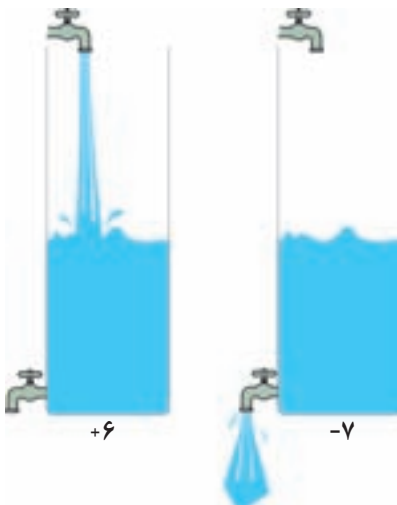
$$(+7) \times (+6) = \text{————} \quad \quad \quad (-9) \times (-5) = \text{————} \quad \quad \quad (+8) \times (-3) = \text{————}$$





۱- از مخزنی شبیه مخزن صفحه‌ی ۳۲ در هر دقیقه ۲۰ لیتر (درجه) آب خارج می‌شود. ابتدا هریک از زمان‌ها را با یک عدد صحیح نمایش دهید. سپس، جدول را کامل کنید. یک ضرب متناظر با هریک از زمان‌ها را بنویسید.

زمان	دقیقه	درجه‌ی آب
۱ دقیقه بعد از ظهر		
۲ دقیقه بعد از ظهر		
۳ دقیقه بعد از ظهر		
۱ دقیقه قبل از ظهر		
۲ دقیقه قبل از ظهر		
۳ دقیقه قبل از ظهر		



۲- با توجه به تمرین ۱ برای هریک از مخزن‌های مقابل، جدولی مانند جدول تمرین ۱ تهیه و آن را کامل کنید.

سپس، یک ضرب متناظر با هر زمان را بنویسید.

۳- حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید.

$$(+6) \times (-9)$$

$$(-8) \times (-7)$$

$$(+7) \times (+12)$$

$$(-12) \times (+4)$$



در فعالیت‌های گذشته نتیجه گرفتید که چگونه دو عدد صحیح در هم ضرب می‌شوند. حالا عبارات‌های زیر را به دقت کامل کنید.

حاصل ضرب عددی مثبت در عددی مثبت، یک عدد ..... می‌شود.

حاصل ضرب عددی منفی در عددی مثبت، یک عدد ..... می‌شود.

حاصل ضرب عددی مثبت در عددی منفی، یک عدد ..... می‌شود.

حاصل ضرب عددی منفی در عددی منفی، یک عدد ..... می‌شود.

این مطالب را به‌طور خلاصه در جدول ضرب زیر بیان کنید.

×	+	-
+		
-		

### کار در کلاس

۱- حاصل ضرب‌های زیر را حساب کنید.

$$(-12) \times (+8) = \text{---} \quad (-15) \times (+5) = \text{---} \quad (-17) \times (-8) = \text{---}$$

$$(-27) \times (-15) = \text{---} \quad (+25) \times (-8) = \text{---} \quad (-18) \times (+29) = \text{---}$$

۲- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$(-2) \times (+5) = \text{---} \quad ( \quad ) \times (+7) = 14$$

$$( \quad ) \times (-4) = 20 \quad (-8) \times ( \quad ) = 32$$

$$(-6) \times ( \quad ) = 24 \quad (+9) \times ( \quad ) = 54$$

$$(+7) \times ( \quad ) = 42 \quad (-1) \times ( \quad ) = 1$$

۳- حاصل عبارات‌های زیر را به دست آورید.

$$((-2) + (+3)) \times (-5) = \text{---} \quad ((-5) + (-3)) \times (-8) = \text{---}$$

$$((+2) + (-7)) \times (-3) = \text{---} \quad (+2) \times ((-7) + (-3)) = \text{---}$$

$$(-5 - 4) \times (-6) = \text{---} \quad -5 \times (-4 - (-3)) = \text{---}$$



نظام‌دار فکر کردن یعنی مرتب کردن اطلاعات یا راه حل مسئله براساس نظم و منطق؛ به طوری که رابطه‌ی بین داده‌ها و بخش‌های مختلف راه حل مشخص باشد. این نظم و ترتیب را می‌توان در یک جدول ارائه کرد.

۱- همه‌ی زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی  $\{a,b,c\}$  را بنویسید.

**فهمیدن مسئله:** آیا مفهوم زیرمجموعه را می‌دانید؟

– همه‌ی زیرمجموعه‌ها یعنی چه؟

**انتخاب راه‌برد:** از آن‌جا که همه‌ی حالت‌های ممکن مورد نظر است، نباید جواب‌های

پراکنده را حدس بزنیم و بیان کنیم بلکه باید به کمک یک جدول نظام‌دار، همه‌ی زیرمجموعه‌ها را به دست آوریم؛ به طوری که اگر تعداد اعضای مجموعه تغییر کند و بیش‌تر شود، همین نظم منطقی را بتوان دوباره به جدول برگرداند.

**حل مسئله:** در جدول، زیرمجموعه‌های بدون عضو (تهی)، یک عضوی، دو عضوی،

سه عضوی و ... را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا به تعداد اعضای مجموعه برسیم. در مسئله‌ی بالا تا زیرمجموعه‌های سه عضوی باید پیش برویم.

تعداد عضوهای زیرمجموعه‌ها	۰	۱	۲	۳
زیرمجموعه‌ها	{}	{a}{b}{c}		

**بازگشت به عقب:** هنگام نوشتن زیرمجموعه‌های دو عضوی، کدام نظم منطقی را

رعایت می‌کنید؟

– چگونه مطمئن می‌شوید که تمام حالت‌های ممکن را در نظر گرفته‌اید؟



## جدول نظام دار

۲- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضرب آن‌ها ۲۴ و حاصل جمع آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن باشد.

**فهمیدن مسئله:** - جواب‌ها (دو عدد موردنظر) از چه مجموعه‌ای انتخاب می‌شوند؟  
- شرط‌های دیگر مسئله را بیان کنید.

**انتخاب راهبرد:** برای پیدا کردن دو عدد موردنظر، ابتدا باید همه‌ی حالت‌های ممکن را برای دو عدد صحیح با حاصل ضرب ۲۴ پیدا کنیم؛ بنابراین، جدول نظام دار می‌تواند به ما کمک کند.

عدد اول	عدد دوم	جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	
۴		
۶		

**حل مسئله:** عدد اول از کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت شروع شده است. براساس حاصل ضرب ۲۴، عدد دوم پیدا می‌شود. بعد از به پایان رسیدن عددهای مثبت، باید همین کار را با عدد ۱- دوباره انجام دهید. جدول را کامل کنید. کدام حالت کم‌ترین حاصل جمع را دارد؟ دور آن خط بکشید.

**بازگشت به عقب:** - نظم منطقی جدول و حاصل جمع‌ها را دوباره کنترل کنید.  
- آیا پاسخ به‌دست آمده، همه‌ی شرط‌های مسئله را دارد؟

راهبرد جدول نظام‌دار در مسائلی که حالت‌های مختلف و متنوع احتمالی وجود دارد، مؤثر است و بسیار به کار می‌رود. رسم یک جدول نظام‌دار می‌تواند تمام حالت‌های ممکن را پیش‌بینی و مشخص کند.

## تقسیم عددهای صحیح



$$(+6) \times \square = 18 \Leftrightarrow (-18) \div (+6) = \square$$

تساوی‌های بالا را بطنه‌ی بین ضرب و تقسیم را نشان می‌دهند. با توجه به آن‌ها حالت‌های مختلف تقسیم دو عدد صحیح را بررسی کنید. جدول تقسیم دو عدد صحیح را بنویسید.

در تقسیم عددهای صحیح، مانند ضرب، ابتدا علامت حاصل را تعیین می‌کنیم و سپس تقسیم را انجام می‌دهیم.



۱- ابتدا تساوی سمت چپ را کامل کنید و سپس، حاصل تقسیم سمت راست را بنویسید.

$(-5) \times \square = 20$	$(+20) \div (-5) = \square$
$(+7) \times \square = 56$	$(-56) \div (+7) = \square$
$\square \times (+8) = 40$	$(-40) \div (+8) = \square$
$\square \times (-5) = 35$	$(-35) \div (-5) = \square$

۲- حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$(-28) \div (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$	$(+17) \div (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$
$(-17) \div (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$	$(-65) \div (+13) = \underline{\hspace{2cm}}$
$(+48) \div (-12) = \underline{\hspace{2cm}}$	$(-78) \div (+6) = \underline{\hspace{2cm}}$

۳- ابتدا علامت هر کسر را تعیین کنید. سپس، حاصل کسرها را به دست آورید.

$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)}$	$\frac{(+49) \times (-65)}{(+13) \times (-35)}$
---	---



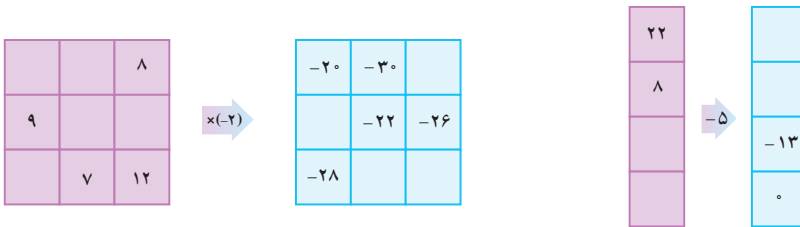
۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$7 + (-5)$	$256 + 127$	$135 - 295$
$7 \times (-5)$	$-372 + 72$	$-285 - 149$
$(-12) + 8$	$-138 + 282$	$(-12) \times 8$

۲- حاصل ضربهای زیر را به دست آورید.

$((-2) \times (+3)) \times (-4)$	$(-2) \times ((+3) \times (-4))$
$((-5) \times (-3)) \times (+2)$	$(-5) \times ((-3) \times (+2))$
$(-7) \times ((-1) \times (-3))$	$((-7) \times (-1)) \times (-3)$

۳- نمودارهای زیر را کامل کنید.



- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

### حل مسئله



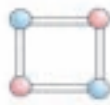
۱- همه‌ی پاسخ‌های ممکن برای کامل کردن عبارت زیر را پیدا کنید. به شرط

این که به جای و فقط عدد صحیح قرار دهید.  $\square \times \triangle = -12$

۲- حسین با میله‌های چوبی و گلوله‌هایی به رنگ‌های قرمز و آبی می‌خواهد

تعدادی کاردستی مانند شکل مقابل بسازد. با توجه به رنگ گلوله‌ها، او چند نوع متفاوت

از این کاردستی‌ها می‌تواند بسازد؟



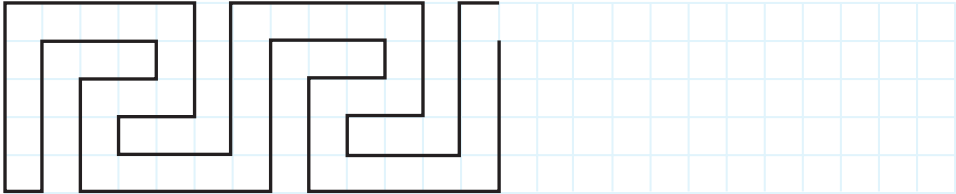
اگر گلوله‌ها سه رنگ باشند،

چند نوع شکل متفاوت می‌تواند

بسازد؟



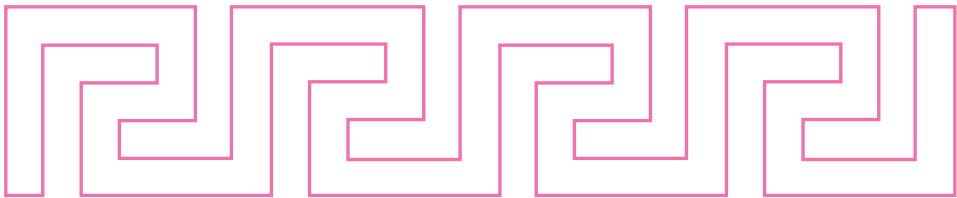
الف - با توجه به الگوی داده شده، رسم را کامل کنید.



ب -

- ۱- یک مستطیل به اندازه ی  $5 \times 25$  سانتی متر در وسط یک کاغذ سفید رسم کنید.
- ۲- مستطیل را به مربع های  $1 \times 1$  سانتی متری تقسیم کنید تا صفحه ی شطرنجی به دست آید.
- ۳- با توجه به قسمت الف، خط های اصلی را پررنگ کنید.
- ۴- بقیه ی خطوط را پاک کنید.

پ - شکل نهایی



- ت - با توجه به این که اکثر خطوط شطرنجی پاک می شوند، از ابتدا آن ها را کم رنگ بکشید. در این رسم، یک دست بودن خطوط و در امتداد هم بودن پاره خط ها اهمیت دارد. برای این که رسم شما به پاک کردن نیاز نداشته باشد و تمیز بماند، چه راه حلی پیشنهاد می کنید؟



### یادآوری



یک کاغذ مستطیل شکل را از وسط تا می‌کنیم. اکنون دو قطعه کاغذ روی هم قرار گرفته است. کاغذ را دوباره تا می‌کنیم و این بار ۴ قطعه کاغذ روی هم قرار می‌گیرند. اگر کاغذ را یک بار دیگر (مرتبه‌ی سوم) تا کنیم، چند قطعه کاغذ روی هم قرار می‌گیرند؟ اگر تا زدن کاغذ را ۱۲ بار انجام دهیم، تعداد قطعه کاغذهای روی هم چند تا می‌شوند؟ ضخامت کاغذ چه قدر می‌شود؟ حدس بزنید.

در سال گذشته با عددهای توان‌دار و برخی از قاعده‌های محاسبه با آن‌ها آشنا شدید و آموختید که مثلاً

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7$$

$$5^2 = 5 \times 5$$

$$4^1 = 4$$

عدد  $7^3$  را می‌خوانیم «۷ به توان ۳». در عدد  $7^3$ ، ۷ پایه و ۳ توان است.

### کار در کلاس

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$3^2 - 2^3 =$$

$$4^1 - 1^4 =$$

$$6^2 - (3 \times 2^2) =$$

$$\frac{2}{3} \text{ مجذور} =$$

$$\text{مکعب } \frac{1}{10} =$$

$$\frac{2^2}{3} =$$

۲- با توجه به نمونه‌ی داده شده، طرف دیگر هر تساوی را بنویسید.

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^4 =$$

$$(-2) \times (-2) \times (-2) =$$

$$(-3)^2 =$$

$$\left(-\frac{2}{7}\right)^5 =$$

$$\left(\frac{5+7}{9}\right) \times \left(\frac{5+7}{9}\right) =$$

## ضرب و تقسیم عددهای توان دار با پایه‌های مساوی



عبارت‌های توان دار را مانند نمونه ساده کنید.

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{5^2} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{5^4} = 5^6$$

$$4^2 \times 4^3 =$$

$$7^3 \times 7^4 =$$

با توجه به عبارت‌های بالا برای ساده کردن ضرب دو عدد توان دار با پایه‌ی مساوی قاعده‌ای بیان کنید.

## کار در کلاس

۱- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \text{---} = \text{---}$$

$$8^5 \times 8^3 = \text{---} = \text{---} \quad (-2)^3 \times (-2)^3 = \text{---} = \text{---}$$

۲- فرض کنید  $a$  یک عدد است. حاصل هر عبارت زیر را به شکل عددی توان دار بنویسید.

$$a^2 \times a^4 = a^{2+4} = \text{---} \quad a^y \times a = \text{---}$$

$$a^3 \times a^5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad a^4 \times a^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^1 \times a^4 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad a^5 \times a^5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- عبارت‌های توان‌دار را ساده کنید (ابتدا نشان دهید پایه‌ها با هم مساوی هستند).

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \left(1\frac{2}{3}\right)^5 = \qquad 1/5^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^7 = \qquad 4^3 \times 4^7 \times 4 =$$



عبارت‌های توان‌دار را مانند نمونه ساده کنید.

$$8^5 \div 8^3 = \frac{8^5}{8^3} = \frac{\cancel{8} \times \cancel{8} \times \cancel{8} \times 8 \times 8}{\cancel{8} \times \cancel{8} \times \cancel{8}} = 8^2$$

$$7^4 \div 7^2 = \qquad 5^6 \div 5^2 =$$

با توجه به عبارت‌های بالا، برای ساده کردن تقسیم دو عدد توان‌دار با پایه‌ی مساوی قاعده‌ای بیان کنید.

## کار در کلاس

۱- حاصل تقسیم‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$7^4 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 9^6 \div 9^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5^{17} \div 5^4 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (0/3)^8 \div (0/3)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

۲- فرض کنید  $a$  یک عدد مخالف صفر است. حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$a^7 \div a^6 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad a^8 \div a^5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^3 \div a = \underline{\hspace{2cm}} \qquad a^9 \div a^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- عبارت‌های توان‌دار زیر را ساده کنید.

$$\frac{7^6 \times 7^4}{7^5 \times 7^2} = \qquad \frac{a^4 \times a^3}{a^2 \times a^2} =$$



حاصل هریک از عبارتهای زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\begin{array}{ccc} (-2)^3 \times (-2)^4 & \left(\frac{2}{3}\right)^8 \div \left(\frac{2}{3}\right)^4 & \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \\ (1/8)^9 \div (1/8)^7 & (-5)^4 \div (-5) & \frac{6^9}{6^7} \\ \frac{3^7}{3^4} & \frac{4^2 \times 4^{17}}{4^{10}} & \frac{7^5 \times 7^3}{7^4} \\ \frac{9^6 \times 9}{9^2} & \frac{8^2 \times 8^5}{8^3 \times 8} & \end{array}$$

## ضرب و تقسیم عددهای توان دار با توان های مساوی



عبارتهای توان دار را مانند نمونه ساده کنید.

$$\begin{aligned} 4^3 \times 2^3 &= 4 \times 4 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 = (4 \times 2) \times (4 \times 2) \times (4 \times 2) = (4 \times 2)^3 \\ 5^2 \times 7^2 &= \\ 6^4 \times 3^4 &= \end{aligned}$$

برای ضرب دو عدد توان دار با توان مساوی، چه قاعده‌ای پیدا کرده‌اید؟

## کار در کلاس

۱- حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\begin{array}{cc} 25 \times 45 = \underline{\hspace{2cm}} & 7^2 \times 8^2 = \underline{\hspace{2cm}} \\ 3^3 \times 2^3 = \underline{\hspace{2cm}} & (-3)^4 \times 2^4 = \underline{\hspace{2cm}} \\ \left(\frac{2}{4}\right)^2 \times \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}} & \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times 3^3 = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(3 \times 6)^2 = 3^2 \times 6^2 \qquad (5 \times 7)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4 \times 5)^5 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (2 \times 3)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(0 / 2 \times 8)^2 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{3}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عددند. تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$a^2 \times b^2 = (a \times b)^2 \qquad (a \times b)^y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^5 \times b^5 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (a \times b)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^4 \times b^4 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (a \times b)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

۴- عبارت‌های توان‌دار را مانند نمونه ساده کنید.

$$(3a)^2 = 3^2 \times a^2 = 9a^2 \qquad (2x)^3 =$$

$$(4b)^2 = \qquad (2xy)^2 =$$



عبارت‌های توان‌دار را مانند نمونه ساده کنید.

$$3^4 \div 5^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^4$$

$$7^3 \div 6^3 =$$

$$a^5 \div b^5 =$$

برای ساده کردن دو عدد توان‌دار با توان مساوی، چه قاعده‌ای بیان می‌کنید؟

## کار در کلاس

تساوی‌های زیر را کامل کنید. ( $b \neq 0$ )

$$3^6 \div 5^6 = \frac{3^6}{5^6} = \left(\frac{3}{5}\right)^6 \qquad \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{4^2}{9^2}$$

$$2^5 \div 4^5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\frac{6}{5}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8^2 \div 4^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{3^4}{7^4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^5 \div b^5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{a^4}{b^4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^v = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^3 \div b^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

### تمرین



۱- حاصل هریک از عبارتهای زیر را به شکل یک عدد توان دار بنویسید.

$$4^5 \times 4^3$$

$$5^2 \times 5^3$$

$$(0/4)^6 \times (0/4)^4$$

$$7^6 \div 7^4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$(0/3)^7 \div (0/3)^5$$

$$5^9 \times 7^9$$

$$9^7 \times 6^7$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{15}{2}\right)^3$$

$$8^4 \div 5^4$$

$$3^6 \div 4^6$$

$$5^3 \div 10^3$$

۲- به جدول زیر توجه کنید.

$4^0$	$4^1$	$4^2$	$4^3$	$4^4$	$4^5$	$4^6$	$4^7$	$4^8$
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

الف - عبارت  $4^6 \times 65536$  را به صورت توان دار بنویسید.

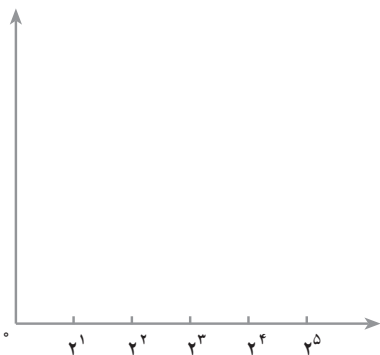
ب - تعداد رقم های  $4^{10}$  را پیش بینی کنید.

پ - فکر می کنید  $4^{20}$  چند رقمی می شود؟

۳- حاصل عددهای  $4^1$ ،  $4^2$ ،  $4^3$ ،  $4^4$  و  $4^5$  را

به صورت ستون هایی در محور مختصات مقابل رسم کنید

(برای محور عمودی باید واحد مناسبی انتخاب کنید).





- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



۱- در روز درخت کاری  $18^\circ$  اصله درخت کاشته‌ایم.  $40\%$  این درختان درخت میوه و بقیه درخت کاج‌اند. چند درخت کاج و چند درخت میوه کاشته‌ایم؟

۲- یک مربع به ضلع ۸ سانتی‌متر را به مربع‌های یک در یک سانتی‌متری تقسیم کرده‌ایم. مربع‌ها را یکی در میان سیاه می‌کنیم. تعداد مربع‌های سیاه شده را به صورت عدد توان‌دار بیان کنید.

۳- مساحت مربعی به ضلع  $a$  برابر است با  $a^2$ . اگر از ضلع مربع  $10\%$  کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟

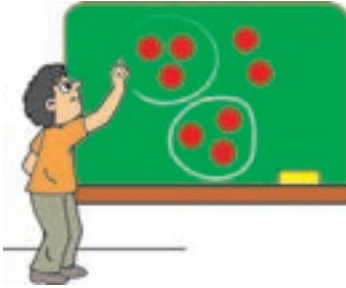
## سرگرمی و ریاضی



با همراهی یکی از دوستان خود، دو تکه طناب نازک هریک به طول تقریباً ۱ متر انتخاب کنید. دو طرف هریک را به صورت حلقه گره بزنید و مانند شکل، دستانتان را در این حلقه‌ها قرار دهید. حالا بدون این‌که طناب‌ها را ببرید، گره آن‌ها را باز کنید یا دستان خود را از حلقه‌ها خارج سازید. سعی کنید طناب‌ها را از هم رد کنید و از یک‌دیگر جدا شوید.



## دستگاه‌های شمار



### شمارش



اگر هر دست ما به جای ۵ انگشت ۴ انگشت داشت، (برای مثال، انگشت شست نبود) چه چیزهایی در زندگی روزمره مان تغییر می‌کرد؟ در کلاس با دوستان خود در این مورد گفت‌وگو کنید.

ما به‌طور معمول برای شمردن، دسته‌های ده‌تایی درست می‌کنیم. ابتدا با  $10$  تا یکی ۱ بسته ده‌تایی، با  $10$  بسته ده‌تایی یک بسته صدتایی و با  $10$  صدتایی یک بسته هزارتایی درست می‌کنیم و به همین ترتیب، دسته‌بندی ده‌تایی را ادامه می‌دهیم. نماد  $215$  نشان می‌دهد که  $215$  مداد را می‌توانیم در  $2$  بسته صدتایی،  $1$  بسته ده‌تایی و پنج یکی قرار دهیم.



صدتایی	ده‌تایی	یکی
۲	۱	۵

۲۱۵



تعداد ۳۰ عدد از هر چیز قابل شمردن (مثل نی، لوبیا، دگمه و ...) را بردارید. برای دسته‌بندی کردن آن‌ها قرارداد جدیدی را در نظر بگیرید. برای مثال، فقط دسته‌ی ۳ تایی یا ۴ تایی یا ۵ تایی درست کنید. آن‌گاه دسته‌هایی را که ساخته شده‌اند، مشخص کنید.

در فعالیت بالا برای دسته‌بندی ۷ تایی، ۴ دسته‌ی ۷ تایی و ۲ تا یکی خواهیم داشت.

یکی	۷ تایی
۲	۴

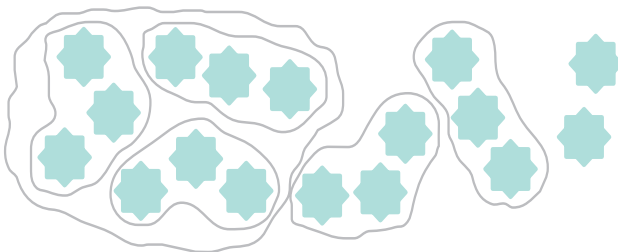
پس، می‌نویسیم:

به‌طور خلاصه می‌توانیم بنویسیم:  $(۴۲)_۷$

و می‌خوانیم: چهار، دو در مبنای ۷ (یا پایه‌ی ۷).



۱- در هر قسمت، شکل‌ها را ابتدا به دسته‌های مورد نظر تقسیم کنید. سپس جدول را کامل کنید و عدد را در مبنای مورد نظر بنویسید.



۳

یکی	سه تایی	نه تایی



۴

یکی	چهار تایی	شانزده تایی

۵



بیست و پنج تایی	پنج تایی	یکی

۲



هشت تایی	چهار تایی	دو تایی	یکی

۱۰



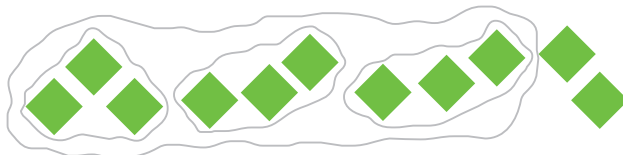
--	--	--

۲- با توجه به فعالیت بالا، عدد موردنظر را بنویسید.

سی و شش تایی	شش تایی	یکی	۶(—)
۴	۲	۱	

در هر ستون جدول بالا بزرگ‌ترین عددی که می‌توان نوشت چیست؟ چرا؟

### تبدیل میناها



نه تایی	سه تایی	یکی
۱	۰	۲

حساب

۵۰



جدول صفحه‌ی قبل نشان می‌دهد که با دسته‌بندی سه‌تایی می‌توانیم ۱۱ مربع را به ۲ یکی، ۰ سه‌تایی و ۱ نه‌تایی دسته‌بندی کنیم. ۰، ۲ و ۱ را **ارقام عدد ۱۱ در مبنای ۳** می‌نامیم و این عدد را در مبنای ۳ به صورت  $(۱۰۲)_۳$  نمایش می‌دهیم؛ بنابراین،  
 $(۱۰۲)_۳ = ۱ \times ۹ + ۰ \times ۳ + ۲ \times ۱ = ۹ + ۰ + ۲ = ۱۱$

## کار در کلاس

۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(۲۱۲)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

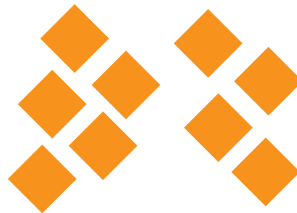
$$(۲۱)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۲۰۰)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۲۰۲)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

۲- با قرار دادن مربع‌ها در دسته‌های پنج‌تایی، جدول و تساوی زیر را کامل

کنید.



پنج‌تایی	یکی
19 = (    ) <sub>۵</sub>	

۳- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(۲۱)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۳۰)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۴۰)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۳۱۴)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۳۰۰)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۲)_۴ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۳۰)_۴ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۱)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰۱)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰۰)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰۰۰)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۱۰۱)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۴۲)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۲۶)_۷ = \underline{\hspace{2cm}}$$

۱- نمایش عدد ۲۳ را در مبنای ۴ به دست آورید.

$$۲۳ \mid \overset{۴}{-}$$

چرا باید ۲۳ را بر ۴ تقسیم کنیم؟

در این تقسیم، خارج قسمت چه معنایی دارد؟

باقی مانده چه معنایی دارد؟

تقسیم بعدی را بنویسید.

در این تقسیم، خارج قسمت چه معنایی دارد؟

باقی مانده چه معنایی دارد؟

تساوی را کامل کنید.

$$۲۳ = ( \quad )_۴$$

۲- در شکل زیر، ۲۳ دایره را مشاهده می کنید. با دسته بندی چهارتایی، عدد ۲۳ را در مبنای ۴ آن را به دست آورید و با جواب بالا مقایسه کنید.



مراحل دسته بندی را با تقسیم هایی که در بالا انجام داده اید، مقایسه کنید.

می خواهیم نمایش ۱۷ را در مبنای ۳ به دست آوریم. ابتدا باید ببینیم در ۱۷ تا چند دسته ی ۳ تایی و چند یکی هست.

$$\begin{array}{r} ۱۷ \mid \overset{۳}{-} \\ -۱۵ \\ \hline ۲ \end{array}$$

سه تایی ۵  
یکی ۲



حالا باید ببینیم در ۵ دسته ی ۳ تایی چند دسته ی ۹ تایی وجود دارد.

$$\begin{array}{r} 5 \text{ سه تایی} \\ 3 \\ \hline 1 \text{ نه تایی} \\ -3 \\ \hline 2 \text{ سه تایی} \end{array}$$



بنابراین، نمایش ۱۷ در مبنای ۳ به صورت  $(۱۲۲)_۳$  است.

## کار در کلاس

۱- با توجه به تقسیم‌های زیر، نمایش هر عدد را در مبنای خواسته شده - مانند نمونه - بنویسید و کامل کنید.

$$\begin{array}{r} 23 \text{ الف} \\ 3 \\ \hline 7 \\ -21 \\ \hline 2 \text{ یکی} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ نه تایی} \\ 2 \\ \hline 1 \\ -6 \\ \hline 1 \text{ سه تایی} \end{array}$$

الف - نمایش ۲۳ در مبنای ۳

$$23 = (212)_3$$

$$\begin{array}{r} 69 \text{ ب} \\ 5 \\ \hline 13 \\ -5 \\ \hline 19 \\ -15 \\ \hline 4 \text{ یکی} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \text{ پ} \\ 2 \\ \hline 5 \\ -10 \\ \hline 3 \end{array}$$

ب - نمایش ۶۹ در مبنای ۵

\_\_\_\_\_

پ - نمایش ۵۹ در مبنای ۳

$$\begin{array}{r} 59 \text{ د} \\ 3 \\ \hline 19 \\ -3 \\ \hline 29 \\ -27 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \text{ ه} \\ 6 \\ \hline 3 \\ -18 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ ز} \\ 2 \\ \hline 3 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

۲- نمایش هریک از اعداد ۵، ۸، ۲۵، ۳۸ را در مبنای ۵ به دست آورید.

حالا نمایش هریک از عددهای بالا را در مبنای ۲ به دست آورید.



راهبرد الگویی برای مسئله‌هایی که در آن‌ها بین داده‌های مسئله رابطه‌ای وجود دارد، مناسب است. از طرف دیگر، این راهبرد به تعمیم مسئله‌های ساده به مسئله‌های پیچیده‌تر کمک می‌کند. در مسئله‌ی زیر، به‌جای بررسی مسئله در حالت  $n$  عضوی از مسئله‌های ساده‌تر شروع می‌کنیم.

۱- اگر یک مجموعه  $n$  عضو داشته باشد، چند زیرمجموعه دارد؟

**فهمیدن مسئله:** اطلاعات داده شده در این مسئله چیست؟

– همه‌ی زیرمجموعه‌های یک مجموعه یعنی چه؟

**انتخاب راهبرد:** ابتدا مسئله را ساده می‌کنیم (استفاده از این راهبرد را در مسئله‌های

بعد خواهید دید)؛ یعنی با مجموعه‌های بدون عضو، یک عضوی، دو عضوی، سه عضوی و ... شروع می‌کنیم و سپس، بین تعداد اعضا و تعداد زیرمجموعه‌ها الگویی پیدا می‌کنیم.

**حل مسئله:** در راهبرد جدول نظام‌دار، نحوه‌ی نوشتن همه‌ی زیرمجموعه‌ها را یاد گرفته‌اید.

تعداد اعضا	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد زیرمجموعه‌ها	۱	۲	۴		

جدول را کامل کنید.

بین تعداد اعضا و تعداد زیرمجموعه‌ها چه رابطه‌ای دیده می‌شود؟

اگر مجموعه‌ای  $n$  عضو داشته باشد، چند زیرمجموعه خواهد داشت؟

**بازگشت به عقب:** با یک مجموعه‌ی ۵ عضوی و نوشتن همه‌ی زیرمجموعه‌های آن،

درستی رابطه‌ای را که به‌دست آورده‌اید، بررسی کنید.



## الگویابی

۲- اگر دنباله‌ی عددی  $\dots, 16, 8, 4, 2$  را در مبنای ۲ بنویسیم، چه الگویی خواهد داشت؟  
به کمک این الگو دنباله‌ی  $\dots, 125, 25, 5$  را در مبنای ۵ بنویسید.

**فهمیدن مسئله:** - خواسته‌های مسئله از شما چیست؟

- آیا روش تبدیل مبنای ۲ را به سایر مبنایا می‌دانید؟

**انتخاب راهبرد:** همان‌طور که از صورت مسئله پیداست، باید الگویی کشف کنید. پس، راهبرد حل این مسئله، الگویابی است.

**حل مسئله:** ابتدا در دنباله‌ی اول، عددها را در مبنای ۲ تبدیل می‌کنیم.

دنباله در مبنای ۲	دنباله با الگوی توانی	دنباله‌ی عددی
$(1)_2$	$2^0$	۱
$(10)_2$	$2^1$	۲
$(100)_2$	$2^2$	۴
$(1000)_2$	$2^3$	۸
$(10000)_2$	$2^4$	۱۶
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

در جدول بالا، عددهای دنباله را به دو صورت توانی و در مبنای ۲ می‌بینید.  
عددها را با جدول ارزش مکانی در مبنای ۲ مقایسه کنید.

یکی	دوتایی	چهارتایی	هشت تایی	شانزده تایی

الگوهایی را که مشاهده می‌کنید، توضیح دهید و بنویسید.  
با توجه به الگویی که به دست آورده‌اید، دنباله‌ی  $\dots, 125, 25, 5$  را در مبنای ۵ بنویسید.

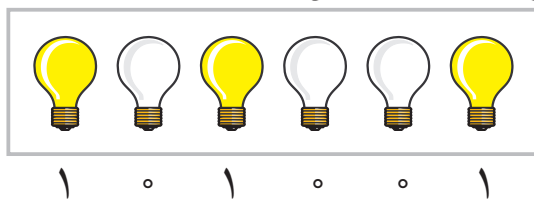
**بازگشت به عقب:** درستی الگوی خود را با دنباله‌های دیگر در مبنای ۳ بررسی کنید.

پیدا کردن الگو به تفکر و خلاقیت نیاز دارد. وقتی الگویی را حدس می‌زنید، باید بررسی کنید که الگوی موردنظر شما در همه‌ی داده‌ها وجود داشته باشد؛ بنابراین حدس‌های مختلف خود را آزمون کنید. پس از کشف الگو باید توانایی بیان الگوی موردنظر خود را داشته باشید.



## کاربرد مبنای ۲

می‌دانید که در نمایش یک عدد در مبنای ۲، ارقام یا ۰ هستند یا ۱. اگر در دستگاه زیر، هر چراغ خاموش را معرف ۰ و هر چراغ روشن را معرف ۱ بگیریم، این دستگاه عدد  $(101001)_2 = 41$  را نشان می‌دهد. از همین موضوع ساده برای ساختن اولین ماشین‌های حساب و سپس رایانه‌ها استفاده شد.



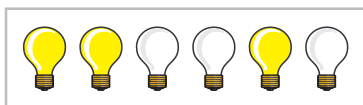
در گذشته‌های دور عددهای نجومی در مبنای ۶۰ نوشته می‌شد. آثار و کاربرد این مبنای ۶۰ هنوز هم می‌توان دید؛ برای مثال، هر ۶۰ ثانیه (یک دسته ۶۰ تایی) یک دقیقه نام دارد و هر ۶۰ دقیقه (یک دسته ۶۰ تایی) یک ساعت نامیده می‌شود. آیا کاربرد دیگری از مبنای ۶۰ را می‌شناسید؟

### کار در کلاس

عددی را که هریک از دستگاه‌های زیر نشان می‌دهد، بنویسید.



$$(101100)_2 = 44$$





۱- نمایش هریک از عددهای ۱۳، ۲۵، ۱۶ را با رسم شکل در مبنای ۴ به دست آورید.

۲- نمایش معمولی هریک از عددهای زیر را به دست آورید.

$(۱۰۰۱۱)_۲$     $(۲۰۳)_۴$     $(۱۰۰۱)_۲$     $(۳۱۳)_۴$     $(۴۳)_۵$

۳- هریک از عددهای زیر را ابتدا در مبنای ۲ بنویسید و سپس آن را با دستگاهی مانند آن چه

در کار در کلاس صفحات قبل دیدید، نمایش دهید.

۲۶   ۶۳   ۶۴   ۱۰۵   ۷۵

۴- عددهایی را که در مبنای خود درست نوشته نشده‌اند، به شکل درست تبدیل کنید.

$(۶۷۶)_۷$  ،  $(۱۰۳)_۳$  ،  $(۲۳۱)_۵$  ،  $(۲۵۱)_۴$

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

## حل مسئله



۱- در یک مدرسه‌ی راهنمایی ۴۰٪ دانش‌آموزان در کلاس اول، ۳۲٪ در

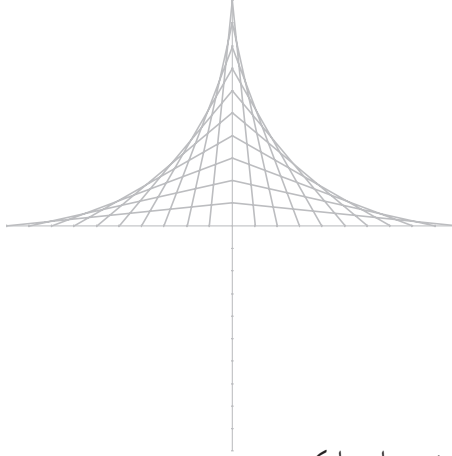
کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس می‌خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می‌خوانند؟ اگر تعداد دانش‌آموزان کلاس دوم ۸۰ نفر باشند، تعداد کل دانش‌آموزان چند نفر است؟ تعداد دانش‌آموزان کلاس اول چند نفر است؟

۲- به رابطه‌ی بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. کدام یک از شکل‌های a،

b، c و d همین رابطه را با شکل o دارد؟

			<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a							
b							
c							
d							
			<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a							
b							
c							
d							
			<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a							
b							
c							
d							
			<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a							
b							
c							
d							
			<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a							
b							
c							
d							

الف - قسمت پایین شکل را مانند قسمت بالای آن کامل کنید.



ب -

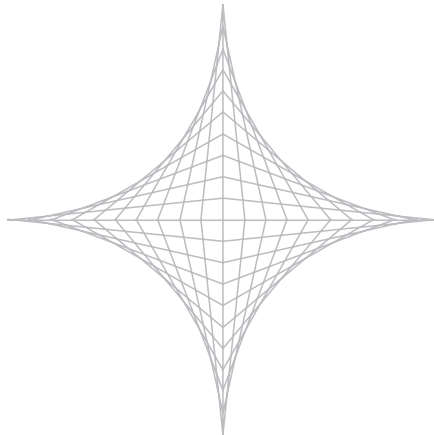
۱- وسط کاغذ سفید خود را پیدا کنید.

۲- دو پاره خط عمود برهم رسم کنید؛ طوری که محل برخورد آنها مرکز کاغذ و شکل، متقارن باشد. اندازه‌ی پاره خط‌ها  $10^\circ$  سانتی متر است.

۳- هر پاره خط را به  $20^\circ$  قسمت مساوی (به اندازه‌ی نیم سانتی متر) تقسیم کنید.

۴- نقاط تقسیم را مانند قسمت الف به هم وصل کنید تا رسم کامل شود.

پ - شکل نهایی



ت - هنگام تقسیم کردن پاره خط باید دقیق عمل کنید تا شکل زیباتر شود. وقتی پاره خط را به

قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنید، نقطه‌ها را کم‌رنگ بگذارید؛ به طوری که پس از وصل کردن آنها

به هم، از بین بروند و مشخص نباشند.

## مفهوم جذر



یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌ی  $25 \times 50$  سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع  $81$  مترمربع سنگ به شرکت ساختمانی فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که با این سنگ‌ها می‌توان ساخت، چند متر است؟

می‌دانیم  $9 = 3^2$  است. عدد  $9$  را مجذور  $3$  می‌نامیم. مجذور هر عدد، توان دوم آن عدد است؛ مثلاً مجذور  $4$ ،  $4^2$  یعنی  $16$  است.

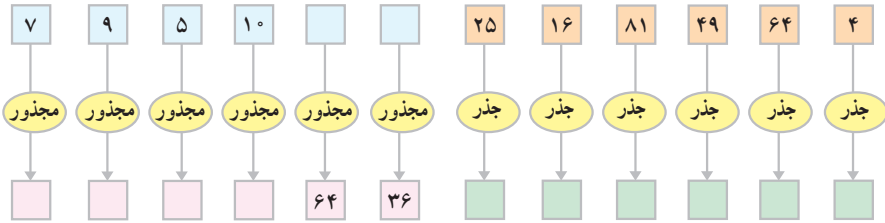
مجذور  $5$  چیست؟  
مجذور  $2$  چیست؟

$$49 = 7^2$$

عدد  $49$  مجذور عدد  $7$  است. عدد  $7$  جذر  $49$  است. جذر  $4$  عدد  $2$  است. جذر  $25$  عدد  $5$  است. جذر  $49$  را به صورت  $\sqrt{49}$  هم نمایش می‌دهیم و آن‌را می‌خوانیم رادیکال  $49$ . پس

$$\sqrt{49} = 7$$

۱- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{9} = \text{---} \quad \sqrt{16} = \text{---} \quad \sqrt{81} = \text{---} \quad \sqrt{36} = \text{---}$$

۳- مساحت مربعی ۳۶ سانتی متر مربع است. طول یک ضلع این مربع چند سانتی متر است؟

## جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم



حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱  $\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = \text{---}$   
 $\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \text{---} \times \text{---} =$

۲  $\sqrt{\frac{36 \times 9}{4 \times 16}} = \sqrt{\text{---}} = \text{---}$   
 $\sqrt{\frac{36}{4}} \times \sqrt{\frac{9}{16}} = \text{---} \times \text{---} =$

۳  $\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{\text{---}} = \text{---}$   
 $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \text{---} \times \text{---} =$

۴  $\sqrt{\frac{25 \times 36}{4}} = \sqrt{\text{---}} = \text{---}$   
 $\sqrt{\frac{25}{4}} \times \sqrt{36} = \text{---} \times \text{---} =$

از مقایسه‌ی تساوی‌های بالا چه نتیجه می‌گیرید؟

نتیجه‌ی خود را به صورت کلی نشان دهید.

$$\sqrt{a \times b} = \text{---}$$

برای یافتن جذر حاصل ضرب دو عدد، می‌توانید از جذر آن دو عدد استفاده کنید.

به حاصل ضرب  $4 \times 9$  توجه کنید. می‌دانیم که:

$$4 \times 9 = (2 \times 3)^2$$

پس، می‌توانیم بنویسیم:

$$\sqrt{4 \times 9} = 2 \times 3$$

چون ۲ جذر ۴ است و ۳ جذر ۹، بنابراین

به همین ترتیب، برای یافتن جذر  $25 \times 36$  می‌توانید به صورت زیر عمل

کنید.

$$\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 5 \times 6 = 30$$



آیا نتیجه‌ای را که در جذر حاصل ضرب به دست آمد، برای حاصل تقسیم نیز می‌توان به کار برد؟ چرا؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید.

## کار در کلاس

۱- جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{4 \times 36} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sqrt{9 \times 81} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{49 \times 4} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sqrt{100 \times 16} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\frac{25}{64}} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sqrt{\frac{121 \times 9}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(0/1)^2 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \sqrt{0/01} = \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- با توجه به تساوی  $0/01 \times 16 = 0/16$ ، جذر  $0/16$  را حساب کنید.

$$\sqrt{0/16} = \sqrt{0/01 \times 16} = \sqrt{0/01} \times \sqrt{16} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} =$$

۴- جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{\circ/25} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{\circ/49} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\circ/64} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{\circ/36} = \underline{\hspace{2cm}}$$

### عددهای منفی جذر ندارند.

×	+	-	با توجه به جدول ضرب علامت‌ها، ملاحظه می‌کنیم که مجذور هر عدد مثبت، عددی مثبت و مجذور هر عدد منفی هم عددی مثبت است؛
+	+	-	مثلاً
-	-	+	

$$5^2 = 25$$

$$(-5)^2 = 25$$

عدد ۲۵ دو جذر دارد، یکی ۵ و دیگری -۵.  
دیدیم که مجذور هر عدد مثبت یا منفی، عددی مثبت است. پس، عددی که مجذور آن منفی باشد وجود ندارد؛ یعنی، **اعداد منفی جذر ندارند.**

### محاسبه‌ی جذر تقریبی



می‌خواهیم جذر تقریبی ۳۱ را به دست آوریم.  
می‌توانیم فرض کنیم ۳۱ مساحت یک مربع است و طول ضلع این مربع را

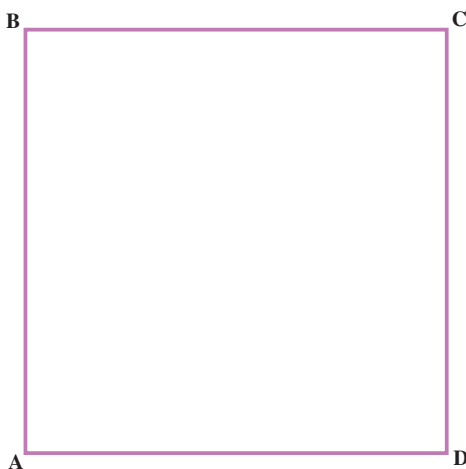
به دست آوریم. اگر طول یک ضلع این مربع را  $a$  سانتی متر بنامیم، داریم:

$$a^2 = 31 \qquad a = \sqrt{31}$$

$\sqrt{31}$  بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

حاصل  $\sqrt{31}$  به صورت تقریبی چه عددی است؟

فرض می کنیم شکل ۱ مربعی به ضلع  $a$  سانتی متر باشد. با توجه به این که  $25 = 5^2$ ،  $36 = 6^2$  و  $31$  بین دو مجذور کامل  $25$  و  $36$  است، پس  $a$  بین  $5$  و  $6$  قرار دارد؛ یعنی،  $a = 5/\dots$  است.



مساحت مربع مقابل  $31$  سانتی متر مربع است. از طرف  $A$  روی ضلع های  $AB$  و  $AD$  به اندازه  $5$  سانتی متر جدا کنید و خط هایی موازی با ضلع های  $BC$  و  $CD$  بکشید. مربع به چند قسمت تقسیم می شود؟

اندازه ی ضلع مربع که پاسخ جذر  $31$  است، از  $5$  سانتی متر کمی بیش تر است. آن مقدار را  $x$  بنامید.

در این جا در واقع، باید مقدار  $x$  را پیدا کنیم.

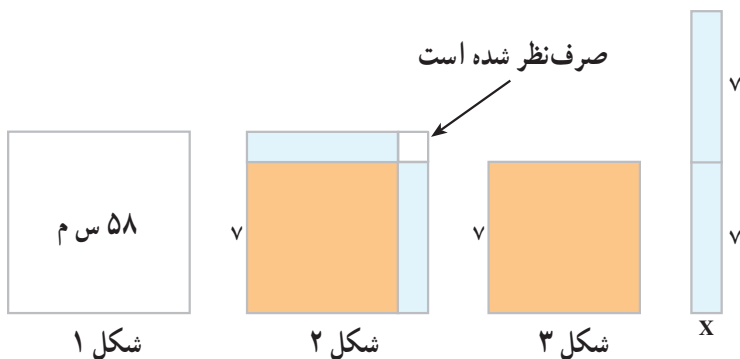
با نوشتن رابطه ی بین مساحت  $4$  قسمت ایجاد شده روی مربع و مساحت مربع اصلی، مقدار  $x$  را پیدا کنید. از مربع به ضلع  $x$  به علت کوچک بودن صرف نظر کنید. چرا پاسخ جذر  $31$  به این روش تقریبی است؟

اکنون  $\sqrt{58}$  را حساب می کنیم؛ چون  $49 = 7^2$  و  $64 = 8^2$ ، پس  $58$  بین  $49$  و  $64$

است. شکل های زیر چگونگی محاسبه ی مقدار تقریبی جذر  $58$  را نشان می دهد. از مساحت مربع کوچک صرف نظر شده است.







$$58 = 49 + 14 \times x$$

بنابراین، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\sqrt{58} \approx 7/6$$

$$\begin{array}{r} -49 \\ 9/0 \overline{) 14} \\ \underline{8/4} \\ 0/6 \end{array}$$

پس،  $\sqrt{58} \approx 7/6$  است.

## کاردرکلاس

مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{78} \approx 8/8$$

$$\begin{array}{r} -64 \\ 14/0 \overline{) 16} \\ \underline{0/8} \end{array}$$

$$\sqrt{45/2} \approx 6/7$$

$$\begin{array}{r} -36 \\ 9/2 \overline{) 12} \\ \underline{0/76} \end{array}$$

$$\sqrt{23} \approx \quad -$$

$$\sqrt{69/7} \approx \quad -$$

$$\sqrt{1/6} \approx 1/3 \quad \text{ج-}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{1/8} \approx \quad \text{ث-}$$

$$\sqrt{1/28} \approx \quad \text{ج-}$$

$$\sqrt{1/35} \approx \quad \text{ج-}$$



مقدار تقریبی جذر  $0/31$  را پیدا کنید. روش کار خود را توضیح دهید.

برای محاسبه‌ی مقدار تقریبی  $\sqrt{0/39}$ ، با توجه به این که  $0/39 = 0/01 \times 39$  است، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\sqrt{0/39} = 0/1 \times \sqrt{39} \approx 0/1 \times 6/2 \approx 0/62$$

$$\sqrt{39} \approx 6/2$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 2 \overline{) 12} \\ \underline{-12} \\ 0 \end{array}$$

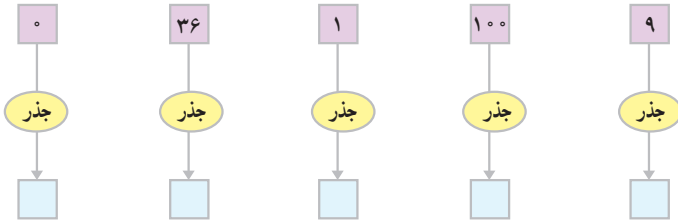
### کار در کلاس

جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{0/31}$$

$$\sqrt{0/52}$$

۱- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۲- مقدار دقیق جذرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{\frac{۸۱}{۴۹}}$	$\sqrt{۳۶ \times ۴}$	$\sqrt{۸۱ \times ۹}$	$\sqrt{۰/۲۵}$
$\sqrt{۰/۰۴}$	$\sqrt{۰/۸۱}$	$\sqrt{۰/۴۹}$	$\sqrt{\frac{۶۴}{۱۰۰}}$

۳- مقدار تقریبی جذرهای زیر را به دست آورید.

$\sqrt{۵۷}$	$\sqrt{۳۴}$	$\sqrt{۱۲/۵}$
$\sqrt{۱/۳۲}$	$\sqrt{۱/۱۳}$	$\sqrt{۶۹/۸}$
$\sqrt{۰/۲۷}$	$\sqrt{۰/۹۰}$	$\sqrt{۰/۷}$



جذر تقریبی عددهای ۴۸ و ۳۵ را پیدا کنید. آیا از پاسخ خود اطمینان دارید؟  
در این روش، چه عاملی مانع آن می‌شود که جذرهای ۴۸ و ۳۵ را عدد درست به دست آوریم؟

اگر عددی یک واحد از یک مجذور کامل کوچکتر باشد، جذر آن را به صورت زیر حساب می‌کنیم.

جواب جذر به عدد ۷ خیلی نزدیکتر است؛ پس، مقدار محاسبه شده را از آن کم

$$\sqrt{48} \approx 7 - 0.07 = 6.93 \quad \text{می‌کنیم.}$$

$$48 = 49 - 1 \quad 1/00 \left| \frac{14}{0.07} \right.$$

آیا می‌توانید با استفاده از مربع و رسم شکل، درستی روش بالا را توضیح دهید؟

## کار در کلاس

مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{15}$

$\sqrt{24}$

$\sqrt{8}$

$\sqrt{35}$

## تمرین

۱- مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{85}$

$\sqrt{122}$

$\sqrt{14}$

$\sqrt{43}$

$\sqrt{12}$

$\sqrt{35}$

$\sqrt{68}$

$\sqrt{42}$

۲- از عددی دو بار جذر گرفته‌ایم و حاصل، عدد ۴ شده است. عدد موردنظر را پیدا کنید.

۳- کدام عدد است که جذر آن با خود عدد برابر است؟



اگر بتوانیم برای پاسخ یک مسئله حالت‌های مختلف و زیادی را در نظر بگیریم، باید به کمک دلایل منطقی و اطلاعات دیگر مسئله، پاسخ‌های احتمالی را محدود کنیم تا به خواسته‌ی مسئله برسیم. پس، حذف حالت‌های نامطلوب ما را به خواسته‌ی مسئله (مطلوب) نزدیک می‌کند.

۱- دوست شما عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است و شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر او را پیدا کنید. او به سؤال‌ها فقط پاسخ بله یا خیر می‌گوید. چگونه می‌توانید عدد مورد نظر او را پیدا کنید؟

**فهمیدن مسئله:** - مسئله را با بیان خود توضیح دهید.  
- این مسئله را در عمل با یکی از دوستانتان اجرا کنید.

**انتخاب راهبرد:** عددی که دوست شما انتخاب می‌کند، یکی از ۹۹ عدد بین ۰ تا ۱۰۰ است؛ یعنی، شما با سؤال‌هایی که مطرح می‌کنید، باید ۹۸ حالت را حذف کنید تا به جواب دست یابید.

**حل مسئله:** به نظر شما کدام یک از این سؤال‌ها ارزشمندتر است؟

ملاک ارزشمند بودن سؤال چیست؟  
- آیا عدد مورد نظر شما از ۲۷ بزرگ‌تر است؟  
- آیا عدد مورد نظر شما ۵۴ است؟  
- آیا عدد مورد نظر شما فرد است؟  
این بازی را با دوست خود انجام دهید. شما می‌توانید با طرح سؤال‌های مناسب بیش‌ترین حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

**بازگشت به عقب:** - آیا با طرح تعداد سؤال کم‌تر می‌توانستید عدد مورد نظر را پیدا کنید؟  
- کدام سؤال شما مناسب نبود؟



## حذف حالت‌های نامطلوب

۲- حاصل جذر عدد ۵۱ را تا یک رقم اعشار به دست آورید (در محاسبه‌ی توان دوم عددها از ماشین حساب استفاده کنید).

**فهمیدن مسئله:** این مسئله در واقع ارائه‌ی یک راه‌حل برای پیدا کردن جواب جذر است. از روش تقریبی که در کلاس دوم راهنمایی یاد گرفته‌اید، استفاده نکنید.

**انتخاب راهبرد:** وقتی عدد  $40$  بین  $49$  و  $36$  قرار دارد، جذر آن بین دو عدد  $7$  و  $6$  است. جواب جذر  $40$  یا بین  $6/5$  و  $6$  است یا بین  $7$  و  $6/5$ . به این ترتیب، می‌توانیم با حذف کردن یکی از این دو گزینه به جواب جذر نزدیک شویم. پس، راهبرد مناسب می‌تواند حذف حالت‌های نامطلوب باشد.

**حل مسئله:** برای مشخص کردن جواب مسئله از یک جدول استفاده می‌کنیم. جذر عدد  $51$  بزرگ‌تر از  $7$  است؛ چون  $7^2 = 49$  است. جذر عدد  $51$  کوچک‌تر از  $8$  است؛ چون  $8^2 = 64$  است. از حدس سوم متوجه می‌شویم که جواب جذر بین  $7$  و  $7/5$  است. حالا باید فاصله‌ی  $7/5$  و  $7$  را نصف کنیم. عدد  $7/2$  را در نظر می‌گیریم و به همین ترتیب، کار را ادامه می‌دهیم تا جواب جذر به دست آید.

عدد	توان دوم	بررسی
۷	۴۹	بزرگ‌تر از ۷
۸	۶۴	کوچک‌تر از ۸
۷/۵	۵۶/۲۵	کوچک‌تر از ۷/۵
۷/۲		

**بازگشت به عقب:** با استفاده از روشی که در کلاس دوم راهنمایی یاد گرفته‌اید یا به کمک ماشین حساب درستی جواب به دست آمده را بررسی کنید.

برای حذف حالت‌های نامطلوب باید دلایل منطقی داشته باشیم. دلایل و روند تفکر خود را برای حذف جواب‌های نادرست در مسئله‌ها مشخص کنید و توضیح دهید. این کار بخشی از راه‌حل مسئله است.



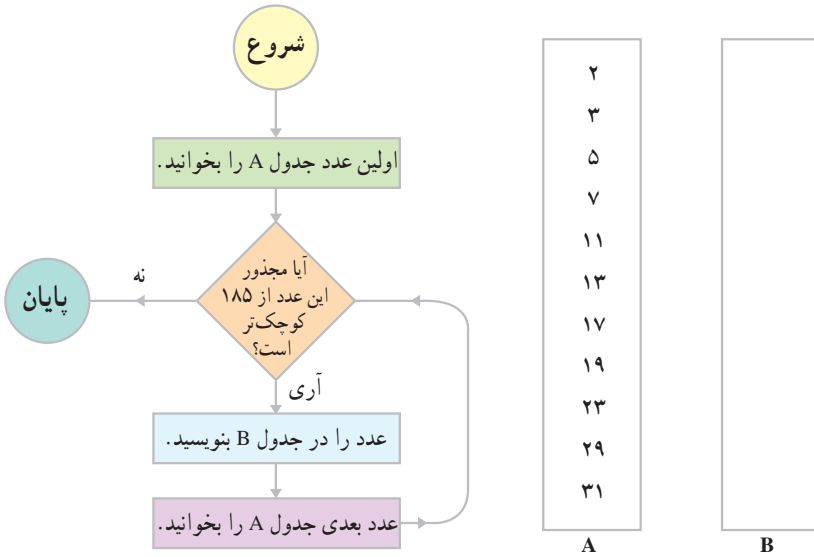
- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

- ۱- جذر تقریبی عدد  $300$  را به دست آورید.
- ۲- علی دور تا دور یک مکعب را با کاغذ رنگی پوشاند. او برای این کار از  $68$  سانتی متر مربع کاغذ رنگی استفاده کرد. اگر کاغذها روی هم نیامده باشند، ضلع مکعب را به طور تقریبی پیدا کنید.
- ۳- یک شکل هندسی از  $3$  مربع مساوی تشکیل شده است. در این شکل، دو مربع پایین و یک مربع روی دو مربع دیگر است. اگر مساحت کل شکل  $75$  سانتی متر مربع باشد، محیط شکل را پیدا کنید.
- ۴- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذرپاشی کرده است.
 

گندم	$45\%$ زمین
جو	$37/5\%$ زمین
ذرت	$17/5\%$ زمین

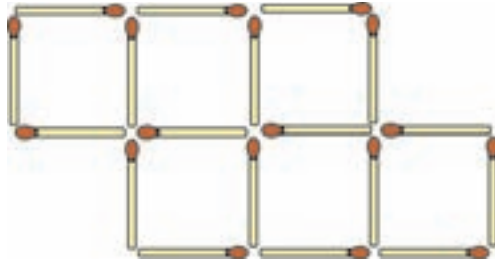
 اگر مساحت زمین او  $15$  هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.





### بازی با چوب کبریت

در شکل زیر، ۶ مربع مساوی وجود دارد.



کدام دو چوب کبریت را برداریم تا فقط ۵ مربع مساوی باقی بماند؟  
کدام دو چوب کبریت را برداریم تا ۴ مربع مساوی باقی بماند؟



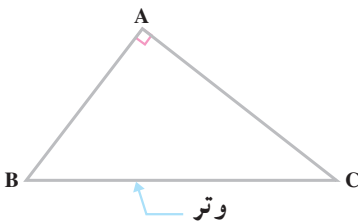


## مثلث قائم الزاویه

### یادآوری



انواع مثلث‌ها را با ذکر ویژگی هر کدام نام ببرید. شکل‌های مثلثی چه کاربردهایی در زندگی روزمره دارند؟ در این مورد با دوستان خود گفت‌وگو کنید.



در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 90^\circ$  است. این مثلث، قائم الزاویه نامیده می‌شود و ضلع  $BC$  که مقابل زاویه قائمه‌ی  $A$  قرار دارد، وتر آن است. در سال گذشته، آموختید که دو مثلث در حالت‌های زیر با هم مساوی‌اند.

**حالت اول:** دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از یک مثلث، با دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلث دیگر، نظیر به نظیر مساوی باشند.

**حالت دوم:** دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از یک مثلث، با دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلث دیگر، نظیر به نظیر مساوی باشند.

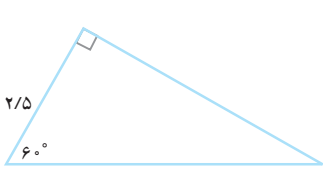
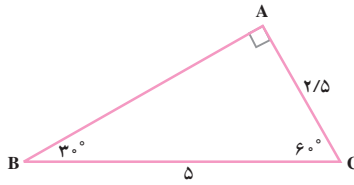
**حالت سوم:** سه ضلع از یک مثلث با سه ضلع متناظر از مثلث دیگر مساوی باشند. با استفاده از سه حالت کلی تساوی دو مثلث، می‌توان تساوی دو مثلث قائم الزاویه را

هم بررسی کرد.

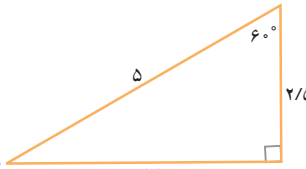


مثلث ABC با کدام یک از مثلث‌های دیگر مساوی است؟ بنابر کدام

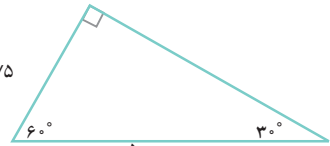
حالت؟



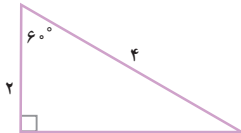
(1)



(2)



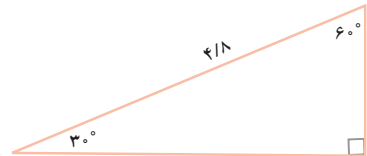
(3)



(4)



(5)



(6)

## ترسیم مثلث قائم الزاویه



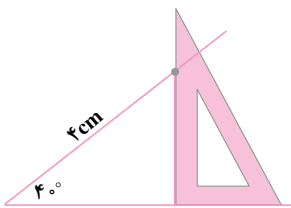
مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که یک زاویه‌ی تند آن  $30^\circ$  درجه باشد.

چند مثلث قائم الزاویه به این ترتیب می‌توانید رسم کنید؟

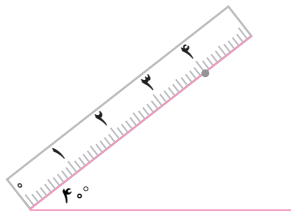
حالا مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه‌ی تند آن  $30^\circ$  درجه باشد.

در این حالت چند مثلث می‌توانید رسم کنید؟

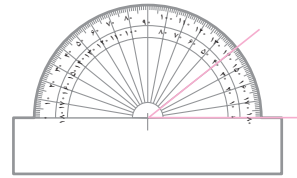
اگر از یک مثلث قائم الزاویه، اندازه‌های وتر و یک زاویه‌ی تند (حاده) معلوم باشند، می‌توان آن مثلث را رسم کرد. شکل‌های زیر مراحل رسم مثلث را نشان می‌دهد. مثلث قائم الزاویه‌ای به وتر ۴ و اندازه‌ی زاویه‌ی تند  $40^\circ$  درجه رسم شده است.



۳- رسم عمود



۲- جدا کردن وتر



۱- رسم زاویه

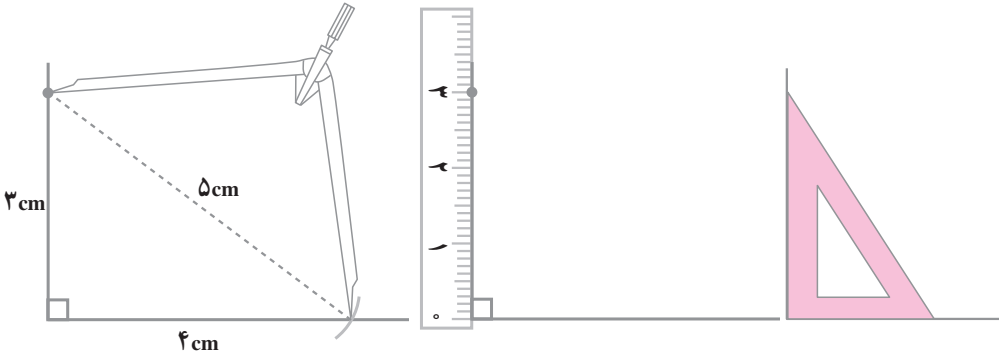


مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که یک ضلع زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۲ سانتی‌متر باشد.

چند مثلث به این ترتیب می‌توانید رسم کنید؟  
حالا مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک ضلع زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۲ سانتی‌متر باشد.

در این حالت، چند مثلث می‌توانید رسم کنید؟

اگر اندازه‌های وتر و یک ضلع را به شما بدهند، می‌توانید مثلث را رسم کنید. شکل‌های زیر مراحل رسم مثلث قائم‌الزاویه‌ای را که وتر آن ۵ و یکی از ضلع‌های زاویه‌ی قائمه‌اش ۳ است، نشان می‌دهد.



۳- جدا کردن وتر با پرگار

۲- جدا کردن ضلع

۱- رسم کردن زاویه‌ی قائمه

## کار در کلاس

در هر یک از حالت‌های زیر، مثلث ABC را رسم کنید.

الف -  $\hat{A} = 90^\circ$  ،  $BC = 4\text{cm}$  ،  $\hat{B} = 67^\circ$

ب -  $\hat{A} = 90^\circ$  ،  $BC = 4\text{cm}$  ،  $AB = 3\text{cm}$

## تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه



۱- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه‌ی تند آن

۴۰ درجه باشد. این مثلث را در سه وضعیت مختلف رسم کنید. با انطباق، بررسی کنید

که آیا این سه مثلث با هم برابرند.

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و ضلع زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۲ سانتی‌متر باشد، این مثلث را در سه وضعیت مختلف رسم کنید. با انطباق بررسی کنید که آیا این سه مثلث با هم برابرند.

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

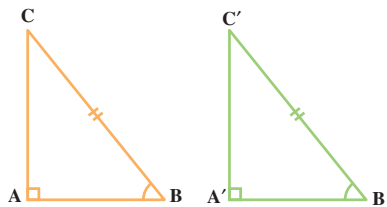
علاوه بر سه حالت تساوی مثلث‌ها که پیش از این گفته شد، می‌توان تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه را در دو حالت دیگر نیز بررسی کرد.

۱- وتر و یک زاویه تندی (حاده)

در دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  و  $A'B'C'$ ،

$$BC = B'C'$$

$$\hat{B} = \hat{B}'$$



اگر مثلث  $A'B'C'$  را طوری روی مثلث  $ABC$  قرار دهیم که زاویه‌ی  $B'$  بر زاویه‌ی  $B$  و وتر  $B'C'$  بر وتر  $BC$  منطبق شود، مشاهده می‌کنیم که دو مثلث  $A'B'C'$  و  $ABC$  بر هم منطبق می‌شوند.

اگر وتر و یک زاویه تندی (حاده) از مثلث قائم‌الزاویه‌ای با وتر و یک زاویه‌ی تند

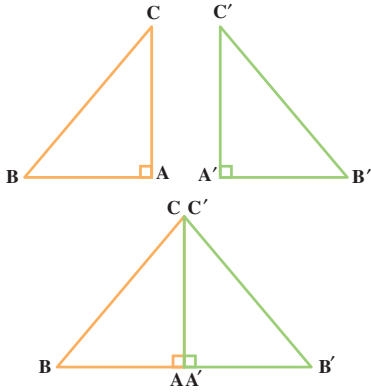
(حاده) از مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگر مساوی باشند، آن دو مثلث مساوی‌اند.

## ۲- وتر و یک ضلع

در دو مثلث قائم الزاویه  $ABC$  و  $A'B'C'$ ،

$$BC = B'C'$$

$$AC = A'C'$$



مثلث  $A'B'C'$  را طوری کنار مثلث  $ABC$  قرار

می‌دهیم که ضلع  $A'C'$  بر ضلع  $AC$  منطبق شود. در

این صورت، چون  $\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$  است، پس،  $A'B'$

در امتداد  $AB$  قرار می‌گیرد و چون  $BC = B'C'$

است، پس،  $C$  یک نقطه از عمود منصف پاره خط  $BB'$  است. از  $C$  هم فقط یک عمود بر  $BB'$  می‌توان رسم کرد. پس،  $CA$  عمود منصف  $BB'$  و  $BA = B'A'$  است. به این ترتیب، ضلع‌های دو مثلث نظیر به نظیر متساوی‌اند. پس دو مثلث با هم مساوی‌اند.

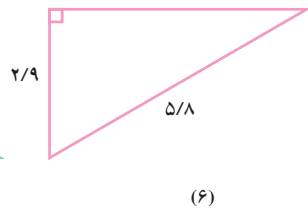
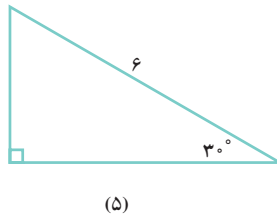
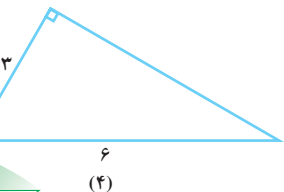
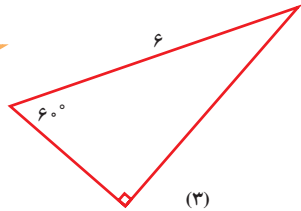
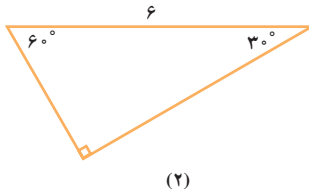
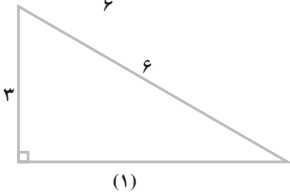
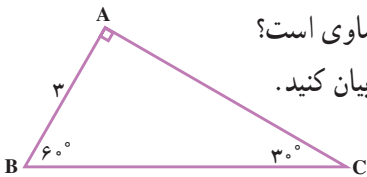
اگر وتر و یک ضلع مثلث قائم الزاویه‌ای با وتر و یک ضلع مثلث قائم الزاویه‌ی دیگری

مساوی باشند، آن دو مثلث قائم الزاویه با هم مساوی‌اند.

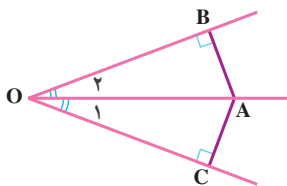
### کار در کلاس

۱- مثلث  $ABC$  با کدام یک از مثلث‌های زیر مساوی است؟

شماره‌ی هر یک را نام ببرید و حالت تساوی را بیان کنید.

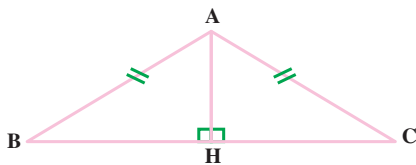


۲- در شکل زیر،  $OA$  نیم‌ساز زاویه‌ی  $O$  است چرا دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $AOB$  و  $AOC$  با هم مساوی‌اند؟ چرا  $AB = AC$  است؟



تساوی اجزا  
 $\left. \begin{array}{l} OA = OA \text{ وتر مشترک} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ پاره خط } OA \text{ نیم‌ساز است} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{---} = \text{---} \implies \text{---} = \text{---}$

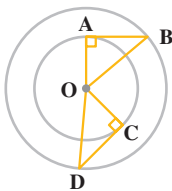
۳- مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین و  $AH$  ارتفاع آن است. چرا دو مثلث  $AHB$  و  $AHC$  مساوی‌اند؟



زاویه‌ی  $B$  با کدام زاویه مساوی است؟

ملاحظه می‌کنید که در مثلث متساوی‌الساقین، دو زاویه‌ی مجاور قاعده با هم مساوی‌اند.

۴- در شکل مقابل، چرا دو مثلث  $OAB$  و  $OCD$  با هم مساوی‌اند؟  $AB$  با کدام ضلع از مثلث  $ODC$  مساوی است؟



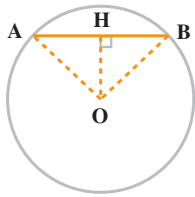
تمرین

۱- در هر یک از حالت‌های زیر، مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  را رسم کنید.

الف -  $\hat{A} = 90^\circ$ ،  $\hat{B} = 30^\circ$ ،  $BC = 6 \text{ cm}$

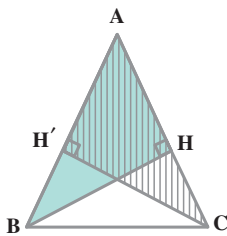
ب -  $\hat{C} = 90^\circ$ ،  $AB = 10 \text{ cm}$ ،  $AC = 5 \text{ cm}$

پ -  $\hat{B} = 90^\circ$ ،  $\hat{A} = 45^\circ$ ،  $AC = 8 \text{ cm}$

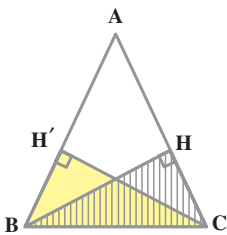


۲- دو مثلث قائم الزاویه  $OAH$  و  $OBH$  طبق کدام حالت مساوی اند؟  
تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.

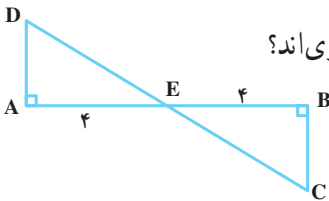
۳- مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که یک زاویه تند آن  $30^\circ$  درجه و وتر آن ۸ سانتی‌متر باشد.  
سپس، ضلع مقابل به زاویه  $30^\circ$  درجه را اندازه بگیرید.



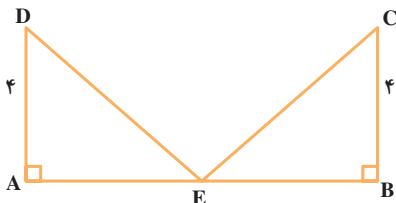
۴- مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین است ( $AB = AC$ ). آیا دو مثلث  
قائم الزاویه  $ABH$  و  $ACH'$  مساوی اند؟ بنا بر کدام حالت؟



۵- مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین است ( $AB = AC$ ). می‌دانید که  
در مثلث متساوی‌الساقین، دو زاویه‌ی مجاور قاعده مساوی‌اند. آیا دو  
مثلث قائم الزاویه  $BCH$  و  $CBH'$  با هم مساوی‌اند؟ بنا بر کدام حالت؟



۶- چرا دو مثلث قائم الزاویه  $ADE$  و  $BCE$  با هم مساوی‌اند؟



۷- نقطه‌ی  $E$  وسط پاره خط  $AB$  است. چرا  
دو مثلث قائم الزاویه  $ADE$  و  $BCE$  با هم مساوی‌اند؟



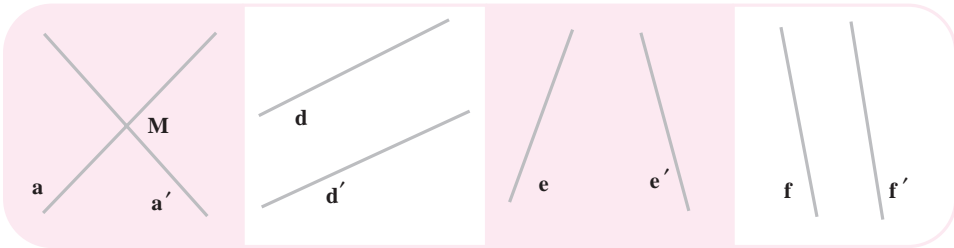
# توازی



## علائم و قراردادهای



به اطراف خود نگاه کنید. خطوط موازی را که می بینید، نام ببرید. در این مورد با دوستان خود گفت و گو کنید.



در شکل بالا اگر دو خط  $d$  و  $d'$  را امتداد دهیم، یکدیگر را قطع نمی کنند. دو خط  $f$  و  $f'$  نیز همین خاصیت را دارند. این گونه خطوط، موازی نامیده می شوند و این مطلب را به این صورت می نویسیم.

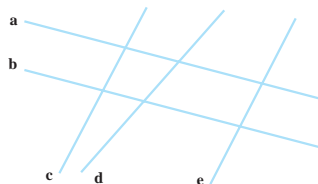
$$d \parallel d' \text{ و } f \parallel f'$$

دو خط  $a$  و  $a'$  متوازی نیستند و می نویسیم  $a \not\parallel a'$ . این دو خط متقاطع اند و نقطه ی تقاطع آن هاست. آیا  $e$  و  $e'$  نیز متقاطع اند؟ نقطه ی تقاطع آن ها کجاست؟

## کار در کلاس

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

۱- با توجه به شکل زیر، جدول را کامل کنید.



۲- در هر شکل، خط‌های متوازی را مانند نمونه مشخص کنید.



سرگرمی و ریاضی



## اقلیدس



اقلیدس در اواخر قرن چهارم پیش از میلاد متولد شد و در آکادمی افلاطون تحصیل کرد. پس از آن که بطلمیوس، جانشین اسکندر، دانشگاه اسکندریه را تأسیس کرد، اقلیدس به دعوت او برای تدریس به اسکندریه رفت و تا آخر عمر در آن جا ماند. مهم‌ترین کار اقلیدس، تنظیم و تدوین هندسه است. او کارهای دانشمندان قبل از خود را جمع‌آوری و با دقت مطالعه کرد، مطالبی را به آن‌ها افزود و هندسه‌ای را بنا نهاد که پس از او هندسه‌ی اقلیدسی نام گرفت.

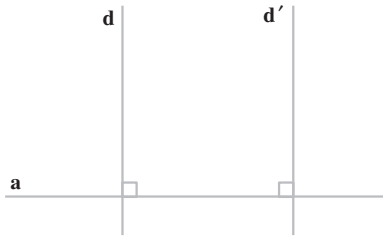
## اصول اقلیدس



دو خط دلخواه بر خط  $d$  عمود کنید. آن‌ها را امتداد دهید و بررسی کنید که آیا یک‌دیگر را قطع می‌کنند.

دو خط عمود دیگر رسم کنید و همین بررسی را انجام دهید.

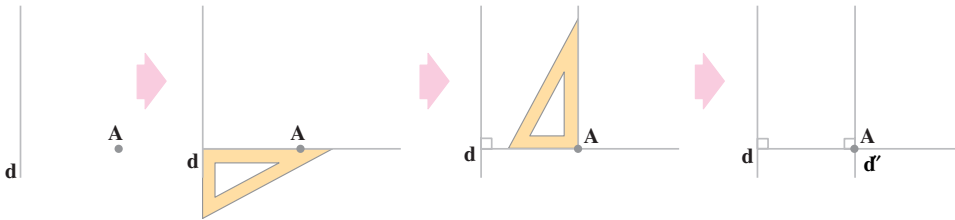
از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  $d$  \_\_\_\_\_



دو خط  $d$  و  $d'$  بر خط  $a$  عمودند. این دو خط با هم موازی اند؛ زیرا اگر موازی نباشند، باید متقاطع باشند. در این صورت، از نقطه‌ی تقاطع آن‌ها دو عمود بر خط  $a$  رسم شده است و این درست نیست؛ بنابراین،

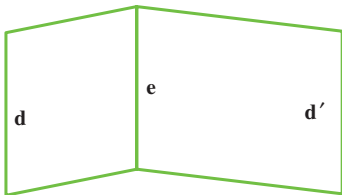
**دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.**

از این مطلب برای رسم دو خط موازی استفاده می‌شود. در شکل‌های زیر، روش رسم کردن یک خط موازی با خطی دیگر را از نقطه‌ای واقع در خارج آن مشاهده می‌کنید.



اگر بخواهیم از نقطه‌ی  $A$  خط دیگری موازی با خط  $d$  رسم کنیم، بر خط  $d'$  منطبق خواهد شد.

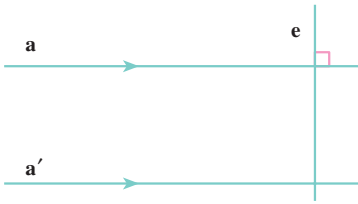
**از یک نقطه در خارج یک خط، فقط یک خط موازی با آن می‌توان رسم کرد.**



۱- در شکل مقابل  $d \parallel e$  و  $d' \parallel e$  است. با امتداد دادن بررسی کنید که آیا دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی اند.

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

نتیجه‌ی خود را با استفاده از نمادها و علائم بنویسید.



۲- دو خط  $a$  و  $a'$  متوازی اند و خط  $e$  بر  $a$  عمود است. زاویه‌ی بین  $e$  و  $a'$  را اندازه بگیرید و تحقیق کنید که آیا  $e$  بر  $a'$  نیز عمود است. از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟

## کار در کلاس

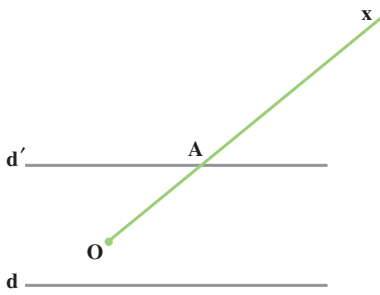
۱- یک خط موازی خط  $d$  و به فاصله‌ی  $1/5$  سانتی‌متر از آن رسم کنید.



۲- خطی رسم کنید و آن را  $d$  بنامید. دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  را در یک طرف  $d$  و به فاصله‌های  $2$  سانتی‌متر و  $1/5$  سانتی‌متر از آن اختیار کنید. سپس، خط  $d'$  را بر  $A$  و  $B$  رسم کنید. آیا دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی‌اند؟ چرا؟

۳- خط  $d$  را رسم کنید. دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  را در یک طرف آن و به یک فاصله از آن اختیار کنید. خطی که از  $A$  و  $B$  رسم می‌شود، نسبت به  $d$  چه وضعی دارد؟ آیا این خط با خط  $d$  موازی است؟ چرا؟

۴- خطی رسم کنید و یک نقطه خارج از آن اختیار کنید. از این نقطه خطی موازی با خط مزبور رسم کنید.

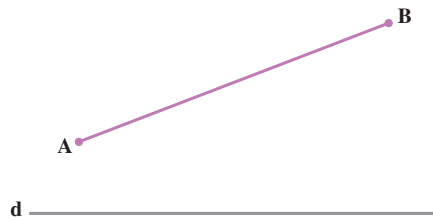


۱- در شکل مقابل، خط  $d'$  موازی با خط  $d$  و به فاصله‌ی ۲ سانتی متر از آن رسم شده و نیم خط  $Ox$  آن را در نقطه‌ی  $A$  قطع کرده است.

الف - فاصله‌ی نقطه  $A$  از خط  $d$  چه قدر است؟

ب - آیا روی نیم خط  $Ox$  نقطه‌ای غیر از  $A$  می توان

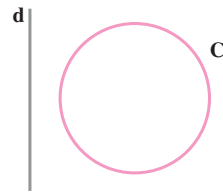
یافت که فاصله‌ی آن از خط  $d$ ، ۲ سانتی متر باشد؟



۲- در شکل مقابل، روی پاره خط  $AB$

نقطه‌ای تعیین کنید؛ به طوری که فاصله‌ی آن از خط

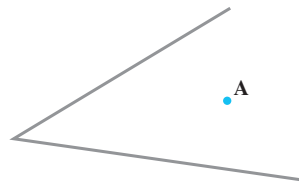
$d$ ، ۲ سانتی متر شود.



۳- روی دایره‌ی  $C$  نقطه‌ای را تعیین کنید؛ به طوری که فاصله‌ی

آن از خط  $d$  برابر ۲ سانتی متر باشد. چند نقطه با این خاصیت به دست

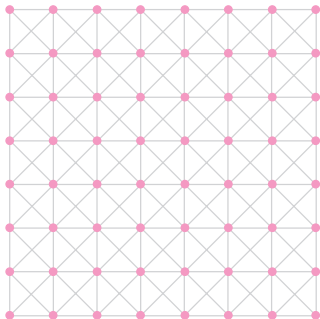
می آورید؟



۴- از نقطه‌ی  $A$  خط‌هایی موازی با ضلع‌های زاویه‌ی مقابل

رسم کنید.

## سرگرمی ریاضی



در شکل مقابل، هشت دایره‌ی قرمز را

انتخاب کنید که هیچ دو تا از آن‌ها روی یک

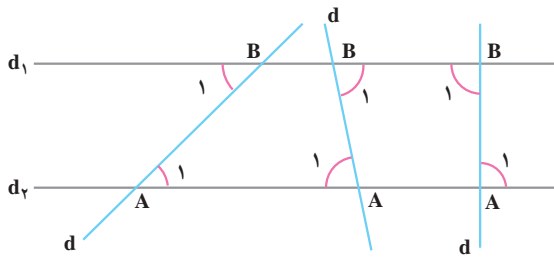
خط قائم، افقی یا مورب نباشند. این دایره‌ها

را با رنگ سیاه، پررنگ کنید.

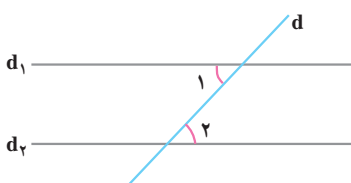
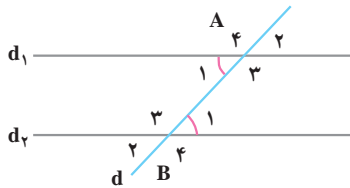
## خطوط موازی و مورب



۱- در شکل زیر، خطهای  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی اند. خط مورب  $d$  در سه حالت این دو خط را قطع کرده است. در هر حالت، زاویه‌های  $A_1$  و  $B_1$  را اندازه بگیرید. از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۲- در شکل زیر،  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی اند. خط مورب  $d$  آن دو را قطع کرده است. با استفاده از نتیجه‌ی بالا توضیح دهید؛ چرا  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2$  و چرا  $\hat{A}_3 = \hat{A}_4 = \hat{B}_3 = \hat{B}_4$  است؟

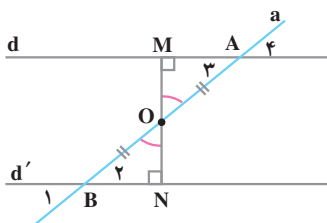


در شکل مقابل، دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی اند و خط مورب  $d$  آن‌ها را قطع کرده است. در نتیجه، دو زاویه‌ی ۱ و ۲ با هم مساوی اند. می‌نویسیم:

$$(d \parallel d_1 \text{ و } d_2) \Rightarrow \hat{1} = \hat{2}$$

توجه داشته باشید که ضلع‌های زاویه‌های ۱ و ۲ همان خطوط موازی و مورب‌اند.

### کار در کلاس

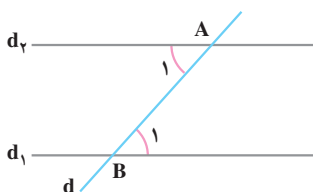
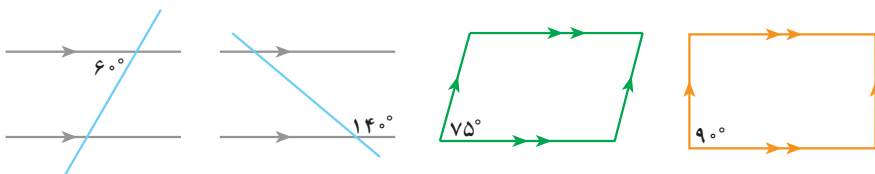


۱- دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی‌اند و از وسط  $AB$  پاره خط  $MN$  بر  $d$  عمود رسم شده است.  
الف - چرا  $MN$  بر  $d'$  هم عمود است؟

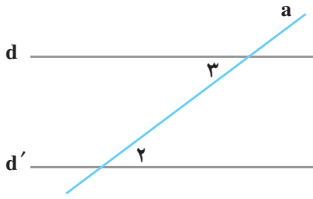
ب - چرا دو مثلث قائم‌الزاویه  $OAM$  و  $OBN$  با هم مساوی‌اند؟

پ - چرا دو زاویه‌ی ۲ و ۳ با هم مساوی‌اند؟

۲- در هر یک از شکل‌های زیر، اندازه‌ی هر زاویه را داخل آن بنویسید.



در شکل مقابل، دو زاویه‌ی  $A_1$  و  $B_1$  با هم برابرند. خطوط را امتداد دهید و بررسی کنید که آیا دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

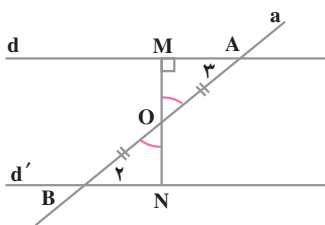
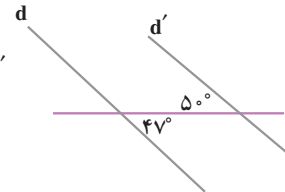
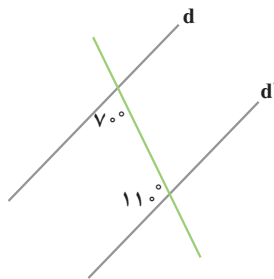
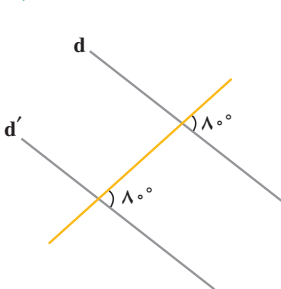
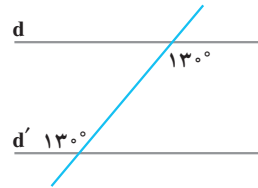
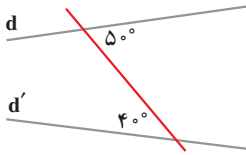
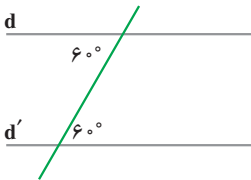


اگر خط  $a$  دو خط  $d$  و  $d'$  را طوری قطع کند که دو زاویه ی  $2$  و  $3$  با هم مساوی باشند، می توان نتیجه گرفت که دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی اند.

## کاردرکلاس

۱- در کدام یک از شکل های زیر، دو خط  $d$  و  $d'$  موازی اند؟ آن ها را مشخص

کنید.



۲- خط  $a$  دو خط  $d$  و  $d'$  را طوری قطع کرده

است که دو زاویه ی  $2$  و  $3$  با هم مساوی اند و از نقطه ی  $O$  وسط  $AB$  خط  $MN$  بر خط  $d$  عمود رسم شده است.

الف - چرا دو مثلث  $OAM$  و  $OBN$  با هم

مساوی اند؟

ب - چرا  $MN$  بر  $d'$  هم عمود است؟

پ - چرا دو خط  $d$  و  $d'$  با هم موازی اند؟





برای رسیدن به پاسخ یک مسئله چه مراحل را طی می‌کنید؟ برای پیدا کردن خواسته‌ی یک مسئله چند مسئله‌ی مقدماتی را باید حل کنید؟ یک مسئله‌ی پیچیده را می‌توانید به چند مسئله‌ی ساده تبدیل کنید. حل مسئله‌های ساده به حل مسئله‌ی اصلی منجر می‌شود.

۱- مسئولان فروشگاه تعاونی یک مدرسه‌ی راهنمایی نوعی پارچه‌ی روپوشی را در سه نوبت به صورت زیر خریداری کردند:

نوبت اول ۱۱۶/۱ متر از قرار متری ۷۰۰۰ ریال

نوبت دوم ۱۲۸/۲۵ متر از قرار متری ۶۷۲۰ ریال

نوبت سوم ۹۳/۱۵ متر از قرار متری ۸۰۰۰ ریال

آن‌ها برای هزینه‌ی حمل و نقل نیز در مجموع، ۱۰۲۶۰ ریال پرداختند. در صورتی که هر روپوش ۱/۳۵ متر پارچه لازم داشته باشد و مزد دوخت هر روپوش ۱۲۰۰ تومان باشد، بهای تمام شده‌ی هر روپوش چند تومان می‌شود؟

**فهمیدن مسئله:** - اطلاعات داده شده و خواسته‌ی مسئله را مشخص کنید.

**انتخاب راهبرد:** برای رسیدن به پاسخ مسئله، باید به مسئله‌های کوچکی هم پاسخ دهید؛ از جمله کل هزینه‌ها، تعداد روپوش‌ها، هزینه‌ی پارچه‌ی یک روپوش و... پس، راهبرد مناسب برای این سؤال، زیر مسئله است.

**حل مسئله:** فهرستی از زیر مسئله‌ها را تهیه می‌کنیم.

۱- هزینه‌ی پارچه‌ی نوبت اول ۲- هزینه‌ی پارچه‌ی نوبت دوم

۳- هزینه‌ی پارچه‌ی نوبت سوم ۴- کل هزینه

۵- کل متر از پارچه‌ی خریداری شده

۶- تعداد روپوش‌هایی که با این مقدار پارچه به دست می‌آید.

۷- هزینه‌ی پارچه‌ی یک روپوش ۸- هزینه‌ی تمام شده‌ی یک روپوش

هر مسئله را پاسخ دهید تا جواب مسئله‌ی اصلی پیدا شود.

**بازگشت به عقب:** - عملیات هر قسمت مسئله را بررسی کنید.

- مراحل حل مسئله را نیز بررسی کنید.





## زیر مسئله

۲- نقاطی را پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از خط  $d$ ، ۲ سانتی‌متر و از نقطه‌ی  $A$ ،  $1/5$  سانتی‌متر باشد.

$d$

$A$

**فهمیدن مسئله:** با کشیدن یک شکل فرضی، خواسته‌ی مسئله را برای خود روشن و مشخص کنید.

– شرایط مسئله چیست؟

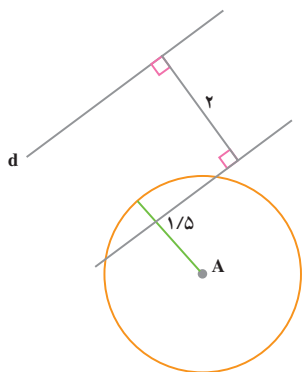
**انتخاب راهبرد:** – برای پیدا کردن جواب مسئله باید به سؤال‌های زیر پاسخ دهیم.

۱- کدام نقاط به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از خط  $d$  قرار دارند؟

۲- کدام نقاط به فاصله‌ی  $1/5$  سانتی‌متر از نقطه‌ی  $A$  قرار دارند؟

۳- کدام نقاط هر دو شرط بالا را با هم دارند؟

با حل کردن مسئله‌های ۱ و ۲، می‌توانید به مسئله‌ی اصلی جواب دهید.



**حل مسئله:** نقاطی که به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از خط

$d$  هستند، روی خطی موازی خط  $d$  و

به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از آن قرار دارند.

نقاطی که به فاصله‌ی  $1/5$  سانتی‌متر از

نقطه‌ی  $A$  هستند، روی دایره‌ای به مرکز

$A$  و شعاع  $1/5$  سانتی‌متر قرار دارند.

اکنون پاسخ مسئله را پیدا کنید.

**بازگشت به عقب:** – آیا این مسئله همیشه جواب دارد؟

– تعداد جواب‌ها در حالت‌های مختلف چیست؟

حل کردن بعضی مسئله‌ها با استفاده از نتایج و درک آن‌ها به فهم بهتر مسئله‌ی اصلی کمک

می‌کند و راه حل آن را مشخص می‌سازد. تشخیص دادن زیر مسئله قسمت اصلی حل مسئله است.



## هندسه‌های ناقلیدسی

شما در بخش‌های هندسه با احکامی از هندسه‌ی اقلیدسی آشنا شده‌اید؛ مثلاً می‌دانید که از نقطه‌ای خارج یک خط، می‌توان فقط یک خط موازی با آن رسم کرد. دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

مجموع زاویه‌های هر مثلث،  $180^\circ$  درجه است.

ریاضی‌دان‌ها هندسه‌های دیگری را نیز پایه‌گذاری کرده‌اند که به هندسه‌های ناقلیدسی موسوم‌اند. در این هندسه‌ها احکام بالا به صورت دیگری بیان می‌شوند. در نتیجه، سایر احکام آن هندسه‌ها هم با هندسه‌ی اقلیدسی متفاوت است.



نیکولای ایوانوویچ لوبافسکی نخستین کسی بود که رساله‌ای در این زمینه منتشر کرد. او در سال ۱۷۹۳ در روسیه متولد شد. در دانشگاه قازان تحصیل کرد و به استادی همان دانشگاه رسید. لوبافسکی در مدت ۶۳ سال عمر خود انسانی فعال، ثمربخش و نمونه‌ی کامل یک دانشمند بود. انسان دوستی، پشتکار، و وظیفه‌شناسی

و مهربانی او مانند دانش و ابتکارش در تاریخ زندگی وی ثبت شده است. او سرانجام، موفق به تنظیم هندسه‌ای ناقلیدسی شد که به هندسه‌ی لوبافسکی مشهور است.

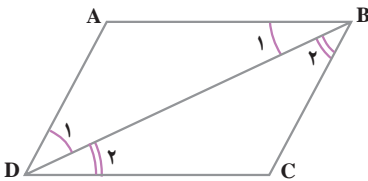
از جمله کارهای دیگر در این زمینه، رساله‌ای است با عنوان فرض‌هایی که بنیان هندسه را تشکیل می‌دهند از گئورگ فردریش ریمان، ریاضی‌دان آلمانی.



ریمان در سال ۱۸۲۶ در شهر هانور آلمان متولد شد و در دانشگاه گوتینگن به تحصیل پرداخت. این ریاضی‌دان بزرگ در زمینه‌های مختلف علم ریاضی تحقیقات مهمی انجام داده است و در گسترش هندسه‌های ناقلیدسی نیز سهم زیادی دارد.

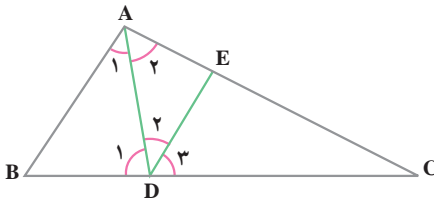


- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



۱- شکل مقابل یک متوازی الاضلاع است.

چرا  $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$  و  $\hat{B}_2 = \hat{D}_2$  است؟



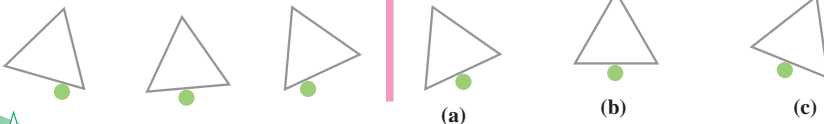
۲- در شکل مقابل، DE موازی AB است. کدام زاویه‌ها با هم برابرند؟



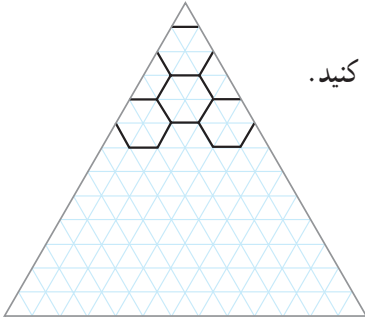
۳- در یک مدرسه‌ی راهنمایی، تعداد دانش‌آموزان ۱۲۰ نفر است. ۳۶ نفر در مسابقات ورزشی شرکت کرده‌اند. ۴۸ نفر برای فعالیت‌های هنری نام‌نویسی کرده‌اند. ۳۰ نفر در فعالیت‌های حرفه‌ای فوق برنامه شرکت دارند و بقیه در تهیه‌ی مجله‌ی دیواری مدرسه همکاری می‌کنند. در هر یک

از این فعالیت‌ها چند درصد از دانش‌آموزان شرکت دارند؟

کدام یک از شکل‌های سمت راست، ادامه‌ی شکل‌های سمت چپ است؟



a
b
c



الف - شکل زیر را به همان ترتیب ادامه دهید و کامل کنید.

ب -

۱- وسط کاغذ سفید خود را پیدا کنید.

۲- با توجه به شکل زیر، قاعده‌ی مثلث را پیدا کنید.

کاغذ سفید	✕	
	۳/۵ سانتی‌متر	۶/۵

۳- دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی ۱۳ سانتی‌متر باز کنید و از دو سر پاره‌خط دو کمان به اندازه‌ی

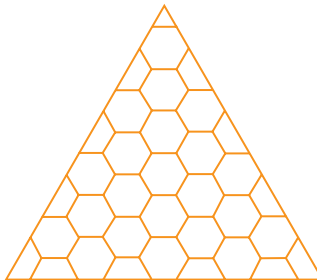
۱۳ سانتی‌متر بزنید. به این ترتیب، رأس دیگر مثلث به‌دست می‌آید.

۴- مثلثی به ضلع ۱۳ سانتی‌متر را رسم کنید. این مثلث تقریباً در وسط کاغذ شما قرار دارد.

۵- ضلع‌های مثلث را به ۱۳ قسمت مساوی تقسیم کنید. با توجه به قسمت الف، خط‌ها را

رسم کنید و سپس، شکل را بکشید. خط‌های اضافی را پاک کنید تا شکل زیر به‌دست آید.

ب- شکل نهایی



ت- با توجه به این که خط‌ها را پاک خواهید کرد، از ابتدا برای کشیدن رسم راه‌حلی پیدا کنید

که رسم شما تمیز بماند.

یک‌دستی خطوط و در امتداد بودن پاره‌خط‌ها، مسئله‌ی اصلی این رسم است.

## زاویه و مثلث

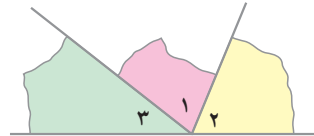
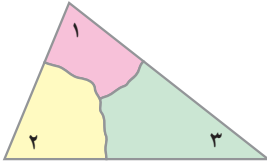


### مجموع زاویه‌های مثلث



- ۱- مثلث به دلخواه رسم کنید. زاویه‌های هر مثلث را اندازه بگیرید.
- ۲- یک مثلث رسم کنید. سه زاویه‌ی آن را ببرید و مانند شکل زیر کنار هم قرار

دهید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

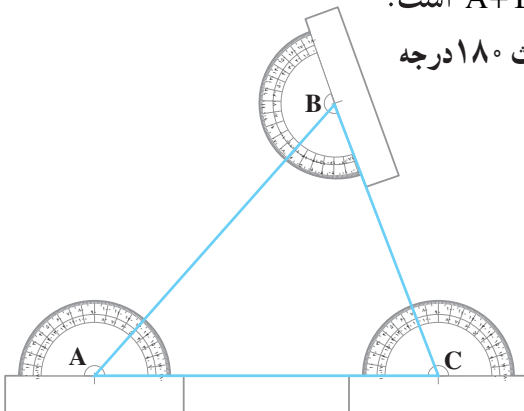
شکل زیر نشان می‌دهد که  $\hat{A} = 5^\circ$  ،  $\hat{B} = 6^\circ$  ،  $\hat{C} = 7^\circ$  است.

پس،

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 5^\circ + 6^\circ + 7^\circ = 18^\circ$$

بنابراین، مجموع زاویه‌های یک مثلث  $180^\circ$  درجه

است.





۱- زاویه‌های مثلث ABC را اندازه بگیرید و تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\hat{A} = \dots, \hat{B} = \dots, \hat{C} = \dots$$

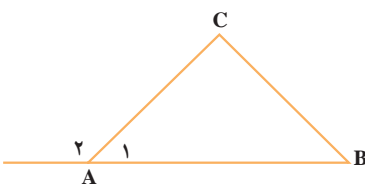
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \dots$$



۲- مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۳ سانتی‌متر رسم کنید و زاویه‌های آن را اندازه بگیرید. سپس، مجموع زوایای آن را حساب کنید.

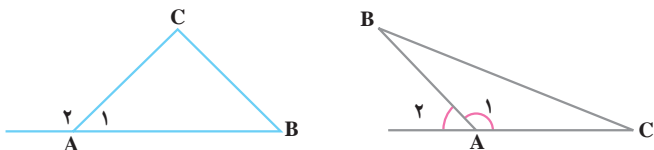
۳- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که هر ضلع زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۴ سانتی‌متر باشد. زاویه‌های آن را اندازه بگیرید. مجموع زاویه‌های این مثلث چند درجه است؟

### زاویه‌ی خارجی مثلث



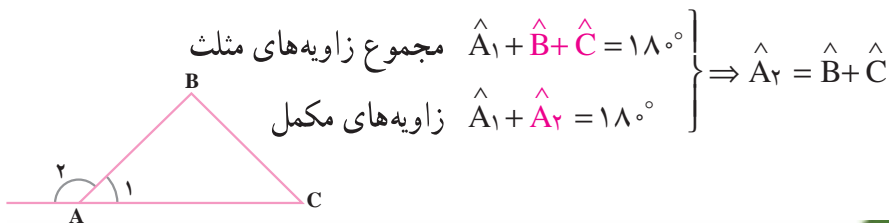
در مثلث ABC، ضلع AB امتداد داده شده است. امتداد این ضلع با ضلع AC، زاویه‌ی  $A_2$  را تشکیل داده است. زاویه‌ی  $A_2$  یک زاویه‌ی خارجی مثلث ABC است.

در شکل های زیر، زاویه های مثلث و زاویه ی خارجی  $A_2$  را اندازه بگیرید. بین این زاویه ها چه رابطه ای وجود دارد؟



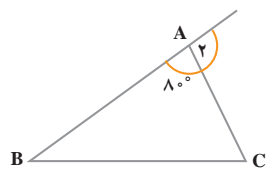
به طور کلی، در هر مثلث

یک زاویه ی خارجی، با مجموع دو زاویه ی داخلی غیرمجاور آن مساوی است.



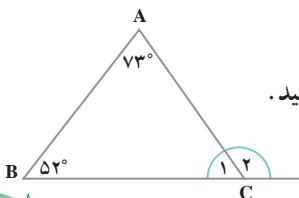
### کار در کلاس

۱- مثلثی رسم کنید و آن را ABC بنامید. سپس، با امتداد دادن ضلع ها، زاویه ی خارجی مجاور به زاویه ی داخلی B و زاویه ی خارجی مجاور به زاویه ی داخلی C را مشخص کنید.



۲- با توجه به شکل مقابل، تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\hat{A}_2 = \dots \quad \hat{B} + \hat{C} = \dots$$



۳- با توجه به شکل مقابل، تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\hat{C}_1 = \dots \quad \hat{C}_2 = \dots$$





بعضی از مسئله‌ها به ظاهر دشوار و پیچیده‌اند. برای درک بهتر این گونه مسائل، می‌توانیم آن‌ها را ساده کنیم. درک و حل مسئله‌ی ساده شده به ما کمک می‌کند که مسئله‌ی اصلی را بهتر بفهمیم و برای حل آن اقدام کنیم. در این راهبرد، اغلب برای برقراری ارتباط بین مسئله‌ی ساده و اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌شود.

۱- رقم یکان  $3^{301}$  را به دست آورید.

**فهمیدن مسئله:** برای به دست آوردن عدد  $3^{301}$  چه باید کرد؟

- آیا می‌توان حاصل  $3^{301}$  را به دست آورد؟

- مسئله چه چیزی را از شما خواسته است؟

**انتخاب راهبرد:** برای پیدا کردن رقم یکان این عدد، می‌توانیم رقم یکان عددهای ساده‌تر

را بررسی کنیم و به دنبال یک الگو بگردیم. پس، بهتر است مسئله را ساده کنیم.

**حل مسئله:** مقدار عددی عبارت‌های توان‌دار ساده‌تر مثل  $3^1$ ،  $3^2$ ،  $3^3$ ،  $3^4$ ،  $3^5$ ، ... را

پیدا می‌کنیم.

در رقم‌های یکان، چه الگویی دیده می‌شود؟

با توجه به الگویی که کشف کرده‌اید،

رقم یکان  $3^{301}$  را تعیین کنید. رقم یکان حاصل عدد | عدد توان‌دار

عدد توان‌دار	حاصل عدد	رقم یکان
$3^1$	۳	۳
$3^2$	۹	۹
$3^3$	۲۷	۷
$3^4$		
$3^5$		

**بازگشت به عقب:** راه حل خود را با یک عدد توان‌دار کوچک‌تر - مثل  $3^7$  - بررسی

کنید.



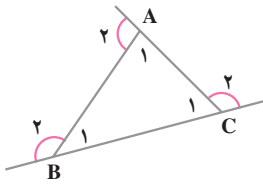
## حل مسئله‌ی ساده‌تر

۲- مجموع زاویه‌های خارجی یک دوازده ضلعی را که همه‌ی زاویه‌های آن از  $18^\circ$  درجه کم‌تر باشند، پیدا کنید.

**فهمیدن مسئله:** آیا تعریف زاویه‌ی خارجی و دوازده ضلعی را می‌دانید؟  
- مسئله چه چیزی را از شما خواسته است؟

**انتخاب راهبرد:** اگر به جای دوازده ضلعی، چندضلعی‌های ساده‌تر - مثل چهار ضلعی یا پنج ضلعی - را بررسی کنیم، شاید به رابطه یا الگویی برسیم که در تعیین زاویه‌های خارجی یک دوازده ضلعی به ما کمک کند.

**حل مسئله:** از مسئله‌ی ساده (مثلث) شروع می‌کنیم.



زاویه‌های داخلی  $A_1$ ،  $B_1$  و  $C_1$  هستند که مجموعشان  $180^\circ$  درجه است.

زاویه‌های خارجی  $A_2$ ،  $B_2$  و  $C_2$  هستند که مجموعشان مورد نظر است.

در شکل بالا، ۳ زاویه‌ی  $180^\circ$  درجه داریم.

$$3 \times 180^\circ = (\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1) + (\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2) \Rightarrow 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

مجموع زاویه‌های خارجی متناظر + مجموع زاویه‌های داخلی =  $3 \times 180^\circ$

همین کار را برای یک چهارضلعی و پنج ضلعی انجام دهید.

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

**بازگشت به عقب:** آیا نتیجه‌ای را که در مورد مثلث، چهار ضلعی و پنج ضلعی گرفته‌اید می‌توانید در مورد  $n$  ضلعی هم به کار ببرید؟

در بعضی از مسئله‌ها وجود عدد‌های کسری و کمی غیر معمول ممکن است ما را از درک مسئله دور کند. با استفاده از این راهبرد، می‌توان مسئله را با عددهای ساده‌تر و معمول فهمید و حل کرد.



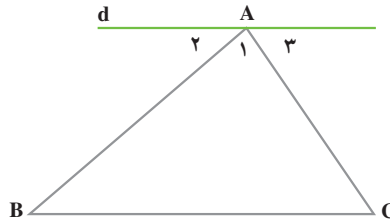
۱- خط  $d$  با ضلع  $BC$  موازی است. با استفاده از خواص خطوط موازی، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(d \parallel BC, \text{مورب } AB) \Rightarrow \dots = \dots$$

$$(d \parallel BC, \text{مورب } AC) \Rightarrow \dots = \dots$$

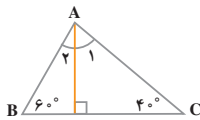
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \dots + \dots = 180^\circ$$

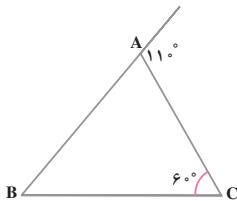


۲- اندازه‌های دو زاویه‌ی مثلثی ۳۵ درجه و ۷۲ درجه است. اندازه‌ی زاویه‌ی سوم آن را حساب کنید.

۳- اندازه‌ی یکی از زاویه‌های تند مثلث قائم‌الزاویه‌ای  $40^\circ$  درجه است. اندازه‌ی زاویه‌ی تند دیگر آن را حساب کنید.



۴- اندازه‌ی هریک از زاویه‌های  $A_1$  و  $A_2$  را حساب کنید.



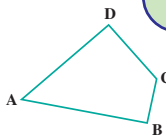
۵- در مثلث  $ABC$  زاویه‌ی  $B$  را حساب کنید.

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

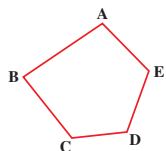
### حل مسئله



۱- مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی  $ABCD$  را حساب کنید.



۲- مجموع زاویه‌های داخلی پنج‌ضلعی  $ABCDE$  را حساب کنید.



۳- مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث را پیدا کنید.



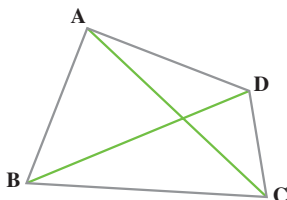
## چهار ضلعی‌ها

### انواع چهارضلعی‌ها

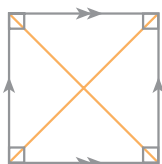


ABCD یک چهارضلعی است. چهار رأس، چهار زاویه و دو قطر آن را نام ببرید. مجموع زاویه‌های هر چهارضلعی چند درجه است؟

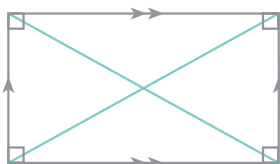
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = ?$$



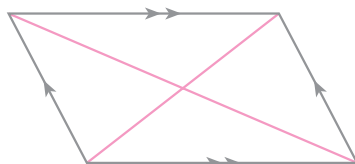
چهارضلعی‌های مهم عبارت‌اند از:



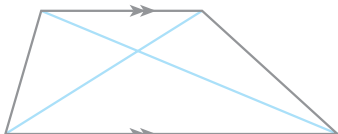
مربع



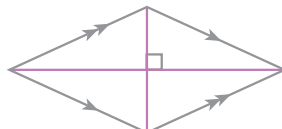
مستطیل



متوازی‌الاضلاع



دوزنقه



لوزی

از میان این چهارضلعی‌ها، فقط دوزنقه دو ضلع متوازی دارد و در بقیه‌ی آن‌ها ضلع‌های روبه‌رو دو به دو متوازی‌اند.

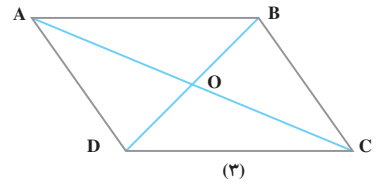
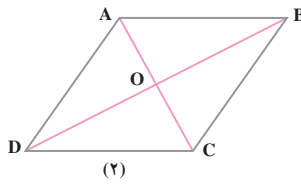
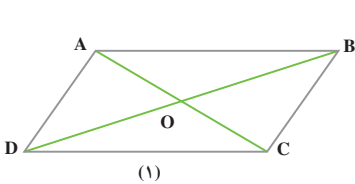


به اطراف خود نگاه کنید. کدام یک از چهار ضلعی‌ها را بیش‌تر می‌بینید؟ از هر کدام حداقل یک نمونه مثال بزنید.

### خاصیت چهارضلعی‌ها



اجزای متوازی‌الاضلاع‌های زیر را اندازه بگیرید و جدول را کامل کنید.



متوازی‌الاضلاع	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{D}$	AB	BC	CD	AD	AO	OC	BO	OD
(۱)												
(۲)												
(۳)												

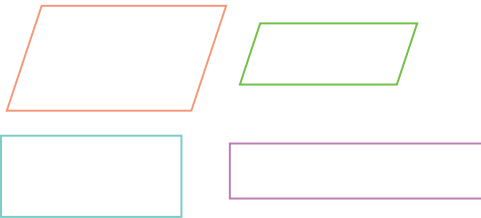
با توجه به اندازه‌هایی که در جدول نوشته‌اید، خاصیت‌های هر متوازی‌الاضلاع را نام ببرید.



مربع، مستطیل و لوزی نیز انواعی از متوازی‌الاضلاع‌اند. پس، همه‌ی خاصیت‌های متوازی‌الاضلاع را دارند. در متوازی‌الاضلاع و مستطیل، ضلع‌های روبه‌رو دو به دو مساوی‌اند و در مربع و لوزی، هر چهارضلع با هم مساوی‌اند. در مربع و مستطیل، هر چهار زاویه با هم برابر و مساوی  $90^\circ$  درجه‌اند.



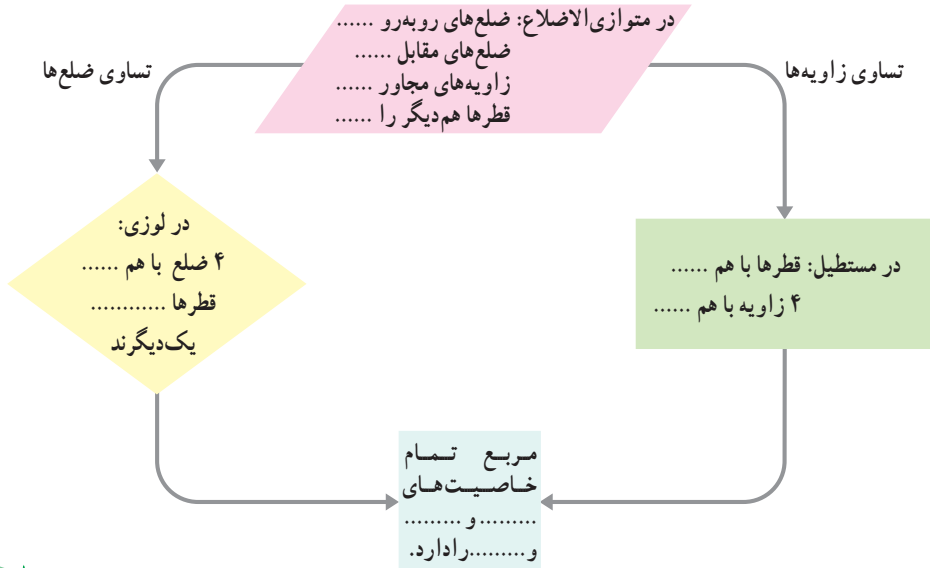
در هر شکل، اجزای مورد نظر را اندازه بگیرید و به سؤال پاسخ دهید.



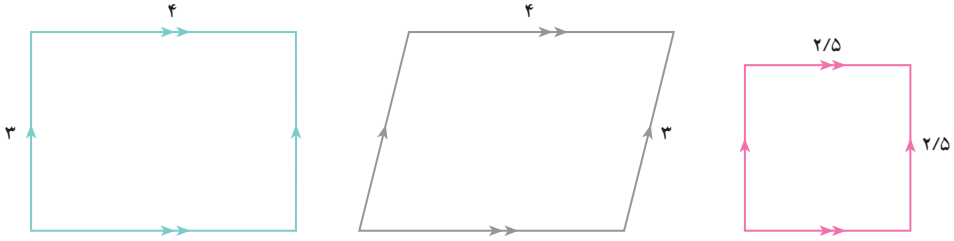
آیا در هر متوازی‌الاضلاع، دو قطر با هم مساوی‌اند؟  
آیا در هر مستطیل دو قطر با هم مساوی‌اند؟

## کار در کلاس

۱- نمودار زیر را کامل کنید.



۲- در چهارضلعی‌های زیر، اندازه‌ی سایر ضلع‌ها را بنویسید.



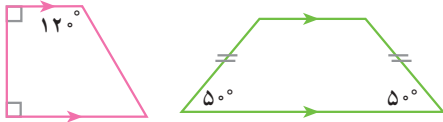
۳- در چهارضلعی‌های زیر، اندازه‌ی هریک از سه زاویه‌ی دیگر را بنویسید.



۴- آیا مربع را لوزی هم می‌توان نامید؟

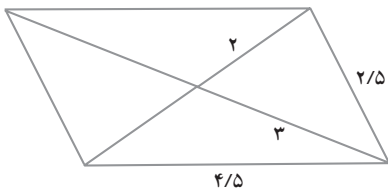
۵- در شکل مقابل، یک دوزنقه‌ی

قائم‌الزاویه و یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین را مشاهده می‌کنید. اندازه‌ی هریک از زاویه‌های دیگر آن‌ها را بنویسید.

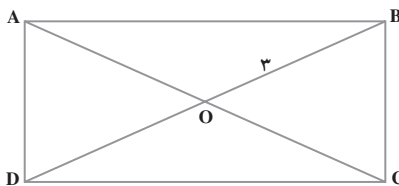


۶- در متوازی‌الاضلاع مقابل، اندازه‌های

سایر پاره‌خط‌ها را بنویسید.



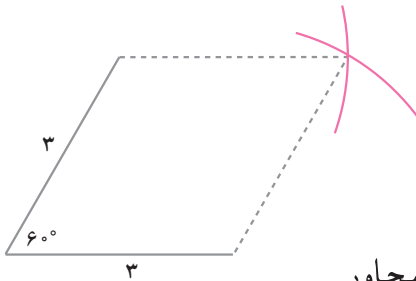
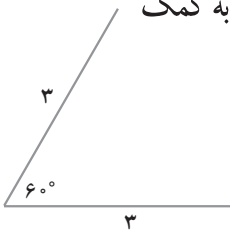
۷- در مستطیل زیر  $OB = 3\text{cm}$  است. اندازه‌ی هر قطر چند سانتی‌متر است؟



## رسم چهارضلعی‌ها

به کمک خاصیت‌های چهارضلعی‌ها می‌توانیم آن‌ها را رسم کنیم. برای مثال، یک لوزی رسم می‌کنیم که اندازه‌ی ضلع آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه‌ی آن  $60^\circ$  درجه باشد.

ابتدا یک زاویه‌ی  $60^\circ$  درجه رسم می‌کنیم که دو ضلع آن ۳ سانتی‌متر باشد. با توجه به این خاصیت لوزی که ۴ ضلع آن با هم مساوی‌اند، به کمک پرگار، دو ضلع دیگر را رسم می‌کنیم.



شکل مقابل چگونگی این کار را نشان

می‌دهد.

دهانه‌ی پرگار چه قدر باز شده است؟

مراکز کمان‌ها کدام نقاط‌اند؟

چگونه با استفاده از خاصیت «زاویه‌های مجاور

مکمل‌اند» می‌توانستیم لوزی را رسم کنیم؟

کار در کلاس

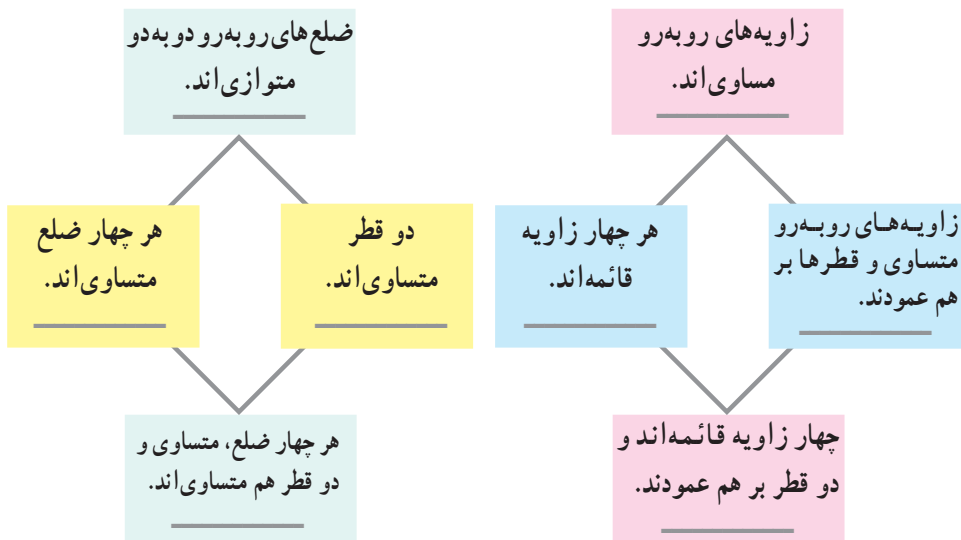
۱- متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌های آن  $30^\circ$  درجه و ضلع‌های

این زاویه ۲ و ۳ سانتی‌متر باشند.



۲- متوازی الاضلاعی رسم کنید که قطرهای آن ۴ و ۲ سانتی متر و زاویه ی بین آن ها ۶۰ درجه باشد.

۳- در نمودارهای زیر، در جای خالی نام چهارضلعی های مناسب را بنویسید.

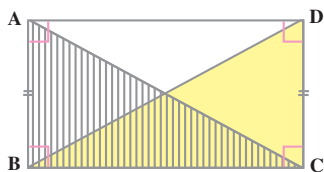


## اثبات خاصیت ها

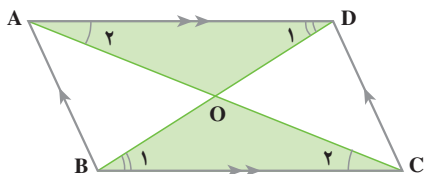
تاکنون با استفاده از اندازه گیری، خاصیت های انواع چهارضلعی ها را نتیجه می گرفتیم. در فعالیت صفحه ی بعد ۲ نمونه از خاصیت ها با دلایل هندسی نتیجه گرفته می شوند.



۱- آیا در هر مستطیل، قطرها با هم مساوی اند؟ برای پاسخ دادن به این سؤال، مستطیل ABCD را در نظر می‌گیریم.  
با تکمیل روابط زیر، دلیل تساوی دو مثلث ABC و BDC را بیان کنید. از تساوی آن‌ها نتیجه می‌گیریم که  $AC = BD$  است.

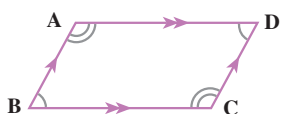


$$\left. \begin{array}{l} AB = \text{عرض مستطیل} \\ \hat{B} = \text{مشترک} \\ BC = \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} = \hat{BDC} \Rightarrow$$



۲- چرا در هر متوازی‌الاضلاع دو قطر یک‌دیگر را نصف می‌کنند؟

### کار در کلاس



۱- چهارضلعی مقابل، متوازی‌الاضلاع است.  
الف - هر یک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

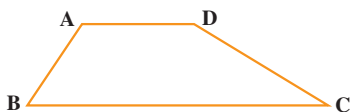
$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \quad \hat{A} + \hat{D} = \quad \hat{B} + \hat{C} = \quad \hat{D} + \hat{C} =$$

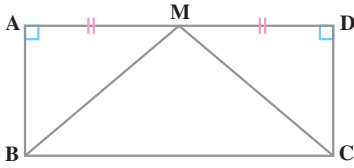
ب - چرا  $\hat{B} = \hat{D}$  و  $\hat{A} = \hat{C}$  است؟

پ - آیا می‌توان گفت در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مقابل، متساوی و هر دو زاویه‌ی مجاور به یک ضلع مکمل‌اند؟

۲- چهارضلعی ABCD دوزنقه است.

چرا  $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$  و  $\hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$  است؟

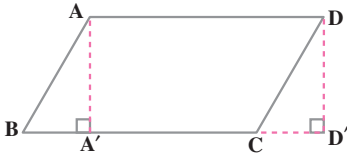




۳- چهارضلعی ABCD مستطیل است  
 و M وسط AD است. چرا مثلث MBC  
 متساوی الساقین است؟



- ۱- متوازی الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌های آن  $120^\circ$  درجه و هر یک از ضلع‌های این زاویه ۴ سانتی‌متر باشد. اندازه‌ی هر یک از دو ضلع دیگر چند سانتی‌متر است؟
- ۲- مربعی رسم کنید که هر قطر آن ۶ سانتی‌متر باشد.
- ۳- یک لوزی رسم کنید که اندازه‌ی قطرهاش ۵ و ۳ سانتی‌متر باشد.



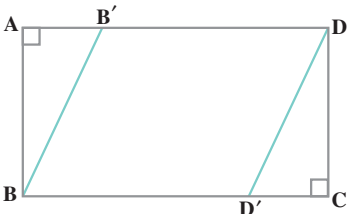
۴- در شکل مقابل، متوازی الاضلاع است  
 و  $AA' \perp BC$  و  $DD' \perp BC$ . چرا دو مثلث  $ABA'$  و  
 $DCD'$  با هم مساوی‌اند؟

- ۵- یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین رسم کنید که یک قاعده‌ی آن ۸ سانتی‌متر، یکی از ساق‌های آن ۴ سانتی‌متر و زاویه‌ی بین آن‌ها  $40^\circ$  درجه باشد.

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

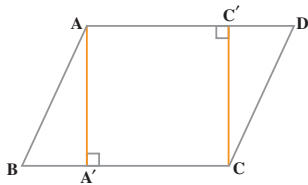


۱- چهارضلعی ABCD مستطیل است و پاره‌خط‌های  $DD'$  و  $BB'$  موازی با هم رسم شده‌اند.



الف - چرا چهارضلعی  $BB'DD'$   
 متوازی الاضلاع است؟  
 ب - چرا دو مثلث  $DD'C$  و  $BAB'$  با هم  
 مساوی‌اند؟



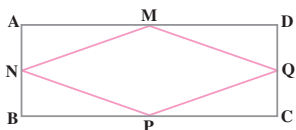


۲- چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

$$CC' \perp AD \text{ و } AA' \perp BC$$

الف - چرا چهارضلعی AA'CC' مستطیل است؟

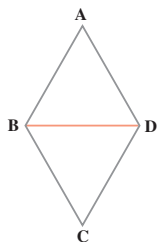
ب - چرا دو مثلث ABA' و DCC' متساوی اند؟



۳- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است و M،

N، P و Q وسط‌های چهار ضلع آن هستند. چرا چهارضلعی

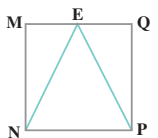
MNPQ یک لوزی است؟



۴- در شکل مقابل، مثلث‌های ABD و BCD متساوی الاضلاع اند.

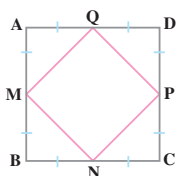
الف - چرا چهارضلعی ABCD یک لوزی است؟

ب - هر یک از زاویه‌های این لوزی چند درجه است؟



۵- چهارضلعی MNPQ یک مربع است و نقطه‌ی E وسط ضلع

MQ است. چرا مثلث ENP متساوی الساقین است؟



۶- چهارضلعی ABCD یک مربع است و نقاط M، N، P و Q

وسط‌های اضلاع آن هستند.

الف - اندازه‌ی همه‌ی زاویه‌هایی را که در شکل می‌بینید، حساب

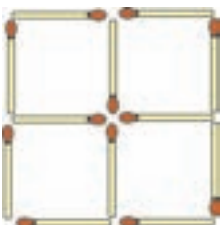
کنید.

ب - چرا چهارضلعی MNPQ یک مربع است؟

سرگرمی و ریاضی



در شکل مقابل ۵ مربع می‌بینید؛ ۴ مربع کوچک و یک مربع بزرگ.

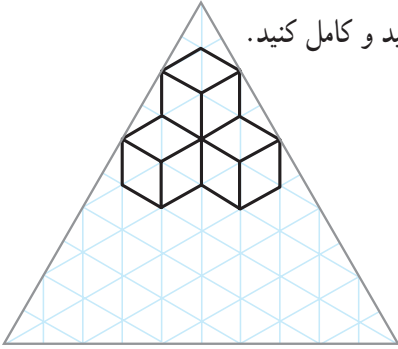


یک چوب کبریت را بردارید؛ به طوری که ۳ مربع باقی بماند.

دو چوب کبریت را بردارید؛ به طوری که ۳ مربع باقی بماند.

دو چوب کبریت را بردارید؛ به طوری که ۲ مربع باقی بماند.

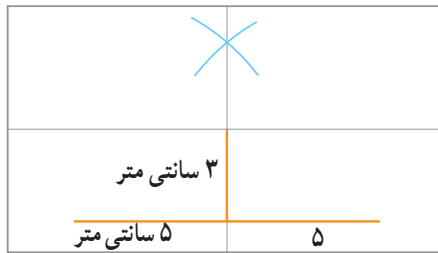
الف - مانند نمونه‌ی انجام شده، شکل را ادامه دهید و کامل کنید.



ب -

۱- وسط کاغذ سفید خود را پیدا کنید.

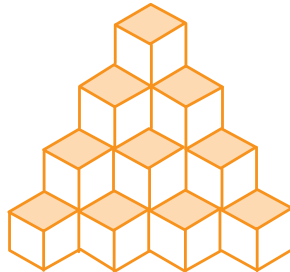
۲- با توجه به شکل زیر، کادر مثلثی رسم را در وسط کاغذ بیندازید (از رسم شماره‌ی ۳ استفاده کنید).



۳- اندازه‌ی اضلاع مثلث  $۱۰^\circ$  سانتی متر است.

۴- هر ضلع مثلث را به  $۱۰^\circ$  قسمت تقسیم کنید. نقاط را مانند قسمت الف به هم وصل کنید تا یک مثلث شطرنجی به دست آید. با توجه به قسمت الف، رسم را بکشید. خطوط اضافی را پاک کنید.

ب - شکل نهایی



ت - با توجه به رسم شماره‌ی ۳، به نظر شما، در این رسم چه نکاتی اهمیت دارند؟

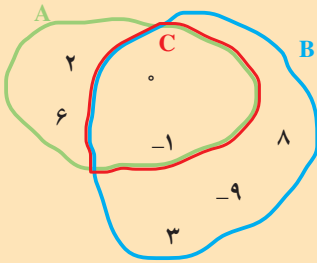


۱- درستی یا نادرستی هریک از رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$$-1 \in \{4, -3, -2, -1, 0\} \quad 75 \in \{5, 10, 15, 0\}$$

$$-9 \in \{1, 2, 3, 0\} \quad \frac{1}{100} \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$

۲- به نمودار زیر توجه کنید.



الف - تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$A = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$C = \{ \quad \quad \quad \}$$

ب - درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$$B \subset A \quad B \subset C \quad A \subset C \quad C \subset A$$

۳- مجموعه‌ی عناصر آب را بنویسید. آیا اُزت به این مجموعه تعلق دارد؟

۴- قرینه‌ی هریک از عددهای زیر را بنویسید.

$$+5 \quad -4 \quad -18 \quad +3 \quad +29 \quad +100$$

۵- حاصل جمع‌های زیر را پیدا کنید.

$$\begin{array}{lll} (+8) + (+11) & (-9) + (-8) & (-3) + (-10) \\ (+8) + (-5) & (-7) + (+12) & (+10) + (-14) \end{array}$$

۶- حاصل تفریق‌های زیر را حساب کنید.

$$\begin{array}{lll} (+9) - (+3) & (-19) - (+8) & (+16) - (+25) \\ (+7) - (-12) & (-10) - (-15) & (-1) - (-7) \end{array}$$

۷- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{lll} -2 + 8 & -5 - 7 & 8 - 10 - 2 \\ -9 + 2 + 11 & 3 - 11 - 5 + 20 & -3 - 18 + 2 - 30 \\ (-21) - (-4) & (+18) - (+10) & (-17) - (-12) \end{array}$$



$$(-8) \times (+2) \qquad (-10) \times (-5) \qquad (+7) \times (-7)$$

۸- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$(-2) \times (+8) \qquad (-5) \times (-6) \qquad (+9) \times (-10)$$

$$(-56) \div (+8) \qquad (+24) \div (-8) \qquad (-9) \div (+1)$$

۹- حاصل کسرهای زیر را به دست آورید.

$$\frac{(-18) \times (-42)}{(-27) \times (+14)} \qquad \frac{(+72) \times (-75)}{(-50) \times (-27)}$$

۱۰- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$5^4 \times 5^2 \qquad (-2)^3 \times (-2)^5 \qquad 7^4 \div 7^2$$

$$\frac{9^{12}}{9^4} \qquad \frac{4^7}{4^5} \qquad \frac{(0/3)^6}{(0/3)^5}$$

$$6^7 \times 5^7 \qquad 2^4 \times 3^4 \qquad 3^5 \div 5^5$$

$$\frac{7^9}{3^9} \qquad \frac{12^4}{3^4} \qquad \frac{15^6}{3^6}$$

$$a^3 \times a^2 \qquad a^7 \div a^4 \qquad \frac{a^8}{a^3}$$

$$a^3 \times b^3 \qquad \frac{a^4}{b^4} \qquad a^7 \times \left(\frac{1}{b}\right)^7$$

۱۱- مقدار دقیق جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{0/64} \qquad \sqrt{49 \times 16} \qquad \sqrt{0/04}$$

$$\sqrt{25 \times 4} \qquad \sqrt{0/01} \qquad \sqrt{25 \times 81}$$

۱۲- مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{79} \qquad \sqrt{82} \qquad \sqrt{90}$$

$$\sqrt{7/5} \qquad \sqrt{0/55} \qquad \sqrt{9/4}$$

$$\sqrt{14/5} \qquad \sqrt{1/08} \qquad \sqrt{3/2}$$

۱۳- خارج قسمت هر یک از تقسیم‌های زیر را تا دو رقم اعشار به دست آورید و



باقی مانده‌ی هریک را مشخص کنید.

$$75/8 \left| \frac{1/4}{\quad} \right.$$

$$372 \left| \frac{13}{\quad} \right.$$

$$271 \left| \frac{2/1}{\quad} \right.$$

$$1/071 \left| \frac{2/3}{\quad} \right.$$

$$21/5 \left| \frac{0/43}{\quad} \right.$$

۱۴- در هریک از حالت‌های زیر، مثلث ABC را رسم کنید.

الف -  $AB = 6$ ،  $AC = 5$  و  $\hat{A} = 7^\circ$  . ب -  $BC = 7$ ،  $\hat{C} = 4^\circ$  و  $\hat{A} = 9^\circ$  .

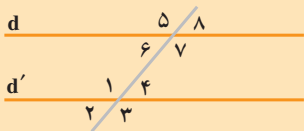
ب -  $AB = 8$ ،  $BC = 10$  و  $\hat{A} = 9^\circ$  . ت -  $AB = 6$ ،  $BC = 4$  و  $AC = 7$  .

۱۵- عبارتهای زیر را کامل کنید.

الف - دو خط واقع در یک صفحه اگر متقاطع نباشند \_\_\_\_\_

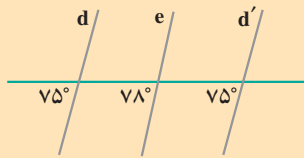
ب - دو خط عمود بر یک خط \_\_\_\_\_

پ - دو خط موازی با یک خط \_\_\_\_\_



۱۶- در شکل مقابل، دو خط  $d$  و  $d'$  متوازی اند.

زاویه‌های مساوی با زاویه‌ی ۱ را مشخص کنید. زاویه‌های مکمل زاویه‌ی ۱ را مشخص کنید.



۱۷- در شکل مقابل، کدام دو خط با هم موازی اند؟

دلیل متوازی بودن آن‌ها را بنویسید.

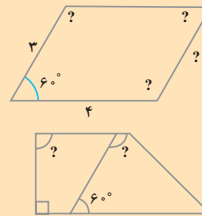
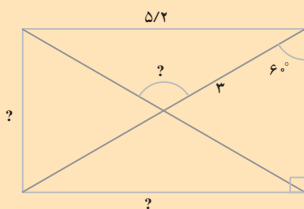
۱۸- چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع

است. طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{A} + \hat{B} = \text{---}$$

۱۹- قسمتهایی از شکل‌ها را که با علامت ؟ مشخص شده‌اند، با استفاده از

خاصیت‌های چهارضلعی‌ها و عددهای داده شده پیدا کنید.







- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

۱- دمای هوای بیرجند در تابستان به  $45^{\circ}\text{C}$  + و در زمستان به  $8^{\circ}\text{C}$  - رسید. در زمستان، دمای هوای بیرجند چه قدر از دمای این شهر در تابستان سردتر بوده است؟

۲- دمای سردخانه‌ای  $20^{\circ}\text{C}$  - است. جسمی را که دمای آن  $12^{\circ}\text{C}$  + است، درون این سردخانه گذاشته‌ایم. این جسم چند درجه سردتر شده است؟

۳- در سال گذشته، قیمت کتابی  $200$  تومان بود. امسال قیمت همان کتاب  $240$  تومان است. قیمت این کتاب چند درصد افزایش یافته است؟



۴- براساس آمار مشخص شده است که در کشور ما افزایش جمعیت در هر سال،  $\frac{3}{5}$  درصد جمعیت سال قبل است. اگر امسال جمعیت شهری یک میلیون نفر باشد، سال بعد جمعیت این شهر چند نفر خواهد بود؟

۵- در یک کارگاه تولید کفش در سال گذشته  $4960$  جفت کفش تولید شده است.  $\frac{3}{8}$  کفش‌های تولید شده پسرانه،  $\frac{1}{4}$  آن‌ها دخترانه و بقیه زنانه‌اند. از هر نوع، چند جفت کفش تهیه شده است؟

۶- در مسئله‌ی ۵ اگر قیمت فروش هر جفت کفش پسرانه  $1720$  تومان، دخترانه  $1850$  تومان و زنانه  $3500$  تومان باشد، قیمت فروش تمام کفش‌ها چه قدر است؟

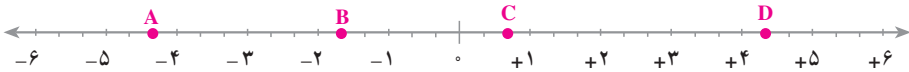
۷- در یک کارگاه  $45\%$  قیمت فروش برای اجرت کار در نظر گرفته می‌شود.  $35\%$  قیمت فروش بهای مواد مصرف شده،  $12\%$  سود فروشگاه و بقیه، هزینه‌ی حمل و نقل است. فروش سالانه‌ی این کارگاه را  $120000000$  ریال در نظر بگیرید و مقدار هریک از این موارد را به ریال تعیین کنید.

# عدد گویا



## معرفی عدد گویا

### نمایش اعداد گویا روی محور



روی محور، هر واحد به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده است. طول هریک از قسمت‌های کوچک  $\frac{1}{3}$  واحد است. نقطه‌ی C به اندازه‌ی ۲ تا  $\frac{1}{3}$  واحد در جهت مثبت قرار دارد. نقاط مشخص شده چه عددی را نمایش می‌دهند؟

هر کدام از عددهای بالا یک عدد گویاست. نقطه‌های A، B، C و D نقطه‌های نمایش این اعداد گویا روی محور هستند.

### کار در کلاس



۱- عدد متناظر با هر یک از نقاطی را که با رنگ قرمز مشخص شده است،

بنویسید.



۲- نقطه‌ی نمایش هریک از عددهای زیر را روی محور مشخص کنید.

$$+2\frac{1}{3} \quad +\frac{5}{3} \quad -1 \quad +2 \quad -\frac{4}{3} \quad -3\frac{2}{3}$$



۳- نقطه‌ی نمایش هریک از عددهای زیر را روی محور مشخص کنید.

$$\frac{5}{4} \quad -2\frac{1}{4} \quad -2 \quad -1\frac{3}{4} \quad -\frac{7}{4} \quad 3\frac{1}{4}$$



۴- هریک از عددهای زیر را به صورت یک کسر علامت‌دار بنویسید.

$$+3\frac{2}{7} = \quad -4\frac{3}{5} = \quad -1\frac{3}{7} = \quad +4\frac{1}{6} =$$

## تساوی عددهای گویا



۱- در شکل‌های زیر، نقطه‌ی A چه عددی را مشخص می‌کند؟ بین این عددهای گویا چه رابطه‌ای وجود دارد؟



۲- روی محور زیر، نقطه‌های نمایش  $-\frac{5}{3}$  و  $+\frac{2}{3}$  را مشخص کنید و آن‌ها را A و B بنامید.



اکنون هریک از قسمت‌های کوچک را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. نقاط A و B چه عددهایی را نمایش می‌دهند؟



۱- هر یک از تساوی‌ها را با نوشتن سه کسر دیگر ادامه دهید.

$$-\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \dots \qquad +\frac{12}{7} = \frac{24}{14} = \dots$$

۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$-\frac{3}{6} = \frac{\quad}{2} \qquad +\frac{3}{11} = \frac{27}{\quad} \qquad -\frac{7}{12} = \frac{21}{\quad}$$

تمرین



۱- یک محور رسم کنید و نقطه‌های نمایش عددهای زیر را روی آن مشخص کنید (هر واحد به ۵ قسمت مساوی تقسیم شود).

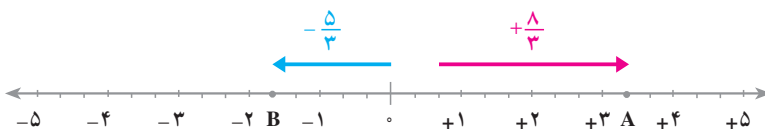
$$-3\frac{1}{5} \qquad -4\frac{2}{5} \qquad +\frac{13}{5} \qquad -\frac{4}{5}$$

۲- ابتدا هریک از کسرهای زیر را ساده کنید و سپس، حاصل را به صورت عدد مخلوط

بنویسید.

$$\frac{51}{27} \qquad -\frac{176}{99} \qquad +\frac{85}{40} \qquad -\frac{63}{28}$$

نمایش برداری عددهای گویا

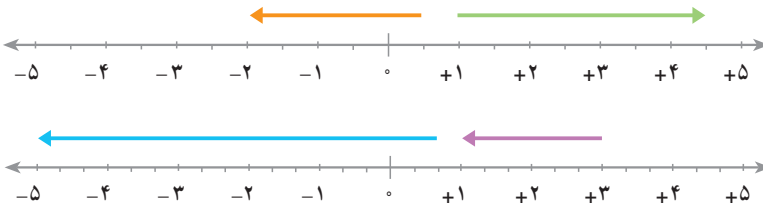


در شکل بالا، طول بردار قرمز  $\frac{8}{3}$  و جهت آن مثبت است. این بردار عدد گویای

$+\frac{8}{3}$  را مشخص می‌کند. عدد گویای متناظر با بردار آبی چه عددی است؟



۱- عددی را که هر بردار مشخص می‌کند، روی آن بنویسید.



۲- یک محور رسم کنید و هر واحد آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنید. حالا بردارهای زیر را روی آن بکشید.

الف - بردار  $+4$  ابتدا در  $+2$       ب - بردار  $-5$  ابتدا در  $+\frac{4}{3}$

۳- یک محور رسم کنید و هر واحد آن را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنید. حالا بردارهای زیر را روی آن بکشید.

الف - بردار  $-\frac{7}{5}$  ابتدا در  $+\frac{1}{5}$       ب - بردار  $-\frac{7}{5}$  ابتدا در  $0$

### قرینه‌ی یک عدد گویا



نقاط  $A'$  و  $A$  روی محور چه عددهایی را مشخص می‌کنند؟ چه رابطه‌ای بین آنها می‌توان نوشت؟

$+\frac{5}{2}$  و  $-\frac{5}{2}$  هم قرینه‌ی یک دیگرند؛

نماد قرینه

$$-(+\frac{5}{2}) = -\frac{5}{2}$$

نماد قرینه

$$-(-\frac{5}{2}) = +\frac{5}{2}$$



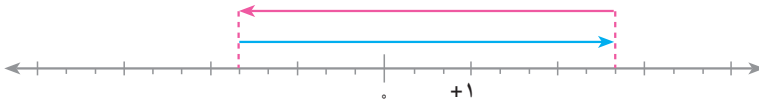
۱- یک محور رسم کنید و با استفاده از آن، قرینه‌ی هریک از عددهای زیر را پیدا کنید.

$$-\frac{3}{5} \qquad +\frac{7}{5} \qquad -4 \qquad -2\frac{3}{5}$$

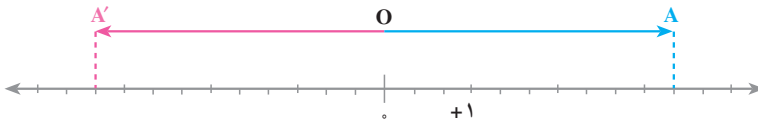
۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$-(+\frac{3}{5}) = \qquad -(-\frac{8}{17}) = \qquad -(-\frac{27}{43}) =$$

۳- در شکل زیر، بردار قرمز چه عددی را نشان می‌دهد؟ بردار آبی چه عددی را نشان می‌دهد؟  
ملاحظه می‌کنید که این دو عدد، قرینه‌ی یکدیگرند.  
دو بردار قرمز و آبی هم قرینه‌ی یکدیگرند.



۴- در شکل زیر، بردارهای آبی و قرمز چه عددهایی را نشان می‌دهند؟ نقاط A و A' چه عددهایی را نشان می‌دهند؟  
آیا A و A' قرینه‌ی یکدیگرند؟  
دو بردار OA و OA' چه طور؟



### علامت یک کسر



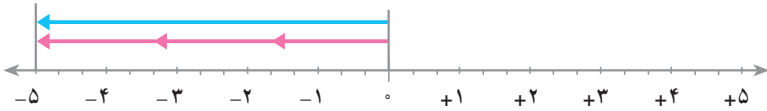
عدد متناظر با بردار آبی را بنویسید.

اگر بردار آبی را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم، متناظر با هر قسمت، چه

کسری را می‌توان نوشت؟

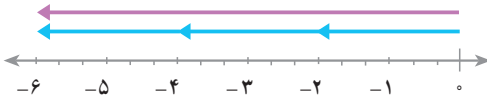
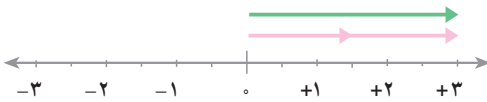
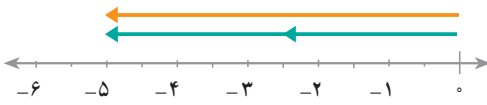
هر بردار قرمز چه عدد گویایی را نشان می‌دهد؟

بین بردار قرمز و  $\frac{1}{3}$  بردار آبی چه رابطه‌ای وجود دارد؟



کار در کلاس

۱- برای هر کدام از شکل‌های زیر یک تساوی بنویسید.



۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\frac{-7}{5} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{-3}{8} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{-12}{5} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{-4}{7} = \frac{\quad}{\quad}$$

تمرین

۱- یک محور رسم کنید و هر واحد آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید. حالا بردارهای

زیر را روی آن بکشید.

الف - بردار -۵ ابتدا در  $\frac{3}{4}$  + ب - بردار  $5\frac{1}{4}$  ابتدا در +۲

۲- قرینه‌ی هر یک از عددهای زیر را بنویسید.

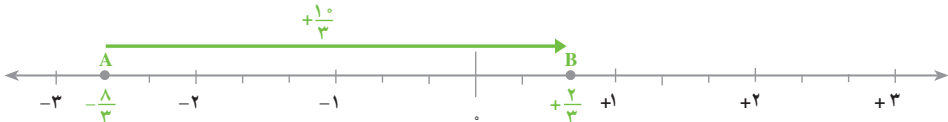
$$-\frac{3}{5} \quad \frac{7}{4} \quad 1\frac{3}{4} \quad -2\frac{3}{5} \quad -\frac{18}{7}$$

۳- کسره‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{-12}{16} \quad \frac{-32}{48} \quad \frac{+35}{42} \quad -\left(\frac{-3}{7}\right)$$

# جمع عددهای گویا

## جمع متناظر با یک بردار



شکل بالا نشان می‌دهد که از نقطه‌ی A با بردار  $+\frac{1}{3}$  به نقطه‌ی B می‌رسیم. جمع متناظر با آن را بنویسید.



شکل بالا نشان می‌دهد که از نقطه‌ی A با بردار  $-\frac{9}{4}$  به نقطه‌ی B می‌رسیم. جمع متناظر با آن را بنویسید.

## کار در کلاس

۱- جمع متناظر با هر یک از شکل‌های زیر را بنویسید.



۲- یک محور رسم کنید و سپس، با رسم بردار مربوط به هر جمع، حاصل را پیدا کنید.

$$\left(-\frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) \quad \left(+\frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$$



## جمع دو عدد گویا



با توجه به جمع‌های نوشته شده، توضیح دهید که چگونه جمع دو عدد گویا به

جمع دو عدد صحیح تبدیل می‌شود.

$$\left(+\frac{7}{4}\right) + \left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{+7}{4} + \frac{-9}{4} = \frac{+7-9}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{2}{4}$$

$$\left(-\frac{8}{3}\right) + \left(+\frac{10}{3}\right) = \frac{-8}{3} + \frac{+10}{3} = \frac{-8+10}{3} = \frac{+2}{3} = +\frac{2}{3}$$

## کار در کلاس

۱- حاصل جمع‌های زیر را بدون استفاده از محور پیدا کنید.

$$\left(+\frac{3}{11}\right) + \left(-\frac{5}{11}\right) = \frac{+3}{11} + \frac{-5}{11} = \frac{3-5}{11} = \frac{-2}{11}$$

$$-\left(-\frac{7}{13}\right) + \left(-\frac{11}{13}\right) =$$

$$\left(-\frac{13}{15}\right) + \left(+\frac{8}{15}\right) =$$

۲- حاصل جمع‌ها را با مختصرنویسی به دست آورید.

$$\left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{3-2}{5} = \frac{1}{5} \qquad \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{-3-5}{7} = \frac{-8}{7}$$

$$\left(+\frac{8}{35}\right) + \left(-\frac{17}{35}\right) = \frac{8-17}{35} = \frac{-9}{35} \qquad \left(+\frac{9}{15}\right) + \left(\frac{-9}{15}\right) = \frac{9-9}{15} = \frac{0}{15} = 0$$

$$\left(-\frac{27}{12}\right) + \left(+\frac{8}{12}\right) = \frac{-27+8}{12} = \frac{-19}{12} \qquad \left(-\frac{31}{15}\right) + \left(-\frac{23}{15}\right) = \frac{-31-23}{15} = \frac{-54}{15} = -\frac{18}{5}$$

شما پیش از این، روش جمع کسرهای با مخرج‌های مساوی را آموخته‌اید. اگر دو

کسر مخرج‌های مساوی نداشته باشند، ابتدا مخرج آن‌ها را مساوی می‌کنیم.

$$\frac{4}{3} + \frac{3}{5} = \frac{20+9}{15} = \frac{29}{15}$$

$$-\frac{4}{3} + \frac{3}{5} = \frac{-20+9}{15} = \frac{-11}{15} = -\frac{11}{15} \qquad \frac{7}{9} + \left(\frac{-5}{6}\right) = \frac{14-15}{18} = -\frac{1}{18}$$



حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{\quad}{35}$$

$$\frac{5}{18} + \frac{5}{6} = \frac{\quad}{18}$$

$$-\frac{5}{6} + \frac{7}{8} =$$

$$\frac{9}{10} + (-\frac{13}{15}) =$$

$$\frac{11}{12} + (-\frac{3}{4}) =$$

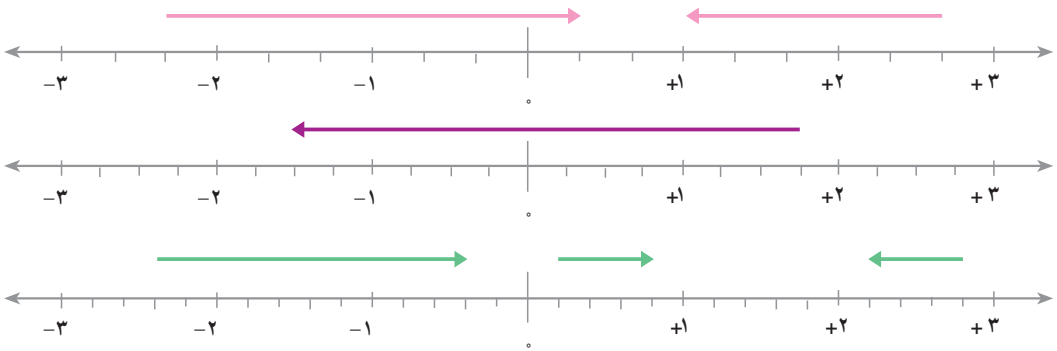
$$-3 + \frac{2}{5} =$$

$$-(-\frac{1}{12}) + \frac{1}{18} =$$

$$-\frac{3}{5} + \frac{8}{7} =$$



۱- جمع متناظر با هر یک از بردارهای شکل زیر را بنویسید.



۲- حاصل جمع‌های زیر را بدون استفاده از محور به دست آورید. در صورت امکان، جواب

را ساده کنید.

$$(-\frac{4}{5}) + (+\frac{3}{5}) =$$

$$(-\frac{32}{27}) + (+\frac{15}{27}) =$$

$$(-\frac{3}{7}) + (-\frac{5}{9}) =$$

$$(-\frac{8}{17}) + (+\frac{9}{17}) =$$

$$(-\frac{35}{43}) + (-\frac{8}{43}) =$$

$$(-\frac{3}{8}) + (+\frac{5}{6}) =$$

$$-\frac{7}{10} + \frac{1}{15} =$$

$$\frac{3}{4} + (-\frac{1}{6}) =$$



## تفریق عددهای گویا

### تفریق متناظر با یک بردار

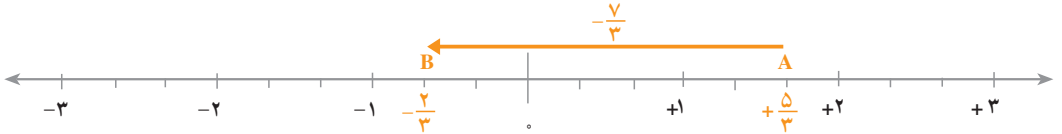


هوا ۳° زیر صفر است.

همان طور که در عددهای صحیح دیدید، متناظر با هر بردار می‌توانیم یک تفریق بنویسیم. با توجه به شکل بالا، برای رفتن از A به B در خلاف جهت بردار  $\vec{AB}$ ، می‌توانیم تفریق

$$(-1) - (-3) = 2$$

را بنویسیم. در مورد عددهای گویا نیز همین طور است.



بردار  $\vec{AB}$  عدد  $-\frac{7}{3}$  را نشان می‌دهد؛ بنابراین، برای رفتن از B به A تفریق زیر را

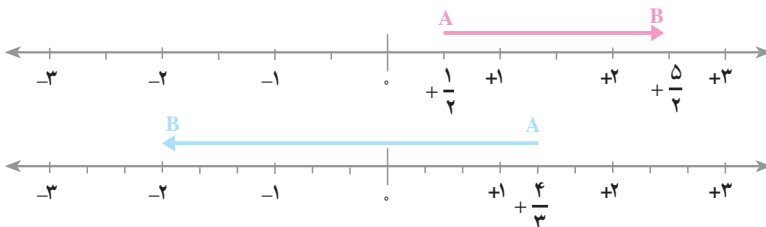
می‌توانیم بنویسیم.

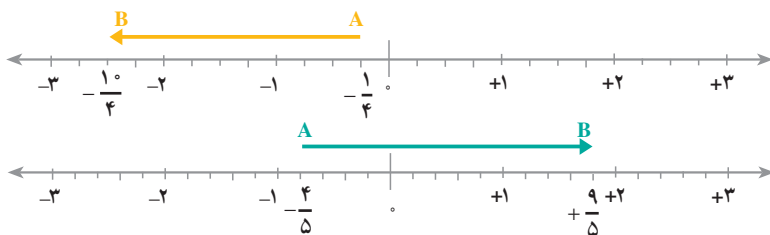
$$(-\frac{2}{3}) - (-\frac{7}{3}) = \frac{5}{3}$$

### کار در کلاس

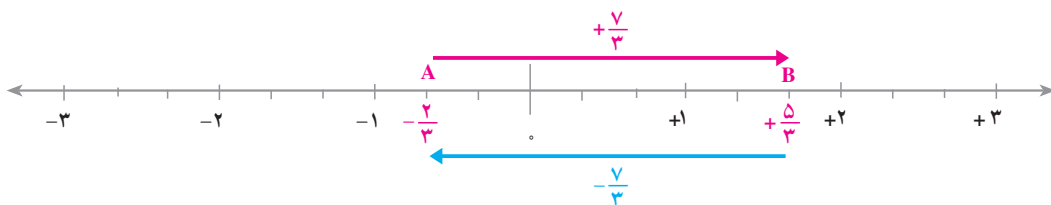


تفریق متناظر با هر بردار را بنویسید.





## تفریق دو عدد گویا



به شکل بالا توجه کنید. برای رفتن از B به A با توجه به بردار قرمز می توان یک تفریق نوشت.

$$\frac{5}{3} - \frac{7}{3} = \frac{2}{3}$$

اگر به جای بردار قرمز به بردار آبی - که قرینه‌ی آن است - توجه کنیم، می توانیم یک

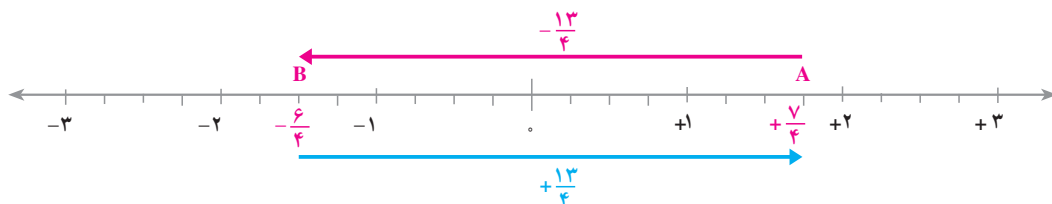
$$\frac{5}{3} + \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

جمع بنویسیم.

$$\frac{5}{3} - \frac{7}{3} = \frac{5}{3} + \left(-\frac{7}{3}\right)$$

بنابراین، مانند اعداد صحیح می توان نوشت:

در مورد شکل زیر نیز به همین ترتیب عمل می شود.



$$\left(-\frac{6}{4}\right) - \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{7}{4}$$

از B به A در خلاف جهت بردار قرمز:

$$\left(-\frac{6}{4}\right) + \frac{13}{4} = \frac{7}{4} \quad \text{از B به A در جهت بردار آبی:}$$

$$\left(-\frac{6}{4}\right) - \left(-\frac{13}{4}\right) = \left(-\frac{6}{4}\right) + \frac{13}{4}$$

بنابراین، اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند، برای تفریق  $b$  از  $a$  می‌توان قرینه‌ی  $b$  را با  $a$  جمع کرد.

$$a - b = a + (-b)$$

### کار در کلاس

با تبدیل کردن تفریق به جمع، حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$\left(-\frac{6}{7}\right) - \left(-\frac{5}{7}\right) = \left(-\frac{6}{7}\right) + \frac{5}{7} = \quad =$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right) - \left(-\frac{11}{8}\right) =$$

$$\left(+\frac{4}{9}\right) - \left(-\frac{1}{9}\right) =$$

$$\frac{3}{17} - \left(-\frac{8}{17}\right) =$$

برای محاسبه‌ی تفریق دو عدد گویا به صورت خلاصه، می‌توان آن را به تفریق یا جمع دو عدد صحیح تبدیل کرد.

$$-\frac{3}{5} - \frac{7}{5} = \frac{-3-7}{5} = \frac{-10}{5} = 2$$

$$-\frac{11}{12} - \left(-\frac{7}{18}\right) = \frac{-33+14}{36} = \frac{-19}{36} = \frac{19}{36}$$

### کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{6}{7}\right) - \left(-\frac{5}{7}\right) =$$

$$\frac{8}{35} - \frac{17}{35} =$$

$$\frac{9}{4} - \left(-\frac{13}{4}\right) =$$

$$-\frac{5}{3} + \frac{4}{3} =$$

$$\left(-\frac{5}{12}\right) - \frac{27}{12} =$$

$$\frac{7}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{3} = \frac{\quad}{24} =$$

$$\left(-\frac{7}{12}\right) - \frac{15}{12} = \frac{-7-15}{12} =$$

$$3\frac{3}{5} - \frac{1}{3} - 2 = \frac{\quad}{15} =$$

$$\left(-\frac{8}{13}\right) - \left(-\frac{11}{13}\right) = \frac{\quad}{13} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{5}{18} - \frac{4}{9} = \frac{\quad}{18} =$$

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{4}{7} - \frac{3}{7} + \frac{5}{7} = \frac{\quad}{7} =$$

تمرین



۱- حاصل تفریق‌های زیر را حساب کنید.

$$\left(+\frac{3}{2}\right) - \left(+\frac{11}{5}\right) = \frac{15}{10} - \frac{\quad}{10}$$

$$\left(-\frac{5}{11}\right) - \left(-\frac{4}{11}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{4}{15}\right) =$$

$$\left(+\frac{1}{9}\right) - \left(-\frac{5}{3}\right) =$$

$$\left(-\frac{6}{15}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) =$$

$$\left(-\frac{2}{9}\right) - \left(+\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) - (-7) =$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(+\frac{5}{8}\right) - \left(+\frac{3}{4}\right) =$$

$$\left(+\frac{2}{11}\right) - \left(+\frac{3}{22}\right) =$$

$$\left(-\frac{2}{9}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) =$$

$$\left(+\frac{5}{12}\right) - \left(-\frac{7}{18}\right) =$$

$$\left(-\frac{4}{35}\right) + \left(-\frac{37}{42}\right) =$$

$$\left(-\frac{8}{25}\right) - \left(+\frac{11}{20}\right) =$$

$$\left(-\frac{11}{36}\right) + \left(-\frac{23}{40}\right) =$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و جواب را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{7}{5} - \frac{4}{5}$$

$$\frac{8}{11} + \frac{5}{11}$$

$$-\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$$

$$-\frac{4}{9} + \frac{1}{6}$$

$$-\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$$

$$-\frac{3}{8} + \frac{2}{5}$$

$$4 + \frac{2}{5}$$

$$-4 + \frac{2}{5}$$

$$-4 - \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{14} - \frac{17}{21} + 1$$

$$\frac{4}{35} - \frac{5}{7} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{42} - \frac{5}{6} + \frac{9}{14} - \frac{16}{21}$$

۴- مقدار عبارت زیر، تقریباً چه عددی است؟

$$-1\frac{1}{7} - (-3\frac{1}{11}) - 4\frac{1}{8}$$

۵- ۳ کسر بنویسید که از  $\frac{1}{3}$  کوچکتر و از  $\frac{1}{3}$  بزرگتر باشند.

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

حل مسئله



۱- توجه کنید که  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2}$  و  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times 3}$  است.

با استفاده از این تساوی‌ها

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = 1 - \frac{1}{3}$$

حاصل هر کدام از عبارت‌های زیر را به همین صورت به دست آورید.

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} =$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} =$$

آیا می‌توانید برای این گونه جمع‌ها قاعده‌ای به دست آورید؟ اگر می‌توانید، با استفاده از قاعده‌ی خود حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} =$$

۲- حسین ۱۲ روز و بهرام ۱۸ روز سرگرم نقاشی یک ساختمان بودند و در

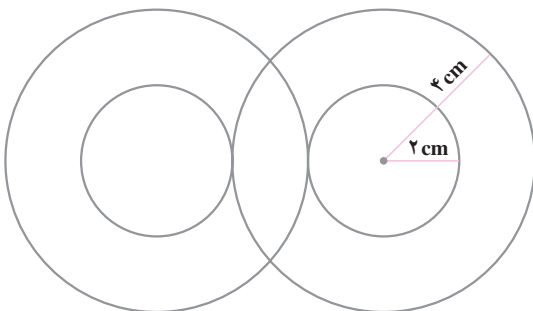
مجموع، ۳۷۸۰۰۰ تومان اجرت دریافت کردند. سهم هر کدام چه قدر است؟

۳- همه‌ی عددهای صحیح ممکن که عبارت زیر را به یک تساوی عددی درست

تبدیل می‌کنند، پیدا کنید.

$$\triangle + \square = 1$$

الف - یک حلقه‌ی دیگر به شکل زیر اضافه کنید.



ب -

- ۱- وسط کاغذ سفید خود را پیدا کنید.
- ۲- دو دایره‌ی هم‌مرکز به مرکز وسط صفحه و به شعاع‌های ۲ و ۴ سانتی‌متر رسم کنید.
- ۳- با توجه به قسمت الف، از هر دو طرف راست و چپ یک حلقه به شکل خود اضافه کنید.
- ۴- قسمت‌های اضافی را پاک کنید تا شکل زیر به دست آید.

پ - شکل نهایی



- ت - در این رسم، استفاده‌ی درست از پرگار اهمیت زیادی دارد. پرگار مناسبی انتخاب کنید و به کمک آن ۶ دایره‌ی بالا را بکشید؛ به طوری که ضخامت همه‌ی دایره‌ها به یک اندازه باشد. برای این که سوزن پرگار کاغذ شما را سوراخ نکند، چه باید کرد؟



## ضرب و تقسیم عددهای گویا

### ضرب عددهای گویا



در صفحات پیش، دیدید که عددهای گویای  $+\frac{2}{7}$  و  $-\frac{3}{4}$  را می‌توان به صورت  $+\frac{2}{7}$  و  $-\frac{3}{4}$  هم نوشت. با استفاده از این مطلب، ضرب زیر را انجام داده و چگونگی کار را توضیح دهید.

$$\left(+\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) =$$

### کار در کلاس

۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{+3}{5} \times \frac{-1}{4} =$$

$$\left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(+\frac{7}{5}\right) = \frac{-3}{8} \times \frac{+7}{5} =$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{7}{3}\right) =$$

$$\left(+\frac{3}{8}\right) \times \left(+\frac{7}{13}\right) =$$

۲- در تمرین پیش، دیدید که علامت حاصل ضرب دو عدد گویا را می‌توان مانند دو عدد صحیح تعیین کرد؛ بنابراین، می‌توانیم ابتدا علامت حاصل ضرب را تعیین کنیم.

اکنون تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(+\frac{7}{5}\right) = \frac{3 \times 7}{8 \times 5} =$$

$$\left(-\frac{4}{13}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(+\frac{8}{12}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) =$$

$$\left(-\frac{14}{15}\right) \times \left(-\frac{6}{21}\right) =$$

در محاسبه‌ی حاصل ضرب کسرهای متعارفی، می‌توانیم کسرها را با هم ساده کنیم:

$$\left(-\frac{8}{15}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \Rightarrow \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{5}{15} \times \underset{1}{4}} = \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad \left(-\frac{14}{15}\right) \times \left(+\frac{25}{49}\right) = -\frac{\overset{2}{\cancel{14}} \times \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{15} \times \underset{7}{49}} = -\frac{10}{21}$$

## کار در کلاس

۱- حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید. ابتدا کسرها را تا حد ممکن ساده کنید.

$$\left(-\frac{7}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{8}\right) =$$

$$\left(-\frac{12}{25}\right) \times \left(+\frac{15}{16}\right) =$$

$$\left(+\frac{20}{14}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(+\frac{72}{35}\right) \times \left(+\frac{85}{27}\right) =$$

$$\left(-\frac{9}{16}\right) \times \left(+\frac{20}{21}\right) =$$

$$\left(+\frac{56}{75}\right) \times \left(-\frac{5}{49}\right) =$$

$$\left(+\frac{10}{21}\right) \times \left(-\frac{39}{55}\right) =$$

$$\left(-\frac{18}{12}\right) \times \left(-\frac{1}{9}\right) =$$

۲- ضرب‌های زیر را مانند نمونه انجام دهید.

$$\left(-3\frac{4}{5}\right) \times \left(+7\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{19}{5} \times \frac{15}{2}\right) = \frac{57}{2} = 28\frac{1}{2}$$

$$\left(-5\frac{1}{4}\right) \times \left(-2\frac{2}{7}\right) =$$

$$\left(-4\frac{4}{5}\right) \times \left(+3\frac{1}{8}\right) =$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \times \left[\frac{4}{7} + \left(-\frac{1}{3}\right)\right] =$$

$$\left(+\frac{2}{9}\right) \times \left[1 + \left(-\frac{2}{11}\right)\right] =$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right) \times \left[\left(-\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{1}{8}\right)\right] =$$

### معکوس یک عدد گویا

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$

در سال اول دیدید که معکوس  $\frac{3}{4}$  کسر  $\frac{4}{3}$  است؛

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$$

همین طور، معکوس  $\frac{2}{5}$  کسر  $\frac{5}{2}$  است؛

هر عدد ضرب در معکوس خود، برابر با یک می‌شود.



معکوس هر عدد گویا را بنویسید. سپس، درستی عبارت «هر عدد ضرب در

معکوس خود برابر یک است» را بررسی کنید.

$$\frac{7}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}}$$

$$\left(-\frac{7}{4}\right) \times =$$

$$2 \rightarrow$$

$$-5 \rightarrow$$

$$\frac{4}{7} \rightarrow$$

$$-4\frac{1}{2} \rightarrow$$

## تقسیم عددهای گویا

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \times \square = +\frac{6}{20}$$

$$\left(+\frac{6}{20}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) = \square$$

در تقسیم عددهای گویا - مانند کسر متعارفی - مقسوم علیه را عکس کرده و در

مقسوم ضرب می‌کنیم.

$$\left(+\frac{6}{20}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) = -\left(\frac{6}{20}\right) \times \left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

برای ساده‌تر شدن کار، ابتدا علامت را تعیین می‌کنیم و سپس مقسوم علیه را عکس

کرده ضرب می‌کنیم.

$$\left(+\frac{6}{20}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{6}{20} \times \frac{5}{2} = -\frac{3}{4}$$

کارد کلاس

۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید و حاصل تقسیم را به دست آورید.

$$\left(+\frac{7}{10}\right) \div \left(-\frac{4}{25}\right) = -\frac{7}{10} \times \frac{25}{4} =$$

$$\left(-15\right) \div \left(-12\right) = +15 \times \frac{1}{12} =$$

$$\left(-\frac{4}{7}\right) \div \left(+\frac{6}{35}\right) = \quad \times \quad =$$

۲- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت یک کسر علامت‌دار بنویسید.

$$\frac{-5}{6} \qquad \frac{3}{-4} \qquad \frac{-25}{-45}$$

$$\left(-81\right) \div \left(-21\right) \qquad \frac{45}{77} \div \left(-\frac{9}{55}\right)$$

$$\left(-2\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right) \qquad \frac{\left(-2\right) \times \left(+15\right)}{-12}$$



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{2}{15}\right)$$

$$\left(+\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{4}{9}\right)$$

$$\left(-\frac{3}{14}\right) + \left(\frac{5}{21}\right)$$

$$\left(+\frac{2}{5}\right) \times (-7)$$

$$\left(-\frac{4}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$(-32) \times (-0/25)$$

$$(-28) \div (-7)$$

$$(-28) \div (-35)$$

$$(+42) \div \left(-\frac{35}{4}\right)$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \div \left(+\frac{3}{7}\right)$$

$$\left(-\frac{3}{8}\right) \div \left(+\frac{1}{9}\right)$$

$$\left(-\frac{3}{8}\right) \div 3$$

۲- کسرهای زیر را به ساده‌ترین صورت در آورید.

$$\frac{(-2) \times (14)}{35 \times (-1)}$$

$$\frac{(-21) \times (-132)}{(-8) \times (-9)}$$

$$\frac{34 \times (-15)}{(-17)}$$

۳- کسرهای زیر را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$-\frac{38}{5}$$

$$-\frac{17}{4}$$

$$\frac{25}{-3}$$

$$-\frac{37}{-9}$$

$$-\frac{15}{-7}$$

۴- معکوس هر یک از عددهای زیر را تعیین کنید.

$$+\frac{3}{5}$$

$$-\frac{3}{4}$$

$$+\frac{3}{11}$$

$$-\frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$-5$$

۵- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$\left(-3\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{6}{35}\right)$$

$$\left(-8\frac{3}{5}\right) \times \left(+1\frac{2}{43}\right)$$

$$\left(-13\frac{1}{3}\right) \div \left(-4\frac{4}{5}\right)$$

$$\left(+3\frac{3}{8}\right) \div \left(-2\frac{5}{8}\right)$$





- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

۱- حاصل عبارت زیر را پیدا کنید. راه حل خود را توضیح دهید.

$$\frac{-1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{-3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{-99}{100} =$$

	?		<table border="1" style="font-size: small;"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a							
b							
c							
d							
	?		<table border="1" style="font-size: small;"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a							
b							
c							
d							

۲- کدام یک

از شکل‌های سمت

راست، ادامه‌ی

شکل‌های سمت

چپ است؟

سرگرمی و ریاضی



## یک بازی دو نفره با اعداد

این بازی را می‌توانید با یک نفر دیگر - مثلاً با یکی از دوستانتان - انجام دهید. عدد‌های ۱، ۲، ۳، ... تا ۱۰ را در نظر می‌گیرید. ابتدا شما یکی از این عددها را انتخاب می‌کنید و می‌نویسید. سپس، دوست شما هم عددی را انتخاب و به عدد شما اضافه می‌کند. به همین ترتیب، شما و نفر دیگر به نوبت یک عدد انتخاب می‌کنید و به حاصل جمع می‌افزایید. کسی که حاصل را به ۱۰۰ برساند، برنده است؛ مثلاً شما عدد ۵ را انتخاب می‌کنید. دوست شما ۸ تا به آن اضافه می‌کند و ۱۳ به دست می‌آید. شما ۱۰ تا اضافه می‌کنید و ۲۳ به دست می‌آید. سپس، دوست شما ۵ تا اضافه می‌کند و ۲۸ به دست می‌آید و این کار را تا آخر ادامه می‌دهید. می‌توانید مراحل کار را به صورت زیر بنویسید.

نفر اول	۵	۲۳	...
نفر دوم	۱۳	۲۸	...

آیا می‌توانید یک برنامه‌ی خوب برای انتخاب عدد طراحی کنید که حتماً برنده

شوید؟ شاید پس از چند بار بازی بتوانید این کار را انجام دهید.

آیا اگر شما به عدد ۸۹ برسید، حتماً برنده خواهید شد؟ به عدد ۷۸ چه طور؟



# کاربرد حروف



## عبارت های جبری

### نمادها و قراردادهای



اندازه‌ی یک ضلع  $\times 4 =$  محیط مربع

– محیط مربعی به ضلع ۲ سانتی‌متر را حساب کنید.

– محیط مربعی به ضلع  $\frac{1}{3}$  متر را حساب کنید.

– محیط مربعی را که ضلع آن  $\frac{7}{10}$  متر است، پیدا کنید.

– محیط مربعی را که اندازه‌ی ضلع آن  $a$  است، پیدا کنید. 

– محیط مربع را با  $P$  و مساحت آن را با  $S$  نشان دهید.  $P$  و  $S$  را بر حسب  $a$

بنویسید.

– توضیح دهید که چگونه استفاده از حروف به نوشتن این روابط کمک می‌کند.

در فعالیت بالا برای نشان دادن ضلع، محیط و مساحت مربع می‌توانستیم از حروف

دیگری استفاده کنیم.





با توجه به فعالیت صفحه‌ی قبل، هر یک از عبارات‌های زیر را که در درس‌های گذشته با آن‌ها آشنا شده‌اید، با انتخاب حروف مناسب به صورت رابطه نشان دهید.

– هر عدد به توان یک برابر خود آن عدد است.  $a^1 = a$   
– یک به توان هر عدد برابر یک است.

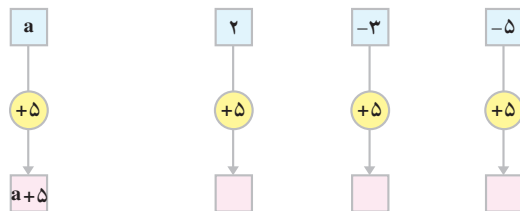
– هر عدد (به غیر از عدد صفر) به توان صفر برابر یک است.

– صفر به توان هر عدد (به غیر از عدد صفر) برابر صفر است.

– اندازه‌ی حجم یک مکعب برابر است با اندازه‌ی ضلع آن به توان ۳.

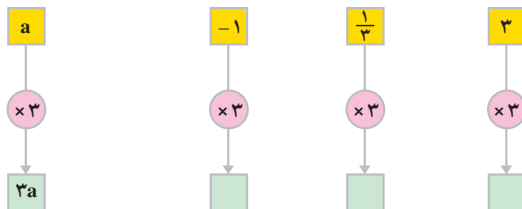


۱- نمودار زیر نشان می‌دهد که هر عدد داده شده با عدد ۵ جمع می‌شود تا عدد جدیدی به دست آید. مثال‌های داده شده را کامل کنید.



نمودار بالا را با چه عبارتی می‌توانید نشان دهید؟

۲- نمودار زیر نشان می‌دهد که عدد داده شده ۳ برابر می‌شود تا عدد جدیدی به دست آید. مثال‌های داده شده را کامل کنید.



نمودار بالا را با چه عبارتی می‌توانید نشان دهید؟





تساوی‌ها را مانند نمونه کامل کنید.

$$\text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} = 3 \text{ Apple}$$

$$\text{Pear} + \text{Pear} + \text{Pear} = 3 \text{ Pear}$$

$$0/7 + 0/7 + 0/7 + 0/7 = 4 \times 0/7$$

$$(-3) + (-3) + (-3) + (-3) =$$

$$\text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} = \text{Apple}$$

$$\text{Pear} + \text{Pear} + \text{Pear} + \text{Pear} = \text{Pear}$$

$$b + b + b + b =$$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2$$

$$5 + 5 + 5 =$$

$$a + a + a =$$

کار در کلاس



تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$1/2 + 1/2 + 1/2 =$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 =$$

$$(-6) + (-6) + (-6) =$$

$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) =$$

$$\text{Cherry} + \text{Cherry} = 2 \text{ Cherry}$$

$$\text{Orange} + \text{Orange} + \text{Orange} + \text{Orange} = \text{Orange}$$

$$\text{Carrot} = 1 \text{ Carrot}$$

$$\text{Red Ball} + \text{Red Ball} = \text{Red Ball}$$

$$\text{Fish} + \text{Fish} + \text{Fish} + \text{Fish} + \text{Fish} + \text{Fish} = \text{Fish}$$

$$d + d + d + d + d =$$

$$n + n + n + n + n + n =$$

$$= 1e$$

$$b + b + b + b + b + b + b + b =$$

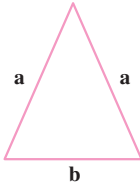


## ساده کردن عبارت جبری



۱- در مثلث متساوی الساقین زیر، اندازه‌ی ساق را با  $a$  و قاعده را با  $b$  نشان

می‌دهیم.



چرا هر دو ساق را با  $a$  نشان می‌دهیم؟

محیط مثلث را با یک عبارت جبری نشان دهید.

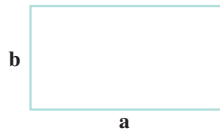
$$\text{محیط} = \dots + \dots + \dots$$

عبارت بالا را ساده‌تر کنید.

$$\text{محیط} = \dots + \dots$$

چرا نمی‌توانیم  $a$  را با  $b$  جمع کنیم؟

۲- در مستطیل زیر، طول را با  $a$  و عرض را با  $b$  نشان می‌دهیم.



طول و عرض دیگر را نیز با حروف نشان دهید.

محیط مستطیل را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

$$\text{محیط} = \dots + \dots + \dots + \dots = \dots + \dots$$

عبارت  $8b + 4c - 3b + 5c$  یک عبارت جبری است.  $5x + 9c$ ،  $3y$ ،

$2x + 4y - x$  نیز عبارت‌هایی جبری هستند. کدام یک از این عبارت‌ها را می‌توانیم ساده

کنیم؟



با ساده کردن عبارات، تساوی‌ها را مانند نمونه کامل کنید.

$$5 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} = 7 \times \frac{1}{4}$$

$$8 \times 0/5 - 2 \times 0/5 =$$

$$4 \text{ stars} + 3 \text{ stars} = \text{star}$$

$$5 \text{ flowers} - 3 \text{ flowers} = \text{flower}$$

$$2 \text{ leaves} + 3 \text{ leaves} = \text{leaf}$$

$$8 \text{ leaves} - 2 \text{ leaves} = 6 \text{ leaves}$$

$$2a + 3a =$$

$$8k - 3k =$$

$$k + 3k =$$

$$5l + 6l =$$

$$6c + 4c + c =$$

$$3b + b + 8b =$$

## کار در کلاس

تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$28 \times 5 \frac{2}{3} - 25 \times 5 \frac{2}{3} =$$

$$3 \times (-4) + 2 \times (-4) =$$

$$7 \text{ backpacks} + 2 \text{ backpacks} = \text{backpack}$$

$$7 \text{ wagons} - 3 \text{ wagons} = \text{wagon}$$

$$9d - 3d =$$

$$7d - 3d - d =$$

$$4m - 4m =$$

$$3e + 7e - 4e =$$

$$8k - 7k + 2k =$$

$$3g - 3g + 3g =$$



۱- کدام عبارت را می‌توان ساده کرد؟

$$x + 3x$$

$$2x + 3y$$

$$x + 2y + 5x$$

۲- چرا عبارت  $2a + 3b$  را نمی‌توانیم ساده کنیم؟  
 ۳- عبارت‌های زیر را در صورت امکان ساده کنید.

$$9 \text{ (brick)} + 10 \text{ (book)} + 4 \text{ (book)} - 5 \text{ (brick)} = \text{ (brick)} + \text{ (book)}$$

$$9e + 4d + 2e + 3d = \quad 10a + 5m - 2a + m =$$

$$5a + 2a + 9k - 3a = \quad 4l + 7k - 4k + 5 =$$

$$8g - 9 - 2g + 8 = \quad 14h + 5 - 4h - 6 =$$

در عبارت جبری  $3b - 2a + 5b + 4a - 3a$ ، هر کدام از  $3a$ ،  $5b$  و  $4a$  یک جمله است. دو جمله‌ی  $3a$  و  $4a$  متشابه‌اند. اما  $5b$  و  $4a$ ، جمله‌هایی متشابه نیستند.  $3b$  نیز جمله‌هایی متشابه‌اند ولی  $3a$  و  $3b$  متشابه نیستند.  
 برای ساده کردن عبارتی مانند  $8x + 5y + 4x - 2y$  فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آن‌ها را جمع یا تفریق می‌کنیم تا عبارت جبری ساده شود.

$$\begin{array}{l} 12x \\ \hline 8x + 5y + 4x - 2y = 12x + 3y \\ \hline 3y \end{array}$$

کاردرکلاس

۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$5r + 8s - 2r - 7s =$$

$$12a - 9a + 8b - 5b =$$

$$15x + 10y - 3x - 8y =$$

$$7k - 8a - 5k + 10a =$$

۲- به روش ساده کردن عبارت‌های زیر توجه کنید.

$$2a + 6a = (2 + 6) a = 8a$$

$$5a - 2a = (5 - 2) a = 3a$$

$$3a - 7a = (3 - 7) a = -4a$$

حالا عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$5a + 9a =$$

$$8d - 12d =$$

$$5a - 2b - 5a =$$

$$-7a - 3b + 2a - 4b =$$

$$-5a + 2b + 6a - 14b =$$

$$2a + 3a - 7a + 2b =$$



۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$9x + 2x$$

$$3k + 2k$$

$$4a + 8a$$

$$10l + 5l$$

$$7c + 5c$$

$$9d - 4d$$

$$13a - 7a$$

$$6c - 5c$$

$$8f - 8f$$

$$2a - 9a$$

$$3a - 7a$$

$$5x - 10x$$

۲- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$15a + 7d - 4a + 3d$$

$$3b + 10x + 9b - 7b - 7x$$

$$4a + 3k + 4k - 4a$$

$$8c + 3k + 5k - 8k$$

$$3d + 2e + 4d + 3e - 5d - 4e$$

$$7a + 2a + 12d - 3a + 3x - 2x$$

$$5f + 8f + 4 + 10f - 9$$

$$3a + 7 + 3a - 5a - 10$$

$$4b - 5 - 3b + 2$$

$$3x + 3 - 15 + 4x$$

۳- حمیده هر روز چند صفحه از کتاب داستانی را می‌خواند. اگر  $a$  تعداد صفحاتی باشد که در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند، با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه‌ی چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود:  $300$  تومان قیمت پایه و  $10$  تومان برای هر کارت. هزینه‌ی چاپ  $n$  کارت چه قدر می‌شود؟

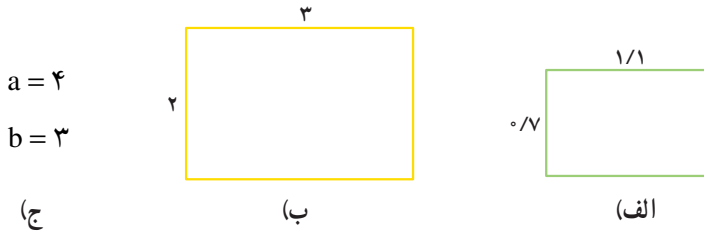
## مقدار عددی یک عبارت جبری



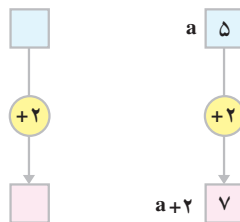
در مستطیل مقابل، طول را با  $a$  و عرض را با  $b$  نشان می‌دهیم. مساحت مستطیل را با  $S$  مشخص می‌کنیم؛ پس،  $S = a \times b$  است.



رابطه‌ی بالا برای همه‌ی مستطیل‌ها با طول و عرض‌های مختلف استفاده می‌شود. مساحت مستطیل‌های زیر را پیدا کنید.

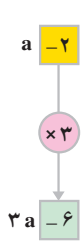
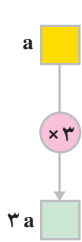


همان‌طور که گفتیم، یک عبارت جبری می‌تواند به تعداد بی‌شماری عبارت عددی تبدیل شود و این در صورتی است که به جای حروف آن عددها را قرار دهیم. در فعالیت بالا عبارت  $a \times b$  به  $3$  عبارت عددی تبدیل شده است. نمودار عبارت جبری  $a + 2$  را در شکل زیر می‌بینید.



اگر در این عبارت به جای  $a$  عدد  $5$  را قرار دهیم، حاصل  $7$  می‌شود.

$$5 + 2 = 7$$



در شکل مقابل، محاسبه‌ی مقدار عددی  $3a$  را به ازای  $a = 2$  مشاهده می‌کنید.

$$3 \times (-2) = -6$$

نمودار عبارت جبری  $3a$

## کاردرکلاس



۱- نمودار هر یک از عبارت‌های جبری  $a+5$ ،  $8b$  و  $x-3$  را رسم کنید.

۲- عبارت جبری نظیر هر نمودار را بنویسید.

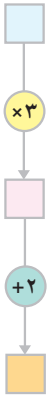


۳- مقدار عددی هر عبارت جبری را به ازای عددی داده شده حساب کنید.

$a$	$2$	$-5$	$3$
$a + 7$	$9$	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$

$b$	$4$	$-3$	$-2$
$6b$	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$

۱- نمودار مقابل کدام عبارت جبری را نشان می‌دهد؟  
مقدار عددی عبارت را به ازای عدد ۴ به دست آورید.



۲- مقدار عددی عبارت  $-2x + 3$  را به ازای  $x = 4$  پیدا کنید.

کار در کلاس 

۱- عبارت جبری نظیر هر نمودار را بنویسید.



۲- مقدار عددی هر عبارت جبری را به ازای عددهای داده شده حساب کنید.

$a$	$2$	$-2$	$3$
$4a + 1$	_____		

$a$	$3$	$0$	$-3$
$-3a + 4$	_____		



۱- نمودار هر یک از عبارات‌های جبری زیر را رسم کنید.

الف -  $7x$       ب -  $x+8$       پ -  $a+9$

ت -  $5a+3$       ث -  $3a+4$       ج -  $-5b+4$

۲- مقدار عددی هر یک از عبارات‌های جبری را به ازای عددهای داده شده حساب کنید

(مانند تمرین ۲ کار در کلاس بالا، برای هر یک جدولی تشکیل دهید.)

الف -  $4x$       ؛ به ازای  $x$  مساوی با ۳، ۰، -۲ و -۵

ب -  $a+10$       ؛ به ازای  $a$  مساوی با -۱، ۲، ۸ و ۰

پ -  $3a+7$       ؛ به ازای  $a$  مساوی با -۲، -۱، ۰ و ۱

ت -  $-3a+10$       ؛ به ازای  $a$  مساوی با -۲، -۱، ۰ و ۱

ث -  $-a+2$       ؛ به ازای  $a$  مساوی با ۱، ۲، ۳ و ۴

ج -  $7a-3$       ؛ به ازای  $a$  مساوی با ۰، ۳، -۳ و ۲

۳- اگر  $x=2$  باشد، مقدار  $\frac{4x+7}{3x-7}$  را پیدا کنید.

۴- اگر  $a=3$  باشد، مقدار  $a \times a$  چه قدر است؟

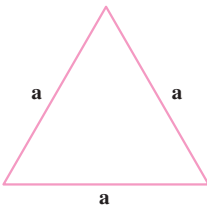
۵- هزینه‌ی ورودی (قیمت ثابت) یک اردوگاه برای مدارس ۲۰۰۰۰ تومان و برای هر نفر

۱۰۰ تومان است. هزینه‌ی این اردوگاه برای  $a$  نفر را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

مدرسه‌ای با ۱۵۰ دانش‌آموز برای استفاده از اردوگاه چه قدر باید هزینه کند؟



مفهوم معادله



- ۱- محیط مثلث متساوی الاضلاع را با P نشان دهید و یک تساوی جبری بنویسید.
- ۲- اگر محیط مثلث ۱۲ سانتی متر باشد، اندازه‌ی ضلع آن را پیدا کنید.

در فعالیت بالا، شما برای پیدا کردن اندازه‌ی ضلع مثلث متساوی الاضلاع، معادله‌ی  $3a = 12$  را حل کردید. جواب معادله عددی است که تساوی جبری بالا را به یک تساوی درست تبدیل می‌کند.

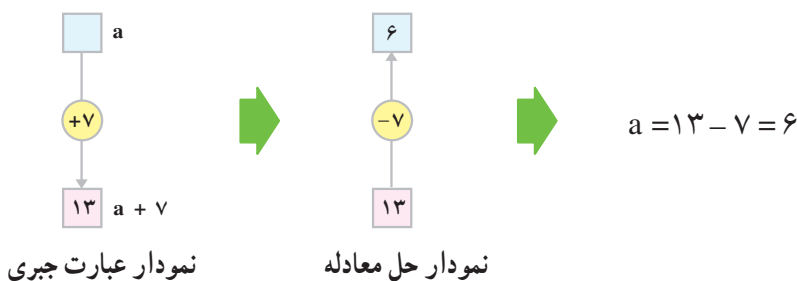


- الف) ۱- جواب معادله‌ی مقابل را حدس بزنید.  $3x - 7 = 1$   
 هر عددی را که به جای x حدس زده‌اید، در تساوی قرار دهید و مقدار آن را پیدا کنید. آیا تساوی برقرار می‌شود؟
- ۲- آیا  $x = 3$  جواب معادله‌ی بالاست؟ چرا؟
- ب) ۱- جواب معادله‌ی مقابل را حدس بزنید.  $7x - 3 = 13$   
 ۲- آیا پاسخ را به راحتی توانستید حدس بزنید؟
- ۳- آیا حدس زدن راه حل مناسبی برای پیدا کردن جواب هر معادله (حل معادله) است؟ چرا؟ در این باره در کلاس گفت‌وگو کنید.

همان طور که در فعالیت صفحه‌ی قبل دیدید، برای حل معادله یا پیدا کردن جواب آن باید به دنبال یک روش یا یک راه حل باشیم.

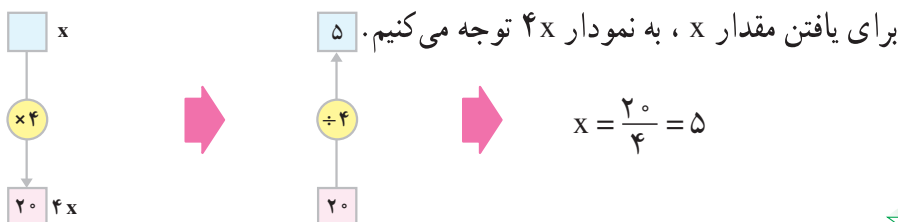
## روش حل معادله

عبارت جبری  $a + 7$  را در نظر بگیرید. به ازای چه مقدار  $a$ ، مقدار عددی  $a + 7$  مساوی ۱۳ می‌شود؟ یعنی،  $a$  چه عددی باشد تا تساوی  $a + 7 = 13$  درست باشد؟ با توجه به نمودار  $a + 7$ ، ملاحظه می‌کنیم که  $a = 13 - 7 = 6$



با مقایسه‌ی معادله‌ی  $a + 7 = 13$  و نحوه‌ی پیدا کردن جواب  $a = 13 - 7$  چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  
با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، معادله‌ی مقابل را حل کنید.  $x - 7 = 13$

به ازای چه مقدار  $x$ ، مقدار عددی  $4x$  مساوی ۲۰ می‌شود؟ یعنی  $x$  چه عددی باشد تا تساوی  $4x = 20$  برقرار بماند؟



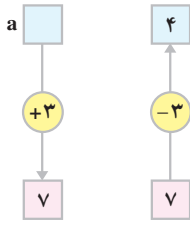

با مقایسه‌ی معادله‌ی  $4x = 20$  و روش حل آن  $x = \frac{20}{4}$ ، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟  
با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، معادله‌ی مقابل را حل کنید.  $-2x = 10$

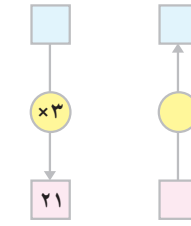

هر تساوی به صورت  $a + 7 = 13$  یا  $4x = 20$  یک معادله است. منظور از حلّ یک معادله، یافتن مقداری برابر  $a$  یا  $x$  یا هر مجهول دیگری است که به ازای آن، تساوی می‌تواند برقرار باشد.

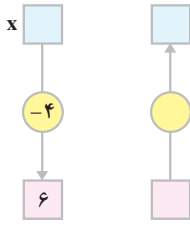

### کار در کلاس

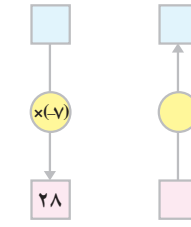

۱- در هر قسمت، ابتدا نمودارها را کامل کنید و سپس عملیات حل معادله را

بنویسید.

		$a + 3 = 7$ $a = 7 - 3$ $= 4$
---	---	-------------------------------------

		$3a = 21$ <hr/> <hr/>
---	---	-----------------------------

		$x - 4 = 6$ <hr/> <hr/>
---	---	-------------------------------

		$-7x = 28$ <hr/> <hr/>
---	---	------------------------------

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$3x = 15 \quad x = \frac{15}{3} = 5$$

$$x + 5 = 2$$

$$x - 3 = 4$$

$$2x = 2$$

$$3x = 12$$

$$x + 4 = \frac{2}{3}$$

$$4x = 16$$

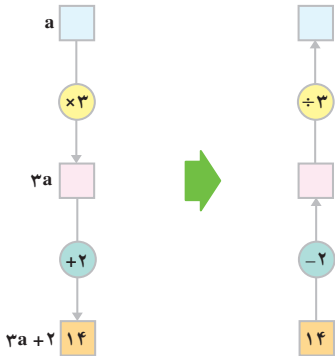
$$6x = 8$$

$$6x = 9$$

$$x - \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$$



معادله‌ی  $3a + 2 = 14$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم این معادله را حل کنیم؛ یعنی، بینیم به ازای چه مقدار  $a$ ، مقدار عددی  $3a + 2$  مساوی ۱۴ می‌شود. با استفاده از نمودار  $3a + 2$ ، معادله را حل کنید.

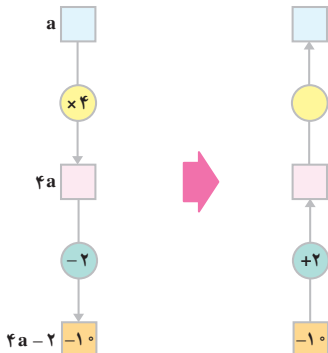


$$3a + 2 = 14$$

$$3a = 14 - 2 =$$

$$a = \frac{\quad}{3} =$$

به عنوان مثالی دیگر، به حل معادله‌ی  $4a - 2 = 10$  بپردازید.



$$4a - 2 = 10$$

$$4a =$$

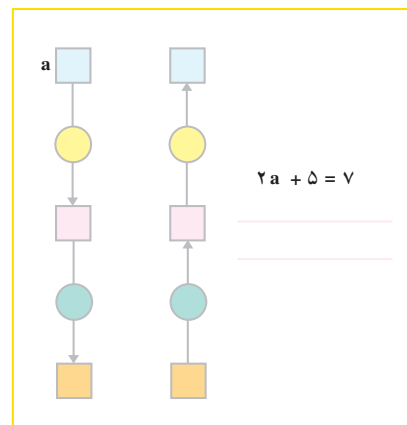
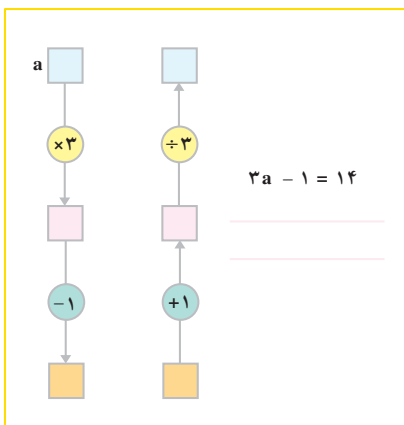
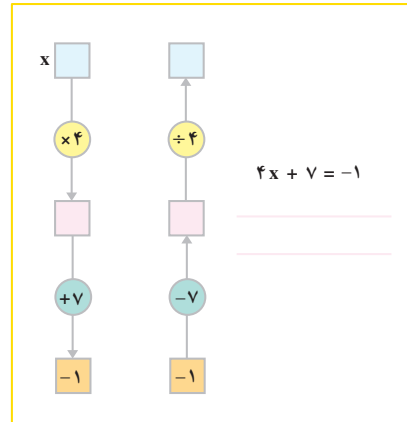
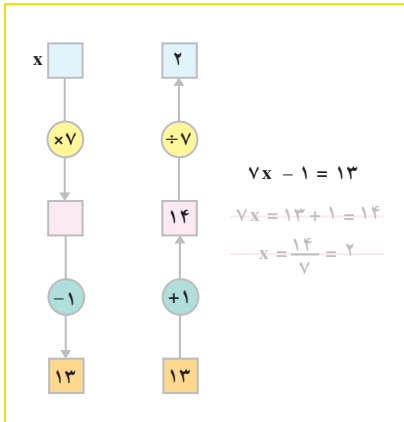
$$a =$$

با توجه به دو مثال صفحه‌ی قبل، روش حل معادله‌هایی مانند معادله‌های بالا را توضیح دهید. با استفاده از این روش، معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$-3x + 4 = 2$$

## کاردرکلاس

۱- در هر قسمت، ابتدا نمودارها را کامل کنید و سپس عملیات حل معادله را بنویسید.



۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$4x - 6 = 6$$

$$7b + 3 = 18$$

$$3a + \frac{2}{5} = 1$$

$$4x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

۳- آیا ۲- جواب معادله‌ی  $3x - 7 = 4x - 5$  است؟ چرا؟



تبدیل کردن یک مسئله به عبارت جبری یا معادله، از جمله راهبردهایی است که در حل مسئله‌ها کاربرد زیادی دارد. یکی از راه‌های مدل‌سازی پدیده‌ها و مسائل، استفاده از عبارتهای جبری و معادله‌هاست.

۱- احمد ۳۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چه قدر بوده است؟

**فهمیدن مسئله:** - اطلاعاتی که مسئله به شما داده است، کدام اند؟  
- خواسته‌ی مسئله (مجهول) چیست؟

**انتخاب راهبرد:** اگر بتوانیم جمله‌های مسئله را به یک معادله‌ی جبری تبدیل کنیم، با حل معادله و پیدا کردن مجهول، مسئله حل می‌شود.

**حل مسئله:** ابتدا مجهول موردنظر را با حرف  $x$  (یا هر حرف دیگری) مشخص می‌کنیم.  
قیمت هر دفتر :  $x$

سپس، جمله‌های مسئله را به عبارتهای جبری تبدیل می‌کنیم :

$$4 \times x : \text{احمد } 4 \text{ دفتر خرید}$$

$$4x + 200 : 200 \text{ تومان برایش باقی ماند}$$

$$4x + 200 = 3000 : \text{احمد } 3000 \text{ تومان پول داشت}$$

معادله را حل کنید تا مجهول مسئله ( $x$ ) یا قیمت هر دفتر پیدا شود.

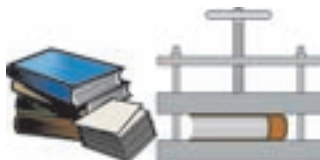
**بازگشت به عقب:** - آیا معادله را درست حل کرده‌اید؟

- با توجه به جوابی که به دست آورده‌اید، مسئله را بررسی کنید.

- آیا قیمت ۴ دفتر و باقی‌مانده‌ی پول برابر پول احمد است؟



## تشکیل معادله



۲- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟

**فهمیدن مسئله:** جمله‌هایی را که اطلاعات در آن‌ها آمده است، مشخص کنید.

– جمله‌هایی را که خواسته‌ی مسئله در آن‌ها آمده است، مشخص کنید.

**انتخاب راهبرد:** اگر برای مسئله یک معادله تشکیل دهیم، می‌توانیم مجهول مسئله را پیدا کنیم.

**حل مسئله:** ابتدا باید مجهول مسئله را مشخص و تعریف کنیم.

تعداد کتاب‌هایی که بهمن صحافی کرده است:  $x$

مجهول دوم – یعنی تعداد کتاب‌های احمد – را براساس مجهول اول تعیین می‌کنیم.

تعداد کتاب‌هایی که احمد صحافی کرده است:

$$x + 6 \Rightarrow \text{احمد } 6 \text{ جلد کتاب بیش‌تر از بهمن صحافی کرده است.}$$

جمله‌های مسئله را به معادله تبدیل می‌کنیم:

$$x + (x + 6) = 36 : \text{احمد و بهمن } 36 \text{ جلد کتاب را صحافی کرده‌اند.}$$

اکنون معادله را حل کنید. بعد از پیدا کردن  $x$ ، پاسخ مسئله – یعنی تعداد کتاب‌هایی را که هر کدام صحافی کرده‌اند – پیدا کنید.

**بازگشت به عقب:** – بهمن چند کتاب را صحافی کرده است؟ بر این اساس، احمد چند

کتاب را صحافی کرده است؟

– آیا مجموع این دو عدد ۳۶ می‌شود؟

بعد از حل معادله (حل ریاضی معادله)، باید پاسخ را در محدوده‌ی واقعی مسئله تفسیر کنید.

آیا پاسخی که از حل ریاضی یک معادله به‌دست آورده‌اید، برای مسئله‌ی اصلی و واقعی

جواب منطقی و مناسبی است؟





۱- هریک از معادله‌های زیر را با رسم نمودار حل کنید.

$$9a - 8 = 26$$

$$3b + 10 = 2$$

۲- هریک از معادله‌های زیر را حل کنید.

$$5x = 10$$

$$3x - 7 = 13$$

$$\frac{1}{2}x = 4$$

$$15x - 10 = 20$$

$$4x + 5 = 11$$

$$x + 2 = 1$$

$$x + 4 = 5$$

$$3x = 8$$

$$x + \frac{1}{2} = 4$$

$$7x - 2 = 19$$

$$6x + 6 = 12$$

۳- آیا  $x = 2$  جواب معادله‌ی  $\frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6}$  است؟ چرا؟

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



۱- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۲- محسن برای خرید ۸ مداد، ۴۰۰ تومان به فروشنده داد و ۸۰ تومان پس گرفت. قیمت هر مداد چند تومان بوده است؟

۳- از یک توپ پارچه‌ی ۳۰ متری، ۱۲ دست کت و شلوار پسرانه دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۴- مریم ۱۰۰ عدد نهال بنفشه خرید. آن‌ها را در باغچه کاشت و ۴ عدد اضافه آمد. اگر مساحت باغچه ۶ متر مربع باشد، مریم به طور متوسط در هر متر مربع چند نهال کاشته است؟

## سرگرمی و ریاضی



### خوارزمی



ابوعبدالله محمدبن موسی خوارزمی در حدود سال ۱۳۵ هجری قمری در شهر خوارزم (که امروز خیوه نامیده می‌شود) متولد شد. وی یکی از مفاخر علمی ایران و جهان و از بزرگ‌ترین دانشمندان مسلمان در قرن‌های گذشته است. یکی از آثار خوارزمی کتاب جبر و مقابله است. این

کتاب نخستین کتابی است که نام جبر را بر خود دارد و نام جبر به‌عنوان بخشی از ریاضی، از نام این کتاب گرفته شده است. از این نظر، خوارزمی را می‌توان یکی از بنیان‌گذاران علم جبر دانست. امروز جبر به شاخه‌ای مهم از ریاضی گفته می‌شود. کتاب حساب خوارزمی در قرن دوازدهم هجری به زبان‌های اروپایی ترجمه شد و به «الخوریسمی» یا «الگوریسمی» که از نام «الخوارزمی» گرفته شده بود، شهرت یافت. بعدها الگوریسم یا الگوریتم (Algorithm) به معنای



فن محاسبه (یعنی حساب) به کار رفت. امروزه الگوریتم به روشی از محاسبه گفته می‌شود که در آن محاسبه مرحله به مرحله انجام می‌گیرد و محاسبه‌ی هر مرحله به مراحل قبلی بستگی دارد.

در کتاب‌های ریاضی راهنمایی نمونه‌هایی از محاسبه به روش الگوریتم را مشاهده می‌کنید؛ محاسبه‌ی به دست آوردن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه دو عدد به روش نردبانی نمونه‌ای از روش الگوریتمی است.

خوارزمی در کتاب جبر و مقابله‌ی خود برای اعداد علامت‌دار اصطلاحاتی به کار برده مثلاً  $-5$  را «پنج ناقص» و  $+5$  را «پنج زاید» خوانده است. با این که در زمان خوارزمی کاربرد حروف متداول نبوده ولی او در حل معادله‌های جبری مجهول را «شیء» و مجذور مجهول را «مال» نامیده است.

به بخشی از کتاب جبر و مقابله اثر خوارزمی توجه کنید.

«اگر بگویند ده منهای شیء ضرب در ده به اضافه‌ی شیء پاسخ آن چنین است: ده ضرب در ده می‌شود صد، منهای شیء ضرب در ده می‌شود ده شیء ناقص و شیء ضرب در ده می‌شود ده شیء زاید و منهای شیء ضرب در شیء می‌شود مال ناقص. پس حاصل ضرب می‌شود صد درهم منهای مال».

در این جا آن‌چه را خوارزمی به صورت بالا بیان کرده است، به زبان و شیوه‌ی خط امروز بیان می‌کنیم: اگر مجهول را  $x$  بگیریم (با قرارداد خوارزمی شیء  $= x$  و مال  $= x^2$ )، برای محاسبه‌ی حاصل  $(10 + x)(10 - x)$  می‌نویسیم:

$$(10 - x)(10 + x) = 100 - 10x + 10x - x^2 = 100 - x^2$$

## سرگرمی و ریاضی

رضا: بهزاد، چند تومان پول داری؟

بهزاد: اگر ۶ تومان از خواهرم بگیرم، پول من با پول خواهرم مساوی می‌شود.

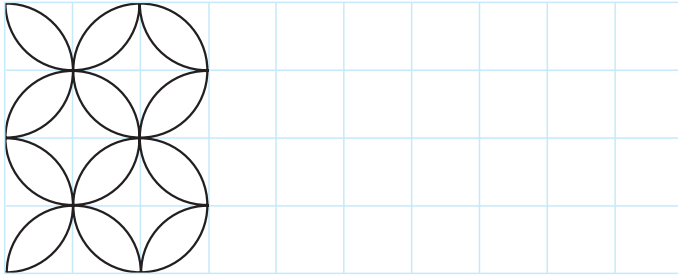
رضا: خوب، خواهرت چند تومان پول دارد؟

بهزاد: اگر ۶ تومان به او بدهم، پولش دو برابر پول من می‌شود.

رضا کمی فکر کرد و گفت: فهمیدم ۳۰ تومان پول داری.

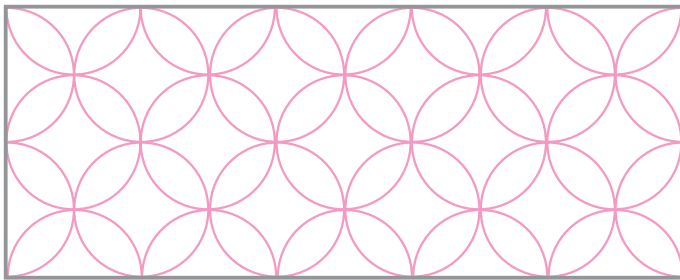
اکنون شما بگویید رضا چگونه فهمید که بهزاد چند تومان پول دارد.

الف - بقیه‌ی رسم را مانند نمونه‌ی انجام شده بکشید. مرکز و شعاع دایره‌ها را پیدا کنید.



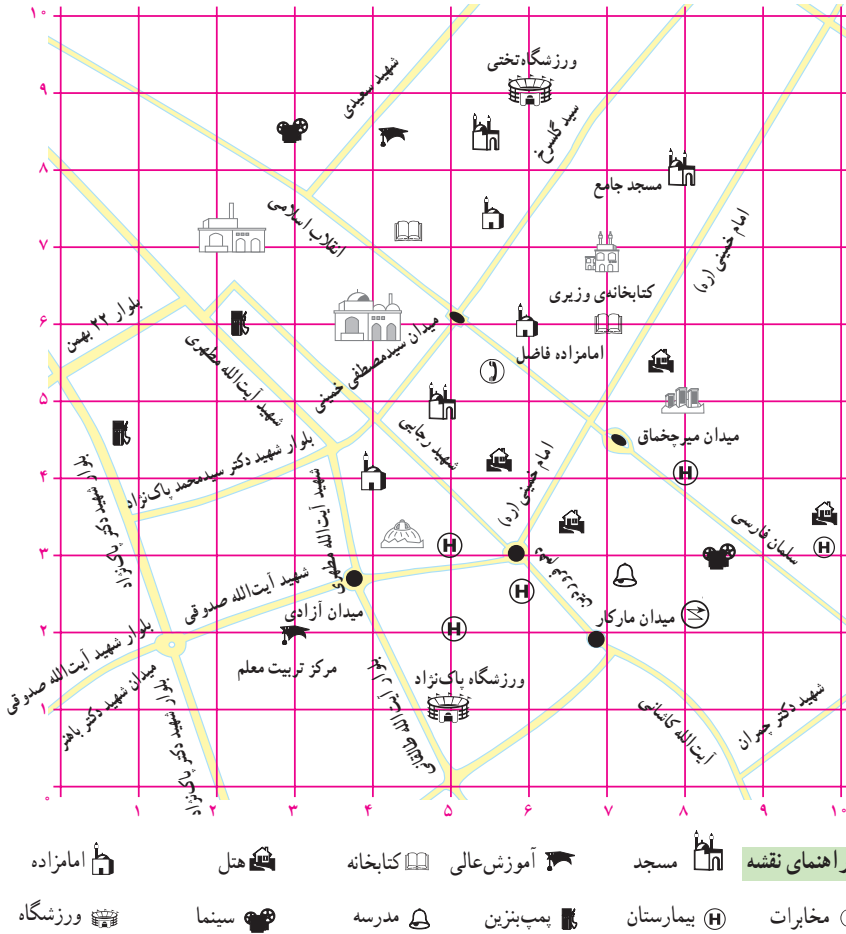
ب -

- ۱- کادر مستطیلی به ابعاد  $۸ \times ۲۰$  سانتی‌متر را در وسط کاغذ سفید رسم کنید.
  - ۲- مستطیل را با مربع‌های  $۲ \times ۲$  سانتی‌متری شطرنجی کنید.
  - ۳- با توجه به قسمت الف، رسم را بکشید.
  - ۴- خطوط اضافی را پاک کنید تا شکل زیر به دست آید.
- ب - شکل نهایی



- ت - در این رسم، دقت در کشیدن دایره‌ها و نیم‌دایره‌ها، به طوری که دقیقاً در یک نقطه به هم مماس شوند، رسم را بسیار زیبا می‌کند.
- برای این که ضخامت همه‌ی دایره‌ها یکسان باشد، چه فکری کرده‌اید؟





۱- در نقشه‌ی بالا مختصات ورزشگاه تختی چیست؟

۲- جایی که مختصات آن  $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$  است، چه نام دارد؟

۳- مختصات چه بنایی  $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۶ \end{bmatrix}$  است؟

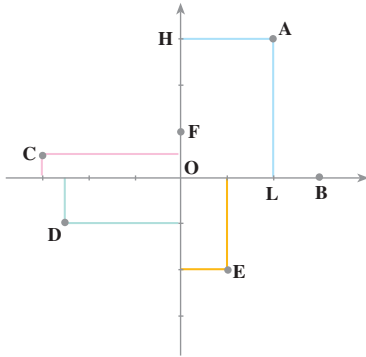
۴- مختصات مسجد جامع یزد چیست؟

۵- کتابخانه‌ی وزیری در کدام نقطه واقع شده است؟



طول جغرافیایی هر نقطه با نصف النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی هر نقطه با مدار مربوط به آن مشخص می‌شود. نصف النهارها و مدارها را می‌توانید روی یک نقشه یا یک کره‌ی جغرافیایی ببینید.

در نقشه‌ی بالا، مدارها خط‌های افقی و نصف النهارها خط‌های قائم هستند. طرابلس تقریباً روی نصف النهار ۱۴ درجه و مدار ۳۳ درجه قرار دارد؛ بنابراین، طول جغرافیایی طرابلس ۱۴ درجه و عرض جغرافیایی آن ۳۳ درجه است.



برای مشخص کردن نقاط صفحه می‌توانیم با انتخاب دو محور عمود برهم، برای هر نقطه یک مختصات به دست آوریم. نقطه‌ی O محل تلاقی این دو محور، مبدأ مختصات است.

محور افقی، محور طول یا محور x و محور عمودی، محور عرض یا محور y نامیده می‌شود.

برای به دست آوردن مختصات نقطه‌ای از

صفحه (مثلاً A) از آن نقطه دو خط به موازات محورهای مختصات رسم می‌کنیم تا محورها را در دو نقطه‌ی L و H قطع کنند.

روی محور طول، L نقطه‌ی نمایش +2 است. +2 طول نقطه‌ی A است.

روی محور عرض، H نقطه‌ی نمایش +3 است. +3 عرض نقطه‌ی A است.

بنابراین، مختصات A،  $\begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$  است:  $A = \begin{bmatrix} +2 \\ +3 \end{bmatrix}$ .

## کار در کلاس

۱- با توجه به شکل بالا، جدول زیر را کامل کنید.

	F	E	D	C	B	
طول x						
عرض y						
مختصات						$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

۲- در یک صفحه، دو محور عمود برهم بکشید و هریک از نقطه‌هایی را که

مختصات آن داده شده است، مشخص کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

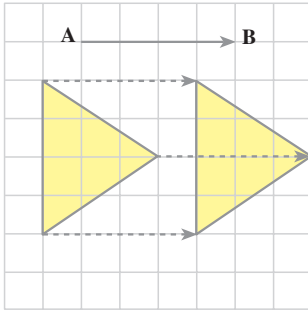
$$F = \begin{bmatrix} 1/5 \\ -2/5 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 6/2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

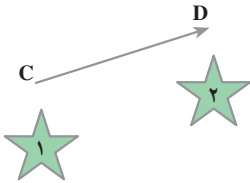
$$H = \begin{bmatrix} -3/7 \\ -2 \end{bmatrix}$$



## بردار انتقال



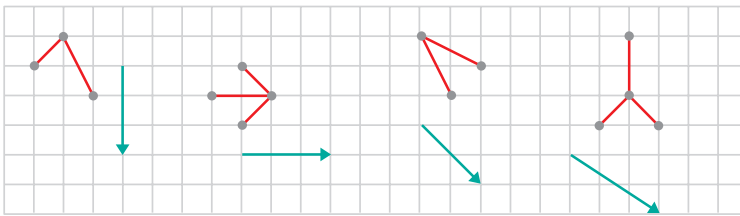
در شکل مقابل، مثلث سمت چپ به سمت راست تغییر مکان یافته است. این تغییر مکان یک انتقال است. به بردار  $\vec{AB}$  که این انتقال را مشخص می‌کند، بردار انتقال می‌گویند.



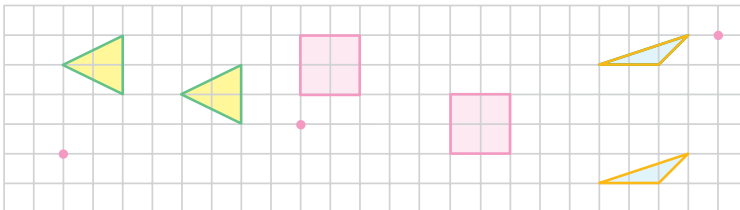
در این شکل، اگر ستاره‌ی ۱ با بردار انتقال  $\vec{CD}$  انتقال داده شود، بر ستاره‌ی ۲ منطبق می‌گردد.



۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوط انتقال دهید.

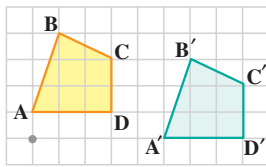
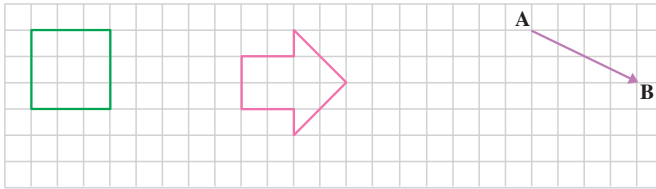


۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه‌ی قرمز کنار آن رسم کنید.





۱- شکل‌های زیر را با بردار انتقال  $\vec{AB}$  انتقال دهید.



۲- در شکل مقابل، چهارضلعی ABCD انتقال داده شده و چهارضلعی  $A'B'C'D'$  به دست آمده است. بردار انتقال را رسم کنید.



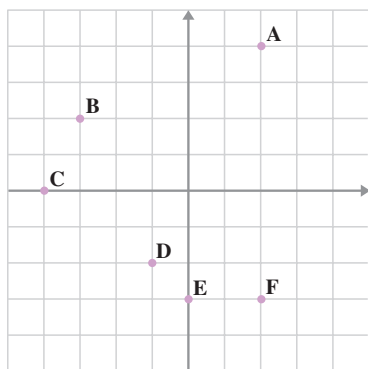
۱- در شکل مقابل نقطه‌ی ۱ را با بردار  $\vec{AB}$  انتقال دهید و نقطه‌ی به دست آمده را ۲ بنامید. حالا نقطه‌ی ۲ را با بردار  $\vec{BC}$  انتقال دهید تا نقطه‌ی ۳ به دست آید. نقطه‌ی ۳ با چه انتقالی از نقطه‌ی ۱ به دست می‌آید؟

۲- در شکل مقابل، ابتدا نقطه‌ی ۱ را با بردار  $\vec{AB}$  و سپس، نقطه‌ی به دست آمده را با بردار  $\vec{CD}$  انتقال دهید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۱- با استفاده از نقشه‌ی آفریقا در چند صفحه‌ی پیش، طول و عرض شهرهای زیر را پیدا کنید.  
کامپالا، الجزیره، لوآندا، العیون، آدیس‌آبابا، موگادیشو

۲- با استفاده از یک نقشه‌ی آسیا، طول و عرض جغرافیایی تهران، دهلی و دمشق را پیدا کنید.



۳- با استفاده از شکل مقابل، مختصات نقاط A، B، C، D، E و F را پیدا کنید. پاسخ را به صورت  $A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$  بنویسید.

۴- نقاط  $A' = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$  ،  $B' = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

$C' = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  ،  $D' = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  را در شکل مقابل مشخص

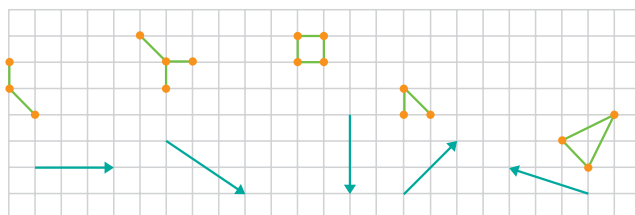
کنید.

۵- نقطه‌ی  $A'$  با چه انتقالی از نقطه‌ی A به دست می‌آید؟ بردار انتقال  $\vec{AA'}$  را رسم کنید. انتقال یافته‌ی نقاط B، C و D با این بردار انتقال، کدام نقاطند؟

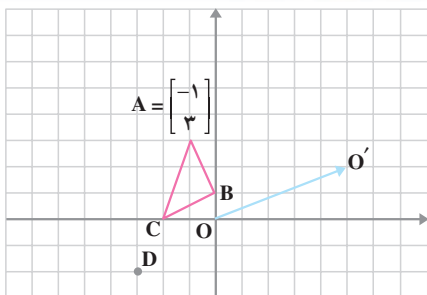
۶- نقاط E و F را با بردار انتقال  $\vec{AA'}$  از تمرین قبل انتقال دهید و نقاط به دست آمده را  $E'$  و  $F'$  بنامید. مختصات نقاط  $E'$  و  $F'$  را پیدا کنید.

۷- مختصات نقاط A، B، C و D را به ترتیب با مختصات نقاط  $A'$ ،  $B'$ ،  $C'$  و  $D'$  مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۸- هر شکل را با بردار انتقال مربوط انتقال دهید.



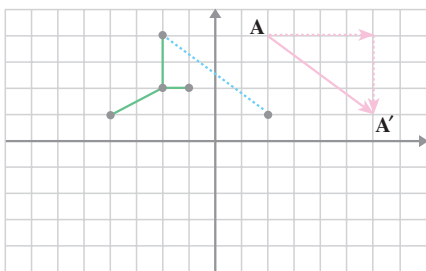
## مختصات بردار انتقال



در شکل مقابل با بردار  $\vec{OO}'$   
 مثلث  $ABC$  را به مثلث  $A'B'C'$   
 انتقال دهید. مختصات تمام نقاط را  
 در کنار آن‌ها بنویسید.

در این انتقال، هر نقطه ۵ واحد در جهت مثبت محور طول و ۲ واحد در جهت مثبت محور عرض انتقال می‌یابد؛ بنابراین، بردار انتقال  $\vec{OO}'$  را می‌توانیم با مختصات  $\begin{bmatrix} +5 \\ +2 \end{bmatrix}$  مشخص کنیم.

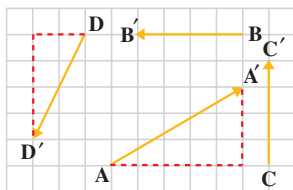
$$\vec{OO}' = \begin{bmatrix} +5 \\ +2 \end{bmatrix}$$



شکل مقابل را با بردار انتقال  
 $\vec{AA}'$  منتقل کنید و مختصات بردار را  
 بنویسید.

$$\vec{AA}' =$$

## کار در کلاس



با استفاده از شکل مقابل، تساوی‌های زیر را  
 کامل کنید.

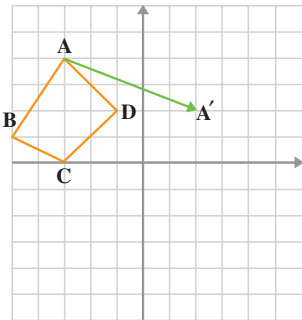
$$\vec{AA}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\vec{BB}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\vec{CC}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\vec{DD}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$





۱- با استفاده از شکل مقابل، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

الف - چهارضلعی ABCD را با بردار انتقال  $\vec{AA}'$  انتقال دهید و چهارضلعی به دست آمده را  $A'B'C'D'$  بنامید.

ب - مختصات بردار انتقال را بنویسید.

$$\vec{AA}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

پ - با توجه به مختصات بردار انتقال، تساوی‌های زیر را کامل کنید. سپس، نتیجه را با شکل تطبیق دهید.

$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, D' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

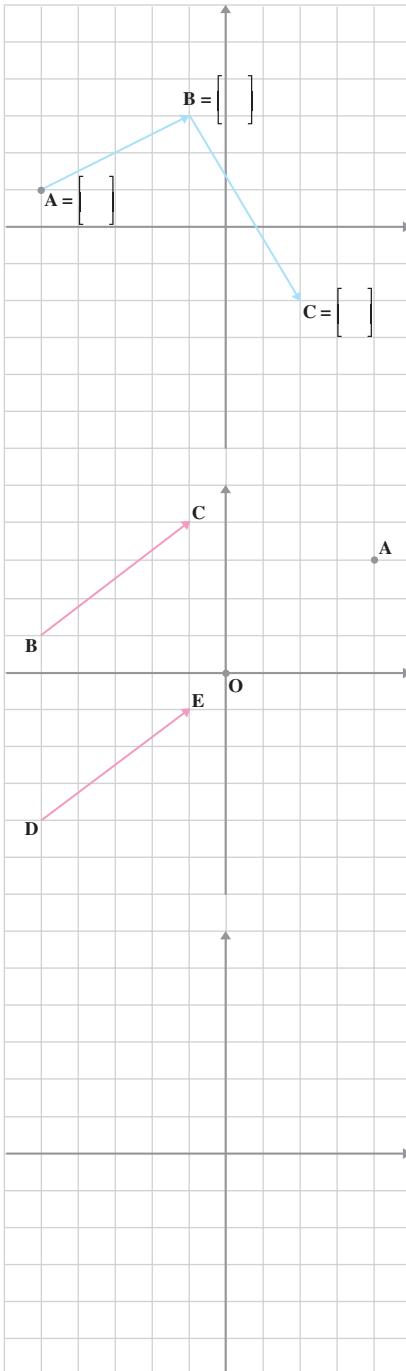
ت - چگونه می‌توان مختصات  $A'$ ،  $B'$ ،  $C'$  و  $D'$  را از مختصات  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  پیدا کرد؟

۲- با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، مختصات مثلث‌های انتقال یافته را پیدا کنید.

$$\begin{array}{l} \text{بردار انتقال} \\ \left. \begin{array}{l} A = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \\ C = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} \\ \rightarrow \end{array} \left. \begin{array}{l} A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \\ B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \\ C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\} \text{الف}$$

بردار انتقال

$$\left\{ \begin{array}{l} D \\ \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} E \\ \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} F \\ \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix} \\ \rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} D' \\ \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} E' \\ \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} F' \\ \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\} \text{ب -}$$



۱- در شکل مقابل، ابتدا مختصات نقاط A، B و C را حساب کنید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

سپس، مختصات بردارهای  $\vec{AC}$ ،  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$  را به دست آورید.

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \vec{BC} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \vec{AC} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

۲- در شکل مقابل، نقطه‌ی  $O = \begin{bmatrix} \circ \\ \circ \end{bmatrix}$

با بردار  $\vec{OA}$  به نقطه‌ی A انتقال داده می‌شود. مختصات نقطه‌ی A و بردار  $\vec{OA}$  را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad \vec{OA} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

مختصات بردارهای  $\vec{BC}$  و  $\vec{DE}$  را به دست آورید.

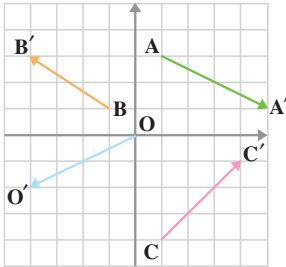
$$\vec{BC} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad \vec{DE} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

۳- مختصات نقطه‌ی A چنین است:

$$A = \begin{bmatrix} -3 \\ +5 \end{bmatrix}$$

این نقطه را با بردار  $\vec{AB} = \begin{bmatrix} +7 \\ -4 \end{bmatrix}$  به نقطه‌ی

B انتقال داده‌ایم. مختصات B را با استفاده از شکل بنویسید. مختصات نقطه‌ی B را بدون شکل و با استفاده از مختصات نقاط A و بردار انتقال پیدا کنید. جواب‌ها را با هم مقایسه کنید.



۱- با استفاده از شکل مقابل، مختصات هر یک از بردارها

را پیدا کنید و تساوی‌هایی به صورت  $\vec{AA'} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$  بنویسید.

۲- نمودار زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} \left[ \quad \right]$$

۳- نمودار زیر را کامل کنید. معنای این نمودار چیست؟

$$\left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \right\} \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}} \left\{ \quad \right\}$$

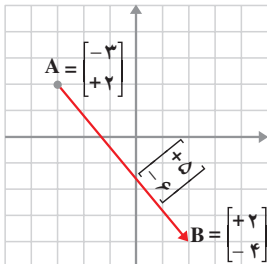
## جمع متناظر با بردار

در جمع عددهای صحیح دیدید که

$$(-3) + (+5) = (+2)$$



در جمع بردارها نیز تقریباً مثل جمع اعداد صحیح عمل می‌شود.



از نقطه‌ی به مختصات  $\begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix}$  با بردار انتقال به مختصات

$\begin{bmatrix} +5 \\ -6 \end{bmatrix}$  به نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} +2 \\ -4 \end{bmatrix}$  می‌رسیم؛ بنابراین، می‌توانیم جمعی

نظیر جمع بالا را بنویسیم.

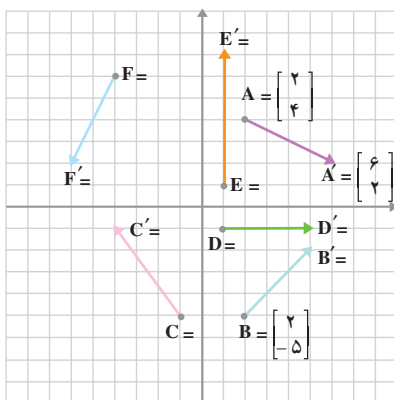
$$\begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +5 \\ -6 \end{bmatrix}$$

همان طور که می بینید، برای محاسبه‌ی حاصل جمع، طول‌ها را با هم و عرض‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} A \\ -3 \\ +2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{AB} \\ +5 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ +2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

در واقع، نقطه‌ی A با بردار انتقال AB به نقطه‌ی B منتقل شده است.

## کاردرکلاس



۱- در شکل مقابل، مختصات نقاط بردارها را پیدا کنید. سپس، متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.

۲- حاصل جمع‌های زیر را بنویسید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -7 \\ +8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

۳- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ 0 \end{bmatrix}$$





حدس زدن جواب و آزمایش آن در شرایط مسئله می تواند به حل مسئله منجر شود. به شرط این که حدس های بعدی براساس منطق و دلیل و با بررسی اطلاعات، خواسته و شرایط مسئله باشند.

۱- معادله  $x^2 - 3x = 18$  را حل کنید.

**فهمیدن مسئله:** آیا با استفاده از روشی که برای حل مسئله یاد گرفته اید، می توانید این معادله را حل کنید؟

**انتخاب راهبرد:** جواب معادله یعنی عددی که اگر آن را در معادله به جای  $x$  قرار دهیم، دو طرف تساوی یک عدد به دست آید. چون روش حل معادله ای بالا را نمی دانیم، می توانیم جواب را حدس بزنیم.

**حل مسئله:** برای مشخص کردن حدس ها از یک جدول استفاده می کنیم. پس از حدس زدن و محاسبه عبارت  $x^2 - 3x$  و مقایسه ای آن با عدد ۱۸، حدس بعدی را مطرح می کنیم.

حدس	$x^2 - 3x$	بررسی
۰	۰	خیلی کم است
۴	$16 - 12 = 4$	کم است
۵	$25 - 15 = 10$	کم است
۶	$36 - 18 = 18$	درست است

این معادله پاسخ دیگری هم دارد که عددی صحیح و منفی است. به همین روش، پاسخ دیگر را پیدا کنید.

**بازگشت به عقب:** چگونه می توانید مطمئن شوید که پاسخ دیگری برای این معادله پیدا نمی شود؟



## حدس و آزمایش

۲- سارا می‌خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آن‌ها یک مداد ۱۵۰ تومانی بخرد، ۲۰۰ تومان زیاد می‌آورد و اگر مداد ۱۷۵ تومانی بخرد، ۱۰۰ تومان کم می‌آورد. دوستانش چند نفرند؟

**فهمیدن مسئله:** - خود را به جای سارا بگذارید. سعی کنید مسئله را در عمل اجرا کنید. - خواسته‌ی مسئله چیست؟

**انتخاب راهبرد:** - این مسئله را با تشکیل یک معادله می‌توان حل کرد اما در این جا آن را با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش حل می‌کنیم.

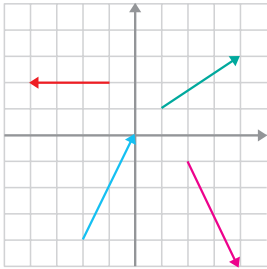
**حل مسئله:** - حدس را در یک جدول می‌نویسیم تا امکان بررسی آن‌ها بیشتر فراهم شود. پس از بررسی‌های دیگر، به‌طور منطقی و هدایت شده جواب را انتخاب می‌کنیم. چون مقدار پول سارا یک عدد مشخص است، در دو حالت باید به یک جواب برسیم. پس، زمانی که اختلاف دو حالت صفر شود، جواب مسئله را یافته‌ایم.

اختلاف	تعداد دوستان $\times 175 - 100$	تعداد دوستان $\times 150 + 200$	تعداد دوستان
۵۰	۱۶۵۰	۱۷۰۰	۱۰
۲۰۰	۲۲۵۰	۲۴۵۰	۱۵
۱۵۰	۹۵۰	۱۱۰۰	۶

بقیه‌ی جدول را کامل کنید تا جواب درست به دست آید.

**بازگشت به عقب:** - یک بار دیگر جواب را در شرایط مسئله امتحان کنید. - آیا جواب به دست آمده منطقی است؟

حدس و آزمایش نیز مرحله‌ی کاملاً قابل قبول برای بعضی از مسئله‌ها است؛ به شرط این که بتوانید فرایند و مراحل تفکر، حدس‌ها و بررسی‌های خود را به نحوی مشخص کنید. توضیح شفاهی، نوشتن توضیحات و دلایل، کشیدن جدول و روش‌های دیگر در این کار به شما کمک می‌کند.



۱- مختصات هر یک از بردارهای مقابل را پیدا کنید و متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.

۲- حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -6 \end{bmatrix}$$

- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

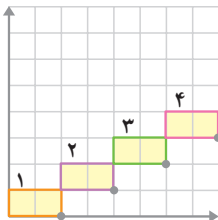
حل مسئله



۱- در یک بازی با صفحه‌ی شطرنجی، سعید مهره‌ی خود را از خانه‌ای به مختصات  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم، او مهره‌ی خود را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم‌اکنون، مهره‌ی سعید روی کدام خانه است؟

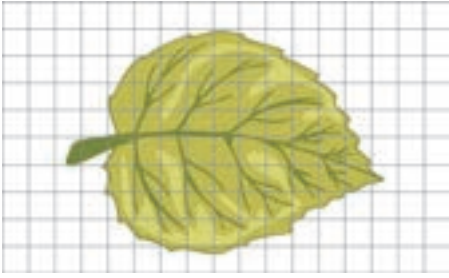
۲- زهرا از خواهرش، مریم، ۵ سال کوچک‌تر است. در سال ۱۳۷۰ مجموع سن آن‌ها ۳۵ سال بود. سال تولد هر یک را حساب کنید.

۳- از پروین پرسیدند: چند برادر داری. گفت: تعداد خواهرها و برادرهایم مساوی است. از برادرش رضا پرسیدند: تو چند برادر داری؟ پاسخ داد: تعداد خواهرهایم ۲ برابر تعداد برادرهایم است. به نظر شما پروین چند برادر و چند خواهر دارد؟



۴- در محور مختصات مقابل، در کاشی شماره‌ی  $n$  مختصات گوشه‌ای را که با علامت  $\bullet$  مشخص شده است، به صورت جبری بنویسید.





## هندسه ی ۲



### مساحت

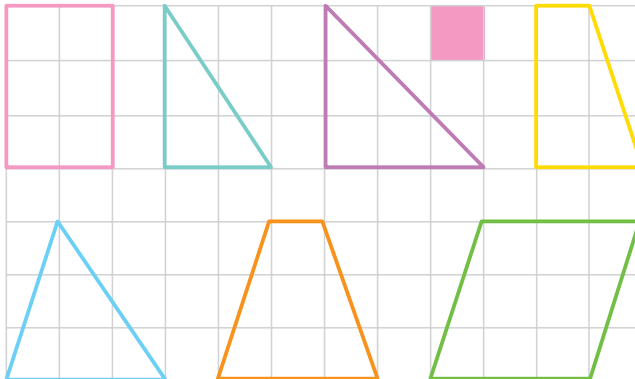
### مفهوم مساحت



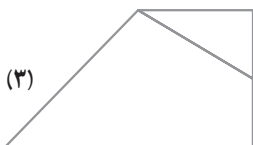
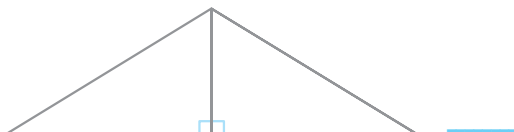
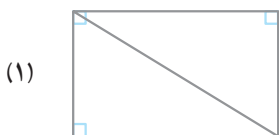
در شکل بالا مساحت برگ تقریباً چند واحد سطح است؟ چگونه می توانید دقت کار خود را افزایش دهید؟ در این مورد در کلاس گفت و گو کنید.

### کار در کلاس

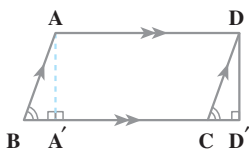
۱- اگر مربع قرمز واحد سطح باشد، مساحت هر شکل را داخل آن بنویسید. روش هایی را که برای پیدا کردن مساحت شکل ها به کار برده اید، بیان کنید.



۲- مساحت هر یک از شکل‌های سمت راست با مساحت کدام یک از شکل‌های سمت چپ مساوی است؟



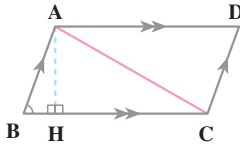
## مساحت شکل‌های هندسی



۱- در شکل مقابل، دو مثلث  $ABA'$  و  $DCD'$  با هم مساوی‌اند. چرا مساحت متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  با مساحت مستطیل  $AA'D'D$  برابر است؟

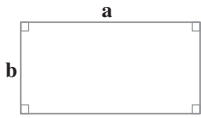
با استفاده از دستور مساحت مستطیل، دستور مساحت متوازی‌الاضلاع را به‌دست آورید. آیا این دستور برای مستطیل و متوازی‌الاضلاع یکی است؟



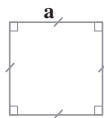


۲- در شکل مقابل، چرا دو مثلث ABC و ADC با هم مساوی اند؟

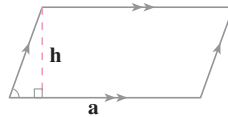
با استفاده از دستور مساحت متوازی الاضلاع، دستور مساحت مثلث را به دست آورید. آیا مساحت مثلث نصف مساحت متوازی الاضلاع است؟



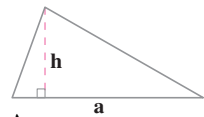
عرض  $\times$  طول



مجدور یک ضلع



ارتفاع  $\times$  قاعده

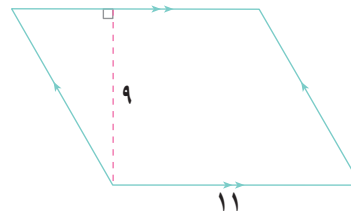
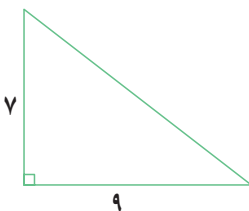
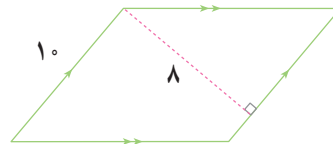
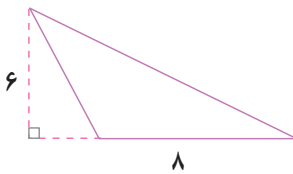


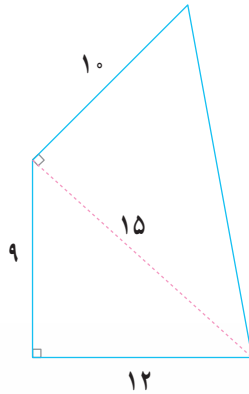
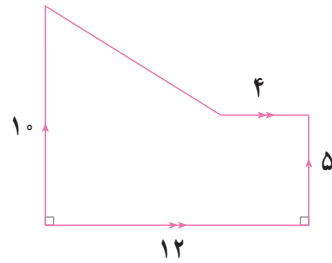
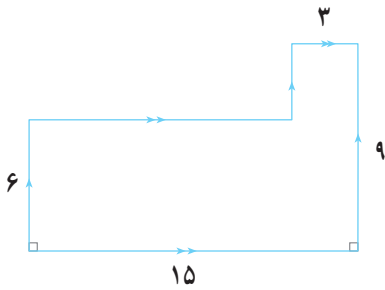
ارتفاع  $\times$  قاعده  $\times \frac{1}{2}$

مساحت هر یک از شکل ها را با عبارت جبری بنویسید.

## کار در کلاس

۱- مساحت هر شکل را حساب کنید (اندازه‌های داده شده در اشکال زیر فرضی اند نه حقیقی).

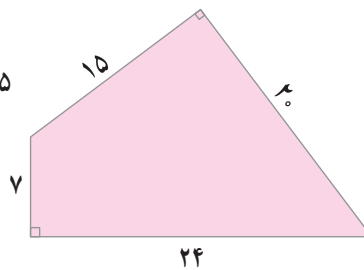
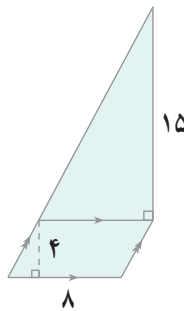
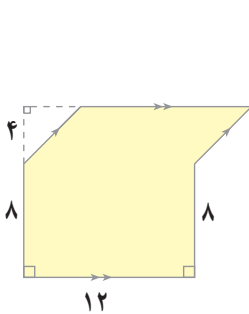




تمرین



مساحت هر شکل را حساب کنید.



- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

حل مسئله

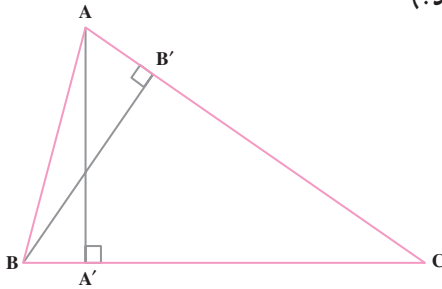


۱- مساحت مربعی به ضلع ۱۲ متر با مساحت مستطیلی به طول ۱۶ متر برابر است. عرض مستطیل را حساب کنید.

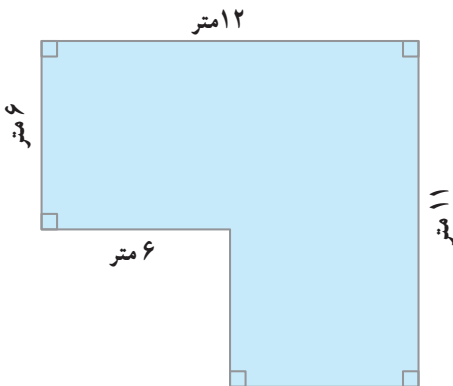


۲- طول یک زمین مستطیل شکل ۱۵ متر و عرض آن  $\frac{2}{3}$  طولش است. مساحت و محیط این زمین را حساب کنید.

۳- در مثلث ABC دو ارتفاع AA' و BB' رسم شده است. به چه دلیل  $AA' \times BC = BB' \times AC$  است؟ (مساحت مثلث ABC را در دو حالت محاسبه کنید و مساوی هم قرار دهید.)



۴- اندازه‌ی وتر یک مثلث قائم‌الزاویه ۵ سانتی‌متر و اندازه‌ی دو ضلع دیگر آن ۳ و ۴ سانتی‌متر است. اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر آن را حساب کنید (از راهنمایی مسئله‌ی ۳ استفاده کنید).

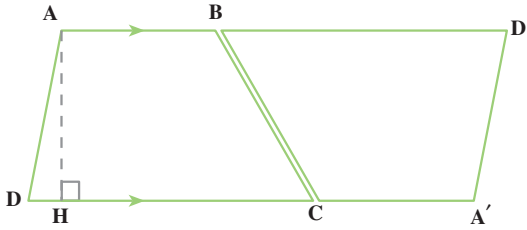


۵- پشت بام ساختمانی مانند شکل مقابل است. می‌خواهند این پشت بام را با دو لایه قیر و گونی بپوشانند. عرض گونی  $\frac{1}{7}$  متر است. برای این کار، چند متر گونی لازم است؟

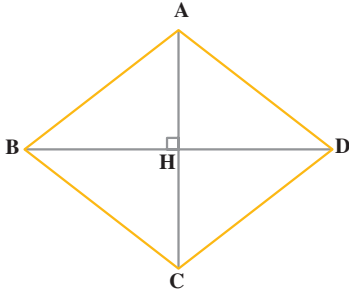
۶- یک زمین کشاورزی به شکل مربع و اندازه‌ی هر ضلع آن  $300$  متر است. در این زمین،  $2700$  کیلوگرم بذر پاشیده‌اند. به‌طور متوسط در هر متر مربع این زمین چند گرم بذر پاشیده‌اند؟

۷- از یک ورق آهن مستطیل شکل به ابعاد  $\frac{1}{2}$  متر و  $\frac{1}{6}$  متر می‌خواهند مستطیل‌هایی به ابعاد  $8^\circ$  سانتی‌متر و  $4^\circ$  سانتی‌متر بسازند. چند مستطیل از این نوع ساخته می‌شود؟



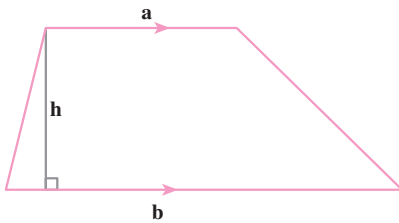


۱- در شکل مقابل با کنار هم قراردادن دو دوزنقه‌ی مساوی، یک متوازی‌الاضلاع ساخته‌ایم. با استفاده از دستور مساحت متوازی‌الاضلاع، دستور مساحت دوزنقه را به دست آورید.

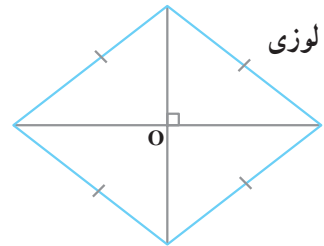


۲- چهار ضلعی ABCD لوزی است. چرا دو مثلث ABD و CBD با هم مساوی‌اند؟ با استفاده از دستور مساحت مثلث، دستور مساحت لوزی را به دست آورید.

دوزنقه



مساحت: مجموع دو قاعده  $\times$  ارتفاع  $\times \frac{1}{2}$



لوزی

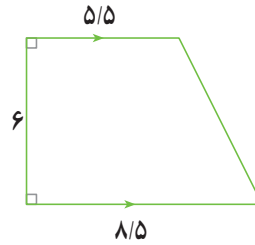
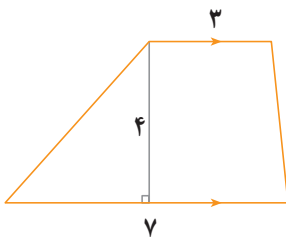
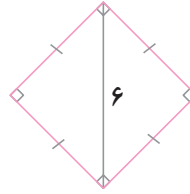
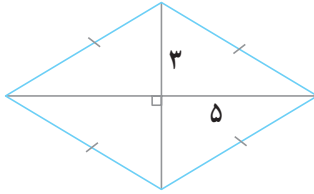
قطر بزرگ: a

قطر کوچک: b

مساحت: حاصل ضرب دو قطر  $\times \frac{1}{2}$

مساحت شکل‌ها را با استفاده از عبارات‌های جبری بنویسید.

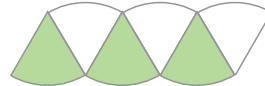
مساحت هر شکل را حساب کنید.



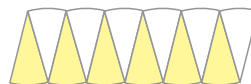
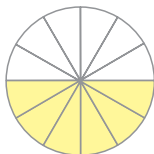
## مساحت دایره



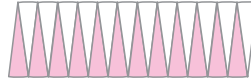
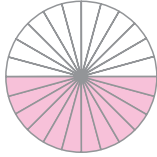
یک دایره را به وسیله‌ی قطرهای آن به ۶ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و با توجه به شکل زیر آن‌را می‌بریم و در کنار هم قرار می‌دهیم. چرا مساحت شکل حاصل با مساحت دایره برابر است؟



دایره را به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و آن‌ها را در کنار هم قرار می‌دهیم. شکل زیر به دست می‌آید.



اگر دایره را به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم و قسمت‌ها را در کنار هم قرار دهیم، شکل زیر به دست می‌آید.



چنان‌که مشاهده می‌کنید، هر چه قدر تعداد قسمت‌ها بیشتر باشد، شکل حاصل به مستطیل که مساحت آن با مساحت دایره برابر است، نزدیک‌تر می‌شود. طول و عرض این مستطیل چه رابطه‌ای با دایره دارد؟

$$\text{مساحت دایره} = \underbrace{\text{عرض مستطیل}}_{\text{شعاع}} \times \underbrace{\text{طول مستطیل}}_{\text{نصف محیط دایره}}$$

اگر اندازه‌ی شعاع را با  $r$ ، عدد  $\frac{3}{14}\pi$  را با  $\pi$  (بی) و مساحت دایره را با  $A$  نشان

$$A = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

دهیم،

$$A = \pi r^2$$

بنابراین، مساحت دایره برابر است با حاصل ضرب عدد  $\pi$  در مجذور شعاع.

با استفاده از رابطه‌ی به دست آمده، می‌توانیم مساحت دایره را پیدا کنیم؛ برای مثال،

$$A = \pi r^2$$

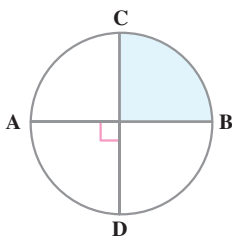
مساحت دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر برابر است با

$$A = \frac{3}{14} \times 3^2$$

$$A = \frac{3}{14} \times 9$$

$$A = 28/26 \text{ cm}^2$$

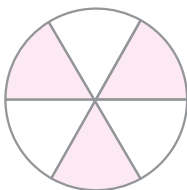
کار در کلاس



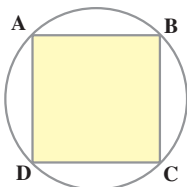
۱- قطرهای AB و CD برهم عمودند. اگر شعاع

دایره ۴ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگی را حساب

کنید.

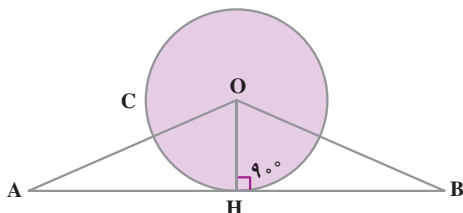


۲- دایره‌ی C به وسیله‌ی قطرهای آن به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر شعاع دایره ۶ سانتی متر باشد، مساحت هر قسمت را حساب کنید.

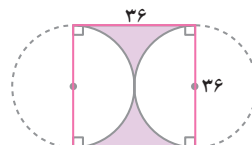
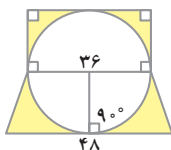
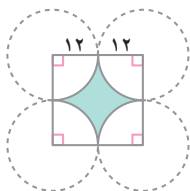
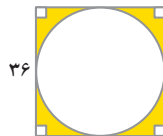
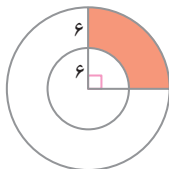
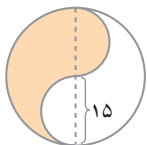
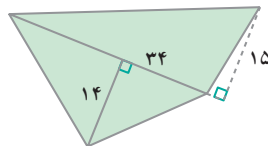
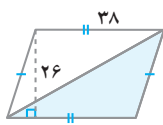
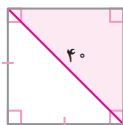


۳- چهار ضلعی ABCD مربع است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید.

۴- نقطه‌ی O مرکز دایره‌ی C و فاصله‌ی O از AB برابر شعاع دایره است. اگر شعاع دایره  $1/5$  سانتی متر و AB برابر با  $3/14$  سانتی متر باشد، مساحت دایره چند برابر مساحت مثلث OAB است؟



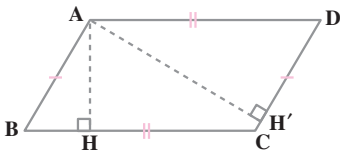
در هر شکل، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید (عددهای داده شده فرضی اند نه حقیقی).





- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

۱- با یک قطعه سیم به طول  $62/8$  سانتی متر، دایره‌ای درست کرده‌ایم. مساحت این دایره چند سانتی متر مربع است؟ اگر این سیم را به شکل مربع درآوریم، مساحت آن چه قدر می‌شود؟



۲- در متوازی‌الاضلاع ABCD چرا  
 $DC \times AH' = BC \times AH$  است؟

۳- ابعاد یک مزرعه‌ی مستطیل شکل  $60$  متر و  $40$  متر است. می‌خواهیم دور آن را سه ردیف سیم خاردار بکشیم. برای این کار چند متر سیم لازم است؟

۴- دور باغ مربع شکلی را چهار ردیف سیم کشیده‌اند. اگر برای این کار  $40000$  متر سیم به کار رفته باشد، مساحت باغ چند هکتار است؟



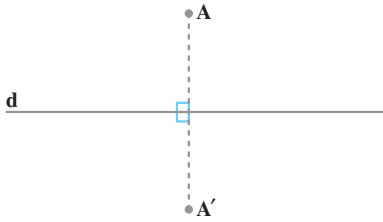
۵- زمینی است به شکل دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه که اندازه‌های قاعده‌ها و ساق قائم آن به ترتیب  $20$  متر،  $25$  متر و  $8$  متر است. می‌خواهند در  $60\%$  این زمین ساختمان بسازند. چند متر مربع از این زمین برای حیاط باقی می‌ماند؟



# تقارن



## تقارن محوری



خط  $d$  عمود منصف پاره خط  $AA'$  است. دو نقطه  $A$  و  $A'$  نسبت به خط  $d$  قرینه‌ی یکدیگرند.

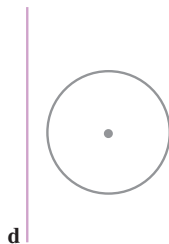
### کار در کلاس

۱- قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط  $d$  رسم کنید.

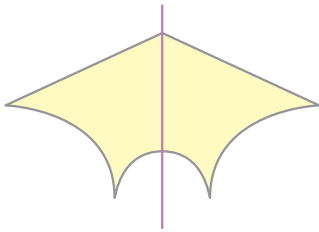


اگر صفحه‌ی هر شکل را روی خط  $d$  تا کنیم، آیا آن شکل بر قرینه‌ی خود منطبق می‌شود؟

۲- با توجه به این که قرینه‌ی هر شکل با خود آن مساوی است، قرینه‌ی شکل‌های زیر را نسبت به خط  $d$  رسم کنید.



## محور تقارن یک شکل

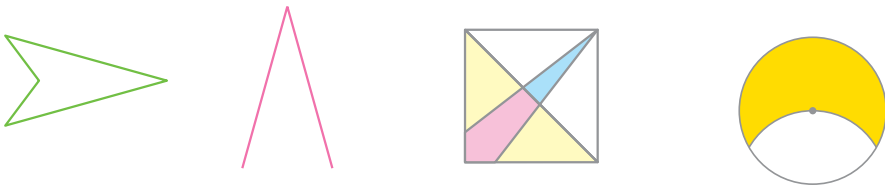


با رسم کردن یک خط بر روی بعضی از شکل‌ها، می‌توان آن‌ها را به دو قسمت که نسبت به آن خط قرینه‌ی یکدیگرند، تقسیم کرد.

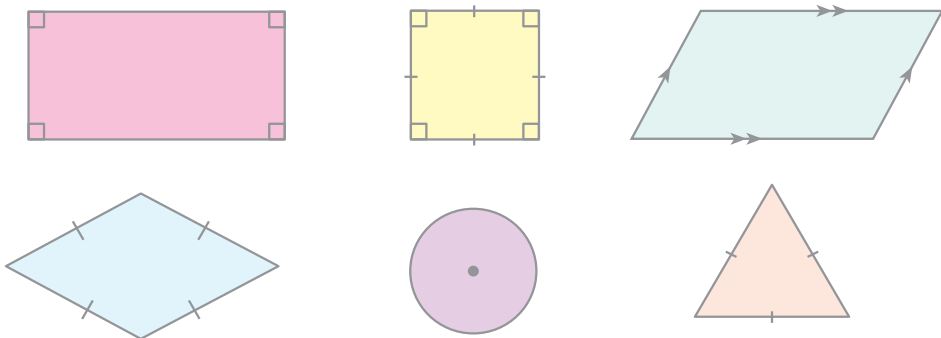
این خط **محور تقارن** آن شکل نامیده می‌شود. بعضی شکل‌ها یک و بعضی دیگر چندین محور تقارن دارند. برخی نیز اصلاً محور تقارن ندارند.

### کار در کلاس

۱- در هر شکل، خطی رسم کنید که آن را به دو قسمت قرینه تقسیم کند.



۲- هر کدام از شکل‌های زیر چند محور تقارن دارد؟ جدول زیر را کامل کنید.

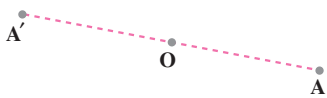


شکل	مستطیل	مربع	متوازی‌الاضلاع	لوزی	دایره	مثلث متساوی‌الاضلاع
تعداد محورهای تقارن						

- ۳- دوزنقه‌ای رسم کنید که محور تقارن داشته باشد.  
 ۴- مثلثی رسم کنید که فقط یک محور تقارن داشته باشد.



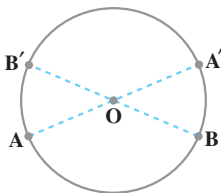
### تقارن مرکزی



در شکل مقابل، از نقطه‌ی  $A$  به نقطه‌ی  $O$  وصل می‌کنیم. به اندازه‌ی  $OA$  امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی  $A'$  برسیم.

نقطه‌ی  $O$  وسط پاره خط  $AA'$  است. دو نقطه‌ی  $A$  و  $A'$  نسبت به نقطه‌ی  $O$  قرینه‌ی یکدیگرند.

### کار در کلاس

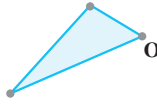
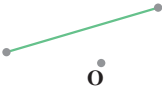


۱- در شکل مقابل، قرینه‌ی نقطه‌ی  $A$  نسبت به مرکز دایره کدام نقطه است؟  
 قرینه‌ی نقطه‌ی  $B'$  نسبت به مرکز دایره کدام نقطه است؟

اگر نقطه‌ی  $A$  را حول مرکز دایره به اندازه‌ی  $180^\circ$  درجه دوران دهیم، این نقطه بر کدام نقطه منطبق می‌شود؟

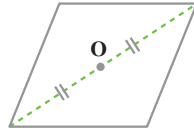
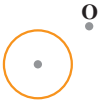


۲- قرینه‌ی هر شکل را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.



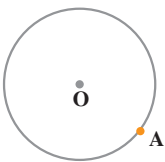
اگر هر شکل را حول نقطه‌ی O به اندازه‌ی  $180^\circ$  درجه دوران دهید، آیا آن شکل بر قرینه‌ی خود منطبق می‌شود؟

۳- با توجه به این که قرینه‌ی هر شکل با خود آن شکل مساوی است، قرینه‌ی هر یک از شکل‌های زیر را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.



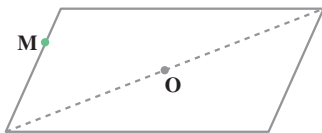
## مرکز تقارن یک شکل

۱- در دایره‌ی مقابل، قرینه‌ی نقطه‌ی A را نسبت به مرکز دایره پیدا کنید.



آیا قرینه‌ی A روی دایره قرار می‌گیرد؟

۲- در شکل مقابل، نقطه‌ی O وسط یک قطر



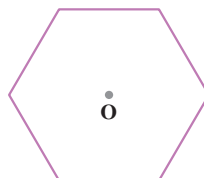
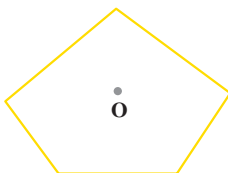
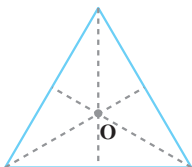
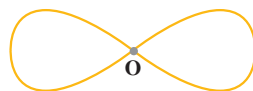
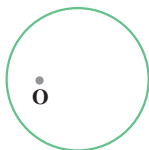
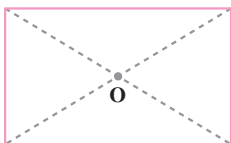
متوازی الاضلاع است. قرینه‌ی نقطه‌ی M را نسبت به نقطه‌ی O به دست آورید.

آیا قرینه‌ی M روی متوازی الاضلاع قرار می‌گیرد؟

در بعضی از شکل‌ها نقطه‌ای وجود دارد که قرینه‌ی هر نقطه‌ی شکل نسبت به آن، نقطه‌ای از خود شکل است. چنین نقطه‌ای را **مرکز تقارن** شکل می‌گویند.

## کاردرکلاس

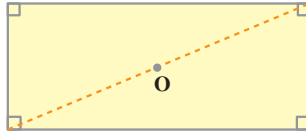
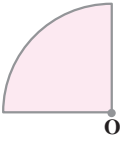
در کدام یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ی O مرکز تقارن است؟



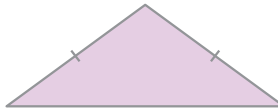
۱- قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط d رسم کنید.



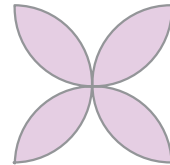
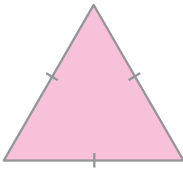
۲- قرینه‌ی هر شکل را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.



۳- محور تقارن هر شکل را رسم کنید.



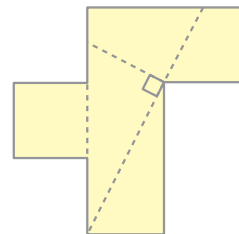
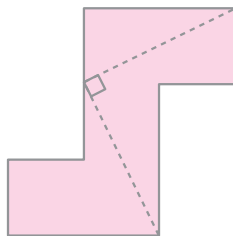
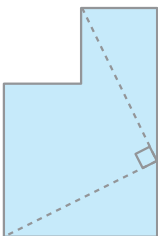
۴- شکل‌هایی را که مرکز تقارن دارند، مشخص کنید. سپس، مرکز تقارن را روی هر شکل نشان دهید.



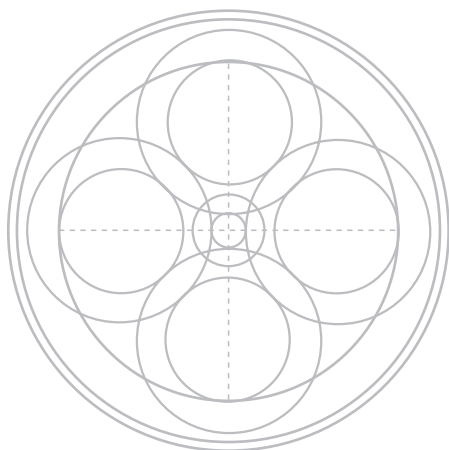
سرگرمی و ریاضی



هریک از شکل‌های زیر را می‌توان از روی خط چین‌ها برید و با آن‌ها یک مربع ساخت. پس، شکل‌ها را با دقت رسم کنید و با بریدن و کنار هم قرار دادن آن‌ها یک مربع بسازید.



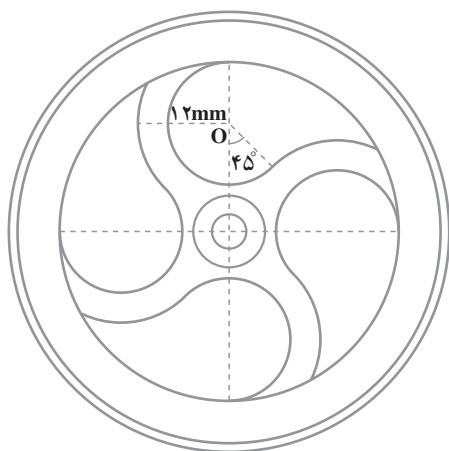
**الف** - با توجه به شکل سمت چپ، در قسمت راست شکلی مانند آن و با همان اندازه‌ها رسم کنید.



**ب** -

- ۱- وسط کاغذ را پیدا کنید و مرکز شکل قرار دهید.
- ۲- با مقیاس  $\frac{2}{5}$  برابر اندازه‌های قسمت الف، شکل آن را در کاغذ سفید خود رسم کنید.
- ۳- خط‌های اضافی را پاک کنید تا شکل زیر به دست آید.

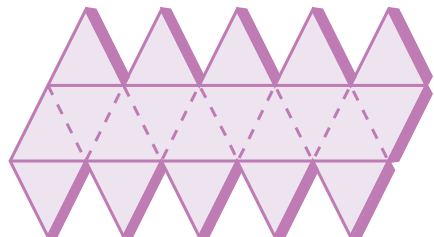
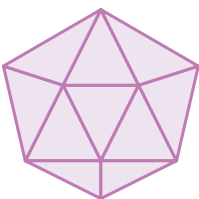
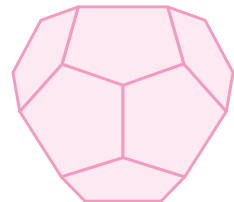
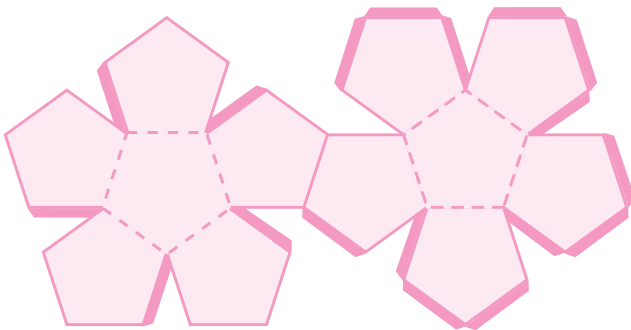
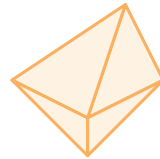
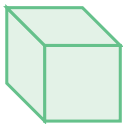
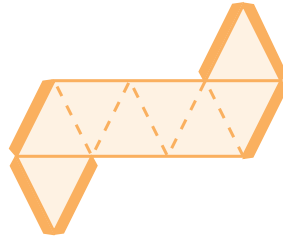
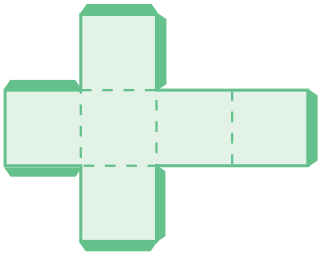
**پ** - شکل نهایی



**ت** - در این رسم، دقیق کشیدن دایره‌ها، پیدا کردن شعاع و مرکز هر دایره، بزرگ‌نمایی شکل و درست کشیدن آن اهمیت دارد.



در شکل‌های پایین ۴ جسم و گسترده‌های آن‌ها رسم شده است. ابتدا هر یک از این گسترده‌ها را روی مقوا رسم کنید. سپس با بریدن و تا کردن، آن جسم را بسازید.



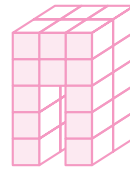
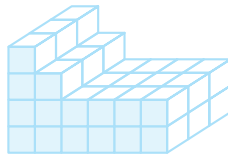
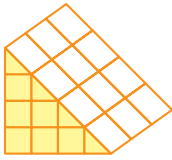
# حجم



## واحد حجم

### کار در کلاس

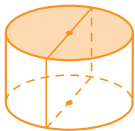
۱- هریک از اجسام زیر از چند مکعب به ضلع یک سانتی متر تشکیل شده است؟



حجم مکعبی به ضلع یک سانتی متر، یک سانتی متر مکعب است.

حجم هریک از اجسام بالا چند سانتی متر مکعب است؟

۲- حجم هریک از اجسام ردیف دوم با کدام یک از اجسام ردیف اول مساوی است؟



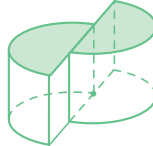
(۱)



(۲)



(۳)

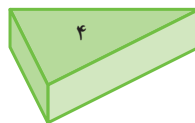
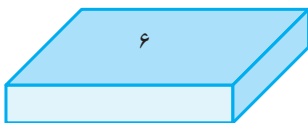
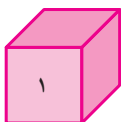


## محاسبه‌ی حجم‌های منشوری



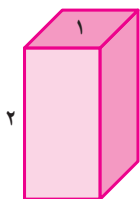
در شکل‌های بالا، مساحت مربع، مستطیل و مثلث به ترتیب ۱، ۶ و ۴ سانتی متر مربع

است، روی هر یک از این شکل‌ها را به ارتفاع ۱ سانتی‌متر با خمیر مجسمه‌سازی به‌طور یک‌نواخت می‌پوشانیم.

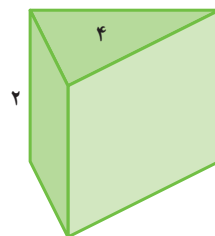
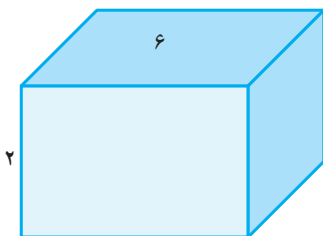


حجم خمیری که روی مربع را می‌پوشاند، یک سانتی‌متر مکعب است. در هر سانتی‌متر مربع از مستطیل نیز یک سانتی‌متر مکعب خمیر به‌کار می‌رود. چون مساحت مستطیل ۶ سانتی‌متر مربع است، بنابراین، حجم خمیری که آن را می‌پوشاند، ۶ سانتی‌متر مکعب است. اکنون مثلث را در نظر بگیرید؛ حجم خمیری که مثلث را می‌پوشاند، چند سانتی‌متر مکعب است؟ چرا؟

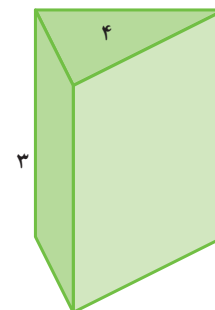
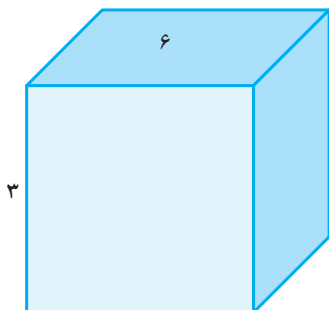
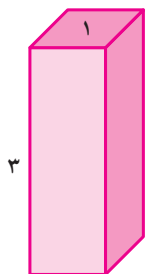
اگر روی هر یک از شکل‌های گفته‌شده را به ارتفاع ۲ سانتی‌متر با خمیر بپوشانیم، حجم خمیری را که برای هر شکل به‌کار می‌رود، حساب کنید.



$$2 \times 1 = 2$$



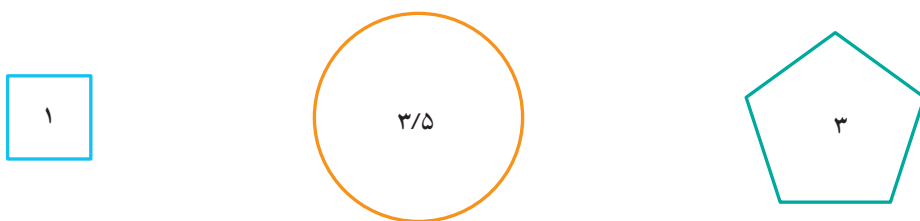
اگر روی هر شکل را به ارتفاع ۳ سانتی‌متر با خمیر بپوشانیم، حجم خمیری که برای هر شکل به‌کار می‌رود، چند سانتی‌متر مکعب است؟



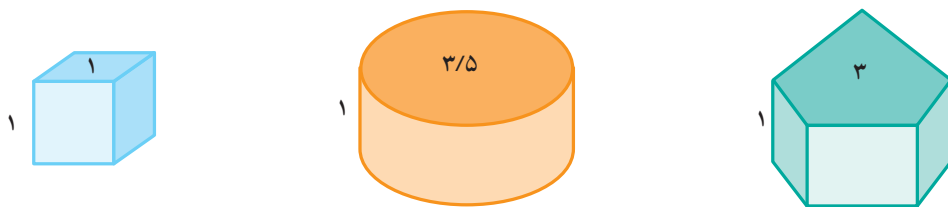
از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

با توجه به فعالیت قبل، مشاهده می‌کنید که حجم خمیر به کار رفته برای جسم روی هر شکل، برابر است با حاصل ضرب مساحت آن شکل در ارتفاع خمیر؛ بنابراین، حجم هر یک از این اجسام برابر است با حاصل ضرب مساحت قاعده‌ی آن در ارتفاع آن.

## کار در کلاس



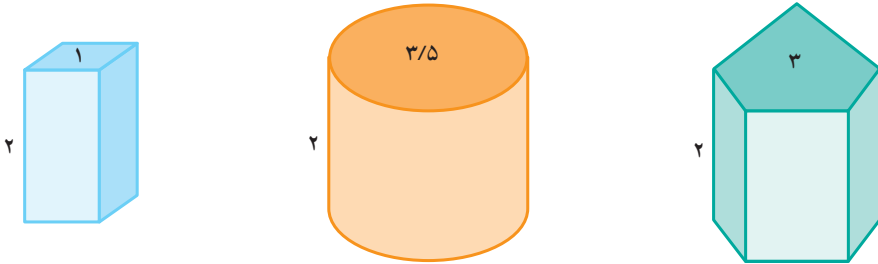
در بالا یک مربع، یک دایره و یک پنج‌ضلعی رسم شده است. مساحت هر شکل در داخل آن نوشته شده است. روی هر شکل را به ارتفاع یک سانتی‌متر با خمیر مجسمه‌سازی به‌طور یک‌نواخت می‌پوشانیم.



- ۱- حجم خمیری که روی مربع را می‌پوشاند، چند سانتی‌متر مکعب است؟
- ۲- برای هر سانتی‌متر مربع از دو شکل دیگر، چند سانتی‌متر مکعب خمیر به کار می‌رود؟
- ۳- حجم خمیر لازم برای دایره، چند سانتی‌متر مکعب است؟
- ۴- حجم خمیر لازم برای پنج‌ضلعی، چند سانتی‌متر مکعب است؟



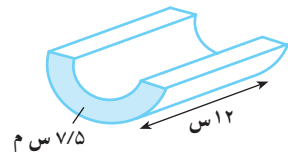
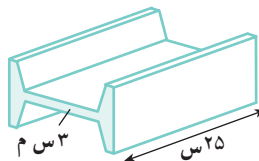
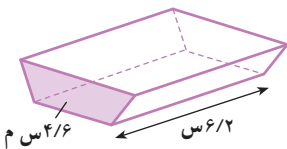
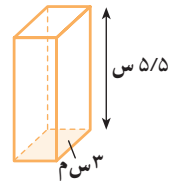
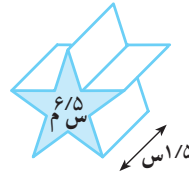
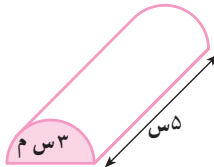
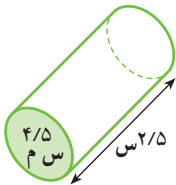
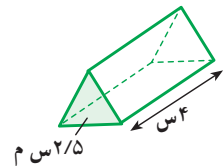
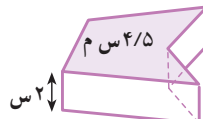
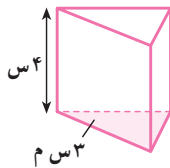
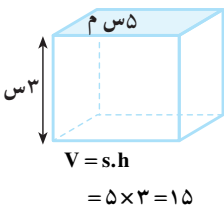
اگر بخواهیم روی هر یک از شکل‌های گفته شده را به ارتفاع ۲ سانتی‌متر با خمیر بیوشانیم، حجم خمیر لازم برای هر شکل چه قدر است؟



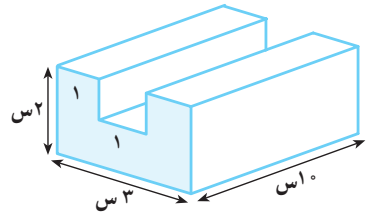
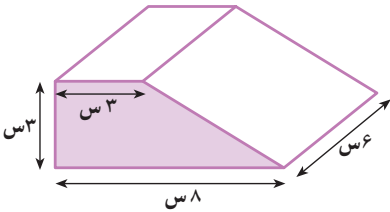
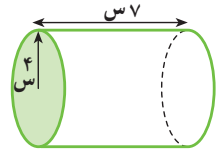
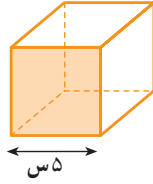
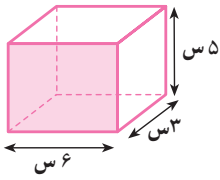
### کار در کلاس

۱- مساحت قاعده و ارتفاع هر یک از اجسام زیر داده شده است. حجم آن‌ها را حساب کنید.

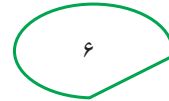
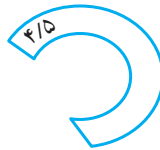
مساحت قاعده را با  $s$ ، ارتفاع را با  $h$  و حجم را با  $V$  نشان دهید.



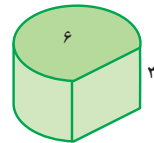
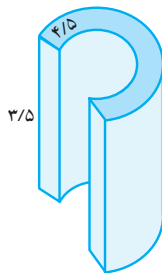
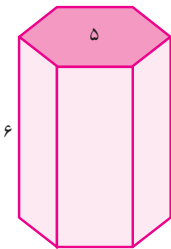
۲- ابتدا مساحت قاعده و سپس، حجم هریک از اجسام زیر را حساب کنید.



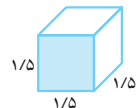
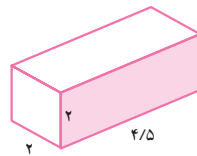
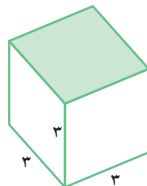
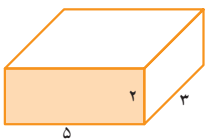
۱- مساحت هریک از شکل های زیر در داخل آن نوشته شده است.

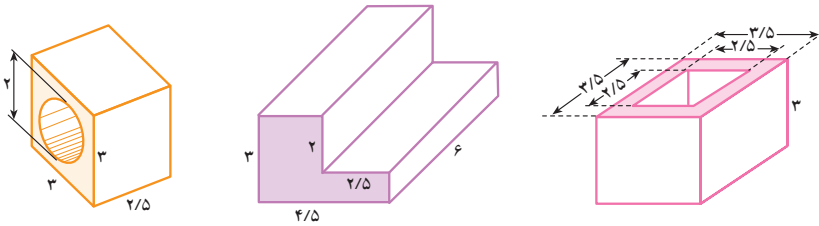


روی هر شکل را با خمیر مجسمه سازی به طور یک نواخت می پوشانیم. با توجه به ارتفاع خمیر، حجم خمیر به کار رفته برای هر شکل را حساب کنید.

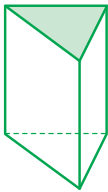


۲- حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید (اندازه ها بر حسب سانتی متر است).

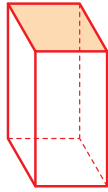




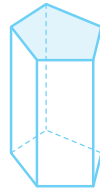
## منشور



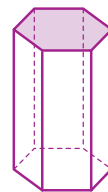
منشور ۳ پهلو



منشور ۴ پهلو



منشور ۵ پهلو

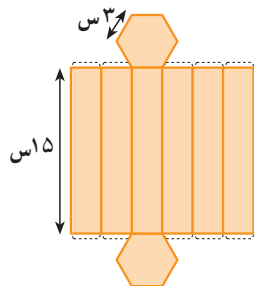


منشور ۶ پهلو

منشور دو قاعده دارد که دو چندضلعی مساوی اند. بدنه‌ی منشور (سطح جانبی منشور) از چند مستطیل یا متوازی‌الاضلاع تشکیل شده است. چگونه یک منشور ۶ پهلو بسازیم؟



شکل زیر گسترده‌ی یک منشور ۶ پهلو است، آن را روی یک مقوای با اندازه‌های داده شده رسم کنید و پس از بریدن و جدا کردن آن از مقوای یک منشور ۶ پهلو بسازید.

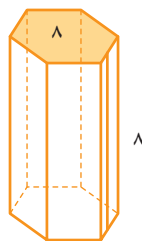
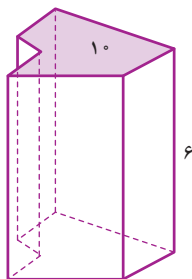
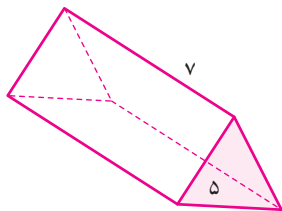
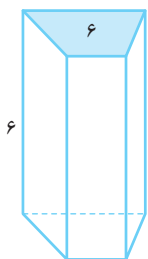


در یک منشور، با جمع کردن مساحت پهلوها می توان اندازه ی سطح جانبی را به دست آورد. با جمع کردن اندازه ی سطح جانبی با مساحت های دو قاعده ی منشور، اندازه ی سطح کل منشور حاصل می شود.

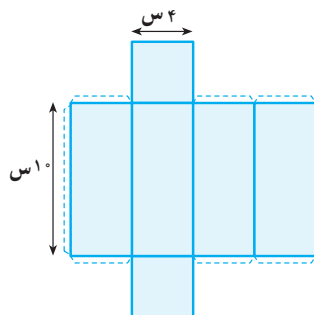
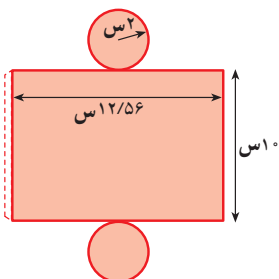
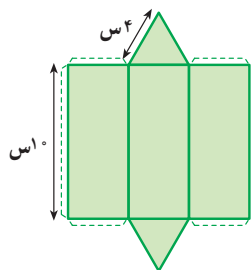
## کار در کلاس



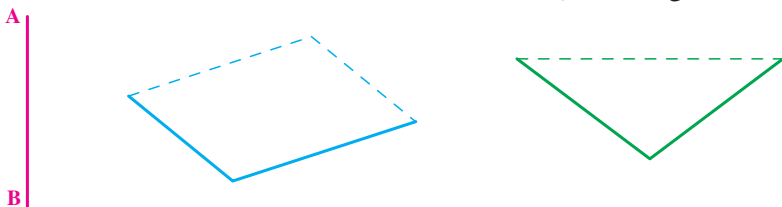
در شکل های زیر، چند منشور نشان داده شده است؟ با توجه به مساحت قاعده و ارتفاع هریک، حجم آن ها را حساب کنید.



۱- هر یک از شکل های زیر، شکل گسترده ی جسمی است. آن ها را با اندازه های داده شده روی مقوا رسم کنید و جسم مربوط به هر کدام را بسازید.



۲- در شکل‌های زیر، از هر رأس پاره‌خطی موازی و مساوی با پاره‌خط AB رسم کنید. سپس، انتهای پاره‌خط‌هایی را که رسم کرده‌اید، به طور متوالی به هم وصل کنید و نام شکلی را که به این ترتیب به دست می‌آید، در زیر آن بنویسید.



- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



۱- ستونی است به شکل منشور ۶ پهلو که هر ضلع قاعده‌ی آن  $\frac{1}{2}$  متر و ارتفاعش ۵ متر است. می‌خواهند به بدنه‌ی این ستون، کاشی بچسبانند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۲- منبع آبی است به شکل استوانه که شعاع قاعده‌ی آن  $\frac{1}{8}$  متر و ارتفاعش ۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می‌گیرد؟



۳- یک جعبه‌ی دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵ سانتی‌متر، عرض آن ۱۲ سانتی‌متر و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند تا از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل شکل که ابعاد آن ۵۰، ۳۰ و ۲۴ سانتی‌متر است، جا می‌گیرد؟

۴- یک مخزن نفت به شکل استوانه داریم که شعاع قاعده‌ی آن ۳ متر و ارتفاعش

۵ متر است. می خواهیم بدنه‌ی خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه‌ی رنگ کردن هر متر مربع  $30^\circ$  تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چند تومان باید بپردازیم؟  
۵- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده‌اند. شعاع دهانه‌ی این چاه  $4/0^\circ$  متر است. خاک این چاه را در زمینی به شکل مستطیل و به ابعاد ۵ و ۴ متر به طور یک نواخت پهن کرده‌اند. ارتفاع این خاک چه قدر است؟

۶- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۴، ۳ و  $1/5$  متر است. این حوض خالی است و می خواهند آن را با شیر آبی که در هر دقیقه  $60^\circ$  لیتر آب از آن وارد حوض می‌شود، پر کنند. چند ساعت طول می‌کشد تا حوض پر شود؟ (هر متر مکعب، هزار لیتر است.)

۷- ظرفی به شکل مکعب و به ضلع ۵ سانتی متر پر از آب است. آب این ظرف را در ظرف استوانه شکلی به شعاع قاعده‌ی ۳ سانتی متر می‌ریزیم. ارتفاع آب در این ظرف با تقریب کم تر از  $1/0^\circ$  چه قدر می‌شود؟

۸- قاعده‌ی یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه‌ای است که اندازه‌ی ضلع‌های زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۵ و ۴ سانتی متر است. اگر ارتفاع این منشور ۸ سانتی متر باشد، حجم آن چند سانتی متر مکعب است؟

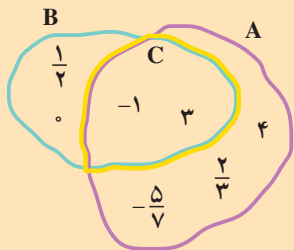
۹- می‌خواهیم با مقواً مکعبی به ضلع  $10\text{ cm}$  بسازیم. چند سانتی متر مربع مقواً به کار می‌رود؟

۱۰- مکعب مستطیلی به ابعاد ۳، ۵ و ۴ سانتی متر با مقواً ساخته شده است. در ساختن آن چند سانتی متر مربع مقواً به کار رفته است؟

## تمرین دوره‌ای ۲



۱- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های مثبت ۲۴ و ۳۶ را بنویسید. مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های مشترک مثبت دو عدد ۲۴ و ۳۶ را بنویسید.



۲- با توجه به نمودار مقابل، درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$$C \subset B \quad B \subset A \quad C \subset A \quad A \subset C$$

$$\frac{1}{2} \in C \quad -1 \in C \quad 3 \in A$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$(+8) + (-10) \quad (-9) - (+8) \quad (-10) - (-7)$$

$$2 - 8 \quad -3 + 10 \quad -8 + 2 + 14 - 7$$

$$(-45) \div (-15) \quad (-8) \times (+2) \quad (+5) \times (-7)$$

$$\frac{(-12) \times (+30)}{(-27) \times (-5)} \quad \frac{(+81) \times (-100)}{(-75) \times (-8)} \quad (-24) \div (+12)$$

۴- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$7^3 \times 9^3 \quad 9^4 \times 9^2 \quad 8^5 \div 8^2$$

$$9^7 \div 4^7 \quad (15)^2 \times (15)^5 \quad 12^6 \div 4^6$$

$$9^{10} \div 9^6 \quad (-8)^5 \times (-3)^5 \quad (2/3)^4 \times (2/3)^3$$

۵- مقدار دقیق جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{25} \quad \sqrt{81} \quad \sqrt{0/36}$$

۶- مقدار تقریبی جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{53} \quad \sqrt{88} \quad \sqrt{39} \quad \sqrt{46}$$

۷- هر یک از عددهای زیر را به شکل یک کسر علامت‌دار بنویسید.

$$-1 \frac{3}{5} \quad 2 \frac{2}{3} \quad -4 \frac{1}{4} \quad -2 \frac{2}{5}$$

$$\frac{-2}{5} \quad -\left(\frac{-4}{7}\right) \quad -\left(\frac{+3}{2}\right) \quad +\left(\frac{+3}{4}\right)$$

۸- عددی را که هر بردار مشخص می‌کند، روی آن بنویسید.



۹- جمع متناظر با هر یک از بردارهای تمرین ۸ را بنویسید.

۱۰- عدد متناظر با هر یک از نقاطی را که با رنگ قرمز مشخص شده است، بنویسید.



۱۱- نقطه‌ی نمایش هر یک از عددهای زیر را روی یک محور مشخص کنید.

$$+1\frac{3}{4} \quad -2\frac{1}{5} \quad -1\frac{1}{3} \quad +2\frac{2}{3}$$

۱۲- معکوس هر یک از عددهای زیر را بنویسید.

$$+\frac{8}{5} \quad +1\frac{2}{3} \quad -\frac{7}{9} \quad -5 \quad 2\frac{1}{3} \quad \frac{4}{7} \quad -3\frac{1}{2}$$

۱۳- قرینه‌ی هر کدام از عددهای زیر را بنویسید.

$$\frac{2}{3} \quad -\frac{4}{5} \quad -8 \quad -1\frac{2}{5} \quad -5 \quad 2\frac{1}{3}$$

۱۴- حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{5} + \left(-\frac{6}{5}\right) \quad \left(-\frac{7}{3}\right) + \left(-\frac{5}{3}\right)$$





$$-\frac{8}{9} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{8} - (-\frac{5}{12})$$

$$-\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{7}{20}$$

۱۵- حاصل ضرب‌های زیر را حساب کنید.

$$(-\frac{7}{9}) \times (+\frac{2}{5})$$

$$(-\frac{3}{8}) \times (-\frac{4}{5})$$

$$\frac{2}{3} \times [\frac{3}{5} - \frac{5}{6}]$$

$$(-2\frac{5}{7}) \times (-1\frac{1}{3})$$

$$(-\frac{3}{5}) \times [\frac{4}{7} + (-\frac{1}{3})]$$

۱۶- حاصل تقسیم‌های زیر را پیدا کنید.

$$(-\frac{3}{5}) \div (-\frac{2}{7})$$

$$(-\frac{5}{4}) \div (+\frac{3}{4})$$

۱۷- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(-\frac{2}{9}) - (+\frac{4}{15})$$

$$(-\frac{7}{12}) - (-\frac{5}{9})$$

$$(-\frac{5}{7}) \times (+1\frac{3}{5})$$

$$(+\frac{2}{3}) \times (-2\frac{1}{5})$$

$$(-\frac{5}{9}) \div (+1\frac{3}{4})$$

$$(-\frac{1}{2}) \times [(-\frac{2}{3}) + (-\frac{5}{6})]$$

۱۸- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$2a - 5b + 3b - 7b$$

$$9x - 8a + 2x - 3a$$

$$5a - 2a - 9a + 4b$$

$$2a - b - 8b + 4a - 6a$$

$$3x + 2y - 7x - 4x + 1 \cdot y$$

$$2a - 8b - 1 \cdot a - 7b$$

$$8x - 1 \cdot y - 1 \cdot x + 2y$$

$$8a - 15b - 2 \cdot a + 1 \cdot b$$

۱۹- نمودار هر یک از عبارت‌های جبری زیر را رسم کنید.

$$x + 1 - b$$

$$4x - \text{الف}$$

$$5a + 2 - \text{ت}$$

$$2a - 10 - \text{پ}$$

۲۰- مقدار عددی هر یک از عبارت‌های جبری تمرین ۱۹ را به ازای مقادیر زیر

به دست آورید.

$$a = 3 - \text{ت}$$

$$a = 4 - \text{پ}$$

$$x = 7 - \text{ب}$$

$$x = 5 - \text{الف}$$



۲۱- نمودار هر یک از عبارتهای جبری زیر را رسم کنید.

$$\text{الف - } \frac{1}{2}x \quad \text{ب - } x - 10 \quad \text{پ - } 12x + \frac{2}{3}$$

۲۲- مقدار عددی هر یک از عبارتهای جبری تمرین ۲۱ را به ازای  $x = 5$  حساب کنید.

۲۳- معادلههای زیر را حل کنید.

$$3x = 9 \quad x + 8 = 10 \quad x - 5 = 7$$

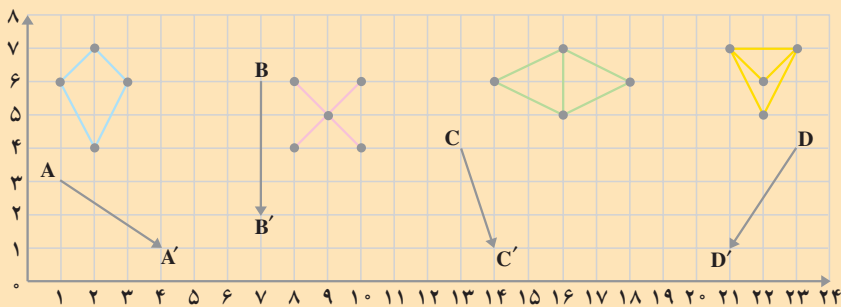
$$4x = 12 \quad 2x - 7 = 13 \quad 7x + 2 = 5$$

$$9x + 8 = 10 \quad 4x - 4 = 8 \quad 3x + 5 = 12$$

۲۴- در یک صفحه دو محور عمود بر هم بکشید و هر یک از نقطههای با مختصات زیر را روی آن مشخص کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{bmatrix}$$

۲۵- هر شکل را با بردار انتقال مربوط به آن انتقال دهید.



۲۶- مختصات هر یک از بردارهای تمرین ۲۵ را بنویسید.

۲۷- حاصل جمعهای زیر را حساب کنید.

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -\frac{2}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$



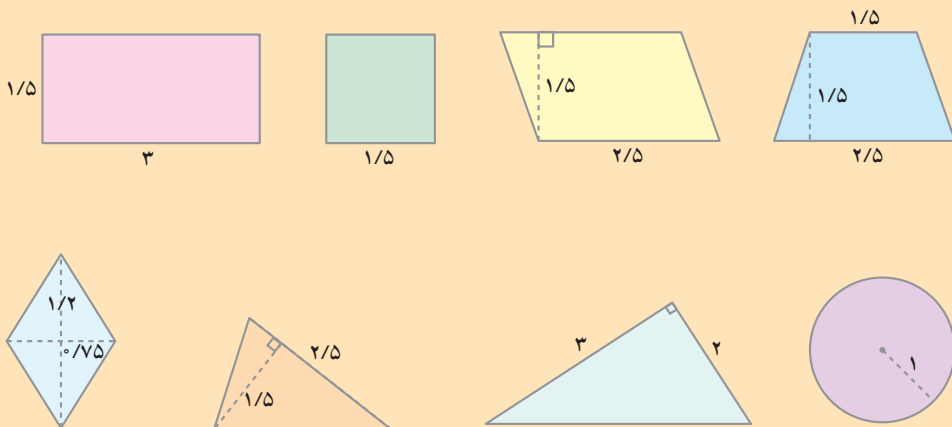
۲۸- خارج قسمت هر یک از تقسیم‌های زیر را تا دو رقم اعشار به دست آورید و باقی مانده‌ی هر کدام را تعیین کنید.

$$135 \overline{) 0.7}$$

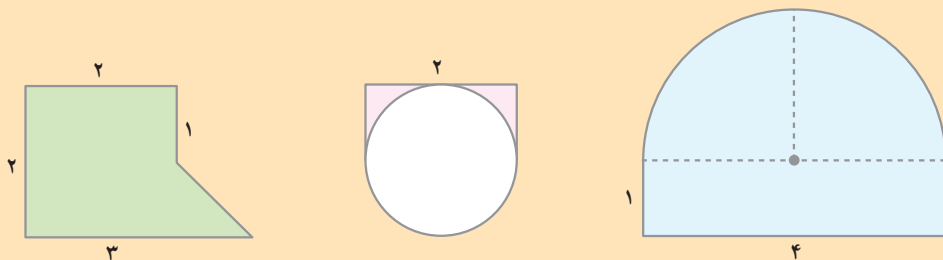
$$25 \overline{) 7.35}$$

$$489 \overline{) 25}$$

۲۹- مساحت هر شکل را حساب کنید.



۳۰- مساحت هر قسمت رنگی را پیدا کنید.



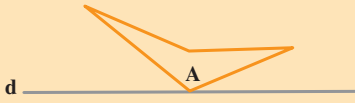
۳۱- با طنابی به طول  $31/4$  متر، مربعی می‌سازیم. مساحت این مربع چند مترمربع است؟ اگر با همین طناب یک دایره درست کنیم، مساحت آن چه قدر می‌شود؟

۳۲- مستطیلی بکشید و محورهای تقارن و مرکز تقارن آن را مشخص کنید.

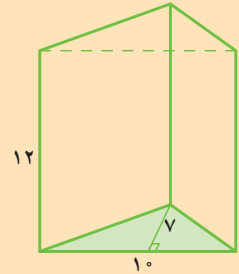
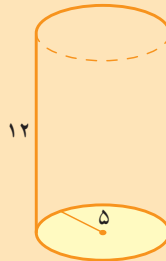
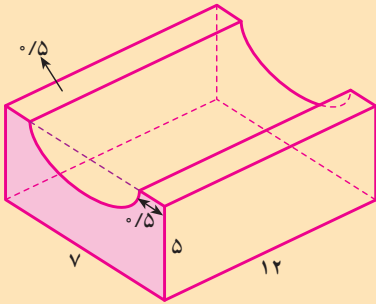
۳۳- شکلی را نام ببرید که فقط چهار محور تقارن داشته باشد.



۳۴- قرینه‌ی شکل A را نسبت به خط d و قرینه‌ی شکل B را نسبت به نقطه‌ی O رسم کنید.



۳۵- حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید.



- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

حل مسئله



- ۱- حسن کتابی را با ۱۶٪ تخفیف ۲۱ تومان خرید. قیمت پشت جلد کتاب چه قدر بوده است؟
- ۲- پس از تبخیر ۱۰ کیلوگرم آب دریاچه‌ای، ۶۰۰ گرم نمک به دست آمد. چند درصد آب این دریاچه نمک است؟
- ۳- رضا ۴۰۰ متر مربع و احمد ۳۰۰ متر مربع از حیاط مدرسه‌ای را با موزاییک فرش کردند و در مجموع، ۷۰۰۰۰ تومان مزد گرفتند. سهم هر کدام چه قدر است؟
- ۴- رضا، احمد و حسین مشترکاً در زمین‌هایشان برنج کاشته‌اند و ۱۰ تن برنج برداشت کرده‌اند. با توجه به مساحت زمین هر یک از آن‌ها، سهم رضا ۲۸ درصد محصول و سهم احمد ۴۵ درصد تعیین شده و بقیه‌ی محصول هم سهم حسین است. سهم هر کدام چند کیلو است؟

۵- یک صفحه از دفتر فروش شرکت تعاونی مدرسه‌ای به صورت زیر است.

فروش کل به ریال	قیمت هر واحد به ریال	تعداد	جنس
	۶۰۰	۵	دفتر ۶۰ برگ
	۱۵۰	۱۰	مداد
	۲۵۰	۲۷	خودکار
	۷۰۰	۱۲	مداد تراش
	۹۰۰	۱۴	دفتر ۱۰۰ برگ
جمع کل فروش			

الف - فروش کل هر یک از کالاها را حساب کنید.

ب - اگر شرکت هر دفتر ۶۰ برگ را ۵۵۰ ریال و هر دفتر ۱۰۰ برگ را

۸۰۰ ریال خریده باشد، از فروش دفترها چه قدر سود برده است؟

۶- ناشری در سال گذشته کتاب جدیدی منتشر کرده است.  $\frac{4}{5}$  کل شمارگان

(تیراژ) این کتاب در سال گذشته فروخته شده و ۱۲۰۰ جلد آن در انبار باقی مانده است.

شمارگان (تیراژ) کتاب چند جلد بوده است؟ اگر قیمت روی هر جلد از این کتاب

۳۶۰۰ ریال باشد، قیمت کتاب‌های فروخته شده چه قدر است؟

۷- برای حل کردن مسئله‌ی زیر یک معادله بنویسید و سپس آن را حل کنید.

مینو تعدادی دفتر خرید که قیمت هر کدام ۶۰ تومان بود. او ۶۰۰ تومان به

فروشنده داد و ۶۰ تومان پس گرفت. مینو چند دفتر خرید؟

۸- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۸، ۵ و ۳ متر است. می‌خواهند

کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع  $\frac{3}{4}$  کیلوگرم رنگ

لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چه قدر رنگ لازم است؟

۹- منبع آبی به شکل استوانه و گنجایش آن ۶۲۸۰ لیتر است. اگر ارتفاع این

منبع ۴ متر باشد، شعاع قاعده‌ی آن چه قدر است؟

۱۰- یک ظرف استوانه‌ای داریم که شعاع قاعده‌ی آن ۲۰ سانتی‌متر و ارتفاع آن

۶۰ سانتی‌متر است. چند پاکت شیر به ابعاد  $\frac{6}{28}$ ، ۱۰ و ۱۵ سانتی‌متر در این ظرف

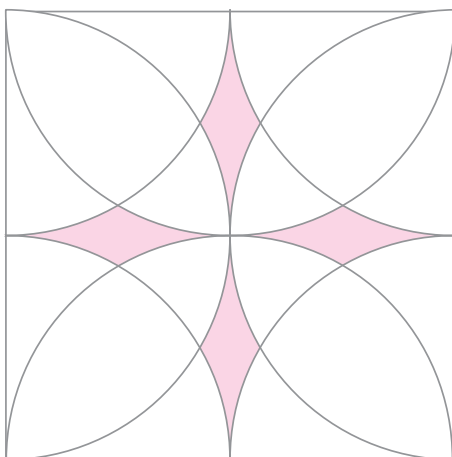
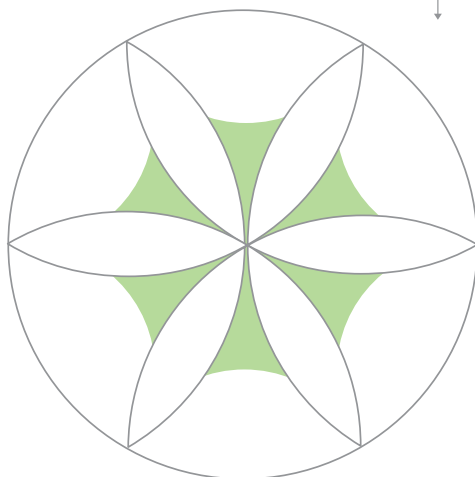
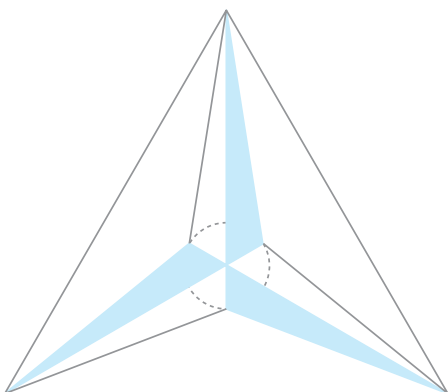
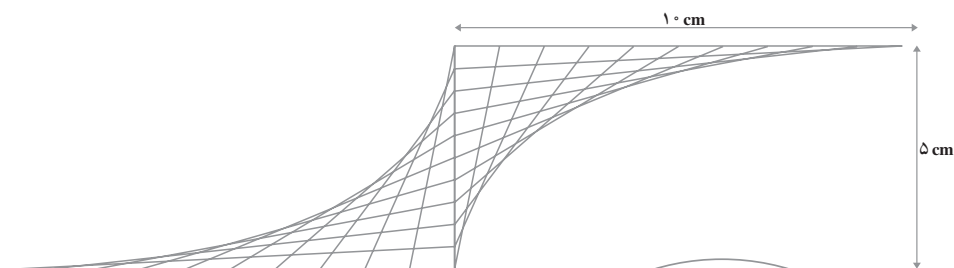
بریزیم تا پر شود؟

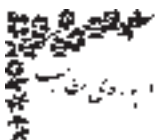


# برای علاقه‌مندان



ابتدا روش رسم هر یک از شکل‌های زیر را کشف کنید. سپس، هر کدام را در اندازه‌های دلخواه روی یک کاغذ سفید بکشید.





محرم الحرام ۱۴۳۸ هجری قمری، ۱۰ آبان ۱۳۹۷ شمسی، تهران، ایران

بن کاتب ابرق نامه دانشی تهران - شماره تماس: ۰۲۱-۸۸۸۸۸۸۸۸  
Email: [talif@talif.sch.ir](mailto:talif@talif.sch.ir)

تلف: ۰۲۱-۸۸۸۸۸۸۸۸

تلف: ۰۲۱-۸۸۸۸۸۸۸۸

