بسم الله الرحمن الرحیم

کتاب معلّم

(راهنمای تدریس)

ریاضی

سال اوّل

دورهٔ راهنمایی تحصیلی

۱۳۸۹

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : **دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی**
نام کتاب : **کتاب معلّم ریاضی اوّل راهنمایی ـ ۷۶**
مؤلفان : **خسرو داودی، زهره پندی، کبری دلشاد و سیّد حامد وزیری‌هامانه**
با همکاری **پرویز شهریاری**
ویراستار علمی و هماهنگ‌کنندهٔ محتوا و برنامهٔ درسی : **خسرو داودی**
آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : **ادارهٔ کلّ چاپ و توزیع کتاب‌های درسی**
تهران: خیابان ایرانشهر شمالی ـ ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)
تلفن: ۹ـ۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹،
وب‌سایت: www.chap.sch.ir
صفحه‌آرا : **مریم نصرتی**
ناشر :**شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران ـ کیلومتر۱۷جادّهٔ مخصوص کرج ـ خیابان۶۱ (دارو پخش)**
تلفن : ۵ـ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی:۱۳۴۴۵/۶۸۴
چاپخانه : **شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»**
سال انتشار و نوبت چاپ : **چاپ سوم ۱۳۸۹**

حقّ چاپ محفوظ است.

شابک ۶-۱۳۰۱-۰۵-۹۶۴ ISBN 964-05-1301-6

فهرست

مقدمه

بخش اوّل ــ نکاتی درباره‌ی آموزش ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی

فصل اوّل: اهداف آموزش ریاضی ۲

فصل دوم: هدف‌های مهارتی در آموزش ریاضی ۷

فصل سوم: آموزش حل مسئله ۱۹

فصل چهارم: روش تدریس در آموزش ریاضی ۲۵

فصل پنجم: ارزش‌یابی ۲۸

فصل ششم: ساختار کتاب درسی و کتاب راهنمای معلم ۳۴

بخش دوم ــ بررسی روش‌های تدریس ریاضی اوّل راهنمایی

فصل اوّل: حساب اعداد طبیعی ۴۲

فصل دوم: کسر، نسبت و اعشار ۱۰۵

فصل سوم: هندسه‌ی۱ ۱۶۰

فصل چهارم: کسر، نسبت، اعشار (ادامه) ۲۱۴

فصل پنجم: اعداد صحیح ۲۲۷

فصل ششم: مقدار تقریبی و آمار ۲۵۹

فصل هفتم: هندسه‌ی ۲ ۲۸۴

مقدمه

در سال تحصیلی ۱۳۸۲ کتاب ریاضی اوّل راهنمایی مورد تجدیدنظر و بازسازی قرار گرفت. برای آگاه‌کردن معلمان محترم ریاضی دوره‌ی راهنمایی با روند تغییرات کتاب‌ها، راهنمای معلم برای هر پایه‌ی تحصیلی تهیه شده است. علاوه‌بر آن یک فیلم آموزشی در ۸ قسمت تهیه شده که می‌تواند اطلاع‌رسانی را کامل‌تر کند.

در بخش اوّل کتاب مباحث نظری در آموزش و ارزشیابی ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی مرور شده است تا معلمان با مبانی نظری آموزش ریاضی تا حدّی آشنا شوند. در بخش دوم شیوه‌های تدریس با توجه به جزییات کار و پیشنهادهای تکمیلی ارائه شده است.

امیدواریم اقدام انجام‌شده بتواند معلمان را کمک کند تا آگاهانه‌تر در مسیر اهداف آموزشی قدم بردارند و گامی در مسیر روش‌های فعال به پیش روند.

بخش اوّل

نکاتی درباره‌ی آموزش ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی

فصل اوّل

اهداف آموزش ریاضی

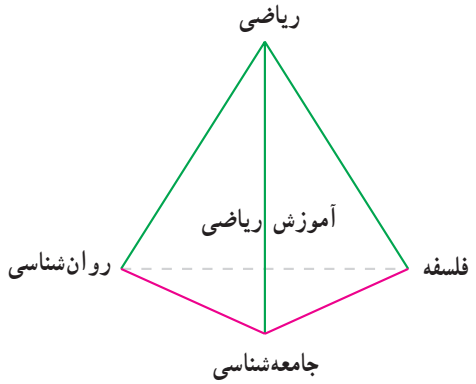
آموزش ریاضیات چیست؟

از زمان تأسیس اوّلین مدارس به شیوه‌ی امروزی، درس ریاضیات در تمام برنامه‌های درسی وجود داشته است. هرچه مدرسه و برنامه‌های آن اهمیت بیش‌تری پیدا کرد، نحوه‌ی انتخاب محتوا و شیوه‌های تدریس نیز روز به روز مهم‌تر و تعیین‌کننده‌تر و سبب بروز کشمکش میان ریاضی‌دانان و متخصصان تعلیم و تربیت و آموزش برای تنظیم برنامه درسی ریاضیات شد. گاهی ریاضی‌دانان با این استدلال که کسی می‌تواند تعیین نیازها و مشخص‌کردن مسیر محتوای آموزشی را انجام دهد که خود این راه را رفته باشد، در این منازعه‌ی علمی برتری می‌جستند و گاه متخصصان تعلیم و تربیت با این توضیح که شیوه‌ی بیان هر مطلب مستقل از نوع علم آن و فقط در حیطه‌ی تخصص آموزش‌دهندگان است، خط‌مشی آموزشی را تعیین می‌کردند.

به این ترتیب، نیاز به یک حوزه‌ی جدید و بین‌رشته‌ای به نام آموزش ریاضیات برای حلّ این مشکل احساس شد. در سال ۱۹۶۲، ۷۵ ریاضی‌دان امریکایی بیانیه‌ای در خصوص برنامه‌ی درسی ریاضیات دبیرستان‌ها منتشر کردند. این بیانیه یکی از سندهای معتبر تاریخی در زمینه‌ی آموزش ریاضیات و در واقع، اعلام موجودیت رسمی این حوزه‌ی معرفتی و رشته‌ی تحصیلی است. در بخشی از این بیانیه آمده است: «ریاضی‌دان‌ها در برابر سلطه و حکم‌فرمایی آموزش‌دهندگان حرفه‌ای بر آموزش و این که روش آموزش بر محتوا مقدم است، واکنش نشان می‌دهند. اما خود ممکن است بر تقدم محتوا بر روش آموزشی تأکید کنند که در هر دو صورت به بی‌فایدگی منجر می‌شود.»

حوزه‌ی معرفتی و بین‌رشته‌ای «آموزش ریاضیات» از یک طرف به ریاضی‌دان‌ها و از طرف دیگر به تخصصی‌شدن آموزش نظر دارد. مسئولیت مهم متخصصان و پژوهشگران آموزش ریاضی، مطالعه در مورد چگونگی دست‌یابی به دانش ریاضی به‌وسیله‌ی فراگیرندگان است. هدف یک آموزشگر ریاضی این است که از دیدگاه ذهنی و احساسی، تجربه‌ی یادگیری ریاضی دانش‌آموز را بهبود بخشد یا در جست‌وجوی ریشه‌های ناتوانی دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی باشد.

از جمله موضوع‌های مهم آموزش ریاضی، یادگیری، تدریس، برنامه‌ی درسی و ارزشیابی است. یکی از مدل‌های معروفی که آموزش ریاضی را تفسیر و تعبیر می‌کند، مدل «چهاروجهی» است که چهار رأس آن عبارت‌اند از: ریاضی، فلسفه، جامعه‌شناسی و روان‌شناسی. آموزش ریاضی نیز در مرکز این چهاروجهی قرار دارد.



مدل بالا کمک می‌کند در مورد ارتباط اجزای آن با یک‌دیگر و تعامل بین آن‌ها درک و شهود بهتری پیدا کنیم.

جایگاه ریاضی در برنامه‌ی درسی

ریاضیات همیشه در برنامه‌های درسی جایگاه ویژه‌ای داشته است. حجم، نوع رویکرد، روش‌ها، محتوا و ...دائم در حال تغییر هستند، ولی آن‌چه که ثابت مانده است حضور مؤثر و همیشگی ریاضی در برنامه‌های درسی است. این موضوع در کشور ما از زمان تأسیس دارالفنون و شروع آموزش‌های مدرسه‌ای دیده

می‌شود و در سطح بین‌المللی نیز آشکارا قابل مشاهده است. با بررسی ماهیت ریاضی تا حدی می‌توانیم به اهمّیّت ریاضیات و نقش آن در برنامه‌های درسی پی ببریم :

۱ــ آشکارسازی الگوهای پنهان در طبیعت و محیط زندگی انسان‌ها برای شناخت بهتر جهان اطراف خود، وظیفه‌ای است که ریاضیات به‌خوبی انجام می‌دهد. ریاضیات ابزار مناسبی برای شناخت ابعاد مختلف طبیعت است. الگوهای ریاضی که در طبیعت کشف می‌شوند، انسان را هرچه بیش‌تر به نظم و عظمت خلقت جهان آفرینش آگاه می‌کنند. از طرفی طبیعت خود الهام‌بخش و توسعه‌دهنده‌ی ریاضیات بوده و هست. بسیاری از مفاهیم ریاضی درنتیجه‌ی مشاهده‌ی پدیده‌های طبیعی، توسط بشر، به وجود آمده‌اند.

۲ــ از جنبه‌ی دیگر می‌توان به ارتباط ریاضیات و زندگی روزمره توجه کرد. ابعاد ارتباط ریاضیات و زندگی روزمره نیز آن‌قدر تنوع و گستردگی دارد که به ریاضیاتی فراتر از محاسبات روزمره نیاز دارد. ریاضی‌دانان سعی می‌کنند با ریاضی سیستم‌هایی ارائه کنند که به نوعی پدیده‌ی مورد مطالعه را تقریب بزنند. با توجّه به نگرش کاربرد ریاضی در زندگی روزمره، مدل‌سازی در مرکز اهمّیّت قرار می‌گیرد.

۳ــ نقش دیگر ریاضیات در ارتباط با سایر علوم است. در سیر تاریخی پیشرفتِ اکثر علوم، ردپای ریاضیات دیده می‌شود. از طرفی دیگر ریاضیات نقش مهمی در تعریف، شناخت و تبیین بهتر مفاهیم علوم مختلف دارد. برای مثال، پدیده‌های فیزیکی با زبان ریاضی بیان می‌شوند، واکنش‌های شیمیایی را با معادلات ریاضی توضیح می‌دهند.

۴ــ تنوع و گستردگی شاخه‌های تخصصی در تمامی علوم به بررسی دقیق‌تر و موشکافانه‌تر مسایل کمک می‌کند، با این حال، همین امر در حل مسایل واقعی که نیاز به دیدگاهی همه‌جانبه دارد ما را با مشکل مواجه می‌سازد. لذا بهینه‌سازی در دنیای امروز در ابعاد مختلف مطرح می‌شود.

بهینه‌سازی ریاضی نیز یک روش ارزان و بی‌دردسر برای یافتن بهترین جواب در حل مسایل واقعی است. بهینه‌سازی ریاضی از سایر روش‌های بهینه‌سازی بسیار مؤثرتر است.

۵ــ پرداختن به مفاهیم مجرد، سخت و دشوار است و نیاز به توانایی و رشد ذهنی دارد. ترجمه‌ی مفاهیم مجرد به نمادهای ریاضی که می‌توان آن‌ها را به‌سادگی در محاسبات به کار برد، کار ریاضیات است. ریاضی وسیله‌ی ارتباط است. ارتباط بین مفاهیم مجرد و نمادها. کار با نمادهای ریاضی به مراتب ساده‌تر از کار با مفاهیم مجرد ریاضی است. این قابلیت نه‌تنها در توسعه‌ی ریاضی نقش دارد، بلکه کار با این زبان در تمام شاخه‌هایی که از ریاضیات به‌عنوان یک ابزار استفاده می‌کنند نیز حائز اهمّیّت است.

۶ــ مجردسازی ریاضی که همان انتخاب و جداسازی بعضی از خواص پدیده‌هاست و فرمول‌بندی آن‌ها به زبانی که قابل مطالعه ریاضی باشند، زمینه‌ی مناسبی برای رشد تفکر مجرد فراهم می‌کند. تفکر مجرد که در فرهنگ دینی ما نیز بسیار اهمّیّت دارد، لازمه‌ی پیشرفت و توسعه‌ی سایر علوم است. ریاضیات در کنار سایر علوم به رشد قوه‌ی مجردسازی منجر می‌شود.

۷ــ فرضیه‌سازی و بررسی ارتباط منطقی فرضیات و نتایج منطقی آنان در ریاضیات کاملاً مشهود است. رشد استدلال منطقی و قوه‌ی استنتاج دانش‌آموزان تحت تأثیر روند اثبات در ریاضیات سرعت می‌پذیرد. قوه‌ی قضاوت و استدلال در دانش‌آموزانی که در ریاضیات خلّاق هستند به‌وضوح قوی‌تر از دانش‌آموزانی است که در ریاضیات مشکلات اساسی دارند. فرضیه سازی، بررسی ارتباطات منطقی، حل مسئله، استدلال و استنتاج در سایر دروس و علوم نیز وجود دارد، اما در عرصه‌ی ریاضیات فضای بیش‌تری برای این مهارت‌ها دیده می‌شود همچنین امکان حل مسئله در سنین پایین برای کودکان و نوآموزان بیش‌تر از سایر دروس فراهم می‌شود.

چرا تجدید نظر در آموزش ریاضی ضروری است؟

پیش از این که وارد مباحث اصلی آموزش ریاضیات شویم، بهتر است از خود سؤال کنیم آیا واقعاً به تجدید نظر در برنامه‌های آموزشی نیاز داریم؟ آیا نظام آموزشی ما موفقیت آمیز بوده است؟ آیا در آموزش ریاضیات به دانش‌آموزان، با استانداردهای بین‌المللی فاصله داریم؟ حرف‌های تازه در آموزش ریاضیات چیست؟

مطالعه‌ی بین‌المللی تیمز (TIMSS) تا حدودی به این سؤالات پاسخ داده است. اگر نتایج این مطالعه را بررسی کنید و از اخبار آن مطلع شوید، به یقین نیاز به تجدید نظر را احساس

خواهید کرد.

سوّمین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیات و علوم یا به‌اختصار تیمز (TIMSS) را در سال ۱۹۹۵، سازمان بین‌المللی ارزش‌یابی پیشرفت تحصیلی (IEA) برگزار کرد. ایران برای نخستین بار به عضویت این سازمان درآمد و در این مطالعه شرکت کرد. حضور در این مطالعه، پذیرش در IEA و برگزاری کامل و دقیق آزمون برای کشور ما موفقیتی بسیار چشمگیر و بزرگ بود. صرف نظر از نتیجه و رتبه‌بندی آن، این مطالعه ما را با چشم‌انداز و افق بین‌المللی و استاندارد آموزش ریاضیات و علوم آشنا کرد. عملکرد پایین دانش‌آموزان ایرانی شرکت‌کننده در این آزمون، دلایل گوناگونی دارد که باید با بررسی و تحقیق کارشناسی، روشن شود. اما آن‌چه از یافته‌های تیمز برمی‌آید، این است که ما باید در برنامه‌ی درسی خود تجدید نظر کنیم یافته‌های این پژوهش حاکی از آن است که در کشور ما، مدت آموزش معلمان در مقایسه با سایر کشورهای شرکت‌کننده، کوتاه‌تر و عمق آن کم‌تر است. بنابراین یکی از توصیه‌های IEA، بعد از تحلیل نتایج در کشور ما، ارتقای سطح کیفی و کمی آموزش معلمان در دوره‌های متفاوت تحصیلی بوده است.

مطالعه‌ی تیمز در ایران در دو جمعیت (مقطع سنّی دانش‌آموزان) برگزار شد. در جمعیت ۱ دانش‌آموزان سوم و چهارم دبستان و در جمعیت ۲ دانش‌آموزان دوم و سوم راهنمایی شرکت کردند. این مطالعه در سال ۱۹۹۹ (۱۳۷۹) برای دانش‌آموزان سوم راهنمایی (پایه‌ی بالا از جمعیت ۲) تکرار شد. (TIMSS-R) کشور ما در این مطالعه نیز شرکت کرد. از نظر رتبه‌بندی و نتیجه تغییری حاصل نشد. این موضوع، ضرورت بازنگری و تجدید نظر در برنامه‌های آموزش ریاضی را دوچندان کرد.

تغییر دیدگاه در انتخاب هدف‌های آموزشی

تعیین و طبقه‌بندی هدف‌های آموزشی، از ارکان برنامه‌ی درسی است معیار تدریس خوب، روش‌های یاددهی و یادگیری مناسب ارزش‌یابی صحیح، موفقیت تحصیلی و سایر اجزای برنامه، میزان تناسب و دست‌یابی به هدف‌های آموزشی است. به این سبب تعیین هدف‌ها در امر آموزش اهمّیّت بسیار زیادی دارد.

انواع هدف

در یک تقسیم‌بندی براساس وسعت و کلیت هدف‌ها، می‌توان آن‌ها را به ۳ دسته تقسیم کرد :

۱. هدف‌های کلی ؛

۲. هدف‌های میانی ؛

۳. هدف‌های جزیی.

اهداف کلی، چشم‌انداز و دورنمای برنامه و مقصد دانش‌آموز را پس از طی‌کردن برنامه درسی نشان می‌دهد ؛ برای مثال، در برنامه درسی ریاضی فعلی «کسب توانایی انجام‌دادن محاسبات ریاضی ساده و به‌کاربردن آن در حلّ مسایل روزمره» یک هدف کلی در آموزش عمومی است. به این ترتیب، دانش‌آموز باید پس از طی‌کردن دوره‌ی آموزش عمومی بتواند با مسایل زندگی روزمره مواجه شود و از عهده‌ی حل آن‌ها برآید.

در هدف‌های میانی، با خردکردن هدف کلی، میزان دست‌یابی به آن‌ها در سطوح متفاوت مشخص می‌شود ؛ هدف جزیی به تعیین هدف‌های کوچک‌تر قابل دست‌یابی، ارزش‌یابی و اندازه‌گیری در هر پایه و برای هر موضوع درسی مربوط می‌شود. آن‌چه در نوشتن هدف‌های جزیی اهمیت دارد، این است که هدف کامل صریح، روشن و شفاف باشد و هیچ‌گونه سؤال و ابهام نداشته باشد.

اکنون سؤال این است یک برنامه‌ریز چگونه اهداف برنامه را تعیین می‌کند و رویکردهای جدید چه تأثیری در انتخاب هدف‌ها خواهند داشت؟

برنامه‌ی درسی با نگاه به آینده

اگر از معلم یا ولی دانش‌آموزی سؤال شود که چرا دانش‌آموزان به مدرسه می‌روند، برخی پاسخ‌ها چنین خواهد بود : «برای زندگی در جامعه‌ی فردا و آینده آماده شوند»، «برای آینده مفید باشند»، «شهروندان خوبی برای جامعه باشند» و ...

صرف‌نظر از فلسفه‌ی آموزش و پرورش و نقش آن در تعیین هدف نهایی یا آرمان‌های حضور دانش‌آموزان در مدارس، که در نوع بیان یا تنوع اهداف غایی آموزش و پرورش تأثیرگذار است، می‌توان پذیرفت که موارد ذکرشده، تقریباً در تمام فلسفه‌های امروزی وجود دارند و به نوعی فصل مشترک آن‌ها هستند.

حال سؤال اساسی این جاست که نیازهای یک فرد در

جامعه‌ی آینده چیست؟ آیا برنامه‌ریزان با توجه به سرعت تغییرات و عصر انفجار اطلاعات و توسعه و پیشرفت سریع علم، می‌توانند نیازهای آینده را تشخیص دهند و براساس آن برنامه‌ریزی درسی مناسبی طراحی کنند؟

در روزگار ما سرعت تغییرات و دگرگونی‌ها به‌اندازه‌ای زیاد است که آینده، به نوعی مبهم و نامعلوم جلوه می‌کند. پس چگونه می‌توان دانش‌آموزان را در محیط مدرسه برای این آینده‌ی تاریک آماده کرد؟

پاسخ به این سؤال اصل و پایه رویکردی است که موجب تغییر دیدگاه در انتخاب هدف‌های آموزشی خواهد شد و به نوعی برنامه درسی و روش‌ها را تحت تأثیر قرار خواهد داد. برنامه‌ریزان درسی و نظریه‌پردازان آموزشی برای آموزش و پرورش در قرن بیست‌ویکم دیدگاه‌هایی مطرح کرده‌اند که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، «یادگیری مادام‌العمر» است. یعنی هر فردی برای زندگی جمعی، در تمام سال‌های عمر خود به یادگرفتن نیاز دارد و باید او را به نوعی آماده کرد تا بتواند خودش یاد بگیرد. آموزش، به تحصیل در مدرسه و دبیرستان و دانشگاه ختم نمی‌شود و هر شخصی در هر شغل و مرتبه‌ای، همیشه به یادگرفتن نیاز دارد. از آن‌جا که «یادگیری مادام‌العمر» اصلی در زندگی آینده افراد است، باید آن‌ها را در مدارس به گونه‌ای آماده کرد که همیشه توان یادگرفتن داشته باشند. به‌عبارت دیگر، افراد باید «یاد بگیرند که چگونه یاد بگیرند» و وظیفه‌ی مدرسه این است که راه‌های کسب دانش یا راه‌های یادگیری را به او بیاموزند. این هدف کلی و مهم از یاددادن اطلاعات و دانش‌های فراوان به دانش‌آموزان، بسیار مهم‌تر و حیاتی‌تر است.

ضرب‌المثلی چینی را به یاد بیاورید که در آن آمده است: «به‌جای آن که به کسی ماهی بدهید، به او ماهی‌گرفتن بیاموزید.» از طرف دیگر، ما در دنیایی زندگی می‌کنیم که فنّاوری‌های گوناگون ما را احاطه کرده و زندگی در این دنیا به داشتن سوادی غیر از خواندن و نوشتن و حساب‌کردن نیازمند است. «سواد علمی فنّاورانه»، لازمه‌ی توسعه‌ی پایدار در یک کشور است. بعضی از سازمان‌های جهانی، از قبیل یونسکو، با اجرای پروژه‌هایی در سطح جهان کوشش می‌کنند اهمیت و نیاز انسان‌ها را به سواد علمی فنّاورانه، هرچه بیش‌تر به دولت‌ها، سازمان‌های دولتی و غیردولتی تبیین کنند. از جمله‌ی این اقدامات، پروژه‌ای تحت عنوان «سال دوم، سواد علمی فنّاورانه برای همگان» است که از سال ۱۹۹۳ در سطح جهان اجرا شد. سواد علمی فنّاورانه یک نیاز همگانی است که برای افراد گوناگون متفاوت است. همچنین همواره در حال تغییر و توسعه است و آموختن آن در حکم یک فراورده، تنها در یک برهه‌ی زمانی مشخصی از زندگی هر شخص، غیرممکن است.

با توجه به نکات ذکرشده، تبدیل دانش‌آموز به یادگیرنده‌ی مادام‌العمر، یک ضرورت انکارناپذیر است. برای رسیدن به این هدف داشتن اطلاعات پایه و کافی نیز، میل و علاقه به یادگرفتن و دانستن راه و روش یادگیری از شرایط اصلی است.

از آن‌جا که دانش‌آموز حجم زیادی از مفاهیم و اطلاعاتی را که در دوران تحصیل به او منتقل می‌شود، فراموش می‌کند، باید سعی کنیم علاوه‌بر ارائه‌ی مفاهیم و دانش‌ها، راهی به او نشان دهیم که بتواند به دنبال معرفت و کسب دانش مورد نیاز برود.

اهداف کلی آموزش ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی

همان گونه که بیان شد، هدف کلی آموزش در دوره‌ی آموزش عمومی، آماده‌کردن دانش‌آموز برای یادگیری مادام‌العمر و توانایی کسب سواد علمی فنّاورانه برای زندگی درجامعه‌ی آینده در مقام یک شهروند است. به این ترتیب، اهداف آموزش ریاضی را می‌توان در سه حیطه‌ی اصلی و اساسی به شرح زیر تقسیم کرد:

۱ــ کسب دانش‌های ضروری: دانش‌های ضروری در علم ریاضی مفاهیم پایه هستند که با تغییر زمان و گسترش علم به ثابت‌بودن آن اطمینان نسبی داریم و نیاز به آن‌ها یک نیاز همیشگی است؛ برای مثال، مفاهیم جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یک نیاز روزمره است که برای زندگی آینده نیز به آن احتیاج داریم. اما فنون محاسباتی و نوع دست‌یابی به آن در حال تغییر است. زمانی از چرتکه یا کاغذ و قلم استفاده می‌کردیم و حالا می‌توانیم از ماشین‌حساب یا رایانه بهره بگیریم. بنابراین، فنون محاسباتی در درجه‌ی اول اهمیت قرار نمی‌گیرند و پرداختن به آن‌ها ضرورت کم‌تری دارد. دانش‌آموزان باید مجموعه‌ای کافی از مفاهیم و

اصول را، که با آموزش در دوره‌ی متوسطه و دانشگاه متناسب است و در سواد علمی فنّاورانه نیز تأثیر دارد، در دوره‌ی آموزش عمومی فرا گیرند.

۲ــ کسب مهارت‌های ضروری: مهارت‌ها در آموزش ریاضی، در واقع راه‌های یادگیری هستند. مهارت‌ها مجموعه‌ای از توانایی هستند که پرورش آن‌ها در دانش‌آموزان، به منزله‌ی آموختن «راه یادگیری» به آنان تلقی می‌شود. مهارت‌های مورد تأکید در آموزش ریاضیات عبارت‌اند از :

۱ــ حل مسئله ؛ ۲ــ استدلال ــ کشف ؛ ۳ــ فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی ؛ ۴ــ استفاده از ابزار و فنّاوری ؛ ۵ــ تخمین و تقریب عددی ؛ ۶ــ اندازه‌گیری ؛ ۷ــ استفاده از نمودارها و شهود هندسی ؛ ۸ــ محاسبات عددی و عملیات ذهنی ؛ ۹ــ الگویابی و مدل‌سازی و ۱۰ــ شمارش.

۳ــ کسب نگرش‌های ضروری: نگرش یعنی تمایل به اقدام در یک مسیر معین که از مجموع کسب دانستنی‌ها و مهارت‌های ضروری در دانش‌آموزان ایجاد می‌شود. همه‌ی آموزش‌ها، از جمله کسب دانش‌ها و پرورش مهارت‌ها برای رسیدن به این ارزش‌هاست. ارزش‌های هر جامعه در واقع تعیین‌کننده‌ی نگرش‌های ضروری در برنامه درسی است. به نوعی می‌توان گفت در آموزش ریاضی، دانش‌ها و مهارت‌ها تقریباً مشترک هستند ؛ ولی در قسمت نگرش‌ها با توجه به ارزش‌های حاکم بر جامعه، تفاوت‌هایی دیده می‌شود. اما بخش‌های زیادی از نگرش‌ها از جمله تمایل به همکاری گروهی، نقش ریاضیات در زندگی روزمره، تعامل بین طبیعت و ریاضیات و تعامل بین ریاضی و فنّاوری مورد اتفاق تمام برنامه‌های درسی است.

جمع‌بندی

پیام اصلی این نوع نگاه به برنامه‌ریزی درسی کاستن دانش‌ها و پرداختن به مهارت‌ها و نگرش‌هاست. مهارت‌هایی که دانش‌آموز را به یادگیرنده‌ی مادام‌العمر تبدیل می‌کند و نگرش‌هایی که او را از یک یادگیرنده‌ی بدون احساس و ارزش به یک فرد با نگاه ارزشی تبدیل می‌کند.

بنابراین، آموزشی خوب و قابل قبول است که شرایط تقویت مهارت‌ها و پرورش نگرش‌ها را فراهم می‌کند.

برنامه‌ی درسی ریاضی فعلی بر این اساس تدوین نشده است اما در تجدید نظر و بازسازی انجام‌شده تلاشی برای نزدیک‌شدن به این اهداف و قرارگرفتن در این مسیر صورت گرفته است.

معلمان محترم با مطالعه‌ی بخش اول و با استفاده از توانایی و تجربه‌ی خود قادر خواهند بود مطالب فعلی کتاب‌های درس ریاضی در دوره‌ی راهنمایی را با درنظرگرفتن این رویکردها آموزش دهند و زمینه را برای توسعه‌ی توانایی‌ها و مهارت‌های دانش‌آموزان فراهم سازند.

با توجه به اهمیت هدف‌های مهارتی به‌عنوان ابزارهایی برای یادگیری در فصل بعد به تشریح اهداف مهارتی خواهیم پرداخت.

فصل دوم

هدف‌های مهارتی در آموزش ریاضی

مقدمه

در فصل گذشته پس از تبیین ضرورت تغییر در برنامه‌ی درسی، هدف‌های کلی آموزش ریاضیات را با نگاهی به آینده معرفی و اشاره کردیم که آماده‌کردن دانش‌آموز برای زندگی آینده، که نیاز به سواد علمی، فنّاورانه و یادگیری مادام‌العمر دارد، از طریق آموزش مهارت‌ها و کسب نگرش‌های ضروری، امکان‌پذیر می‌شود. به این سبب، در حال حاضر برنامه‌ریزان برنامه‌های درسی می‌کوشند دانش‌ها را در حدّ دانش ضروری کاهش دهند و در عوض مهارت‌ها و نگرش‌ها را به‌طور گسترده مطرح کنند. به‌عبارت دیگر، آموزشی مطلوب‌تر و مؤثرتر است که از دانش‌های حفظ‌کردنی بکاهد و به آموزش مهارت‌ها بپردازد تا دانش‌آموز در آینده به کمک مهارت‌هایی که آموخته و نگرش‌هایی که کسب کرده است، خود قادر باشد به‌تنهایی **یاد بگیرد**.

با عنایت به این موارد، برنامه، تدریس و طرح درس معلم دچار تغییر می‌شود. در این حالت معلم سعی می‌کند فعالیت‌ها و تمارینی طرح کند که سبب تقویت مهارت‌ها شوند. او در کلاس و هنگام برخورد با دانش‌آموز، به مهارت‌ها توجه دارد، نه به اطلاعات و دانش‌هایی که به‌خاطر سپرده می‌شوند. در ارزش‌یابی نیز به هدف‌های مهارتی بیش‌تر از اهداف دانشی اهمیت می‌دهد.

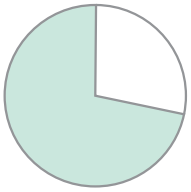
به این ترتیب یکی از معیارهای آموزش خوب، غنی‌کردن تدریس از فعالیت‌ها، تمرین‌ها و سؤال‌هایی است که در آن‌ها هدف‌های مهارتی دنبال می‌شود.

نکاتی در خصوص مهارت‌ها

پیش از آن‌که به توضیح و تبیین مهارت‌ها در آموزش ریاضی بپردازیم به چند نکته‌ی مرتبط با تمام مهارت‌ها، اشاره‌ای گذرا خواهیم کرد.

۱ــ هریک از مهارت‌ها مانند چتری روی دانش‌ها و مفاهیم قرار می‌گیرند. زمانی‌که به آموزش یکی از مفاهیم می‌پردازیم و فعالیت‌هایی طرح می‌کنیم تا دانش مورد نظر توسط دانش‌آموزان تولید شود (در فصل روش‌های تدریس در این مورد بیش‌تر صحبت خواهیم کرد.) فهرست مهارت‌ها را مدّ نظر قرار می‌دهیم تا امکان تقویت، توسعه و پرورش مهارت‌ها را در این موضوع خاص بررسی کنیم. به این ترتیب مهارتی مثل پیداکردن مقدار تقریبی یک عدد (تقریب عددی) به‌عنوان یک موضوع درسی خاص مطرح نمی‌شود تا پس از آموزش آن به فراموشی سپرده شود بلکه این مهارت در تمام دروسی که به محاسبات و عملیات مربوط می‌شود ظاهر می‌گردد. مهارت‌ها مستقل از موضوع یا مفاهیم درسی هستند ؛ به عبارت دیگر، با موضوعات و مفاهیم گوناگون قابل ترکیب‌اند. برای مثال، وقتی موضوع درس مفهوم کسر است، می‌توان مهارت تخمین و تقریب عددی را با این درس ترکیب کرد. نمونه‌ی زیر یکی از سؤال‌های آزمون تیمز (TIMSS) است.

تقریباً چه کسری از شکل زیر رنگ شده است؟



به هر موضوع درسی که می‌رسید، فهرست هدف‌های مهارتی را برای خود مرور کنید و بکوشید بین مهارت‌ها و مفهوم مورد نظر ارتباط برقرار سازید و سؤال‌های مناسب طرّاحی کنید.

۲ــ هر حرفه و شغلی ابزار خاص خود را دارد و در واقع، مهارت‌ها ابزار یادگیری ریاضیات هستند و در درک بهتر مفاهیم ریاضی، دانش‌آموزان را یاری می‌دهند. ممکن است هنگام

انجام‌دادن یک فعالیت چندین مهارت به‌کار رود ؛ ولی وقتی فعالیتی برای یک مهارت خاص مطرح می‌شود، به این معناست که این مهارت در آن فعالیت مهم‌تر و اثربخش‌تر است ؛ برای مثال، وقتی فرضیه‌سازی می‌کنید، حتماً یک رابطه یا الگویی کشف کرده‌اید ؛ ولی آن‌چه مسلم است، مهارت حلّ مسئله از سایر مهارت اهمیت بیش‌تری دارد و نقطه‌ی تمرکز در آموزش ریاضیات است.

۳ــ در ارائه‌ی فعالیت‌های مهارتی به دانش‌آموز همیشه تفاوت و توانایی‌های فردی آنان را مدّ نظر داشته باشید ؛ زیرا دانش‌آموزان در توانایی مهارتی با هم متفاوت‌اند ؛ بنابراین، نمی‌توان از همه انتظار یکسانی داشت ؛ زیرا عده‌ای در استدلال توانایی دارند و تعدادی در به‌کاربردن ابزار ماهر شده‌اند.

۴ــ مهارت‌ها آموزش‌دادنی هستند و گسترش آن‌ها به زمان نیاز دارد. برای مثال، مهارت جوشکاری را باید به افراد آموزش داد و خبره‌شدن در جوشکاری به زمان احتیاج دارد و همه مثل هم جوشکاری نمی‌کنند و مهارت افراد در این زمینه متفاوت است. در آموزش هم همین‌طور است. برای مثال، وقتی برای اولین بار از دانش‌آموزان می‌خواهیم پس از انجام‌دادن فعالیت داده شده یک فرضیه بسازند (یا یک نتیجه‌ی درست بگیرند) ممکن است همه‌ی دانش‌آموزان فقط معلم خود را نگاه کنند و هیچ‌کس حرفی نزند. این موضوع طبیعی است و نشان می‌دهد که مهارت فرضیه‌سازی را باید آموزش داد. پس ازگذشت چند ماه که معلم با همین شیوه به دانش‌آموزان آموزش داد و پس از انجام‌دادن فعالیت‌ها، فرضیه و نتیجه را از آن‌ها سؤال کرد، آهسته آهسته پاسخ‌های درست و بیان فرضیه‌ها (حتی فرضیه‌های نادرست) شروع می‌شود و پس از گذشت مدتی دیگر همه‌ی دانش‌آموزان قادر خواهند بود فرضیه‌سازی کنند. یا وقتی معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد استدلال خود را بیان دارند یا راهبردهای تخمین‌زدن و راهبردهای محاسبات ذهنی خود را بگویند یا بنویسند، ابتدا دانش‌آموزان حتی منظور معلم را نیز نمی‌فهمند. اما پس از چند مثال و توجه به نحوه‌ی استدلال و بیان معلم، کم‌کم می‌توانند توانایی خود را در این مهارت‌ها نیز نشان دهند.

ارتباط‌های درونی و بیرونی ریاضیات

در برنامه‌ریزی درسی ریاضیات دو نوع ارتباط همیشه باید مدّنظر برنامه‌ریز، مؤلف و حتی معلم باشد :

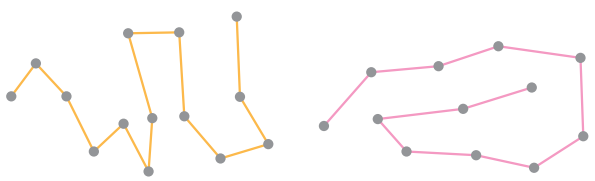
۱ــ ارتباط درونی: مفاهیم و مهارت‌های ریاضی در درون خود با هم یک ارتباط نزدیک و شبکه‌ای دارند. برنامه‌ریزی و آموزش باید به شکلی باشد که دانش‌آموز این ارتباطات و روابط درونی را درک کنند و ریاضیات را به‌صورت یک‌پارچه یاد بگیرند.

۲ــ ارتباط بیرونی: ریاضیات شامل کلیه‌ی ارتباطات ریاضی با **زندگی روزمره**، سایر علوم و کاربردهایی در زندگی علمی آینده‌ی دانش‌آموز است. به این ترتیب، در برنامه درسی و آموزشی، برقرارکردن پیوند ریاضیات با کاربردهایش در زندگی روزمره و سایر علوم از قبیل هنر، علوم طبیعی و علوم اجتماعی باید مدّ نظر قرار گیرد. درصورتی که این موارد در آموزش دیده نشود، این سؤال همیشه در ذهن دانش‌آموزان باقی می‌ماند که «به چه دلیل باید ریاضی بخوانیم؟» یا «این ریاضیات به چه دردِ ما می‌خورد؟»

الف ــ مهارت شمارش: این مهارت بیش‌تر به سال‌های اول دبستان مربوط می‌شود ؛ اما می‌توان آن‌را تا سال‌های پایانی آموزش عمومی توسعه داد. هدف از این مهارت، کسب توانایی در شمردن هر چیزی به‌وسیله‌ی دانش‌آموزان وبا راهبردها و روش‌های متفاوت است.

نیاز به شمارش از اولین نیازهای بشر است و سرچشمه‌ی حساب و ریاضی به‌شمار می‌رود. برای آموزش عددها در سال‌های اول تحصیل، از همین مهارت استفاده می‌شود. معمولاً دانش‌آموز قبل از ورود به مدرسه قادر است تعداد محدودی از اشیا را به‌شمارد. حتی بعضی از آن‌ها طوطی‌وار تا عدد صد می‌شمارند ؛ اما باید کاری کرد که این شمارش معنادار شود.

نوآموزان ابتدا شمارش خطی را فرا می‌گیرند ؛ یعنی اشیایی را که می‌خواهند بشمارند، با یک خط به هم وصل می‌کنند و می‌شمارند. در زیر دو نوع حرکت انگشت دست برای شمارش چند نقطه مشخص شده است :

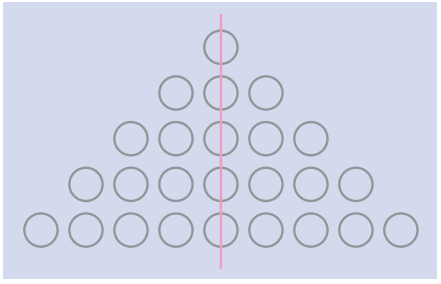


پس از این مرحله و وقتی تعداد اشیا زیاد می‌شود، انتظار داریم نوآموزان شمارش را با دسته‌بندی انجام دهند ؛ وقتی می‌توانیم بگوییم فردی می‌تواند بشمارد که توانایی داشته باشد به همان تعداد از اشیای مورد نظر را دوباره جدا کند.

نوع دیگری از شمارش، استفاده از تناظر یک به یک است ؛ یعنی اگر به دانش‌آموز گفته شود به تعداد نقطه‌های زیر، نقطه بگذار، او می‌تواند به‌ازای هر نقطه‌ای که می‌بیند و مثلاً روی آن یک خط می‌کشد، در طرف دیگر یک نقطه بگذارد. به این ترتیب به همان تعداد نقطه به‌دست خواهد آورد.

نمونه‌گیری و شمارش از دیگر اجزای مهارت شمارش است. انتظار داریم یک دانش‌آموز در پایان دوره‌ی آموزش عمومی بتواند با نمونه‌گیری، اشیای زیاد را با دقتی قابل قبول شمارش کند. برای مثال، تعداد و نمونه‌های یک کیسه‌ی یک کیلوگرمی را با پیمانه‌ی وزنی یا حجمی بشمارد.

انتخاب نمونه و نحوه‌ی تعمیم آن به کل، مهم‌ترین مسئله در این بخش است. استفاده از تقارن در شمارش نیز از اجزای دیگر مهارت شمارش است. در شکل زیر، خط وسط (که از دایره‌ها گذشته) محور تقارن است. بنابراین با شمارش تعداد دایره‌ها در سمت راست و ردیف وسط تعداد کل دایره‌ها به‌دست می‌آید.



شمارش اشیا در دستگاه‌های شمار (مبناها) از دیگر توانایی‌هایی است که دانش‌آموز باید در پایان دوره‌ی آموزش عمومی کسب کند.

این مهارت در سال‌های پایانی دبیرستان و در ادامه در علم ریاضی به مباحث مربوط به ریاضیات گسسته و آنالیز ترکیبی و آمار و احتمال ختم می شود. برای مثال، شمارش انواع حالت‌هایی که می‌توان عدد سه‌رقمی نوشت که مضرب ۵ باشد به نوعی به این مهارت مربوط می‌شود.

ب ــ مهارت اندازه‌گیری: در آموزش عمومی اندازه‌گیری طول، سطح، حجم، زمان، جرم، زاویه و دما مطرح می‌شود. این مهارت در زندگی روزمره کاربرد زیادی دارد. انتخاب واحد مناسب برای اندازه‌گیری، استانداردکردن و استفاده از واحدهای استانداردشده رایج و غیررایج از اجزای مهم این مهارت به حساب می‌آیند.

در این مهارت، دانش‌آموز باید به خطاهای انسانی و خطاهای غیرانسانی (ناشی از ابزار اندازه‌گیری و محدودیت‌های دیگر) توجه داشته باشد و مفهوم دقت اندازه‌گیری و دقت وسایل را درک کند در اندازه‌گیری‌ها و بیان نتیجه به‌کار برد.

با عنایت به موارد ذکرشده، دانش‌آموز باید بتواند ابزار مناسب برای اندازه‌گیری را تشخیص دهد و انتخاب کند ؛ برای مثال، وقتی اندازه‌ی طول اتاق مورد نظر است، متر پارچه‌ای وسیله‌ی مناسبی است. اما برای اندازه‌گیری ابعاد یک قطعه در تراش‌کاری باید از کولیس استفاده کرد. همچنین باید با توجه به هدف اندازه‌گیری، میزان دقت و خطا را تعیین کرد. طراحی و ساختن وسایل اندازه‌گیری از اجزای مهم مهارت اندازه‌گیری است که حتی باید در دوره‌ی آموزش متوسطه نیز پیگیری شود. ساخت یک خط‌کش یا درست‌کردن نقاله در سطح آموزش عمومی قابل طرح است.

استفاده از واحدهای مناسب در اندازه‌گیری‌ها از دیگر بخش‌های این مهارت است. برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو شهر از واحد کیلومتر و برای اندازه‌گیری ضخامت یک کتاب از واحد میلی‌متر استفاده می‌کنند. براین اساس، نوع وسیله را نیز می‌توان تعیین کرد و در ضمن مقدار مجاز خطای اندازه‌گیری نیز مشخص می‌شود.

برای اندازه‌گیری‌ها، روابط، فرمول‌ها و روش‌های متفاوتی وجود دارد ؛ مانند رابطه‌های محاسبه مساحت و حجم. استفاده از این فرمول‌ها و به‌کاربردن روش‌های گوناگون از بخش‌های دیگر مهارت اندازه‌گیری است.

یکی از اجزای مهم این مهارت، داشتن درک و تصور درست از واحدهای اندازه‌گیری است. این بخش‌ها به نوعی به مهارت تخمین و تقریب عددی نیز مربوط می‌شود. به‌عبارت دیگر، دانش‌آموز باید بتواند از یک مقدار یا کمیت، با توجه به واحد

اندازه‌گیری آن، تجسم شهودی داشته باشد.

ج ــ مهارت تخمین و تقریب عددی: از آن‌جا که در زندگی روزمره و در اغلب مسایل، با عددهای تقریبی سر و کار داریم، این مهارت به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. به‌طوری که کم‌تر مثالی می‌توانیم بیابیم که در آن برای محاسبه‌ی محیط یا مساحت دایره به تقریبی بیش‌تر از ۳/۱۴ برای عدد π نیاز داشته باشیم.

وقتی با کمیت‌های عددی سر و کار داریم، از واژه‌ی تقریب استفاده و عددهای تقریبی را جایگزین عددها می‌کنیم. برای مثال، فاصله‌ی شهر تهران تا مشهد مقدس را به‌طور تقریبی ۱۰۰۰کیلومتر بیان می‌کنیم و می‌دانیم که فاصله‌ی واقعی این دو شهردقیقاً برابر عدد ۱۰۰۰ نیست. در مقایسه‌های کیفی و بدون داشتن مقادیر عددی مثل مقایسه‌ی دو طول بدون اندازه‌گیری و تعیین کوتاه‌تر، بلندتر، از واژه‌ی **تخمین** استفاده می‌کنیم.

از این مهارت در اکثر مفاهیم ریاضیات و به‌طور گسترده استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، می‌توان این مهارت را با مفاهیم زیادی ترکیب کرد. به‌طورکلی در مباحث محاسباتی و عملیاتی (در دوره‌ی ابتدایی محاسبات ۴ عمل اصلی) و همچنین در کلیه‌ی مباحثی که به اندازه‌گیری مربوط می‌شود (در دوره‌ی ابتدایی اندازه‌گیری دما، جرم، زمان، طول، سطح و حجم) و شمارش تعدادی از هر چیز، باید مهارت تقریب را مدّ نظر قرار داد.

اولین نکته‌ای که باید به دانش‌آموزان آموزش دهیم، تصمیم‌گیری در مورد لزوم تخمین یا تقریب زدن است و این که چه وقت باید از عدد تقریبی به جای عدد واقعی استفاده کرد.

بعد از این که تصمیم گرفتیم تقریب بزنیم، باید در این مورد که با چه تقریبی عدد را بیان کنیم، تصمیم بگیریم. توجه دانش‌آموزان را به دلیل انتخاب نوع تقریب جلب می‌کنیم تا دریابند که برای بیان عددهای تقریبی مقادیری از عدد، که در نظر گرفته نمی‌شود، در آن موضوع خاص به دلایلی کم‌اهمیت و بی‌ارزش است. درنتیجه، با صرف‌نظرکردن از آن، اشکالی به وجود نمی‌آید.

همان‌طورکه ذکر شد، در محاسبات ۴ عمل اصلی می‌توان این مهارت را تقویت کرد. در این قسمت، آن‌چه اهمیت دارد، پرسیدن راهبردهایی است که دانش‌آموزان برای پیداکردن مقدار تقریبی به‌کار می‌برند. بیان و توضیح راهبرد به‌وسیله‌ی دانش‌آموز در تقویت مهارت‌های استدلالی و کلامی او بسیار مؤثر است ؛ برای مثال، برای محاسبه‌ی مقدار تقریبی ۲۱/۵ ÷ ۲۱۱ می‌توان راهبردهای زیر را به‌کار برد :

□ ۲۱۱ ÷ ۲۱/۵ ≃ ۲۰۰ ÷ ۲۰ = ۱۰

□ ۲۱۱ ÷ ۲۱/۵ ≃ ۲۱۰ ÷ ۲۱ = ۱۰

بعد از این که دانش‌آموز روش خود را برای پیداکردن مقدار تقریبی بیان کرد، باید برای درستی کار خود استدلال کند و مانند مثال فوق این توانایی را به‌دست بیاورد که روش خود را با نمادهای ریاضی نشان دهد و برای درستی آن دلیل بیاورد.

در تبیین اجزای مهارت اندازه‌گیری ذکر شد که داشتن تصور درست از واحدهای اندازه‌گیری، تا حدودی به مهارت تخمین و تقریب عددی مربوط می‌شود. در این جا نیز یادآور می‌شویم که در تمام فعالیت‌های مربوط به اندازه‌گیری، می‌توان ابتدا از دانش‌آموز خواست که حدس خود را از اندازه‌ی مورد نظر بیان کند ؛ سپس با استفاده از ابزارِ اندازه‌گیری با دقت بیش‌تر کمیت مورد نظر را پیدا و با حدس خودِ مقایسه کند.

یکی دیگر از اجزای بسیار مهم این مهارت، کاربرد تخمین در حل مسئله است. در بسیاری از مسئله‌ها استفاده از عددهای تقریبی راهِ حل مسئله را آشکار می‌کند و در بعضی نیز استفاده از تخمین به‌طور کامل به حل آن منجر می‌شود.

همان‌طورکه در مهارت شمارش، نمونه‌گیری مطرح شد، در این جا نیز یادآوری می‌کنم که در نمونه‌گیری برای شمارش یا اندازه‌گیری کمیت‌های هندسی، می‌توانیم به تقریب خوبی از عدد مورد نظر برسیم.

د ــ مهارت محاسبات عددی و عملیات ذهنی: بیش‌تر محتوای کتاب‌های ریاضی در دوره‌ی ابتدایی و راهنمایی، به مفاهیم و روش‌های محاسبات (چهار عمل اصلی) روی مجموعه‌ی اعداد حسابی، کسرها و عددهای اعشاری، اعداد صحیح، گویا و عددهای حقیقی مربوط می‌شود. در مرحله‌ی نخست باید به مفهوم بپردازیم و تکنیک‌ها را با تکیه بر مفاهیم به‌دست آوریم. پس از آن، مهارت انجام محاسبات مورد نظر است ؛ یعنی دانش‌آموز توانایی انجام‌دادن محاسبات را با دقت و سرعت متناسب با سنّ خود داشته باشد ؛ اغلب معلمان، تمرین‌های محاسباتی زیادی به دانش‌آموزان می‌دهند و رسیدن به مهارت را دلیل کار خود می‌دانند. اما در این جا دو

نکته قابل توجه است : اول آن که با وجود ابزاری مثل ماشین‌حساب، این همه تأکید بر محاسبات عددی لزومی ندارد (در این خصوص در بخش‌های بعدی به تفصیل توضیح داده خواهد شد). دوم آن که اضافه کردن رقم‌ها یا تعداد عددها در یک محاسبه، بعد ریاضی مسئله و تمرین را زیاد نمی‌کند بلکه مسایلی مثل تمرکز و دقت را می‌سنجد ؛ برای مثال، درست همان تکنیکی که در ضرب دو عدد ۲رقمی به‌کار می‌بریم، در ضرب دو عدد ۴رقمی نیز به‌کار می‌بریم. بنابراین، اگر ضرب دو عدد ۴ رقمی را از دانش‌آموزان بخواهیم، مسئله ریاضی را پیچیده نکرده‌ایم بلکه عوامل روحی و روانی و توانایی‌های غیرریاضی آنان را در نظر گرفته‌ایم. این نوع تمرین‌ها که معمولاً در تعداد زیادی از دانش‌آموزان خواسته می‌شود، برای آن‌ها آزاردهنده و خسته‌کننده است. پس به جای پرداختن به این نوع تمرین‌ها در نگرش مهارتی، پس از کسب اطمینان از یادگیری تکنیک‌ها، عملیات ذهنی بهتر است خواسته شود. در زیر به تشریح اجزا و ابعاد این مهارت می‌پردازیم :

اولین انتظار از دانش‌آموزان، داشتن درک و تصور درست از بزرگی یا کوچکی اعداد است. درک این مسئله به‌تدریج با افزایش سنّ و تعامل در زندگی روزمره، در ذهن دانش‌آموزان شکل می‌گیرد. همین عوامل باعث می‌شود آموزش عددها به‌تدریج در کتاب‌های ریاضی گنجانده شود. عدد ۱۰۰۰ به این دلیل در کلاس سوم دبستان تدریس می‌شود که دانش‌آموزان تا قبل از آن که درک درستی از عددهای بیش‌تر از ۱۰۰۰ ندارند. بنابراین، در تدریس مفاهیم ارزش مکانی و عددهای بزرگ‌تر از میلیون به جای تأکید زیاد بر خواندن و نوشتن عددها، از دانش‌آموزان بخواهید برای عددها مثال‌هایی واقعی بزنند یا آن‌ها را با تقریب‌های مناسب بیان کنند. پس از آن باید از مهارت محاسبات عددی با عمل‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اطمینان پیدا کنیم و دریابیم که دانش‌آموزان تکنیک‌ها را به‌درستی به‌کار می‌برند یا خیر. در ابتدا زمان انجام‌دادن محاسبات اهمیتی ندارد ؛ ولی به‌تدریج باید سرعت محاسبه را نیز مدّ نظر قرار داد. یکی از نکات بسیار مهم راهبردها و روش‌های محاسباتی است که باید تا حد امکان آن‌ها را توسعه داد. به‌خصوص زمانی که از دانش‌آموزان می‌خواهیم عملیات را ذهنی انجام دهند. منظور از عملیات ذهنی این نیست که همان تکنیک و روشی که روی کاغذ انجام می‌دادند، در ذهن مجسم کنند و محاسبه را بدون کاغذ و قلم انجام دهند بلکه هدف انجام‌دادن محاسبه با راهبردهای متفاوت است ؛ آنچه اهمیت دارد، بیان کلامی روش‌ها و سپس توضیح و استدلال برای بیان درستی کار خود و نمادین‌کردن و نوشتن عملیات ذهنی و استدلال نمادین است. پیدا کردن پاسخ یک عملیات از راه‌حل‌های متفاوت نیز برای دانش‌آموزان جذّاب و شنیدنی است. یکی دیگر از ابعاد این مهارت، بیان رابطه‌های بازگشتی در عملیات به‌صورت ذهنی و امتحان‌کردن جواب‌هاست.

برای مثال، در تمرین $\begin{array}{r}\square\square \\ +\square\square \\ \hline 139\end{array}$ برای پیدا کردن رقم یکان می‌توانیم $۱=۸-۹$ و برای پیدا کردن رقم دهگان $۷=۶-۱۳$ را انجام دهیم. برای امتحان درستی جواب، ۶۸ را با عدد به‌دست آمده جمع می‌کنیم یا وقتی می‌خواهیم $۷۲\div۸$ را پاسخ دهیم، می‌توانیم از ضرب $۷۲=۸\times۹$ استفاده کنیم. داشتن درک شهودی از ویژگی‌های جبری (خاصیت‌های اعمال) نیز به راهبردهای عملیات ذهنی کمک می‌کند ؛ برای مثال، اگر خاصیت پخش ضرب نسبت به عمل جمع را بدانیم، می‌توانیم به تمرین زیر به‌راحتی پاسخ دهیم.

اگر حاصل $۱۰۵=۵\times۱۷$ باشد حاصل ۱۹×۵ برابر چند است.

$$۱۹\times۵=(۲+۱۷)\times۵=۲\times۵+۱۷\times۵=۱۰+۱۰۵=۱۱۵$$

محاسبات بالا چگونگی انجام‌دادن محاسبه‌ی ذهنی را نشان می‌دهد و دلیل اضافه‌کردن ۱۰ را به ۱۰۵ مشخص می‌کند. تجزیه‌ی عددهای مرکب به عوامل اول نیز در درک بهتر روابط بین اعداد و ساده کردن کسرها و محاسبات کمک زیادی می‌کند. در مثال زیر، با تبدیل عددهای مرکب به عوامل اول، یک کسر ساده شده است.

$$\frac{۲۴\times۳۵}{۲۱\times۲۰}=\frac{۲\times۲\times۲\times۳\times۷\times۵}{۳\times۷\times۲\times۲\times۵}=۲$$

انجام‌دادن چنین محاسباتی در ذهن، توانایی دانش‌آموز را در محاسبات ذهنی نشان می‌دهد. استفاده از عملیات الگوپذیر مانند شمارش چند در میان، مضارب یک عدد و دنباله‌های عددی مشابه به‌صورت ذهنی از اجزای دیگر این مهارت هستند.

هـ ــ مهارت الگویابی، پیش‌بینی و مدل‌سازی: یکی از نقاط ضعف دانش‌آموزان ایرانی شرکت‌کننده در مطالعه‌ی تیمز

عدم توانایی در پاسخ‌گویی به سؤالاتی بود که در آن کشف رابطه‌ی بین عددها یا شکل‌ها مطرح می‌شد. به همین دلیل، دانش‌آموزان ما نمی‌توانستند حالت‌های بعدی را با استفاده از الگوی موجود پیش‌بینی کنند. این مهارت در حال حاضر در کتاب‌های درسی ریاضی کم‌رنگ است. در کلاس اول ابتدایی، الگوهای هندسی (البته از یک نوع خاص) وجود دارند. بعد از آن، نمونه‌هایی از این مهارت را در مطالب جنبی کتاب‌ها می‌توان دید که اغلب آموزگاران به آن توجه نمی‌کنند.

مهارت الگویابی به دو دسته‌ی کلی تقسیم می‌شود : کشف الگوی عدد و کشف الگوی هندسی. در بعضی از فعالیت‌ها می‌توان این دو الگو را ترکیب کرد و الگویی هندسی ــ عددی به‌وجود آورد.

منظور از الگویابی، کشف رابطه‌ای است که بین عددها و یا شکل‌های هندسی وجود دارد ؛ به‌طوری‌که با کشف آن رابطه، بتوان جمله‌های بعدی الگو را کشف و بیان کرد به مثال زیر توجه کنید :

در الگوی عددی مقابل عددهای بعدی را تعیین کنید.

۴,۷,۱۰,۱۳,...

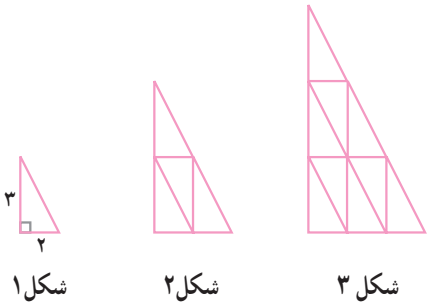
در این الگویابی، دو نکته قابل توجه است. اول آن‌که دانش‌آموز بعد از کشف الگوی مورد نظر، باید توانایی بیان و توضیح آن را داشته باشد. توضیحی قابل قبول است که به کمک آن بتواند الگو را ادامه دهد. همچنین دانش‌آموز باید یاد بگیرد، پس از بیان شفاهی و توضیح کلامی، رابطه را به شکل نمادین بنویسد و توضیح نوشتاری دهد.

در سال‌های بالاتر و در دوره‌ی راهنمایی و دبیرستان از دانش‌آموزان خواسته می‌شود با استفاده از نمادهای جبری رابطه را مشخص کنند.

نکته‌ی دوم این است که الگوها را می‌توان به راه‌های متفاوت بیان کرد. به‌عبارت دیگر، الگوها ممکن است جواب منحصربه‌فرد نداشته باشند. آن چه اهمیت دارد، این است که الگوی کشف‌شده توسط دانش‌آموز، در جملات داده‌شده صدق کند و به کمک آن بتوان جملات بعدی را تعیین کرد. بنابراین امکان دارد، پاسخ دانش‌آموزان با آن‌چه که ما فکر کرده‌ایم متفاوت باشد و حتی ممکن است در الگوی پیشنهادی او، جملات بعدی به‌دست آمده با جملات مورد نظر ما متفاوت باشند.

این مثال یکی از سؤالات مطالعه‌ی تیمز است که یک الگوی عددی را با الگوی هندسی ترکیب کرده است. متن سؤال (به‌ترتیب زیر) دقیقاً از سؤال آزمون تیمز نوشته شده است.

شما یک سری سه‌تایی از مثلث‌های متشابه را می‌بینید. مثلث‌های کوچک همه با هم برابرند.



شکل۱ شکل۲ شکل ۳

۱ــ پیدا کنید در هر یک از شکل‌ها چند مثلث کوچک جا می‌گیرد و جدول زیر را تکمیل کنید.

شکل	تعداد مثلث‌های کوچک
۱	۱
۲	
۳	

۲ــ مثلث‌های متشابه را تا هشتمین شکل ادامه می‌دهیم. چند مثلث کوچک در هشتمین شکل جا می‌گیرد؟ در این سؤال برای بیان رابطه‌ی بین شکل‌ها، از الگوی عددی استفاده می‌کنیم. در واقع اگر شماره‌ی شکل را در همان عدد ضرب کنیم (یا به توان ۲ برسانیم)، تعداد مثلث‌های کوچک به‌دست می‌آید. بنابراین در شکل هشتم ۶۴ مثلث کوچک جا می‌گیرد.

یکی از بخش‌های مهم این مهارت، زمینه‌سازی برای طرح الگو توسط دانش‌آموزان است. به عبارت دیگر، باید فضایی ایجاد کرد که در آن دانش‌آموز الگوی مورد نظر خود را طرح کند و دانش‌آموزان دیگر الگوی او را کشف کنند و ادامه دهند.

مقدماتی‌ترین روش الگویابی، طبقه‌بندی براساس رنگ، اندازه، شکل و یا نوع است که دانش‌آموزان، پیش از دبستان با آن آشنا می‌شوند. اگر این مهارت به‌درستی دنبال شود، در سال‌های بعد دانش‌آموز یاد می‌گیرد که داده‌های عددی را براساس

یک ویژگی مشخص دسته‌بندی و سازمان‌دهی کند تا به کمک آن‌ها بتواند پیش‌بینی کند و تحلیل بهتری از داده‌ها ارائه دهد. بنابراین طبقه‌بندی، سازمان‌دهی داده‌ها و پیش‌بینی و تحلیل آن‌ها از اجزای مهم این مهارت به‌شمار می‌آیند.

رسم نمودارها در واقع تبدیل الگوی عددی داده‌ها به الگوی هندسی است. به کمک نمودار می‌توان تحلیل و تغییر بهتری ارائه داد و یا رفتار متغیرها را پیش‌بینی کرد.

برای کشف الگوهای موجود در زندگی روزمره و یا برای حلّ مسئله‌هایی که در زندگی روزمره با آن‌ها مواجه می‌شویم، از مدل‌سازی استفاده می‌کنیم. مدل‌سازی یعنی ترجمه‌ی یک مسئله از دنیای واقعی به دنیای ریاضی برای حلّ آن مسئله. مهارت‌های الگویابی و پیش‌بینی، مقدمه‌ای برای مدل‌سازی هستند که در ریاضیات از اهمیت زیادی برخوردارند.

در کتاب اول راهنمایی نیز مسئله مربوط به پیدا کردن یک نقطه که از سه دهکده به یک اندازه باشد تا در آن مکان، مجتمع آموزشی و فرهنگی و تفریحی ساخته شود نیاز به مدل‌سازی دارد. در واقع تبدیل این مسئله‌ی واقعی به یک مسئله‌ی هندسی نوعی مدل‌سازی است.

و ــ استفاده از نمودارها و شهود هندسی ۱: درس آمار، در حال حاضر در کتاب‌های درسی ریاضی آموزش عمومی بسیار کم‌تر از آن مقداری است که باید باشد. همان مقدار ناچیز نیز بیش‌تر به موضوع رسم نمودارها پرداخته است درحالی که آمار در زندگی روزمره کاربرد زیادی دارد و در رشته‌های متفاوت تحصیلی نیز می‌توان از آن استفاده کرد.

توصیف، تحلیل و شرایط استفاده از نمودار، مهم‌تر از رسم آن است. امروزه با وجود ماشین‌حساب‌های رسّام و انواع نرم‌افزارها برای رسم نمودار، عاقلانه نیست زمان زیادی را صرف آموزش رسم نمودار کنیم. بلکه باید توجه خود را به بخشی از کار معطوف کنیم که از توانایی ابزارها و فنّاوری خارج است. با این دیدگاه، اهمیت مهارت استفاده از نمودارها مشخص می‌شود.

از طرف دیگر، توانایی در توصیف و تحلیل نمودارها و ارتباط شکل‌های هندسی، کمک می‌کند که به درکی شهودی از روابط و قضایای هندسی دست یابیم. به همین دلیل، مهارت استفاده از نمودارها و شهود هندسی باید بیش از پیش مورد عنایت قرار گیرد. شهود ریاضی، باورها و نتیجه‌ها را بدون فرمول‌بندی صوری مورد قضاوت قرار می‌دهد، می‌پذیرد و یا رد می‌کند. این استعداد فکری و توانایی ذهنی در این گونه داوری‌ها را «شهود ریاضی» می‌نامند.

طبقه‌بندی و دسته‌بندی شکل‌های هندسی و ترکیب آن‌ها برای ساختن شکل‌های جدید هندسی از اولین قدم‌ها و اجزای این مهارت است. برای مثال، دانش‌آموز باید با ترکیب۶ مثلث متساوی‌الاضلاع، یک شش‌ضلعی منتظم بسازد و یا با ۴ مثلث قائم الزاویه‌ی مساوی، یک لوزی درست کند. در این قسمت، کم‌کم ذهن دانش‌آموز را نسبت به ارتباط بین شکل‌های هندسی حساس می‌کنیم. برقراری ارتباط بین شکل‌های هندسی از اجزای این مهارت است ؛ برای مثال، وقتی می‌خواهیم دستور محاسبه‌ی مساحت مثلث را با توجه به دستور محاسبه‌ی مساحت متوازی‌الاضلاع پیدا کنیم، دانش‌آموز باید به درک رابطه‌ی بین این دو شکل دست یافته باشد.

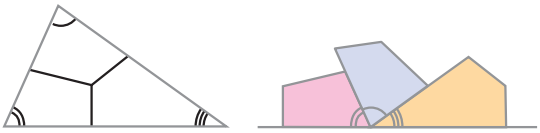
یعنی از کنار هم‌گذاشتن دو مثلث هم‌اندازه، یک متوازی‌الاضلاع به‌دست می‌آید. همچنین از کنارهم قراردادن دو ذوزنقه‌ی مساوی می‌توان یک متوازی‌الاضلاع ساخت.

تشخیص و ترسیم حجم‌های سه‌بعدی در یک شکل دوبعدی نیز، از اجزای این مهارت است. این که دانش‌آموز بتواند از یک تصویر دوبعدی یک جسم سه‌بُعدی را تصور کند، ساده‌تر از آن است که تصویر یک حجم را رسم کند. این کار مهارتی است که در سال‌های پایان دبستان شروع شده است و نیاز به تمرین و ممارست در دوره‌ی راهنمایی دارد.

از بعد شهود هندسی، آخرین مرحله و مهم‌ترین آن‌ها، استدلال شهودی است، استدلالی که به دقت استدلال استنتاجی نیست، اما می‌تواند برای عمیق‌شدن فهم و یا یافتن مسیر استدلال استنتاجی، به دانش‌آموز کمک زیادی کند.

برای مثال، وقتی می‌خواهیم نشان دهیم که مجموع سه زاویه‌ی یک مثلث 180° است، می‌توانیم به روش زیر سه زاویه‌ی مثلث را ببریم، کنار هم قرار دهیم، از کنار هم قرار دادن این سه

زاویه، یک زاویه‌ی نیم صفحه (۱۸۰°) به وجود می‌آید.



در زمینه‌ی علم آمار نیز توصیف، تحلیل و تغییر نمودارها، از اجزای همین مهارت به‌شمار می‌روند. گفته شد که توانایی استخراج نتیجه از نمودار، مهم‌تر از رسم آن است ؛ مهارتی که از ابتدای آموزش عمومی باید مورد توجه قرار گیرد.

تبدیل اطلاعات عددی و کلامی به تصویری و برعکس آن، به روش‌های متفاوت نیز به همین مهارت مربوط می‌شود. اما آن‌چه اهمیت دارد، این است که هر نمودار، به چه منظوری به‌کار می‌رود. انتخاب نمودار مناسب با توجه به شرایط مسئله، از اجزای مهم این مهارت است. برای مثال، وقتی چند داده را با هم مقایسه می‌کنیم، نمودار میله‌ای (یا ستونی) مناسب است، اما اگر بخواهیم تغییرات یک کمیت (مثلاً دمای هوا در ساعت‌های متفاوت یک روز) را بررسی کنیم، نمودار خط شکسته مناسب‌تر است.

ز ــ مهارت فرضیه‌سازی ــ نظریه‌پردازی:
فرضیه‌سازی یعنی استخراج نتایج از داده‌ها، فرض‌ها و اطلاعات درست. نظریه‌پردازی بسیار کلان‌تر از فرضیه‌سازی است. مجموعه‌ای از فرضیه‌ها و تئوری‌های به هم مرتبط در یک حوزه‌ی مفهومی مشخص، نظریه است. و نظریه‌پرداز این ارتباط‌ها را کشف و تبیین می‌کند. درستی یا نادرستی فرضیه‌ها و نظریه‌ها باید بررسی شوند. بنابراین ممکن است از داده‌ها و فرض‌های درست، نتیجه‌ای نادرست استخراج شود.

مبنای فرضیه‌سازی تجربه است ؛ یعنی پس از کسب اطلاعات و داده‌های درستِ حاصل از تجربه می‌توان فرضیه‌سازی کرد ؛ برای مثال، اگر بخواهیم در مورد زاویه‌های مثلث فرضیه‌ای بسازیم باید چندین مثلث رسم کرده زاویه‌ها را اندازه بگیریم و براساس آن فرضیه‌ای را بیان کنیم. «مجموع زاویه‌های هر مثلث ۱۸۰° است» این جمله یک فرضیه است. فرضیه‌ای که براساس تجربه به‌دست آمده است.

فرضیه‌سازی مهارت بسیار مهمی است که نیاز به آموزش دارد. در اوایل کار نمی‌توان انتظار داشت که تمام دانش‌آموزان بتوانند فرضیه‌سازی کنند. اما باید آن‌ها را تشویق کرد تا فرضیه‌های خود را بیان کنند و توضیح دهند. پس اولین بخش در این مهارت، آموزش بیان‌کردن و توضیح‌فرضیه‌هاست. در مرحله‌ی دوم دانش‌آموز باید یاد بگیرد فرضیه خود را آزمون کند. یعنی درستی یا نادرستی آن را بررسی کند ؛ برای مثال، اگر در مورد زاویه‌های یک مثلث فرضیه این بود که مجموع زاویه‌های یک مثلث ۱۸۰° است می‌توانیم یک یا چند مثلث دلخواه دیگر رسم کرده درستی این فرضیه را بررسی و آزمون کنیم.

همان‌طورکه در مهارت‌های محاسبات عددی و عملیات ذهنی و تخمین و تقریب عددی بیان شد، روش‌ها و راهبردهای محاسباتی و تخمین‌زدن باید توسط دانش‌آموز توضیح داده شود. بنابراین روش‌های محاسباتی می‌توانند فرضیاتی باشند که دانش‌آموز می‌سازد و با مثال‌های دیگر می‌توان درستی فرضیه‌های او را بررسی کرد.

یکی از اجزای مهم فرضیه‌سازی تعمیم و توسعه فرضیات تأییدشده است.

برای مثال، با تجربه‌ی چهارضلعی‌های مختلف می‌توان این فرضیه را تأیید کرد که مجموع زاویه‌های خارجی هر چهارضلعی ۳۶۰° است. این فرضیه را می‌توان به هر nضلعی تعمیم داد. برای این کار می‌توان پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی و ... را تجربه کرد و یک فرضیه کلی‌تر ساخت : «مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی ۳۶۰° است.» بحث در مورد تعمیم‌پذیری یک موضوع از گفت‌وگوهای جالب کلاس درس است که بینش دانش‌آموز را در مباحث مختلف ریاضی توسعه می‌دهد.

گاهی فرضیه‌های مختلف با هم در ارتباط هستند. کشف ارتباط‌های درونی بین فرضیه‌ها از گام‌های مهم این مهارت است. توانایی برقراری ارتباط در سطح بالای مهارت فرضیه‌سازی است. بنابراین نمی‌توان از همه‌ی دانش‌آموزان انتظار داشت که رابطه‌ها را کشف کنند و یا تشخیص دهند.

همان‌طورکه ذکر شد پس از بیان هر فرضیه آن را آزمون می‌کنیم. اصلاح فرضیه‌ها و نظریه‌ها براساس آزمون‌کردن آن‌ها نیز از اجزای این مهارت است. همچنین می‌توان با آزمون یا

تجربه‌کردن نقاط ضعف و قوت و یا دامنه‌ی درستی یک فرضیه یا نظریه را بررسی کرد.

این مهارت در دروس مربوط به هندسه و روابط بین ضلع‌ها، زاویه‌ها و سایر اجزای شکل‌های هندسی مثل مثلث، چهارضلعی‌ها و ... بسیار کاربرد دارد.

ح ــ کشف، استدلال: استدلال ریاضی یکی از مهم‌ترین بخش‌های تفکر ریاضی است. تفکر ریاضی به‌کارگیری مهارت‌های غنیِ ریاضی برای درک ایده‌ها، کشف روابط بین آن‌ها، به‌دست‌آوردن نتایج و حل مسئله‌هایی است که با ایده‌های ریاضی سر و کار دارند. استدلال ریاضی قسمتی از تفکر ریاضی است که با تشکیل تعمیم‌ها و به‌دست‌آوردن نتایج معتبر درباره‌ی ایده‌ها و چگونگی ارتباط با آن‌ها درگیر است. به عبارت ساده‌تر مهارت استدلالی توانایی دلیل‌آوردن برای درستی یا نادرستی گزاره‌ها یا نتایج است.

دو نوع مهم استدلال ریاضی، استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی است.

استدلال استقرایی، یک فرآیند استدلال ریاضی است که اطلاعات درست در مورد بعضی از اعضای مجموعه را به‌کار می‌گیرد تا یک تعمیم در مورد سایر اعضا یا تمام اعضای مجموعه ارائه کند.

استدلال استنتاجی یک فرآیند استدلال ریاضی است که الگوی استنتاج به‌کاررفته برای به‌دست‌آوردن نتایج از مقدمات را معتبر می‌سازد. استدلال شرطی یا به‌کارگیری یک اگر ــ آن‌گاه ــ یا گزاره‌های شرطی نوعی استدلال استنتاجی است.

به عبارت ساده‌تر استدلال استقرایی فرآیند نتیجه‌گیری یا کشف رابطه از تعدادی نتایج درست در بعضی از حالت‌ها برای تعمیم آن‌ها به بقیه یا تمام حالت‌هاست و استدلال استنتاجی، یعنی برقراری رابطه‌های شرطی یا قیاسی برای کشف یا به‌دست‌آوردن نتایج درست از مقدمات است.

در آموزش عمومی، استدلال استقرایی مقدمه‌ی رسیدن به استدلال استنتاجی است. در واقع قبل از این‌که دانش‌آموزان با استقرا تجربه‌ای از یک مفهوم را به‌دست نیاورده‌اند نمی‌توانیم استدلال استنتاجی را برای آن‌ها بیان کنیم. دانش‌آموزان به‌طور طبیعی اغلب از مثال‌های محدود، نتایج کلی می‌گیرند و یا به‌عبارت دیگر از استدلال استقرایی استفاده می‌کنند. آن‌ها تمایل دارند بر استدلال خود تأکید کنند و کم‌تر حاضر می‌شوند به‌درستی آزمون مدتی یا معتبر بودن آن بپردازند.

از نکات قابل توجه در این مهارت بیان استدلال و یا توضیح مستدل است. در روش‌های سنتی تأکید زیادی به نوشتن استدلال‌های استنتاجی می‌شد درحالی‌که مراحل قبل از آن به‌خوبی در کلاس‌های درس پیاده نمی‌شد. بیان استدلال را می‌توان در سه مرحله خلاصه کرد. در مرحله‌ی اوّل از دانش‌آموزان می‌خواهیم که روند استدلال خود را بیان کنند (به‌طور کلامی و شفاهی)، این بیان وقتی قابل قبول خواهد بود که برای دانش‌آموزان دیگر قابل درک باشد. در این قسمت معلم سعی می‌کند با پرسش‌ها یا بیان مثال‌های نقض و یا حالت‌های خاص دانش‌آموز را به دقیق‌تر بیان‌کردن سوق دهد. این موضوع در مواقعی که دانش‌آموز مفهوم یا مطلب جدید را کشف کرده یا نتیجه گرفته است نیز طی می‌شود. جدا از بیان روند کشف یا استدلال در مرحله‌ی دوم از آن‌ها می‌خواهیم استدلال کلامی خود را به نوشته و متن تبدیل کنند. به‌طوری‌که اگر دانش‌آموز دیگری آن‌را بخواند متوجه شود. در نوشتن استدلال یا روند کشف، انشا یا نگارش خاص و کلیشه‌ای مورد نظر نیست ؛ بلکه دانش‌آموزان آزاد هستند تا با عبارات و کلمات خود آن را بیان کنند. در این قسمت نقش معلم هدایت‌کردن آن‌ها به سمتی است که به استدلال دقت کافی بدهد و مراحل آن‌را تنظیم کند. در مرحله‌ی سوم ضمن آموزش نمادها از دانش‌آموزان می‌خواهیم استدلال خود به‌خصوص استدلال استنتاجی را به‌صورت نمادین بنویسد. کم‌کم به نحوه‌ی نوشتن آن‌ها دقت و ترتیب مراحل و دلایل علت و معلولی و قیاس‌ها را آموزش می‌دهیم تا در پایان دوره‌ی آموزش عمومی بیان نمادین استدلال دانش‌آموزان به‌طور کامل شکل بگیرد.

یکی از اجزای مهم مهارت استدلال ارزیابی دلایل ارائه‌شده و یا ارزیابی روند کشف است ؛ یعنی دانش‌آموز این توانایی را کسب کند که روند کشف یا استدلال فردی دیگر را ارزیابی کند وی نقاط ضعف و قوت آن را بیان کند و تشخیص دهد.

قابل مشاهده کردن نتایج و تطبیق نتیجه‌های نهایی با زندگی روزمره نیز بخشی از این مهارت است. به عبارت دیگر دانش‌آموز باید قادر باشد یک نتیجه‌ی ذهنی و مجرد را قابل مشاهده، درک

و حس کند.

وقتی برای حل یک مسئله راه‌حل‌های متعددی وجود دارد، انتخاب یک راه‌حل و بیان دلایل برای این انتخاب نوعی استدلال محسوب می‌شود.

مشابه انتخاب راه‌حل و یا ارزیابی راه‌حل‌ها و نتایج در آموزش ریاضی باز هم وجود دارد. مهارت استدلال نیز مانند حل مسئله بسیار وسیع است و در اکثر فعالیت‌ها با آن مواجه خواهیم شد. یافته‌های پژوهشی نشان می‌دهند کودکان از همان سن شش‌سالگی توانایی شناسایی نتایج معتبر را دارند و با افزایش سن بهبود می‌یابد.

از مراحل مقدماتی شروع استدلال می‌توان به بررسی حالت‌های خاص و یا بیان مثال‌های نقض برای دانش‌آموزان نام برد. اثبات‌کردن و ابطال همیشه و در کنار هم مطرح می‌شوند. همان‌طورکه معلمین بر اثبات‌کردن تأکید می‌کنند می‌توانند به ابطال نیز اهمیت دهند. آموزش برای حالت‌های خاص هم به روند استدلال استقرایی کمک می‌کند و هم ابطال یک حکم کلی را با مثال نقض تبیین می‌کند.

ط ــ مهارت استفاده از ابزار و تکنولوژی: مهارت استفاده از ابزار، یعنی استفاده درست و صحیح از ابزارها و وسایل مخصوص اندازه‌گیری که در آموزش عمومی شامل دماسنج، انواع ترازو، خط‌کش، نقاله، گونیا، پرگار، متر، کولیس، بشر، استوانه‌ی مدرّج و انواع عقربه‌ها که برای سنجیدن چیزهای مختلف به‌کار می‌روند (مثل کیلومترشمار). استفاده از تکنولوژی یعنی استفاده درست و به موقع از ماشین‌حساب و رایانه در یادگیری ریاضی.

ابتدا موضوعات کلی و اجزای این مهارت را بررسی کرده، سپس زمینه‌ی استفاده از ماشین‌حساب در برنامه‌ی درسی آموزش ریاضی توضیحاتی ارائه خواهد شد.

اولین نکته در استفاده از ابزار، توانایی تشخیص و تصمیم‌گیری در مورد لزوم استفاده از ابزار است ؛ یعنی وقتی مسئله‌ی اندازه‌گیری کمیتی مطرح می‌شود ابتدا باید در مورد استفاده از ابزار تصمیم گرفت.

برای مثال، در محاسبه‌ی یک عبارت استفاده یا عدم استفاده از ماشین حساب، تصمیمی است که دانش‌آموز باید بگیرد یا وقتی اندازه‌گیری تقریبی یک طول مطرح است استفاده یا عدم استفاده از وسایل اندازه‌گیری مطرح می‌شود.

پس از این‌که تصمیم گرفتیم از وسایل اندازه‌گیری استفاده کنیم، انتخاب وسیله‌ی مناسب و تصمیم‌گیری در مورد آن مهارتی است که باید به دانش‌آموزان آموزش دهیم. اگر اندازه‌گیری طول اتاق مورد نظر است وسیله‌ی مناسب آن متر پارچه‌ای است.

در این مورد باید به محدودیت‌های ابزار اندازه‌گیری توجه کنیم. برای مثال، با یک خط‌کش نمی‌توان فاصله‌ی دو شهر را اندازه گرفت و یا با یک ماشین‌حساب حاصل‌ضرب دو عدد ۶رقمی را نمی‌توان حساب کرد (فرض کنید صفحه‌ی ماشین‌حساب تا ۸ رقم را نشان می‌دهد).

برای انتخاب ابزار مناسب موضوع دقت ابزار یا خطای آن‌ها نیز مطرح می‌شود ؛ اگر بخواهیم قطر یک سکه را با دقت زیاد (مثلاً برای ساختن قالب) اندازه بگیریم، وسیله‌ی مناسب کولیس است ؛ چون تا دقت ۰/۱ میلی‌متر اندازه می‌گیرد.

تصمیم‌گیری در مورد انتخاب ابزار مورد استفاده با توجه به موضوع و اندازه‌گیری و محدودیت ابزار یکی از توانایی‌های مهمی است که دانش‌آموز باید کسب کند. برای این منظور، او باید یاد بگیرد توانایی‌های ابزار را با هم مقایسه کند. برای هر ابزار محدودیت، دقت و توانایی ابزار را تشخیص دهد. و با ابزار مشابه مقایسه کند و برای اندازه‌گیری کمیت مورد نظر خود ابزار مناسب را انتخاب کند. دانش‌آموز باید درک کند که ماشین‌حساب و رایانه قادر نیستند هر کاری را انجام دهد.

در آخرین مرحله‌ی این مهارت، ساختن ابزار مطرح می‌شود ؛ یعنی دانش‌آموز برای اندازه‌گیری کمیت مورد نظر خود ابزاری مناسب را طراحی کند و بسازد ؛ برای مثال، اگر به پرگاری که دهانه‌ی آن بیش‌تر از یک متر باز شود نیاز داشته باشیم باید این وسیله را بسازیم ؛ چون چنین وسیله‌ای ساخته شود وجود ندارد. آخرین نکته در مورد این مهارت توجه و تذکّر مجدّد این نکته است که مهارت‌ها آموزش دادنی هستند ؛ یعنی اگر هدف مهارت استفاده از ابزار است ابتدا باید نحوه‌ی صحیح و درست استفاده از آن ابزار را به دانش‌آموز آموزش داد سپس فعالیت‌هایی فراهم کرد تا به کمک آن در استفاده از ابزارمهارت یابند ؛ برای مثال، در استفاده از ماشین‌حساب ابتدا باید نحوه‌ی استفاده از دکمه‌های ماشین‌حساب را به او آموزش داد.

استفاده از ماشین حساب، چرا؟

معمولاً وقتی استفاده از ماشین‌حساب توسط دانش‌آموزان در برنامه‌ی درسی ریاضی توصیه می‌شود با مقاومت معلمان و اولیای دانش‌آموزان روبه‌رو می‌شویم. عمده‌ی دلایل آن‌ها در عباراتی مثل کند شدن فرض دانش‌آموز یا یادنگرفتن ریاضی و تنبل شدن بیان می‌شود و این سؤال را مطرح می‌کنند که اگر قرار است با ماشین حساب کار کنند پس چه چیزی از ریاضی را باید یاد بگیرند. آموزش جمع، تفریق، ضرب، تقسیم چه می‌شود؟

آن‌چه مسلّم است هیچ‌کس در استفاده از تکنولوژی‌ها و وسایلی که هر روز به بازار مصرف عرضه می‌شوند شک ندارد اما عمده‌ی تشکیک‌ها درخصوص چگونگی استفاده و یا زمان در اختیار قرار دادن آن است.

استفاده از ماشین حساب درواقع به معنای بها دادن به تفکر دانش‌آموزان است ؛ یعنی در برنامه‌ی درسی به بخش‌هایی مثل حل مسئله یا استدلال بها داده شود که مستقیماً به توانایی تفکر دانش‌آموز برمی‌گردد. انجام عملیات و دستورالعمل‌ها و قاعده‌های تکرارپذیر توانایی تفکر دانش‌آموز را افزایش نمی‌دهد. در هنگام حلّ مسئله مهم تشخیص راه حل و نوع عملیات است نه انجام آن.

عملیات را ماشین حساب می‌تواند انجام دهد، ولی تشخیص راه حل از عهده‌ی ماشین حساب خارج است. وقتی در هنگام حلّ مسئله، ماشین حساب را در اختیار دانش‌آموز قرار می‌دهیم. به تفکر او بها داده‌ایم نه به عملیاتی که می‌نویسد. پس اگر از ماشین حساب به موقع استفاده شود، نه تنها اشکالی ندارد بلکه توصیه نیز می‌شود.

تأثیر استفاده از ماشین حساب در برنامه درسی

اگر حضور ماشین حساب در برنامه درسی را بپذیریم در نوع انتخاب محتوا و روش‌ها تغییراتی صورت می‌گیرد ؛ برای مثال، از حجم آموزش عملیات کاسته می‌شود البته استفاده از ماشین حساب به معنای عدم آموزش عملیات نیست بلکه برای آن محدوده قایل می‌شویم ؛ برای مثال، آموزش مفهوم ضرب لازم است. تکنیک ضرب دو عدد نیز آموزش داده می‌شود اما لزومی به تمرین و آموزش بیش از حدّ ضرب دو عدد (۳ رقمی به بالا) نیست ؛ زیرا تکنیک ضرب دو عدد ۳ رقمی همان تکنیک ضرب دو عدد دو رقمی و ایده و مفهوم جدیدی ندارد. در خصوص عملیات، ذکر نکته‌ای دیگر ضروری است. ماشین حساب زمانی در اختیار دانش‌آموز داده می‌شود که مهارت محاسبات عددی و عملیات ذهنی و مهارت تخمین و تقریب عددی به اندازه‌ی کافی کار شده باشد ؛ یعنی وقتی اطمینان حاصل کردیم که دانش‌آموز قادر است محاسبات را روی کاغذ انجام دهد و سپس آن‌ها را ذهنی و با استراتژی‌های مختلف پاسخ دهد و مقدار تقریبی عبارت را پیدا کند، ماشین حساب را در اختیار او قرار می‌دهیم. به این ترتیب نگرانی‌های استفاده از ماشین حساب از بین می‌رود ؛ چون مهارت‌های عملیات ذهنی و محاسبات تقریبی به اندازه‌ی کافی ذهن را فعال می‌کنند و آموزش مفاهیم و تکنیک‌ها نیز داده شده است.

تأثیر دیگری که حضور ماشین حساب در برنامه درسی می‌گذارد استفاده از آن و همچنین رایانه برای عمق بخشیدن به آموزش‌ها و سرعت دادن به آن است ؛ یعنی از این تکنولوژی‌ها برای آموزشی بهتر استفاده شود ؛ برای مثال، در آموزش مضارب یک عدد می‌توان از کلیدهای ماشین حساب به‌راحتی استفاده کرد. در الگویابی‌های عددی نیز ماشین حساب به‌کار می‌آید. به فعالیت زیر توجه کنید.

با استفاده از ماشین‌حساب حاصل ضرب‌های زیر را پیدا کنید.

چه الگویی در پاسخ آن‌ها مشاهده می‌کنید؟

۱۱×۱۱=

۱۱۱×۱۱۱=

۱۱۱۱×۱۱۱۱=

با استفاده از الگویی که پیدا کرده‌اید حاصل‌ضرب مقابل را به‌دست آورید. ۱۱۱۱۱×۱۱۱۱۱=?

پاسخ ضرب آخر یک عدد ۹ رقمی است بنابراین با استفاده از ماشین حسابی که فقط ۸ رقم را نشان می‌دهد قابل محاسبه نیست دانش‌آموز باید با کشف الگو پاسخ ضرب را بیابد.

بسیاری از مفاهیم را با استفاده از رایانه بهتر می‌توان آموزش داد و به مفهوم موردنظر عمق بیشتری داد ؛ برای مثال، گسترده‌ی چند وجهی‌ها و ساختن احجام هندسی را با نرم‌افزارهای مختلف به شکلی می‌توان برای دانش‌آموز راهنمایی آموزش داد که در کلاس و با تخته به هیچ وجه امکان‌پذیر نیست.

به‌طور خلاصه، حضور ماشین حساب در برنامه‌ی درسی ۳ تأثیر اصلی را خواهد داشت ۱) تغییر دیدگاه در انتخاب و چینش محتوا ۲) استفاده از ماشین حساب به‌عنوان ابزار در حل مسئله‌ها ۳) استفاده از ماشین حساب (و رایانه) در آموزش.

ماشین حساب به‌عنوان یک ابزار

همان‌طور که ذکر شد ماشین حساب یک ابزار است بنابراین تمام نکاتی که در مورد مهارت استفاده از ابزار بیان شد درمورد ماشین حساب نیز صادق است در زیر این نکات به صورت خلاصه مرور می‌شوند :

۱ــ تشخیص زمان استفاده از ماشین حساب به دانش‌آموزان داده می‌شود. در هنگام حلّ مسایل استفاده از ماشین حساب مجاز است اما زمانی که محاسبه‌ی عملیات هدف باشد نمی‌توان از ماشین حساب استفاده کرد. توانایی تشخیص و تصمیم‌گیری این موضوع بخشی از مهارت است.

۲ــ با توجه به نوع عملیات موردنظر نوع ماشین حساب یا نوع نرم‌افزار رایانه تعیین می‌شود ؛ برای مثال، وقتی عملیات کسری موردنظر است، ماشین حساب کلیدهای مربوط به محاسبه‌ی کسرها را باید داشته باشد یا تعداد رقم‌های پاسخ عملیات در انتخاب ماشین حساب مؤثر است. برای امور حسابداری از ماشین حسابی استفاده می‌شود که تعداد ارقام صفحه‌ی نمایش آن ۱۲ یا ۱۴ رقم است و قابلیت بررسی عملیات را به شکل‌های مختلف دارد.

۳ــ ماشین حساب و رایانه‌ها مانند سایر ابزار محدودیت‌هایی دارند ؛ برای مثال، فکر نمی‌کنند نمی‌توانند مسئله حل کنند. احتیاج به یک کاربر برای برنامه‌ریزی و استفاده‌ی صحیح دارند.

۴ــ نحوه‌ی کار با این ابزار (ماشین حساب ــ رایانه) باید آموزش داده شود.

۵ــ مهم‌ترین کاربرد ماشین حساب در حلّ مسئله است و زمانی ماشین حساب را برای انجام عملیات به دانش‌آموز می‌دهیم که از انجام محاسبات عددی، عملیات ذهنی و محاسبات تقریبی مطمئن شده و به اندازه کافی تمرین کرده باشیم.

۶ــ از ماشین حساب و رایانه برای آموزش مفاهیم و یا عمق بخشیدن به آن‌ها استفاده می‌کنیم.

۷ــ حضور ماشین حساب در برنامه‌ی درسی، تغییر در انتخاب محتوا و چینش آن‌ها را به دنبال خواهد داشت. برای مثال، وقتی با استفاده از رایانه می‌توانیم انواع نمودارها را رسم کنیم، تمرکز آموزش بر تحلیل، تفسیر و توصیف آن‌ها خواهد شد و وقت کم‌تری برای رسم نمودارها صرف خواهد شد.

۸ــ استفاده از ماشین حساب در هنگام ارزش‌یابی باید مورد توجه قرار بگیرد. یکی از راه‌های مناسب برگزاری دو نوع امتحان است. در قسمت اول استفاده از ماشین حساب مجاز نیست و نوع سؤال‌ها بیش‌تر بر عملیات و محاسبات عددی تأکید دارد. در قسمت دوم که عمده سؤال‌ها با حذف غیر عملیاتی و محاسباتی است (مانند حلّ مسئله) استفاده از ماشین حساب مجاز خواهد شد.

۹ــ از آن‌جا که برنامه درسی فعلی ریاضیات راهنمایی براساس استفاده از ماشین حساب طراحی نشده است، معلمان محترم با احتیاط بیش‌تر و پس از آموزش مقدمات ماشین حساب را می‌توانند در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند.

۱۰ــ یکی از کاربردهای ماشین حساب در هنگام عملیات محاسباتی، کنترل و برای صحت پاسخ‌ها با استفاده از ماشین حساب است.

در حال حاضر استفاده از ماشین حساب در برنامه‌ی درسی ریاضی آموزش عمومی پیش‌بینی نشده است اما همان‌طور که ذکر شد با مطالعه‌ی مطالب فوق و به‌کار بردن تجربه‌ی معلمی می‌توان در قسمت‌های مختلف کتاب‌های موجود و در کلاس درس تا حدّی از این وسیله استفاده کرد به همین جهت در بخش روش‌های تدریس پیشنهادهایی برای استفاده از ماشین حساب یا رایانه در کلاس ارائه شده است.

حلّ مسئله: مهارت حلّ مسئله به‌دلیل اهمیت و گستردگی در فصل بعد به تفصیل بحث خواهد شد.

فصل سوم

آموزش حل مسئله

مقدمه

حلّ مسئله از دو جنبه اهمیت دارد. اول آن که از اهداف مهارتی مهم در آموزش ریاضیات است و از طرف دیگر می‌توان گفت انجام هر فعالیت یا پاسخ دادن به سؤال‌ها و یا تمرین‌های ریاضی (که ممکن است به‌منظور تقویت مهارتی طرح شده باشد) به نوعی حلّ مسئله است. با این تعریف حلّ مسئله چتری است که بر روی تمام اهداف مهارتی و به تعبیری دیگر بر تمام آموزش ریاضی قرار می‌گیرد.

در استانداردهای آموزش ریاضی این‌گونه بیان شده است، حلّ مسئله قلب تپنده یا نقطه‌ی تمرکز آموزش ریاضی است.

مسئله را می‌توان به زبان ساده تعریف کرد. هرگاه فردی بخواهد کار دیگری انجام دهد یا جای دیگری باشد، ولی نتواند به هدف خود برسد، مسئله ایجاد می‌شود. حلّ مسئله، نوعی از یادگیری بسیار پیچیده است. مسئله و تلاش برای حل آن جزیی از زندگی هر فرد است. تعلیم و تربیت باید دانش‌آموزان را برای برخورد با زندگی آینده آماده کند. فرآیند برخورد با شرایط زندگی را حلّ مسئله می‌نامند.

در آموزش ریاضی دو دیدگاه و یا رویکرد کلی درمورد حلّ‌مسئله وجود دارد.

۱ــ ریاضی را آموزش می‌دهیم تا به کمک آن دانش‌آموزان مسئله حل کنند.

۲ــ آموزش ریاضی را از طریق حلّ مسئله انجام دهیم.

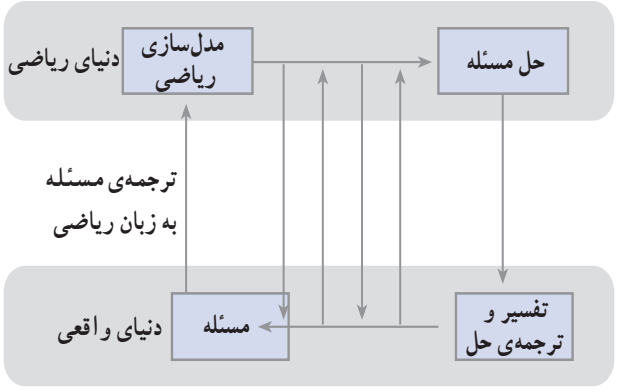
در نگاه اول حلّ مسئله در پایان فرآیند آموزش قرار می‌گیرد.

کتاب‌های ریاضی دوره‌ی ابتدایی و راهنمایی فعلی نیز با همین دیدگاه برنامه‌ریزی شده است. لذا ابتدا مفاهیم آموزش داده می‌شوند سپس تکنیک‌ها و قواعد بیان شده پس از کسب مهارت در انجام تکنیک‌ها، تعدادی مسئله مطرح می‌شوند تا دانش‌آموزان با توجه به دانش ریاضی خود به آن پاسخ دهند.

در رویکرد دوّم حلّ مسئله در آغاز فرآیند آموزش است. درواقع با طرح یک مسئله و به چالش انداختن ذهن دانش‌آموزان شرایط برای آموزش مهیا شده، و دانش‌آموز با درگیر شدن در فرآیند حلّ مسئله به‌تدریج مفهوم و یا دانش موردنظر را مرحله به مرحله تولید می‌کند و ضمن حلّ مسئله یک موضوع تازه از ریاضیات را نیز فرا می‌گیرد.

آموزش ریاضی از طریق حلّ مسئله

در تدریس ریاضی از طریق حلّ مسئله، دنیای واقعی نقطه‌ی شروع است ؛ یعنی مسئله از دنیای واقعی انتخاب می‌شود و سپس به زبان ریاضی ترجمه می‌شود. این ترجمه درواقع، نوعی مدل‌سازی ریاضی است. گاهی برای فهم و درک بهتر یا ترجمه‌ی دقیق‌تر، ممکن است چندین رفت و برگشت بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی انجام شود تا بالاخره در دنیای ریاضی مسئله حل ریاضی شود اما این، نقطه‌ی پایان کار نیست ؛ بلکه باید حلّ مسئله در دنیای واقعی تفسیر و ترجمه شود. مدل زیر این موضوع را بهتر نمایش می‌دهد.



تعامل بین دو دنیا با پویایی ادامه پیدا می‌کند و هربار مسئله‌ی جدید باعث اعتلای ریاضی و اضافه شدن بخش‌های جدیدی به آن می‌شود. از طرفی دیگر، گسترش و توسعه‌ی ریاضی نیز ره‌گشای حل مسئله‌های پیچیده‌تر از دنیای واقعی می‌شود.

در مثال زیر، کوشش شده است یک مسئله در قالب این مدل توضیح داده شود تا مفهوم موردنظر بهتر شکل بگیرد.

قرار است یک مجتمع خدماتی، شامل مدرسه، درمانگاه و شرکت تعاونی روستایی برای استفاده سه دهکده‌ی مشخص شده در نقشه، ساخته شود ؛ به‌طوری که فاصله‌ی بین این مجتمع از سه دهکده به یک اندازه باشد، محل ساختمان مجتمع را مشخص کنید.

این مسئله از دنیای واقعی انتخاب شده است. درمورد موضوع آن یعنی خدمات رسانی متمرکز به روستاهای مجاور هم و سیاست دولت در این خصوص می‌توان برای دانش‌آموزان توضیح داد وقتی به‌جای سه دهکده سه نقطه فرض می‌کنید و با وصل کردن آن‌ها به هم یک مثلث می‌سازیم درواقع مدل‌سازی ریاضی انجام داده‌ایم. به این ترتیب مسئله را به دنیای ریاضی برده‌ایم.

در دنیای ریاضی با رسم سه عمودمنصف و پیدا کردن محل برخورد آن‌ها در واقع مسئله را حلِ ریاضی کرده‌ایم. مرحله‌ی آخر این است پاسخ به‌دست آمده را در دنیای واقعی تفسیر کنیم. با بررسی سؤال‌هایی مثل : آیا در چنین نقطه‌ای امکان ایجاد مجتمع وجود دارد؟ آیا در این نقطه مانعی طبیعی قرار دارد؟ آیا در روی زمین یک نقطه پیدا کرده‌ایم یا محدوده‌ای که بتوان در آن حوالی مجتمع را ساخت؟

مسئله‌ی بالا در کتاب اول راهنمایی به‌عنوان یک تمرین، مطرح شده و در آغاز آموزش حل مسئله نیست ؛ ولی مدل مذکور را تا حد زیادی روشن و آشکار می‌کند.

یکی از پیام‌های بسیار مهم در این مدل، مرحله‌ی آخر یا تفسیر جواب ریاضی در دنیای واقعی است که اغلب در کلاس‌های ریاضی به آن توجه نمی‌شود و مسئله با پیدا کردن جواب ریاضی خاتمه می‌یابد.

آموزش مهارت حلّ مسئله

تا چندی پیش اغلب آموزشگران ریاضی و ریاضیدانان بر این باور بودند که حل کردن مسئله یک توان، استعداد و نیرویی فردی است و آموزش دادن آن معنا ندارد. به عبارت دیگر، توانایی حلّ مسئله به‌صورت یک استعداد در درون افراد قرار دارد و نمی‌توان آن را از طریق آموزش تقویت و یا ایجاد کرد.

جرج پولیا با این تفکر که چه تفاوتی بین افراد مسئله حل‌کن و افراد دیگر وجود دارد که آن‌ها را قادر به حل مسئله می‌کند و دیگران را عاجز، به بررسی فرآیند تفکر حل مسئله در دانشجویان خود پرداخت و با نوشتن کتاب «چگونه مسئله را حل کنیم؟» ذهنیت آموزش حل مسئله را مطرح کرد.

امروزه با توجه به نظریات او و آموزشگرانی که پس از وی تحقیقات درمورد حلّ مسئله را ادامه دادند بر این باور هستیم که می‌توانیم از طُرقی مهارت حل مسئله را بر دانش‌آموزان آموزش دهیم.

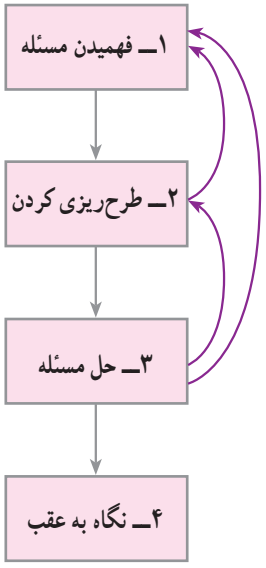
اغلب دانش‌آموزان ما در مواجه شدن با مسئله توان اقدام کردن به حل آن را ندارند. درواقع نمی‌دانند چطور باید حل را آغاز کنند یا وارد حل مسئله شوند. این مشکل برای معلمان ریاضی کاملاً قابل درک است. اغلب آن‌ها از این که دانش‌آموزان درباره‌ی مسئله نمی‌توانند فکر کنند، ناراحت به‌نظر می‌رسند.

بعضی از معلمان نیز سعی کرده‌اند به روش‌های تجربی خود، به نوعی حل کردن مسئله را به دانش‌آموز آموزش دهند. اغلب آن‌ها در این شیوه، راه را اشتباه رفته‌اند و به دانش‌آموزان آموزش‌های نادرست داده‌اند. برای مثال، نصف‌ها و واژه‌های به‌کار رفته در متن مسئله را مهم جلوه داده‌اند. «اگر کلمه‌ی روی‌هم را دیدید باید جمع کنید.» و یا «کلمه‌ی تفاوت به تفریق مربوط

می‌شود.» بیان این قبیل جملات نه تنها آموزش نیست ؛ بلکه به نوعی ضد آموزش است و قدرت تفکر را در ذهن دانش‌آموز از بین می‌برد. در این‌جا سعی شده است با تبیین مدل پولیا راهی را برای آموزش مهارت حل مسئله پیدا کنیم.

الگوی پولیا برای حل مسئله

هرکس در ذهن خود فرآیندی برای حل مسئله طی می‌کند. مسیر حل مسئله برای مسایل گوناگون و برای افراد مختلف متفاوت است اما جرج پولیا تلاش کرده است تا این مسیر را به نوعی مدل‌سازی کند. الگوی چهار مرحله‌ای او به شکل زیر است.



۱ــ فهمیدن مسئله: گام اول در حل یک مسئله، فهمیدن آن است. این گام نشان می‌دهد مسئله وقتی مسئله است که چیزی برای فهمیدن داشته باشد. فهمیدن مسئله، یعنی تشخیص داده‌ها و خواسته‌های مسئله و ارتباط بین آن‌ها. فهم مسئله‌های مبارزطلب درواقع بخش اصلی فرآیند حل مسئله است. مسئله‌های پیچیده حل نمی‌شوند ؛چون اغلب در فهم آن مشکل داریم.

برای طی کردن این گام در هنگام حل مسئله می‌توان به سؤال‌هایی مثل مسئله چه چیزی (چه اطلاعاتی) داده است؟ چه چیزی را می‌خواهد؟ خواسته مسئله چیست؟ آیا مسئله باید در شرایط خاصی بررسی شود؟ آیا مسئله دارای محدودیت‌ها و شرایط معینی است؟ و یا می‌توان از دانش‌آموزان خواست که مسئله را به زبان خود بیان کنند و توضیح دهند. یا مسئله را خلاصه کنند و یا به صورت یک نمایش آن را به عمل درآورند. یا برای فهم بهتر از یک شکل استفاده کنند.

یکی از راه‌های مناسب برای طرح مسئله قرار دادن اطلاعات اضافی در متن سؤال است تا گام فهمیدن و تشخیص داده‌ها و خواسته‌ها اهمیت بیش‌تری پیدا کند.

۲ــ طرح ریزی کردن: گام دوم برنامه‌ریزی، طرح‌ریزی یا قصد کردن برای حل مسئله است. در این مرحله، مسئله را از ابعاد مختلف ریاضی بررسی می‌کنیم. یعنی این مسئله با کدام یک از مقولات هندسی، جبری، برداری و ... در ارتباط است. چگونه آن را می‌توان مدل‌سازی کرد؟ کدام روش یا راهبرد (استراتژی) برای حل آن مناسب‌تر است؟ در این مرحله ممکن است مجبور شویم به گام فهمیدن برگردیم و این رفت و برگشت تا رسیدن به یک راه حل مناسب ادامه می‌یابد.

در آموزش عمومی آنچه در این گام مطرح می‌شود، انتخاب راهبرد (استراتژی) یا روش حل مناسب برای حل مسئله است ؛ یعنی در این مرحله دانش‌آموز داده‌های مختلف، حل مسئله را بررسی و امتحان می‌کند. راه‌هایی مثل کشیدن شکل، حدس زدن جواب، حذف کردن جواب‌های غیرممکن برای رسیدن به جواب اصلی، فرد یا تکه‌تکه کردن مسئله ، ساده‌تر کردن مسئله، تشکیل دادن معادله و... بنابراین نام این مرحله را «انتخاب راهبرد» می‌گذاریم.

مهم‌ترین بخش در آموزش مهارت حل مسئله، آموزش راهبردها است. درواقع آنچه از حل مسئله، آموزش دادنی است، آموزش راهبردهاست. که در این مورد در قسمت بعد توضیحاتی ارائه خواهد شد.

۳ــ حلّ مسئله: در گام سوّم، نقشه‌ی طرح شده را به اجرا می‌گذاریم. اگر راهبرد مناسب را انتخاب کرده باشیم و در فهم مسئله مشکلی نداشته باشیم، نقشه با موفقیت اجرا شده، مسئله حل می‌شود. در غیر این صورت، ممکن است به گام دوم برگردیم و طرح و نقشه یا راهبرد خود را تغییر دهیم. همچنین این امکان وجود دارد که در هنگام حلّ مسئله، متوجه شویم هنوز بخش‌هایی از مسئله را نفهمیده‌ایم و یا در تشخیص داده‌ها یا خواسته‌ی مسئله اشتباه کرده‌ایم و باید به گام اول برگردیم.

یکی از نکات مهمی که باید به دانش‌آموزان گوشزد کنیم،

این است که این قسمت بخشی از فرآیند حل مسئله است نه تمام آن. درواقع تمام تلاش‌هایی که برای فهمیدن مسئله و انتخاب راهبرد می‌شود نیز جزیی از حل مسئله است.

۴ــ نگاه به عقب (برگشت به عقب): در گام آخر درصورتی که مسئله حل شده باشد، آن را در دنیای واقعی، تفسیر و ترجمه می‌کنیم. همچنین درمورد منطقی بودن پاسخ و این که جواب به‌دست آمده همان خواسته‌ی مسئله است یا نه، بررسی می‌کنیم. راه حل و روش‌های ریاضی که در حل مسئله استفاده شده است، مجدداً بررسی و امتحان می‌شوند.

همان‌طور که ذکر شد معمولاً این گام در کلاس درس فراموش می‌شود ؛ و دانش‌آموزان اغلب درباره‌ی منطقی بودن پاسخ خود، فکر نمی‌کنند. و پاسخ خود را در دنیای واقعی تفسیر و تعبیر نمی‌کنند.

با طی کردن ۴ گام فوق یک مسئله به‌طور کامل حل می‌شود. این مراحل در هنگام حل مسئله به‌صورت طبیعی و پنهان طی می‌شود. تأکید بیش از حد بر ۴ گام و جدا کردن آن‌ها از یک‌دیگر ممکن است به عاملی برای متوقف شدن فرآیند حل مسئله منجر شود لذا توصیه می‌شود معلمان محترم این ۴ مرحله را به‌صورت طبیعی در کلاس با دانش‌آموزان خود طی کنند و با تکرار آن در حل هر مسئله آن را به‌صورت ملکه در ذهن دانش‌آموز درآورند تا او بتواند فرآیند تفکر خود را نظم و سازماندهی کند.

راهبردهای حل مسئله

یکی از مشکلات اصلی دانش آموزان، عدم اقدام به حل مسئله است ؛یعنی وقتی با یک مسئله مواجه می‌شوند، نمی‌دانند از کجا باید شروع کنند و یا چگونه اقدام به حل آن نمایند. مدل پولیا از یک طرف می‌تواند الگویی برای شروع به دانش‌آموز بدهد اما از طرف دیگر ممکن است خود مانع حل، خلاقیت و آزاداندیشی دانش‌آموز شود اما آموزش راهبردهای حل مسئله می‌تواند گام مفیدی برای حل مسئله باشد. دانش‌آموز در گام دوم حل مسئله می‌تواند از بین راهبردهای مختلف که برای حل مسایل آموزشی دیده است، راه حل مسئله‌ای که با آن مواجه شده است را انتخاب کند.

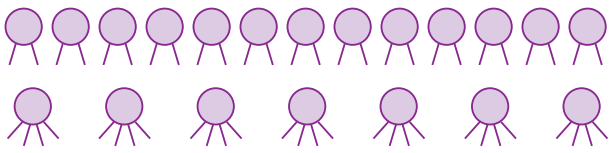
بررسی راهبردهای مختلف و امکان حل مسئله با آن راهبردها درواقع اقدام مهمی برای حل مسئله است. در آموزش عمومی ۸ راهبرد زیر به دانش‌آموزان داده می‌شود.

۱ــ رسم شکل: این راهبرد به‌طور طبیعی در ذهن دانش‌آموز پیش می‌آید و کشیدن شکل برای یک مسئله، اولین ایده‌ای است که به ذهن می‌آید. بسیاری از مسایل، با کشیدن یک شکل به‌راحتی حل می‌شوند و حتی نیازی به نوشتن عملیات نخواهند داشت. اغلب معلمان با قبول نکردن این راه‌حل (کشیدن شکل) از دانش‌آموزان باعث می‌شوند این راهبرد با کاربرد وسیع کم‌کم از ذهن دانش‌آموز پاک شود.

دانش‌آموزان و اغلب معلمان فکر می‌کنند حل یک مسئله، یعنی نوشتن عملیات ریاضی. بنابراین اگر دانش‌آموزی یک مسئله را فقط با کشیدن یک شکل حل کند و به پاسخ و خواسته‌ی مسئله برسد باز هم تردید دارد و سعی می‌کند با نوشتن عملیات ریاضی پاسخ خود را قابل قبول کند.

به مسئله‌ی زیر و نحوه‌ی حل آن با رسم شکل توجه کنید.

«در یک مزرعه ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. تعداد پاهای آن‌ها ۵۴ عدد است. با فرض این که همه‌ی آن‌ها سالم هستند چند مرغ و چند گاو در این مزرعه وجود دارد؟»



پاسخ: ۷ گاو و ۱۳ مرغ

این راهبرد مسئله‌ی بالا برای دانش‌آموز دوم دبستان نیز قابل طرح است.

۲ــ سازمان‌دهی داده‌ها و جدول نظام‌دار: مرتب کردن داده‌ها، قرار دادن آن‌ها در یک جدول و سازمان‌دهی داده‌ها، راهبرد مناسبی برای حل مسئله است و دانش‌آموزان در دوره‌ی ابتدایی باید آن را فرا بگیرند. پس از آن باید یاد بگیرند که چگونه داده‌ها را در یک جدول با نظم منطقی مرتب کنند. تشکیل جدول به‌صورت نظام‌دار این اطمینان را ایجاد می‌کند که تمام حالت‌های مختلف درنظر گرفته شده‌اند.

به مسئله‌ی زیر توجه کنید.

«تعدادی سکه‌ی ۵ تومانی، ۱۰ تومانی و ۲۵ تومانی در اختیار داریم. با چه تعداد از هرکدام یا ترکیب آن‌ها می‌توانیم ۵۰ تومان پول جدا کنیم؟»

پاسخ‌های مختلف این مسئله را با حدس زدن و انجام محاسبات (ذهنی) می‌توان پیدا کرد و آن‌ها را در جدولی به شکل زیر سازماندهی کرد.

تعداد سکه‌ی ۵ تومانی	۱۰	۱	۰	۲	۰	۳	۱	۰	۵	۰
تعداد سکه‌ی ۱۰ تومانی	۰	۲	۰	۵	۰	۱	۲	۰	۱	۲
تعداد سکه‌ی ۲۵ تومانی	۰	۱	۲	۰	۱	۱	۱	۲	۰	۰

اما با روش فوق نمی‌توانیم از این که تمام پاسخ‌های درست را پیدا کرده‌ایم یا خیر با روش منطقی اطمینان حاصل کنیم. اما اگر پاسخ‌ها را با یک نظم در جدول می‌نوشتیم با تشکیل جدولی نظام‌دار می‌توانستیم مطمئن شویم که تمام حالت‌های ممکن را درنظر گرفته‌ایم. در جدول نظام‌دار زیر، نظم نوشتن اعداد به این ترتیب است. از سکه‌ی ۲۵ تومانی شروع می‌کنیم و بزرگ‌ترین عدد ممکن را قرار می‌دهیم سپس براساس سکه‌ی ۱۰ تومانی بزرگ‌ترین عدد ممکن را قرار داده به‌همین ترتیب پیش می‌رویم.

تعداد سکه‌ی ۵ تومانی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد سکه‌ی ۱۰ تومانی	۵	۴	۳	۲	۱	۰	۴	۳	۲	۱	۰
تعداد سکه‌ی ۲۵ تومانی	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۰	۰	۰

به این ترتیب، تمام ۱۰ حالت ممکن به‌دست می‌آید.

۳ــ حدس و آزمایش: این راهبرد نیز معمولاً توسط معلمان مورد قبول واقع نمی‌شود درحالی که راهبردی مناسب برای حل مسایل است. در این راهبرد، دانش‌آموز پاسخ مسئله را حدس می‌زند. پس از بررسی حدس خود و آزمایش کردن آن، حدس بعدی را با استدلالی منطقی مشخص می‌کند. با ادامه دادن این فرآیند، کم‌کم فرد به پاسخ درست مسئله می‌رسد.

در آموزش این راهبرد ۲ نکته اهمیت دارد. اول آن که دانش‌آموز حدس دوم به بعد را براساس نتایج بررسی حدس قبلی خود و با استدلالی منطقی تعیین می‌کند. دوم او باید یاد بگیرد مراحل حدس و آزمایش خود را به‌صورت مکتوب ارائه و استدلال خود را بیان کند، به‌طوری که دیگران قادر به درک مراحل حدس و آزمایش او شوند.

همان مسئله مرغ و گاو را با راهبرد حدس و آزمایش به‌ترتیب زیر نیز می‌توان پاسخ داد.

نتیجه	بررسی	تعداد گاو	تعداد مرغ
چون تعداد پاها بیش‌تر از ۵۴ شد، تعداد گاوها باید کم شود	۱۰×۲+۱۰×۴=۶۰	۱۰	۱۰
چون تعداد پاها بیش‌تر از ۵۴ شد، تعداد گاوها باید کم شود	۱۲×۲+۸×۴=۵۶	۸	۱۲
پاسخ درست✔	۱۳×۲+۷×۴=۵۴	۷	۱۳

۴ــ الگویابی: کشف الگو و رابطه‌های بین داده‌های مسئله به حل آن کمک می‌کند. راهبرد الگویابی برای مسایلی که با استفاده از رابطه‌ها و قواعد تکرارپذیر طرح می‌شوند، مفید است. گاهی کشف الگو همان حل مسئله است و در مواقعی پیدا کردن الگو راه را برای حل مسئله باز می‌کند.

به مسئله‌ی زیر توجه کنید.

با توجه به جدول مقابل اگر یک مجموعه n عضو داشته باشد، تعداد زیر مجموعه‌های آن چند تاست؟

تعداد عنصرهای یک مجموعه	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد زیر مجموعه‌ها	۱	۲	۴	۸	۱۶

با کشف الگویی که در جدول فوق وجود دارد می‌توان رابطه‌ی 2^n را به‌دست آورد.

درواقع راهبرد مناسب برای حل این مسئله الگویابی است.

۵ــ حلّ مسئله ساده‌تر: گاهی مسئله پیچیدگی‌هایی دارد که نمی‌توان آن را به‌راحتی حل کرد اما وقتی مسئله را ساده

می‌کنیم یا مسئله حل می‌شود یا روش حل آن ظاهر می‌شود. وقتی مسئله در حالت ساده‌تر بررسی شد، با یک الگویابی می‌توان آن را به حالت کلی تعمیم داد. ساده کردن عددها و داده‌های یک مسئله نیز بخشی از این راهبرد است.

در مسئله‌ی زیر به جای عدد $۵\frac{۳}{۴}$، ۵ و به‌جای عدد ۲۴۴، ۲۰۰ قرار دهید، یک بار دیگر مسئله را بخوانید. در کدام حالت، فهم مسئله ساده‌تر به‌نظر می‌رسد؟

«در یک کارخانه لوله‌هایی به طول $۵\frac{۳}{۴}$ متر تولید می‌شود. تولید این کارخانه در هر روز ۲۴۴ لوله است. در هر روز چند متر لوله تولید می‌شود؟»

در حل مسئله‌ی زیر نیز ابتدا حالت‌های ساده درنظر گرفته می‌شود.

«رقم یکان عدد $۳^{۲۵۷}$ چند است؟»

$۳^۱ = ۳$ $۳^۲ = ۹$ $۳^۳ = ۲۷$

$۳^۴ = ۸۱$ $۳^۵ = ۲۴۳$ ...

با مشاهده‌ی رقم‌های یکان الگوی تکرار شدن رقم‌ها، یعنی (۳، ۹، ۷ و ۱) مشخص می‌شود. با تعمیم آن به $۳^{۲۵۷}$ می‌توان رقم یکان را تعیین کرد.

۶ــ زیر مسئله: مسئله‌های پیچیده و چند هدفی معمولاً از چند مسئله ساده تشکیل شده‌اند. گاهی حل یک زیر مسئله و یا زنجیره‌ای از زیر مسئله‌ها منجر به حل مسئله اصلی می‌شوند. تشخیص زیر مسئله‌ها و حل آن‌ها راهبرد مهمی برای مسئله‌های ترکیبی هستند.

در آموزش این راهبرد به دو نکته باید توجه کرد. اول تشخیص زیر مسئله‌ها، سپس نوشتن (تشکیل) مسئله‌های کوچک و حل آن‌ها برای رسیدن به پاسخ نهایی مسئله.

۷ــ حذف حالت‌های نامطلوب: وقتی از تمام حالت‌های ممکن پاسخ یک مسئله و با استفاده از داده‌های آن حالت‌های نامطلوب یکی‌یکی یا دسته‌دسته حذف می‌شوند، خود را به پاسخ مسئله نزدیک می‌کنیم. این راهبرد، حذف حالت‌های نامطلوب نام دارد.

به مسئله‌ی زیر توجه کنید.

«جذر تقریبی عدد ۷۵۰ را به‌دست آورید.»

برای این کار می‌توانیم از دو مربع کامل ۴۰۰ و ۹۰۰ استفاده کنیم.

$۲۰ < \sqrt{۵۰۰} < ۳۰$

فاصله‌ی بین ۲۰ و ۳۰ را نصف می‌کنیم تا به عدد ۲۵ برسیم از آن‌جا که $۲۵^۲ = ۶۲۵$ است می‌توان نتیجه گرفت.

$۲۵ < \sqrt{۷۵۰} < ۳۰$

به‌همین ترتیب با نصف کردن فاصله‌ی بین ۲۵ و ۳۰ و تکرار این عمل می‌توان پاسخ جذر را با دقت موردنظر تعیین کرد.

۸ــ روش‌های جبری و تشکیل معادله: مدل‌سازی بسیاری از مسئله‌ها با روش‌های جبری است. تشکیل معادله یا معادلات مسئله را به دنیای ریاضی برده و آن را به یک مسئله جبری (ریاضی) تبدیل می‌کند. این راهبرد بیش‌تر در سال‌های پایانی آموزش عمومی کاربرد وسیع دارد.

اغلب معلمان ریاضی دوره‌ی راهنمایی با آموزش این راهبرد آشنا هستند.

در فصل ششم همین بخش، نحوه‌ی آموزش راهبردهای حل مسئله در کتاب‌های ریاضی بازسازی شده دوره‌ی راهنمایی توضیح داده می‌شود.

فصل چهارم

روش تدریس در آموزش ریاضی

مقدمه

بعد از تبیین هدف‌ها باید به روش و چگونگی دست‌یابی به این هدف‌ها و به‌عبارت دیگر روش تدریس بپردازیم. در حال حاضر، روش‌های تدریس مبتنی به یادگیری فعال هستند. در این‌جا ضمن توضیح یادگیری فعال به چگونگی طراحی فعالیت‌ها به‌عنوان ابزار و روشی برای دست‌یابی به یادگیری فعال می‌پردازیم.

قبل از این که به توضیح روش فعال بپردازیم، لازم است مروری بر تعریف یادگیری داشته باشیم. بحث در مورد مکاتب مختلف روان‌شناسی و علوم تربیتی در این چند صفحه مقدور نیست اما به‌طور خلاصه نکات مهم و قابل توجه آن ذکر می‌شود.

تعریف یادگیری

در مکتب رفتاری، تغییرات نسبتاً پایدار در رفتار دانش‌آموز را یادگیری می‌گویند. هرگونه تغییر رفتار، یادگیری است ؛ برای مثال، وقتی دانش‌آموز تعریف زاویه‌ی محاطی را نمی‌داند و در جریان تدریس آن را متوجه می‌شود، می‌گوییم او یاد گرفته است. این نوع نگاه به آموزش و تعریف یادگیری، منجر به روش‌های تدریس معلم محور شد که در آن معلم نقش اصلی را در فرآیند آموزش داشته و تمام همت و دقت خود را صرف **یاد دادن** به دانش‌آموز می‌کند. در این حالت، دانش‌آموز منفصل و منتظر شنیدن حرف‌های معلم است.

پس از رفتارگراها و با ظهور مکتب شناختی، انتقادهای زیادی به این نوع آموزش و تعریف یادگیری شد. شناخت‌گراها معتقد بودند که این گونه آموزش، دانش‌آموزانی به بار می‌آورد که انبوهی از دانش‌ها و اطلاعات را به‌خاطر سپرده‌اند اما توانایی استفاده و به‌کار بردن آن ها را ندارند. ضمن آن که آموزشی که در آن دانش‌آموز نقش نداشته باشد پایدار نخواهد ماند و انگیزه‌های یادگیری را کم‌کم از بین خواهد برد.

«در ریاضیات، دانش به هر میزان هرگز به معنای دراختیار داشتن اطلاعات نیست ؛ بلکه دانستن مرموز و چگونگی به‌کارگیری اطلاعات، دانش است. دانستن ریاضیات ؛ یعنی توانایی انجام دادن آن، به‌عبارت دیگر به‌کارگیری روان ریاضی برای حلّ مسایل، نقد و موشکافی استدلال‌ها، پیدا کردن اثبات‌ها و از همه مهم‌تر شناخت مفاهیم ریاضی از بطن یک وضعیت محسوس و حقیقی یا استخراج آن مفاهیم از وضعیت موردنظر است.»

عباراتی مثل جملات فوق، بیانگر نگاهی دیگر به یادگیری است. در این نگاه وقتی می‌گوییم یک دانش‌آموز یاد گرفته است که توانایی به‌کارگیری را کسب کرده باشد.

در نظریه‌ی ساختارگرایی (ساخت و سازگرایی) نگاه بالا عمیق‌تر شده است. در این نظریه وقتی می‌گوییم یک دانش‌آموز یادگرفته است که خود دانش و مفهوم موردنظر را کشف یا تولید کند و یا آن را بسازد. در این‌جا یادگیری، یعنی تولید دانش.

روش فعال

با استفاده از تعریف فوق، می‌توان به نقش دانش‌آموز در جریان آموزش پی‌برد. در این منظر، دانش‌آموز همه‌کاره‌ی فرآیند آموزش است. او سعی دارد که یاد بگیرد و وظیفه‌ی معلم تسهیل‌کننده و هدایت‌گر این جریان است. مهم‌ترین تفاوت بین روش‌های سنتی و روش فعال، همین موضوع است. در روش سنّتی یادگیری از طریق انتقال یک سویه اتفاق می‌افتد ولی در روش فعال، دانش‌آموز محور آموزش است و نقش معلم یاددهنده نیست. دانش‌آموز خود یاد می‌گیرد و معلم چگونگی یادگرفتن را به دانش‌آموز آموزش می‌دهد.

تدریس هنگامی مؤثّر و کارامدتر خواهد بود که دانش‌آموزان خود از طریق تجربیات دست اوّل، آزمون و خطا و درگیر شدن مستقیم در تحقیق، بررسی و حل مسئله به تولید و

کشف دانش بپردازند.

فعالیت‌ها بستر لازم را برای اجرای روش فعال فراهم می‌کنند. از این جهت تدریس را فعالیت محور می‌نامیم. فعالیت‌های اصلی در کتاب درسی آورده می‌شود. فعالیت‌های مناسب دیگر به‌طور موازی در کتاب معلم بیان می‌شوند تا معلمان برای انتخاب فعالیتی متناسب با شرایط کلاس و دانش‌آموزان خود تصمیم‌گیری کنند.

فعالیت‌ها باید به توسعه‌ی مهارت‌ها (هدف‌های مهارتی) بپردازند. یک فعالیت غنی، مهارت‌های زیادی را دربر می‌گیرد تا با به‌کارگیری آن‌ها، فهم جدید ایجاد کند یا مفاهیم را گسترش دهد.

انتخاب و چینش فعالیت‌ها با توجه به شرایط، محدودیت‌ها، توانایی‌های دانش‌آموزان، پیش دانسته‌های آن‌ها و... توسط معلم انجام می‌شود.

طراحی فعّالیّت توسط معلمان

برای طراحی فعّالیّت‌های آموزشی و چینش آن‌ها، موارد زیر باید موردنظر قرار بگیرند :

۱ــ تهیه‌ی فهرست مفاهیم: در قدم اوّل باید مفاهیم موردنظر که قرار است دانش‌آموزان آن‌ها را تولید یا کشف کنند، به‌طور دقیق، مشخص و روشن شود. در این فهرست، نباید بدون دلیل مفاهیم دیگری اضافه کرد. در صورتی که در کلاس دانش‌آموزانی وجود دارند که پیش نیازهای لازم را هنوز درک نکرده‌اند. ممکن است این مفاهیم پیش‌نیاز به فهرست مفاهیم موردنظر اضافه شوند.

۲ــ تهیه‌ی فهرست اهداف: فهرستی از هدف‌های مهارتی و دانشی با توجّه به راهنمای معلّم تهیه می‌شود. در نوشتن هدف‌ها تا حد امکان باید هدف، جزیی، مشخص، شفاف و روشن باشد. به‌طوری که قابل مشاهده و یا قابل اندازه‌گیری باشد. اهداف نگرشی همیشه باید مدنظر قرار گیرند تا در طراحی و انجام فعّالیّت‌ها، زمینه‌ی لازم برای رسیدن به این هدف ها فراهم شود.

۳ــ تهیه‌ی فعّالیّت‌ها و چینش آن‌ها: بعد از مشخص شدن هدف‌ها، نوبت به طراحی فعّالیّت‌ها می‌رسد. این فعّالیّت‌ها باید به‌گونه‌ای طراحی شوند که دانش‌آموزان را به سمت هدف‌های تعیین شده سوق دهد. سطح توانایی‌های ذهنی و عملی دانش‌آموز و شناخت نسبت به پیش دانسته‌ها و پیش نیازهای موردنیاز آن‌ها در طراحی فعّالیّت‌ها موردنظر است. همچنین اگر فعّالیّت به‌گونه‌ای طرح شود که انجام آن مستلزم مشارکت و کار در گروه باشد، اهداف بیش‌تری را پوشش خواهد داد.

۴ــ تأکید بر روش حل مسئله: در طراحی فعّالیّت بر روش‌های حل مسئله تأکید داریم. مشخص کردن مسئله، فرضیه‌سازی، آزمون فرضیه و نتیجه‌گیری مراحل مواجه شدن و حل یک مسئله است. لذا فعّالیّت باید این زمینه‌ها را برای دانش‌آموزان کلاس فراهم کند. فعّالیّت موردنظر بهتر است از مسایل واقعی، ملموس و زندگی روزمره متناسب با سن دانش‌آموزان انتخاب شده و به‌اندازه‌ی کافی درگیرکننده باشد.

ویژگی‌های یک فعّالیّت

یک فعّالیّت غنی ریاضی باید ویژگی‌های زیر را دارا باشد :

۱ــ در شروع برای همه قابل دسترس باشد.

۲ــ قابلیت تعمیم داشته و ترغیب کننده طرح سؤال‌هایی از نوع «چه می‌شد اگر» باشد.

۳ــ دانش‌آموزان را درگیر مشاهده، حدسیه‌سازی، توضیح دادن، کشف الگوها، اثبات و ابطال و تفسیر کردن کند.

۴ــ با بحث‌ها تبادل‌نظر و ارتباط برقرار کردن، نیروی ابتکار، اختراع و خلاقیت را ارتقا بخشد.

۵ــ ضمن آن که دانش‌آموزان روش‌های خود را به‌کار می‌برند، به‌همکاری تشویقشان کند.

۶ــ مبارزه‌طلب بوده و به نتیجه‌ی ریاضی منجر شود.

۷ــ به‌طور مناسب از تکنولوژی استفاده شود.

۸ــ به زندگی واقعی دانش‌آموزان مربوط باشد.

۹ــ از مدل‌سازی ریاضی استفاده شود.

۱۰ــ یک مؤلفه‌ی فرهنگی، اجتماعی، تاریخی را دربرگیرد.

۱۱ــ دانش‌آموزان را به تصمیم‌گیری دعوت کند.

۱۲ــ دارای یک عنصر شگفت‌انگیز بوده و انجام آن لذّت‌بخش و درگیرکننده باشد.

البته طرح یک فعّالیّت که تمام ویژگی‌های فوق را داشته

باشد، کاری سخت و دشوار است اما در طراحی فعّالیّت همیشه نکات فوق را مدّنظر قرار می‌دهیم.

نکات خاص در اجرای روش فعال

۱ــ مهم‌ترین نکته در روش فعال، پرهیز از انتقال یکسویه‌ی مفاهیم و ارتباط آن‌ها از طرف معلّم به دانش‌آموز است. لذا در این روش، نقش معلّم به‌جای انتقال دهنده‌ی مطالب، تسهیل کننده‌ی فرآیند آموزش است. او در کلاس کم‌تر حرف می‌زند و کم‌تر به پای تخته می‌رود. درعوض بیش‌تر به دانش‌آموزان راهنمایی می‌دهد و کارهای آن‌ها را تصحیح، تکمیل و هدایت می‌کند. عمده‌ی زحمت معلّم در خارج از کلاس و به هنگام طراحی فعّالیّت‌هاست.

۲ــ انجام فعّالیّت‌ها، کار گروهی دانش‌آموزان، نتیجه‌گیری، فرضیه‌سازی او، میزان پیشروی در انجام فعّالیّت، خلاقیت‌ها و ابتکارهای او همگی در ارزش‌یابی او مؤثّر خواهند بود لذا یکی از وظایف معلّمان در هنگام اجرا، ارزش‌یابی دانش‌آموزان است. در فصل بعد در این خصوص، توضیحاتی ارائه خواهد شد.

۳ــ از آن‌جا که رسیدن به اهداف معیار تدریس خوب است، در تعیین فعّالیّت‌ها لزومی به پیروی چشم بسته از فعّالیّت‌های پیشنهادی کتاب و کتاب معلّم نیست ؛ بلکه معلّم با درنظر گرفتن شرایط کلاس، وضعیت اقلیمی و فرهنگی، خصوصیات دانش‌آموزان کلاس و... می‌تواند با حفظ هدف، فعّالیّت‌های جدیدی را جایگزین کند.

۴ــ یکی از مشکلات دانش‌آموزان با روش‌های تربیت و آموزش معلّمان این است که دانش‌آموز عقاید و نظرات خود را در کلاس مطرح نمی‌کند در حالی که بحث، گفت‌وگو، ابراز عقیده، بیان راهبردها، از اهداف آموزشی مورد تأکید است لذا آموزگاران باید فضای لازم برای این کار را فراهم کنند.

۵ــ یکی از راه‌های ورود به مطلب جدید یا طراحی فعّالیّت‌ها و حتی ارائه‌ی تمرین و پروژه استفاده از وقایعی است که روزانه در اطراف ما، در شهر و روستای ما، در کشور ما، در مدرسه یا کلاس ما اتفاق می‌افتد. یک معلّم آگاه، زیرک و هنرمند از این موقعیت‌ها برای طرح مسئله و سؤال در کلاس درس بیش‌ترین بهره را خواهد برد.

۶ــ استفاده از وسایل آموزشی پیش ساخته (مثلاً تولیدات صنایع آموزشی) خوب و مفید است اما در اکثر موارد می‌توان از دست ساخته های دانش‌آموزان برای فعال کردن کلاس و استفاده از وسایل آموزشی استفاده کرد. در این راه مسایل بهداشتی و ایمنی باید مدنظر معلّم قرار گیرد.

۷ــ یک معلم که قصد دارد روش فعال را براساس نظریه ساختارگرایی اجرا کند، از اندیشه‌ها و نظریات دانش‌آموزان برای طراحی تدریس در هنگام تدریس و در مراحل پیشبرد درس استفاده می‌کند.

کار گروهی در کلاس

پس از تحولات و پیشرفت آموزش ریاضی در دو دهه‌ی اخیر و اهمیت آموزش ریاضی در آموزش عمومیِ هر شهروند و اعلام دیدگاه‌های پولیا به‌عنوان محور آموزش ریاضی در دهه‌ی هشتاد و پیدایش نظریه فراشناخت براساس آن، همچنین دیدگاه‌های ویگوتسکی درمورد نقش تعامل اجتماعی در آموزش، یکی از محورهای تحقیق که بر همین پایه‌ها استوار است «کار گروهی در کلاس درس» است که باعث ایجاد فضایی مناسب‌تر برای رشد استعدادها و اجتماعی شدن دانش‌آموزان خواهد شد و ایفا کردن نقش در کارهای جمعی و اجتماعی را به‌دنبال خواهد داشت. هم‌چنین نیاز جامعه‌ی تکنولوژیک کنونی به فعالیت‌های گروهی به‌جای فعالیت فردی حتی در کارهای فکری مؤید روش کار گروهی در کلاس شد که اکنون از محورهای تحقیق در آموزش ریاضی است.

آن‌چه در کارگروهی باید بیش از پیش مورد توجه قرار بگیرد، این است که فعالیت گروهی باید به نوعی طراحی شود که نیاز به کار گروهی را در دانش‌آموز ایجاد کند. به‌عبارت دیگر، عدم همکاری گروهی یعنی انجام نشدن فعالیت.

نوع فعالیت‌هایی که از دانش‌آموزان می‌خواهیم تا به صورت گروهی انجام دهند، درواقع فعالیت‌هایی فردی است که هر دانش‌آموز به تنهایی می‌تواند آن را انجام دهد. در این صورت، اسرار ورزیدن برای انجام این فعالیت به‌صورت گروهی نتیجه‌ای دربر نخواهد داشت.

نکته‌ی دیگر آن که کار گروهی، مقررات آن، مسایل اخلاقی و تربیتی را باید به دانش‌آموزان آموزش داد و سپس از آن‌ها خواست که با هم و به‌صورت گروهی کار کنند.

فصل پنجم

ارزش‌یابی

مقدمه

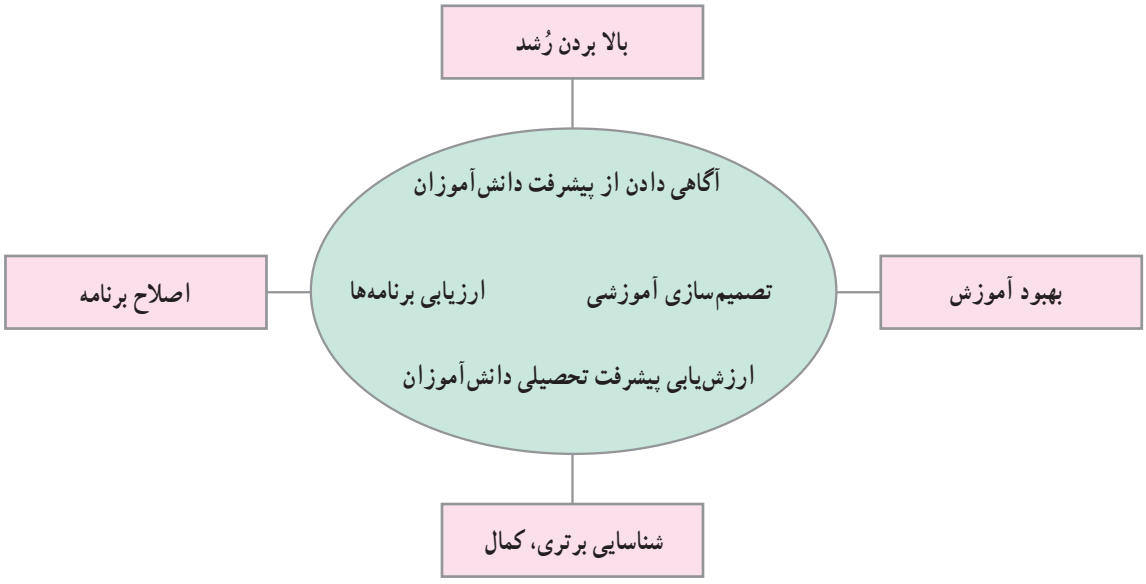
ارزش‌یابی ریاضیات عبارت است از فرآیند گردآوری شواهد و مدارک درباره‌ی **دانشِ دانش‌آموز** از توانایی به‌کارگیری و دیدگاه‌های او درباره‌ی ریاضیات و ساختن استنتاج‌هایی از شواهد و مدارک برای داوری کردن درباره‌ی او و تصمیم‌گیری برای دگرگونی روش‌های آموزشی. «**ارزش‌یابی** اصطلاحی است که اغلب به‌طور قابل تعویض با اصطلاحات آزمون کردن، اندازه‌گیری و یا برای تمایز بین ارزش‌یابی دانش‌آموز و ارزیابی برنامه به‌کار گرفته می‌شود.» با این حال ما این واژه را با تعریف بالا و با تأکید بر درک و توصیف شواهد کمّی و کیفی در تصمیم‌سازی و داوری کردن به‌کار می‌بریم.

مسئولیت‌های معلم بخش اعظم کار است که با داوری و قضاوت درمورد عملکرد شاگردان در کلاس، پیشرفت و ارتقای دانش و شایستگی دانش‌آموزان در طی سال تحصیلی درگیر است. به علاوه لازم است بداند که دانش‌آموزان با چه کیفیتی ریاضیات را انجام می‌دهند.

اهداف ارزش‌یابی

اهدافی که ارزش‌یابی‌های ریاضی به‌منظور آن‌ها انجام می‌شود، در چهار طبقه رده‌بندی می‌شوند. اگرچه راه‌های دیگری برای طبقه‌بندی این‌گونه اهداف وجود دارد، ولی طبقه‌بندی زیر، نشانگر اولین مواردی است که اصلاح آن‌ها مستلزم ارزش‌یابی است. نمودار زیر، چهار هدف مهم و عمل‌هایی را که از به‌کارگیری داده‌های ارزش‌یابی در اتصال و ارتباط با هر هدف، نتیجه می‌شود را نشان می‌دهد.

چهار دسته اهداف ارزش‌یابی و نتایج آن‌ها



تأکیدات ارزش‌یابی جدید

شیوه‌های ارزش‌یابی باید به‌گونه‌ای طراحی شوند که متناوباً درک و آشنایی دانش‌آموزان را از سیستم‌ها و مدل‌ها و الگوهای تغییر، مقیاس‌ها و معیارها، کنجکاوی و پذیرش عقاید جدید، عادات فکری و... را ارزش‌یابی کنند. این تأکید ارزش‌یابی جدید بر موضوع به‌جای اطلاعات جزیی، عادات فکری به جای یادآوری، ... به این معناست که :

۱ــ ارزش‌یابی باید بر تفکر فعال و نه انفعالی تأکید داشته باشد.

۲ــ برنامه‌های ارزش‌یابی باید قابلیت تغییر داشته باشند و همان‌گونه که ایده‌ها رشد پیدا می‌کنند، قابل بهبود باشند.

۳ــ معلمان باید از روش‌های ارزش‌یابی مختلفی که مهارت‌های بالاتر تفکر را می‌سنجند، استفاده کنند.

۴ــ معلمان باید با روش‌ها و نتایج آن‌ها آشنا بوده و روش تدریس و ارزش‌یابی خود را انتخاب کنند.

۵ــ از سؤالات تشریحی پاسخ باز، انشایی، پروژه، پوشه‌ی تحصیلی، نمایش، ... که در آن دانش‌آموزان جواب را تولید می‌کنند و یا آن‌ها را توجیه می‌کنند به‌جای آن که به سادگی پاسخ را به یاد آورند و یا از میان اطلاعات از قبل داده شده، انتخاب کنند، باید استفاده کرد.

۶ــ ارزش‌یابی باید به‌گونه‌ای باشد که بین کلاس درس و محیط اطراف ارتباط برقرار کند، به‌طور مثال، استفاده از پروژه‌ها و کارهای گروهی که با جمع‌آوری اطلاعات از محیط اطراف همراه است، صحنه‌ی آموزش را از کلاس درس به محیط زندگی دانش‌آموزان توسعه خواهد داد.

۷ــ چون همیشه با پاسخ‌های کاملاً شفاف «بلی» و «خیر» روبه‌رو نیستیم، باید توانایی دانش‌آموزان را در اندازه‌گیری دقیق، جمع‌آوری و تجزیه و تحلیل داده‌ها برای حل مسایل و روش حل مسایل اندازه‌گیری کنیم.

۸ــ به‌جای تخصیص زمان به پاسخ دادن به سؤالات چند گزینه‌ای می‌توان از فعالیت‌هایی استفاده نمود که علاوه‌بر ارزش‌یابی، فرصت‌های یادگیری را نیز فراهم می‌آورند.

۹ــ ارزش‌یابی باید متنوع و جالب باشد. انگیزه‌هایی درونی هستند که بر دست‌یابی به سطوح بالاتری از عملکرد منجر شوند. کسب نمره نباید تنها انگیزه‌ی دانش‌آموزان باشد.

۱۰ــ ارزش‌یابی زمانی معتبر است که بتواند دست‌یافته‌ها و نتیجه‌های یادگیری متناسب با برنامه را بسنجد. به‌طور مثال، اگر نتیجه‌ی مورد انتظار انجام کاری توسط دانش‌آموز است، پس تنها روش معتبر این است که بخواهیم دانش‌آموزان کار را انجام دهند. اگر نتایج موردنظر متنوع هستند، روش‌های ارزش‌یابی نیز باید متنوع باشند.

ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی

در این بخش، به‌طور خلاصه جهت‌گیری و رویکردهای ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی تبیین می‌شود. ابتدا به تغییر نگاه‌ها و رویکردها می‌پردازیم ؛ سپس الگو و چارچوب ارزش‌یابی ریاضی در این برنامه تبیین می‌شود.

تغییر رویکردها در ارزش‌یابی

تغییر رویکردها در ارزش‌یابی را به‌صورت زیر می‌توان دسته‌بندی و خلاصه کرد :

۱ــ ارزش‌یابی فعلی متکی به یک روش (کتبی) است. این روش برای رویکردهای فعال و فرآیند محور پاسخگو نیست. ارزش‌یابی باید به فرآیند نیز توجه داشته باشد. ارزش‌یابی فرآیند روش‌ها و ابزار خاص خود را می‌طلبد ؛ برای مثال، در روش فعال چگونگی انجام فعالیت‌های ریاضی در کلاس درس برای ساخت مفهوم پایه ارزش‌یابی شود.

۲ــ ارزش‌یابی فعلی در انتهای فرآیند آموزش است. درحالی که ارزش‌یابی جزیی از فرآیند است و به همراه آن تکوین می‌یابد. وجود ارزش‌یابی مستمر به همین دلیل است. در این رویکرد، قضاوت درخصوص توانایی ریاضی یک دانش‌آموز به‌طور مستمر و ارزش‌یابی تمام فعالیت‌های او انجام می‌شود نه با یک امتحان کتبی و پایانی.

۳ــ ارزش‌یابی‌های مرسوم، تمام توانایی‌های یک دانش‌آموز را مورد ارزیابی قرار نمی‌دهد. به‌دنبال طراحی نظامی برای ارزش‌یابی هستیم که تمام توانایی‌های دانش‌آموز را مورد ارزیابی قرار دهد ؛ برای مثال، دانش‌آموزی که توانایی انجام عملیات و محاسبات ذهنی را دارد و یا دانش‌آموزی که توانایی ساخت وسیله

را دارد، باید زمینه‌ای بیابد تا توانایی‌های خود را ارزیابی کند و باز خورد مناسب دریافت کند.

۴ــ ارزش‌یابی فعلی بیشتر بر نمایان کردن ضعف‌ها و کاستی‌ها و ناتوانایی‌های دانش‌آموز تأکید دارد. در رویکرد موجود سعی بر برجسته کردن نقاط مثبت، قوت و توانایی‌های دانش‌آموز است. پس ارزش‌یابی با هدف به اصطلاح مچ‌گیری انجام نمی‌شود و بازخوردهای ارزش‌یابی با هدف تکمیل کردن و در مسیر بهتر قرار گرفتن به دانش‌آموز ارائه می‌شود.

۵ــ ارزش‌یابی در حال حاضر با تأکید بر مقایسه فرد با دیگران انجام می‌شود. در این نگاه تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان درنظر گرفته نمی‌شود. باید سعی کرد تا حدّ امکان زمینه‌ای برای مقایسه‌ی هر فرد با خودش فراهم شود.

چارچوب ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی

براساس آیین‌نامه‌ی ارزش‌یابی مصوب شورای عالی آموزش و پرورش و با توجه به مطالب ذکر شده چارچوب ارزش‌یابی ریاضی در آموزش عمومی به شرح زیر تبیین می‌گردد.

۱ــ ارزش‌یابی مستمر: این نوع ارزش‌یابی به منظور درنظر گرفتن تمام توانایی‌ها، فعالیت‌ها، دریافت‌ها و... دانش‌آموزان در طول یک سال تحصیلی است که به‌صورت رسمی و غیررسمی توسط معلم انجام می‌شود. به این ترتیب، ارزش‌یابی، جزیی از فرآیند آموزش تلقی شده و ملاک قضاوت درخصوص توانایی ریاضی دانش‌آموز، تنها امتحان پایانی نیست. همچنین از ارزش‌یابی مستمر به‌منظور برطرف کردن ضعف‌های برنامه‌ی آموزشی استفاده خواهد شد. در ارزش‌یابی مستمر بازخوردهای مناسب به دانش‌آموز داده می‌شود تا بتواند در مسیر رشد و پیشرفت قرارگیرد. به‌همین دلیل تأکید این ارزش‌یابی بیش‌تر بر جنبه‌های مثبت و توانایی‌های دانش‌آموز است، نه بزرگ کردن ضعف و یا ناتوانایی‌های او.

ارزش‌یابی مستمر به ۴ بخش تقسیم می‌شود :

الف ــ فعالیت‌های کلاسی: از آن‌جا که روش تدریس ریاضی براساس روش‌های فعال بوده، دانش‌آموز در تولید و ساخت مفاهیم نقش عمده را دارد ؛ لذا انجام فعالیت‌های کلاسی و ارزش‌یابی آن نقش و سهم عمده‌ای دارد. فعالیت‌های کلاسی شامل فعالیت‌های عملی، نوشتنی به‌منظور فهم بهتر، شرکت در بحث‌های کلاسی، شرکت در کار گروهی یا فردی، انجام تمرین‌های کلاس و... است. روش‌های مناسب برای ارزش‌یابی این موارد تکمیل چک لیست‌های مشاهده، گزارش نویسی (گزارش انجام فعالیت‌ها و کارهای عملی)، انشانویسی (از آموخته‌های تازه و فهم‌های جدید یا نظرات و علایق و احساسات)، خود ارزش‌یابی و ارزش‌یابی هم گروهان. مراحلی مثل تکمیل چک لیست مشاهده‌ی فرد یا گروه توسط معلم یا گزارش و انشانویسی توسط دانش‌آموز از جمله موارد رسمی این بخش است اما آن‌چه اهمیت دارد، مشاهده‌ی معلم، بحث و گفت‌وگو با دانش‌آموزان، سؤال و جواب‌های دانش‌آموزان و ... از نظر یک معلم تیزبین و حساس پیام‌هایی برای ارزش‌یابی دانش‌آموز به‌همراه دارد که به‌طور غیررسمی توسط معلم انجام می‌شود.

ب ــ تکالیف درسی: تکالیف درسی به‌منظور تثبیت یادگیری، تکمیل کردن ظرایف و نکات درسی و ایجاد مهارت و توانایی برقراری ارتباط توسط دانش‌آموزان انجام می‌شود. ارزش‌یابی درست و به‌موقع آن‌ها، انگیزه‌ی دانش‌آموزان را برای کامل‌تر انجام دادن تکالیف بالا می‌برد. تکلیف کامل و درست به تقویت یادگیری کمک شایانی خواهد کرد. پژوهش‌ها و همچنین تجربه‌ی معلمی نشان می‌دهد دانش‌آموزانی که تکالیف درسی خود را به‌طور کامل و با دقت لازم انجام می‌دهند و برای رسیدن به پاسخ‌های درست تلاش می‌کنند در پیشرفت تحصیلی خود موفق هستند. به‌عبارت دیگر بین انجام تکالیف و موفقیت تحصیلی، رابطه‌ی مستقیم با همبستگی بالا وجود دارد.

یکی از پیامدهای منفی ارزش‌یابی تکالیف این است که دانش‌آموزان تکلیف خود را از تکالیف دیگران رونویسی کنند. برای کاهش این موارد، معیارهایی که معلم برای ارزش‌یابی تکالیف تعیین می‌کند، اهمیت زیادی دارد ؛ برای مثال، اگر معلم تلاش دانش‌آموز را معیار قضاوت قرار دهد و بتواند با اتخاذ روشی این تلاش را قابل مشاهده و ارزش‌یابی کند، به‌نظر می‌رسد بتواند تاحد زیادی در ارزش‌یابی تکالیف موفق عمل کند.

به هر حال، ارزش‌یابی تکالیف از جهت انجام شدن، کامل بودن و تا حد امکان درست بودن و یا تلاش برای رسیدن به پاسخ‌های درست بخش مهمی از ارزیابی مستمر است.

ج ــ فعالیت‌های خارج از کلاس: علاوه‌بر تکالیف درسی، می‌توان فعالیت‌هایی برای دانش‌آموزان درنظر گرفت. از آن‌جا که علاقه و انگیزه‌ی دانش‌آموز در انجام این فعالیت نقش اساسی دارد، باید در ارائه‌ی آن‌ها تنوع داد و تعداد را بالا برد تا دانش‌آموزان با انتخاب خود به انجام آن‌ها اقدام کنند.

فعالیت‌هایی مثل کشیدن رسم‌های موردنظر در کتاب درسی، ساخت وسیله یا ابزار، اندازه‌گیری، استفاده از رایانه، ماشین‌حساب و تکنولوژی، تهیه‌ی روزنامه‌ی دیواری، پیدا کردن مثال‌هایی از زندگی روزمره در ارتباط با ریاضی، کاربردهای ریاضی در سایر علوم، ارتباط بین ریاضی و طبیعت، ساختن وسایل کمک آموزشی و انجام پروژه‌های ریاضی. در ارزش‌یابی این فعالیت‌ها، روش‌های خود ارزیابی، ارزیابی هم‌گروهان و پروژه (فردی و گروهی) می‌توانند استفاده شوند. همچنین تعیین ملاک‌های ارزش‌یابی را می‌توان به عهده‌ی دانش‌آموزان گذاشت. این امکان را نیز می‌توان فراهم کرد که دانش‌آموزان از بین فعالیت‌های انجام شده تعدادی از بهترین‌ها را با معیارهای خودشان انتخاب و برای ارزش‌یابی به معلم تحویل دهند. معیارهای آن‌ها سؤال شود و دیدگاه‌ها و توانایی‌های او در انتخاب معیارها نیز ارزش‌یابی شود.

د ــ امتحانات کلاسی: امتحانات کوتاه و با هدف‌های مختلف نیز بخش دیگری از ارزش‌یابی مستمر است. هدف‌هایی مثل ارزش‌یابی یک مفهوم، یک موضوع که به‌تازگی تدریس شده است. ارزش‌یابی مفاهیم و اهداف گذشته یا ترکیب آن‌ها با اهداف روز، ارزش‌یابی تکالیف انجام شده، ارزش‌یابی تمرین‌ها و سؤالاتی از تکالیف که در کلاس حل شده‌اند یا تکالیف روزهای قبل و...

در طرح ارزش‌یابی‌های کلاسی علاوه‌بر مفاهیم و دانش‌ها، مهارت‌های دانش‌آموزان نیز ارزش‌یابی می‌شوند. از روش‌های مختلف مثل امتحان کتبی، سؤال شفاهی، امتحان‌های عملی و ارزش‌یابی عملکردی می‌توان در این قسمت استفاده کرد. پس از انجام هرکدام از این آزمون‌های کلاسی باید بازخورد مناسب به دانش‌آموز داده شود تا بتواند ضعف‌ها و اشکالات خود را رفع کرده و در مسیر پیشرفت قدم بردارد.

در ارزش‌یابی مستمر که به نوعی همان پوشه‌ی تحصیلی دانش‌آموز است، نکات زیر را باید مدّنظر قرار داد.

۱ــ نتیجه این ارزش‌یابی باید گزارشی کیفی درخصوص توانایی‌ها، علایق، احساسات، استعدادها و مهارت‌های یک دانش‌آموز باشد، به‌طوری که به کمک این گزارش‌ها بتوان درخصوص رشته‌ی تحصیلی و یا مشاغل آینده، او را راهنمایی و هدایت کرد.

۲ــ ارزش‌یابی مستمر باید همراه با ارائه‌ی بازخوردهای مناسب به دانش‌آموز برای قرارگرفتن در مسیر رشد و پیشرفت باشد و بر توانایی‌ها و نکات مثبت او تأکید کند.

۳ــ برای تبدیل گزارش کیفی وضعیت دانش‌آموز به نمره باید به پیشرفت دانش‌آموز توجه شود ؛ برای مثال، اگر وضعیت او مسیری صعودی دارد، می‌توان موارد اول (نمرات کم) را حذف کرد و درنظر نگرفت. به هر حال نمی‌توان برای به‌دست آوردن نمره‌ی نهایی، بین نمرات موجود به یک رابطه یا فرمول با ضرایب مختلف دست پیدا کرد. وضعیت هر دانش‌آموز باید متناسب با خودش سنجیده شود. ارزش‌یابی مستمر، زمینه را برای مقایسه‌ی فرد با خودش به جای مقایسه‌ی فرد با دیگران فراهم می‌کند.

۴ــ بدترین حالت آن است که معلم بخواهد نمره‌ی ارزش‌یابی مستمر را براساس نمره‌ی برگه‌ی امتحان پایانی او تعیین کند.

۵ــ مهم‌ترین نکته در نمره دادن (بخش ارزش‌یابی مستمر) مستند کردن است. به‌عبارت دیگر، معلم باید بتواند با ارائه‌ی اسناد و مدارکی که جمع‌آوری کرده است (شامل امتحانات کلاسی، چک لیست، گزارش نویسی، نمره و ارزش‌یابی تکالیف و...) از نمره‌ی مستمر دانش‌آموز دفاع کند ؛ به‌طوری که اگر پس از مدتی از او بتواند با توجه به مستندات خود دوباره به دانش‌آموزان کلاس نمره دهد، تقریباً همان نمره‌ی اول را ارائه کند.

۲ــ امتحان پایانی: در حال حاضر، ۵۰ درصد نمره‌ی نهایی دانش‌آموزان از امتحان پایانی به‌دست می‌آید. این آزمون که به‌صورت کتبی ــ عملی برگزار می‌شود، باید به گونه‌ای طراحی شود که توانایی ریاضی دانش‌آموز را بسنجد. بخش های مختلف این آزمون عبارت‌اند از :

الف ــ حل مسئله: از آن‌جا که حل مسئله از تأکیدات مهم آموزش ریاضیات است، یکی از مهم‌ترین بخش‌های آزمون پایانی مسئله‌ها هستند. این مسئله با توجه به راهبردهای آموزش داده شده در هر پایه‌ی تحصیلی طرح می‌شوند. مسایل از دنیای واقعی، زندگی روزمره وکاربردهای ملموس برای دانش‌آموزان

همان پایه‌ی تحصیلی طرح می‌شوند. استفاده از ماشین حساب در حل مسئله بلامانع است و دانش‌آموز از هر راهبردی که بخواهد، می‌تواند مسئله را حل کند. حتی راهبردهایی که در برنامه‌ی آموزشی آن پایه‌ی تحصیلی نباشد.

ب ــ سؤالات مفهومی و مهارتی: هدف از این نوع سؤالات ارزش‌یابی، میزان دست‌یابی دانش‌آموزان به مفاهیم و مهارت‌های موردنظر می‌باشد. سؤالات دانشی مثل بیان تعاریف موردنظر نیست. مجموع سؤالات آزمون باید به گونه‌ای باشد که پوشش نسبی خوبی به مفاهیم و مهارت‌های موردنظر در آن پایه‌ی تحصیلی بدهد.

ج ــ سؤالات عملکردی: بخشی از سؤالات آزمون باید به سؤالات عملکردی اختصاص یابد. سؤالاتی که با هدف سنجش توانایی به‌کار بردن آموخته‌های ریاضی در یک موقعیت عملی و واقعی طرح می‌شوند.

برای طراحی سؤالات آزمون پایانی، نکات زیر باید مدّنظر قرارگیرد :

۱ــ سؤالات آزمون باید دارای تنوع در ارائه باشد (سؤالات کوتاه پاسخ، بازپاسخ، باز پاسخ توسعه یافته، عملکردی، حل مسئله)

۲ــ مجموع سؤالات آزمون باید مفاهیم و مهارت‌های موردنظر در پایه‌ی تحصیلی را پوشش دهد.

۳ــ تعدادی از سؤالات آزمون پایانی می‌تواند به‌صورت گروهی توسط دانش‌آموزان حل شود. در این صورت ابتدا، دانش‌آموزان گروه سؤال را با هم حل می‌کنند ؛ سپس، به‌صورت فردی نشسته پاسخ سؤال را با تشریح فرآیند تفکر گروه، و رسیدن به جواب می‌نویسند و ارائه می‌کنند.

۴ــ آزمون پایانی می‌تواند در دو بخش اجرا شود. در یک بخش استفاده از ماشین حساب مجاز باشد. در این بخش، سؤالاتی مطرح می‌شود که در آن‌ها انجام محاسبات هدف نیست ؛ برای مثال، در قسمت حل مسئله که اهمیت اصلی با پیدا کردن راه حل و تفکر حل مسئله است. انجام عملیات مسئله با ماشین حساب بلامانع است.

۵ــ سؤالات آزمون پایانی براساس اهداف برنامه مصوب باشد و اهداف توسعه‌ای فقط در مسیر هدف‌های مشخص شده در برنامه باشند.

۶ــ در بارم‌گذاری سؤالات، تناسب بین محتواها و مهارت‌ها در بخش‌های کتاب ریاضی آن پایه‌ی تحصیلی رعایت شود.

۳ــ بارم‌بندی: با توجه به بخش‌های کلی مطرح شده در بالا، بارم‌بندی جزیی و دقیق کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی راهنمایی تحصیلی به شرح زیر پیشنهاد می‌گردد :

الف ــ ارزش‌یابی مستمر

ــ فعالیت‌های کلاسی ۵ نمره

ــ تکالیف درسی ۵ نمره

ــ فعالیت‌های خارج از کلاس ۶ نمره (۳ نمره از این قسمت مربوط به رسم‌های کتاب درسی است)

ــ امتحانات کلاسی ۴ نمره

ب ــ ارزش‌یابی پایانی

بارم‌بندی‌های ارائه شده پیشنهادی است و معلمان محترم می‌توانند با توجه به شرایط و نوع آموزش‌های داده شده درکلاس خود تا حدودی آن را تغییر دهند. در این بارم‌بندی حدود ۷ نمره به مباحث هندسه و ۱۳ نمره به مباحث حساب اختصاص داده شده است. همچنین در نوبت پایانی درصد بیش‌تری به مباحث مطرح شده در نوبت دوم اختصاص داده شده است، ضمن آن‌که درس‌های نوبت اول نیز ارزش‌یابی می‌شوند.

بارم‌بندی پیشنهادی براساس موضوعات و مفاهیم کتاب درسی است اما در مجموع امتحان باید شامل سؤال‌های مفهومی، کاربردی و مهارتی باشد. به خصوص بخشی از نمره‌ی امتحان پایانی به حل مسئله‌ی اختصاص داده شود. (حداقل ۴ نمره از آزمون شامل حل مسئله با توجه به راهبردهای آموزش داده شده در کتاب درسی باشد.) همچنین تصمیم‌گیری در خصوص طرح آزمون‌ها به‌صورت فردی یا گروهی و همچنین امتحان با استفاده از ماشین حساب یا بدون آن (دو قسمت کردن آزمون) در اختیار معلمان محترم ریاضی است.

ریز بارم پیشنهادی ریاضی سال اوّل راهنمایی ــ امتحان کتبی

ردیف	موضوع	نوبت اول	نوبت دوم	شهریورماه
۱	یادآوری (چهار عمل اصلی ــ بخش‌پذیری ــ قاعده‌ی بخش‌پذیری)	۱	۰/۵	۰/۵
۲	مقسوم‌علیه (مقسوم‌علیه اعداد ــ عدد اول ــ نمودار ــ ب.م.م)	۱/۵	۰/۵	۰/۷۵
۳	مضرب (مضرب‌های یک عدد ــ مضرب مشترک ــ ک.م.م)	۱	۰/۵	۰/۷۵
۴	توان (تعاریف و قراردادها ــ محاسبه‌ی یک عبارت ــ ساده کردن عبارت)	۱/۵	۰/۵	۰/۵
۵	مفاهیم کسر تعارفی (مفهوم کسر ــ عدد مخلوط ــ تساوی کسرها ــ ساده کردن کسر ــ مقایسه)	۲	۱	۱
۶	عملیات کسر (جمع ــ تفریق ــ ضرب ــ تقسیم ــ مسئله)	۲/۵	۱	۱/۵
۷	نسبت و تناسب (نسبت ــ تناسب ــ درصد ــ تسهیم و نسبت)	۲	۱	۱
۸	عددهای اعشاری (مفاهیم ــ ارزش مکانی ــ جمع، تفریق و ضرب)	۱/۵	۱	۱
۹	تقسیم اعشاری (یادآوری تقسیم ــ تقسیم اعشاری ــ مسئله)	ــ	۱/۵	۱
۱۰	مفاهیم اعداد صحیح (قرارداد و تعاریف ــ مقایسه ــ محور ــ بردار ــ قرینه)	ــ	۱	۱
۱۱	عملیات اعداد صحیح (جمع، خواص جمع ــ تفریق ــ مسئله)	ــ	۲	۲
۱۲	مقدار تقریبی (مفاهیم ــ قطع کردن ــ گرد کردن)	ــ	۱	۱
۱۳	آمار (تعریف ــ جدول ــ نمودارها)	ــ	۱/۵	۱
۱۴	خط و نقطه (نیم‌خط ــ پاره‌خط ــ انطباق ــ مقایسه ــ اندازه‌گیری)	۲/۵	۱	۱/۵
۱۵	زاویه (مقایسه ــ اندازه‌گیری ــ زاویه‌ی تقابل به رأس ــ متمم و مکمل)	۲/۵	۱	۱
۱۶	دایره و رسم مثلث (رسم دایره ــ رسم مثلث در حالت‌های مختلف)	۲	۱/۵	۱
۱۷	تساوی مثلث‌ها (اجزای متناظر ــ تساوی مثلث‌ها در سه حالت)	ــ	۱/۵	۱/۵
۱۸	عمود و عمودمنصف (تعامد ــ رسم عمود ــ عمودمنصف ــ فاصله از خط)	ــ	۱	۱
۱۹	ترسیم‌های هندسی (عمود ــ عمودمنصف ــ نیم‌ساز ــ زاویه‌ی مساوی)	ــ	۱	۱
	جمع	۲۰	۲۰	۲۰

فصل ششم

ساختار کتاب درسی و کتاب راهنمای معلم

مقدمه

در بازسازی کتاب‌های ریاضی دوره‌ی راهنمایی سعی شده است از الگوهای واحدی برای تنظیم محتوا استفاده شود. این یکسان‌سازی علاوه بر محتوا در آماده سازی و استفاده از رنگ، قلم و اندازه‌ی حروف و علایم نیز دیده می‌شود. در این بخش، به تشریح ساختارهای کتاب درسی و کتاب راهنمای معلم می‌پردازیم.

کتاب درسی

کتاب‌های درسی ریاضی در دوره‌ی راهنمایی در چند فصل تنظیم شده‌اند. نام فصل‌ها در فهرست با رنگ سبز مشخص شده است. هرفصل، شامل چند عنوان اصلی است. عناوین به رنگ سیاه هستند. هر عنوان، از چند درس تشکیل شده است. نام هر درس با رنگ قرمز مشخص شده است.

محتوا و مطالب داخل کتاب درسی در ۸ قسمت مختلف تنظیم و تدوین شده‌اند. این قسمت‌ها به شرح زیرند :

قسمت اول ــ درس: خلاصه مفاهیم، تعاریف، روش‌ها و مثال‌های حل شده به صورت یک متن در این قسمت ارائه شده است. بهتر است بعد از این که معلم جمع‌بندی خود را بیان کرد این متن را بخواند تا دانش‌آموزان با کتاب درسی خود ارتباط بهتری پیدا کنند. در بعضی از موارد، سؤال‌هایی در لابه‌لای متن آورده شده است این سؤال‌ها را از دانش‌آموزان بپرسید تا خواندن متن با درک و فهم و بحث کلاسی همراه شود.

تعدادی تصویر یا طرح نیز در این بخش وجود دارد. توجه دانش‌آموزان را به تصاویر و سؤال‌هایی که در بعضی موارد در کنار آن وجود دارد جلب کنید و به سؤال پاسخ دهید. در مورد

دانش‌آموزان عزیز

درس ریاضی یکی از درس‌های مهم و بنیادی دوران تحصیل شماست. شما با آموختن این درس، روش درست اندیشیدن برای حل مسائل را فرا می‌گیرید. با محاسبه‌های عددی مورد نیاز در سایر درس‌ها آشنا می‌شوید و کاربرد ریاضی را در حل مسئله‌های روزمره می‌آموزید.

دانش‌آموزان عموماً به اهمیت ریاضی واقف‌اند و می‌دانند که داشتن پایه‌ای خوب در درس ریاضی، تا چه حد به پیشرفت آن‌ها در سایر درس‌ها کمک می‌کند. اما اغلب نمی‌دانند که درس ریاضی را چگونه باید آموخت. درس ریاضی را فقط با گوش‌دادن به معلم نمی‌توان یاد گرفت. یکی از مهم‌ترین شرط‌های آموختن این درس، کار و فعالیت بی‌گیرانه‌ی شماست.

مؤلفان این کتاب با توجه به برنامه‌ی تنظیمی توسط شورای ریاضی، مطالب را طوری تدوین کرده‌اند که شما بتوانید با انجام دادن کارهایی در کلاس، به مفاهیم ریاضی پی‌برید، قاعده‌ها را کشف کنید و مطالب مطرح شده را بطور عملی فرا بگیرید. بر این اساس، کتاب حاضر بر مبنای فعالیت دانش‌آموز تنظیم شده است و کار و فعالیت شما دانش‌آموزان در کلاس، در آموزش آن نقش اساسی دارد.

برای آشنایی بیش‌تر شما با روش کار کتاب، ذکر نکاتی چند ضروری به نظر می‌رسد. کتاب درسی شما از چند قسمت تشکیل شده است.

قسمت اول: درس

این قسمت توسط معلم و با همکاری شما بیان می‌شود. معلم هنگام بیان این قسمت، از تخته سیاه استفاده می‌کند و شما باید کاملاً بدانید. کاملاً به مطلب دقت کنید و بکوشید که آن‌ها را خوب بفهمید. اگر مطلبی را متوجه نمی‌شوید، می‌توانید از معلم بپرسید.

قسمت دوم: فعالیت

این قسمت را شما باید انجام بدهید. هدف از انجام دادن فعالیت‌ها این است که مفاهیم مورد نظر هر درس را درک و کشف کنید. شما بعضی از این فعالیت‌ها را به‌طور فردی و بعضی را به‌طور گروهی در کلاس درس انجام می‌دهید.

پیام تصویر یا طرح با دانش‌آموزان خود گفت‌وگو کنید.

قسمت دوم ــ فعالیت: یکی از تغییرات انجام شده در بازسازی کتاب‌های ریاضی اضافه شدن فعالیت‌ها است. سعی شده است مفاهیم اصلی موردنظر تا حدّ امکان از طریق فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان انجام می‌دهند آموزش داده شود، به‌طوری که زمینه برای تولید و ساخت دانش و مفهوم موردنظر فراهم شود.

فعالیت‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که هدف‌های مهارتی را نیز پرورش دهند لذا در انجام آن‌ها به جنبه‌ی مهارتی آن توجه داشته باشید. فعالیت‌ها می‌تواند فردی یا گروهی انجام شود.

هدف اصلی این فعالیت‌ها، خارج کردن تدریس از انتقال یک‌سویه و نزدیک شدن به روش فعال است. در صورتی‌که معلمان محترم در کلاس از دانش‌آموزان بخواهند این فعالیت‌ها را انجام دهند، دانش‌آموزان در فرآیند آموزش سهیم شده اما

قسمت سوم: کار در کلاس

مطالب بیان نشده در درس و فعالیت، به صورت تمرین‌هایی با عنوان «کار در کلاس» تمرین می‌شوند. اگر توجه کنید، با حل کردن این تمرین‌ها کاملاً به مطلب می‌رسید. هنگام انجام دادن تمرین‌های «کار در کلاس» اگر به اشکالی برخوردید، می‌توانید به متن درس و فعالیت‌های همان جلسه در کتاب مراجعه کنید و اگر باز هم متوجه نشدید، از معلمتان بپرسید.

قسمت چهارم: تمرین

اگر به «درس» هر جلسه و تمرین‌های «کار در کلاس» خوب توجه کرده باشید، می‌توانید تمرین‌های پایان هر بخش را ـ که به عنوان تکلیف منزل در نظر گرفته شده‌اند ـ انجام دهید. برای حل کردن این تمرین‌ها نباید از کسی کمک بگیرید. اگر در این زمینه با اشکالی مواجه شدید، می‌توانید مجدداً متن درس همان بخش را بخوانید و آنچه را در «فعالیت‌ها» و «کار در کلاس» مربوطه انجام داده‌اید، مرور کنید. اگر از بزرگ‌ترهای خود کمک می‌گیرید، از آن‌ها بخواهید که قسمت درس را مجدداً برایتان توضیح دهند اما تمرین‌ها را خودتان حل کنید.

قسمت پنجم: حل مسئله

در این قسمت، روش حل مسائل کتاب درسی توضیح داده شده است. هدف این بخش آشنا کردن شما با راهبردهای حل مسئله و راه‌های فکر کردن در مورد مسئله است؛ به طوری که پس از آشنایی با راهبردها، می‌توانید از آن‌ها برای حل مسئله‌های جدی استفاده کنید. در قسمت تمرین و تکلیف منزل، چند نمونه مسئله وجود دارد که آن‌ها را باید با استفاده از راهبردهایی که یاد گرفته‌اید، حل کنید.

حقّ جمع‌بندی و توضیحات معلم پس از آن پابرجاست. اگر فعالیت‌ها را از کتاب حذف کنید تقریباً تغییر بسیار کمی در متن درس‌ها خواهید دید.

از آن‌جا که در بازسازی برنامه‌ی درسی محتوای خود را حفظ کرده است طراحی فعالیت‌ها به‌شکل کاملاً مطلوب برای تمام درس‌ها امکان‌پذیر نبود لذا هدف تیم بازسازی حرکت به‌سوی یادگیری فعال بوده است و ادعا نمی‌کنند که آنچه در حال حاضر طراحی شده وضعیتی مطلوب از یادگیری و روش فعال است.

قسمت سوم ــ کار در کلاس: پس از این که فرآیند آموزش در کلاس طی شده معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد قسمت کار در کلاس را انجام دهند. هدف اصلی این قسمت کسب اطمینان از یادگیری مفاهیم توسط تمام دانش‌آموزان کلاس و ایجاد فرصتی مجدد برای دانش‌آموزانی است که نیاز به زمان بیش‌تری برای یادگیری دارند لذا این قسمت حتماً باید در کلاس انجام شود و معلم به کار دانش‌آموزان، خصوص افرادی که به فرصت مجدد نیاز دارند نظارت می‌کند و به رفع کمبودها، اشکالات و بدفهمی‌های آموزش خود می‌پردازد.

قسمت چهارم ــ تمرین: برای تثبیت یادگیری تعدادی تمرین و مسئله برای تکلیف منزل دانش‌آموزان در نظر گرفته شده است این قسمت، شامل دو بخش است : در بخش اول تعدادی تمرین و سؤال از مفاهیم و روش‌های آموزش داده شده قرار گرفته است. در بخش دوم با توجه به راهبردهای حل مسئله که تا آن موقع تدریس شده است، تعدادی مسئله درنظر گرفته شده تا دانش‌آموزان با استفاده از آن راهبردها و دانش ریاضی مربوط به آن درس به حلّ مسایل اقدام کنند. در داخل مستطیل سبزرنگ نام راهبردها نوشته شده است. راهبردهایی که تا آن موقع آموزش داده شده‌اند پررنگ‌تر هستند. به این معنا که دانش‌آموز در حل مسایل می‌تواند از آن راهبردها استفاده کنند. پس از پایان آموزش راهبردها تمام آن‌ها پر رنگ شده‌اند ؛ یعنی دانش‌آموزان در حلّ مسایل می‌توانند از تمام راهبردها استفاده کنند.

قسمت پنجم ــ حلّ مسئله: این قسمت، شامل حداکثر ۸ الگوی دو صفحه‌ای است. هدف هر دو صفحه آموزش یک راهبرد حل مسئله است. در هر دو صفحه، ۲ مسئله با راهبرد موردنظر و در چارچوب مدل چهار مرحله‌ای پولیا حل شده است. معلمان محترم طبق توضیحات کتاب معلم در بخش دوم، باید نسبت به آموزش آن راهبردها در کلاس درس اقدام کنند.

روزی که تصمیم به آموزش یک راهبرد دارید از همه بخواهید تا مسایل مطرح شده را فقط با راهبرد موردنظر حل کنند. پس از این که آموزش راهبرد انجام شد و دانش‌آموز درک کرد که چگونه از آن در حل مسایل می‌تواند کمک بگیرد و در هنگام حلّ مسئله‌هایی که در قسمت تمرین آمده است آن‌ها می‌توانند از راهبردهای موردنظر خود استفاده کرده و مسئله را حل کنند. در حل مسئله‌های بخش تمرین یک راهبرد خاص را به دانش‌آموزان تحمیل نکنید. آن‌ها را تشویق کنید که یک مسئله را با راهبردهای مختلف حل کنند.

زمانی که می‌خواهید مسئله‌های تکلیف دانش‌آموزان را

در کلاس بررسی و حل کنید. چهار گام مدل پولیا را به‌طور پنهان و طبیعی طی کنید تا این مدل در ذهنِ دانش‌آموزان ملکه شود.

قسمت ششم ــ رسم: رسم‌های موردنظر در کتاب درسی در الگوی یک صفحه‌ای ارائه شده‌اند. به طور تقریبی در هرماه، دانش‌آموزان یک رسم را انجام می‌دهند. انجام رسم بخشی از فعالیت‌های خارج از کلاس آن‌هاست و در نمره‌ی ارزش‌یابی مستمر آن‌ها تأثیرگذار خواهد بود.

در مورد نحوه‌ی اجرای صفحات رسم و نکاتی درباره‌ی تصحیح آن در همین فصل توضیحاتی ارائه شده است.

قسمت هفتم ــ سرگرمی ریاضی: از مطالب این بخش برای علاقه‌مند کردن دانش‌آموزان به درس ریاضی و نمایش جلوه‌ها، زیبایی‌ها و شگفت‌های ریاضی استفاده کنید. طرح این موضوعات در کلاس درس، تنوع خوبی ایجاد می‌کند. شما می‌توانید موارد مشابه دیگری نیز در کلاس علاوه بر این مطالب مطرح کنید. برای مثال، بیان تاریخچه‌ها می‌تواند جذابیت زیادی در تدریس ایجاد کند.

پیدا کردن و جمع‌آوری مطالبی مثل قسمت سرگرمی و ریاضی می‌تواند به عنوان فعالیت‌های خارج از کلاس مطرح شود تا دانش‌آموزان با جست‌وجو در منابع مختلف بتوانند موارد مشابه را پیدا کرده و به شکل‌های مختلف مثل روزنامه‌ی دیواری یا ارائه‌ی کنفرانس در کلاس مطرح کنند.

قسمت هشتم ــ تمرین‌های دوره‌ای: برای مرور درس‌ها و آمادگی دانش‌آموزان جهت امتحانات پایانی، تعدادی تمرین در قسمت تمرین دوره‌ای تدارک شده است. ارائه‌ی تمرین‌های دوره‌ای مشابه توسط معلمان توصیه می‌شود مشروط بر آن‌که به کلیشه‌ای شدن سؤال‌ها و تکرار بیش از حدّ آن‌ها منجر نشود.

نکاتی در مورد صفحات رسم

هر صفحه‌ی رسم دارای الگویی چهار قسمتی است. در قسمت «الف» دانش‌آموزان رسم را در داخل کتاب کامل می‌کنند تا چگونگی درست کشیدن رسم را یاد بگیرند. در هنگام انجام این قسمت معلم می‌تواند با سرکشی به دانش‌آموزان به آن‌ها کمک

قسمت ششم: رسم

در کتاب تعدادی رسم گنجانده شده است. رسم‌ها را با توجه به توضیحات کتاب بطور منظم ــ مثلاً هر ماه یک رسم ــ و با دقت در منزل تهیه کنید.

قسمت هفتم: سرگرمی و ریاضی

مطالب سرگرمی و ریاضی علاوه بر سرگرم کردن شما به پرورش هوشتان کمک می‌کند. پس آن‌ها را با دقت مطالعه کنید و کارهای خواسته شده را حتماً خودتان انجام دهید. مطالب انتخابی در ارتباط با مطالب درسی هستند و مطالعه‌ی آن‌ها به یادگیری ریاضی کمک می‌کند. علاوه بر این، شما را با نکات جالب، سرگرم‌کننده و شگفت‌انگیز ریاضی آشنا می‌سازند.

قسمت هشتم: تمرین‌های دوره‌ای

در پایان مطالب درسی هر نیم‌سال، چند صفحه تمرین دوره‌ای گنجانده شده است. در اواخر هر نیم‌سال، هنگام دوره کردن درس ریاضی می‌توانید از این تمرین‌ها، به عنوان تمرین تکمیلی استفاده کنید. البته حل کردن این تمرین‌ها در کلاس فقط در صورتی امکان دارد که مطالب درسی به موقع تمام شده باشد و فرصت کافی برای این کار داشته باشید.

مؤلفان سعی داشته‌اند که تا حدممکن از تجربیات معلمان ارجمند استفاده کنند به همین دلیل، کتاب ابتدا در ۴۰ کلاس بطور آزمایشی تدریس شده است و معلمان گرامی این کلاس‌ها عمده‌ترین سهم را در تألیف این کتاب دارند.

نظرات، پیشنهادها و انتقادهای سازنده‌ی معلمان سراسر کشور، به ویژه همکاران ریاضی که مسئولیت آموزش معلمان را به عهده دارند، همواره در شناسایی و اجرای روش‌های نوین آموزش ریاضی نقش اساسی داشته است. امیدواریم مشارکت این سرمایه‌های فرهنگی در جهت ارتقای سطح آموزش ریاضی و بهبود کتاب‌های درسی تداوم یابد.

مؤلفان

کنند تا نحوه‌ی درست کشیدن آن رسم خاص را یاد بگیرند. در قسمت «ب» دستورالعمل کشیدن رسم در یک برگه سفید داده شده است. دستورالعمل را برای دانش‌آموزان توضیح دهید و از آن‌ها بخواهید رسم را در یک کاغذ سفید (بدون خط و ترجیحاً به اندازه‌ی A_4) رسم کنند. در قسمت «پ» شکل نهایی رسم داده شده است. شکلی که دانش‌آموزان باید در برگه‌ی سفید خود آن‌را تحویل دهند. در قسمت «ت» نیز نکات مهمی که در کشیدن آن رسم اهمیت دارد گوشزد شده است.

هدف کشیدن رسم

هدف اصلی این صفحات تقویت مهارت‌های استفاده از ابزار و تکنولوژی و اندازه‌گیری است. همچنین افزایش دقت، تمرکز و حوصله‌ی دانش‌آموزان و آشنایی آن‌ها با رسم‌های تزیینی و فنّی است. دانش‌آموزان در کشیدن رسم‌ها کار با ابزار رسم را به خوبی تمرین می‌کنند و با نحوه‌ی درست کشیدن رسم‌ها و کادربندی آشنا می‌شوند.

کاربرد رسم

رسم‌ها را می‌توان به دو قسمت تقسیم کرد : تزیینی و فنّی. رسم‌های تزیینی در معماری، ساخت و طراحی لوازم مثل گچبری، پنجره‌های مشبک، تابلوها و ... کاربرد دارد. رسم‌های فنی زمانی تصویری برای بیان مشخصات و جزییات قطعات، نماها و پلان‌ها که در مهندسی معماری، عمران، معدن، مکانیک و ... کاربرد دارند.

استفاده از تکنولوژی

از دانش‌آموزان بخواهید رسم‌ها را فقط با مداد سیاه بکشند. اگر دانش‌آموزی در این کار به‌مهارت کافی رسید می‌توانید از او بخواهید رسم خود را با وسایلی مثل روان‌نویس، خودکار و یا راپید مرکبی کند. در صورتی‌که در این کار نیز مهارت کافی کسب شد و دانش‌آموزی توانایی و امکان استفاده از رایانه را داشت می‌توانید پیشنهاد کنید رسم را با استفاده از نرم‌افزارهای مختلف رایانه‌ای بکشند.

ارزش‌یابی

بعد از این که دانش‌آموزان رسم‌ها را کشیدند ابتدا درستی رسم‌ها را بررسی کنید. در صورتی‌که فردی رسم را طبق مشخصات موردنظر انجام نداده است از او بخواهید کارش را تکرار کند. سپس به کادربندی رسم توجه کنید. در صورت درست بودن کادربندی توجه خود را معطوف به یک‌دستی خطوط، در امتداد هم بودن پاره‌خط‌های روی یک راستا، دقت در گوشه‌ها و محل برخورد خطوط کنید. هر اِشکال را با یک علامت روی رسم مشخص کنید. نمرات رسم دانش‌آموزان را در مقایسه با توانایی‌های فردی آن‌ها و با توجه به شناختی که پیدا کرده‌اید تعیین کنید. رسم‌های زیبا و دقیق را تشویق کنید و نمایشگاهی از نمونه‌های خوب ترتیب دهید سعی کنید در ارزش‌یابی خود به‌گونه‌ای عمل کنید که دانش‌آموزان به کشیدن رسم علاقه‌مند شوند.

یادداشت معلم

کتاب راهنمای معلم

در تنظیم این کتاب سعی شده است الگویی واحد در نظر گرفته شود. ضمن آن‌که به انعطاف‌پذیر بودن الگو، براساس موضوعات مختلف درسی و شرایط آن توجه شده است.

فصل‌ها

در شروع هر فصل، موضوعات و مفاهیم مختلف مرور شده‌اند. در قالب یک شبکه‌ی مفهومی ارتباط بین مفاهیم مختلف آن فصل تا حدودی آشکار و برای بعضی از ارتباط‌ها مثال‌هایی ذکر شده است. سپس یک زمان‌بندی پیشنهادی برای آموزش درس‌ها ارائه و تعدادی سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها درج شده است.

عنوان‌های اصلی

برای هر عنوان اصلی چند بخش زیر در نظر گرفته شده است :

موضوعات در یک نگاه: در این قسمت خلاصه‌ای از مفاهیم اصلی آورده شده است تا معلمان با محدوده‌ی موضوعات و مفاهیم آشنا شوند.

اهداف: در ابتدای هر عنوان هدف‌های اصلی آن موضوع ذکر شده است. تلاشی برای جدا کردن هدف‌های مهارتی و دانشی نشده و در این قسمت هدف‌ها به صورت تلفیقی آمده است.

شناسنامه‌ی مبحث: در این شناسنامه مشخصات اصلی هر زیر عنوان (هر درس) درج شده است تا معلم بتواند به‌صورت خلاصه و در یک نگاه با فعالیت‌ها، اهداف، امکانات موردنیاز و فرآیند آموزش آشنا شود و ارتباط‌ها را برای خود مشخص کند. به کمک این شناسنامه می‌تواند زمان‌بندی جلسات آموزش خود را نیز دقیق‌تر مشخص کند. در این شناسنامه، هدف‌ها دقیق‌تر و جزیی شده‌اند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی:

تعدادی سؤال برای ارزش‌یابی پایانی این موضوع در نظر گرفته شده است. سعی شده سؤال‌های غیر کلیشه‌ای استفاده شود. مجدداً متذکر می‌شویم استفاده‌ی مکرر معلمان از این سؤال آن‌ها را به کلیشه‌های جدید تبدیل می‌کنند.

دانستنی‌هایی برای معلم:

برای آن‌که معلم بتواند تدریس و آموزش موفقی داشته باشد نیاز دارد اطلاعات کامل‌تری در اختیار داشته باشد. به این منظور، در قسمت دانستنی‌هایی برای معلم او را با فضایی علمی و عمیق‌تر آشنا کرده و تا حدّ امکان تاریخچه‌هایی از آن موضوع را یادآور می‌شویم.

درس‌ها (زیر عنوان)

برای توضیح نحوه‌ی تدریس هر درس از واژه‌های خاصی استفاده شده است تا معلمان بر حسب نیاز خود به آن‌ها رجوع کنند. این عبارت‌ها به شرح زیرند :

ایجاد انگیزه کنید:

دراین قسمت، ایده‌ها و فعالیت‌ها، طرح‌ها و روش‌هایی برای ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان پیشنهاد می‌شود. هدف این است که دانش‌آموز آمادگی شروع درس و قرار گرفتن در مسیر یادگیری را کسب کند.

هدف فعالیت:

هدف خاص فعالیت برای آگاهی معلم در این قسمت درج شده است. مطالعه‌ی این قسمت کمک می‌کند تا معلم دانش‌آموزان را هدایت بهتری کند و نقش تسهیل‌کننده‌ی خود را بهتر بازی کند.

شروع کنید:

چگونگی آغاز فرآیند آموزش و ورود به مطلب در این بخش مشخص می‌شود. بدیهی است مطالب ارائه شده صرفاً پیشنهادی بوده و معلمان با توجه به سلایق و شخصیت خود و همچنین شرایط کلاس و دانش‌آموزان رفتار ورودی خود را تنظیم خواهد کرد. چگونگی اجرای فعالیت و نقش اجرایی معلم نیز تشریح می‌شود.

ادامه دهید:

بعد از انجام فعالیت یا کار در کلاس چگونگی جمع‌بندی

موضوع و ایجاد آمادگی برای فعالیت بعدی در این قسمت مشخص شده است.

آموزش دهید:

نکات اصلی، مفاهیم موردنظر و جمع‌بندی‌های معلم در این قسمت ذکر می‌شود.

مشاهده کنید:

این قسمت از اهمیت خاصی برخوردار است. معلم باید جزییات کار و فعالیت دانش‌آموزان را به دقت مشاهده کند تا به نقاط ضعف و قوت دانش‌آموزان پی‌برد و بداند که هر دانش‌آموز به چه کمکی احتیاج دارد و بتواند براساس نتایج مشاهداتش هدایت بهتری کند.

بپرسید!

سؤال‌هایی که در حین انجام فعالیت‌ها یا آموزش توسط معلم مطرح می‌شود تا دانش‌آموزان را به تفکر عمیق‌تر، بازنگری در کارهای انجام شده و تصمیم‌ها هدایت می‌کند اشاره شده است. در این‌جا تنها نمونه‌ای از سؤال‌های ممکن مطرح می‌شود. قطعاً معلمان با توجه به توانایی فرد می‌توانند سؤال‌های مشابهی مطرح کنند.

توصیه‌های آموزشی:

در هنگام اجرای طرح درس، دقت‌ها و ظرایفی وجود دارد که در اثر تجربه کسب می‌شود. در واقع توجه به این ظرایف کمک می‌کند جریان آموزش روان‌تر و بهتر اجرا شود. این نکات در قالب توصیه‌های آموزشی ارائه شده است.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

باز هم در اثر تجربه می‌توان اشتباهات رایج و معمول دانش‌آموزان و یا بدفهمی‌های آن‌ها را حدس زد و از قبل پیش‌بینی کرد. ذکر این نکات دو جنبه دارد : یکی این‌که معلم را آماده می‌کند تا تدابیری برای رفع این اشکالات بیندیشد و دوم آن‌که سطح درک و توانایی‌های دانش‌آموزان در این سن را آشکار می‌کند.

هدایت کنید:

در صورتی‌که دانش‌آموزان نتوانند یک فعالیت را انجام دهند یا در بخشی از آن با مشکل مواجه شوند، لازم است به گونه‌ای راهنمایی شوند تا هم بتوانند فعالیت را انجام دهند و هم ایده‌ها توسط معلم مشخص شود. راهنمایی‌های لازم که از قبل می‌توان آن‌ها را پیش‌بینی کرد در این بخش آماده است.

هدف کار در کلاس و تمرین:

سؤال‌هایی که در قسمت کار در کلاس و تمرین‌ها یا بخش مسایل قرار دارند در کتاب راهنمای معلم حل و پاسخ‌ها مشخص شده‌اند. اما بعضی از آن‌ها نیاز به توجه ویژه دارند. همچنین معلمان باید هدف‌های موردنظر برای طرح سؤال‌ها را بدانند تا هدایت بهتری داشته باشند. به همین دلایل، در این قسمت هدف‌های کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها و همچنین نکات خاص و ویژه‌ی بعضی از سؤال‌ها ذکر می‌شود.

فعالیت موازی:

همان‌طور که بیان شد معلمان باید با توجه به شرایط مختلف (توانایی خود ــ توانایی دانش‌آموزان ــ امکانات و ...) فعالیت مناسب را طراحی کنند. ممکن است فعالیت پیشنهاد شده در کتاب مناسب نباشد به همین دلیل در بعضی موارد، فعالیت‌هایی پیشنهاد شده است که معلم در شرایط خاصی از آن‌ها استفاده کند.

توسعه:

در بعضی از مدارس خاص با توجه به امکانات و شرایط مدرسه و دانش‌آموزان، معلمان فرصت برای کار بیش‌تر و تکمیلی نسبت به کتاب درسی دارند. اولیا و دانش‌آموزان نیز از برنامه‌های تکمیلی استقبال می‌کنند. اما متأسفانه کارهای تکمیلی جنبه‌ی سلیقه پیدا کرده و هر کس متناسب با علایق و تشخیص خود موضوعی جدید مطرح می‌کند. در این قسمت سعی شده است هدف‌های تکمیلی که در راستای برنامه و پرورش مهارت‌ها هستند

پیشنهاد شوند تا مسیر توسعه تا حدّی مشخص شود.

فعّالیّت خارج از کلاس:

بخشی از ارزش‌یابی مستمر دانش‌آموزان به فعالیت‌های خارج از کلاس اختصاص دارد. به همین دلیل در این قسمت، متناسب با موضوعات درسی، فعالیت‌هایی پیشنهاد شده است تا معلم به دانش‌آموزان توصیه کند. البته امکان انجام تمام فعالیت‌ها بسیار بعید به‌نظر می‌رسد. لذا معلمان می‌توانند تعدادی را متناسب با زمان انتخاب کنند. از طرف دیگر همه‌ی دانش‌آموزان لازم نیست تمام فعالیت‌ها را انجام دهند؛ بلکه می‌توانند از فعالیت‌های پیشنهادی معلم خود تعدادی را انتخاب کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

همان‌طور که ذکر شد کتاب‌ها و برنامه‌ی موجود براساس کار با ماشین‌حساب و رایانه برنامه‌ریزی نشده‌اند. در این قسمت، پیشنهادهایی برای چگونگی استفاده از ماشین حساب یا رایانه ارائه شده است تا در صورت مساعد بودن شرایط و امکانات آهسته آهسته، استفاده از این فنّاوری‌ها وارد برنامه‌ی درسی شود.

تلفیق با سایر دروس:

یکی از اصول آموزش ریاضی برقراری رابطه است. این ارتباط هم‌درونی و هم بیرونی است. در ارتباط درونی پیوستگی و یکپارچگی موضوعات و مفاهیم مختلف ریاضی مدّ نظر است و در ارتباط بیرونی، رابطه‌ی ریاضی با زندگی روزمره و یا سایر دروس و علوم موردنظر است. در این قسمت چگونگی برقراری این ارتباط پیشنهاد شده است.

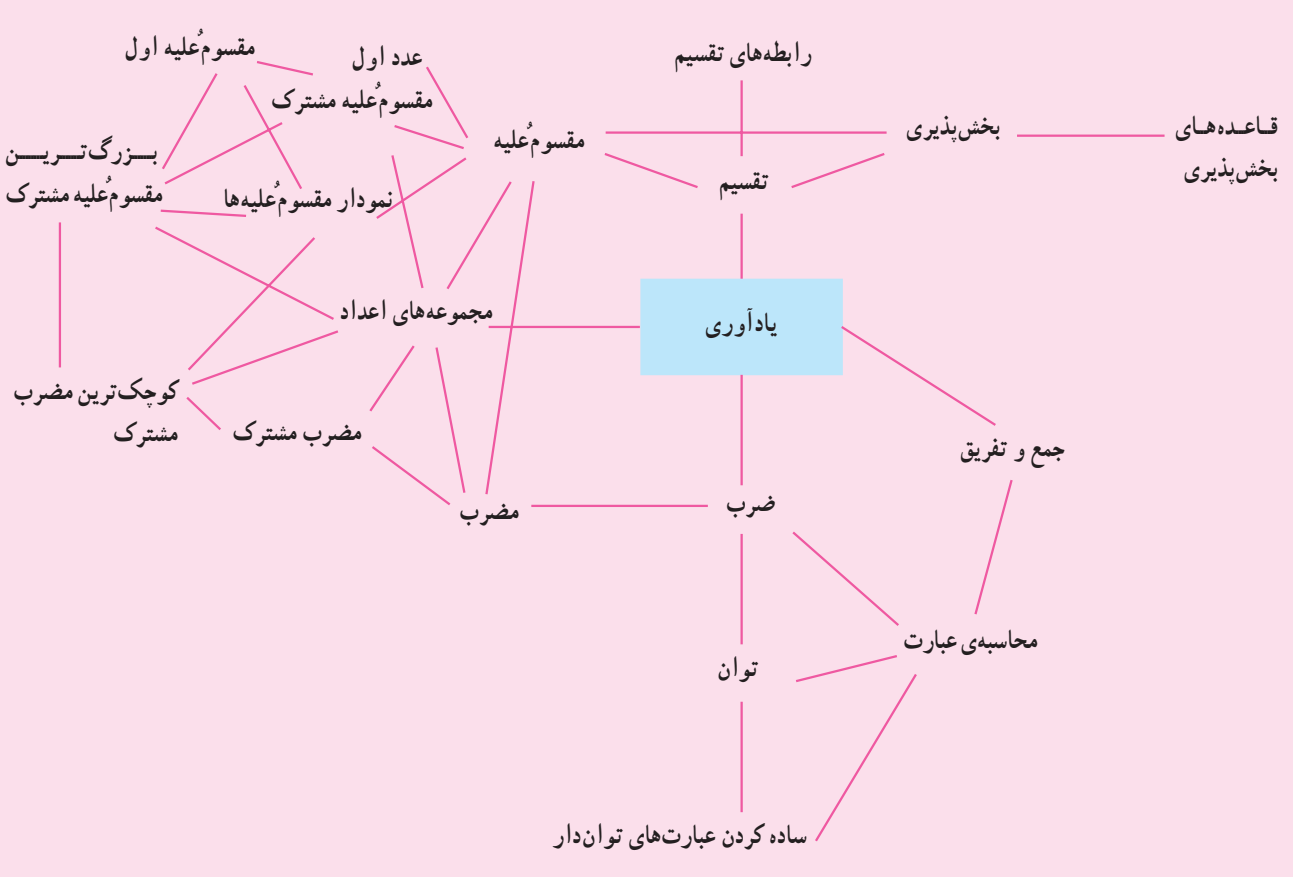
یادداشت معلم

بخش دوم

بررسی روش های تدریس ریاضی اوّل راهنمایی

حساب اعداد طبیعی

این فصل از ۴ عنوان تشکیل شده است. در قسمت یادآوری، مطالب دوره‌ی دبستان که در راهنمایی بیش‌تر استفاده می‌شوند، مرور می‌شود. در بخش مقسوم‌ُعلیه مفاهیم مربوط به مقسوم‌ُعلیه‌های یک عدد بزرگ‌ترین مقسوم‌ُعلیه مشترک دو عدد و عددهای اول مطرح می‌شوند. پس از آن در بخش مضرب، مفاهیم مربوط به مضرب و مضرب مشترک بحث می‌شدند. در بخش توان، ضمن بیان تعریف و نمادها، قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار آموزش داده می‌شود. محتوا و مفاهیم این فصل، به‌صورت زیر با هم در ارتباط‌اند.



همچنین در این فصل یک رسم، نحوه‌ی کشیدن رسم‌ها و آموزش ۲ راهبرد حلّ مسئله «رسم شکل» و «زیر مسئله» وجود دارد.

تدریس مفاهیم مختلف این فصل باید به گونه‌ای باشند که ارتباط‌های مشخص شده در نمودار قبل در ذهن دانش‌آموزان شکل گیرد. برای مثال، مفهوم تقسیم، باقی‌مانده‌ی صفر، از یک طرف مفهوم بخش‌پذیری و از طرف دیگر، مفهوم مقسوم‌ُعلیه را در ذهن یادآور می‌شود. ارتباط بین مقسوم‌ُعلیه و مضرب را می‌توان در مثال زیر خلاصه کرد : عبارت ۱۲ = ۴ × ۳ بیانگر این است که : ۳ و ۴ مقسوم‌ُعلیه‌های ۱۲ هستند و ۱۲ سوّمین مضرب

۴ و چهارمین مضرب ۳ است. در نمودار نشان داده شده، ارتباط‌های اصلی مشخص شده‌اند. معلمان محترم در مثال‌های جزیی‌تر می‌توانند ارتباط‌های دیگری را نیز برای دانش‌آموزان مشخص کنند. این ارتباط‌ها به صورت پنهان مطرح می‌شوند، به عبارت دیگر برقراری و کشف رابطه‌ها از ابعاد پنهان برنامه‌ی درسی هستند.

زمان‌بندی

ماه مهر

هفته‌ی اوّل: یادآوری ــ آموزش راهبردهای رسم شکل

هفته‌ی دوّم: آموزش راهبرد زیر مسئله ــ مقسومٌ‌علیه ــ عدد اول ــ نمودار مقسومٌ‌علیه‌ها ــ بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک

هفته‌ی سوّم: ادامه‌ی درس مقسومٌ‌علیه ــ مضرب ــ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد

هفته‌ی چهارم: رسم ۱ــ درس توان ــ ساده کردن عبارت‌های توان‌دار

زمان‌بندی فوق پیشنهادی و تقریبی است. در واقع، فصل اوّل در طول ماه مهر آموزش داده می‌شود. این برنامه در صورتی است که مطالب بخش حساب و هندسه در امتداد هم آموزش داده شوند. در بعضی از مدارس که این دو موضوع به صورت موازی تدریس می‌شوند و ساعات درس ریاضی بین این دو تقسیم می‌شود، امکان دارد زمان‌بندی فوق، کارایی نداشته باشد.

نمونه‌ی سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱ــ ب.م.م و ک.م.م دو عدد زیر را به‌دست آورید و راه‌حل را توضیح دهید.

عدد اوّل : $۳^{۲} \times ۵^{۳}$

عدد دوّم : $۳^{۳} \times ۵^{۲}$

۲ــ اگر ب.م.م دو عدد برابر ۵ باشد، ب.م.م مجذور آن عددها چقدر می‌شود؟ چرا؟

۳ــ با توجه به مثال، عددهای روی نمودار را به صورت ضرب عددهای توان‌دار تبدیل کنید.

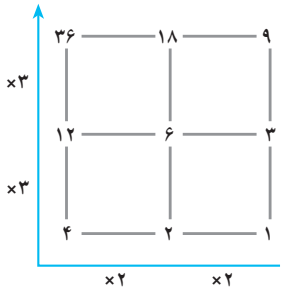
$۳۶ = ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۲ = ۳^{۲} \times ۲^{۲}$

۱۸ =

۱۲ =

۴ =

۹ =



یادداشت معلم

یادآوری

موضوعات در یک نگاه

در این درس ابتدا به یادآوری مفاهیم ریاضی کتاب‌های دوره‌ی دبستان که در دوره‌ی راهنمایی دنبال و تکمیل می‌شوند پرداخته می‌شود، چهار عمل اصلی روی مجموعه‌ی اعداد طبیعی بیش‌تر مورد تأکید قرار می‌گیرد. با یادآوری تقسیم و رابطه‌های آن، وارد بحث بخش‌پذیری و قواعد آن شده در پایان مجموعه‌های اعداد و نحوه‌ی نمایش آن‌ها مطرح می‌شود. تا در مباحث بعدی کتاب از این تعاریف و قراردادها استفاده شود.

اهداف

در فرآیند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ در بحث کلاسی با دوستان خود شرکت کرده ؛ و قوانین کار گروهی را که توسط معلم بیان می‌شود، رعایت کند.

۲ــ چهار عمل اصلی را در مجموعه‌ی اعداد حسابی با مهارت انجام دهد.

۳ــ مفهوم بخش‌پذیری را توضیح دهد و قواعد آن را در تشخیص بخش‌پذیری به‌کار برد.

۴ــ با مجموعه‌های اعداد طبیعی و حسابی آشنا شده و از نمادهای مجموعه برای نمایش آن‌ها استفاده کند.

۵ــ با راهبردهای رسم شکل و زیر مسئله آشنا شده و آن را در حلّ مسایل به کار برد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ آیا عدد ۷۶۵۹ بر ۱۷ بخش‌پذیر است؟ چرا؟

۲ــ به جای □ و ○ رقم‌هایی قرار دهید تا عدد حاصل بر ۹ بخش‌پذیر شود. ۴○۳□ (این سؤال چند پاسخ دارد).

۳ــ آیا اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، بر ۳ هم بخش‌پذیر است؟ چرا؟

۴ــ آیا اگر عددی بر ۳ بخش‌پذیر باشد، بر ۹ هم بخش‌پذیر است؟ چرا؟

۵ــ آیا در یک تقسیم، امکان دارد که باقی‌مانده ۴ و مقسوم‌ٌعلیه ۳ باشد؟ چرا؟

۶ــ مجموعه‌ی A چند عضو دارد؟ $A = \{۲, ۴, ۶, \cdots, ۲\}$

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث یادآوری

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
یادآوری اعداد و چهارعمل اصلی	۱ ۲	ــ یادآوری مفاهیم دبستان ــ عملیات جمع، تفریق و ضرب در مجموعه‌ی اعداد حسابی ــ اجزا و روابط تقسیم	ــ در بحث کلاس و کار گروهی با علاقه شرکت کند. ــ قوانین و مقررات کار گروهی و بحث کلاسی را یاد گرفته و رعایت کند. ــ مباحثی از ریاضیات دوران دبستان خود را به یاد آورد. ــ کاربردهایی از ریاضی را در زندگی روزمره نام ببرد. ــ در انجام محاسبات عددی در مجموعه‌ی اعداد حسابی مهارت داشته باشد. ــ اجزای تقسیم را نام ببرد. ــ برای هر تقسیم با نوشتن روابط، درستی آن را آزمون کند.	ــ بحث کلاسی یا گروهی در مورد مباحث ریاضی دوران دبستان ــ بحث کلاسی یا گروهی در مورد کاربردهای ریاضی در زندگی روزمره ــ انجام کار در کلاس برای یادآوری عملیات جمع، تفریق و ضرب ــ انجام کار در کلاس برای یادآوری روابط تقسیم	ــ کتاب‌های ریاضی دوره‌ی دبستان ــ ماشین‌حساب ــ فیلم‌هایی برای نمایش کاربرد ریاضی در زندگی	مقسوم مقسومٌ‌علیه خارج‌قسمت باقی‌مانده
بخش‌پذیری	۳	ــ تعریف بخش‌پذیری ــ تشخیص بخش‌پذیری با تقسیم	ــ مفهوم بخش‌پذیری را با استفاده از تقسیم با باقی‌مانده‌ی صفر توضیح دهد. ــ بخش‌پذیری یک عدد بر عدد دیگر را با تقسیم کردن بررسی کند. ــ به لزوم استفاده از قاعده‌های بخش‌پذیری در بعضی از موارد پی ببرد.	ــ بحث در مورد تصویر کلاس و سؤال مربوط به آن در گروه ــ انجام کار در کلاس و بحث در گروه ــ انجام سرگرمی و ریاضی (فعالیت خارج از کلاس)	ــ ماشین‌حساب برای انجام عمل تقسیم	بخش‌پذیر
قاعده‌های بخش‌پذیری	۴ ۵ ۱۰	ــ قاعده‌های بخش‌پذیری عددها بر ۲، ۳، ۵ و ۹ ــ قاعده‌های ترکیبی	ــ قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ و ۹ را بداند و در تشخیص بخش‌پذیری بر آن‌ها به‌کار برد. ــ در تشخیص بخش‌پذیری استفاده از تقسیم یا به‌کار بردن قاعده‌ی بخش‌پذیری را انتخاب کند. ــ قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۶، ۱۰، ۱۵، ۱۸ و ۴۵ را در تشخیص بخش‌پذیری به‌کار برد.	ــ انجام کار در کلاس برای تمرین به کار بردن قواعد		قاعده‌ی بخش‌پذیری

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
مجموعه‌ی اعداد	۵	ــ مجموعه‌های اعداد طبیعی و حسابی ــ نمادهای مجموعه برای نمایش آن	ــ مجموعه‌ها را با استفاده از نماد خط بسته نشان دهد. ــ مجموعه را با استفاده از نماد {} و کاما نشان دهد. ــ مجموعه‌های اعداد طبیعی و حسابی را تشخیص داده و آن‌ها را با استفاده از نماد مجموعه مشخص کند. ــ علامت سه نقطه را در نوشتن اعضای مجموعه به کار برد. ــ عضوهای یک مجموعه را بشناسد و تشخیص دهد.	ــ		مجموعه مجموعه‌ی اعداد طبیعی مجموعه‌ی اعداد حسابی

یادآوری و چند اشاره

جرج کانتور (۱۹۱۸ــ۱۸۴۵) بنیان‌گذار نظریه‌ی مجموعه‌ها، در تعریف مجموعه می‌گوید :

«مجموعه عبارت است از یک فراوانی که در ذهن ما به صورت واحد درآمده است». و در جای دیگر به‌صورتی دیگر :

«مجموعه عبارت است از اجتماع گروهی چیز در یک کل، به نحوی که احساس یا ادراک ما، توانایی تشخیص آن‌ها را داشته باشد.» در این جمله‌ها دقت کنید : در تعریف اول به جای «مجموعه» «از یک فراوانی» و در تعریف دوم از «اجتماع گروهی چیز در یک کل» صحبت شده است. در واقع گفته شده است : «مجموعه یعنی مجموعه»، می‌شد به جای مجموعه، از دسته، گروه و امثال آن استفاده کرد، ولی همه‌ی این‌ها تبدیل واژه‌ی «مجموعه» به واژه‌ای است هم معنای آن، این نوع تعریف را در منطق، «دور باطل» می‌نامند که به معنای استفاده از واژه‌های هم‌ارز است و چیزی به ما نمی‌دهد.

مجموعه، مفهومی کلی است و نمی‌توان مفهومی کلی‌تر از آن پیدا کرد و بنابراین تعریف وارده برای مشخص کردن مجموعه، باید به چند نکته توجه داشت :

۱ــ باید بدانیم از چه چیزهایی صحبت می‌کنیم؟

۲ــ باید بدانیم چگونه می‌توان آن چیزها را تشخیص داد ؛ یعنی با چه معیاری می‌توان دانست، آیا آن چیز جزو مجموعه است یا نه؟

۳ــ باید بدانیم تعداد عضوهای مجموعه شمردنی است، یا بی‌شمار است. اگر شمردنی است، چند تاست؟

در ریاضیات نمادی برای عضو بودن وجود دارد و آن $\in$ است :

مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد $\ni$ ۱۵

همچنین برای نشان دادن مجموعه از نماد $\{\ \}$ استفاده می‌کنند ؛ مثلاً اگر مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد را A بنامیم :

$$A = \{1, 3, 5, 7, \cdots\}$$

مجموعه‌ای را که شامل یک عضو باشد، مجموعه‌ی یکانی گویند ؛ از جمله، مجموعه‌ی قمرهای زمین دارای یک عضو است : ماه. مجموعه‌ای را هم که دارای عضوی نباشد، در ریاضیات یک مجموعه به حساب می‌آورند و آن را «مجموعه‌ی تهی» می‌نامند. مجموعه‌ی تهی را با نماد $\varnothing$ نشان می‌دهند. مثلاً مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد که بخش‌پذیر بر ۲ باشند، یک مجموعه‌ی تهی است.

مجموعه‌ی عددی $A = \{2, 4, 6\}$ را در نظر می‌گیریم. مجموعه‌ای که شامل هیچ عضوی، جز عضوهای مجموعه‌ی A نباشد، زیر مجموعه‌ی A نامیده می‌شود. مجموعه‌ی A دارای ۸ زیر مجموعه است. زیر مجموعه را با نماد $\subset$ نشان می‌دهند، مانند :

$$\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\} \ , \ \varnothing \subset \{1, 2, 3\}$$

مجموعه‌ی عددهای طبیعی

انسان‌های نخستین، مفهوم بی‌نهایت یا بی‌پایانی عددها را درک نمی‌کردند. آن‌ها در مرحله‌هایی از پیشرفت ذهنی خود، بسته به نیازی که داشتند، تا جایی می‌شمردند و از آن به بعد را از واژه‌ی «خیلی» استفاده می‌کردند. هنوز در قوم‌های مختلف آثار این اندیشه باقی مانده است. وقتی در قصه‌های نهان فارسی از «هفت دریا»، «هفت سرزمین»، «هفت آسمان» صحبت می‌شود یا می‌گوید «قصری که هفت برج و بارو داشت»، یا در ضرب‌المثل «هفت بار گز کن یک بار پاره کن»، همه جا منظور از «هفت»، «خیلی زیاد» و «بارها»ست. پس «هفت» نه به معنای عدد ۷، بلکه به معنای «بسیار» است. درباره‌ی عدد «سیزده» و «نحسی» آن هم، همین استدلال وجود دارد. تا ۱۲ می‌شمردند و آن را دو جین می‌نامیدند، ولی ۱۳ را «دو جین شیطانی» می‌گفتند که به معنای تاریکی و ابهام بود. برای بعضی عددهای دیگر هم، چنین نشانه‌هایی وجود دارد. «هزار پا» یعنی جانوری که پاهای زیاد دارد، «چلچراغ» یعنی وسیله‌ی روشنایی که چراغ‌های بسیار دارد و غیره.

در یکی از نوشته‌های بازمانده از یونان باستان، به نام «پرومته در زنجیر» از زبان «پرومته»ی اسطوره‌ای می‌خوانیم :

«از رنج انسان‌ها بشنوید، که در آغاز گروهی بودند».

به آنان آموختم بیندیشند و خرد خود را به کار گیرند.

و سپس،راه به کار بردن عددها را،
که سرمایه دانستنی‌هاست، ... به آن‌ها شناساندم.

تا همین اواخر، بسیاری گمان می‌کردند، «عدد» را فیلسوفی، نابغه‌ای یا دانشمندی اختراع کرد و به آدمیان یاد داد چگونه بشمارند و چگونه حساب اسب‌ها یا فرزندان خود را نگه دارند. بیش‌تر نویسندگان، اختراع عدد را به فیثاغورس، فیلسوف و ریاضی‌دان سده‌ی ششم و هفتم پیش از میلاد، در دوران کهن یونان باستان، نسبت می‌داد. حتی در سال‌های پایانی سده‌ی نوزدهم، «لئوپولدکرونه‌کر» (kronecker) ریاضی‌دان با استعداد آلمانی (۱۸۹۱ـ۱۸۲۳) اعتقاد داشت :

«عددهای درست را پروردگار بزرگ آفرید ولی عددهای دیگر، ساخته‌ی ذهن بشر است». حقیقت کدام است؟

عددهای طبیعی یا عددهای درست :

$$1,2,3,\cdots,10,11,\cdots,101,102,\cdots$$

عددهای طبیعی از کجا و چگونه پدید آمدند؟

بخشی از نوشته‌ی یک جهان گرد و پژوهشگر به نام «بیکوخرماکلای» درباره‌ی بومیان «گینه‌ی نو» می‌تواند تا اندازه‌ای موضوع را روشن کند. بومیان از او می‌پرسند : «کشتی چه موقع به این جزیره می‌آمد»، «ماکلای» می‌نویسد :

فکر کردم، وقت آن است ببینم بومی‌ها چگونه می‌شمارند؟ چند تکّه کاغذ برداشتم، آن‌ها را از پهنا بریدم و به تکه‌های کوچک‌تری بخش کردم ... مشتی از آن‌ها را به یکی از بومی‌ها دادم و گفتم، هر تکه‌ی کاغذ نشانه‌ی ۲ روز است. همه دور بومی جمع شدند. او به یاری انگشتان خود، آغاز به شمردن کرد. ولی اندکی پریشان بود ... دیگران تکه کاغذها را گرفتند و به دیگری دادند. او کاغذهای بریده را گرفت و با غرور خاصی جایی نشست و یکی را هم به یاری خواست و سپس، آغاز به شمردن کرد. اولی تکه‌های کاغذ را روی زانویش می‌چید و برای هر کدام با صدای بلند و به زبان خود می‌گفت «یک». دومی واژه‌ی «یک» را تکرار می‌کرد. و همراه با آن، یکی از انگشتان دست خود را می‌بست ...وقتی به ۱۰ رسید و همه‌ی انگشتان دو دست او بسته شد، هر دو دست خود را تا زد پایین آورد و با صدای بلند به زبان بومی‌ها گفت «دو دست» ....

نیازی به ادامه‌ی نوشته‌ی این پژوهشگر نیست، تا همین جا می‌توان به دو نتیجه‌ی اساسی رسید :

۱ـ انسان در طول تاریخ خود، به تدریج و به کندی، شمردن را یاد گرفت و هر چه نیازهای زندگی بیش‌تر می‌شد، مرز «شمارش» بالاتر می‌رفت. در مرحله‌های نخستین از اندام‌های بدن خود و پیش از همه از انگشتان دو دست خود برای شمردن استفاده می‌کرد : دست به معنای ۵ و دست‌ها به‌معنای ۱۰ بود.

خیلی از قوم‌ها برای عدد شماری از مبنای ۵ (تعداد انگشتان یک دست) یا مبنای ۲۰ (تعداد انگشتان دست‌ها و پاها) استفاده می‌کردند ولی در طول زمان عدد شمارش ده‌دهی همگانی شد.

۲ـ اما نتیجه‌ی جالب‌تر این که برای شمردن از مقایسه‌ی دو مجموعه استفاده می‌کردند : مجموعه‌ی تکه‌های کاغذ و مجموعه‌ی انگشتان دست.

عددهای طبیعی از ۱ آغاز می‌شوند و به ترتیب، هر عدد یک واحد از عدد پیشین خود بزرگ‌تر است و به این ترتیب، عددهای طبیعی پایانی ندارند ؛ یعنی بزرگ‌ترین عدد طبیعی وجود ندارد. عددهای طبیعی، یک دنباله تشکیل می‌دهند ؛ این دنباله آغاز دارد، ولی پایانی ندارد.

$$1,2,3,\cdots,100,101,\cdots$$

درک بی‌پایان بودن دنباله‌ی عددهای طبیعی، خیلی ساده به‌دست نیامد. ارشمیدس، اقلیدس و اراتوستن، که به تقریب هم‌زمان بودند، و نزدیک به سه سده‌ی پیش از میلاد در یونان زندگی می‌کردند، به احتمال نخستین کسانی بودند که درباره‌ی بی‌پایانی عددهای طبیعی اندیشیده‌اند. البته ریاضی‌دانان هندی، از دوره‌های باستانی، با عددهای بزرگ کار می‌کردند و درباره‌ی عددهای بزرگ «چیستان» می‌ساختند ولی مفهوم بی‌پایانی عددهای طبیعی را در کارهای خود وارد نکردند.

ارشمیدس، برای این که نشان دهد «بزرگ‌ترین عدد طبیعی» وجود ندارد، کتاب «دانه‌های شن» را نوشت، اقلیدس نیز، بی‌پایانی عددهای اول را ثابت کرد و اراتوستن راهی که به نام «غربال اراتوستن» مشهور است، برای پیدا کردن عددهای اول پیشنهاد کرد.

اگر «صفر» را به عددهای طبیعی بیفزاییم، عددهای درست (حسابی) به‌دست می‌آید :

۰,۱,۲,۳,...,۱۰۰۰,۱۰۰۱,...

نخستین قومی که برای نشان عددها، کم و بیش به شکل امروزی آن، نمادهایی قرار گذاشتند، سومری‌ها بودند. آن‌ها عددنویسی «شصت شصتی» داشتند و در مرحله‌ی اخیرتر (نزدیک به دو هزار سال پیش از میلاد)، عدد را به صورت موضعی می‌نوشتند. معنای شصت هنوز در زندگی ما نقش دارد : تقسیم زمان به ساعت، دقیقه، ثانیه و غیره و تقسیم محیط دایره به درجه، دقیقه، ثانیه و غیره، از یادگارهای سومری است.

بخش‌پذیری

۱ــ بخش‌پذیری بر ۳ و ۹: عددی بر ۳ و ۹ بخش‌پذیراست که مجموع رقم‌های آن بر ۳ یا ۹ بخش‌پذیر باشد. اثبات این مطلب با باز کردن عدد به‌دست می‌آید : عدد ۴۵۳۶ را در نظر بگیرید. این عدد را می‌توان چنین نوشت :

$$۴۵۳۶ = ۴\times۱۰۰۰+۵\times۱۰۰+۳\times۱۰+۶$$

در سمت راست برابری باقی‌مانده‌ی تقسیم ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ بر ۳ یا ۹ برابر ۱ می‌شود بنابراین باقی‌مانده‌ی تقسیم سمت راست برابری بر ۳ و ۹ برابر است با :

$$۴\times۱+۵\times۱+۳\times۱+۶=۴+۵+۳+۶=۱۸$$

۱۸ هم بر ۳ و هم بر ۹ بخش‌پذیر است، عدد ۴۵۳۶ هم بر این دو عدد بخش‌پذیر است.

۲ــ بخش‌پذیری بر ۴ و ۲۵: عددهای ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... بر ۴ و ۲۵ بخش‌پذیرند، پس یک عدد وقتی بر ۴ یا ۲۵ بخش‌پذیر است که دو رقم سمت راست آن، بر این عددها بخش‌پذیر باشد. عدد ۴۲۳۱۲ بر ۴ بخش‌پذیر است ؛ زیرا ۱۲ بر ۴ بخش‌پذیر است. عدد ۳۲۰۷۵ بر ۲۵ بخش‌پذیر است ؛ زیرا ۷۵ بر ۲۵ بخش‌پذیر است.

۳ــ بخش‌پذیری بر ۸ و ۱۲۵: با استدلالی مشابه ثابت می‌شود که برای بخش‌پذیر بودن یک عدد بر ۸ یا ۱۲۵ باید عدد سه رقمی سمت راست آن بر این عددها بخش‌پذیر باشد.

چند قاعده

۱. آیا وقتی عددی بر ۲ عدد بخش‌پذیر باشد، بر حاصل‌ضرب آن‌ها نیز بخش‌پذیر است؟ عدد ۱۸ بر ۲ و ۶ بخش‌پذیر است، ولی بر حاصل‌ضرب آن‌ها، یعنی ۱۲ بخش‌پذیر نیست. در این جا ۲ و ۶ هردو بر ۲ بخش‌پذیرند. بنابراین اگر عددی بر ۲ و ۶ بخش‌پذیر باشد، ممکن است به حاصل‌ضرب آن‌ها بخش‌پذیر نباشد. همچنین اگر عددی هم بر ۴ و هم بر ۶ بخش‌پذیر باشد، ممکن است بر حاصل‌ضرب آن بخش‌پذیر نباشد.

برای این که عددی که بر ۲ بخش‌پذیر است، بر حاصل‌ــ ضرب آن‌ها بخش‌پذیر باشد، باید این دو عدد هر دو بر عدد دیگری جز واحد بخش‌پذیر نباشند. عددی بر ۶ بخش‌پذیر است که بر ۲ و ۳ بخش‌پذیر باشد، عددی بر ۱۲ بخش‌پذیر است که بر ۳ و ۴ بخش‌پذیر باشد ؛ عددی بر ۲۴ بخش‌پذیر است که بر ۳ و ۸ بخش‌پذیر باشد و غیره.

۱ــ قاعده‌ی بخش‌پذیری بر ۱۱. با باز کردن عدد به سادگی معلوم می‌شود، برای بخش‌پذیری عدد بر ۱۱، باید تفاوت مجموع رقم‌های ردیف فرد (ردیف را از سمت راست حساب کنید) و مجموع رقم‌های ردیف زوج یا برابر صفر شود یا بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد. عدد ۷۵۹۴۴ بر ۱۱ بخش‌پذیر است ؛ زیرا مجموع رقم‌های ردیف فرد آن (۴+۹+۷) برابر ۲۰ و مجموع رقم‌های ردیف زوج آن (۵+۴) برابر ۹ و تفاوت ۹−۲۰ برابر ۱۱ است.

یادآوری اعداد و چهار عمل اصلی

ایجاد انگیزه کنید:

برای ورود به درس می‌توانید از دانش‌آموزان سؤال کنید : چه کسی در روزهای گذشته خرید کرده است؟ سپس بپرسید : فروشنده برای محاسبه‌ی پول اجناس خریداری شده چه کرد؟

می‌توانید تعدادی فاکتور اجناس مختلف را به دانش‌آموزان نشان بدهید و بپرسید چگونه می‌توان فاکتورها را بررسی کرد؟

دانش‌آموزان را گروه‌بندی کنید و درباره‌ی مقررات کار گروهی برای آن‌ها توضیح دهید. با انجام یک مسابقه‌ی گروهی با موضوع «سؤالات عملیاتی از ساده به مشکل» اجرای قوانین را با دانش‌آموزان تمرین کنید.

هدف فعالیت:

هدف از این فعالیت، یادآوری مفاهیم دوره، ابتدایی، آشنا شدن دانش‌آموزان با قوانین کار گروهی که برای آن‌ها توضیح می‌دهید و تمرین «بیان دانسته‌ها» است ؛ یعنی دانش‌آموزان توانایی تشریح و توضیح مفاهیمی را که می‌دانند از خود بروز دهند ؛ مفاهیمی مثل ارزش مکانی، چهار عمل اصلی، کسر، تناسب و... می‌توانند مطرح شوند.

هدف دیگر این فعالیت بررسی نقش ریاضیات در زندگی روزمره است.

مثال‌هایی مانند خرید روزانه، محاسبه‌ی هزینه‌ی آب و برق مصرفی، محاسبه‌ی سهم هزینه‌ی ماهانه‌ی هر آپارتمان در یک مجتمع مسکونی، استفاده از اعداد در شمارش، ... می‌توانند مطرح شدند.

شروع کنید:

از هر گروه بخواهید تا درباره‌ی تصاویر کتاب با افراد دیگر گروه گفت‌وگو کنند و مفاهیم مربوط به هر کدام را توضیح دهند. می‌توانید از هر گروه بخواهید مثال‌هایی مشابه برای هر مفهوم طرح کنند.

از دانش‌آموزان بخواهید درباره‌ی کاربردهای ریاضی در زندگی روزمره با هم گفت‌وگو کنند و فهرستی از کاربردها تهیه

کنند. سپس نماینده‌ی هر گروه برای بقیه‌ی کلاس کاربردها را توضیح دهد. گروه‌های بعدی فقط مثال‌های جدید را مطرح می‌کنند تا بحث کامل شود.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ چون این اولین فعالیت گروهی کلاس ریاضی است، قوانین گروه، مثل آهسته صحبت کردن، نحوه‌ی نشستن، توجه کردن به صحبت‌های دیگر اعضای گروه، انتخاب نماینده در گروه برای بیان عقیده‌ی گروه به صورت چرخشی و ... توضیح داده شود تا دانش‌آموزان اجرای این قوانین را تمرین کنند.

۲ــ هنگام گوش دادن به توضیحات دانش‌آموزان به مثال‌های جالب، واکنش و عکس‌العمل مناسب نشان دهید.

۳ــ تصاویر، نوشته‌ها و نمادهای انتخاب شده در فعالیت هدف خاصی ندارد. بلکه این موارد نمونه‌هایی از مفاهیم دوره ابتدایی هستند که از بعضی صفحات کتاب‌های ریاضی ابتدایی انتخاب شده‌اند. لذا فقط نباید به این مفاهیم اکتفا کرد یا در مورد

تصاویر بیش از حد تمرکز کرد.

مشاهده کنید:

با توجه و دقت به نحوه‌ی گفت‌وگو کردن افراد در گروه‌ها می‌توانید به توانایی و یا عدم توانایی آن‌ها در کلاس خود پی‌ببرید. بهتر است مشاهدات خود را ثبت کنید. سعی کنید افرادی را که در کلاس روحیه‌ی رهبری دارند، شناسایی کنید.

بپرسید:

از دانش‌آموزان بخواهید سایر مفاهیمی را که در دوره‌ی ابتدایی یاد گرفته‌اند بیان کنند افراد کم‌رو و گوشه‌گیر را وادار به صحبت کنید.

ادامه دهید:

متن کتاب را برای دانش‌آموزان بخوانید و مفاهیمی از کتاب اول راهنمایی را که به تکمیل دروس دبستان مربوط می‌شود و نیز مفاهیم جدید دوره‌ی راهنمایی را فهرست‌وار معرفی کنید. سپس از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف از این تمرین‌ها یادآوری عملیات جمع و تفریق و ضرب اعداد طبیعی است. تمرین‌های عملیاتی با تعداد ارقام بیش‌تر برای اعداد و یا اضافه کردن تعداد اعداد (بیش‌تر از دو عدد) توصیه نمی‌شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

بعد از این که دانش‌آموزان پاسخ تمرین‌ها را به‌دست آورند می‌توانید کتاب‌های آن‌ها را جابه‌جا کرده از آن‌ها بخواهید به کمک ماشین‌حساب درستی جواب‌های دوستان خود را بررسی کنند.

ایجاد انگیزه کنید:

بحث یادآوری تقسیم و رابطه‌های آن‌را می‌توانید با پرسش چند سؤال کاربردی مانند ۲ نمونه‌ی زیر آغاز کنید.

۱ــ علی ۲۷ شکلات داشت که همه‌ی آن‌ها را بین چهار دوست خود تقسیم کرد ؛ در آخر دید ۷ شکلات برایش باقی مانده است ؛ آیا او همه‌ی شکلات‌ها را بین دوستان خود به‌درستی تقسیم کرده است؟

۲ــ زهرا شکلات‌های خود را بین سه دوستش تقسیم کرد، به هر یک، ۵ شکلات رسید و ۲ شکلات برای خودش باقی ماند ؛ او در ابتدا چند شکلات داشته است؟

در صورت امکان این مسائل را می‌توانید به صورت عملی و با چند شکلات در کلاس درس اجرا کنید.

ادامه دهید:

بعد از بحث درباره‌ی مسائل مطرح شده اجزای مختلف تقسیم را روی تخته‌ی کلاس نوشته و معرفی کنید سپس توضیح دهید که چگونه می‌توانند با نوشتن رابطه‌های تقسیم درستی آن را بررسی کنند. به دانش‌آموزان توضیح دهید که در یک تقسیم، هر دو رابطه باید درست باشند تا از درستی تقسیم اطمینان پیدا کنیم.

می‌توانید مثال‌هایی ذکر کنید که فقط یک رابطه‌ی تقسیم در آن صدق کند سپس از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

ــ هدف از این کار در کلاس، تمرین عملیات تقسیم، نوشتن رابطه‌های آن و شناختن اجزای تقسیم (مقسوم ــ مقسومٌ‌علیه ــ خارج‌قسمت ــ باقی‌مانده) است.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

توجه داشته باشید در تقسیم‌هایی مثل ۵ ÷ ۵۲ دانش‌آموزان خارج‌قسمت را به‌جای عدد ۱۰ یک در نظر می‌گیرند.

یکی از راه‌های جلوگیری از این اشتباه تأکید بر تخمین حدود جواب قبل از انجام عملیات و همچنین استفاده از رابطه‌های تقسیم برای بررسی جواب است. البته روش تقریبی قبل از انجام تقسیم بیش‌تر مورد تأکید است.

توسعه:

در این قسمت می‌توانید دو مهارت «محاسبات عددی و عملیات ذهنی» و «تخمین و تقریب عددی» را توسعه دهید.

همان‌طور که قبلاً ذکر شد روش‌ها و استراتژی‌های مختلف عملیات ذهنی و یا روش‌های محاسبات تقریبی را از دانش‌آموزان بخواهید. آن‌ها ضمن استفاده از روش‌های متنوع روش خود را برای کلاس توضیح دهند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

تنها بعد از این که از ۳ موضوع زیر، اطمینان پیدا کردید به دانش‌آموزان اجازه دهید که چهار عمل اصلی را با ماشین حساب انجام دهند. این سه موضوع عبارت است از :

۱ــ اطمینان از این که همه می‌توانند محاسبات چهار عمل اصلی را روی کاغذ انجام دهند.

۲ــ مهارت یافتن دانش‌آموزان در محاسبات و عملیات ذهنی

۳ــ مهارت یافتن دانش‌آموزان در روش‌های محاسبه‌ی تقریبی روی ۴ عمل اصلی

در این قسمت آموزش نحوه‌ی استفاده از کلیدهای ماشین‌حساب ضروری است. بعد از این‌که دانش‌آموزان با ماشین‌حساب تمرین کردند می‌توانید آن‌ها را به دو گروه تقسیم کنید یک گروه عملیات ذهنی و یک گروه با ماشین‌حساب. با برگزاری یک مسابقه نشان دهید که در انجام عملیات ساده، ذهن سریع‌تر از ماشین‌حساب عمل می‌کند.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید روشی را پیدا کنند که به کمک آن بتوان خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم را با استفاده از ماشین‌حساب پیدا کرد. همچنین می‌توانید از آن‌ها بخواهید صورت خرید روزانه‌ی خانواده‌ی خود را برای مدت یک هفته جمع‌آوری کرده و با انجام محاسبات ریاضی کل هزینه را استخراج کنند.

تلفیق با سایر دروس:

با هماهنگی معلم ادبیات می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید معنای کلمات مقسوم و مقسومٌ‌علیه را پیدا کنند و رابطه‌ی آن را با مفاهیم ریاضی این کلمات مشخص کنند.

توصیه‌های آموزشی:

استفاده از ابزار و تکنولوژی (ماشین‌حساب) برای مواقعی است که هدف درس آموزش تکنیک محاسبه نباشد. در این قسمت چون هدف یادآوری است، بعد از محاسبه می‌توان از ماشین‌حساب جهت اطمینان از درستی محاسبات استفاده کرد.

بخش‌پذیری

ایجاد انگیزه کنید:

دو بسته شکلات را از قبل طوری آماده کنید که شکلات‌های یک بسته بر تعداد دانش‌آموزان کلاس بخش‌پذیر باشد و دیگری بخش‌پذیر نباشد. تعداد هر بسته را روی آن بنویسید.

با این دو بسته‌ی شکلات وارد کلاس شوید و با دقت، شکلات‌ها را بین دانش‌آموزان تقسیم کنید، باقی‌مانده‌ی شکلات‌ها را در جعبه‌ی مربوط به خود بریزید و روی میز بگذارید.

تصویر و سؤال کنار آن در کتاب درسی نیز برای ایجاد انگیزه است. سؤال را در کلاس مطرح کنید.

شروع کنید:

با یک مثال، تعریف بخش‌پذیری را یادآوری کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی را طرح کنند.

درباره‌ی تصویر بالای صفحه‌ی کتاب و راه تشخیص این‌که تعداد دانش‌آموزان کلاس بر ۳ بخش‌پذیر هستند ؛ چون هر سه نفر روی یک نیمکت نشسته‌اند بحث کنید سپس از دانش‌آموزان بخواهید به کار در کلاس پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس :

در تعیین بخش‌پذیری یک عدد، راه اصلی، تقسیم کردن است. این کار در کلاس بر تکرار این مفهوم در مثال‌های مختلف تأکید دارد. گاهی اوقات دانش‌آموزان در پاسخ به این سؤال که آیا ۱۷/۸۵ بخش‌پذیر است می‌گویند : بخش‌پذیری بر ۱۷ را نخوانده‌ایم. این کار در کلاس از این بدفهمی جلوگیری می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:

علت نادرستی جمله‌ها در کلاس بحث شود و تفاوت جمله‌ی ۶ بر ۲ بخش‌پذیر است و ۲ بر ۶ بخش‌پذیر است نیز در لابه‌لای این تمرین‌ها بررسی گردد.

حلّ سرگرمی ریاضی طرح شده نیز می‌تواند به کلاس طراوت و شادابی بدهد ضمن آن‌که برای درس بعدی آمادگی ایجاد می‌کند.

توسعه:

می‌توانید با طرح فعالیت‌هایی درباره‌ی نتیجه‌گیری‌های زیر نیز در کلاس بحث کنید.

اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد بر ۳ نیز بخش‌پذیر است؟

اگر عددی بر ۵ بخش‌پذیر باشد و بر ۴ نیز بخش‌پذیر باشد بر ۲۰ نیز بخش‌پذیر است؟

به‌طورکلی موارد زیر را می‌توان مطرح کرد :

ـ اگر a بر b و b بر c بخش‌پذیر باشد، آیا a بر c بخش‌پذیر است؟

ـ اگر a بر b و b بر a بخش‌پذیر باشد، آیا $a = b$ است؟

ـ آیا هر عددی بر خودش بخش‌پذیر است؟

ـ اگر a بر b بخش‌پذیر باشد، آیا a بر $b \times c$ نیز بخش‌پذیر است؟

ـ اگر a بر b و a بر c بخش‌پذیر باشد، آیا a بر $b + c$ بخش‌پذیر است؟

ـ اگر a بر $b \times c$ بخش‌پذیر باشد، آیا بر b و c نیز بخش‌پذیر است؟

توجه داشته باشید که دانش‌آموزان تنها می‌توانند با بیان مثال‌هایی درستی یا نادرستی آن‌را تجربه کنند و هدف استدلال برای درستی یا نادرستی آن‌ها نیست.

بهتر است مثال‌ها طوری انتخاب شوند که حتماً یک مثال نقض برای قواعد نادرست قابل طرح باشد تا دانش‌آموزان دچار تصور نادرست نگردند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

می‌توانید با طرح سؤالات بخش‌پذیری برای اعداد بزرگ و اجازه دادن به دانش‌آموزان برای استفاده از ماشین‌حساب شورو حال خاصی به کلاس خود ببخشید. اگر مثال‌های شما یک مسیر خاص مثلاً بخش‌پذیری بر ۵ را دنبال کند بعد از چند تمرین می‌توانید نتیجه را از دانش‌آموزان سؤال کنید.

توصیه‌های آموزشی:

ـ سعی کنید راه‌حل‌های متفاوت دانش‌آموزان را در کلاس، بسیار پراهمیت نشان دهید تا دانش‌آموزان به پیدا کردن راه‌حل‌های جدید تشویق شوند.

ـ پیدا کردن علت اشتباه هر فرد در یادگیری او بسیار مؤثر است.

یادداشت معلم

قاعده‌های بخش‌پذیری

ایجاد انگیزه کنید:

می‌توانید قاعده‌ی بخش‌پذیری بر عددی مثل ۴ را روی کاغذ نوشته (عددی بر ۴ بخش‌پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش‌پذیر باشد) به چند دانش‌آموز در کلاس بدهید.

از همه بخواهید بخش‌پذیری چند عدد بر ۴ را بررسی کنند. دانش‌آموزانی که قاعده‌ی بخش‌پذیری را دارند سریع پاسخ می‌دهند و بقیه باید تقسیم کنند. فاصله‌ی زمانی ایجاد شده، انگیزه‌ی خوبی ایجاد می‌کند تا قواعد بخش‌پذیری را یاد بگیرند.

شروع کنید:

چون قاعده‌های بخش‌پذیری ۵،۳،۲ و ۹ در دوره‌ی ابتدایی مطرح شده است، می‌توان از خود دانش‌آموزان خواست که این قواعد را توضیح دهند. سپس متن ابتدای درس خوانده شود.

از دانش‌آموزان خواسته شود که کار در کلاس این قسمت نیز حل شود.

هدف کار در کلاس:

هدف از این تمرین‌ها به‌کار بردن قواعد بخش‌پذیری بر ۵،۳،۲ و ۹ است.

توصیه‌های آموزشی:

در سؤال ۳ دلیل نادرستی جمله‌های نادرست را بیان کنید.

در سؤال ۵ بخش‌پذیری‌های ترکیبی مثل بیان قاعده‌ی بخش‌پذیری بر ۶ با توجه به بخش‌پذیری بر ۲ و ۳ را نتیجه‌گیری کنید.

توسعه:

پیدا کردن باقی‌مانده‌ی تقسیم بر اعداد ۳،۲، ۵ و ۹ به کمک قواعد بخش‌پذیری می‌تواند مسیر توسعه‌ی این موضوع باشد. همچنین می‌توانید دلایل درستی قاعده‌های بخش‌پذیری را در کلاس بحث کنید.

در مورد بخش‌پذیری بر ۹ و ۳ می‌توان روش حذف کردن را نیز به‌جای جمع همه‌ی اعداد طرح کرد. برای مثال، در عدد ۳۶۷۴۵ از آن‌جا که ۶+۳ و ۵+۴ برابر ۹ هستند می‌توان آن‌ها را کنار گذاشت فقط عدد ۷ می‌ماند پس می‌توان نتیجه گرفت عدد فوق بر ۹ بخش‌پذیر نیست.

همچنین بحث بخش‌پذیری بر اعداد ترکیبی را می‌توان توسعه داد؛ برای مثال، آیا اگر عددی بر ۲ و ۶ بخش‌پذیر بود بر ۱۲ نیز بخش‌پذیر است؟

مجموعه‌ی اعداد

ایجاد انگیزه کنید:

در هنگام ورود به کلاس، یک مجموعه (مثلاً یک آلبوم تمبر یا مجموعه‌ای مشابه) را با خود به کلاس ببرید و از بچه‌ها بخواهید آن را در یک کلمه نام ببرند. (احتمالاً از کلماتی مثل مجموعه استفاده خواهند کرد.)

شروع کنید:

متن ابتدای این درس در کلاس توسط یک دانش‌آموز خوانده می‌شود و معلم قسمت‌های مهم را توضیح می‌دهد، توجه داشته باشید مفاهیم عضو بودن، اعداد حسابی، اعداد طبیعی و نامتناهی بودن مجموعه کاملاً جدید است؛ ولی نباید در مورد آن‌ها تأکید بیش از حد شود. هدف این صفحه صرفاً آشنایی و کاربردی است که در دروس بعدی دارد.

تلفیق با سایر دروس:

توجه دانش‌آموزان را به مجموعه‌های دیگری که در دروسی مثل علوم و جغرافیا کاربرد ندارند جلب کنید؛ برای مثال مجموعه‌ی شهرهای بندری ایران یا مجموعه‌ی عناصر موجود در طبیعت و از آن‌ها بخواهید مجموعه‌های دیگری را از دروس مختلف مطرح و در مورد تعداد اعضای آن‌ها بحث کنند.

توصیه‌های آموزشی:

در نوشتن مجموعه‌ها باید توجه شود که در ابتدا و انتهای آن آکلاد {} آورده و بین اعضا نیز کاما (،) گذاشته شود.

علامت سه نقطه (...) وقتی استفاده می‌شود که رابطه‌ی بین اعضا مشخص شده باشد.

ادامه دهید:

بعد از اتمام توضیحات درس مجموعه، برای موضوع حلّ مسئله زمینه‌سازی کنید. همان‌طورکه ذکر شد هدف از بخش حلّ

مجموعه‌ی اعداد

عددهای ۴، ۵، ۳ و ۷ عضوهای مجموعه‌ی مقابل‌اند. در ریاضیات، مجموعه‌ی مقابل را به شکل زیر نشان می‌دهند.

{۴، ۵، ۳، ۷}

عضوهای مجموعه را با نشانه‌ی «،» از هم جدا می‌کنند.

در دوره‌ی ابتدایی محاسبه با اعداد حسابی را آموختید. عددهای ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ... عددهای حسابی هستند.

مجموعه‌ی اعداد حسابی را به شکل زیر نشان می‌دهیم.

{۰، ۱، ۲، ۳، ...} = مجموعه‌ی عددهای حسابی

این عددها پایانی ندارند؛ زیرا در مقابل هر عددی که تصور کنید، عددی بزرگ‌تر از آن وجود دارد.

علامت سه نقطه به این معناست که اعضای این مجموعه به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند. هر یک از اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ... را یک عدد طبیعی می‌نامیم. مجموعه‌ی عددهای طبیعی را به شکل زیر نشان می‌دهند

{۱، ۲، ۳، ...} = مجموعه‌ی عددهای طبیعی

در دوره‌ی ابتدایی با مجموعه‌ی عددهای زوج و فرد نیز آشنا شده‌اید.

{۲، ۴، ۶، ۸، ...} = مجموعه‌ی عددهای زوج (طبیعی)

{۱، ۳، ۵، ۷، ...} = مجموعه‌ی عددهای فرد (طبیعی)

۵

مسئله در کتاب آموزش راهبردهای حل مسئله است.

دانش‌آموزان بعد از آشنایی با دو راهبرد رسم شکل و زیرمسئله می‌توانند مسائل این بخش را با یکی از این دو راهبرد حل کنند. تمرین‌ها و مسائل مطرح شده تکلیف منزل آن‌هاست. سعی کنید در هنگام حل مسائل از دانش‌آموزان بخواهید مسیر فکری خود را برای کلاس توضیح دهند و نقش راهبردها را در حلّ مسئله نمایان کنید.

الگوی چهار مرحله‌ای «پولیا» را به‌صورت طبیعی و بدون ذکر گام‌ها و مراحل در هنگام پاسخ‌گویی به مسائل به‌کار برید تا کم‌کم این چارچوب فکری در ذهن دانش‌آموزان شکل بگیرد.

یک مسئله ممکن است از دو راهبرد مختلف حل شود. در این خصوص، دانش‌آموزان از هر راهبردی که به ذهن آن‌ها مناسب است می‌توانند استفاده کنند.

حلّ مسئله رسم شکل

مسئله‌ی ۱ را روی تخته بنویسید.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید آن را با دقّت بخوانند و اطلاعات داده شده در مسئله را مشخص کنند. می‌توانید پیشنهاد کنید که مسئله را برای یکدیگر توضیح دهند و بگویند چه چیزی از آن‌ها خواسته شده است.

مشاهده کنید:

در زمانی که گروه‌ها این قسمت را انجام می‌دهند، آن‌ها را به دقّت مورد توجه قرار دهید. آیا برای درک مسئله بحث و مشورت می‌کنند؟ آیا همه‌ی گروه در بحث شرکت می‌کنند؟ آیا مسئله را درست درک کرده‌اند؟ دانش‌آموزان را تشویق کنید که درک مسئله را جدی بگیرند!

آموزش دهید:

زمانی که فکر کردید همه‌ی گروه‌ها به یک درک مشترک و درست از مسئله رسیده‌اند عبارت «فهمیدن مسئله» را روی تخته بنویسید و با کمک دانش‌آموزان صورت مسئله را دوباره‌نویسی کنید. این دوباره‌نویسی می‌تواند به‌صورت زیر باشد :

اطلاعات داده شده : از تهران به کرج ۳ راه وجود دارد.
از کرج به قزوین ۲ راه.

خواسته‌ی مسئله : از تهران به قزوین چند راه وجود دارد؟

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید راه‌حل‌هایی را که برای مسئله به‌نظرشان می‌رسد در گروه مطرح کنند. صبر کنید تا دانش‌آموزان فرصت کافی برای یافتن راه‌حل‌های مختلف داشته باشند. اجازه دهید هر گروه راه‌حل‌هایی را که به‌نظرش رسیده است، در کلاس بیان کند. سعی کنید راهبردهایی را که دانش‌آموزان مطرح می‌کنند خلاصه کنید و دوباره بیان نمایید تا راهبردهای ظاهراً متفاوت امّا یکسان مشخص شوند. در این قسمت، کلمه‌ی راهبرد را به‌کار ببرید تا دانش‌آموزان با نحوه‌ی به‌کار بردن این اصطلاح آشنا شوند.

آموزش دهید:

عبارت «انتخاب راهبرد» را روی تخته زیر عبارت «فهمیدن مسئله» بنویسید و راهبردهای مختلفی را که بچه‌ها پیشنهاد کرده‌اند به‌طور خلاصه جلوی آن بنویسید. (مثلاً ممکن است دانش‌آموزی گفته باشد : راه‌ها را می‌شماریم. از او بپرسید : از روی چه چیزی بشماریم؟ او خواهد گفت : از روی نقشه. شما ادامه دهید : بله از روی شکل، یعنی راهبرد رسم شکل را استفاده کنیم ؛ یعنی یک شکل رسم کنیم که یک‌جور نقشه‌ی ساده شده باشد و تعداد راه‌ها را از روی آن شکل بشماریم.)

به دانش‌آموزان کمک کنید رسم شکل را به‌عنوان یک راهبرد حلّ مسئله بپذیرند.

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید با استفاده از راهبرد رسم شکل مسئله را حل کنند. یعنی یک شکل ساده رسم کنند و با استفاده از آن مسئله را حل کنند.

مشاهده کنید:

در حین حلّ مسئله توجه کنید که آیا گروه‌ها شکل مناسبی برای مسئله رسم می‌کنند؟ آیا از شکل صحیح، برای حلّ مسئله به‌درستی استفاده می‌کنند؟ تأمل کنید تا همه‌ی گروه‌ها مسئله را حل کنند در صورت لزوم گروه‌ها را هدایت کنید.

توصیه‌های آموزشی:

روش‌های شمردن راه‌های بین تهران و قزوین یا به‌دست آوردن حاصل‌ضرب تعداد راه‌های تهران به کرج در تعداد راه‌های کرج به قزوین هر دو صحیح است. هدف این قسمت از کتاب، به‌کارگیری راهبرد رسم شکل است و انتزاع اصل ضرب از روی شکل کشیده شده می‌تواند در این قسمت انجام نشود.

آموزش دهید:

روی تخته زیر عبارت «انتخاب راهبرد» بنویسید «حلّ مسئله» از یکی از گروه‌ها بخواهید راه‌حل خود را که با استفاده از راهبرد رسم شکل بوده، و به پاسخ صحیح رسیده است روی تخته بنویسد و آن را بیان کند.

توضیح دهید که این قسمت، یعنی حلّ مسئله تنها قسمتی از فرایند تفکری است که برای حلّ یک مسئله اتفاق می‌افتد و درستی پاسخ این قسمت، مستلزم تلاش فکری در قسمت‌های دیگر نیز هست.

بپرسید!

از دانش‌آموزان بپرسید که آیا مطمئن هستند که مسئله را

رسم شکل

درست حل کرده‌اند؟ و آیا راه دیگری برای رفتن از تهران به قزوین وجود ندارد؟

آموزش دهید:

روی تخته، زیر عبارت «حلّ مسئله» بنویسید «بازگشت به عقب». پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات بالا را در کلاس مورد بحث قرار دهید[1] و به‌طور خلاصه جلوی عبارت «بازگشت به عقب» بنویسید.

توضیح دهید که برای حلّ یک مسئله چهار مرحله‌ی نوشته شده روی تخته طی شده است.

ادامه دهید:

چهار مرحله‌ی حلّ یک مسئله را، که شما به‌صورت چهار

۱ــ در این‌جا می‌توانید، درصورتی که جوّ کلاستان اجازه می‌دهد، چالش ایجاد کنید ؛ مثلاً بپرسید آیا ممکن نیست یک نفر از تهران به چالوس سپس به رشت و سپس به قزوین برود؟ آیا فقط ۶ راه برای رفتن از تهران به قزوین وجود دارد؟ چه فرضی در مسئله باید اضافه شود تا راه‌حلّ ما درست باشد؟ جواب می‌تواند این باشد که اگر مسافر بخواهد از تهران مستقیماً به کرج و سپس، باز هم مستقیماً، از کرج به قزوین برود؟

حل مسئله

عبارت روی تخته نوشته‌اید، نگه‌دارید و بقیه‌ی تخته را پاک کنید.

حالا به متن کتاب مراجعه کنید و مسئله را دوباره بررسی کنید.

سپس از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقّت بخوانند و سؤالات مطرح شده در قسمت فهمیدن مسئله را پاسخ دهند.

در این قسمت، با مشورت و هم‌فکری و استفاده از مطالب کتاب اطلاعات مسئله را خلاصه کنند.

با توجه به این‌که این مسئله برای تمرین راهبرد رسم شکل مطرح شده است برای مسئله‌ی خلاصه شده یک شکل رسم کنند و برای یکدیگر توضیح دهند که این شکل چه کمکی به حلّ مسئله می‌کند.

هدایت کنید:

ممکن است دانش‌آموزان توصیه‌ی درستی برای شکل‌هایشان نداشته باشند یا نتوانند منظور خود را بیان کنند. اگر شکلی که کشیده‌اند برای حلّ این مسئله مناسب نیست آن‌ها را کمک کنید که اِشکال شکل خود را بیابند. اگر شکلی که رسم کرده‌اند صحیح است، آن‌ها را یاری کنید که دلایل صحّت شکل خود را بیان کنند و چگونگی استفاده از این شکل برای حلّ مسئله را بیابند. از آن‌ها بخواهید سؤالات مطرح شده در قسمت «انتخاب راهبرد» را پاسخ دهند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

یکی از مشکلات رایج در این مبحث این است که دانش‌آموزان در درک مسئله و انتخاب راهبرد دقّت نمی‌کنند و مرحله‌ی سوّم، یعنی حلّ مسئله را به سرعت شروع می‌کنند. برای تمرین خوب است در ابتدای مرحله‌ی سوّم کمی توقف کنید و مطمئن شوید که دانش‌آموزان با تأمل در سؤالات مطرح شده‌ی دو مرحله‌ی بالا پاسخ داده‌اند. برای حصول اطمینان سؤالات را از روی کتاب بخوانید و با کمک دانش‌آموزان پاسخ آن‌ها را در جای خود روی تخته بنویسید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید حالا که درک خوبی از مسئله و راهبرد حلّ آن دارند مسئله را حل کنند، قسمت حلّ مسئله‌ی کتاب را بخوانند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند. صبر کنید تا همه‌ی گروه‌ها به نتیجه برسند. سپس مرحله‌ی چهارم را با استفاده از کتاب ادامه دهند. متن و سؤالات مطرح شده در دو قسمت اخیر، یعنی حلّ مسئله و برگشت به عقب را از روی کتاب بخوانید و با کمک دانش‌آموزان پاسخ سؤالات را در جای خود روی تخته بنویسید.

مسئله موازی:

۱ــ بالگردی پس از برخاستن از زمین، از نقطه‌ی A مأموریت پروازی خود را شروع می‌کند. برای انجام اولین مأموریت خود ۵۰۰km به سمت شرق حرکت می‌کند سپس برای انجام دوّمین مأموریت ۲۰۰km به سمت شمال و ۷۰۰km به سمت غرب می‌رود. برای انجام مأموریت سوّم ۴۰۰km به سمت جنوب و ۲۰۰ کیلومتر به سمت شرق می‌رود. کوتاه‌ترین مسیر این بالگرد برای بازگشت به نقطه‌ی A چیست؟

۲ــ توپی پس از زمین خوردن تا نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود، این توپ را از ارتفاع ۱۶ متری رها کرده‌ایم. پس از سه بار زمین خوردن چه مسیری را طی کرده است؟

حلّ مسئله زیر مسئله

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۱ را بخوانند و آن‌را در چند جمله خلاصه کنند. یعنی بنویسند که چه اطلاعاتی در مسئله داده شده و چه چیزی خواسته شده است. روی تخته بنویسید. «فهمیدن مسئله» : از یک گروه بخواهید مسئله‌ی خلاصه شده را جلوی عبارت فهمیدن مسئله روی تخته بنویسد. از گروه‌های دیگر نیز بخواهید درصورتی که پاسخشان با گروه موردنظر متفاوت است، این تفاوت را بیان و در صورت لزوم متن نوشته شده روی تخته را تغییر دهند.

از گروه‌ها بخواهید مسئله را حل کنند و چگونگی حل آن را در چند جمله بنویسند.

مشاهده کنید:

هنگامی که دانش‌آموزان مشغول حلّ مسئله هستند دقّت کنید که آیا در گروه به بحث و تبادل‌نظر می‌پردازند؟ آیا می‌توانند روشی را که برای حلّ مسئله به‌کار برده‌اند توضیح دهند؟ آیا روش درستی را برای حلّ مسئله به‌کار می‌برند؟ آیا مسئله را درست حل می‌کنند؟ می‌توانید در هر گروه، با طرح پرسش‌هایی نظیر «در مرحله‌ی اوّل چه عملیاتی انجام دادید؟» آن‌ها را در نوشتن راهبرد حلّ مسئله یاری دهند.

ادامه دهید:

از یکی از گروه‌ها بخواهید راهبردی را که برای حلّ مسئله به‌کار برده‌اند، توضیح دهند. از گروه‌های دیگر نیز بخواهید راهبردشان را به صورت خلاصه شرح دهند با تکرار کردن خلاصه‌ی آن‌چه هر گروه می‌گویند می‌توانید به‌کار بردن صحیح عبارات راهبردِ «مسئله‌ی کوچک» و «زیر مسئله» را به دانش‌آموزان نشان دهید. دانش‌آموزان را تشویق کنید تا از این عبارات استفاده کنند.

روی تخته زیر عبارت «فهمیدن مسأله» بنویسید «انتخاب

راهبرد» و جلوی آن عبارت «زیر مسئله» را بنویسید.

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که راهبرد «زیرمسئله» یعنی تقسیم مسئله به مسائل کوچک‌تر و ساده‌تر. زیر عبارت «انتخاب راهبرد» عبارت «حلّ مسئله» را بنویسید و از یکی از گروه‌ها بخواهید با استفاده از راهبرد زیرمسئله و بیان مسئله‌های کوچک‌تری که حل کرده‌اند، حلّ مسئله را روی تخته بنویسند.

از دانش‌آموزان بپرسید : آیا پاسخی که روی تخته نوشته شده درست است؟ آیا حلّ مسئله صحیح انجام شده؟ از آن‌ها بخواهید درستی راه‌حلّ‌ها و عملیات انجام شده برای حلّ مسئله را بررسی کنند. می‌توانید پیشنهاد کنید که آن‌ها مجموع پولی را که احمد خرج کرده و پولی را که برای او باقی مانده است جمع کنند و بگویند آیا حاصل‌جمع با پولی که احمد در ابتدا داشته برابر هست یا نه! برای حلّ این مسئله‌ی جدید نیز راهبرد زیر مسئله را باید به‌کار برد.

روی تخته زیر عبارت «حلّ مسئله» بنویسید «بازگشت به

عقب» و در مورد درستی و نادرستی مسئله‌ی حل شده در کلاس بحث کنید در صورت لزوم حل نوشته شده روی تخته را تغییر دهید.

از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و سؤالات مربوط به قسمت فهمیدن مسئله را پاسخ دهند. برای آن‌ها توضیح دهید که بعضی از مسائل ممکن است زیر مسئله‌های زیادی داشته باشند بنابراین قبل از حلّ مسئله، بهتر است فهرستی از زیرمسئله‌ها تهیه کرد و سپس با استفاده از آن به حلّ مسئله پرداخت.

در قسمت انتخاب راهبرد فهرست زیرمسئله‌های مربوط به مسئله‌ی ۲ آمده است. از گروه‌ها بخواهید با استفاده از آن مسئله را حل کنند و سپس از درستی راه‌حل و عملیات مسئله اطمینان حاصل کنند.

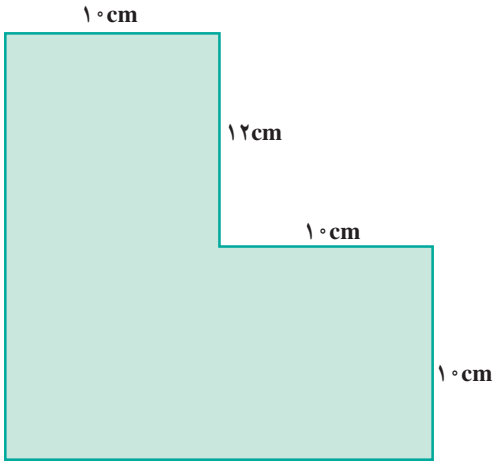
مسئله موازی:

مادر مینا می‌خواهد با ۶۰۰۰ تومان بیشترین تعداد لیوان که می‌تواند، خریداری کند. روی شیشه‌ی مغازه نوشته شده : «لیوان هر دست ۷۰۰ تومان و هر دانه ۱۵۰ تومان» مادر مینا از مینا می‌پرسد : با این حساب، چند لیوان می‌توانیم بخریم؟ شما به مینا کمک کنید تا سریع‌تر به مادرش پاسخ دهد.

مسأله تلفیقی

برای حلّ بعضی از مسئله‌ها می‌توان از دو راهبرد به‌صورت تلفیقی استفاده کرد. ما می‌توانیم برای مسئله‌ی زیر ابتدا از راهبرد «رسم شکل» استفاده و سپس با استفاده از راهبرد «زیرمسئله» آن‌را حلّ کنیم :

می‌خواهیم دور استخری به شکل زیر را با فاصله‌ی یک متر از هر ضلع نرده بکشیم قیمت هر متر نرده، ۱۵۰۰ تومان است. هزینه‌ی این کار را برآورد کنید.



توصیه‌های آموزشی:

۱ــ همان‌طورکه قبلاً گفته شد هدف هر یک از الگوهای ۲ صفحه‌ای حل مسئله آموزش یک «راهبرد» است. راهبرد، یعنی یک راه‌حل عام که برای تعداد زیادی از مسائل کاربرد دارد. وقتی درس امروز آموزش راهبرد «رسم شکل» است باید به دو هدف اصلی دست یابیم : ۱ــ بسیاری از مسائل با این راهبرد حل می‌شدند ؛ ۲ــ چگونه با کشیدن شکل می‌توانیم مسئله را حل یا راه‌حل را کوتاه‌تر کنیم. حل مسئله‌ی اول در این الگوی دو صفحه‌ای برای رسیدن به هدف اول است. مسئله‌ی دوم زمانی مطرح می‌شود که دانش‌آموزان می‌دانند آن را باید با راهبرد رسم شکل حل کنند لذا چگونگی به‌کار بردن این راهبرد برای حل مسئله اهمیت دارد و نقطه‌ی تمرکز آموزش است.

وقتی هدف آموزش راهبرد زیرمسئله است در مسئله

اول به این هدف دست می‌یابیم که بسیاری از مسئله‌ها با راهبرد زیر مسئله حل می‌شوند. در مسئله دوم چگونگی تبدیل یک مسئله به مسائل کوچک و ساده‌تر تمرین می‌شود.

۲ــ بعد از این‌که آموزش این دو راهبرد تمام شد در صفحه‌ی ۱۰ بعد از حل تمرین‌ها چند مسئله مطرح شده است. در مستطیل سبز رنگ نام دو راهبرد پر رنگ شده است ؛ یعنی دانش‌آموزان برای حل این ۴ مسئله می‌توانند این دو راهبرد را به‌کار برند.

نوشتن ۴ گام حلّ مسئله برای این تمرین‌ها لازم نیست بلکه در هنگام حلّ مسئله در کلاس درس به‌طور طبیعی این ۴ مرحله را با سؤال و جواب مناسب طی کنید. در گام دوم برای هر مسئله از دانش‌آموزان سؤال می‌کنیم که مسئله را با کدام راهبرد حل کرده‌اند. پس از شنیدن پاسخ از آن‌ها می‌خواهیم حل خود را بیان کند. در این‌جا وظیفه‌ی معلم تصحیح ذهنیت دانش‌آموز است. این امکان وجود دارد که دانش‌آموز نام راهبرد رسم شکل را بگوید ولی در عمل از راهبرد زیرمسئله استفاده کند و یا برعکس. تصحیح این اشتباه به عهده‌ی معلم است.

۳ــ حل کردنِ فقط یک مسئله با توجه به این مراحل و راهبردها، شنیدن و مقایسه‌ی راهبردهای مختلف و بحث کلاسی بسیار باارزش‌تر از حل کردن ۴ مسئله توسط معلم و نوشتن پاسخ آن‌ها روی تخته است. بهتر است به کیفیت حل مسائل فکر کنید نه کمیت آن‌ها.

یادداشت معلم

مقسومٌ‌علیه

موضوعات در یک نگاه

در این درس ابتدا، با استفاده از یک تقسیم با باقی‌مانده‌ی صفر، مفهوم مقسومٌ‌علیه نتیجه گرفته می‌شود. با نوشتن مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های عددهای مختلف، عدد اول تعریف شده و مقسومٌ‌علیه‌های اوّل یک عدد پیدا می‌شدند. با استفاده از مقسومٌ‌علیه یک عدد نمودار مقسومٌ‌علیه عددها رسم می‌شوند.
مفهوم بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک و روش‌های پیدا کردن آن، آموزش داده می‌شود تا به کمک آن، دانش‌آموز مسائل مرتبط به این مفهوم را پاسخ دهد.

اهداف

در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد را تشخیص داده و ویژگی‌های مشترک مقسومٌ‌علیه‌های اعداد را کشف کند.

۲ــ تعریف عدد اول را بداند و عددهای اول را در بین اعداد تشخیص دهد.

۳ــ مقسومٌ‌علیه اول اعداد را پیدا کرده به کمک آن، نمودار مقسومٌ‌علیه‌های اعداد را رسم کند.

۴ــ از روی نمودار مقسومٌ‌علیه‌های اعداد روابط بین مقسومٌ‌علیه‌ها را پیدا کند.

۵ــ مفهوم بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد را توضیح دهد و با استفاده از روش‌های مختلف ب.م.م دو عدد را پیدا کند.

۶ــ مفاهیم مختلف این بخش را در حلّ مسائل به‌کار برد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ ۴ و ۶ دو مقسومٌ‌علیه یک عدد هستند. ۶ مقسومٌ‌علیه دیگر آن را بنویسید.

۲ــ آیا عدد ۲۷ مقسومٌ‌علیه ۴۳۷ است؟ چرا؟

۳ــ آیا عدد ۱۴۳ اول است؟ چرا؟

۴ــ عددهای اول بین ۵۰ تا ۷۰ را بنویسید.

۵ــ نمودار مقسومٌ‌علیه‌های عدد ۱۰۰ را رسم و با کمک آن نمودار و مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های عدد ۲۵ را مشخص کنید.

۶ــ آیا ۲۴ مقسومٌ‌علیه مشترک ۷۲ و ۱۰۸ است؟ چرا؟

۷ــ ۴ مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد ۹۶ و ۱۰۸ را بنویسید.

۸ــ عددهای ۶ و ۸ و ۱۵ مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد هستند، مقسومٌ‌علیه‌های اول آن را تعیین کنید.

۹ــ کوچک‌ترین عدد سه رقمی را بنویسید که مقسومٌ‌علیه‌های اول آن ۲ و ۷ باشد.

شناسنامه‌ی مبحث مقسومٌ‌علیه

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد	۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴	ــ مقسومٌ‌علیه ــ مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد ــ ویژگی‌های مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد	ــ تشخیص دهد که آیا عددی مقسومٌ‌علیه عدد دیگر هست یا نه ــ مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد را بنویسید ــ ویژگی‌هایی مثل : هر عدد مقسومٌ‌علیه خودش است ــ یک مقسومٌ‌علیه تمام اعداد است ــ همه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد از خودِ عدد کوچک‌تر و یا مساوی هستند را کشف و درک کند	ــ دسته‌بندی دانش‌آموزان کلاس به دسته‌ها و گروه‌های مساوی ــ پیدا کردن مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد به‌صورت عملی و درست کردن دسته‌ها ــ پیدا کردن مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد و کشف ویژگی‌های مقسومٌ‌علیه‌ها	ــ لوبیا یا شمارنده‌های دیگر مثل دکمه	مقسومٌ‌علیه
عددِ اول	۱۴ ۱۵ ۱۶	ــ تعریف عدد اول ــ مقسومٌ‌علیه اول ــ پیدا کردن مقسومٌ‌علیه اول اعداد	ــ عدد اول را بشناسد و آن را در بین عددها تشخیص دهد. ــ با استفاده از عددهای اول، بتواند عددهای مرکب تولید کند ــ مقسومٌ‌علیه اول را درک کرده و مقسومٌ‌علیه اول اعداد را مشخص کند ــ درک کند که مقسومٌ‌علیه اول هر عددِ اول خودِ عدد است	ــ ساختن عددهای مرکب با استفاده از عددهای اول ــ انجام کار در کلاس برای تشخیص مقسومٌ‌علیه اول ــ انجام فعالیت برای درک این مفهوم که مقسومٌ‌علیه اول عددهای اول خودِ عدد است ــ انجام کار در کلاس برای زمینه‌سازی درس نمودار مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد	ــ	عدد اول مقسومٌ‌علیهِ اول
نمودار مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد	۱۷ ۱۸ ۱۹	ــ نمودار مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد ــ کاربردهای نمودار	ــ نمودار مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد را رسم کند. (با ۲ مقسومٌ‌علیه اول) ــ با استفاده از نمودار، مقسومٌ‌علیه‌های عدد را بنویسد ــ با استفاده از نمودار، مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های سایر عددهای روی نمودار را مشخص کند.	ــ خواندن متن درس و کامل کردن آن ــ انجام کار در کلاس برای تمرین رسم و کامل کردن نمودار و استفاده از آن	ــ ماشین‌حساب	نمودار مقسومٌ‌علیه‌ها

			ــ نمودار مقسومٌ‌علیه‌های داده شده را کامل کند. ــ با استفاده از نمودار رابطه‌های بین عددها را کشف و درک کند.			
بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد	۲۰ ۲۱ ۲۲	ــ مقسومٌ‌علیه مشترک ــ ب.م.م	ــ مفهوم مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد را توضیح دهد. ــ مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد را ذهنی پیدا کند. ــ مفهوم بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد را درک کند و در مسائل به‌کار برد. ــ ب.م.م دو عدد را با روش مجموعه‌ها پیدا کند. ــ ب.م.م دو عدد را با استفاده از نمودار مقسومٌ‌علیه‌ها پیدا کند.	ــ انجام فعالیت برای حلّ یک مسئله‌ی واقعی و تطبیق آن با مفهوم مقسومٌ‌علیه مشترک ــ انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن مقسومٌ‌علیه‌های مشترک ــ حلّ مسئله (در فعالیت) برای درک بهتر ب.م.م ــ انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن ب.م.م به روش مجموعه‌ها ــ انجام فعالیت برای پیدا کردن ب.م.م با استفاده از نمودار مقسومٌ‌علیه‌ها	ــ	مقسومٌ‌علیه مشترک ب.م.م
روش تعیین بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد	۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵	ــ تقسیم‌های متوالی ــ روش نردبانی برای پیدا کردن ب.م.م دو عدد	ــ با استفاده از روش تقسیم‌های متوالی ب.م.م دو عدد را پیدا کنند. ــ تقسیم‌های متوالی را در داخل نمودار نردبانی قرار دهد با روش نردبانی ب.م.م را پیدا کند. ــ مفهوم ب.م.م را در حل مسائل به‌کار برد.	ــ انجام کار در کلاس برای تمرین روش تقسیم‌های متوالی ــ انجام کار در کلاس برای تمرین روش نردبانی	ــ	تقسیم‌های متوالی روش نردبانی

مضرب و مقسومٌ‌علیه

۹۶ = ۱۲×۸ ؛ ۹۶ مضربی است از ۸، همچنین مضربی است از ۱۲.

۸ و ۱۲ مقسومٌ‌علیه‌ها یا بخش‌یاب‌های عدد ۹۶ هستند.

مضرب‌های یک عدد از ضرب آن عدد در یک عدد طبیعی به‌دست می‌آیند. مضرب‌های یک عدد بی‌شمار است. مقسومٌ‌علیه یک عدد عددی است از تقسیم آن عدد بر آن به باقی‌مانده‌ی صفر برسیم. مقسومٌ‌علیه‌های ۱۲ عبارت‌اند از :

۱،۲،۳،۴،۶،۱۲

۱۲ دارای ۶ مقسومٌ‌علیه است که ۱۲ بزرگ‌ترین آن‌هاست.

عدد ۶۰ هم این مقسومٌ‌علیه‌ها را دارد.

۱،۲،۳،۴،۵،۶،۱۰،۱۲،۱۵،۲۰،۳۰،۶۰

که ۶۰ بزرگ‌ترین آن‌هاست. دو عدد ۱۲ و ۶۰، مقسومٌ‌علیه‌های مشترکی دارند که عبارت‌اند از :

۱،۲،۳،۴،۶،۱۲

این‌ها را مقسومٌ‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۶۰ و عدد ۱۲ را بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک ۱۲ و ۶۰ گویند.

همچنین مضرب‌های ۸ که از ضرب عدد ۸ در عددهای طبیعی به‌دست می‌آیند عبارت‌اند از :

۸،۲۴،۳۲،۴۰،۴۸،۵۶،۶۴،...،۹۶،۱۰۴،...

مضرب‌های عدد ۱۲ همچنین‌اند :

۱۲،۲۴،۳۶،۴۸،...،۹۶،۱۱۸،...

۸ و ۱۲ مضرب‌های مشترکی دارند که عبارت‌اند از :

۲۴،۴۸،۷۲،۹۶،...

که ۲۴ کوچک‌ترین آن‌هاست. ۲۴ را کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۸ و ۱۲ گویند.

اقلیدس که در سه سده پیش از میلاد می‌زیسته، در کتاب «مقدمات» خود راهی برای یافتن کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد و بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد داده است که به آن تقسیم‌های متوالی گفته می‌شود و اساس استدلال آن بر این استوار است که اگر دو عدد بر عددی بخش‌پذیر باشند، تفاضل آن‌ها یا تفاضل چند برابر عدد کوچک‌تر از عدد بزرگ‌تر هم بر آن عدد بخش‌پذیر است. فرض کنید بخواهیم بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک را بین دو عدد ۷۷ و ۱۳۲ پیدا کنیم، به این ترتیب عمل می‌کنیم :

	۵	۱	۵	
۷۷۰	۱۳۲	۱۱۰	۲۲	۰
۶۶۰	۱۱۰	۱۱۰		

عدد بزرگ‌تر یعنی ۷۷۰ را بر عدد کوچک‌تر یعنی ۱۳۲ تقسیم کرده‌ایم، خارج‌قسمت یعنی ۵ را روی ۱۳۲ و حاصل‌ضرب خارج‌قسمت در ۱۳۲، یعنی ۶۶۰ را زیر ۷۷۰ نوشته‌ایم. باقی‌مانده را جلوی ۱۳۲ گذاشته‌ایم و دوباره همان عمل تقسیم را (تقسیم ۱۳۲ بر ۱۱۰) انجام داده‌ایم. این عمل را آن‌قدر ادامه می‌دهیم که به باقی‌مانده‌ی صفر برسیم. آخرین عدد در این تقسیم‌های متوالی، بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد ۱۳۲ و ۷۷۰ است. برای یافتن کوچک‌ترین مضرب مشترک، یکی از دو عدد را بر بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک تقسیم و خارج‌قسمت را در عدد دیگر ضرب می‌کنیم :

۷۷۰×۶ = ۴۶۲۰ ؛ ۱۳۲÷۲۲ = ۶

۴۶۲۰ کوچک‌ترین مضرب مشترک است.

اقلیدس که در حدود ۳۰۰ سال پیش از میلاد در اسکندریه در زمان بطلمیوس اول زندگی می‌کرد، کتاب «مقدمات» را که بیش‌تر درباره‌ی هندسه است، نوشت. در این کتاب، برای هندسه تعریف، «اصل» و «قضیه» قایل شد و با این‌که اصل‌های آن کامل نیست و احتیاج به اصلاحاتی دارد، هندسه‌ی مسطحه و هندسه‌ی فضایی را طوری تنظیم کرد که تا امروز هم قدرت خود را حفظ کرده است.

مقسوم‌علیه

مقسوم‌علیه‌های یک عدد

فعالیت

فعالیت

تعداد لوبیاهای هر دسته	۱	۲	۳	۴	۶	۱۲
تعداد دسته‌ها	۱۲	۶	۴	۳	۲	۱

تعداد لوبیاهای هر دسته	۱	۱۸	۲	۹	۳	۶
تعداد دسته‌ها	۱۸	۱	۹	۲	۶	۳

مقسوم علیه‌های یک عدد

ایجاد انگیزه کنید:

در ابتدای کلاس اعلام کنید که اگر بخواهیم یک مسابقه‌ی گروهی طوری برگزار کنیم که همه در آن شرکت کنند و تعداد اعضای گروه‌ها کاملاً مساوی باشند، به چند طریق می‌توانیم کلاس را گروه‌بندی کنیم. بعد از بحث کلاسی درباره‌ی انواع حالت‌ها، یکی را انتخاب کرده و یک مسابقه از دروس گذشته برگزار نمایید.

طرح نمودار مقسوم‌ُعلیه‌های ۱۲ که در بالای صفحه کشیده شده نیز به نوعی ایجاد انگیزه می‌کند.

می‌توانید دانش‌آموز را به سؤال کردن در مورد آن تشویق کنید.

هدف فعالیت:

درس درواقع، با یک مسئله شروع شده است. با انجام این فعالیت دانش‌آموز به لزوم تعریف مفهوم مقسوم‌ُعلیه پی می‌برد.

در این مسئله موضوع تقسیم تعداد به دسته‌های مساوی بررسی می‌شود. کلاس درس به این دلیل انتخاب شده است که برای دانش‌آموزان ملموس و واقعی باشد.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند. از آن‌ها بپرسید اگر آن‌ها مدیر مدرسه بودند، تعداد دانش‌آموزان یک کلاس را چند نفر درنظر می‌گرفتند، چرا؟

توصیه‌های آموزشی:

قبل از شروع فعالیت، درباره‌ی نیاز به گروه‌بندی در کلاس برای انجام کارهای مختلف بحث کنید. ضمناً گروه‌بندی با دسته‌های مساوی را، بدون این‌که باقی‌مانده داشته باشیم، تأکید کنید.

ادامه دهید:

با بخش کردن تعدادی لوبیا یا هر شمردنی دیگر بین افراد (حداقل هر فرد ۱۸ عدد) از آن‌ها بخواهید فعالیت دوم را انجام دهند و جدول‌های مربوط به آن را کامل نمایند.

هدف فعالیت:

هدف از این فعالیت، پیدا کردن مقسوم‌ُعلیه‌های عدد ۱۲ و ۱۸ با دست‌ورزی و تجربه‌ی عملی است بدون آن‌که نام مقسوم‌ُعلیه مطرح شود البته خواندن جدول و سازماندهی اعداد نیز جزء اهداف فرعی فعالیت به‌حساب می‌آید.

توصیه‌های آموزشی:

از دانش‌آموزان بخواهید الگوهایی را در جدول‌ها پیدا و آن‌را بیان کنند.

توجه داشته باشید که در جدول دوم، تعداد خانه‌های جدول مشخص نیست و دانش‌آموزان خود باید از درستی تعداد حالت‌های پیدا شده مطمئن شوند.

مهم‌ترین الگویی که وجود دارد رابطه‌ی بین تعداد دسته‌ها و عدد هر دسته است ؛ یعنی اگر ۳ دسته‌ی ۴تایی داشته باشیم حتماً ۴ دسته‌ی سه‌تایی هم خواهیم داشت بنابراین وقتی

تقسیم $۱۲ \div ۳ = ۴$ را می‌نویسیم هم ۳ مقسوم‌ُعلیه ۱۲ می‌شود و هم ۴، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت با تقسیم‌های زیر تمام مقسوم‌ُعلیه‌های عدد ۱۲ مشخص می‌شود.

$$\begin{array}{r|l} ۱۲ & ① \\ \hline ۰ & ⑫ \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۱۲ & ② \\ \hline ۰ & ⑥ \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۱۲ & ③ \\ ۱۲ & ④ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

آموزش دهید:

بعد از اطمینان از نتایج به‌دست آمده در گروه‌ها معرفی مقسوم‌ُعلیه و تدریس متن کتاب را آغاز کنید. در این درس علاوه‌بر معرفی مفهوم مقسوم‌ُعلیه، نوشتن تمام مقسوم‌ُعلیه‌های یک عدد در مجموعه بیان می‌شود.

می‌توانید در این قسمت از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به فعالیت قبل مجموعه‌ی مقسوم‌ُعلیه‌های عدد ۱۲ و ۱۸ را بنویسند. سپس کار در کلاس مربوط را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف تمرین ۱ تشخیص مقسوم‌ُعلیه‌های عدد ۹ و ۵ است. همچنین به‌صورت غیرمستقیم، مفهوم مقسوم‌ُعلیه مشترک دو عدد بیان شده است.

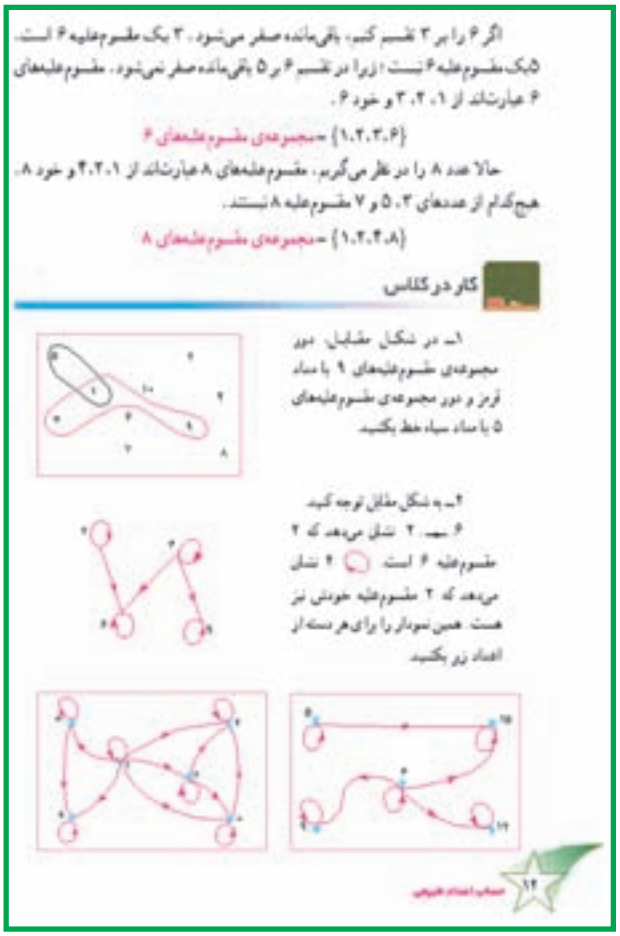
هدف از تمرین دوم، ایجاد یک درک تصویری از رابطه‌ی بین اعداد است. به‌طور غیرمستقیم، مشخص می‌کند هر عدد مقسوم‌ُعلیه خودش است و مقسوم‌ُعلیه مشترک دو عدد نیز، موجب برقرار ارتباط بین آن‌ها می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:

فهمیدن صورت مسئله در تمرین شماره‌ی ۲ خود جزئی از اهداف سؤال است؛ پس، از دانش‌آموزان بخواهید با دقت به صورت سؤال و خواندن آن با دقت، خواسته‌ی سؤال را درک و سپس به حل آن اقدام کنند.

هدف فعالیت:

در این فعالیت هدف، یافتن نظم و الگو در مجموعه‌ی مقسوم‌ُعلیه‌های یک عدد است. البته خواندن و کامل کردن جدول نیز، از اهداف فرعی فعالیت است که باید به آن نیز توجه شود.



اگر ۶ را بر ۳ تقسیم کنیم، باقی‌مانده صفر می‌شود. ۳ یک مقسوم‌علیه ۶ است.
۵ یک مقسوم‌علیه ۶ نیست؛ زیرا در تقسیم ۶ بر ۵ باقی‌مانده صفر نمی‌شود. مقسوم‌علیه‌های ۶ عبارتند از ۱، ۲، ۳ و خود ۶.

{۱،۲،۳،۶} ← مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۶

حالا عدد ۸ را در نظر می‌گیریم. مقسوم‌علیه‌های ۸ عبارتند از ۱، ۲، ۴ و خود ۸.
هیچ‌کدام از عددهای ۳، ۵ و ۷ مقسوم‌علیه ۸ نیستند.

{۱،۲،۴،۸} ← مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۸

کار در کلاس

۱ــ در شکل مقابل، دور مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۹ با مداد قرمز و دور مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۵ با مداد سیاه، خط بکشید.

۲ــ به شکل مقابل توجه کنید.
۶ مساوی ۲ نشان می‌دهد که ۲ مقسوم‌علیه ۶ است. ○ ۲ نشان می‌دهد که ۲ مقسوم‌علیه خودش نیز هست. همین نمودار را برای هر دسته از اعداد زیر بکشید.

۱۲ صفحه اعداد طبیعی

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید که هر فرد به‌تنهایی جدول کتاب را کامل کرده و با توجه به نوشته‌های خود نتیجه‌گیری کند و بعد از پایان کار همه‌ی اعضای گروه در مورد نتایج به‌دست آمده بحث کنند و به نتیجه‌ی یکسان برسند. بعد از بررسی نتایج از آن‌ها بخواهید کار در کلاس مربوط را نیز با توجه به نتایج به‌دست آمده حل کنند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ هدف از بحث گروهی، بررسی نتایج توسط همه‌ی افراد گروه است نه این‌که دانش‌آموزان جواب‌های خود را با قوی‌ترین فرد گروه یکسان کنند. بنابراین توجه داشته باشید که در گروه‌ها بحث صورت گیرد و هرکس برای جواب خود استدلال ارائه کند و بهترین جواب، انتخاب شود.

۲ــ ممکن است نتایجی غیر از جمله‌های کتاب نیز، توسط

فعالیت

مقسوم‌علیه‌های هر عدد را به ترتیب از کوچک به بزرگ در جدول بنویسید. با توجه به جدول، جمله‌های زیر را کامل کنید.

عدد	مقسوم‌علیه‌های عدد			
۹	۱	۳	۹	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۷	۱	۷		
۱۲	۱	۲	۳	۱۲
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

ـ عدد یک مقسوم‌علیه همه‌ی عددهاست.
ـ کوچک‌ترین مقسوم‌علیه هر عدد یک است.
ـ هر عدد مقسوم‌علیه خودش بوده و بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه هر عدد خودش است.
ـ بعضی از عددها فقط دو مقسوم‌علیه دارند که عبارت‌اند از: یک و خود آن عدد.
ـ در مورد نتایج دیگری که از جدول بالا می‌توان به دست آورد، با معلم ریاضی و هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید.

کار در کلاس

۱ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۷ را بنویسید. {۱،۱۷}
۲ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲ را بنویسید. {۱،۲،۳،۴،۶،۱۲}
۳ـ آیا ۱ مقسوم‌علیه ۱۱ است؟ بله. مقسوم‌علیه ۱۵ چطور؟ بله
آیا ۱ مقسوم‌علیه هر عددی است؟ بله
۴ـ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه ۸ چند است؟ ۸ در مورد ۱۲ چطور؟ ۱۲
آیا هر عدد مقسوم‌علیه خودش است؟ بله
۵ـ دیدید که تنها مقسوم‌علیه‌های ۵، خود ۵ و ۱ هستند. آیا ۳ غیر از خودش

۱۳

دانش‌آموزان به‌دست آید برای مثال، تمام مقسومٌ‌علیه‌های عدد از خودِ عدد کوچک‌تر و یا مساوی‌اند. تعداد مقسومٌ‌علیه‌ها هم فرد است و هم زوج.

۳ـ با توجه به این‌که این فعالیت، چهارمین فعالیت کتاب درسی است و دانش‌آموزان کم‌کم با روش‌های فعال سعی می‌کنند مفاهیم موردنظر را با حل فعالیت‌ها کشف و درک کنند یا حداقل تا حدودی به آن نزدیک شوند تعدادی از فرضیه‌هایی که از جدول استخراج می‌شوند به‌صورت جمله‌هایی با جای خالی نوشته شده است.

توجه داشته باشید که دانش‌آموزان ممکن است نتوانند فرضیه‌سازی کنند. در این فعالیت، هدف این است که دانش‌آموزان فرضیه‌سازی را یاد بگیرند به‌طوری که اگر در فعالیت‌های بعدی گفته شد از تکمیل کردن جدول چه نتایجی می‌گیرند آن‌ها بتوانند نتایج یا فرضیه‌های موردنظر را به‌صورت جمله‌ها و گزاره‌های درست بیان کنند.

ممکن است فرضیه‌ی مطرح شده توسط یک دانش‌آموز نادرست باشد اما آن‌چه اهمیت دارد این است که آن دانش‌آموز توانسته فرضیه‌ای بسازد و آن را بیان کند.

هدف کار در کلاس:

هدف از تمرین‌های این کار در کلاس، نوشتن مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد و به‌کار بردن و تمرین نتایجی است که از فعالیت قبل به‌دست آمده‌اند. همچنین برای تعریف عدد اول، زمینه‌سازی می‌کند.

فعالیت موازی:

۱ـ در یک پادگان سه گروه ۲۴ نفره، ۲۳ نفره و ۲۷ نفره وجود دارد، در یک نمایش نظامی، هرکدام از این گروه‌ها باید رژه بروند. رژه باید به‌صورت مستطیلی باشد و همه‌ی افراد گروه‌ها در رژه شرکت داشته باشند. حالت‌های رژه را برای هر گروه تعیین کنید، برای کدام‌یک از گروه‌ها حالت‌های بیشتری اتفاق می‌افتد؟

۲ـ تعدادی دایره که هرکدام به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند تهیه کنید.

دایره‌های ۱۲ قسمتی را به دانش‌آموزان داده از آن‌ها بخواهید با استفاده از مداد رنگی و الگوی یک در میان دایره‌ها را رنگ کنند. برای مثال، اگر سه رنگ انتخاب شد، سه قسمت پشت هم رنگ شده و دوباره همین الگو تکرار شود. تعداد رنگ‌هایی قابل قبول است که در صورت چرخاندن دایره، الگو در تمام جهت‌ها رعایت شده باشد و با تغییر نقطه‌ی شروع از بین نرود.

دایره‌های رنگ شده‌ی قابل قبول هر فرد را مشخص و تعداد رنگ‌های به‌کار رفته شده در آن را اعلام کنید.

توجه داشته باشید که برای انجام این فعالیت، صورت مسئله باید به‌نحوی به دانش‌آموزان گفته شود که کاملاً برای آن‌ها ملموس باشد تا انجام فعالیت شما را به هدف موردنظر نزدیک کند.

۳ـ از عدد ۱ تا n (تعداد دانش‌آموزان) را روی کاغذ بنویسید و به‌صورت تصادفی هر کاغذ را به یک نفر بدهید و سپس از آن‌ها بخواهید که مقسومٌ‌علیه‌های هر عدد را روی کاغذهای جدا بنویسند. بعد از اطمینان از درستی کار همه‌ی دانش‌آموزان مقسومٌ‌علیه‌های شبیه به هم را جدا کنید و با کمک جدول نتایج

به‌دست آمده را در حین جمع‌آوری روی تخته بنویسید. بعد از پایان این کار، از دانش‌آموزان بخواهید نتایج کسب شده را مطرح کنند و درباره‌ی درستی آن در کلاس بحث کنید.

تلفیق با سایر دروس:

در صورت اجرای فعالیت موازی ۲ می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید کلاس را با دایره‌های رنگ شده تزیین کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در کلاس می‌توانید یک عدد بزرگ را که خودتان حاصل‌ضرب یک سری اعداد مثل $۲۵ \times ۳۲ \times ۱۳ = ?$ به‌دست آورده‌اید روی تخته بنویسید و از دانش‌آموزان بخواهید مقسوم‌ُعلیه‌های آن‌را به کمک ماشین‌حساب پیدا کنند. هر مقسوم‌ُعلیه که پیدا شد، روی تخته یادداشت کنید.

سعی کنید دانش‌آموزان را به این سمت هدایت کنید که

۱ــ از قوانین بخش‌پذیری استفاده کنند.

۲ــ از نتایج به‌دست آمده‌ی دیگران برای پیدا کردن عددهای بعدی استفاده کنند.

نحوه‌ی پیدا کردن مقسوم‌ُعلیه‌ها توسط هر فردی که آن‌را اعلام می‌کند بیان شود.

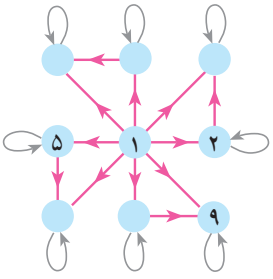
توسعه:

پرورش نتایج به‌دست آمده از فعالیت کار با تکنولوژی، می‌تواند مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم باشد. تعیین مقسوم‌ُعلیه‌های عددهای کوچک به‌صورت ذهنی و پیدا کردن مسئله و ارتباط‌دادن مسائل زندگی روزمره با مفاهیم مقسوم‌ُعلیه نیز مورد تأکید است.

ــ بحث درباره‌ی زوج و فرد بودن تعداد مقسوم‌ُعلیه‌های یک عدد (درصورتی که عدد مربع کامل باشد تعداد مقسوم‌ُعلیه‌ها فرد است) و توضیح این مطلب که چرا تعداد مقسوم‌ُعلیه‌ها زوج یا فرد می‌شود نیز، می‌تواند مطرح شود.

ــ تمرین‌هایی مانند نمونه‌ی زیر می‌تواند دانش‌آموزان را به کشف روابطی بین اعداد سوق دهد.

۶ ← ۲ یعنی ۲ مقسوم‌ُعلیه ۶ است. در هر دایره یک عدد بنویسید به‌طوری‌که عدد تکراری نداشته باشیم. نتایج به‌دست آمده را بنویسید. سعی کنید برای مسئله چند جواب بیابید.



یادداشت معلم

عدد اول

ایجاد انگیزه کنید:

به هنگام ورود به کلاس با خود تابلویی که جملات زیر روی آن نوشته شده بیاورید. (یا جمله‌های مشابه آن)

ــ مواد شیمیایی از ترکیب چه چیزهایی به‌دست می‌آید؟

ــ عددها چگونه تولید می‌شوند؟

تصویر صفحه‌ی ۱۶ و سؤال آن نیز، برای ایجاد انگیزه است. تعداد دانش‌آموزان ۲۹ (یک عدد اول) است.

شروع کنید:

با اشاره به کار در کلاس قبل تدریس عدد اول را با بیان تعریف آن آغاز کنید. با معرفی عدد اول کوچک‌تر از ۵۰ از دانش‌آموزان بخواهید که دلیل اول نبودن دیگر اعداد را بعد از شمارش شما بگویند ؛ مثلاً وقتی شما می‌گویید ۴ بگویند «۴ بر ۲ بخش‌پذیر است» تا تفاوت عدد اول با سایر اعداد مشخص شود. سپس از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت ایجاد یک حسّ یا درک درست از مفهوم مقسومٌ‌علیه اول یا عامل‌های یک عدد است. به‌صورت شهودی دانش‌آموز یاد می‌گیرد که چگونه با عامل‌های اول می‌توان بی‌شمار عدد مرکب تولید کرد. سؤال‌های این فعالیت واگرا هستند و لذا دانش‌آموزان می‌توانند پاسخ‌های متفاوتی ارائه کنند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید هرکس به‌تنهایی عددهای خواسته شده را تولید کنند. برای تولید عددهای جدید می‌توانند از ماشین‌حساب هم کمک بگیرند، سپس جواب‌های خود را با سایر اعضای گروه مقایسه و دلیل متفاوت بودن جواب‌ها را کشف کنند. به کمک ماشین‌حساب می‌توانند عددهای بزرگ‌تری هم بسازند.

آموزش دهید:

بعد از پایان فعالیت تعریف مقسومٌ‌علیه اول را بیان کرده و از دانش‌آموزان بخواهید به صورت ذهنی مقسومٌ‌علیه اول عددهای ۱۵،۲۰ و... را بیان کنند. سپس این بحث را مطرح کنید که مقسومٌ‌علیه‌های اول اعداد به‌دست آمده در فعالیت بالا چه اعدادی هستند؟ پاسخ این سؤال می‌تواند فهم خوبی از مقسومٌ‌علیه اول در ذهن دانش‌آموزان ایجاد کند. از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس :

هدف تمرین ۱: حدس زدن مقسومٌ‌علیه اول عددها به‌صورت ذهنی است. عملیات مورد نیاز مثل تقسیم کردن باید به‌صورت ذهنی انجام شود.

هدف تمرین ۲: تشخیص و تعیین مقسومٌ‌علیه اول در بین مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد است.

هدف تمرین ۳: پیدا کردن مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد به کمک ضرب و ساختن نمودار درختی است.

آموزش نمودار مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد به این علت است که بتوانیم از یک راه سریع و مطمئن تمام مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد (مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد) را بنویسیم. اما برای رسم نمودار نیاز به مقسومٌ‌علیه اول داریم. این کار که ابتدا مجموعه‌ی مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد را بنویسیم سپس مقسومٌ‌علیه اول را پیدا کنیم و به کمک آن نمودار بکشیم اشتباه و نقض غرض است.

پس باید راهی برای پیدا کردن مقسومٌ‌علیه اول پیدا کنیم. یکی از راه‌ها این است که عدد موردنظر را بر عددهای اول کوچک‌تر از خود امتحان کنیم ؛ برای مثال، اگر مقسومٌ‌علیه‌های اول عدد ۶۵ موردنظر باشد باید تقسیم‌های زیر را انجام دهیم تا مقسومٌ‌علیه‌های اول پیدا شود.

$$\begin{array}{r|l} 65 & 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 65 & 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 65 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 65 & 13 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 65 & 11 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 65 & 7 \\ \hline \end{array}$$

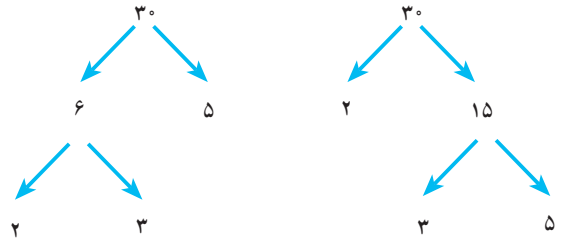
راه دیگر این است که به کمک نمودار درختی مانند نمونه‌های عمل شده در تمرین سوم کار در کلاس به مقسومٌ‌علیه‌های اول یک عدد دست یابیم.

توصیه‌های آموزشی:

توجه به این نکته که عدد «یک» عدد اول نیست بسیار مهم است ؛ زیرا دانش‌آموزان اکثراً یک را به‌عنوان عدد اول درنظر می‌گیرند. علت اول نبودن عدد یک می‌تواند بحث خوبی را در کلاس ایجاد کند. جواب‌هایی چون : عدد یک فقط یک مقسومٌ‌علیه دارد (عددهای اول باید ۲ مقسومٌ‌علیه داشته باشند)، یا عدد یک، مولّد هیچ عدد دیگری نیست. (با ضرب عدد یک در عددهای دیگر عدد جدیدی تولید نمی‌شود) و... قابل بررسی است.

ــ در پاسخ دادن به تمرین‌های ۲ و ۴ استفاده‌ی درست از نمادهای مجموعه لازم است.

ــ در تمرین ۳ روش‌های مختلفی برای حل وجود دارد ؛ برای مثال،



که همگی آن‌ها صحیح است و بیان راه‌های مختلف در کلاس، باعث درک بهتر نیز خواهد شد.

هدف فعالیت:

یافتن این ویژگی اعداد اول که مقسومٌ‌علیه اول هر عدد اول، خودِ آن است یا به عبارت دیگر عددی که مقسومٌ‌علیه اول آن خودش باشد، یک عدد اول است. هدف اصلی این فعالیت است. برای عددهایی مثل ۱۵ هم می‌توان عدد ۵ و هم می‌توان عدد ۳ را نوشت.

کار در کلاس

۱ـ کدام‌یک از جمله‌های زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟ هر جمله‌ی درست را با ✓ و هر جمله‌ی غلط را با × مشخص کنید و علت نادرستی آن را توضیح دهید.

✓ الف ـ عدد ۲۹ اول است.

✓ ب ـ هر عدد اول از ۱ بزرگ‌تر است.

✓ پ ـ ۱ عددی اول نیست.

✓ ت ـ ۱ مضروب‌علیه اول ندارد.

× ث ـ هر عدد دست‌کم یک مضروب‌علیه اول دارد.

✓ ج ـ هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، دست‌کم یک مضروب‌علیه اول دارد.

× چ ـ اگر عددی زوج باشد، اول نیست.

✓ ح ـ عدد ۳۰ دارای سه مضروب‌علیه اول است.

۲ـ دانش‌آموزی مضروب‌علیه‌های ۲۴ را در جدول مقابل نوشته است. آیا می‌توانید حدس بزنید آن‌ها را چگونه به‌دست آورده است؟

۲۴	۱۲	۶	۳
۸	۴	۲	۱

۳ـ نمودار را کامل کنید.

یکان آن، جمع دو اعداد قبل را نشان می‌دهد.

یکان فرد، تفریق عددهای قبل را نشان می‌دهد.

۱۹

حساب اعداد طبیعی

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند و نتایج به‌دست آمده را در گروه خود بحث و بعد از اتفاق‌نظر درباره‌ی نتیجه، آن‌را به کلاس اعلام کنند. بعد از پایان بررسی نتیجه‌ها در کلاس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف تمرین ۱: بررسی جمله‌های طرح شده و مقایسه‌ی آن با نتیجه‌گیری‌های گذشته است تا به کمک نتایج، دلیل قابل‌قبولی برای درستی یا نادرستی جمله‌ها به‌دست آید. استدلال کردن و بیان دلیل در این تمرین، بسیار مورد تأکید است. مثلاً برای نشان دادن نادرستی جمله‌ی ث بیان مثال نقض (عدد یک) کافی است.

هدف تمرین ۲: آمادگی برای درس نمودار مقسوم‌علیه است. پیش‌بینی می‌شود برخی از دانش‌آموزان بتوانند الگو و نظم موجود بین این عددها را پیدا کنند.

هدف تمرین ۳: آمادگی برای کامل کردن یک نمودار است تا در درس بعد با این عمل ناآشنا نباشند.

کامل کردن این نمودار در این قسمت از کتاب به این علت است که :

۱ـ دانش‌آموز با نحوه‌ی تکمیل یک نمودار عددی با استفاده از قاعده‌ی داده شده آشنا شود.

۲ـ دانش‌آموز بررسی کند آیا می‌توان نمودارهای عددیِ دیگری درست کرد که رابطه‌ی بین آن‌ها ضرب و تقسیم نبوده و عددها با استفاده از جمع و یا تفریق به هم مربوط شوند.

فعالیت‌های موازی:

۱ـ اعداد ۱ تا n (تعداد دانش‌آموزان کلاس) را روی کاغذهای کوچک نوشته بین دانش‌آموزان توزیع کنید. از آن‌ها بخواهید مقسومٌ‌علیه‌های عدد خود را بنویسند و تعداد مقسومٌ‌علیه‌ها را مشخص کنند. سپس گروه‌بندی شوند به‌طوری که در هر گروه افرادی قرار بگیرند که تعداد مقسومٌ‌علیه‌های آن‌ها برابر است و دانش‌آموزان باید برای عددها یک طبقه‌بندی ارائه کنند یا الگوهایی را کشف کنند.

سپس گروهی را که تعداد مقسومٌ‌علیه‌های عدد آن‌ها ۲ است به عنوان اعداد اوّل معرفی کنید.

۲ـ برای به‌خاطر سپردن اعداد اول توسط دانش‌آموزان می‌توانید بازی هپ را برای عددهای اول اجرا کنید به‌گونه‌ای که دانش‌آموزان از یک گوشه‌ی کلاس شمارش را آغاز کنند. هر فرد که به یک عدد اول رسید به‌جای بیان عدد اول «هپ» خواهد گفت، در صورت اشتباه، فرد از بازی خارج می‌شود این بازی می‌تواند تا باقی ماندن فقط یک نفر ادامه پیدا کند.

فعالیت خارج از کلاس:

تحقیق درباره‌ی تاریخچه‌ی معرفی اعداد اول یک فعالیت خوب خارج از کلاس خواهد بود و همچنین طراحی تمرین‌هایی مشابه تمرین ۳ کار در کلاس هم باعث بروز خلاقیت‌هایی از طرف دانش‌آموزان خواهد شد. (طراحی نمودارها با قانون‌ها و دستورالعمل‌های متفاوت)

توسعه:

طرح عبارت‌ها و معادلاتی که عددهای اول را تولید می‌کنند و پیدا کردن اشکالات آن‌ها و همچنین نامتناهی بودن مجموعه‌ی اعداد اول و پیدا کردن عدد اول بزرگ مثل ۴ یا ۵ رقمی از جمله مواردی است که می‌توان در کلاس بررسی کرد.

انجام فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان را به سمت تشخیص و تعیین اول بودن یک عدد هدایت کند، مفاهیم این درس را تعمیق می‌بخشد ؛ (مثل فعالیت طرح شده در کار با تکنولوژی).

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

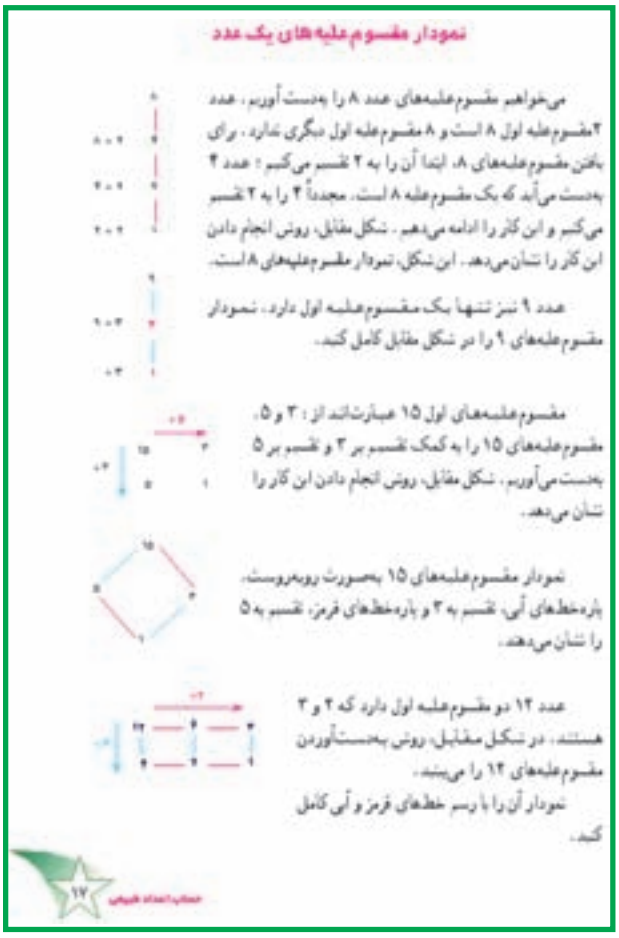
۱ــ دانش‌آموزان از ماشین‌حساب می‌توانند در انجام فعالیت ۱ برای تولید اعداد بزرگ استفاده کنند.

۲ــ از دانش‌آموزان خواسته شود با کمترین تعداد تقسیم، به کمک ماشین‌حساب، در مورد اول بودن یا نبودن اعداد مثلاً ۱۴۳ یا ۲۵۷ اظهارنظر نمایند. استدلال‌های مطرح شده توسط دانش‌آموزان بسیار پراهمیت و بررسی آن مورد تأکید است.

تلفیق با سایر دروس:

طرح پیشنهاد شده در قسمت ایجاد انگیزه می‌تواند در کلاس به بحث گذاشته شود و تشابه عدد اول در ریاضی با عناصر در شیمی با حروف در فارسی و... بررسی شود ؛ مثال‌های دیگر توسط خود دانش‌آموزان بیان گردد.

یادداشت معلم


نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد

می‌خواهیم مقسوم‌علیه‌های عدد ۸ را به‌دست آوریم. عدد ۲ مقسوم‌علیه اول ۸ است و ۸ مقسوم‌علیه اول دیگری ندارد. برای یافتن مقسوم‌علیه‌های ۸، ابتدا آن را به ۲ تقسیم می‌کنیم؛ عدد ۴ به‌دست می‌آید که یک مقسوم‌علیه ۸ است. مجدداً ۴ را به ۲ تقسیم می‌کنیم و این کار را ادامه می‌دهیم. شکل مقابل، روشی انجام دادن این کار را نشان می‌دهد. این شکل، نمودار مقسوم‌علیه‌های ۸ است.

عدد ۹ نیز تنها یک مقسوم‌علیه اول دارد. نمودار مقسوم‌علیه‌های ۹ را در شکل مقابل کامل کنید.

مقسوم‌علیه‌های اول ۱۵ عبارت‌اند از: ۳ و ۵. مقسوم‌علیه‌های ۱۵ را به کمک تقسیم بر ۳ و تقسیم بر ۵ به‌دست می‌آوریم. شکل مقابل، روشی انجام دادن این کار را نشان می‌دهد.

نمودار مقسوم‌علیه‌های ۱۵ به‌صورت روبه‌روست. پاره‌خط‌های آبی، تقسیم به ۳ و پاره‌خط‌های قرمز، تقسیم به ۵ را نشان می‌دهد.

عدد ۱۲ دو مقسوم‌علیه اول دارد که ۲ و ۳ هستند. در شکل مقابل، روشی به‌دست‌آوردن مقسوم‌علیه‌های ۱۲ را می‌بینید.

نمودار آن را با رسم خط‌های قرمز و آبی کامل کنید.

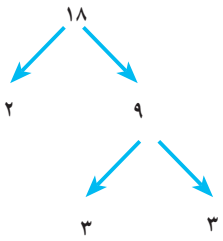
۷۲

حساب، اعداد طبیعی

نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ می‌توانید با یک نمودار درختی وارد کلاس شوید و درباره‌ی اطلاعات جدیدی که می‌توان از آن به‌دست آورد با دانش‌آموزان بحث کنید. نموداری مثل



نشان می‌دهد که مقسوم‌علیه‌های اول ۱۸ عددهای ۲ و ۳ هستند.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید تمام مقسوم‌علیه‌های عدد ۷۲ را بنویسند و در گروه خود، بررسی کنند. احتمالاً اعدادی از قلم خواهند افتاد که همین امر نیاز به روشی برای پیدا کردن همه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد را نشان می‌دهد.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید مقسوم‌علیه اول عدد ۸ را بگویند، سپس روی تخته شروع به رسم نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۸ کنید و روش آن‌را توضیح دهید.

می‌توانید بعد از توضیح از تمام دانش‌آموزان کلاس بخواهید نمودار ۱۶ یا ۲۵ را به همین ترتیب رسم کنند، سپس از آن‌ها بخواهید متن درس را به دقت مطالعه کنند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند، بعد از بحث در مورد این سؤالات از آن‌ها بخواهید نمودار چند عدد مثلاً ۳۲، ۲۵، ۵۰ و... را رسم و پس از آن کار در کلاس مربوط را به دقت حل کنند.

هدف کار در کلاس:

در سؤال ۴ هدف استفاده از نمودارهای سؤال قبلی است لذا حتماً در پاسخ دادن به این سؤال از دانش‌آموزان خواسته شود که در این مورد توضیح دهند.

همچنین به استفاده‌ی درست از نمادهای مجموعه در نوشتن پاسخ توجه کنید.

پیدا کردن نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد از روی نمودار عددی دیگر در این کار در کلاس آموزش داده می‌شود. همچنین در این قسمت می‌توان به مقسوم‌علیه‌های مشترک دو عدد روی نمودار اشاره کرد تا برای درس بعد زمینه‌سازی شود.

فعالیت خارج از کلاس:

رسم نمودار اعداد بزرگ به کمک ماشین‌حساب و نصب آن بر دیوار کلاس، می‌تواند نکات جالبی را در ذهن دانش‌آموزان ایجاد کند این فعالیت را به دانش‌آموزان خود پیشنهاد کنید.

ساخت نمودار مقسوم‌علیه اعداد به سه مقسوم‌علیه اول علاوه بر جذابیت یک کاردستی خوب برای به تفکر وادار کردن دانش‌آموزان است و تصور ذهنی خوبی به آن‌ها خواهد داد.

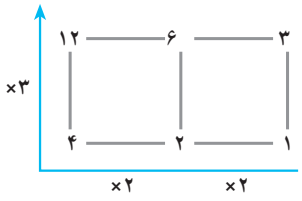
توسعه:

بررسی نمودار سه‌بُعدی (نمودار عددهایی که سه مقسوم‌علیه

اول دارند)، پیش‌بینی ابعاد نمودار مقسومٌ‌علیه یک عدد قبل از رسم به کمک استدلال پیش‌بینی تعداد مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد، کشف روابط و الگوهای موجود در اعداد یک نمودار و پیش‌بینی محلّ قرار گرفتن یک عدد در نمودار عدد دیگر، مثلاً محل قرار گرفتن ۱۰۰ در نمودار ۱۰۰۰۰ می‌تواند مسیرهای خوبی برای توسعه‌ی این مطلب باشد.

با استفاده از نمودار می‌توان عددها را تجزیه کرد. برای این کار می‌توان یک مسیر را از عدد یک برای رسیدن به عدد موردنظر، انتخاب کرد و ضرب‌های مربوط به آن را نوشت. به مثال زیر و مسیر انتخاب شده توجه کنید :

$$۱۲=۱\times۲\times۲\times۳$$



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین‌حساب، یک عدد معرفی کنند که نمودار آن ۴ در ۵ باشد و مقسومٌ‌علیه‌های اول آن ۵ و ۷ باشند، (مسئله ۲ جواب دارد که بحث آن در کلاس شیرین خواهد بود). رسم نمودارهایی چنین در گروه به کمک ماشین‌حساب درک خوبی از این مطلب ایجاد خواهد کرد.

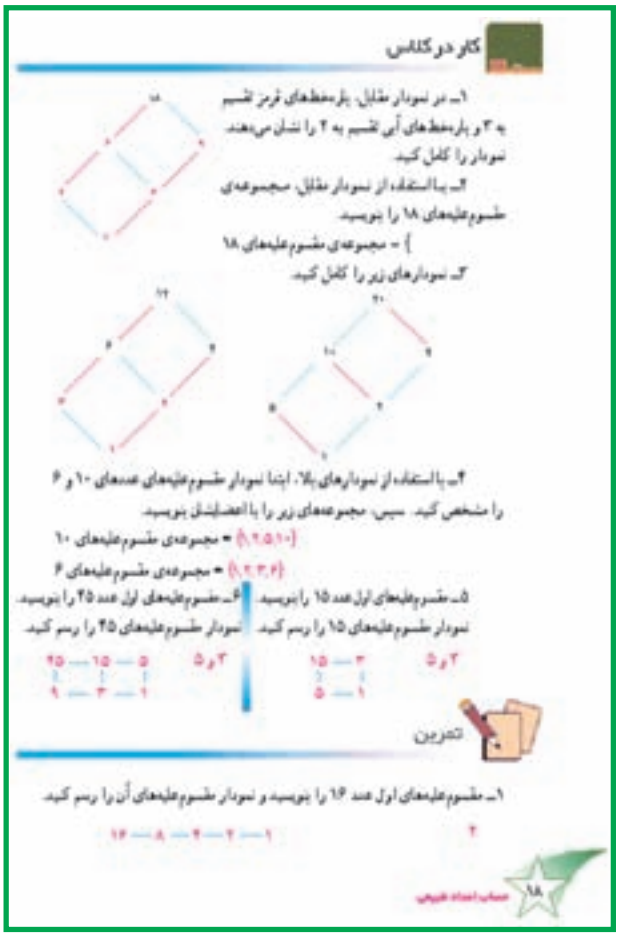
فعالیت موازی:

در صورت داشتن فرصت مناسب، می‌توانید دانش‌آموزان را به حیاط مدرسه برده و برای آن‌ها مسابقه‌ی زیر را برگزار کنید :

ــ تعداد زیادی از ارقام ۰ تا ۹ را روی کاغذ بریده و در گوشه‌ای مرتب قرار دهید.

ــ دانش‌آموزان را گروه‌بندی کنید و برای هر گروه، یک نفر رابط تعیین کنید.

ــ عددی را به کلاس معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید نمودار آن‌را در مقابل گروه خود، روی زمین بدون خط‌های اتصال و به



کمک ارقام آماده شده ایجاد کنند.

ــ توجه داشته باشید که برای ایجاد یک نظم نسبی، خودتان در کنار بانک ارقام بایستید و دقت کنید که اولاً فقط رابطین گروه‌ها حق برداشت دارند و ثانیاً در هر برداشت فقط ۵ رقم می‌توان برداشت.

ــ گروهی که سریع‌تر این نمودار را آماده کند، برنده است.

این بازی تصور عینی خوبی از نمودار مقسومٌ‌علیه در ذهن دانش‌آموز باقی می‌گذارد.

توصیه‌های آموزشی:

سعی کنید در حلّ مسئله‌ی اول راهبرد رسم شکل و درمسئله‌ی دوم راهبرد زیر مسئله برای دانش‌آموزان روشن گردد. از آن‌ها بخواهید مسیر فکری خود را برای حل این مسائل بازگو کنند.

روش‌های مختلف حلّ مسئله در صورت ارائه، جدی گرفته شود و مورد تشویق قرار گیرد.

۴ـ مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۲۱ را بنویسید و نمودار مقسوم‌علیه‌های آن را رسم کنید. ۲،۰۷
۵ـ مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۲۴ را بنویسید و نمودار مقسوم‌علیه‌های آن را رسم کنید. ۲،۰۹
۶ـ عدد ۳۶ را در نظر بگیرید. مقسوم‌علیه‌های اول ۳۶، عددهای ۲ و ۳ هستند.
الف ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۳۶ را بنویسید. [۱،۲،۳،۴،۶،۹،۱۲،۱۸،۳۶]
ب ـ نمودار مقسوم‌علیه‌های ۶ را در داخل نمودار بیابید.
پ ـ نمودار مقسوم‌علیه‌های ۱۲ را در داخل نمودار بیابید.
ت ـ نمودار مقسوم‌علیه‌های ۱۸ را در داخل نمودار بیابید.
ث ـ نمودار مقسوم‌علیه‌های کدام عددها را می‌توانیم از این نمودار بیابید؟ عددی مقسوم‌علیه‌های ۳۶، ۱۸، ۱۲، ۶

نمودار مقسوم‌علیه‌های ۳۶

حل مسئله

۱ـ در یک بادکان، فرمانده از سربازان خود می‌خواهد برای رژه‌رفتن تمرین کنند. شرط او برای یک گروه ۱۲ نفره از سربازان این است که ستون‌ها و ردیف‌های رژه را طوری طراحی کنند که یک مستطیل درست شود. برای مثال در زیر یکی از آرایش‌های مستطیل شکل یک گروه ۶ نفره مشخص شده است.

این گروه ۱۲ نفره در چند نوع آرایش مستطیل شکل می‌توانند تمرین کنند؟ ۲ نوع
۲ـ در کلاسی ۲ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توانیم به گروه‌هایی با تعداد اعضای برابر و بیش‌تر از ۲ نفر و کم‌تر از ۷ نفر تقسیم کنیم؟ ۳ حالت

۱۹

در مسئله‌ی اول منظور از آرایش‌های مستطیل شکل این است که تعداد سربازان را با ضرب طول و عرض مستطیل بیان کرد لذا آرایش ۶ × ۱ درواقع، یک آرایش مستطیل شکل قابل‌قبول (۶×۱) می‌باشد. هم‌چنین در این مسئله قرار گرفتن سربازان به شکل زیر یک آرایش مطلوب محسوب نخواهد شد. چون تعداد سربازان از ضرب طول و عرض به‌دست نمی‌آید.

هدف این مسئله درواقع، رسیدن به مفهوم مقسومٌ‌علیه یک عدد از زاویه‌ای دیگر است.

یادداشت معلم

بزرگ‌ترین مقسوم‌ٌعلیه مشترک دو عدد

ایجاد انگیزه کنید:

می‌توانید یک سری نوشته روی برگه از علائم اختصاری مثل نزاجا، نداجا، ناجا و ب.م.م و ک.م.م و ... را در دیوار کلاس نصب کنید. با طراحی سؤال‌های مختلف توجه دانش‌آموزان را به آن‌ها جلب کنید.

هدف فعالیت:

هدف فعالیت احساس نیاز دانش‌آموزان به مفهوم مقسوم‌ٌعلیه مشترک دو عدد است و توجه به این نکته که بزرگ‌ترین این مقسوم‌ٌعلیه‌های مشترک می‌تواند در بسیاری از انتخاب‌ها بهترین گزینه باشد. (البته این مطلب در ادامه‌ی فعالیت طرح خواهد شد.)

توصیه‌های آموزشی:

اگر مدرسه‌ی شما کلاس‌هایی دارد که اعداد آن مناسب این مسئله هستند می‌توانید با اعداد واقعی، مسئله را دنبال کنید تا برای دانش‌آموزان موضوع عینی‌تر گردد.

شروع کنید:

این فعالیت به‌صورت فردی حل گردد و در گروه به بحث گذاشته شود.

توجه داشته باشید که مقسوم‌ٌعلیه‌های ۳۰ و ۳۶ حتماً در قسمت الف و ب سؤال نوشته شده باشند و سپس اعضای مشترک آن دو قسمت مجدداً نوشته شود. (اگر کسی این اعداد را به صورت مجموعه‌ی ریاضی نوشت مورد تشویق قرار گیرد تا دیگران هم به رعایت این نکته ترغیب شوند.)

در پایان از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های مشابه دیگری طرح کنند و به بحث بگذارند.

بپرسید!

از دانش‌آموزان بخواهید با نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌ٌعلیه‌های ۶ و ۹، مجموعه‌ی مقسوم‌ٌعلیه‌های مشترک این دو عدد را بنویسند. اگر احساس کردید که عموم کلاس در ارائه‌ی راه کمی مشکل دارند یکی از دانش‌آموزان، داوطلبانه

بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد

فعالیت

دانش‌آموزان سال اول راهنمایی یک مدرسه می‌خواهند به اردو بروند. آن‌ها تصمیم گرفته‌اند که در اردو جفتر بزنند و در دسته‌های مساوی از جفترها استفاده کنند. کلاس اول الف ۳۰ نفر دانش‌آموز دارد. این کلاس را به دسته‌های چند نفره می‌توان تقسیم کرد؟ ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

کلاس اول ب نیز ۳۶ دانش‌آموز دارد. این کلاس را به دسته‌های چند نفره می‌توانیم تقسیم کنیم؟ ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

اگر مسئولان مدرسه بخواهند برای هر دو کلاس یک نوع جفتر تهیه کنند، بهتر است جفترها چند نفره باشند؟ ۲، ۳، ۶

عدد ۶ به هر یک از اعداد ۱، ۲، ۳ و ۶ بخش‌پذیر است. اعداد ۱، ۲، ۳ و ۶ مقسوم‌علیه‌های ۶ هستند. به همین ترتیب، مقسوم‌علیه‌های ۹ عبارت‌اند از: ۱، ۳ و ۹؛ بنابراین

مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۶ = {۱، ۲، ۳، ۶}

مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۹ = {۱، ۳، ۹}

هرکدام از اعداد ۱ و ۳، هم مقسوم‌علیه ۶ و هم مقسوم‌علیه ۹ است. این اعداد، مقسوم‌علیه‌های مشترک ۶ و ۹ هستند.

مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۶ و ۹ = {۱، ۳}

۳۰

مسئله را روی تخته حل نماید و پس از خواندن متن درس، از آن‌ها بخواهید به دقت کار در کلاس را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

سؤال‌های این کار در کلاس به منظور تمرین پیداکردن مقسوم‌ٌعلیه‌های مشترک دو عدد از راه نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌ٌعلیه‌ها تهیه شده است.

هدف فعالیت:

این فعالیت تکمیل‌کننده فعالیت اول است و به‌مفهوم بزرگ‌ترین مقسوم‌ٌعلیه مشترک دو عدد تأکید دارد.

ادامه دهید:

این فعالیت در ادامه‌ی فعالیت اول است. هدف آن رسیدن به مقسوم بزرگ‌ترین مقسوم‌ٌعلیه مشترک است. توضیحات دانش‌آموز یا گروه‌های مختلف کلاس را بشنوید و بحث را به

کار در کلاس

۱ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۴ را بنویسید. {۱،۲،۷،۱۴}

۲ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۱ را بنویسید. {۱،۳،۷،۲۱}

۳ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک عددهای ۱۴ و ۲۱ را بنویسید. {۱،۷}

۴ـ تساوی‌های زیر را کامل کنید.

{۱،۲،۴،۸،۱۶} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۶

{۱،۲،۳،۶،۹،۱۲} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲

{۱،۲} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۱۶

فعالیت

در مسئله‌ی صفحه‌ی قبل، اگر دانش‌آموزان از جاقرص‌هایی که ظرفیت آن‌ها بیش‌تر است استفاده کنند، قیمت تمام‌شده‌ی جاقرص‌ها کم‌تر می‌شود؛ بنابراین، خرید کدام جاقرص چه نفع بهتر و به‌صرفه‌تر است؟ ۶ نفره

دو عدد ۸ و ۱۲ را در نظر می‌گیریم، می‌دانیم که

{۱،۲،۴،۸} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۸

{۱،۲،۳،۴،۶،۱۲} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲

است؛ بنابراین

{۱،۲،۴} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۸ و ۱۲

همان‌طور که می‌بینید، ۴ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۸ و ۱۲ است؛ یعنی، عدد ۴ بزرگ‌ترین عددی است که اگر ۸ و ۱۲ را بر آن تقسیم کنیم، باقی‌مانده‌ی هر دو تقسیم، صفر می‌شود.

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۸ و ۱۲ را به‌صورت ۱۲ ⊓ ۸ می‌نویسیم. پس

۸ ⊓ ۱۲ = ۴

گاهی عبارت «بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک» را کوتاه می‌کنند و به‌صورت «ب.م.م» می‌نویسند.

۲۱

کار در کلاس

۱ـ الف ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۰ را بنویسید. {۱،۲،۵،۱۰}

ب ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۶ را بنویسید. {۱،۲،۳،۶}

پ ـ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک دو عدد ۱۰ و ۶ را بنویسید. {۱،۲}

ت ـ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۰ و ۶ را پیدا کنید و تساوی زیر را کامل کنید.

۱۰ ⊓ ۶ = ۲

۲ـ تساوی‌های زیر را کامل کنید.

{۱،۲،۳،۴،۶،۱۲} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲

{۱،۲،۳،۶،۹،۱۸} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۸

{۱،۲،۳،۶} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۱۸

۱۲ ⊓ ۱۸ = ۶

فعالیت

به نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۳۶ در شکل مقابل توجه کنید.

نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۸ مشخص شده است.

نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲ را مشخص کنید.

کدام قسمت نمودار، مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۱۸ را نشان می‌دهد؟

ب ـ م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ چه عددی است؟ ۶

چگونه می‌توان به کمک نمودار، ب.م.م دو عدد را پیدا کرد؟ توضیح دهید.

روش تعیین بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد

می‌خواهیم بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۲ و ۲۰ را تعیین کنیم، می‌دانیم که

{۱،۲،۳،۴،۶،۱۲} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲

{۱،۲،۴،۵،۱۰،۲۰} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۰

{۱،۲،۴} = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۲۰

۲۲

سمت مفهوم ب.م.م هدایت کنید. عبارت بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک را روی تخته بنویسید و حروف ابتدای سه کلمه را رنگی کنید. نماد ⊓ را ضمن خواندن متن درس معرفی کنید. از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

این سؤال‌ها برای تمرین پیداکردن بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد از روش مجموعه‌ها است.

توصیه‌های آموزشی:

تصحیح این «کار در کلاس» می‌تواند به‌صورت گروهی توسط خود دانش‌آموزان انجام شود؛ البته برای این کار گفتن تذکراتی مانند: تمیز نگه‌داشتن کتاب دیگران، دقت در اظهارنظر درباره‌ی پاسخ دوستان و رعایت انصاف ضروری به‌نظر می‌رسد.

توجه داشته باشید که روش نوشتن مجموعه‌ها برای پیدا کردن ب.م.م دو عدد یک روش بسیار خوب و قابل قبول است که مفهوم ب.م.م را به‌خوبی نمایان می‌کند و برای حلّ مسائل روش خوبی به‌نظر می‌آید. اما همیشه برای محاسبه‌ی ب.م.م دو عدد کارایی ندارد و روش‌های بعدی مثل روش نردبانی سریع‌تر به جواب می‌رسد.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، پیدا کردن روشی برای تعیین ب.م.م به کمک نمودار مقسومٌ‌علیه است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید با دقت متن فعالیت را بخوانند و به سؤال آن پاسخ دهند. برای پیدا کردن ب.م.م به کمک نمودار فرضیه سازی کنند و روش پیشنهادی خود را برای چند عدد دیگر، امتحان کرده و بعد از اطمینان از درستی روش خود آن را برای گروه و کلاس اعلام کنند.

بپرسید!

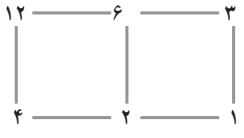
از دانش‌آموزان بپرسید ب.م.م چه اعداد دیگری را به کمک این نمودار می‌توانند پیدا کنند. بحث در مورد این سؤال به تعمیق مفهوم و روش کمک می‌کند.

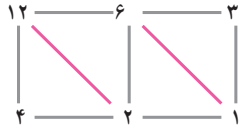
توسعه:

پیدا کردن عددی که با رسم نمودار مقسومٌ علیه‌های آن بتوان ب.م.م دو عدد را به‌دست آورد و یا ایجاد مهارت محاسبه‌ی ذهنی ب.م.م برای دو عدد کوچک، پیدا کردن ب.م.م سه عدد و حلّ مسئله‌هایی که به مفهوم ب.م.م مربوط می‌شوند، مسیرهای خوبی برای توسعه هستند.

طرح سؤال‌هایی مثل دو عدد سه‌رقمی پیدا کنید که ب.م.م آن‌ها ۸ باشد می‌تواند دانش‌آموزان را به تفکر وادار کند.

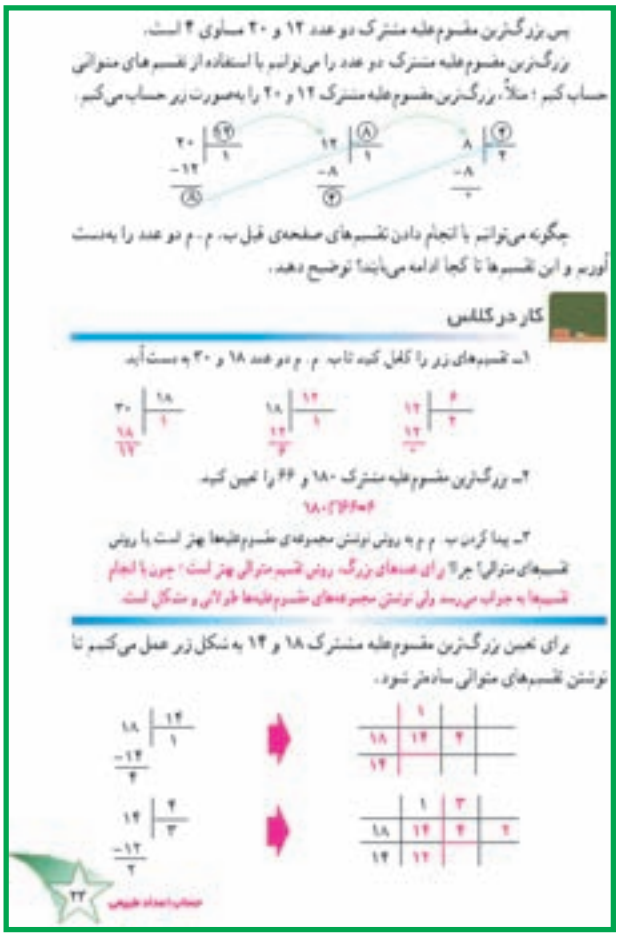
هم‌چنین می‌توان روی نمودار عددهایی که به هم بخش‌پذیر را مشخص کرده و ب.م.م آن‌ها را تعیین کنند؛ برای مثال، در نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲ دو عدد ۶ و ۲ به هم بخش‌پذیرند و ب.م.م آن‌ها ۲ می‌شود. عددهای به هم بخش‌پذیر روی یک خط قرار می‌گیرند. عددهای ۲ و ۱۲ به هم بخش‌پذیر آن‌ها هم روی یک خط هستند. همان‌طور که دو عدد ۱ و ۶ روی یک خط هستند. این خط‌ها، خط‌های تقسیم بر ۶ است. اما از آن‌جا که در نمودار تقسیم بر عددهای اول را رسم می‌کردیم این خط‌ها کشیده نمی‌شدند. در نمودار بالا چه خط‌های دیگری رسم نشده‌اند؟





استفاده از ابزار و تکنولوژی:

دو عدد بزرگ، مثلاً عدد سه رقمی را در کلاس اعلام کنید. از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب به هر روشی که می‌خواهند بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک آن‌ها را به‌دست آورند. روش‌های مختلف را در کلاس به بحث بگذارید.



پس بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۱۲ و ۲۰ مساوی ۴ است.

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد را می‌توانیم با استفاده از تقسیم‌های متوالی حساب کنیم؛ مثلاً، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۲ و ۲۰ را به‌صورت زیر حساب می‌کنیم.

چگونه می‌توانیم با انجام دادن تقسیم‌های صفحه‌ی قبل ب.م.م دو عدد را به‌دست آوریم و این تقسیم‌ها تا کجا ادامه می‌یابند؟ توضیح دهید.

کار در کلاس

۱ـ تقسیم‌های زیر را کامل کنید تا ب.م.م دو عدد ۱۸ و ۳۰ به‌دست آید.

۲ـ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۸۰ و ۶۶ را تعیین کنید.

۳ـ پیدا کردن ب.م.م به روش نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌ها چه است یا روش تقسیم‌های متوالی؟ چرا؟ برای عددهای بزرگ، روش تقسیم متوالی بهتر است؛ چون با انجام تقسیم‌ها به جواب می‌رسد ولی نوشتن مجموعه‌های مقسوم‌علیه‌ها طولانی و مشکل است.

برای تعیین بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۸ و ۱۴ به شکل زیر عمل می‌کنیم تا نوشتن تقسیم‌های متوالی ساده‌تر شود.

۲۲ حساب اعداد طبیعی

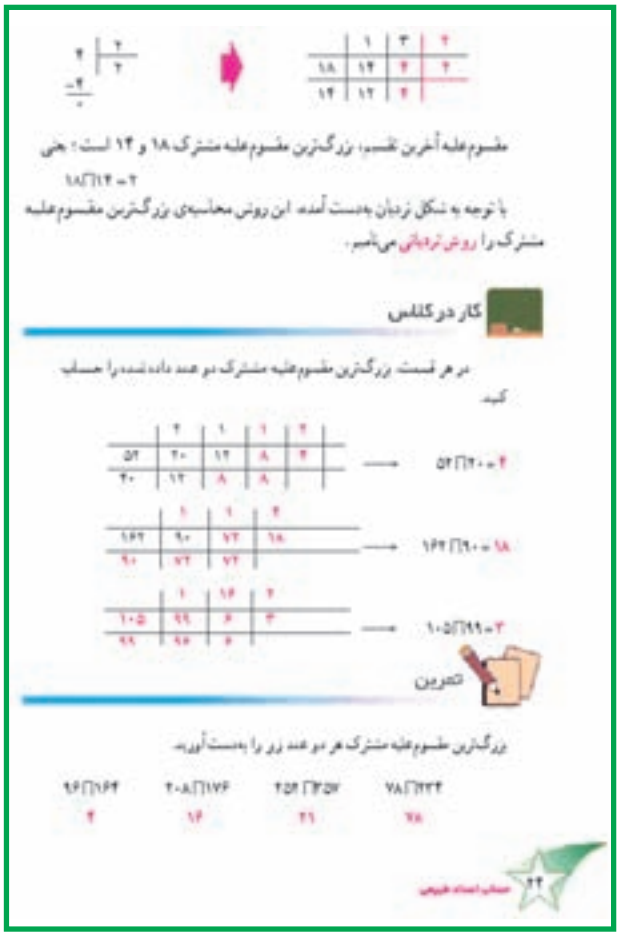
روش تعیین بزرگ‌ترین مقسومٌ‌علیه مشترک دو عدد

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید ب.م.م دو عدد بزرگ‌تر از ۱۰۰ مثل ۱۴۴ و ۱۰۸ را به کمک روش مجموعه‌ها به‌دست آورند. هدف این کار ایجاد احساس نیاز به یک روش سریع برای محاسبه‌ی ب.م.م است. زمانی که این احساس به‌وجود آمد پاسخ دادن به این سؤال را متوقف نمایید تا برای دانش‌آموزان این فعالیت خسته‌کننده نشود.

شروع کنید:

متن درس را بخوانید و با روش مجموعه‌ها ب.م.م دو عدد ۱۲ و ۲۰ را تعیین و سپس روش تقسیم متوالی را برای دو عدد ۲۰ و ۱۲ روی تخته اجرا و فلش‌های مربوط را با گچ‌های رنگی رسم کنید.



بدون توضیح از دانش‌آموزان بخواهید روش را بیان کنند. سپس شما روش را جمع‌بندی کرده، سؤال مطرح شده در پایان متن کتاب را به بحث بگذارید. می‌توان برای حصول اطمینان، مثال دیگری نیز به کمک دانش‌آموزان روی تخته حل کرد. حل کار در کلاس مرحله‌ی بعدی کار خواهد بود.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۳ کار در کلاس، هدف مقایسه‌ی دو روش است. بررسی این نکته که در چه مواقعی باید از روش مجموعه‌ها مسائل را حل کرد و چه زمانی از روش تقسیم متوالی حل کردن مسئله ساده‌تر است، توجه داشته باشید که در پاسخ دادن به این سؤال نباید شما نقش خود را پررنگ کنید. حتی در نوشتن دلیل و جواب سؤال دانش‌آموزان باید از انشای خود استفاده کنید.

ادامه دهید:

بعد از اطمینان از درک این روش، طریقه‌ی نوشتن تقسیم‌ها را به روش نردبانی به دانش‌آموزان ارائه کنید. متن کتاب به این دلیل در سه مرحله نوشته شده است تا نحوه‌ی نوشتن تقسیم‌ها در هر مرحله در نردبان مشخص شود.

از دانش‌آموزان بخواهید توضیح دهند که در هر ردیف چه چیزی نوشته خواهد شد.

مسابقه‌ی سرعت عمل در پدید آوردن ب.م.م دو عدد می‌تواند برای تثبیت یادگیری و شور و حال بخشیدن به کلاس مفید باشد.

توصیه‌های آموزشی:

روش نردبانی وسیله‌ای برای محاسبه‌ی ب.م.م است و نباید خود به‌عنوان هدف اصلی طرح شود. بنابراین تأکید بیش از حد بر تمرین‌هایی مانند کامل کردن نردبان و پیدا کردن عددهای داخلی آن، وقتی عدد ب.م.م مشخص است توصیه نمی‌شود.

در صورتی که دانش‌آموزی ب.م.م را با انجام تقسیم‌های متوالی سریع‌تر و راحت‌تر انجام می‌دهد، نباید بر استفاده از روش نردبانی اصرار کرد.

ادامه دهید:

بعد از پایان بررسی کار در کلاس و اطمینان از این‌که همه روش مورد نظر را یاد گرفته‌اند از آن‌ها بخواهید تمرین‌های درس را به کمک این روش، در دفتر حل کنند و مسائل مربوطه را با انتخاب راهبرد مناسب پاسخ دهند. بحث درباره‌ی نحوه‌ی حل مسئله و بیان راهبردهای آن، بسیار موردتوجه است. از دانش‌آموزان بخواهید درباره‌ی این مطلب، خود مسائلی طرح کنند و به کلاس بیاورند.

توسعه:

بررسی علت درستی روش نردبانی و تقسیم‌های متوالی مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مطلب است. همچنین می‌توانید در پیدا کردن ب.م.م چند عدد روش نردبانی را تعمیم دهید.

حل مسئله

۱ـ می‌خواهیم ۱۲ لیتر شیر را پیمانه کنیم؛ به‌طوری‌که هر بار پیمانه کاملاً پر و سپس خالی شود. با کدام یک از پیمانه‌های ۱ لیتری، ۲ لیتری، ۳ لیتری و... می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟ ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۲ـ دو ظرف به گنجایش ۱۲ لیتر و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم هر دو ظرف را فقط با استفاده از یکی از پیمانه‌های تمرین ۱، از مایع پر کنیم؛ به شرطی که همه‌ی محتوای پیمانه را در هر بار در ظرف‌ها خالی کنیم. از کدام پیمانه‌ها می‌توانیم استفاده کنیم؟ بزرگ‌ترین پیمانه‌ای که می‌توانیم به کار ببریم، کدام است؟ ۱، ۲، ۳، ۶

۳ـ می‌خواهیم مستطیلی به ابعاد ۱۲ و ۱۶ سانتی‌متر را با کاغذهای مربع شکل که اندازه‌ی ضلع آن‌ها عددی طبیعی است، بپوشانیم. اندازه‌ی ضلع مربع چه عددهایی می‌تواند باشد؟ ۱، ۲، ۴

با استفاده از کدام یک از این عددها تعداد مربع‌ها به کمترین حد خواهد رسید؟ ۴

۲۵ حساب اعداد طبیعی

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

طرح یک مسابقه برای پیدا کردن ب.م.م برای دو گروه، با ماشین حساب و بدون ماشین حساب، جذابیت خاصی در کلاس ایجاد خواهد کرد. بعد از این مسابقه بحث کنید که آیا ماشین حساب در حلّ همه‌ی مسائل مفید خواهد بود یا خیر؟

این مسابقه می‌تواند یک بار برای عددهای بزرگ سه‌رقمی و دو رقمی باشد و بار دیگر برای محاسبات ذهنی (اعداد کوچک) اجرا شود و نتایج به‌دست آمده بررسی گردد.

توصیه‌های آموزشی:

به هنگام بررسی مسائل، از دانش‌آموزان بخواهید خواسته‌ها و داده‌های مسئله را کاملاً از هم تفکیک کنند و صورت مسئله را به‌طور دقیق توضیح دهند. از آن‌ها بخواهید علت بیان شرط‌های مسئله را برای کلاس توضیح دهند؛ مثلاً بگویند چرا در مسئله‌های ۱ و ۲ عبارت «کاملاً پر و خالی می‌کنیم» بیان شده است؛ اگر این جمله‌ها گفته نمی‌شد، مسئله چه اشکالی پیدا می‌کرد. درباره‌ی عبارت «کم‌ترین حد» در مسئله‌ی ۳ نیز بحث و توجه دانش‌آموزان را به آن جلب کنید.

یادداشت معلم

مضرب

موضوعات در یک نگاه

ابتدا مضرب‌های طبیعی یک عدد تعریف می‌شوند، سپس ضمن طرح مفهوم مضرب مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد نحوه‌ی محاسبه‌ی ک.م.م از روش مجموعه‌ها و همچنین با استفاده از رابطه‌ی بین ب.م.م و ک.م.م آموزش داده می‌شود. در پایان کاربردهای مفهوم‌های مضرب و مضرب‌مشترک و ک.م.م با حلّ مسائل تا حدودی تبیین می‌شود.

اهداف

در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ مفهوم مضرب طبیعی یک عدد را درک کرده و مضرب‌های طبیعی یک عدد را با استفاده از مجموعه نمایش دهد.

۲ــ رابطه‌ی بین مضرب و مقسومٌ‌علیه را با مثال بیان کند.

۳ــ مضرب‌های مشترک دو عدد را به‌صورت مجموعه نمایش دهد.

۴ــ مفهوم کوچک‌ترین مضرب مشترک را درک کرده و با روش‌های مختلف آن‌را پیدا کند.

۵ ــ کوچک‌ترین مضرب مشترک عددهای کمتر از ۱۰۰ را به‌صورت ذهنی پیدا کند.

۶ ــ مفاهیم مربوط به مضرب و مضرب مشترک را در حلّ مسائل به‌کار برد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ هشتمین مضرب ۱۵ چندمین مضرب ۲۰ است؟

۲ــ مجموعه‌ی زیر چند عضو دارد؟ توضیح دهید.

$\{۳,۶,۹,\cdots,۱۰۸\}$

۳ــ عدد ۹۳۶ یکی از مضرب‌های عدد ۹ است. مضرب بعدی و قبلی آن را بنویسید.

۴ــ ۴ مضرب مشترک برای ۱۶ و ۱۸ بنویسید.

۵ــ ک.م.م دو عدد که حاصل ضرب آن‌ها ۲۹۴ است، ۴۲ می‌باشد. ب.م.م این دو عدد چند است؟

۶ــ اگر دو عدد برهم بخش‌پذیر باشند، ب.م.م و ک.م.م آن دو عدد را چگونه می‌توان پیدا کرد؟

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث مضرب

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
مضرب‌های طبیعی یک عدد	۲۶ ۲۷	مضرب طبیعی یک عدد	ـ مفهوم مضرب طبیعی یک عدد را درک کند. ـ مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی یک عدد را بنویسد. ـ چندمین مضرب طبیعی یک عدد را به‌دست آورد. ـ مضرب‌های یک عدد را تشخیص دهد.	ـ انجام فعالیت برای درک و نوشتن مضرب‌های طبیعی یک عدد ـ انجام کار در کلاس برای پیدا کردن مضارب مختلف یک عدد	ـ	مضرب طبیعی مضرب
کوچک‌ترین مضرب مشترک	۲۷ ۲۸	ـ مضرب مشترک ـ کوچک‌ترین مضرب مشترک	ـ مفهوم مضرب مشترک و ک.م.م را درک کند. ـ ک.م.م دو عدد را با روش مجموعه، مضرب‌ها را به‌دست آورد.	ـ انجام فعالیت برای درک مفهوم مضرب مشترک و ک.م.م ـ انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن ک.م.م با روش مجموعه	ـ	مضرب مشترک کوچک‌ترین مضرب‌مشترک ک.م.م
روش تعیین کوچک‌ترین مضرب‌مشترک	۲۸ ۲۹ ۳۰	ـ رابطه‌ی بین ک.م.م و ب.م.م دو عدد	ـ با استفاده از رابطه‌ی بین ک.م.م و ب.م.م دو عدد، ک.م.م را پیدا کند. ـ ک.م.م دو عدد کمتر از ۱۰۰ را به صورت ذهنی حساب کند. ـ مفاهیم مضرب و ک.م.م را در حلّ مسائل به‌کار برد.	ـ انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از رابطه‌ی بین ک.م.م و ب.م.م	ـ	ـ

مضرب

مضرب‌های طبیعی یک عدد

فعالیت

جهنده‌های ملخی و خرگوشی از مربع آمده‌اند. جهنده‌ی ملخی ۵ متر و جهنده‌ی خرگوشی ۶ متر می‌پرد. اگر هر دو از نقطه‌ی صفر شروع به جهش کنند، در چه نقاطی به زمین می‌خورند و دوباره جهش می‌کنند؟ جدول زیر را کامل کنید.

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	...
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	...
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰	...

اعداد ردیف دوم جدول، از ضرب ۵ در ۱، ۲، ... به‌دست می‌آیند. این اعداد، مضرب‌های طبیعی ۵ هستند؛ بنابراین

مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی ۵ = {۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ...}

به همین ترتیب، توضیح دهید که اعداد ردیف سوم جدول چگونه به‌دست می‌آیند.

مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی ۶ را بنویسید. {۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ...}

مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن عدد در عددهای ۱، ۲، ۳، ... به‌دست می‌آیند. مضرب‌های طبیعی یک عدد را به اختصار مضرب‌های آن می‌نامیم.

۲۶ حساب اعداد طبیعی

مضرب‌های طبیعی یک عدد

ایجاد انگیزه کنید:

شما می‌توانید کلاس را با بازی هُپ آغاز کنید. از دانش‌آموزان بخواهید از یک شروع به شمردن کنند. هر دانش‌آموز یک عدد را می‌گوید. اگر به عددی رسیدیم که بر ۳ بخش‌پذیر بود به جای آن عدد گفته می‌شود : هُپ. هر دانش‌آموزی که در گفتن عدد یا هُپ اشتباه کند از دور بازی خارج می‌شود. این بازی را با مضرب‌های دیگر هم اجرا کنید. از دانش‌آموزان بخواهید پیش‌بینی کنند که هُپ را چه کسانی خواهند گفت.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، معرفی مضرب‌های طبیعی عددهای ۵ و ۶ و ایجاد فضایی برای کشف الگوی معین آن‌ها توسط دانش‌آموزان است.

معرفی مجموعه‌ی مضرب‌های یک عدد نامتناهی بودن آن نیز، از اهداف این فعالیت است.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را با دقت بخوانند و حرکت این دو جهنده را تصور کنند، رسم شکل پیشنهاد خوبی برای حلّ این فعالیت است.

پس از پر کردن جدول و پاسخ به سؤالات طرح شده، کلمه‌ی مضرب را به دانش‌آموزان معرفی کرده و به‌صورت شفاهی سؤالاتی چون هشتمین مضرب ۵ چه عددی است؟

ـ آیا ۲۷ مضرب عدد ۹ است؟

ـ چهارمین مضرب چه عددی ۳۶ است؟ را طرح کنید.

درباره‌ی بی‌شمار بودن و ادامه‌دار بودن جدول نیز می‌توانید بحثی را در کلاس آغاز کنید. پس از اطمینان از این‌که دانش‌آموزان به درک خوبی از این مفهوم دست پیدا کرده‌اند از آن‌ها بخواهید کار درکلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

بررسی تمرین ۳ در پیش‌برد درس، بسیار مؤثر است و هدف آن زمینه‌سازی برای مفهوم مضرب‌های مشترک دو عدد است، بحث درباره‌ی این تمرین را در کلاس پیشنهاد می‌کنیم.

فعالیت موازی:

یک سری بلوک یا مستطیل‌هایی با طول ۵ و ۶ سانتی‌متر را از قبل آماده کنید. از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از هر سری از بلوک‌ها یا مستطیل‌ها، ستون‌هایی بسازند و طول ستون‌های به‌دست آمده را در یک جدول ثبت کنند. رابطه‌ی بین آن‌ها و هدایت‌های شما می‌تواند دانش‌آموزان را به درک مفهوم مضرب راهنمایی کند.

توسعه:

بحث روی علت نام‌گذاری مضرب‌های طبیعی و بررسی مضرب در حالت‌های دیگر (مضرب حسابی) و همچنین پیدا کردن تعداد عضوهای یک مجموعه‌ی متناهی از مضرب‌های یک عدد قابل طرح است.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب مجموعه‌ی مضرب‌های عدد ۲۵۲ را بنویسند. سپس نحوه‌ی استفاده‌ی از ماشین حساب را به بحث بگذارید. طرح روش جمع جواب قبلی با ۲۵۲ بسیار مفید خواهد بود. در بعضی از ماشین‌ـ حساب‌ها با دو بار زدن کلید جمع و سپس زدن متوالی کلید تساوی می‌توان مضرب‌های یک عدد را به‌ترتیب مشاهده کرد.

تلفیق با سایر دروس:

در بازی هُپ از دانش‌آموزان بپرسید با چه عددهایی بازی کنیم تا عدد ۵۰ به هُپ تبدیل شود؟ پاسخ این سؤال رابطه‌ی بین مضرب و مقسومٌ‌علیه را نشان خواهد داد.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید فهرستی از کاربردهای مفهوم مضرب را در زندگی روزمره تهیه کنند. برای مثال، یک دست قاشق، ۶ عدد قاشق دارد. پس وقتی ۵ دست قاشق می‌خریم با پنجمین مضرب سروکار داریم.

توصیه‌های آموزشی:

به دانش‌آموزان توجه دهید که مجموعه‌ی مضرب‌های یک عدد نامتناهی است اما عضو ابتدای آن مشخص است. کوچک‌ترین عنصر مجموعه، خودِ عدد است و بقیه از آن بزرگ‌تر هستند.

کار در کلاس

۱ـ هریک از سطرهای زیر را با نوشتن ۵ مضرب دیگر ادامه دهید.

مضرب‌های عدد ۴: ... ۴۰، ۳۶، ۳۲، ۲۸، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۲، ۸، ۴

مضرب‌های عدد ۷: ... ۶۳، ۵۶، ۴۹، ۴۲، ۳۵، ۲۸، ۲۱، ۱۴، ۷

مضرب‌های عدد ۹: ... ۷۲، ۶۳، ۵۴، ۴۵، ۳۶، ۲۷، ۱۸، ۹

۲ـ آیا ۴۲ مضربی از ۱۱ است؟ بله

سه مضرب دیگر ۱۱ را نام ببرید. ۶۶، ۵۵، ۳۳ (و سایر پاسخ‌های درست)

۳ـ با توجه به قسمت ۱، چه عددی هم مضرب ۴ و هم مضرب ۷ است؟ ۲۸

اگر نوشتن مضرب‌ها را ادامه دهیم، آیا عدد دیگری را می‌توان یافت که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۷ باشد؟ ... ۵۶، ۸۴

کوچک‌ترین مضرب مشترک

ایجاد انگیزه کنید:

روی برگه‌ای مقوایی علامت‌های اختصاری چون I.T و ب.م.م و I.R.I.B و U.N و ک.م.م نوشته و به تابلوی کلاس نصب کنید. از دانش‌آموزان بپرسید با کدام یک از این عبارت‌ها آشنایی دارند.

هدف فعالیت:

در این فعالیت هدف پیدا کردن مجموعه‌ی مضرب‌های مشترک و کوچک‌ترین عضو آن (ک.م.م) و نامتناهی بودن مجموعه‌ی مضرب‌های مشترک است.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید صورت مسئله را با دقت بخوانند و در گروه به بحث بگذارند و سپس پاسخ سؤال‌های فعالیت را پیدا کرده و بعد از بررسی در گروه بنویسند و به کلاس اعلام کنند. چون سرعت جهیدن‌ها متفاوت است بنابراین در زمان‌های مختلفی به عددهای موردنظر می‌رسند. می‌توان مسئله را با بررسی جای پای جهنده‌ها نیز توضیح داد.

ادامه دهید:

پس از بررسی نتیجه‌ی فعالیت نام کوچک‌ترین مضرب مشترک و نماد ک.م.م و $\sqcup$ را به کلاس معرفی کنید و از دانش‌آموزان بخواهید درمورد معنای کوچک‌ترین مضرب مشترک جملاتی را بیان کنند و مثال‌هایی بزنند تا شما از یادگیری آن‌ها مطمئن شوید.

حل کار درکلاس قدم بعدی تدریس خواهد بود.

توصیه‌های آموزشی:

روش مجموعه‌ها را به عنوان یک روش خوب و کارآمد برای فهم و درک بهتر مفاهیم مضرب معرفی کنید.

گذاشتن علامت «...» در پایان مجموعه‌ی مضرب‌ها لازم و ضروری است که علت آن نیز می‌تواند از طرف دانش‌آموزان در کلاس بیان شود.

فعالیت موازی:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید با هرکدام از مستطیل‌ها یا بلوک‌های ۶ و ۹ سانتی‌متری ستون‌هایی بسازند که طول آن‌ها با هم برابر باشند، سپس در یک جدول نتایج به‌دست آمده را ثبت کنند و ستون‌های بعدی را بسازند و الگویی بین نتایج به‌دست آمده پیدا کنند. (نحوه‌ی ساختن اولین ستونِ مساوی و سپس ستون‌های بعدی بحث خوبی را در کلاس ایجاد می‌کند.)

۲ــ به دانش‌آموزان کلاس از ۱ تا n (تعداد دانش‌آموزان) یک عدد بدهید.

ازهرکس بخواهید مضرب‌های کوچک‌تر از n مربوط به شماره‌ی خود را در گوشه‌ی سمت راست کاغذهای مستطیلی بنویسد. (روی هر کاغذ یک مضرب نوشته می‌شود) و در گوشه‌ی سمت چپ کاغذ شماره‌ی خود را می‌نویسد ؛ برای مثال، نفر شماره‌ی ۱۵ دو کاغذ به شکل زیر درست می‌کند.

۱۵
۱۵

۳۰
۱۵

از مقایسه‌ی کاغذهای تولید شده در کلاس مفهوم مضرب مشترک و ک.م.م استخراج می‌شود.

توسعه:

ایجاد مهارت محاسبه‌ی ذهنی ک.م.م اعداد، پیدا کردن دوّمین، سوّمین و ... مضرب مشترک دو عدد، بحث روی مجموعه‌ی مضرب‌های مشترک، پیدا کردن ک.م.م به کمک نمودار مقسوم‌ُعلیه و پیدا کردن ک.م.م چند عدد مسیرهای خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم خواهد بود.

توصیه‌های آموزشی:

همه‌ی ایده‌ها و اظهارنظرهای دانش‌آموزان ارزنده و قابل تأمل است حتی اگر ظاهری اشتباه و بی‌ربط داشته باشد. پس هرگز اجازه ندهید نظرکسی در کلاس به تمسخر گرفته شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در این مبحث هم می‌توانید دو عدد بزرگ به دانش آموزان معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید ک.م.م این دو عدد را به کمک ماشین‌حساب به هر روش دلخواه خود به‌دست آورند (روش‌ها در کلاس بررسی شود) و دانش‌آموزان برای روش خود استدلال کنند.

روش تعیین کوچک‌ترین مضرب مشترک

ایجاد انگیزه کنید:

در آغاز کلاس می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب ک.م.م دو عدد ۱۸۰ و ۲۳۰ را به‌دست آورند و روش محاسبه‌ی خود را به کلاس ارائه دهند.

می‌توانید یک جعبه را نیز به‌گونه‌ای تزیین کنید که جمله‌ی (روش‌جادویی محاسبه‌ی ک.م.م) روی آن جلب نظر کند و داخل آن دستورالعمل مربوط نیز وجود داشته باشد تا در موقع لازم آن را به دانش‌آموزان نشان دهید. در یک طرف جعبه، دو سوراخ به نشانی ورود دو عدد درنظر بگیرید و در طرف دیگر سوراخ با دهانه‌ی قیف به‌سمت خارج به معنای جواب جعبه آماده کنید.

شروع کنید:

درس را با توضیحات اولیه‌ی خود آغاز کنید و پس از پایان توضیح نکات آن، متن درس را از روی کتاب بخوانید و یک نمونه، تمرین را در کلاس و پای تخته حل کنید و از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس آن‌را پاسخ دهند.

فعالیت موازی:

در آغاز درس می‌توانید فعالیت زیر را نیز انجام دهید تا رابطه‌ی بین ب.م.م و ک.م.م توسط دانش آموزان به‌دست آید.

مجموعه‌ی مضرب‌های عددهای ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۸ و ۹ را بنویسید و سپس به کمک آن، جدول زیر را کامل کنید.

ک.م.م آن‌ها	ب.م.م آن‌ها	حاصل ضرب آن‌ها	دو عدد مورد نظر

آیا می‌توانید در هر ردیف نظم و الگویی را پیدا کنید. این نظم را در ردیف‌های دیگر نیز امتحان کنید.

سعی کنید قانونی پیدا کنید که به کمک آن بتوان ک.م.م

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۶ و ۹ را بصورت ۶⊔۹ می‌نویسیم.

۶⊔۹=۱۸

عبارت «کوچک‌ترین مضرب مشترک» را به صورت «ک.م.م» هم می‌نویسند.

کار در کلاس

۱ـ مجموعه‌ی مضرب‌های ۶ و مجموعه‌ی مضرب‌های ۴ را بنویسید.

مجموعه‌ی مضرب‌های ۶ = {۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ...}

مجموعه‌ی مضرب‌های ۴ = {۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ...}

۲ـ مضرب مشترک عددهای ۶ و ۴ را بنویسید. ۱۲، ۲۴، ۳۶

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۶ و ۴ چه عددی است؟

۶⊔۴=۱۲

۳ـ مجموعه‌ی مضرب‌های ۱۵ و مجموعه‌ی مضرب‌های ۱۰ را بنویسید.

مجموعه‌ی مضرب‌های ۱۵ = {۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵، ...}

مجموعه‌ی مضرب‌های ۱۰ = {۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ...}

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۵ و ۱۰ کدام است؟ ۱۵⊔۱۰=۳۰

روش تعیین کوچک‌ترین مضرب مشترک

برای تعیین کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶ و ۸ بصورت زیر عمل می‌کنیم.

۶⊓۸=؟

ـ ابتدا بزرگ‌ترین مضروم فله مشترک آن‌ها را پیدا می‌کنیم.

ـ یکی از دو عدد را با بزرگ‌ترین مضروم فله مشترک بدست آمده مقایسه می‌کنیم.

۶<۲۴

۳×۸=۲۴

ـ حاصلضرب را در عدد دیگر ضرب می‌کنیم.

عدد حاصل، کوچک‌ترین مضرب مشترک ۶ و ۸ است.

محاسبه‌ی کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶ و ۸ را می‌توانیم بطور خلاصه...

۲۸ حساب (استاد فیزیک)

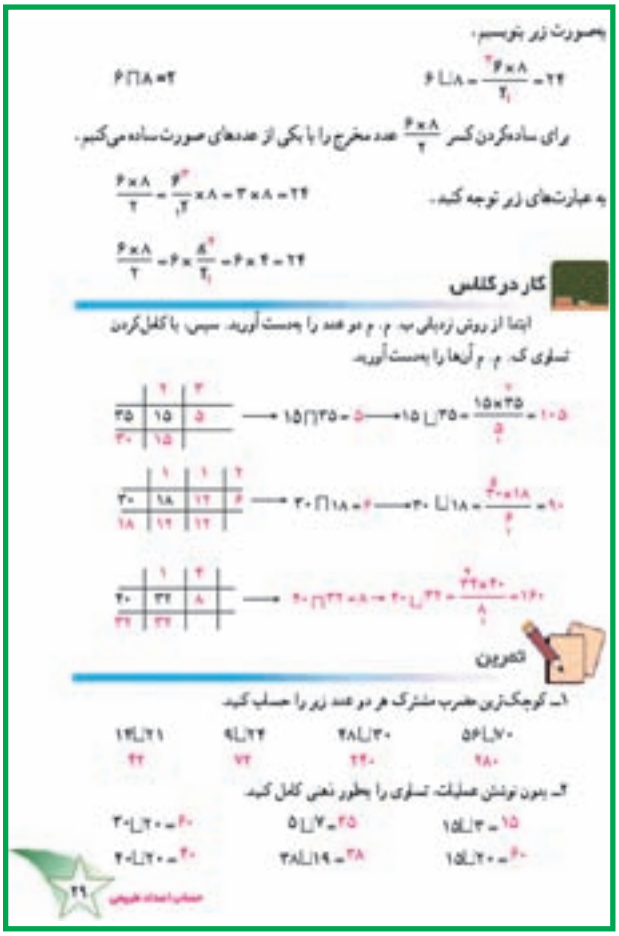
دو عدد را با توجه به ب.م.م آن‌ها حساب کنید. اگر بدانیم ۶=۱۸⊓۱۲ و ۲۱۶=۱۸×۱۲ است آیا می‌توانید بگویید : ۱۸⊔۱۲ چه‌قدر خواهد شد؟

توسعه:

پیدا کردن رابطه‌ی بین ک.م.م دو عدد مانند ۱۲ و ۱۸ و ک.م.م مضرب‌های آن‌ها مثل ۱۲۰ و ۱۸۰ برای انجام محاسبات ذهنی پیدا کردن ک.م.م و همچنین استدلال کردن برای درستی رابطه‌ی بین ب.م.م و ک.م.م قابل طرح است.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با طرح مسابقاتی می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید کوچک‌ترین مضرب‌مشترک اعداد بزرگی مانند ۱۶۸ و ۲۳۶ را محاسبه کنند و روش محاسبه را در کلاس به بحث بگذارید. با این بحث می‌توانید به روش‌های دیگری برای پیدا کردن ک.م.م



به صورت زیر بنویسیم:

$[6,8] = \frac{6\times 8}{(6,8)} = 24$ $\quad (6,8)=2$

برای ساده‌کردن کسر $\frac{6\times 8}{2}$ عدد مخرج را با یکی از عددهای صورت ساده می‌کنیم.

به عبارت‌های زیر توجه کنید.

$\frac{6\times 8}{2} = \frac{6}{2}\times 8 = 3\times 8 = 24$

$\frac{6\times 8}{2} = 6\times\frac{8}{2} = 6\times 4 = 24$

کار در کلاس

ابتدا از روش تجزیه ب. م. م دو عدد را بدست آورید. سپس، با کامل کردن تساوی ک. م. م آن‌ها را بدست آورید.

$[35,15] = 5\times 3\times 7$ $\quad [35,15] = 5$ $\quad [35,15] = \frac{15\times 35}{5} = 105$

$[18,20] = 2\times 9\times 10$ $\quad (18,20)=2$ $\quad [18,20] = \frac{18\times 20}{2} = 180$

$[32,40] = 8\times 4\times 5$ $\quad (32,40)=8$ $\quad [32,40] = \frac{32\times 40}{8} = 160$

تمرین

۱ـ کوچک‌ترین مضرب مشترک هر دو عدد زیر را حساب کنید.

$[70,56] = 280$	$[30,48] = 240$	$[22,9] = 198$	$[21,14] = 42$

۲ـ بدون نوشتن عملیات، تساوی را بطور ذهنی کامل کنید.

$[3,15] = 15$	$[7,35] = 35$	$[20,30] = 60$
$[20,15] = 60$	$[19,38] = 38$	$[20,40] = 40$

۳ـ شکل مقابل، قسمتی از نمودار مضوم‌علیه‌های یک عدد را نشان می‌دهد. آن را کامل کنید.

۴ـ کوچک‌ترین مضوم‌علیه مشترک دو عدد ۶ و ۸ چه عددی است؟ ۱

۵ـ دربارهٔ بزرگ‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۶ و ۸ چه می‌توان گفت؟ سی‌توان بزرگ‌ترین مضرب مشترک را تعیین کرد.

حل مسئله

۱ـ شهرداری از ابتدای یک خیابان، در هر ۴ متر یک درخت کاشته و اداره‌ی برق منطقه نیز فاصله‌ی تیرهای چراغ برق را ۲۲ متر تعیین کرده است. اگر در ابتدای خیابان تیر چراغ برق کنار درخت قرار گرفته باشد، پس از چند متر دوباره یک درخت در کنار تیر چراغ برق قرار می‌گیرد؟ ۴۴ متر

۲ـ محیط چرخ کوچک یک تراکتور ۳۶۰ سانتی‌متر و محیط چرخ بزرگ آن ۶۰۰ سانتی‌متر است. این تراکتور حداقل چه مسافتی را باید طی کند تا نقاط متناظر شده روی چرخ‌ها مجدداً با هم به زمین برسند؟ ۱۸۰۰ سانتی‌متر

۳ـ تعداد مدادهای طلقا بین ۳۰ و ۴۰ عدد است. او وقتی مدادهایش را بسته‌های ۶تایی تقسیم می‌کند، ۲ مداد باقی می‌ماند. تعداد مدادهای طلقا چه عددهایی می‌تواند باشد؟ ۳۲، ۳۸

دست یابید.

توصیه‌های آموزشی:

۱ـ دانش‌آموزان را توجیه کنید که قبل از محاسبه‌ی حاصل‌ضرب، یکی از دو عدد را با ب.م.م مخرج ساده کنند. می‌توانید درباره‌ی دلیل ساده‌تر شدن این محاسبه در کلاس بحث کنید.

۲ـ در بررسی تمرین‌های محاسبه‌ی ذهنی سعی کنید روش‌های مختلف محاسبه‌ی ذهنی دانش‌آموزان در کلاس بحث شود.

۳ـ در پاسخ به تمرین‌های ۴ و ۵ از بیان سریع پاسخ درست اجتناب کنید. اجازه دهید با بحث کلاسی پاسخ سؤال مشخص شود.

۴ـ در حلّ مسئله راهبردهای مختلف را که دانش‌آموزان به‌کار برده‌اند سؤال کنید.

در مسئله‌ی دوم درواقع تعداد مدادها را باید مضرب عدد ۶ به علاوه ۲ درنظر گرفت و مجموعه‌ی آن را نوشت. با توجه به شرایط دیگر مسئله (تعداد مدادها بین ۳۰ و ۴۰ است) عضوهایی از مجموعه را باید انتخاب کرد که بین دو عدد ۳۰ و ۴۰ باشد.

رسم

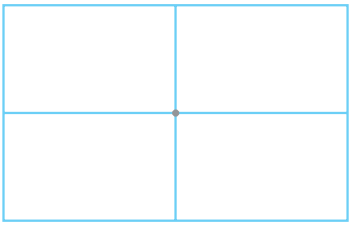
توضیح

در این صفحه دو توضیح اساسی که در کشیدن رسم‌ها استفاده می‌شود، بیان شده است. ابتدا درباره‌ی نحوه‌ی کادربندی مستطیلی و سپس درخصوص ملاک‌ها و معیارهای ارزیابی رسم نکاتی ذکر شده است.

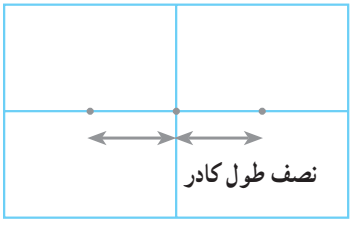
۱ــ کادربندی مستطیلی: منظور از کادربندی مستطیلی این است که کادر مستطیل شکل رسم در وسط صفحه‌ی کاغذ کشیده شود. از آن‌جا که اکثر رسم‌ها کادر مستطیلی دارند، نحوه‌ی کادربندی در کلاس توضیح داده شود تا در سایر رسم‌ها نیازی به توجیه مجدد نباشد. سایر رسم‌ها که کادربندی مستطیلی ندارند (شکل کادربندی مثلثی) به موقع خود توضیح داده می‌شود.

برای تنظیم کادر مستطیلی در وسط صفحه، راه‌های زیادی وجود دارد. یکی از آن راه‌ها به‌شرح زیر است :

۱ــ ابتدا نقطه‌ی وسط کاغذ را پیدا کنید. برای این کار می‌توانید وسط طول‌ها را به هم و وسط عرض‌های کاغذ را به هم وصل کنید. از محل برخورد آن‌ها نقطه‌ی وسط کاغذ به‌دست می‌آید.



۲ــ در دو طرف مرکز کاغذ و روی خطی که موازی طول کاغذ است، به اندازه‌ی نصف طول کادرِ موردنظر خود جدا کنید.



رسم

توضیح

چگونه کادر رسم بکشیم؟

دو طرف کوچک‌تر کاغذ را در نظر می‌گیریم و وسط آن‌ها را مشخص می‌کنیم. با یک خط این نقاط را به هم وصل می‌کنیم. از وسط این پاره‌خط و در دو طرف آن، به اندازه‌ی نصف طول کادر رسم جدا می‌کنیم و در نقاط به‌دست‌آمده، دو خط بر آن عمود می‌کنیم. سپس روی هر خط عمود، به‌اندازه‌ی نصف عرض کادر رسم در دو طرف آن، جدا می‌کنیم و مستطیل را کامل می‌کنیم.

نصف عرض کادر

نصف طول کادر

در کتاب ریاضی شما چندین رسم وجود دارد که باید آن‌ها را با دقت بکشید. در کشیدن رسم موارد زیر اهمیت دارند:

۱ــ کادر رسم باید در وسط صفحه‌ی کاغذ باشد.

۲ــ رسم باید تمیز و زیبا باشد. درصورتی‌که از پاک‌کن استفاده می‌کنید، باید مواظب باشید که به تمیزی رسم لطمه‌ای نزند.

۳ــ خطوط رسم باید یکدست و ضخامت آن‌ها یکسان باشد.

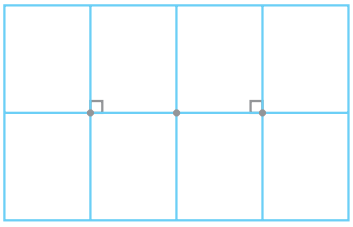
۴ــ در محل برخورد خطوط دقت کنید که همه‌ی خط‌ها از یک نقطه بگذرند.

۵ــ رسم را دقیقاً با توجه به اندازه‌های داده‌شده و طبق دستورالعمل انجام دهید.

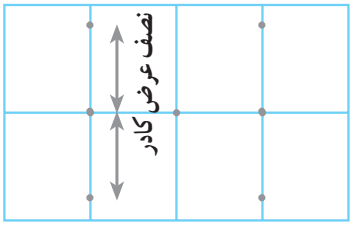
با توجه به کتاب شما در هر جا یک رسم خواهید کشید. ابتدا رسم مربوطه را در کتاب درسی کامل کنید تا نحوه‌ی درست‌کشیدن آن را بیاموزید. سپس با توجه به دستورالعمل و اندازه‌های داده‌شده و رعایت نکات بالا رسم را در یک صفحه کاغذ سفید (بهتر است از کاغذ A۴ در اندازه‌ی ۲۱×۳۰ سانتی‌متر استفاده کنید) با مداد بکشید.

۳

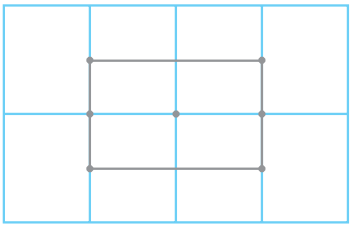
۳ــ از این دو نقطه دو خط عمود اخراج کنید. این دو خط موازی عرض کاغذ هستند.



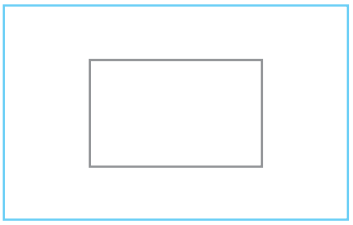
۴ــ در بالا و پایین نقطه‌ها و روی خط‌های عمودی که کشیده‌اید، به اندازه‌ی نصف عرضِ کادرِ رسم جدا کنید.



۵ ــ ۴ نقطه‌ی به‌وجود آمده را به هم وصل کنید. به این ترتیب، کادر مستطیل شکل شما وسط کاغذ قرار می‌گیرد.



۶ ــ خطوط اضافی را پاک کنید. از آن‌جا که خطوط اضافی در انتها پاک می‌شوند، از ابتدا این خطوط کم‌رنگ کشیده می‌شوند تا در پاک کردن آن‌ها دچار مشکل نشده و صفحه‌ی کاغذ، تمیزی خود را از دست ندهد.



۲ــ معیارها و ملاک‌های ارزیابی: در ارزیابی رسم‌های دانش‌آموزان، چند نکته اهمیت دارد. این ملاک‌ها در کتاب درسی نوشته شده تا دانش‌آموزان نیز در کشیدن رسم‌ها به آن توجه کنند.

همان‌طور که ذکر شد رسم در کاغذ سفید بدون خط، کشیده می‌شود. بهتر است که کاغذ استاندارد A4 استفاده شود.

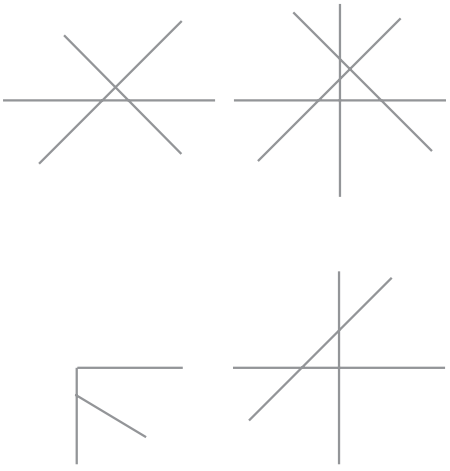
۱ــ کادربندی یا قرارگرفتن رسم در وسط کاغذ، اولین معیار ارزیابی است. درواقع اگر کادربندی رسم درست نباشد، نباید آن رسم را تصحیح کرد. اما از آن‌جا که در مرحله‌ی آموزش هستیم، در صورتی‌که کادربندی رسم اشکال داشت بارم درنظر گرفته شده برای کادربندی کسر شده و بقیه‌ی ملاک‌ها ارزیابی می‌شوند.

۲ــ تمیزی رسم، معیار بعدی است. به‌خصوص در رسم‌هایی که از پاک‌کن زیاد استفاده می‌شود، تمیزی اهمیت بیش‌تری پیدا می‌کند. دقیق کشیدن رسم، یک‌دستی خطوط ازنظر رنگ و ضخامت تمیزی و مشخص نبودن علامت‌ها و نقاطی که برای تقسیم‌بندی طول و عرض کاغذ یا رسم گذاشته می‌شود در زیبایی و تمیزی رسم، بسیار مؤثر هستند.

۳ــ ضخامت خطوط رسم باید یک اندازه بوده و ازنظر رنگ، یکسان باشند. در هنگام تصحیح رسم روی قسمت‌هایی که ضخامت بیش‌تری دارند یا پررنگ‌تر هستند، علامت بزنید.

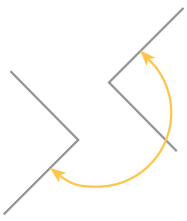
درباره‌ی نحوه‌ی استفاده از مدادهای مختلف و مدادهای اتود توضیح دهید تا آن‌ها وسیله‌ی مناسب برای رسم را پیدا کنند. در درس‌های فنی برای یک‌دست شدن خطوط از قلم‌های راپید که ضخامت‌های مختلفی دارند استفاده می‌شود. درصورتی‌که دانش‌آموزی در کشیدن رسم با مداد تسلط کافی داشت، می‌توانید به او اجازه دهید که از راپید یا قلم‌های مشابه استفاده کند.

۴ــ یکی از اشکالاتی که ناشی از عدم دقت کافی در کشیدن رسم‌هاست دقیق نبودن محل برخورد خطوط است. نمونه‌های زیر این اشکالات را نشان می‌دهد.



در هنگام تصحیح رسم دور قسمت‌های نادرست خط بکشید. یکی دیگر از مواردی که باید به آن توجه کرد، در امتداد هم قرارگرفتن پاره‌خط‌های روی یک راستاست.

در شکل زیر که قسمتی از یک رسم است، دو پاره‌خط مشخص شده باید در یک امتداد رسم شوند.



۵ ــ درست کشیدن رسم، مهم‌ترین بخش کار است.

یعنی رسم نهایی باید درست مثل شکلی باشد که در قسمت پ در هر صفحه‌ی رسم مشخص شده است. اگر رسمی درست کشیده نشده باشد باید تکرار شود. هدف قسمت الف در هر صفحه رسم این است که دانش‌آموز، درست کشیدن رسم را یاد بگیرد.

یادداشت معلم

رسم ۱

رسم ۱

این رسم اولین فعالیت دانش‌آموزان در زمینه‌ی کشیدن رسم است. سعی کنید برخورد شما به گونه‌ای باشد که آن‌ها از این صفحه‌ی کتاب در طول دوره‌ی راهنمایی لذت ببرند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید شکل قسمت الف را در کتاب خود کامل کنند. به آن‌ها فرصت دهید الگوی رسم را خود کشف کنند. قسمت الف را در کلاس انجام می‌دهند تا اطمینان حاصل کنیم که همه‌ی دانش‌آموزان شیوه‌ی کشیدن و کامل کردن رسم را یاد گرفته‌اند. پس از تکمیل از آن‌ها بخواهید در صورت تمایل رسم را با سلیقه‌ی خود رنگ‌آمیزی کنند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

طریقه‌ی کشیدن رسم را به شرح زیر برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

۱ــ کادر این رسم مستطیلی به طول ۲۴ و عرض ۱۲ سانتی‌متر است که طبق توضیحات قبلی باید در وسط صفحه کاغذ سفید قرار بگیرد. چگونگی کادربندی را با سؤال و جواب یادآوری کنید.

۲ــ می‌خواهیم مستطیل را به مربع‌های ۳×۳ سانتی‌متر تقسیم کنیم برای این کار طول مستطیل به چند قسمت تقسیم می‌شود؟ عرض مستطیل به چند قسمت تقسیم می‌شود؟ از وصل کردن آن‌ها چند مربع ۳×۳ خواهیم داشت؟ این سؤال‌ها و سؤال‌های مشابه کمک می‌کند تا دانش‌آموزان در کلاس هنگام توضیحات شما فعال باشند. توضیح دهید که نقاطی را که به‌عنوان تقسیم‌بندی روی طول و عرض مستطیل می‌گذارند کم‌رنگ و کوچک باشد، به طوری‌که پس از رسم خطوط محو شده و از بین بروند. همچنین دقت در این تقسیم‌بندی بسیار مهم و تعیین‌کننده است. کمی بی‌دقتی در اندازه‌گیری باعث می‌شود خطوط رسم از یک نقطه نگذرند و زیبایی رسم را از بین خواهد برد.

۳ــ با توجه به تمرینی که در قسمت الف انجام داده‌اید، باید خطوط رسم را به درستی رسم کنند. در این رسم ۴ دسته خطوط موازی خواهیم داشت. موازی بودن آن‌ها در زیبا شدن رسم بسیار مؤثر است.

۴ــ شکل نهایی در قسمت پ را به دانش‌آموزان نشان داده توضیح دهید که رسم آن‌ها در پایان باید به این شکل باشد.

نکات مهم رسم

نکاتی که در کشیدن این رسم اهمیت دارد را برای دانش‌آموزان توضیح دهید اما قسمت اصلی کار زمانی است که همه‌ی دانش‌آموزان رسم را کشیده‌اند و شما پس از ارزیابی و تصحیح آن در کلاس درمورد نکات مهم رسم با آن‌ها بحث و گفت‌وگو می‌کنید. توصیه می‌کنیم که نکات مهم و تجربه‌های حاصل از کشیدن رسم توسط دانش‌آموزان بیان شود تا در کشیدن رسم‌های بعدی به آن دقت کنند. به هرحال بعضی از این نکات به شرح زیر می‌باشند :

۱ــ دقیق تقسیم کردن مستطیل برای آن‌که ۴ دسته خط موجود در رسم کاملاً موازی شوند.

۲ــ دقت در عمل برخورد خطوط و گوشه‌ها به طوری‌که تمام خط‌های آن قسمت دقیقاً از یک نقطه عبور کنند.

۳ــ یک‌دستی خطوط اهمیت زیادی دارد و در زیبایی رسم مؤثر خواهد بود.

۴ــ پاک کردن خطوط اضافی که برای کادربندی رسم شده‌اند و دقت در کم‌رنگ کشیدن علائمی که در تقسیم‌بندی مستطیل گذاشته می‌شود، در زیبا شدن رسم تأثیر گذارند.

توان

موضوعات در یک نگاه

این قسمت با تعریف توان و معرفی نماد توان شروع می‌شود. سپس نحوه‌ی محاسبه‌ی یک عدد تواندار مطرح شده و در ضمن آن با واژه‌های مجذور و مکعب آشنا می‌شوند. قاعده‌ی ضرب عبارت‌های تواندار با پایه‌ی مساوی برای ساده کردن عبارت‌ها بیان می‌شود. تمرین‌ها، مسائل و سرگرمی و ریاضی با هدف مرور مطالب مطرح شده در این فصل ارائه می‌گردد.

اهداف

در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود، هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ به لزوم استفاده از نمادی برای خلاصه‌کردن ضرب و قراردادی بودن آن پی ببرد.

۲ــ نماد توان را برای خلاصه کردن به‌کار ببرد و توان و پایه را تشخیص دهد.

۳ــ با استفاده از تعریف توان، یک عدد تواندار را محاسبه کند.

۴ــ قاعده‌ی ضرب اعداد تواندار با پایه‌ی مساوی را بداند و برای ساده‌کردن عبارت‌ها به‌کار ببرد.

۵ ــ معنای مجذور و مکعب را بداند و به‌کار ببرد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ چه عددی را اگر به توان ۳ برسانیم پاسخ ۱۲۵ می‌شود.

۲ــ $۲^{۳}$ بزرگ‌تر است یا $۳^{۲}$ ؟ توضیح دهید.

۳ــ حاصل عبارت‌ها را با رعایت ترتیب انجام عملیات (توان ــ ضرب و تقسیم ــ جمع و تفریق) به‌دست آورید.

$۴^{۲} - ۳ \times ۲^{۲} =$

$۳^{۲} \times ۲^{۳} \div ۶ - ۱^{۷} =$

۴ــ اگر $۳^{۴} = ۸۱$ باشد، حاصل $۳^{۵}$ چند است؟ توضیح دهید.

۵ ــ «هر عددی به توان ۲ برسد، بزرگ‌تر می‌شود» آیا این جمله، درست است؟ چرا؟

۶ ــ عبارت‌های تواندار زیر را ساده کنید.

$۲/۵^{۲} \times (۲\frac{۱}{۲})^{۵} \times (\frac{۵}{۲}) =$

$۴^{۳} \times ۴^{۲} \times ۴^{۷} \times ۴ =$

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث توان

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
تعریف توان	۳۳ ۳۴ ۳۵	ــ تعریف توان ــ نماد توان ــ مجذور ــ مکعب ــ محاسبه‌ی عبارت تواندار	ــ لزوم استفاده ازنمادی برای خلاصه کردن ضرب را درک کند. ــ قراردادی بودن این نماد را درک کند. ــ نماد توان را برای خلاصه کردن عبارت ضرب به‌کار برد. ــ پایه و توان را در یک عدد تواندار تشخیص دهد. ــ معنای مجذور (مربع) و مکعب را درک کرده، مثال بزند و برای روابط مساحت و حجم به‌کار برد. ــ مقدار عددی یک عبارت تواندار با استفاده از تعریف توان به‌دست آورد. ــ در پایه‌های کسری از پرانتز به‌درستی استفاده کند. ــ بداند که هر عدد به توان یک برابر خودش است و یک به توان هر عدد برابر یک است.	ــ انجام فعالیت برای درک لزوم استفاده از توان و قراردادی بدون نماد آن ــ انجام فعالیت برای درک چگونگی خلاصه کردن یک عبارت ــ انجام کار در کلاس برای محاسبه عبارت تواندار	ــ	توان پایه مجذور مکعب
ضرب عددهای تواندار با پایه‌های مساوی	۳۵ ۳۶ ۳۷	ــ ساده کردن عبارت ــ قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی	ــ برای قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی فرضیه‌سازی کند. ــ قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی را در ساده کردن عبارت‌ها به‌کار برد.	ــ انجام فعالیت برای کشف قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی ــ به‌کار بردن قاعده‌ی ضرب با پایه‌ی مساوی در ساده کردن عبارت‌ها	ــ	ــ

توان

یونانی‌ها طول پاره‌خط راست را با عدد نشان می‌دادند. هرجا با مجذور یا توان دوم عدد سروکار داشتند، آن را برابر مساحت مربعی که طول ضلع آن برابر آن عدد باشد، می‌دانستند. a یعنی پاره‌خط راستی به طول a و a^2 یعنی مساحت مربعی که ضلع آن برابرa و a^3 یعنی حجم مکعبی که طول ضلع آن برابر a باشد. این رسم به ریاضی‌دانان ایرانی هم به ارث رسید، طوری که خوارزمی، کرجی، خیام و کاشانی، مفهوم توان دوم و توان سوّم را به همین ترتیب می‌فهمیدند. از آن‌جا که فضای ما بیش از ۳ بعد ندارد، برای a^4 و a^5 و ... معنایی نمی‌شناختند. تنها کرجی به مسئله‌هایی پرداخته که در آن‌ها از توان‌های بالاتر از توان سوّم استفاده کرده است.

نمادی که امروز برای توان به‌کار می‌بریم و آن را به‌صورت a^2 ، a^3 ، a^4 می‌نویسیم، از «رنه دکارت» ریاضی‌دان فرانسوی است که آن را از سال ۱۶۳۷ معمول کرد.

ترتیب انجام عملیات

۱ــ وقتی با عددهای درست سروکار داریم، اگر در یک ردیف عملیات، پرانتزی وجود نداشته باشد، عمل ضرب و تقسیم به دو عمل جمع و تفریق مقدم‌اند. در عبارت $A = ۵ + ۴ \times ۶ : ۳ - ۴$ ابتدا عمل‌های ضرب و تقسیم را به ردیف انجام می‌دهیم.

$$A = ۵ + ۳۶ : ۳ - ۴ = ۵ + ۱۲ - ۴$$

و سپس عمل‌های جمع و تفریق را باز هم به روشی که وجود دارند، دنبال می‌کنیم :

$$A = ۱۷ - ۴ = ۱۳$$

اکنون تأکید می‌کنیم، عمل توان بر عمل‌های ضرب و تقسیم مقدم است.

$$B = ۵ \times ۲^۴ = ۵ \times ۱۶ = ۸۰$$

اگر قرار بود اول ۵ را در ۲ ضرب کنیم و سپس نتیجه‌ی ضرب را به توان ۴ برسانیم، باید آن را این‌طور بنویسیم.

$$(۵ \times ۲)^۴ = ۱۰^۴ = ۱۰۰۰۰$$

۲ــ $(۲^۳)^۲$ با $۲^{۳^۲}$ فرق دارد :

$$(۲^۳)^۲ = ۸^۲ = ۶۴ \quad \text{و} \quad ۲^{۳^۲} = ۲^{(۳^۲)} = ۲^۹ = ۵۶۴$$

۳ــ a^0 یعنی واحد، وقتی در تقسیم دو عدد قرار باشد که درصورت مشترک بودن پایه توان‌ها را از هم کم کنیم :

$$a^n : a^m = a^{m-n}$$

اگر دو عدد برابر باشند $(a^n \ , \ a^m)$ ، نتیجه برابر a^0 می‌شود ؛ از طرف دیگر دو عدد برابر در تقسیم برهم برابر واحد می‌شود پس قرار می‌گذاریم a^0 برابر واحد است ؛

$$a^m : a^m = a^0 = ۱$$

۴ــ اگر در $a^m : a^n$ بر تعداد m از n کوچک‌تر باشد توان خارج قسمت منفی درمی‌آید.

$$a^۲ : a^۵ = a^{۲-۵} = a^{-۳}$$

از طرف دیگر می‌توان نوشت :

$$a^۲ : a^۵ = \frac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = \frac{۱}{a^۳}$$

قرار می‌گذاریم توان منفی را با جابه‌جا کردن (اگر درصورت است به مخرج ببریم و اگر در مخرج است به صورت منتقل کنیم) علامت توان تغییر می‌کند :

$$a^{-۳} = \frac{۱}{a^۳}$$

تصاعدها

اگر عددهایی به دنبال هم با قانون خاصی قرار گیرند، به آن دنباله گویند، مثل دنباله‌ی عددهای طبیعی

$$۱, ۲, ۳, ۴, \cdots, n, \cdots$$

یا دنباله‌ی تعداد قطرهای یک n ضلعی کوژ (محدب) n، با آغاز از سه ضلعی :

$$۰, ۲, ۵, ۹, ۱۴, ۲۰, ۲۷, \cdots, \frac{۱}{۲} n(n-۳), \cdots$$

دنباله ممکن است محدود باشد یا نامحدود : دنباله‌ی عددهای درست، از ۱ آغاز می‌شود و تا بی‌نهایت ادامه دارد. دنباله‌ی قطرهای یک چندضلعی کوژ از صفر (تعداد قطرهای سه‌ضلعی) آغاز می‌شود، تعداد قطرهای ۴ضلعی کوژ ۲ و تعداد

قطرهای ۸ ضلعی کوژ برابر ۲۵ است. جمله‌ی عمومی دنباله را با u_n نشان می‌دهند. برای عددهای درست مثبت (عددهای طبیعی) این جمله‌ی عمومی n است : $u_n = n$ و برای تعداد قطرهای یک n ضلعی کوژ : $u_n = \frac{۱}{۲}n(n-۳)$

ولی مشهورترین دنباله‌ها، تصاعدها (حسابی و هندسی) هستند.

ریاضی‌دانان باستان مصر، توان‌های پشت‌سرهم عدد ۲ را می‌شناختند و برای انجام عمل ضرب، از توان‌های عدد ۲ استفاده می‌کردند. برای نمونه توجه می‌کردند که ۲۳۵ را می‌توان به‌صورت مجموعی از توان‌های ۲ نوشت :

$$۲۳۵ = ۱ + ۲^۱ + ۲^۳ + ۲^۵ + ۲^۶ + ۲^۷ =$$
$$= ۱ + ۲ + ۸ + ۳۲ + ۶۴ + ۱۲۸$$

بنابراین برای ضرب ۲۳۵ در عددی مانند n می‌نوشتند :

۱	n
۲	۲n
n	۸n
۳۲	۳۲n
۶۴	۶۴n
۱۲۸	۱۲۸n
	۲۳۵n

و این، نخستین اندیشه درباره‌ی استفاده از تصاعد هندسی (توان‌های عدد ۲)،برای انجام عمل ضرب بود.

ولی بابلی‌ها (مردم ساکن «میان دو رود») و تا اندازه‌ای عیلامی‌ها، از مصری‌ها جلوتر بودند. آن‌ها جدول‌هایی تنظیم کرده بودند که شامل توان دوّم و توان سوّم، ریشه‌ی دوّم و ریشه‌ی سوّم عددها بود ؛ جدول‌هایی برای ضرب، تقسیم و عکس عددها در اختیار داشتند ؛ حاصل عبارت $a^۲ + a^۳$ را برای $a = ۱$ تا $a = ۶۰$ و حاصل عددهای ۹^n، ۱۰۰^n و ۲۲۵^n را برای $n = ۱$ تا $n = ۱۰$ ، در جدول‌های جداگانه ثبت کرده بودند.

بابلی‌ها و به احتمالی عیلامی‌ها (در جنوب و جنوب غربی ایران کنونی) تصاعدها را می‌شناختند و در جدول‌هایی که تنظیم کرده بودند، مجموع جمله‌های تصاعد حسابی، مجموع جمله‌های تصاعد هندسی، مجموع توان‌های دوم عددهای طبیعی پشت سرهم و بسیاری محاسبه‌های دیگر را آورده بودند. آن‌ها می‌توانستند با دردست داشتن جمله‌ی kام، و مجموع n جمله‌ی تصاعد، قدرنسبت آن را محاسبه کنند. محاسبه‌ها طوری انجام شده است که گویا از همه‌ی دستورهای امروزی مربوط به تصاعدها آگاه بودند.

در یونان باستان و سپس در مکتب اسکندریه هم، با تصاعدها، و بیش‌تر به یاری هندسه کار می‌کردند. فیثاغورس (سده‌ی ششم پیش از میلاد) سه نوع تناسب را توضیح می‌دهد.

تناسب حسابی $a - b = c - d$

تناسب هندسی $a : b = c : d$

تناسب همساز $\frac{۱}{a} - \frac{۱}{b} = \frac{۱}{c} - \frac{۱}{d}$

و می‌دانیم تناسب‌ها، آغازی برای شناختن تصاعدها هستند. اَودُوکس (سده‌ی چهارم پیش از میلاد) بحثی منظم‌تر درباره‌ی تصاعدها دارد تا سرانجام، اقلیدس (سده‌ی سوم پیش از میلاد) در کتاب معروف «مقدمات» خود، همه‌ی این بحث‌ها را نظمی منطقی می‌دهد.

ریاضی‌دان‌های هندی هم با تصاعدها آشنا بودند. مهاویرا، ریاضی‌دان هندی سده‌ی نهم میلادی، مسئله‌هایی در باره‌ی تصاعد (حسابی و هندسی) دارد و سه سده پیش از آن، در کتاب «سه فصل در حساب» که به وسیله‌ی یک ریاضی‌دان چینی نوشته شده است، مسئله‌هایی درباره‌ی تصاعد حسابی وجود دارد.

ابوریحان بیرونی «مسئله‌ی شطرنج» را در «آثارالباقیه» مطرح و به‌طور کامل حل کرده است (ابوریحان بیرونی بیش از هزار سال پیش می‌زیسته است). مسئله شطرنج که یک مسأله‌ی مربوط به تصاعد هندسی است، چنین است : اگر در خانه‌ی اول صفحه‌ی شطرنج یک دانه گندم بگذاریم و در خانه‌های دیگر، در هر خانه دو برابر خانه قبل، تا خانه‌ی شصت و چهارم، روی هم چند دانه گندم داریم؟ این، درواقع، مجموع جمله‌های این تصاعد است.

$$۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, \cdots, ۲^{۶۳}$$

تا سده‌ی شانزدهم میلادی، تصاعد را (چه حسابی و چه هندسی)، از جایی آغاز می‌کردند و به سمت راست ادامه می‌دادند و دنباله‌ی تصاعد، تنها از یک سمت پیش می‌رفت. نخستین کسی که اندیشه‌ی ادامه‌ی جمله‌های تصاعد را در دو طرف مطرح کرد، «میخائیل شتیفل» (۱۵۶۷ـ۱۴۸۶) ریاضی‌دان آلمانی بود.

تعریف توان

ایجاد انگیزه کنید:

برای شروع درس می‌توانید از پدیده‌هایی که به‌صورت توانی زیاد می‌شوند، مثال‌هایی را برای دانش‌آموزان ارائه کنید ؛ مثلاً هر دانه گندم که کاشته می‌شود یک خوشه‌ی گندم می‌دهد ؛ یعنی ۱۰ دانه گندم. اگر من یک دانه داشته باشم و آن را بکارم سال بعد چند دانه دارم؟ اگر در هر سال همه‌ی دانه‌های به‌دست آمده در آن سال را بکارم در انتهای سال دوم، چند دانه دارم؟ سال سوّم چه‌طور؟ یا مثلاً اگر کسی یک خبر را فقط به دو نفر بگوید و آن دو نفر هرکدام فقط به دو نفر دیگر و این چهارنفر هرکدام فقط به دو نفر و ... چه اتفاقی می‌افتد؟ شایعه چگونه پراکنده می‌شود؟ در این قسمت، سعی کنید مفهوم رشد توانی در ذهن دانش‌آموزان شکل بگیرد و بدین ترتیب آن‌ها را در درک بهتر مفهوم و کاربرد توان یاری کنید.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت‌ها را از روی کتاب با دقت بخوانند و مرحله‌ی چهارم تکثیر یک سلول را رسم و جدول را کامل نمایند. سپس به سؤالات مطرح شده با همفکری پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

آشنایی با مفهوم توان و لزوم قراردادی کردن نماد برای نمایش اعداد توانی است، بنابراین دانش‌آموزان را تشویق کنید تا سؤالات مطرح شده در این فعالیت را به‌طور کامل انجام دهند تا به سخت بودن نوشتن اعداد توانی بدون استفاده از نماد توان پی‌برند.

مشاهده کنید:

در فرصتی که دانش‌آموزان به سؤالات مطرح شده در فعالیت پاسخ می‌دهند، شما فرصت خواهید داشت که گروه‌های مختلف را مشاهده کنید. ببینید آیا با مشورت هم به سؤالات پاسخ می‌دهند. آیا مسیر درستی را برای رسیدن به پاسخ دنبال می‌کنند؟ آیا به نظر یکدیگر توجه می‌کنند، آیا از نظرات یکدیگر

توان

تعریف توان

فعالیت

در کتاب‌های علوم خوانده‌اید که هر سلول چگونه به دو سلول تقسیم می‌شود.

در نمودار زیر، نحوه‌ی انجام‌گرفتن این کار را مشاهده می‌کنید.

مرحله‌ی سوم

مرحله‌ی دوم

مرحله‌ی اول

مرحله	اول	دوم	سوم
تعداد سلول	۱	۲×۲	

مرحله‌ی چهارم را بکشید و جدول را کامل کنید.

بین تعداد سلول‌ها و مراحل تقسیم آن‌ها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ در هر مرحله

به همان تعداد ؟ ضرب می‌شود.

در مرحله‌ی دهم، چند عدد سلول خواهیم داشت؟ ۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲

چگونه می‌توانیم تعداد سلول‌ها را در مرحله‌ی دهم به شکل بهتری بنویسیم؟

جواب‌های متفاوتی می‌توان داد.

فعالیت

عبارت‌های زیر را به کمک عمل ضرب خلاصه کنید.

۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲=۲۵۶ ۳×۳×۳×۳=۳×۴

۲×۲×۲=۲×۳ ۵×۵×۵×۵×۵×۵×۵=۷×۵

۶×۶×۶×۶×۶×۶×۶×۶

۲×۲×۲×۲=۲ آیا عبارت مقابل را نیز می‌توانیم خلاصه کنیم؟

۳۳

برای رسیدن به پاسخ صحیح ایده می‌گیرند؟

ادامه دهید:

پس از آن‌که دانش‌آموزان فرصت کافی برای فکر کردن راجع به سؤالات را داشتند از یک گروه بخواهید جواب سؤال ۱ را ارائه کنند. دلیل پاسخ خود را بگویند و از روی شکل نشان دهند که پاسخشان درست است. درباره‌ی پاسخ ارائه شده از دیگر گروه‌ها نظر بخواهید. مواظب باشید هیچ‌کس بی‌اجازه جواب را نگوید تا حس کشف ازبین نرود!

پاسخ‌های گروه‌های مختلف را در کلاس موردبحث قرار دهید. اجازه دهید گروه‌هایی که پاسخ نادرست داده‌اند هم، دلایل خود را بیان کنند.

هدایت کنید:

به پرسیدن سؤال‌هایی مانند چرا، روی شکل نشان دهید

و ... می‌توانید مهارت استدلال کردن را در دانش‌آموزان تقویت کنید و آن‌ها را در درک دلایل درستی یا نادرستی نظرات مختلف یاری دهید.

ادامه دهید:

پس از پاسخ دادن به سؤال ۱ ممکن است لازم باشد بعضی گروه‌ها در پاسخ خود به سؤالات بعدی تجدیدنظر کنند. از همه‌ی گروه‌ها بخواهید با درک تازه‌ای که یافته‌اند دوباره زمان کوتاهی را برای تحلیل جواب سؤالات بعدی در گروه صرف کنند. سپس از یک گروه بخواهید پاسخ خود را برای سؤال ۲ ارائه کند. درباره‌ی پاسخ ارائه شده در کلاس بحث کنید و اجازه دهید دانش‌آموزان دلایل درستی یا نادرستی این پاسخ را بگویند. بحث را به گونه‌ای هدایت کنید که همه‌ی دانش‌آموزان در مسیر کشف پاسخ درست و منطقی حرکت کنند.

پس از آن‌که همه‌ی دانش‌آموزان پاسخ درست سؤال ۲ را کشف کردند، از هر گروه بخواهید پاسخ خود به سؤال ۳ را روی تخته نمایش دهند.

پاسخ به سؤال سوّم می‌تواند خلاقیت دانش‌آموزان را پرورش دهد، شما با تشویق به‌موقع و شنیدن دلایل مطرح شده از سوی دانش‌آموزان برای نمادهایی که ارائه کرده‌اند، می‌توانید آن‌ها را در این مسیر یاری دهید. پاسخ‌های مختلف هرکدام می‌توانند از منظری پاسخ درست باشند ؛ برای مثال، ممکن است دانش‌آموزی این نماد را معرفی کند : $۲*۱۰$

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت ۲ را انجام دهند و به سؤال مطرح شده در انتهای آن با توجه به پاسخ خود به سؤال ۳ فعالیت ۱، پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

یادآوری : خلاصه کردن عبارتی مانند $a+a+a+a$ به صورت $4a$ است ؛ یعنی قراردادی در زبان ریاضی برای خلاصه کردن یک عبارت بدون آن‌که مفهوم آن عبارت تغییر کند. در این فعالیت، دانش‌آموزان باید به لزوم قرارداد مشترک پی برند.

ادامه دهید:

پاسخ‌های مختلف را در کلاس بررسی کنید. از دانش‌آموزان بپرسید آیا منطقی است که هر گروه مثلاً عبارت $۲\times۲\times۲\times۲\times۲$ را هرطور که خواست خلاصه کند؟ این سؤال دانش‌آموزان را برای رسیدن به اهداف فعالیت سوق می‌دهد.

دانش‌آموزان باید نتیجه بگیرند که بدون قرارداد مشترک، امکان درک متقابل عبارات خلاصه شده ازبین می‌رود ؛ مانند کسانی که با زبان‌های مختلف باهم صحبت می‌کنند و امکان فهمیدن صحبت‌های یکدیگر را ندارند.

آموزش دهید:

چگونگی خلاصه کردن عبارتی مانند $۷\times۷\times۷$ را روی تخته نشان دهید، پایه و توان را مشخص کنید. از روی کتاب

متن مربوط را بخوانید. تأکید کنید که پایه می‌تواند عددی اعشاری یا کسری باشد.

بپرسید!

پاسخ به سؤالاتی مانند $۲\times۲\times۲\times۲\times۲$ را خلاصه کنید؟ یا ۵×۵ را خلاصه کنید! می‌توانید شما را از یادگیری دانش‌آموزان آگاه کند. از دانش‌آموزان بپرسید آیا $۲^۵ = ۵^۲$ است؟ دقّت کنید که دانش‌آموزان از عبارات پایه و توان به‌درستی استفاده کنند. از آن‌ها بپرسید که در عبارت $۳^۸$ پایه کدام است؟

آموزش دهید:

کلمات «مجذور»، «مربع» و «مکعب» یک عدد را با چند مثال برای دانش‌آموزان توضیح دهید. می‌توانید درباره‌ی دلایل نامگذاری مربع و مکعب درکلاس صحبت کنید.

بپرسید!

از دانش‌آموزان بخواهید مربع عدد ۳، مجذور $(\frac{۵}{۳})$ و مکعب عدد ۲ را پیدا کنند و $۲^۳ + ۷^۲$ را به‌دست آورند.

از آن‌ها بخواهید عددی را پیدا کنند که وقتی آن را به توان ۳ برسانیم بشود ۱۲۵.

ادامه دهید:

فرصتی برای انجام کار در کلاس به‌صورت فردی با توجه به کلاستان تعیین کنید. پس از آن‌که هرکس به این قسمت پاسخ داد، بچه‌ها می‌توانند به صورت گروهی پاسخ‌های خود را تصحیح کنند. شما نیز دراین زمان، با زیرنظر گرفتن گروه‌های مختلف می‌توانید صحت پاسخ‌های آن‌ها را بررسی کنید. به دانش‌آموزان کمک کنید راه‌های سریع برای محاسبه را به‌کار گیرند ؛ مثلاً در کار در کلاس شماره‌ی ۲، $۳^۳$ را محاسبه کرده‌اند. حال برای محاسبه‌ی $۳^۴$ کافی است آن را در ۲ ضرب کنند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

دقّت کنید برخی از دانش‌آموزان عبارت‌هایی مانند $۷^۲$ و $۲^۷$ را معادل فرض می‌کنند. بنابراین تا انتهای این مبحث از دانش‌آموزان بخواهید در بحث گروهی در کار در کلاسی که حل کرده‌اند از کلمات «پایه» و «توان» استفاده و به تفاوت آن‌ها توجه کنند.

ادامه دهید:

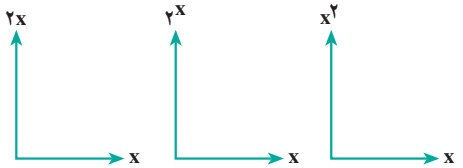
از روی کتاب متن را بخوانید و سه تساوی نوشته شده در کتاب را روی تخته دوباره بنویسید. از دانش‌آموزان **بپرسید** $۵^۱$ خلاصه‌ی چه عبارتی است؟ اجازه دهید دانش‌آموزان خودشان نتیجه‌گیری کنند که $۵ = ۵^۱$.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از ماشین حساب جدولی از عددهای تواندار با پایه و توان یک رقمی تهیه کنند. به کارگیری ماشین حسابی که دکمه‌ی توان نداشته باشد برای این‌کار مناسب‌تر است. چون دانش‌آموزان را برای بهینه کردن ترتیب محاسبات و پرکردن جدول تشویق می‌کند. می‌توانید نام این جدول را جدول توان بگذارید.

می‌توانید با استفاده از ماشین حساب یک فعالیت بازی در کلاس راه بیندازید. تعدادی عدد تواندار را در روی کارت‌های کوچک بنویسید و در یک کیسه بریزید. هر دانش‌آموز یک کارت را بردارد و عدد خود را محاسبه کند. بچه‌ها به ترتیب از عدد کوچک به بزرگ مرتب شوند. شما هم درستی چینش آن‌ها را بررسی کنید.

می‌توانید نمودارهای زیر را با کمک دانش‌آموزان با استفاده از کامپیوتر یا به‌صورت دستی رسم کنید. برای محاسبه‌ی اعداد بزرگ از کامپیوتر یا ماشین حساب استفاده کنید.



تلفیق با سایر دروس:

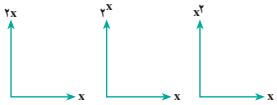
جدول توان یا نموداری رسم شده در قسمت کار با تکنولوژی را می‌توان در شکل‌ها و مدل‌های مختلف طراحی

کرد. این کار می‌تواند به عنوان یک فعالیت امتیازی در کلاس مطرح شود.

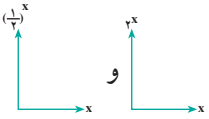
فعالیت خارج از کلاس:

طراحی جدول توان یا نمودارهای میله‌ای می‌تواند در زمانی خارج از زمان کلاس شما صورت گیرد. سعی کنید انجام این فعالیت خارج کلاس را برای دانش‌آموزان لذت‌بخش کنید.

توسعه:

بررسی سه نمودار میله‌ای 

به صورت هم‌زمان می‌تواند بچه‌ها را در کشف روابطی در این نمودارها یاری دهد.

بررسی نمودارهای میله‌ای  و نیز بسیار مفید و آموزنده است.

شما می‌توانید اهداف زیر را در توسعه، مبحث مفهوم توان دنبال کنید :

۱به توان هر عددی برابر ۱ است.

با زیاد شدن توان یک عدد بزرگ‌تر از ۱، حاصل بزرگ‌تر می‌شود.

با زیاد شدن توان یک عدد کوچک‌تر از ۱، حاصل کوچک‌تر می‌شود.

فعالیت موازی:

در فعالیت ۱ به جای تکثیر سلول می‌توانید موضوع بخش یک ویروس یا ضخامت کاغذی را که هر بار از وسط تا می‌شود بررسی کنید.

یادداشت معلم

ضرب اعداد توان‌دار با پایه‌های مساوی

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های خود، فعالیت را انجام دهند. به آن‌ها فرصت دهید تا به سؤال مطرح شده در فعالیت فکر کنند و حدس خود را به هم‌گروه‌های خود بگویند. از آن‌ها بخواهید فرضیه‌های مختلف مطرح شده در گروه را آزمایش کنند. بدون این‌که نظری در کلاس مطرح شود از دانش‌آموزان بخواهید دستور ضرب عددهای توان‌دار با پایه‌های مساوی را که در گروهشان به‌دست آورده‌اند روی یک کاغذ بنویسند. سپس از آن‌ها بخواهید ضرب‌های زیر آن را با دستور پیشنهادی خود به‌دست آورند. یک‌بار هم دو عدد توان‌دار را جداجدا حساب و سپس ضرب کنند از آن‌ها **بپرسید** آیا در دو حالت جواب‌ها یکسان است؟

هدف فعالیت:

دقّت کنید که در این فعالیت کشف، هدف اصلی است. اجازه دهید دانش‌آموزان حدسیات خود را آزمایش کنند و دستور محاسبه را کشف کنند.

پس از آن‌که با هدایت‌های شما همه‌ی گروه‌ها موفق به کشف دستور محاسبه شدند از همه‌ی گروه‌ها بخواهید دستور محاسبه‌ی حاصل‌ضرب دو عدد توان‌دار با پایه‌های مساوی را در یک ورق کاغذ به هر صورتی که می‌خواهند ارائه کنند و کاغذ خود را بالا بگیرند تا بقیه‌ی گروه‌ها نیز طرح آن‌ها را مشاهده کنند.

بپرسید!

از دانش‌آموزان بخواهید جواب این پرسش‌ها را به‌صورت شفاهی بدهند :

$(\frac{۲}{۳})^{۱} \times (\frac{۲}{۳})^{۵}$ $\quad (۱/۲)^{۲} \times (۱/۲)^{۴} =$ $\quad ۲^{۳} \times ۲^{۵}$

ادامه دهید:

از بچه‌ها بخواهید در گروه متن کتاب را مطالعه کنند و به

کار در کلاس پاسخ دهند.

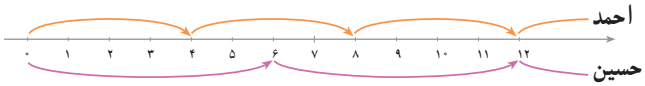
هدف کار در کلاس :

در کار در کلاس شماره‌ی ۱ هدف بازکردن اعداد توان‌دار است نه محاسبه‌ی آن‌ها. در کار در کلاس شماره‌ی ۲ و ۳ دقّت شود که دانش‌آموزان قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی را به درستی به کار برند.

توصیه‌های آموزشی:

برخی از تمرین‌هایی که در ادامه‌ی کار در کلاس آمده است، احتیاج به تأمل بیش‌تر دارد. اجازه دهید هر دانش‌آموز به تنهایی روی آن‌ها فکر کند و در موارد لازم توضیحات را با بیان خودش بنویسد. حل مسائل این قسمت را نیز به‌عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان توصیه کنید و در جلسه بعد به رفع اشکالات احتمالی بپردازید.

برای حلّ مسائل ۱ و ۲ می‌توان از راهبردهای مختلفی استفاده کرد مثلاً در حلّ مسئله‌ی ۱ از راهبرد رسم شکل :



یا در حلّ مسئله‌ی ۲ از راهبرد زیر مسئله به‌صورت تبدیل مسئله به چهار مرحله‌ی زیر استفاده کنند.

۱ــ پیمانه‌هایی که می‌توان برای پرکردن ظرف ۸ لیتری به‌کار برد؟ $\{1,2,4,8\}$

۲ــ پیمانه‌هایی که می‌توان برای پرکردن ظرف ۱۰ لیتری به‌کاربرد؟ $\{1,2,5,10\}$

۳ــ پیمانه‌هایی که می‌توان برای پرکردن هر دو ظرف به‌کاربرد؟ $\{1,2\}$

۴ــ بزرگ‌ترین آن‌ها ۲ لیتری

دانش‌آموزان برای حلّ مسئله‌ی ۳ باید حقوق هرماه را حساب کنند. پاسخ به‌دست آمده می‌تواند آن‌ها را در درک بهتر مفهوم رشد توانی یاری دهد. درواقع هدف این مسئله صرفاً این نکته است که عددهای تواندار بسیار سریع رشد می‌کنند. در حل این مسئله هرگاه دانش‌آموزان احساس کردند که روش اول به‌علت رشد زیاد بهتر است محاسبات را می‌توان ختم کرد. همچنین برای حل این مسئله می‌توان از ماشین‌حساب برای ساده‌تر شدن عملیات استفاده کرد تا وقت کلاس بیهوده صرف نشود. توجه معلمان محترم فقط باید به مفهوم رشد توانی بوده و از تأکید کردن بر عملیات مسئله بپرهیزند.

در تمرین‌های کار در کلاس سؤال سوم یک نمونه از سؤالات واگرا دیده می‌شود. به تمرین $۹^{\square}\times۹^{\square}=۹^{۵}$ پاسخ‌های متفاوت می‌توان داد. طرح سؤالات واگرا به پرورش خلاقیت دانش‌آموزان کمک زیادی می‌کند.

حلّ جدول مربوط به سرگرمی ریاضی این قسمت نیز در راستای مرور مباحث این قسمت از کتاب است.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

تفاوت $(\frac{۲}{۳})^{۵}$ و $\frac{۲^{۵}}{۳}$ را در کلاس موردتوجه قرار دهید ؛ زیرا برخی دانش‌آموزان تفاوتی بین این دو عبارت لحاظ نمی‌کنند. از آن‌ها بخواهید دو عدد را محاسبه کنند و دلیل تفاوت آن‌ها را بیان کنند.

فعالیت موازی:

۷×۷^{۴} ○ $(۷)\times(۷\times۷\times۷\times۷)$ ○ $۷\times۷\times۷\times۷\times۷\times۷$ ○ $۷^{۵}$

$۷^{۲}\times۷^{۳}$ ○ $(۷\times۷)\times(۷\times۷\times۷)$ ○ $۷\times۷\times۷\times۷\times۷\times۷$ ○ $۷^{۵}$

$۷^{۳}\times۷^{۲}$ ○ $(۷\times۷\times۷)\times(۷\times۷)$ ○ ..... ○

$۷^{۴}\times۷^{۱}$ ○ ..... ○ ..... ○

در دایره‌ها علامت = یا ≠ قرار دهید. جای خالی را مانند ردیف‌های بالا پر کنید.

آیا می‌توانید دستوری برای ضرب عددهای تواندار با پایه‌های مساوی بیان کنید؟ حدس خود را بنویسید.

۳ـ شرکتی برای انجام یک پروژه شش ماهه آگهی استخدام داده است. این شرکت دو روش پرداخت حقوق را در آگهی خود اعلام کرده است:

روش اول: ماهانه ۳۰۰٬۰۰۰ تومان

روش دوم: ماه اول ۳۰٬۰۰۰ تومان، ماه دوم دو برابر ماه اول، ماه سوم دو برابر ماه دوم، ماه چهارم دو برابر ماه سوم و به همین ترتیب تا پایان ماه ششم.

اگر شما می‌خواستید در انجام این پروژه همکاری کنید کدام روش دریافت حقوق را انتخاب می‌کردید؟ (چرا؟) روش دوم

سرگرمی و ریاضی

جدول اعداد

افقی

۱ـ مجذور عدد ۲۱ ـ دهگان این عدد دو برابر یکان آن است.

۲ـ در این عدد دهگان ۲ برابر یکان و صدگان ۲ برابر دهگان است.

۳ـ دهگان ۵ برابر یکان است ـ بزرگ‌ترین عدد اول دورقمی.

۴ـ اگر یکان را ۲ برابر کنیم و با دهگان جمع کنیم، خود عدد بدست می‌آید ـ یکی از مضرب‌های ۹.

۵ـ کوچک‌ترین مضرب مشترک ۲۲ و ۳۶ـ بزرگ‌ترین مضروف‌علیه مشترک ۷۲ و ۱۰۸.

۶ـ یکی از توان‌های ۱۳.

۷ـ عددی اول بین ۳۰ و ۴۰ـ مجذور عددی اول بین ۲۰ و ۵۰.

عمودی

۱ـ یکی از مضرب‌های ۱۱ـ بزرگ‌ترین عدد اول سه‌رقمی.

۲ـ از مجذور ۷، ده تا بیش‌تر است ـ عددی که هم بر ۹ بخش‌پذیر است و هم بر ۷.

۳ـ عددی فرد که بر ۵ بخش‌پذیر است ـ مجموع هر سه رقم مساوی ۶ است.

۵ـ مجموع هر سه رقم ۱۱ است ـ نمره‌ی محبوب همه.

۶ـ عددی با دو رقم مساوی ـ مضربی از ۴۳.

۷ـ عددی با سه رقم مساوی ـ کوچک‌ترین مضرب مشترک ۲۲ و ۲۶.

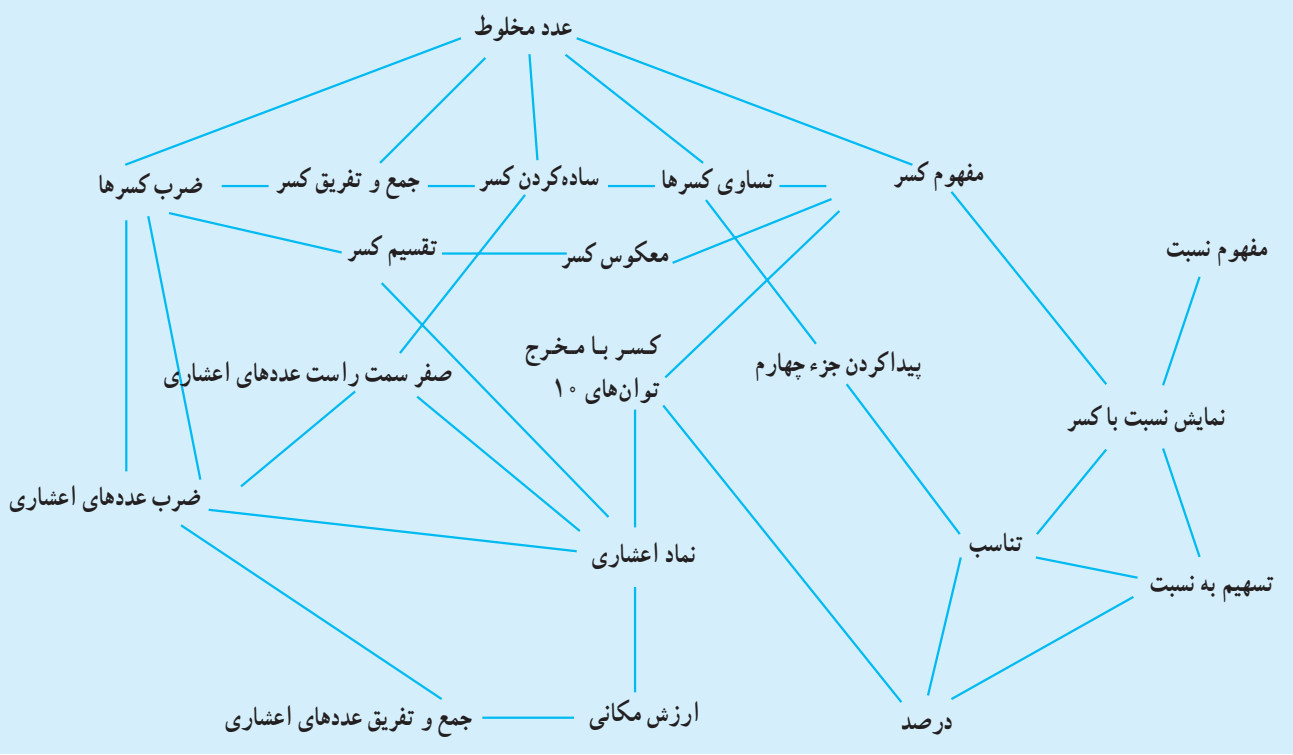
۳۷ حساب اعداد طبیعی

یادداشت معلم

فصل دوم

کسر، نسبت و اعشار

این فصل از ۴ عنوان اصلی تشکیل شده است. در قسمت اول، ضمن یادآوری مباحث کسر و با توجه به مفهوم ب.م.م و ک.م.م درس‌هایی مثل ساده‌کردن کسر و عملیات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم تکمیل و با بیانی جدید مطرح می‌شود. در قسمت دوم نیز مفاهیم نسبت، تناسب و درصد یادآوری و تکمیل می‌شود. در قسمت سوّم مفاهیم عددهای اعشاری، ارزش مکانی و عملیات جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری یادآوری شده به طوری‌که دانش‌آموزان در انجام عملیات مهارت لازم را کسب کنند. قسمت آخر این فصل، پس از تمرین دوره‌ای (۱) مطرح شده و در آن به عملیات تقسیم عددهای اعشاری می‌پردازد. تعداد مفاهیم مختلف این فصل به شکل زیر، با هم درارتباط‌اند.



هم‌چنین در این فصل، رسم ۲ و آموزش راهبردهای «حل مسئله‌ی ساده‌تر»، «الگویابی» وجود دارد.

در این فصل، محور اصلی مفهوم کسر است، نسبت دو کمیت را می‌توان با یک کسر و تناسب آن‌ها را با تساوی دو کسر نمایش داد. همچنین کسرهایی که مخرج آن‌ها توان‌های ۱۰ هستند، با نماد اعشاری نشان داده می‌شوند. مفهوم و محاسبه‌ی ب.م.م که در فصل قبل تدریس شده است در ساده‌کردن کسرها به کار برده می‌شود. مفهوم و محاسبه‌ی ک.م.م نیز در پیدا کردن مخرج مشترک در عملیات جمع، تفریق و تقسیم کاربرد پیدا می‌کنند. به این ترتیب می‌توان علاوه بر ارتباط‌های داخل این فصل، ارتباط دو فصل را نیز برای دانش‌آموزان آشکارتر کرد.

می‌توانید با مثال‌هایی این ارتباط‌ها و یا ارتباط‌هایی مشابه را برقرار کنید تا دانش‌آموزان بتوانند مفاهیم ریاضی را به صورت یکپارچه و در ارتباط با هم بیاموزند.

زمان بندی

ماه آبان

هفته‌ی اوّل: کسر متعارفی ــ عدد مخلوط ــ تساوی کسرها

هفته‌ی دوّم: جمع و تفریق کسرها ــ ضرب کسرها

هفته‌ی سوّم: آموزش راهبرد حلّ مسئله ساده‌تر ــ تقسیم کسرها ــ رسم ۲

هفته‌ی چهارم: نسبت و تناسب (مقدارهای متناسب ــ طرح یک مسئله)

ماه آذر

هفته‌ی اوّل: ادامه‌ی نسبت و تناسب (تسهیم به نسبت) ــ یادآوری (مفاهیم اعداد اعشاری ــ جمع و تفریق)

هفته‌ی دوّم: آموزش راهبرد الگویابی ــ ضرب عددهای اعشاری

این زمان‌بندی پیشنهادی است. عواملی مثل توانایی دانش‌آموزان، پیش دانسته‌های آن‌ها و علایق و سلایق معلم می‌تواند تا حدودی این زمان‌بندی را تغییر دهد. پس با توجه به شرایط کلاس و مدرسه‌ی خود زمان‌بندی مناسب را تعیین کنید. به خاطر داشته باشید شرایط فقط تا حدّی می‌تواند زمان‌بندی پیشنهادی را تغییر دهند. به عبارت دیگر هر تغییری (سریع یا کُند) را نمی‌توان به حساب شرایط گذاشت.

نمونه‌ی سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱ــ با تبدیل کسرها به نماد اعشاری کسرهای زیر را مقایسه کنید.

$\frac{۳}{۴} \bigcirc \frac{۵}{۸}$

۲ــ با تبدیل عددهای اعشاری به کسر حاصل تقسیم‌ها را به دست آورید.

$\frac{۰/۷۲}{۰/۹} =$

$\frac{۱/۲}{۰/۰۳} =$

۳ــ نسبت تعداد دانش‌آموزن چپ دست یک کلاس به تمام دانش‌آموزان مثل ۲ به ۲۵ است. این نسبت را با کسری نشان دهید که مخرج توانی از عدد ۱۰ باشد. چند درصد دانش‌آموزان این کلاس چپ دست هستند؟

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث کسر متعارفی

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
مفهوم کسرها	۳۸ ۳۹ ۴۰	ــ مفهوم کسر ــ نمایش کسر ــ مقایسه‌ی دو کسر	ــ یک کسر را با شکل نشان دهد و از خود خلاقیت نشان دهد. ــ کسر مربوط به یک شکل را بیان کند. ــ هر کسر را به صورت تعدادی از کسر $\frac{۱}{n}$ بیان کند. ــ دو کسر با مخرج مساوی را مقایسه کند.	ــ انجام فعالیت برای درک کاربردهایی از کسر ــ انجام فعالیت برای بروز خلاقیت در نشان دادن کسر $\frac{۱}{۲}$ ــ انجام کار در کلاس برای تمرین نمایش کسر ــ بیان کسر به صورت مضاربی از $\frac{۱}{n}$ و مقایسه دو کسر	ــ صفحات مقوایی که کسرهای مختلفی را نشان می‌دهند.	کسر متعارفی
عدد مخلوط	۴۰ ۴۱	ــ تبدیل کسر به عدد مخلوط ــ تبدیل عدد مخلوط به کسر ــ نمایش عدد مخلوط یا کسر بزرگ‌تر از واحد با شکل	ــ عدد مخلوط را با شکل نشان داده برای شکل یک عدد مخلوط مناسب بنویسد. ــ کسر و عدد مخلوط را به هم تبدیل کند.	ــ بحث گروهی در مورد عملیات تبدیل کسر و عدد مخلوط به یکدیگر ــ انجام کار در کلاس برای تمرین تبدیل‌ها	ــ صفحات مقوایی کسر برای نشان‌دادن عدد مخلوط	عدد مخلوط
تساوی کسرها	۴۱ ۴۲ ۴۳ ۴۴	ــ تساوی کسرها ــ ساده‌کردن کسر ــ پیداکردن جزء چهارم یک تساوی کسری	ــ با استفاده از یک کسر مولد تساوی کسرهای مساوی با آن را بنویسد. ــ از ب.م.م صورت و مخرج برای ساده‌کردن کسر استفاده کند. ــ جزء چهارم یک تساوی کسری را پیدا کند. ــ کسرهایی که از ضرب چند عدد شکل گرفته‌اند را ساده کند.	ــ انجام فعالیت برای کشف استفاده از ب.م.م برای ساده‌کردن کسرها ــ انجام کار در کلاس برای ساده‌کردن کسرها با استفاده از ب.م.م ــ انجام کار در کلاس برای پیدا کردن جزء چهارم یک تساوی کسری	ــ صفحات مقوایی برای نمایش تساوی کسرها ــ میله‌های تقسیم شونده	تساوی کسر ساده‌کردن کسر مولد
جمع و تفریق کسرها	۴۵ ۴۶ ۴۷ ۴۸	ــ جمع و تفریق کسرها ــ مخرج مشترک ــ جمع و تفریق عددهای مخلوط	ــ جمع و تفریق دو کسر را با استفاده از ک.م.م مخرج‌ها انجام دهد. ــ درک کند که چرا از ک.م.م برای پیدا کردن مخرج مشترک استفاده می‌شود. ــ جمع و تفریق عددهای مخلوط را در حالت‌های مختلف انجام دهد.	ــ انجام کار در کلاس برای یادآوری جمع و تفریق کسرها ــ انجام فعالیت برای کشف استفاده از ک.م.م به جای مخرج مشترک ــ انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از ک.م.م	ــ کارت‌های مقوایی برای نمایش جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط	مخرج مشترک

شناسنامه‌ی مبحث کسر متعارفی

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
			ــ جمع و تفریق کسرها و یا عدد مخلوط را به صورت تقریبی و یا با محاسبه‌ی ذهنی انجام دهد.	ــ انجام فعالیت برای درک حالت‌های مختلف جمع و تفریق دو عدد مخلوط ــ انجام کار در کلاس برای تمرین جمع و تفریق دو عدد مخلوط		
ضرب کسرها	۴۸ ۴۹	ــ ضرب کسر و عدد مخلوط ــ معکوس کسر	ــ چند کسر یا عدد مخلوط را درهم ضرب کند. ــ معکوس هر کسر را بنویسد. ــ کشف کند که هر عدد ضرب در معکوسش برابر یک است.	ــ انجام فعالیت برای پیدا کردن معکوس کسر و درک ضرب کسر در معکوس آن ــ انجام کار در کلاس برای تمرین ضرب کسر و عدد مخلوط	ــ کارت مقوایی برای نمایش ضرب کسرها در حالت‌های مختلف	معکوس کسر
تقسیم کسرها	۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵	ــ تقسیم کسر ــ رابطه‌ی بین کسر و تقسیم ــ حل عملیات ترکیبی	ــ تقسیم دو کسر یا عدد مخلوط را انجام دهد. ــ دلیل راه حل و عملیات تقسیم دو کسر را توضیح دهد. ــ رابطه‌ی بین ÷ و ـ (خط کسری) را درک کند. ــ عملیات ترکیبی کسرها را انجام دهد. ــ مسائل مربوط به کسر را حل کند.	ــ انجام کار در کلاس برای محاسبه تقسیم کسرها ــ انجام فعالیت برای درک رابطه‌ی تقسیم و کسر ــ انجام کار در کلاس برای عملیات ترکیبی ــ انجام فعالیت برای استفاده از راهبرد زیر مسئله در محاسبه‌ی عملیات ترکیبی کسرها	ــ کارت‌های مقوایی برای نمایش تقسیم کسرها در حالت‌های مختلف	

کسر متعارفی

موضوعات در یک نگاه

در درس کسر متعارفی ابتدا مفهوم، نماد کسر و مقایسه‌ی دو کسر با مخرج مساوی یادآوری می‌شود. سپس عدد مخلوط و نحوه‌ی تبدیل کسر به عدد مخلوط و برعکس آن تمرین می‌شود. با یادآوری تساوی کسرها، ساده‌کردن کسر به کمک ب.م.م صورت و مخرج و پیداکردن جزء چهارم یک تساوی کسری مطرح می‌شود و عملیات جمع و تفریق کسرها و عددهای مخلوط با استفاده از ک.م.م مخرج‌ها آموزش داده شده، ضرب کسرها، معکوس کسر و تقسیم کسرها نیز یادآوری و تکمیل می‌شوند در پایان ضمن تمرین عملیات ترکیبی، مسائل مربوط به مبحث کسر ارائه می‌شوند.

اهداف

در فرآیند آموزش این دروس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ مفهوم کسر را درک کرده و با نماد ریاضی آن را نشان دهد.

۲ــ مفهوم عدد مخلوط را درک کرده و با نماد ریاضی آن را نمایش داده و کسر و عدد مخلوط را به هم تبدیل کند.

۳ــ با استفاده از مفهوم تساوی کسرها و ب.م.م، کسرها را تا حد امکان ساده کند.

۴ــ جزء چهارم یک تساوی کسری را پیدا کرده و کسرهایی را که از حاصل‌ضرب عددها شکل گرفته‌اند، ساده کند.

۵ــ جمع و تفریق کسرها و عدد مخلوط را با مهارت انجام دهد.

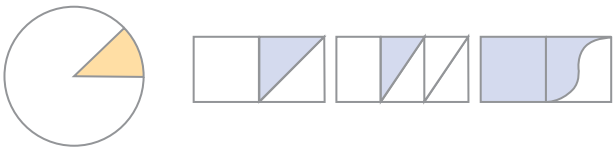
۶ــ ضرب دو کسر و یا دو عدد مخلوط را انجام دهد و از ساده‌کردن استفاده کند.

۷ــ با استفاده از معکوس، حاصل تقسیم دو کسر یا دو عدد مخلوط را پیدا کند.

۸ــ مفاهیم و عملیات مربوط به کسر را در حل مسائل به کار برد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ کسر مربوط به هر شکل را بنویسید.

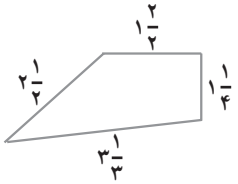


۲ــ در یک کیسه ۱۰ مهره‌ی سیاه، ۲ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی آبی قرار دارد. چه کسری از این مهره‌ها سیاه است؟

۳ــ عدد $\frac{۱۲۷}{۱۵}$ بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد؟

۴ــ اگر کسر $\frac{۳}{۴}$ با کسر $\frac{a}{b}$ برابر باشد در مورد a و b چه می‌توان گفت؟

۵ــ محیط چهار ضلعی مقابل را پیدا کنید.



۶ــ در جای خالی کسر مناسب بنویسید.

$\frac{۷}{۸}+\square=\frac{۳}{۴}$ $\qquad$ $\frac{۷}{۸}-\square=\frac{۱}{۲}$

۷ــ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$۵\frac{۵}{۵}+۹\frac{۱۰}{۱۰}-۲\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$

مجموعه‌ی عددهای گویا براساس نسبت دو عدد

مفهوم کسر، پس از آن که تصور کم و بیش مشخصی درباره‌ی عددهای طبیعی پیدا شد، به وجود آمد. مفهوم کسر هم همچون مفهوم عددهای طبیعی، به تدریج و در دوره‌ی زمانی دراز شناخته شد. مفهوم «نصف» یا «نیم»، خیلی زودتر از مفهوم‌های «یک سوم» و «یک چهارم» پیدا شد. این دو مفهوم یک سوم و یک چهارم پیش از سایر کسرها وارد زبان و محاسبه شد. به تقریب در همه‌ی زبان‌ها، رابطه‌ای بین واژه‌ی نصف یا نیم با واژه‌ی «دو» نیست و این، به معنای آن است در آغاز «نیم» برای بخشی از واحد به کار می‌رفت نه برای $\frac{۱}{۲}$ آن. اصطلاح‌های «بیشتر از نصف»، «کمتر از نصف»، «نیم روز» یا ضرب‌المثل «نصف عمر شدم» که در زبان فارسی به کار می‌رود، نشانه‌ای بر این مطلب است. تصور درباره‌ی عددهای طبیعی ضمن شمارش چیزها و تصور درباره‌ی کسرها، ضمن اندازه‌گیری (محاسبه‌ی طول، وزن و غیره) به وجود آمد.

مصری‌ها و هندی‌های دوران کهن، به فراوانی از کسرها استفاده می‌کردند. براهما گوپتا که در سده‌ی هشتم میلادی می‌زیست و نسبت او به «منع ــ برهمن‌ها» ــ دانشمندان ایرانی که در دوران پارت‌ها از سیستان به هند رفتند می‌رسد، عمل با کسرهای متعارفی را (با اندکی تفاوت با امروز) توضیح داده است. شکل امروزی نوشتن کسر متعلق به هندی‌هاست، تنها پاره خط بین صورت و مخرج (خط کسری) را نمی‌نوشتند و از جمله $\frac{۲}{۵}$ را به صورت $\begin{matrix}۲\\۵\end{matrix}$ یادداشت می‌کردند.

نوشتن کسرهای متعارفی و عمل با آن‌ها را برای نخستین بار محمد فرزند موسا مشهور به خوارزمی کتاب «حساب» خود به کار برد که بعد از او، همه‌ی ریاضی‌دانان ایرانی از او پیروی کردند.

لئونارد فیبوناچی اهل پیزا که در سده‌ی سیزدهم میلادی می‌زیست و به خاطر سفرهای خود در شرق، با دانش کشورهای خاور زمین آشنا شده بود، کسرهای متعارفی و روش عمل با آن‌ها را، برای نخستین بار، در اروپای غربی متداول کرد.

مصری‌ها برای $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۳}$ نماد خاصی داشتند ولی بقیه‌ی کسرها را به مجموعه‌ی کسرهایی تبدیل می‌کردند که همه‌ی آن‌ها صورتی برای واحد داشته باشد :

$$\frac{۲}{۵}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۱۵}\ ,$$
$$\frac{۲}{۷}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲۸}\ ,$$
$$\frac{۲}{۹}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۸}\ ,$$
$$\frac{۲}{۱۱}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۶۶}\ ,$$
$$\frac{۲}{۱۳}=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۵۲}+\frac{۱}{۱۰۴}\ ,$$

و غیره، برای کسرهای بزرگ‌تر هم چنین می‌کردند :

$$\frac{۵}{۲۱}=\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۱۴}+\frac{۱}{۴۲}\ ,$$
$$\frac{۷}{۸}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}\ ,$$

چند نکته درباره‌ی کسرها

۱ــ اگر به صورت و مخرج یک کسر، عدد معینی اضافه کنیم، کسر به واحد نزدیک‌تر می‌شود ؛ یعنی وقتی کسر کوچک‌تر از واحد است، بزرگ‌تر و وقتی کسر بزرگ‌تر از واحد است، کوچک‌تر می‌شود ؛ $\frac{۲}{۳}$ از واحد کوچک‌تر است، اگر به صورت و مخرج آن ۲ واحد اضافه کنیم، به کسر $\frac{۴}{۵}$ می‌رسیم که از $\frac{۲}{۳}$ بزرگ‌تر است :

$$\frac{۴}{۵}-\frac{۲}{۳}=\frac{۲}{۱۵}$$

ولی کسر $\frac{۳}{۲}$ که از واحد بزرگ‌تر است، با اضافه‌کردن ۲ واحد به صورت و مخرج، کسر به اندازه‌ی $\frac{۱}{۴}$ کوچک‌تر می‌شود ؛

$$\frac{۳}{۲}-\frac{۵}{۴}=\frac{۱}{۴}$$

۲ــ اگر صورت‌های دو کسر با هم و مخرج‌های آن‌ها را با هم جمع کنیم، کسری به دست می‌آید که بین دو کسر اصلی است

مثال، دو کسر $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۲}$ را در نظر بگیرید. داریم $\frac{۱}{۳} < \frac{۱}{۲}$ اکنون کسری را در نظر می‌گیریم که صورت آن از مجموع صورت‌ها و مخرج آن از مجموع مخرج‌ها به دست آمده باشد. $\frac{۱+۱}{۲+۳} = \frac{۲}{۵}$ این کسر $\frac{۲}{۵}$ بین $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ است یعنی از $\frac{۱}{۳}$ بزرگ‌تر و از $\frac{۱}{۲}$ کوچک‌تر است :

$$\frac{۱}{۳} < \frac{۲}{۵} < \frac{۱}{۲}$$

۳ــ هرکسر که صورت و مخرج آن عددهای طبیعی باشند، یک عدد گویاست. مجموعه‌ی عددهای طبیعی زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی عددهای حسابی [عددهای طبیعی به اضافه صفر را عددهای حسابی گویند] و عددهای حسابی زیر مجموعه‌ای از عددهای گویاست. هر عدد به صورت $\frac{a}{b}$ ، $(a, b \in z)$ به شرطی که b برابر صفر نباشد، یک عدد گویاست. بین هر دو عدد گویا، هر قدر که به هم نزدیک باشند، بی‌نهایت عدد وجود دارد.

یادداشت معلم

مفهوم کسر

ایجاد انگیزه کنید:

درس را می‌توانید با مسائلی واقعی مانند نمونه‌های زیر شروع کنید.

۱ــ یک نارنگی را پوست بگیرید و تعداد پرهای نارنگی درون آن را بشمارید. هر پر نارنگی چه کسری از تعداد پرهای نارنگی است.

۲ــ معمولاً هر پیتزا را به چند قسمت تقسیم می‌کنند؟ هر قسمت چه کسری از پیتزاست؟

هدف فعالیت:

این فعالیت با هدف شروع درس مفهوم کسر با یک مسئله‌ی واقعی و کاربردی طراحی شده است.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال‌های آن پاسخ دهند.

آموزش دهید:

بعد از آن که مطمئن شدید تمام دانش‌آموزان در مورد فعالیت فکر کرده و به سؤال آن پاسخ داده‌اند از چند نفر یا یک گروه بخواهید پاسخ سؤال را بیان کنند. بعد از جمع‌بندی نظرات دانش‌آموزان مفهوم کسر و نماد آن را یادآوری کنید و چند مثال بزنید.

هدف فعالیت:

این فعالیت به منظور پرورش خلاقیت دانش‌آموزان و ایجاد یک تصویر ذهنی از مفهوم کسر $\frac{۱}{۲}$ طراحی شده است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید به طور فردی متن فعالیت را بخوانند و آن را پاسخ دهند.

توصیه‌های آموزشی:

در مورد زکات که یکی از احکام شرعی مسلمانان است

کسر، نسبت و اعشار

کسر متعارفی

مفهوم کسر

فعالیت

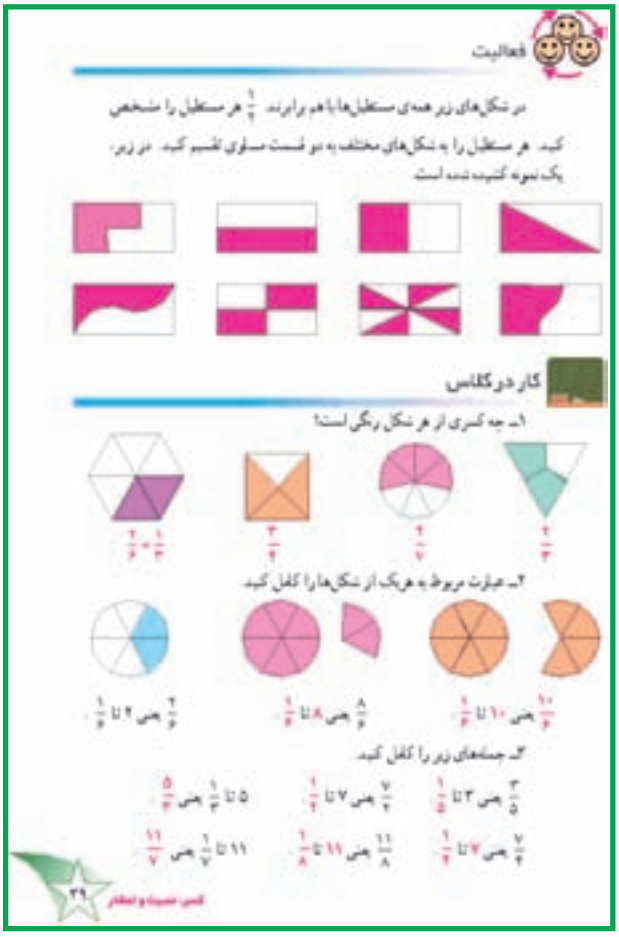
در حد نیاز توضیح دهید. بیان شما به گونه‌ای باشد که هم از کلاس ریاضی و فضای درس خارج نشوید و هم دانش‌آموز با شنیدن آن توضیحات درک درستی از حکم شرعی زکات به دست آورد.

بپرسید!

درباره‌ی تعداد حالت‌هایی که می‌توان کسر $\frac{۱}{۲}$ را نشان داد از دانش‌آموزان سؤال کنید و این موضوع را به بحث بگذارید.

توصیه‌های آموزشی:

از دانش‌آموزان بخواهید ذهن خود را به نمونه‌ی ارائه شده محدود نکنند و از خود خلاقیت نشان دهند می‌توانید نمایشگاهی از مجموعه‌ی کارهای دانش‌آموزان ترتیب دهید.


فعالیت

در شکل‌های زیر همه‌ی مستطیل‌ها با هم برابرند. $\frac{1}{6}$ هر مستطیل را مشخص کنید. هر مستطیل را به شکل‌های مختلف به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. در زیر، یک نمونه کشیده شده است.

کار در کلاس

۱ـ چه کسری از هر شکل رنگی است؟

۲ـ عبارت مربوط به هریک از شکل‌ها را کامل کنید.

۳ـ جمله‌های زیر را کامل کنید.

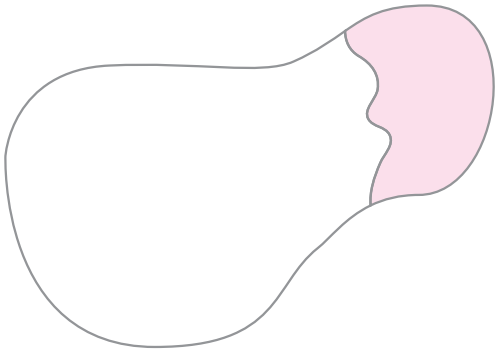
هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ تعریف «جزء به کل» کسر یادآوری می‌شود.

در تمرین ۲ و ۳ تعریف کسر با استفاده از کسرهای $\frac{1}{n}$ بیان شده تا زمینه را برای آموزش مفهوم عدد مخلوط آماده کند.

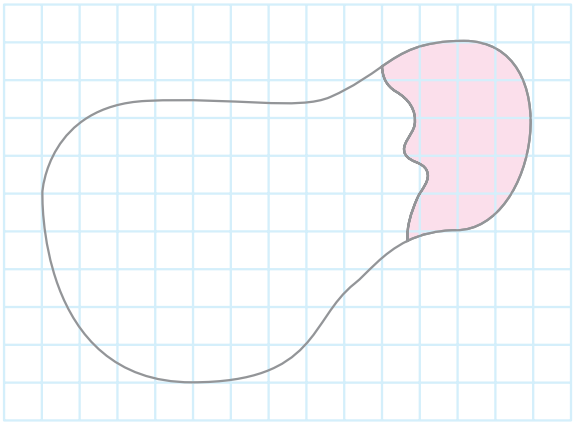
تمرین ۴ به منظور یادآوری مقایسه‌ی کسرهای با مخرج مساوی ارائه شده است. در تمرین ۵ دانش‌آموزان باید ابتدا قسمت‌های مساوی را در شکل ایجاد کنند تا کسر $\frac{1}{8}$ مشخص شود. ممکن است دانش‌آموزی بگوید چون شکل به قسمت‌های مساوی تقسیم نشده کسری را نشان نمی‌دهد. برای او توضیح دهید که در هر حالت شکل، کسری را نشان می‌دهد، اگر بتوانیم قسمت‌های مساوی را ایجاد کنیم، مقدار دقیق کسر را بیان می‌کنیم در غیر این صورت کسر را می‌توان با یک عدد تقریبی مشخص کرد.

شکل بالا هم یک کسر را نشان می‌دهد. چون جزئی از یک کل رنگ شده است.



اما از آن‌جا که نمی‌توان قسمت‌های مساوی را روی آن مشخص کرد به طور دقیق نمی‌توان گفت که این شکل چه کسری را نشان می‌دهد اما به صورت تقریبی می‌توان گفت این شکل با چه کسری برابر است.

برای این که به تقریب بهتری برسیم می‌توانیم شکل را به صورت شطرنجی تبدیل کنیم.



با شمارش مربع‌های رنگ شده و رنگ نشده می‌توان کسر تقریبی را بیان کرد.

اگر بخواهیم دقت کار را بالاتر ببریم می‌توانیم مربع‌ها را کوچک‌تر کنیم.

در تمرین ۶ هدف، طرح یک مسئله از کاربردهای درس کسر است. واحد پول عمداً «زد» در نظر گرفته شده است تا دانش‌آموزان قراردادی بودن واحد پول را درک کنند و مسئله را بدون توجه به واحد پول درک و حل کنند.

توصیه‌های آموزشی:

سؤال ۴ کار در کلاس را با توجه به تمرین‌های ۲ و ۳

پاسخ دهید. $\frac{۴}{۷}$ کمتر از $\frac{۶}{۷}$ است ؛ چون $\frac{۴}{۷}$ ، ۴ تا $\frac{۱}{۷}$ است و $\frac{۶}{۷}$ ، ۶ تا $\frac{۱}{۷}$. از دانش‌آموزان بخواهید در هنگام حل این تمرین، قاعده‌ی مقایسه‌ی دو کسر با مخرج مساوی را نتیجه بگیرند.

توسعه:

در تکمیل مفاهیم این قسمت می‌توانید موارد زیر را مطرح کنید.

۱ــ مقایسه‌ی دو کسر با صورت مساوی (کسری بزرگ‌تر است که مخرج کوچک‌تری داشته باشد.)

در این جا از دانش‌آموزان بخواهید قاعده را با استفاده از شکل نشان دهند و برای آن استدلال کنند.

۲ــ توانایی استدلال دانش‌آموزان را در سؤال‌هایی مثل سؤال زیر بالا ببرید.

ــ کدام‌یک از کسرها از نصف بیش‌تر است؟ چرا؟

$$\frac{۴}{۶}, \frac{۴}{۷}, \frac{۹}{۱۰}, \frac{۷}{۸}, \frac{۲}{۳}$$

ــ اگر به صورت و مخرج کسر یک واحد اضافه شود کسر بزرگ‌تر می‌شود یا کوچک‌تر؟ چرا؟

فعالیت موازی:

۱ــ در مستطیل‌های زیر کسر $\frac{۱}{۳}$ را نشان دهید.

۲ــ در شکل‌های زیر کسرهای $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۱}{۴}$ را نشان دهید.

۳ــ ابتدا $\frac{۱}{۲}$ شکل را رنگ کنید سپس $\frac{۱}{۲}$ باقی‌مانده را رنگ کنید حالا چه کسری دارید؟ $\frac{۱}{۲}$ باقیمانده‌ی شکل را نیز رنگ کنید. اکنون چه کسری از شکل رنگی است؟ اگر این کار را به همین شکل ادامه دهیم چه کسرهایی ساخته می‌شود؟ این کسرها به چه عددی نزدیک می‌شوند؟

تلفیق با سایر دروس:

با طرح سؤال‌های زیر می‌توانید ارتباط ریاضی را با دروس دیگر دانش‌آموزان برقرار سازید :

۱ــ به نقشه‌ی کشور ایران نگاه کنید، کدام استان بزرگ‌تر از بقیه است. این استان تقریباً چه کسری از کل کشور است؟

۲ــ چه کسری از بدن انسان را آب تشکیل می‌دهد؟ چه کسری از هوا اکسیژن است؟

۳ــ چه کسری از امامان نام مبارک «علی» را دارند؟

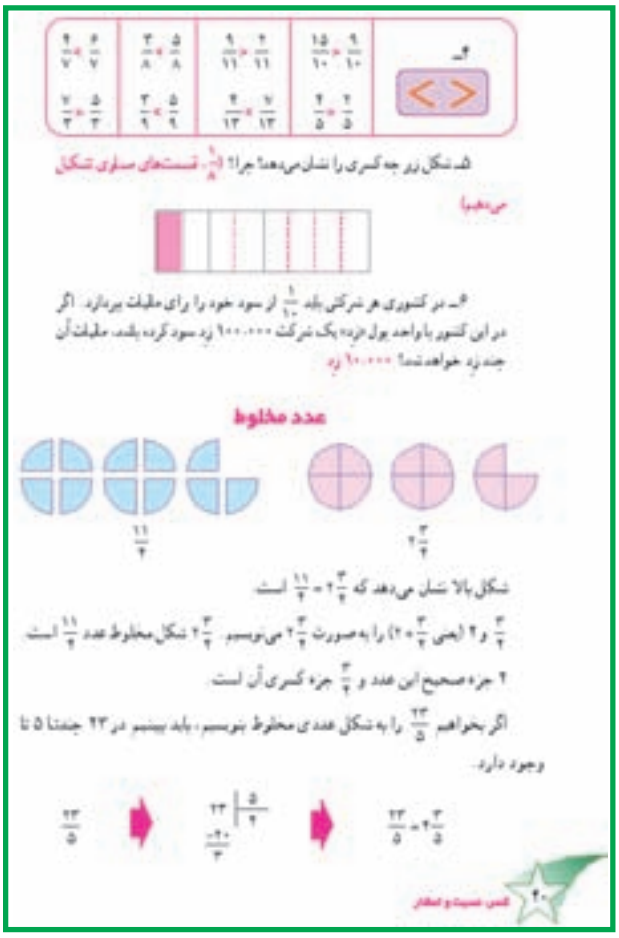
فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ یک صفحه از یک کتاب را به دلخواه باز کنید. ۳ خط آن را انتخاب کرده تمام حروف آن را بشمارید. چه کسری از حروف، حرف «الف» است؟ چه کسری حرف «س»، چه کسری حرف «ژ» و چه کسری حرف «ی» است؟ به صفحه کلید ماشین تایپ یا رایانه توجه کنید. کدام حروف در مرکز و در دسترس هستند؟ کدام حروف در گوشه بوده در دسترس نیستند؟

۲ــ یک روزنامه را بردارید و یا به خبرهایی که در صدا و سیما پخش می‌شود توجه کنید. حداقل ۵ مورد بنویسید که در آن‌ها کسر به کار رفته است. با توجه به ارتباط کسر و نسبت (درصد) خبرهایی که در آن‌ها درصد نیز به کار رفته قبول کنید و موضوع را برای بچه‌ها توضیح دهید دانش‌آموزان از خبرهای انتخاب شده مسئله بسازند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

یک نمونه از ماشین حساب‌هایی که عملیات کسری را نشان می‌دهند پیدا کنید علامت یا کلیدی که با آن کسر مشخص می‌شود چیست؟



عدد مخلوط

ایجاد انگیزه کنید:

با توضیح و یادآوری مفهوم کسر، از طریق جزء به کل شروع کنید. $\frac{۲}{۳}$، یعنی ۲ قسمت از ۳ قسمت مساوی، به این ترتیب $\frac{۵}{۳}$ یعنی چه؟ این موضوع را در کلاس به بحث بگذارید و نظرات دانش‌آموزان را با دقت گوش کرده و عکس‌العمل‌های مناسب نشان دهید.

شروع کنید:

با توجه به این‌که مفاهیم و مهارت‌های این درس در کلاس پنجم دبستان تدریس و تمرین شده و در اول راهنمای جهت یادآوری است می‌توانید درس را با سؤال‌هایی از دانش‌آموزان شروع کنید.

کسر $\frac{۱۱}{۴}$ را با شکل نشان دهید. به کمک شکل نماد عدد مخلوط آن را بنویسید و ارتباط بین آن‌ها را توضیح دهید.

توصیه‌های آموزشی:

بهتر است این عمل با استفاده از شکل‌های مقوایی و توسط خود دانش‌آموزان انجام شود. مجموعه‌ی کسرها از تولیدات صنایع آموزشی برای این کار مناسب است.

ادامه دهید:

متن درس را در کلاس با کمک دانش‌آموزان بخوانید و مثال‌های آن را توضیح دهید. سپس از دانش‌آموزان بخواهید مراحل تبدیل کسر به عدد مخلوط و برعکس را برای یکدیگر بیان کنند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

بعضی از دانش‌آموزان به مفهوم جمع بین قسمت صحیح و کسری توجه نمی‌کنند و این دو عدد را در هم ضرب می‌کنند به همین دلیل در این مورد برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

$۲,\frac{۳}{۴}$ ⟵ $۲+\frac{۳}{۴}=۲\frac{۳}{۴}$

هدف کار در کلاس:

تمرین‌های ۱ و ۲ صرفاً برای تثبیت روش تبدیل کسر و عدد مخلوط به یکدیگر است. در تمرین ۳ با یک سؤال کاربردی مفهوم عدد مخلوط مطرح شده است. در واقع مقدار خون مورد نیاز ۳ واحد کامل و $\frac{۳}{۴}$ واحد است. اما برای تأسیس آن باید ۴ بسته‌ی یک واحدی باز و مصرف شود.

توسعه:

تبدیل عددهایی مثل $۱۰\frac{۶}{۵}$ به شکل درست عدد مخلوط، مقایسه‌ی عددهای مخلوط، تمرین محاسبه‌ی عددهای مخلوط به صورت تقریبی (برای مثال، $۱۲\frac{۵}{۶}$ به عدد ۱۳ نزدیک است و $۱۰\frac{۱}{۱۱}$ به عدد ۱۰) و تعیین فاصله‌ی عددهای طبیعی متوالی که

عدد مخلوط داده شده بین آن‌ها قرار می‌گیرد و سؤال‌هایی از این دست می‌تواند در تکمیل مباحث این بخش طرح شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

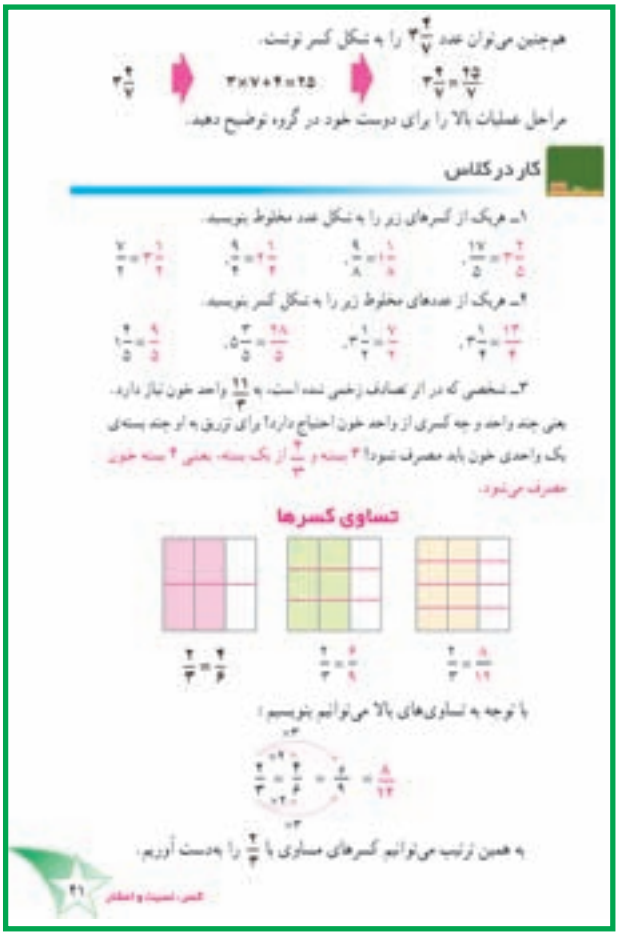
۱ــ تبدیل کسرهایی مثل $۱۲۵\frac{۳}{۷}$ به عدد مخلوط را دانش‌آموزان با ماشین حساب انجام دهند.

۲ــ با استفاده از ماشین حساب عدد مخلوط‌هایی مثل $\frac{۲۵۶}{۷}$ را به کسر تبدیل کنند.

توجه داشته باشید که در تقسیم $۲۵۶ \overline{)۷}$ خارج‌قسمت اعشاری است و باقی‌مانده مشخص نمی‌شود لذا دانش‌آموزان با استفاده از مفهوم عدد مخلوط باید کسر کوچک‌تر از واحد را تعیین کنند.

فعالیت خارج از کلاس:

از اخبار و اطلاعاتی که در روزنامه‌ها یا از طریق اخبار صدا و سیما جمع‌آوری شده بود کدام یک به عدد مخلوط مربوط می‌شد؟ سعی کنید در این مورد نیز مثال‌هایی پیدا کنید.



همچنین می‌توان عدد $۳\frac{۲}{۷}$ را به شکل کسر نوشت.

$۳\frac{۲}{۷}$ ← $۳\times۷+۲=۲۵$ ← $۳\frac{۲}{۷}=\frac{۲۵}{۷}$

مراحل عملیات بالا را برای دوست خود در گروه توضیح دهید.

کار در کلاس

۱ــ هریک از کسرهای زیر را به شکل عدد مخلوط بنویسید.

$\frac{۷}{۲}=۳\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۹}{۴}=۲\frac{۱}{۴}$ ، $\frac{۹}{۸}=۱\frac{۱}{۸}$ ، $\frac{۱۷}{۵}=۳\frac{۲}{۵}$

۲ــ هریک از عددهای مخلوط زیر را به شکل کسر بنویسید.

$۱\frac{۴}{۵}=\frac{۹}{۵}$ ، $۵\frac{۳}{۵}=\frac{۲۸}{۵}$ ، $۳\frac{۱}{۲}=\frac{۷}{۲}$ ، $۳\frac{۱}{۴}=\frac{۱۳}{۴}$

۳ــ شخصی که در اردوی تصادف زخمی شده است، به $\frac{۱۱}{۴}$ واحد خون نیاز دارد.

یعنی چند واحد و چه کسری از واحد خون احتیاج دارد؟ برای تزریق به او چند بسته‌ی یک واحدی خون باید مصرف شود؟ ۳ بسته و $\frac{۳}{۴}$ از یک بسته، یعنی ۴ بسته خون مصرف می‌شود.

تساوی کسرها

$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶}$ ، $\frac{۲}{۳}=\frac{۶}{۹}$ ، $\frac{۲}{۳}=\frac{۸}{۱۲}$

با توجه به تساوی‌های بالا می‌توانیم بنویسیم:

$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶}=\frac{۶}{۹}=\frac{۸}{۱۲}$

به همین ترتیب می‌توانیم کسرهای مساوی با $\frac{۲}{۳}$ را به‌دست آوریم.

تساوی کسرها

ایجاد انگیزه کنید:

طرح مسئله‌ی زیر می‌تواند توجه دانش‌آموزان را جلب کند.

مریم ۱۰۰۰ تومان پول دارد او می‌خواهد مقداری از آن را به دوستش قرض بدهد. از دوستش پرسید: می‌خواهی نصف پول را به تو بدهم یا پول‌هایم را ۴ قسمت مساوی کرده و ۲ قسمت آن را به تو بدهم؟ با توجه به این که دوستش می‌خواهد پول بیشتری قرض کند، کدام روش برایش بهتر است؟

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید به تصاویر مربوط به تساوی کسرها توجه کنند و در جای خالی کسر مناسب بنویسند.

توصیه‌های آموزشی:

بهتر است مراحل گفته شده در تصاویر کتاب با کسرهای

فعالیت

کار در کلاس

مقوایی به صورت عملی بررسی شود. در این خصوص مجموعه‌ی کسرها از تولیدات صنایع آموزشی قابل استفاده است. همچنین توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب کنید که بدانند در کسرهای مساوی صورت‌ها با هم و مخرج ها نیز با هم متفاوت‌اند ولی در عین حال معنای آن‌ها یکی است برای مثال، دو کسر $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۶}$ از نظر ظاهری با هم متفاوت‌اند امّا هر دو در واقع یک عدد هستند و روی محور یک نقطه را نمایش می‌دهند.

بپرسید!

در مورد الگویی که در عددهای صورت و مخرج کسرهای مساوی وجود دارد از دانش‌آموزان سؤال کنید. آیا آن‌ها می‌توانند صورت‌ها و مخرج‌های کسرهای مساوی را به مفهوم «مضرب» ارتباط دهند؟

هدف فعالیت:

در این فعالیت دانش‌آموزان باید نحوه‌ی ساده کردن یک کسر را با استفاده از ب.م.م صورت و مخرج نتیجه‌گیری کنند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را در کتاب درسی خود انجام دهند. از آن‌ها بخواهید در گروه خود درباره‌ی نتایج به دست آمده بحث کنند، تا بتوانند برای ساده‌کردن کسرها فرضیه‌ای بسازند و فرضیه‌ی خود را در چند کسر آزمون کنند تا از درستی آن اطمینان کسب کنند. در جمع‌بندی خود برای دانش‌آموزان توضیح دهید که صورت و مخرج هر دو به یک عدد تقسیم می‌شوند این عدد مقسوم علیه مشترک صورت و مخرج است. مقسوم‌علیه مشترک را با استفاده از بخش‌پذیری می‌توانند تشخیص دهند اما به جای ساده‌کردن‌های مکرّر می‌توان صورت و مخرج را به ب.م.م آن‌ها ساده کرد. از آن‌جا که ب.م.م در واقع بزرگ‌ترین عامل یا مقسوم‌علیه مشترک است مطمئن هستیم که ساده‌تر از آن نمی‌شود.

توصیه‌های آموزشی:

در مثال‌های خود کسری مثل $\frac{۸۱۹}{۹۱۰}$ را انتخاب کنید تا دانش‌آموز دشواری تشخیص مقسوم‌علیه مشترک را درک و به فایده‌ی ساده‌کردن به کمک ب.م.م پی‌ببرد.

آموزش دهید:

متن کتاب را با کمک دانش‌آموزان بخوانید تا مطالب مربوط به این قسمت جمع‌بندی شود، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

در تمرین اول، هدف تمرین ساده‌کردن کسر با استفاده از ب.م.م است. در تمرین دوم هدف پیدا کردن جزء چهارم با استفاده از مفهوم چند برابرشدن است؛ برای مثال، در تساوی $\frac{۴}{۵} = \frac{\square}{۳۵}$ می‌گوییم عدد ۵، هفت برابر شده پس ۴ را نیز هفت برابر می‌کنیم؛ یعنی به جای $\square$ باید ۲۸ نوشت. دانش‌آموزان با این روش در دوره‌ی ابتدایی آشنا شده‌اند.

آموزش دهید:

بعد از این‌که بررسی کار در کلاس به اتمام رسید متن کتاب را بخوانید و برای دانش‌آموزان توضیح دهید. در این‌جا دو نکته باید یادآوری شود. اول آن که برای پیدا کردن جزء چهارم می‌توانیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم؛ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ۶\times d=c\times b$

نکته‌ی دوم هم مربوط به نحوه‌ی ساده کردن کسر است که قبل از این در درس پیدا کردن ک.م.م آموزش داده شده است در این قسمت قراردادن x به جای مربع برای سهولت کار نیز مطرح می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:

در این قسمت، لازم نیست در مورد مفهوم متغیر و معادله توضیح دهید. همین مقدار که x را به جای □ قرار می‌دهیم کافی است.

در مورد ساده‌کردن کسرهایی مثل $\frac{۴۲\times ۵}{۳}$ از دانش‌آموزان سؤال کنید که: ضرب کردن ساده‌تر است یا ساده‌کردن و بعد ضرب کردن در این مورد در کلاس بحث کنید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین اول تعمیم ساده‌کردن کسرهای $\frac{a\times b}{c}$ مطرح شده و تعداد عامل‌ها در صورت و مخرج بیش‌تر شده‌اند در این‌جا به دانش‌آموز نحوه‌ی ساده‌کردن، خط‌کشیدن روی عددها و نوشتن عددهای جدید و ساده‌کردن یک عدد از صورت و یک عدد از مخرج به صورت هم‌زمان را یادآور شدید.

تمرین دوم نیز به منظور تثبیت روش پیدا کردن جزء چهارم در تساوی دو کسر است.

ادامه دهید:

تمرین‌های مطرح شده در انتهای این درس، تکلیف دانش‌آموزان در منزل است. در این صفحه، فضا به اندازه‌ی کافی وجود دارد و دانش‌آموزان می‌توانند آن‌ها را در کتاب خود پاسخ دهند.

در تمرین اول و مقایسه‌ی عددها، نحوه‌ی استدلال کلامی دانش‌آموزان را مورد توجه قرار دهید. از آن‌ها بخواهید با راهبردها و روش‌های مختلف عددها را با هم مقایسه کنند. برای کار خود استدلال کنند.

فعالیت موازی:

۱ــ به تعداد دانش‌آموزان کلاس خود، روی برچسب‌های کوچکی، یک عدد کسری بنویسید به طوری‌که همه‌ی کسرها دو به دو با هم مساوی باشند. سپس هر برچسب را روی پیشانی یک دانش‌آموز بچسبانید به طوری که هیچ کس متوجه کسر خود نشود. از دانش‌آموزان بخواهید بدون آن‌که با یکدیگر صحبت کنند کسر مساوی خود را پیدا کنند. راه حل این است که هر کس سعی کند دو کسر مساوی پیدا کند و آن‌ها را به هم معرفی کند به این ترتیب کسر مربوط به خود را نیز توسط دیگران خواهد یافت.

۲ــ با استفاده از میله‌های تا شونده یا نوارهای کسرهای مساوی از تولیدات صنایع آموزشی می‌توانید تساوی کسرها را با

تمرین

کمک دانش‌آموزان آموزش دهید.

۳ــ تعدادی دایره‌ی مقوایی را که کسری از آن‌ها رنگ شده است (کسرهای تصویری) در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید. در این کسرها چندین دسته کسر مساوی وجود دارد. دانش‌آموزان باید دسته کسرهای مساوی را کشف و با هم گروه تشکیل دهند.

توسعه:

پیدا کردن چند کسر بین دو کسر و نتیجه گیری این مطلب که بین دو کسر بی‌شمار کسر وجود دارد و همچنین پیدا کردن کسرهای مساوی یا کسرهای بین دو کسر روی محور روش خوبی برای توسعه‌ی مطالب کتاب است. ساده‌کردن کسرها به صورت ذهنی، ساختن کسرهای مساوی یک کسر با مخرج توان‌های ۱۰ برای برقرار کردن ارتباط بین کسر، عدد اعشاری و درصد برقراری ارتباط بین تساوی کسرها و تبدیل واحدهای اندازه‌گیری نیز می‌تواند مطرح شود.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک طلق شفاف و مقوا حالت‌های مختلف تساوی کسرها را نشان دهند. برای این کار می‌توانند طلق‌هایی شفاف که تقسیمات ۲ تایی، ۳ تایی ۴ تایی و ... را مشخص می‌کند روی مقوایی که هرکدام یک کسر را نشان می‌دهند قرار دهند و کسرهای مساوی آن را به دست آورند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

دانش‌آموزان می‌توانند تساوی دو کسر را با استفاده از ماشین حساب بررسی کنند. برای مثال حاصل کسر $\frac{۲}{۳}$ را با تقسیم‌کردن ۲ بر ۳ پیدا کنند. به همین ترتیب کسری مثل $\frac{۳۴}{۵۱}$ را نیز با ماشین حساب به عدد اعشاری تبدیل کنند. با مقایسه‌ی عددهای حاصل نتیجه بگیرند که دو کسر با هم مساوی‌اند.

یادداشت معلم

جمع و تفریق کسرها

ایجاد انگیزه کنید:

با دو مقوای بزرگ دایره شکل وارد کلاس شوید. یک طرف این دایره‌ها کسرهای $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۵}$ را نشان می‌دهند در طرف دیگر آن‌ها $\frac{۵}{۱۵}$ و $\frac{۶}{۱۵}$ مشخص شده است. قسمت‌های رنگ شده در دو طرف دقیقاً بر هم منطبق باشد تا مشخص شود $\frac{۵}{۱۵}$ با $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۶}{۱۵}$ با $\frac{۲}{۵}$ مساوی هستند.

دایره‌ها را به دانش‌آموزان نشان دهید و از آن‌ها بخواهید حدس بزنند درس امروز در چه موردی است.

شروع کنید:

به دانش‌آموزان یادآور شوید که درس جمع و تفریق کسرها را در دوره‌ی دبستان خوانده‌اند. در کلاس اوّل راهنمایی همان درس تکرار و تکمیل می‌شود. از دانش‌آموزان بخواهید در مورد شکل‌های بالای صفحه و نحوه‌ی جمع و تفریق کسرها با هم در گروه خود صحبت کنند. از یک گروه بخواهید با توجه به شکل‌ها جمع دو کسر با مخرج مساوی را توضیح دهد. گروه دیگر نیز تفریق دو کسر را بیان می‌کند.

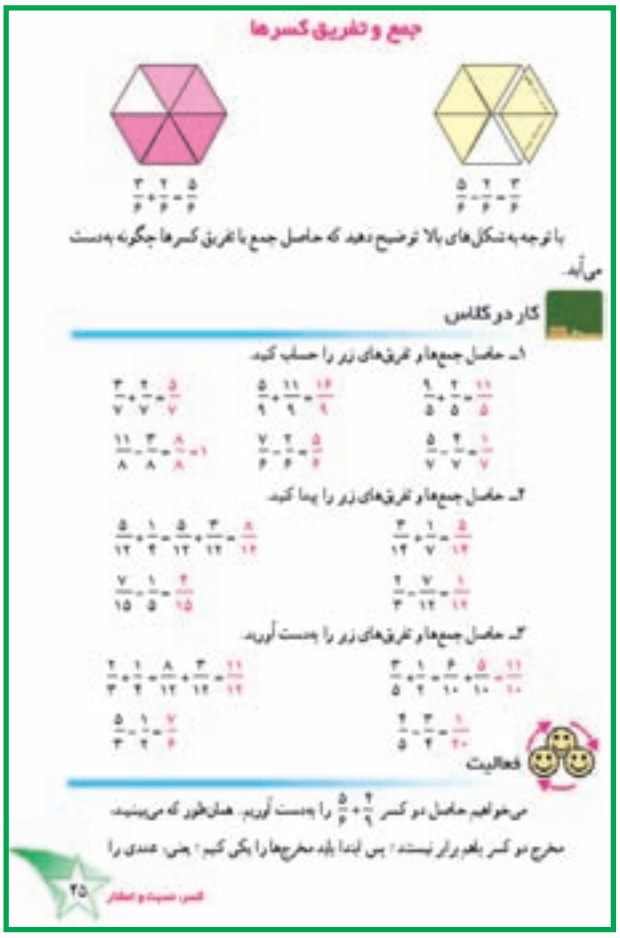
آموزش دهید:

با توجه به توضیحات دانش‌آموزان و بحث کلاسی انجام شده، مفهوم جمع و تفریق دو کسر با مخرج‌های مساوی را با استفاده از مفهوم چند برابری کسر توضیح دهید. $\frac{۳}{۶}$، یعنی ۳ تا $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۲}{۶}$، یعنی ۲ تا $\frac{۱}{۶}$ پس مجموع آن‌ها، یعنی ۵ تا $\frac{۱}{۶}$ یا کسر $\frac{۵}{۶}$.

ادامه دهید:

چند مثال ساده را به صورت ذهنی با دانش‌آموزان کلاس تمرین کنید تا مطمئن شوید که مفهوم بالا را درک کرده‌اند در این مثال‌ها می‌توانید تعداد کسرها را بیشتر از دو عدد مطرح کنید.

مثال: $\frac{۴}{۷}-\frac{۵}{۷}+\frac{۳}{۷}+\frac{۲}{۷}$.


جمع و تفریق کسرها

کار در کلاس

۱ـ حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را حساب کنید.

۲ـ حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را پیدا کنید.

۳ـ حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را بدست آورید.

فعالیت

می‌خواهیم حاصل دو کسر $\frac{۲}{۹}+\frac{۵}{۶}$ را بدست آوریم. همان‌طور که می‌بینید مخرج دو کسر یکم برابر نیستند؛ پس ابتدا باید مخرج‌ها را یکی کنیم؛ یعنی عددی را

۲۵

بپرسید!

از دانش‌آموزان سؤال کنید که اگر مخرج کسرها با هم برابر نباشد چه باید کرد.

هدایت کنید:

دانش‌آموزان را هدایت کنید تا سؤال بالا را فقط در حالت‌هایی که مخرج‌ها به هم بخش‌پذیرند و یا مخرج‌ها نسبت به هم اول هستند بررسی کنند.

ادامه دهید:

بعد از این‌که مطمئن شدید دانش‌آموزان در مورد سؤال‌های بالا به اندازه‌ی کافی بحث و گفت‌وگو کرده‌اند با انجام چند مثال، مبحث را جمع‌بندی کنید و از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

تمرین ۱ جمع و تفریق با مخرج‌های مساوی تمرین ۲ جمع و تفریق با مخرج‌های به هم بخش‌پذیر و تمرین ۳ جمع و تفریق با مخرج‌های نسبت به هم اول هستند. از دانش‌آموزان بخواهید عملیات و راه حل را به‌طور کامل بنویسند.

توصیه‌های آموزشی:

برای درک و فهم بهتر مفاهیم فوق از شکل‌هایی که با مقوا ساخته شده‌اند استفاده کنید. بهتر است دانش‌آموزان خود با این کسرها کار کنند تا مفاهیم را کشف کرده و تولید کنند. برای این کار، مجموعه‌ی کسرها از تولیدات صنایع آموزشی مفید است. همچنین در هنگام یکی کردن مخرج‌ها در تمرین‌های ۲ و۳ به دانش‌آموزان یادآور شوید کاری که انجام می‌دهند در واقع استفاده از مفهوم تساوی کسرها است؛ برای مثال، $\frac{۱}{۴}$ کسری مساوی آن با مخرج ۱۲ نوشته‌اند؛ یعنی از تساوی زیر صورت کسر پیدا شده است.

$$\frac{۱}{۴}=\frac{\square}{۱۲}$$

به عبارت دیگر چون نمی‌توانیم دو کسر را با هم جمع یا تفریق کنیم، از کسرهای معادل آن‌ها استفاده می‌کنیم.

هدف فعالیت:

این فعالیت به منظور پیدا کردن رابطه‌ی بین مخرج مشترک و ک.م.م مخرج‌ها طراحی شده است. پس از پایان این فعالیت، دانش‌آموزان باید نتیجه بگیرند برای مخرج مشترک از ک.م.م مخرج‌ها استفاده می‌کنیم.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آن را انجام دهند به آن‌ها تأکید کنید مهم‌ترین قسمت فعالیت نتیجه‌ی پایانی آن است به آن‌ها فرصت کافی دهید تا در مورد فعالیت فکر کنند و در صورت لزوم با اعضای گروه خود مشورت و بحث کنند.

آموزش دهید:

بعد از این‌که دانش‌آموزان پاسخ فعالیت را نوشتند از چند گروه یا چند نفر بخواهید نتیجه‌گیری خود را بیان کنند سپس برای دانش‌آموزان توضیح دهید که مخرج مشترک همان مضرب مشترک دو مخرج است. از آن‌جا که بی‌شمار مضرب مشترک وجود دارد پس می‌توانیم بی‌شمار مخرج مشترک بنویسیم. برای سهولت کار و انجام عملیات با عددهای کوچک‌تر بهتر است کوچک‌ترین مضرب مشترک یا همان ک.م.م را انتخاب کنیم.

بپرسید!

تمرین تفریق پایین صفحه را برای دانش‌آموزان توضیح دهید. از آن‌ها سؤال کنید چه عددهایی را می‌توان به عنوان مخرج مشترک انتخاب کرد؟ کدام مخرج مشترک بهتر و ساده‌تر است؟ سپس از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را با توجه به محاسبه‌ی مخرج مشترک با استفاده از ک.م.م مخرج‌ها انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف این کار در کلاس تمرین جهت تثبیت مفهوم آموزش داده شده است.

مشاهده کنید:

از آن‌جا که انجام این کار در کلاس بسیار حائز اهمیت است در هنگام حل کار در کلاس دانش‌آموزان را به خوبی مشاهده کنید تا از صحت نوشته‌های آن‌ها مطمئن شوید.

ادامه دهید:

شکل‌های عدد مخلوط و نحوه‌ی جمع کردن دو عدد مخلوط را به دانش‌آموزان نشان دهید. از چند نفر بخواهید در مورد نحوه‌ی جمع دو عدد مخلوط توضیح دهند. توضیحات آن‌ها را بشنوید و زمینه را برای انجام فعالیت بعد آماده کنید.

آموزش دهید:

در این‌جا مجدداً یادآور شوید که $۲\frac{۳}{۴}$ یعنی $۲+\frac{۳}{۴}$ و $۳\frac{۲}{۴}$ یعنی $۳+\frac{۲}{۴}$ و با استفاده از آن عبارت جمع را به صورت مفصل‌تر بنویسید.

$$۲+\frac{۳}{۴}+۳+\frac{۲}{۴}=۵+\frac{۳+۲}{۴}=۵+\frac{۵}{۴}$$

توضیح دهید که به این ترتیب جمع یا تفریق دو عدد مخلوط در جمع و تفریق کسرها و جمع و تفریق عددهای طبیعی تبدیل می‌شود.

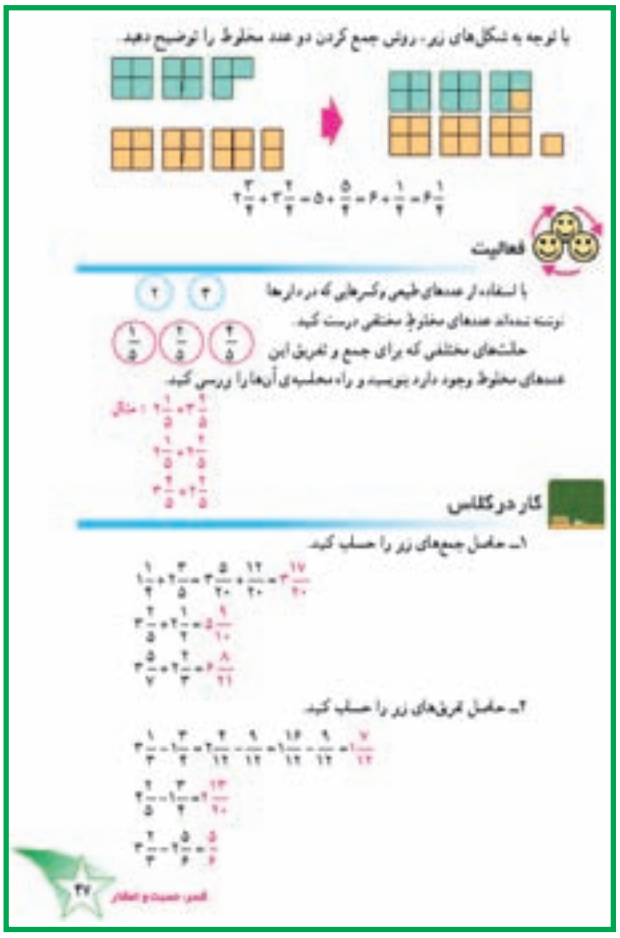
همچنین یادآور شوید که کسرهای بزرگ‌تر از واحد مثل $\frac{۵}{۴}$ به عدد مخلوط تبدیل شده سپس عملیات جمع یا تفریق کامل می‌شود یعنی :

$$۵+\frac{۵}{۴}=۵+۱\frac{۱}{۴}=۵+۱+\frac{۱}{۴}=۶\frac{۱}{۴}$$

بعد از یادآوری‌های فوق از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را به صورت گروهی انجام دهند.

هدف فعالیت:

این فعالیت زمینه را فراهم می‌کند تا دانش‌آموزان حالت‌های


با توجه به شکل‌های زیر، روش جمع کردن دو عدد مخلوط را توضیح دهید.

فعالیت

با استفاده از عددهای طبیعی و کسرهایی که در دایره‌ها نوشته شده‌اند عددهای مخلوط مختلفی درست کنید.

حالت‌های مختلفی که برای جمع و تفریق این عددهای مخلوط وجود دارد بنویسید و راه‌حل‌هایی آن‌ها را بررسی کنید.

کار در کلاس

۱ـ حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید.

۲ـ حاصل تفریق‌های زیر را حساب کنید.

مختلف جمع و تفریق دو عدد مخلوط را بسازند و راه حل و عملیات آن را جست‌جو کنند. به این ترتیب خلاقیت و توانایی ریاضی آن‌ها نیز سنجیده می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:

به آن‌ها فرصت کافی بدهید تا این مسئله را از جنبه‌های مختلف بررسی کنند. قرار نیست هر فرد یا گروه تمام حالت‌های ممکن را کشف کنند ؛ بلکه با جمع بندی نظرات گروه‌ها یا افراد مختلف تمام حالت‌ها را روی تخته منعکس کنید.

ممکن است بعضی از حالت‌ها در حال حاضر برای دانش‌آموزان قابل حل نباشد ؛ برای مثال، $۲\frac{۱}{۵}-۳\frac{۱}{۵}$ به آن‌ها یادآور شوید که در سال‌های بعد این نوع حالت‌ها را نیز می‌توانند حل کنند و روش آن‌را یاد می‌گیرند.

آموزش دهید:

حالت‌های مختلفی که ممکن است مطرح شود به شرح زیر

می‌باشد :

جمع دو عدد مخلوط $۲\frac{۱}{۵}+۳\frac{۳}{۵}$

جمع دو عدد مخلوط با تبدیل کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط

$۲\frac{۲}{۵}+۳\frac{۴}{۵}$

جمع یک عدد طبیعی و یک عدد مخلوط $۲+۳\frac{۴}{۵}$

تفریق دو عدد مخلوط $۳\frac{۴}{۵}-۲\frac{۱}{۵}$

تفریق دو عدد مخلوط در حالتی که کسرها از هم تفریق نمی‌شوند

$۳\frac{۱}{۵}-۲\frac{۴}{۵}$

تفریق یک عدد مخلوط از یک عدد طبیعی $۳-۲\frac{۱}{۵}$

تفریق یک عدد طبیعی از یک عدد مخلوط $۴\frac{۱}{۵}-۳$

تفریق یک کسر از یک عدد طبیعی $۳-\frac{۲}{۵}$

تفریق دو عدد مخلوط در حالتی که قسمت صحیح صفر می‌شود

$۲\frac{۴}{۵}-۲\frac{۱}{۵}$

سعی کنید حالت‌های مختلف را دسته‌بندی کنید ؛ برای مثال، سه عبارت زیر در یک دسته قرار می‌گیرند ؛ چون هر سه جمع دو عدد مخلوط را نشان می‌دهند. $۲\frac{۱}{۵}+۳\frac{۲}{۵}$ و $۳\frac{۲}{۵}+۲\frac{۱}{۵}$ و $۲\frac{۱}{۵}+۳\frac{۲}{۵}$ در این صورت مفهوم حالت‌های مختلف برای دانش آموزان بهتر مشخص می‌شود.

هدایت کنید:

در انجام عملیات تفریق زیر دانش‌آموزان را هدایت کنید تا به جای تبدیل عددهای مخلوط به کسر از روش قرض‌دادن استفاده کنند.

$$۳\frac{۱}{۵}-۲\frac{۲}{۵}=۱\frac{۱}{۵}-\frac{۲}{۵}=\frac{۶}{۵}-\frac{۲}{۵}=\frac{۴}{۵}$$

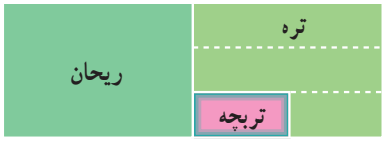
از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به صورت فردی پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس :

این کار در کلاس به منظور تثبیت یادگیری دانش‌آموز طرح شده است. از دانش‌آموزان بخواهید عددهای مخلوط را به کسر تبدیل نکنند. در اولین عملیات تمرین ۲، روش قرض‌دادن را به آن‌ها یادآور شوید.

ادامه دهید:

بعد از اطمینان از یادگیری دانش‌آموزان، از آن‌ها بخواهید تمرین‌ها و مسئله‌ها را در منزل حل کنند. برای حلّ مسئله‌ها راهبردهای رسم شکل و زیر مسئله را یادآور شوید. برای حل مسئله‌ی ۴ راهبرد رسم شکل مناسب است. این مسئله را با کشیدن شکل زیر می‌توان پاسخ داد. البته اگر دانش‌آموزان از کلاس پنجم درسی ضرب کسرها را به خاطر داشته باشند می‌توانند این مسئله را با راهبرد زیر مسئله نیز حل کنند. در بقیه‌ی مسائل نیز هم کشیدن شکل و هم راهبرد زیر مسئله می‌تواند استفاده شود. البته برای درک بهتر تمام مسائل این قسمت می‌توان شکل کشید.



فعالیت موازی:

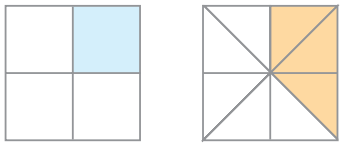
۱ــ در صورتی که احساس می‌کنید دانش‌آموزان کلاس شما جمع و تفریق کسرها را به خوبی می‌دانند و نیازی به یادآوری نیست می‌توانید این بازی را انجام دهید.

این بازی دو نفره است. هرکدام از دو نفر تاس می‌اندازند. هر کس عدد تاس خود را در صورت کسر و عدد تاس دیگری را در مخرج کسر قرار می‌دهد. به همین ترتیب، تاس انداختن را ادامه می‌دهند و کسر می‌سازند. هر کس کسرها را جمع می‌کند. برنده کسی است که مجموع کسرهایش از ۱۵ بگذرد.

۲ــ می‌توانید در یک صفحه‌ی A4 تعدادی شکل تهیه کنید به طوری که دانش‌آموزان با رنگ‌کردن شکل‌ها بتوانند حاصل

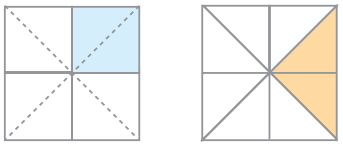
جمع یا تفریق دو کسر را در حالت‌های مختلف به دست آورند ؛ برای مثال، در جمع زیر به شکل احتیاج داریم :

$\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۸}$



دانش‌آموزان باید برای پیدا کردن حاصل جمع شکل اول را به ۸ قسمت تقسیم کنند تا کسر $\frac{۲}{۸}$ یا کسری با مخرج مساوی با کسر دیگر ایجاد شود. با این کار راه حل مشخص می‌شود.

$\frac{۲}{۸}+\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸}$



۳ــ برای پیداکردن مخرج مشترک یا به عبارتی کوچک‌ترین مضرب مشترک می‌توان از روش مجموعه‌ها به شکل زیر نیز استفاده کرد. فرض کنید می‌خواهیم مخرج مشترک (ک.م.م) دو عدد ۶ و ۸ را پیدا کنیم. ابتدا عدد بزرگ‌تر یعنی ۸ را انتخاب کرده مضارب آن را (مجموعه‌ی مضرب‌ها) یکی‌یکی به دست می‌آوریم. هر بار مضرب را به عدد دیگر تقسیم می‌کنیم. هر وقت مضرب به دست آمده بر عدد دیگر بخش‌پذیر شد آن مضرب در واقع همان ک.م.م یا مخرج مشترک است.

$۸\times۱=۸$ $\quad$ $۸\div۶$

$۸\times۲=۱۶$ $\quad$ $۱۶\div۶$

$۸\times۳=۲۴$ $\quad$ $۲۴\div۶=۴$

یعنی ۲۴ مخرج مشترک یا ک.م.م مخرج‌هاست.

توسعه:

۱ــ پرورش و تقویت مهارت محاسبات عددی و عملیات ذهنی در این قسمت توصیه می‌شود. مثال‌های زیر برای عملیات ذهنی مناسب است.

$۲\frac{۱}{۲}+۱\frac{۱}{۴}+۱\frac{۱}{۴}=$

$۲\frac{۱}{۳}+۱\frac{۱}{۳}+۳\frac{۱}{۶}+۱\frac{۱}{۶}$

فراموش نکنید که روش‌ها و راهبردهای مختلف برای انجام محاسبات ذهنی مورد تأکید است. از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های خود را بیان کنند.

۲ــ پیداکردن الگوهایی در محاسبات مثل عبارت زیر

$(\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۲})+(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۳})+(\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۴})+\ldots+(\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{۱۹})$

۳ــ تمرین مهارت تخمین و تقریب عددی نیز در این قسمت می‌تواند مباحث را کامل کند. از دانش‌آموزان بپرسید دو و خورده‌ای به علاوه‌ی یک و خورده‌ای چقدر می‌شود؟ حالت‌های مختلف را بررسی کنید. جواب ممکن است سه و خورده‌ای، چهار و یا چهار و خورده‌ای شود. حالت‌های مختلف را می‌توانید با رسم شکل بررسی کنید. همین کار را برای تفریق یا جمع و تفریق می‌توان انجام داد.

محاسبه‌ی یک عبارت (جمع و تفریق کسرها و عدد مخلوط) به صورت تقریبی با بیان راهبردها و روش‌های مختلفی که دانش‌آموزان به کار می‌برند نیز مطرح شود.

۴ــ پیداکردن مخرج مشترک کسرها در مواردی که تشخیص آن‌ها بدون محاسبه امکان‌پذیر باشد تمرین شود.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید کارت‌هایی تهیه کنند که در یک طرف کسرهایی مثل $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۲}{۳}$ نوشته شده باشد و از طرف دیگر کسرهای مساوی آن‌ها ؛ یعنی $\frac{۳}{۱۲}$ و $\frac{۸}{۱۲}$ درج شده باشد، تا بتوان با آن‌ها عملیات جمع و تفریق را تمرین کرد. اگر هر کس از دانش‌آموزان تعداد مشخصی کارت درست کند در مجموع آرشیو مناسبی از کسرها خواهید داشت. می‌توانید با استفاده از این کارت‌ها درس‌ها را تمرین و مرور کنید و یا در زمان آموزش از آن‌ها استفاده کنید این کارت‌ها در درس‌های بعدی مثل تقسیم کسرها نیز کاربرد دارد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

کار با ماشین حساب‌هایی که عملیات کسر و عدد مخلوط را انجام می‌دهند به دانش‌آموزان آموزش دهید. در این خصوص چگونگی استفاده از کلیدهای پرانتز را نیز باید آموزش دهید.

تمرین

حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را به‌دست آورید.

حل مسئله

ضرب کسرها

ضرب کسرها

ایجاد انگیزه کنید:

یک مستطیل روی تخته بکشید که $\frac{1}{2}$ آن هاشور خورده باشد. از یک دانش‌آموز بخواهید از باقی‌مانده‌ی مستطیل را نیز هاشور بزند. قبل از این‌که او این کار را انجام دهد از بقیه سؤال کنید چه کسری از کل شکل هاشور خواهد خورد؟

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید به شکل‌ها و تساوی‌های نوشته شده زیر هرکدام توجه کنند و بعد از بحث در گروه خود، چگونگی عمل ضرب و رابطه‌ی آن با شکل‌ها را توضیح دهند. به آن‌ها یادآوری کنید که این درس را در دوره‌ی دبستان دیده‌اند.

آموزش دهید:

بعد از شنیدن توضیحات دانش‌آموزان درس را در سه بخش، جمع‌بندی کنید. ۱) ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر ۲) ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی ۳) ضرب دو کسر

برای این کار، ابتدا عبارت ضرب را روی شکل توجیه کنید ؛ برای مثال $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$ یعنی $\frac{2}{3}$ از $\frac{4}{5}$ کل شکل به عبارت دیگر ابتدا $\frac{4}{5}$ شکل را رنگ کرده‌ایم سپس $\frac{2}{3}$ از این قسمت رنگ شده را هاشور زده‌ایم. سپس پاسخ ضرب را از روی شکل پیدا کنید. از شکل مشخص است که پاسخ $\frac{8}{15}$ است. از دانش‌آموزان بخواهید رابطه‌ای کشف کنند که بدون استفاده از شکل بتوان پاسخ ضرب را نوشت. نتیجه این است که باید صورت کسرها را در هم و مخرج آن‌ها را درهم ضرب کرد.

ادامه دهید:

متن کتاب را یکی از دانش‌آموزان بخواند و شما توضیح دهید که چگونه قبل از ضرب‌کردن می‌توانیم عبارت را ساده کنیم.

توصیه‌های آموزشی:

ساده‌کردن قبل از ضرب از نکات بسیار مهم و مورد تأکید در این درس است. هنگام حل کار در کلاس و تمرین‌ها به این موضوع دقت کنید که آیا دانش‌آموزان ابتدا ساده می‌کنند یا خیر.

هدف فعالیت:

هدف فعالیت تمرین پیدا کردن معکوس یک کسر و کشف این رابطه که حاصل ضرب هر عدد در معکوس برابر یک است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و جدول را کامل کنند. به آن‌ها یادآور شوید که نتیجه‌گیری پایان فعالیت مهم‌ترین بخش آن است. پس از این‌که نتایجی که دانش‌آموزان نوشته بودند بیان شد، موضوع را جمع‌بندی کنید و از دانش‌آموزان

بخواهید کار در کلاس را پاسخ دهند.

توصیه‌های آموزشی:

ضرب دو عدد مخلوط را به عنوان یک مسئله برای دانش‌آموزان مطرح کنید. اجازه دهید خودشان به این نتیجه برسند که باید ابتدا عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کرد.

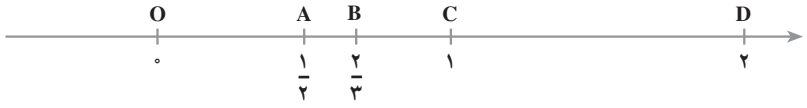
هدف کار در کلاس:

تمرین اول تکنیک ضرب کسرها را یادآور می‌شود در تمرین دوم هدف بررسی حالت‌هایی از ضرب دو کسر است که منجر به عبارت $\frac{۲\times۵}{۳\times۷}$ می‌شود. این حالت‌ها عبارت‌اند از $\frac{۲}{۲۱}\times\frac{۵}{۱}$ و $\frac{۱}{۷}\times\frac{۱۰}{۳}$ و $\frac{۱}{۳}\times\frac{۱۰}{۷}$ و $۲\times\frac{۵}{۲۷}$ و $\frac{۵}{۳}\times\frac{۲}{۷}$ و $\frac{۲}{۳}\times\frac{۵}{۷}$.

توسعه:

عملیات ذهنی و محاسبه‌ی تقریبی در این‌جا نیز می‌تواند مطرح شود. به سؤال زیر توجه کنید.

کسرهای $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱}{۲}$ روی محور مشخص شده‌اند حاصل ضرب این دو کسر در کدام قسمت محور قرار می‌گیرد؟

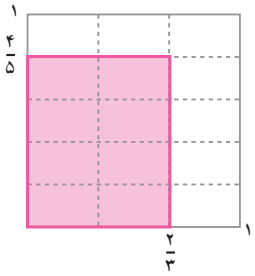


همچنین الگویابی در عبارت‌هایی مثل زیر :

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۴}{۵}\times\ldots\times\frac{۹۹}{۱۰۰}$$

فعالیت موازی:

ضرب کسرها را با استفاده از مفهوم مساحت نیز می‌توان مطرح کرد. در شکل زیر هر ضلع مربع یک واحد است. روی هر ضلع کسرهای $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۴}{۵}$ را مشخص می‌کنیم $\frac{۲}{۳}\times\frac{۴}{۵}$ یعنی مساحت مستطیلی که طول و عرض آن $\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۲}{۳}$ است. به همین ترتیب می‌توان حالت‌های مختلف ضرب را بررسی کرد.



فعالیت خارج از کلاس:

دانش‌آموزان حالت‌های مختلف ضرب کسر (۳ حالت) را روی مقوا بکشند و در کلاس نصب شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

نحوه‌ی ضرب کسر و عدد مخلوط را با استفاده از ماشین حساب آموزش دهید و تمرین کنید.

رابطه‌ی هر شکل و ضرب نوشته شده را توضیح دهید.

دو کسر را به صورت مقابل در هم ضرب می‌کنیم.

فعالیت

معکوس $\frac{۲}{۳}$ کسر $\frac{۲}{۷}$ و معکوس $\frac{۳}{۵}$ کسر $\frac{۵}{۳}$ است. جدول زیر را کامل کنید.

عدد	$\frac{۸}{۱۱}$	$\frac{۱}{۵}$	۳	$\frac{۱}{۴}$	۴	$۲\frac{۱}{۴}$
معکوس عدد	$\frac{۱۱}{۸}$	$\frac{۵}{۱}$	$\frac{۱}{۳}$	۰	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۴}{۹}$
حاصل‌ضرب عدد در معکوس آن	۱	۱	۱	۱	۱	۱

به نتیجه‌ای می‌گرید؟ حاصل ضرب هر عدد در معکوس آن، برابر یک می‌شود.

کار در کلاس

۱ـ ضرب‌های زیر را انجام دهید.

۲ـ می‌خواهیم عبارت $\frac{۲\times۵}{۳\times۷}$ را به صورت حاصل‌ضرب دو کسر بنویسیم.

این کار را به چند حالت می‌توانیم انجام دهیم؟ همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید.

همه‌ی حالت‌ها در قسمت توضیحات آمده است.

حلّ مسئله حل مسئله‌ی ساده‌تر

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۱ را با دقت بخوانند، سؤالات مربوط به قسمت فهمیدن مسئله را پاسخ دهند. قسمت انتخاب راهبرد و حلّ مسئله را مطالعه و مسئله را حل کنند، سپس به سؤال مطرح شده در قسمت بازگشت به عقب پاسخ دهند.

مشاهده کنید:

در حین حلّ مسئله نکاتی هست که دانش‌آموزان باید به آن‌ها توجه کنند. مثلاً در این مسئله تعمیم الگوی ساده کردن برای تعداد بیش‌تری از کسرها نکته‌ای است که باید درباره‌ی درستی و یا نادرستی آن فکر کرد. دانش‌آموزان ممکن است در ابتدا بدون توجه، از این نکته عبور کنند. دقت کنید که در قسمت بازگشت به عقب باید این نکته را دوباره مدّ نظر قرار دهند. شما می‌توانید با پرسشی نظیر چرا این راه حل درست است؟ آن‌ها را به تفکر وادارید و مهارت استدلال و بیان مسیر فکری را در آن‌ها پرورش دهید.

ادامه دهید:

روی تخته چهار مرحله‌ی حل یک مسئله را به ترتیب زیر هم بنویسید و جلوی هر مرحله به‌طور مختصر پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان داده‌اند را جمع‌بندی کنید. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که مسئله را می‌توان به صورت‌های مختلف ساده کرد. در این مسئله، راهبرد «حل مسئله‌ی ساده‌تر» استفاده شده است و با یافتن الگویی در مسئله‌ی ساده‌تر و تعمیم آن به مسئله‌ی اصلی، مسئله حل شده است. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که ممکن است مسئله را به گونه‌ای دیگر ساده کنیم ؛ از آن‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و مراحل حل آن را طی کنند و مشاهده نمایند که مسئله‌ی جدید به صورت دیگری ساده شده است. در این مسئله با قراردادن اعداد صحیح به جای اعداد گویا مسئله ساده‌تر و قابل فهم شده است فرصت کافی در اختیار گروه‌ها قرار دهید تا مسئله را حل کنند و درستی پاسخشان را بررسی نمایند سپس درباره‌ی هر مرحله در کلاس بحث کنید و نتایج را به طور خلاصه روی تخته بنویسید.

دقّت کنید که در قسمت بازگشت به عقب راهی برای تشخیص درستی پاسخ پیشنهاد شده است. دانش آموزان را هدایت کنید تا دریابند که محاسبه‌ی تقریبی کمک می‌کند تا آن‌ها سریع‌تر به نادرستی پاسخ واقف شوند امّا با استفاده از محاسبه‌ی تقریبی نمی‌توان از درستی پاسخ مطمئن شد و باید عملیات را کنترل کرد.

همان‌طور که ذکر شد در این دو صفحه، دو هدف دنبال می‌شد ۱) راهبرد حل مسئله ساده‌تر در بسیاری از مسائل کارایی دارد ۲) چگونه راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر را می‌توان در مسائل به کار برد در این قسمت، ۲ نوع استفاده از این راهبرد یادآوری شده است یکی کوچک‌تر کردن مسئله و کم‌کردن تعداد عوامل و دیگری ساده‌کردن عددهای مسئله و به کاربردن عددهای طبیعی به جای عددهای کسری. مهم این است که دانش‌آموز در هنگام حل مسئله‌های دیگر بتواند توضیح دهد که از چه راهبردی

استفاده می‌کند و نحوه‌ی استفاده از راهبرد را توضیح دهد بنابراین در هنگام حل تمرین‌ها این موضوع را از آن‌ها بخواهید.

حل مسئله ی ساده‌تر

۴ـ در یک کارخانه نوارهایی به طول $5\frac{3}{4}$ متر تولید می‌شود. تولید این کارخانه در هر روز ۲۴۴ نوار است. در هر روز چند متر نوار تولید می‌شود؟

فهم مسئله ـ داده‌های مسئله کدام‌اند؟ تعداد و طول نوارهای تولید شده در یک روز

ـ مسئله چه چیزی را از شما خواسته است؟ کل طول نوارهای تولید شده در یک روز

ـ مسئله را خلاصه کنید.

تجزیه و تحلیل: برای این که مسئله را راحت‌تر درک کنیم و راه حل آن را بیابیم، آن را با عددهای دیگر ساده می‌کنیم.
در یک کارخانه، نوارهایی به طول ۵ متر تولید می‌شود. تولید این کارخانه در هر روز ۲۰۰ نوار است. در هر روز چند متر نوار تولید می‌شود؟

حل مسئله: مسئله‌ی ساده‌شده‌ی بالا به‌صورت زیر حل می‌شود.
مقدار تولید نوار در یک روز متر $۲۰۰ \times ۵ = ۱۰۰۰$

حالا مسئله‌ی اصلی را حل کنید. $۲۴۴ \times 5\frac{3}{4} = ۱۴۰۳$

بازگشت به عقب: ـ عملیات ضرب عدد مخلوط را کنترل کنید.

ـ محاسبه را به صورت تقریبی انجام دهید. آیا جواب تقریباً درست است؟
با انجام دادن یک محاسبه ساده، $۲۴۴ \times ۶ = ۱۴۶۴$ عدد جواب را می‌یابیم. پاسخ درست به نظر می‌رسد.

استفاده از عددهای صحیح به جای عددهای گویا، اگر نیاز باشد، مسئله را ساده‌تر می‌کند و درک بهتر آن می‌شود.

۵۹

مسئله‌ی موازی:

۱ـ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید؟

۱) $(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})\ldots(1-\frac{1}{100}) = ?$

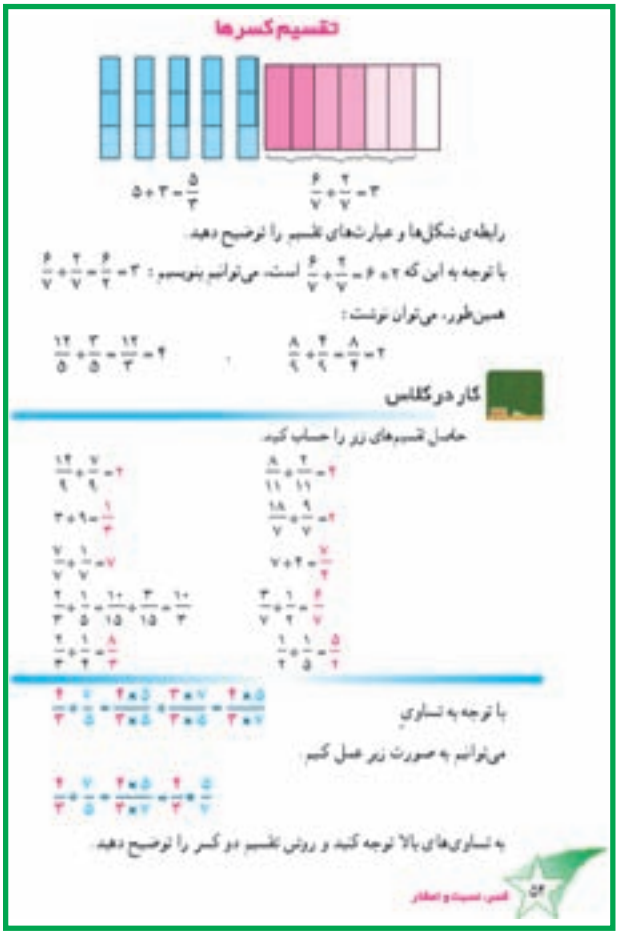
۲ـ با یک مفتول سیمی یک مربع ساخته‌ایم. آن‌را باز می‌کنیم و از آن مستطیلی می‌سازیم که طول آن $\frac{3}{2}$ ضلع مربع باشد آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که عرض مستطیل $\frac{2}{3}$ ضلع مربع است؟ $\frac{1}{2}$ چطور؟

مسئله‌ی تلفیقی:

در مسئله‌ی زیر می‌توانید از راهبرد «زیر مسئله» و «حل مسئله ساده‌تر» به صورت هم‌زمان استفاده کنید.

پدر بزرگ مریم ۹۰ سال دارد. سن او $7\frac{1}{2}$ برابر سن مریم است، سن مادر بزرگ مریم $6\frac{5}{6}$ برابر سن مریم است. اختلاف سنی پدر بزرگ و مادر بزرگ مریم را بیابید.

یادداشت معلم


تقسیم کسرها

رابطه‌ی شکل‌ها و عبارت‌های تقسیم را توضیح دهید.

با توجه به این که ۲ × ۳ = ۶ است، می‌توانیم بنویسیم: $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3$

همین‌طور، می‌توان نوشت:

کار در کلاس

حاصل تقسیم‌های زیر را حساب کنید.

با توجه به تساوی

می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم.

به تساوی‌های بالا توجه کنید و روش تقسیم دو کسر را توضیح دهید.

تقسیم کسرها

ایجاد انگیزه کنید:

به هر یک از دانش‌آموزان بگویید ۳ مربع مساوی بکشند. از آن‌ها بخواهید این سه مربع را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنند. بدون این‌که آن‌ها را راهنمایی کنید، فقط کارهای آن‌ها را مشاهده کنید.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید شکل‌ها و تقسیم‌های زیر هر کدام را نگاه کنند و در مورد چگونگی تقسیم دو عدد با هم بحث کنند. به آن‌ها یادآور شدید که این درس را در کلاس پنجم دبستان دیده‌اند.

آموزش دهید:

بعد از شنیدن نظرات دانش‌آموزان موضوع را این‌گونه جمع‌بندی کنید. در تقسیم $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ از روی شکل پاسخ را به دست می‌آوریم. از تساوی $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3$ به این نتیجه می‌رسیم که اگر دو کسر مخرج مساوی داشته باشند، صورت‌ها به هم تقسیم می‌شوند.

بپرسید!

از دانش‌آموزان سؤال کنید که اگر مخرج دو کسر برابر نبود، چه باید کرد.

توصیه‌های آموزشی:

معمولاً دانش‌آموزان به روش تبدیل به ضرب و معکوس کردن کسر دوم اشاره می‌کنند و به آن‌ها یادآور شوید که این تکنیک را بعداً خواهیم خواند.

ادامه دهید:

درس را با جمع‌بندی یکی کردن مخرج‌ها برای تقسیم کردن ادامه دهید. از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به همین روش پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

تمرین تقسیم دو کسر با مخرج مساوی هدف این کار در کلاس است. در صورتی که مخرج‌ها مساوی نبود ابتدا باید آن‌ها را یکی کنند.

آموزش دهید:

بعد از بررسی کار در کلاس چگونگی تبدیل تقسیم دو کسر را به ضرب کسرها با استدلالی که در کتاب شده است نتیجه‌گیری کنید. ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید، خواندن متن کتاب، روش را توضیح دهند. پس از شنیدن صحبت‌ها و نظرات آن‌ها، درس را جمع‌بندی کنید.

چون مخرج‌ها مساوی نیست، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{4}{3} \div \frac{7}{5}$$

برای این کار، کسر $\frac{۴}{۳}$ را در $\frac{۵}{۵}$ و $\frac{۷}{۵}$ را در $\frac{۳}{۳}$ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{۴}{۳}\times\frac{۵}{۵}\div\frac{۳}{۳}\times\frac{۷}{۵}$$

وقتی مخرج‌ها مساوی است حاصل تقسیم برابر است با تقسیم صورت‌ها بر هم

$$\frac{۴\times۵}{۳\times۷}$$

کسر بالا را به صورت ضرب دو کسر می‌نویسیم ؛

$$\frac{۴}{۳}\times\frac{۵}{۷}$$

پس نتیجه می‌گیریم تقسیم به ضرب تبدیل شده و کسر دوم معکوس شده است.

$$\frac{۴}{۳}\div\frac{۷}{۵}=\frac{۴}{۳}\times\frac{۵}{۷}$$

توصیه‌های آموزشی:

برای توضیح موارد فوق، استفاده از گچ‌های رنگی در تفهیم مطلب مؤثر است.

هدف کار در کلاس :

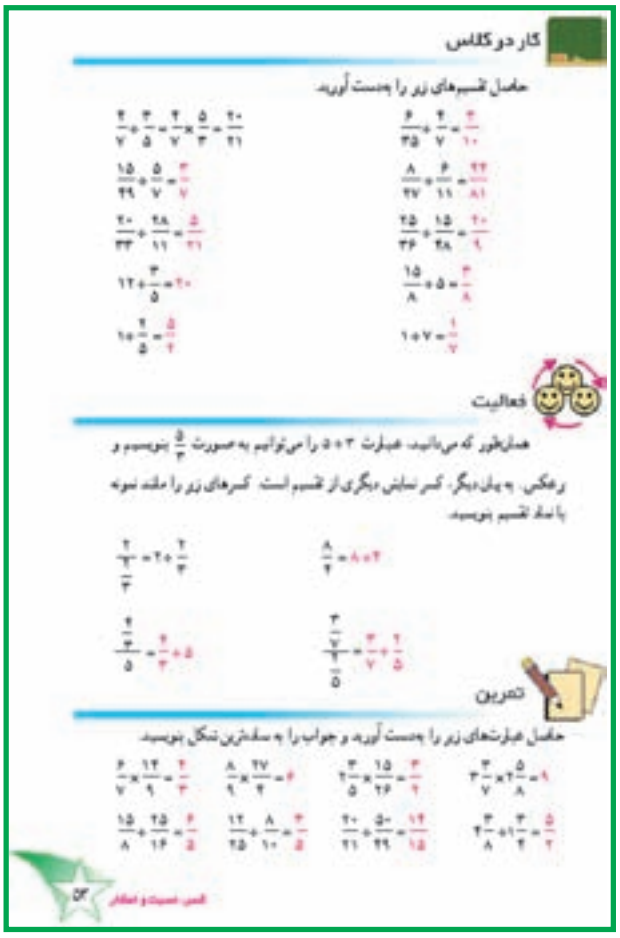
با توجه به نتیجه‌گیری فوق، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند. هدف این کار در کلاس، تمرین روش فوق در تقسیم دو کسر است.

توصیه‌های آموزشی:

در بررسی تمارین کار در کلاس دو نکته را متذکر شوید، ساده‌کردن قبل از ضرب را یادآور شوید همچنین در عبارت $۱\div\frac{۲}{۷}=\frac{۷}{۲}$ نتیجه بگیرید که مفهوم $۱\div\frac{۲}{۷}$ در واقع همان معکوس کردن کسر است.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت درک رابطه‌ی بین تقسیم و خط کسری است. در متن درس تقسیم کسر حالت $۵\div۳=\frac{۵}{۳}$ را دیده‌اند.


کار در کلاس

حاصل تقسیم‌های زیر را بدست آورید

فعالیت

تمرین

حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید و جواب را به ساده‌ترین شکل بنویسید

در این‌جا نیز حالت‌های دیگر را بررسی می‌کنند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید با خواندن متن فعالیت، آن‌را به صورت فردی انجام دهند. پس از دادن فرصت کافی برای پاسخ‌گویی، تمرین‌های آن را بررسی کنید. برای تکلیف دانش‌آموزان تمرین‌هایی را تعیین کنید و از آن‌ها بخواهید پاسخ‌ها را با راه حل بنویسند.

هدف کار در کلاس :

در این کار در کلاس عملیات مختلف با هم ترکیب شده‌اند. انتظار می‌رود دانش‌آموزی که روش‌های انجام عملیات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را جداگانه آموخته است بتواند آن‌ها را در تمرین‌های ترکیبی به کار برد. در انجام این تمرین‌ها یادآور شوید که پرانتزها مشخص کننده‌ی شروع عملیات هستند. ابتدا باید پاسخ هر پرانتز محاسبه شود سپس عملیات ادامه

کار در کلاس

۱ـ حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

۲ـ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

فعالیت

حاصل عبارت مقابل را با توجه به راهبرد زیر مسئله بدست آورید.

: محاسبه‌ی صورت

: محاسبه‌ی مخرج

: محاسبه‌ی کسر اصلی

یابد.

هدف فعالیت:

هدف فعالیت آموزش چگونگی ساده‌کردن یک کسر مرکب با استفاده از راهبرد زیر مسئله است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید تمرین فعالیت را به طور فردی پاسخ دهند. پس از این‌که دانش‌آموزان مسئله را حل کردند با کمک آن‌ها پاسخ درست را بررسی کنید و چگونگی ساده‌کردن یک کسر مرکب را نتیجه‌گیری کنید. تمرین‌ها و مسئله‌ها برای تکلیف دانش‌آموزان است. آن‌ها برای حلّ مسئله‌ها از ۳ راهبرد می‌توانند استفاده کنند.

بپرسید!

نحوه‌ی تقسیم دو عدد مخلوط به هم را از دانش‌آموزان سؤال کنید. اجازه دهید آن‌ها خودشان پاسخ را بدهند.

توصیه‌های آموزشی:

تمرین‌های ترکیبی عملیات مختلف را در کلاس با یادآوری راهبرد زیر مسئله حل کنید به نحوه‌ی نوشتن پاسخ‌ها توجه کنید.

$$(\frac{۲}{۵}+\frac{۴}{۵})\times(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳})=\frac{۶}{۵}\times\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۵}$$

$$\frac{۲}{۵}+\frac{۴}{۵}=\frac{۶}{۵} \qquad \frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۶}$$

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

در نحوه‌ی نوشتن حاصل پرانتزها در مقابل تساوی اول توجه کنید گاهی دانش‌آموزان کسرهای پاسخ پرانتزها را جابه‌جا می‌نویسند.

فعالیت موازی:

۱ـ برای نتیجه‌گیری چگونگی تقسیم دو کسر و تبدیل آن به ضرب می‌توانید فعالیت زیر را مطرح کنید. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. تقسیم کسرها را با یکی‌کردن مخرج‌ها انجام دهید.

$$\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۲}= \qquad \frac{۱}{۳}\div\frac{۲}{۵}=$$

$$\frac{۳}{۷}\times\frac{۱}{۵}= \qquad \frac{۳}{۷}\div ۵=$$

$$\frac{۴}{۳}\times\frac{۷}{۵}= \qquad \frac{۴}{۳}\div\frac{۵}{۷}=$$

با مقایسه‌ی عبارت‌های بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲ـ برای درک رابطه‌ی این تقسیم عدد یک به کسر و معکوس کسر فعالیت زیر پیشنهاد می‌شود : حاصل عبارت‌ها را پیدا کنید.

$$۱\div\frac{۳}{۷}= \qquad ۱\div ۲=$$

$$\frac{۱}{\frac{۶}{۵}}= \qquad \frac{۱}{\frac{۳}{۴}}=$$

معکوس هر کسر را بنویسید.

$$\frac{۳}{۷}\rightarrow \qquad ۲\rightarrow$$

$$\frac{۶}{۵}\rightarrow \qquad \frac{۳}{۴}\rightarrow$$

چه رابطه‌ای بین عبارت‌ها و معکوس کسرها وجود دارد؟

توسعه:

۱ــ طرح سؤال‌هایی مثل سؤال‌های زیر، به درک بهتر مفاهیم کسر کمک می‌کند.

اگر شکل نشان دهنده‌ی $\frac{۳}{۴}$ باشد، ۳ واحد به چه شکلی خواهد بود؟

$۲\frac{۱}{۲}$ واحد به چه شکلی خواهد بود؟

۲ــ انجام محاسبات تقریبی و عملیات ذهنی در این قسمت نیز مورد تأکید است.

۳ــ انجام تمرین‌های زیر به درک بهتر رابطه‌ی بازگشتی ضرب و تقسیم کمک می‌کند.

$\frac{۱}{۲}=\square\div\frac{۷}{۸}$ و $\square\div\frac{۱}{۴}=\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۵}{۶}\div\square=\frac{۵}{۳}$

۴ــ درک چگونگی ساده‌شدن یک کسر مرکب و ترتیب انجام عملیات مورد تأکید است این موضوع به معنای انجام عملیات پیچیده نیست. بلکه ممکن است در حد بیان راه حل و ترتیب عملیات ساده‌کردن یک کسر مرکب متوقف شویم و عملیات آن یا انجام نشود یا با ماشین حساب انجام شود.

فعالیت خارج از کلاس:

از زندگی روزمره کاربردهایی از عملیات کسر پیدا کنند. برای این کار می‌توانند به روزنامه‌ها، نشریات و یا اخبار صدا و سیما توجه کنند. اگر عملیاتی در آن‌ها وجود دارد درستی آن را بررسی کنند.

تلفیق با سایر دروس:

مساحت هر یک از استان‌های کشور را به کل مساحت کشور تقسیم کنیم. (می‌توانید از ماشین‌حساب استفاده کنید). برای هر استان یک کسر خواهید داشت. مجموع این کسرها را به دست‌آورید. چه عددی باید به دست آید؟ چرا با ماشین حساب به این عدد نمی‌رسیم؟

تمرین

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

حل مسئله

۱ــ $\frac{۲}{۵}$ هوا از لاستیک تشکیل شده است. در هوای اتاقی با ابعاد ۳، ۵ و ۳ متر چه مقدار لاستیک وجود دارد؟ ۴۶ مترمکعب

۲ــ $\frac{۳}{۱۰}$ گنجایش ظرفی ۱۲۰ سی‌سی است. گنجایش ظرف چه‌قدر است؟ ۴۰۰ سی‌سی

۳ــ کشاورزی در $\frac{۲}{۵}$ باغ خود صیفی‌کاری کرده است. او $\frac{۲}{۳}$ این قسمت را خربزه کاشته است. چه کسری از باغ خود را خربزه کاشته است؟ $\frac{۴}{۱۰}$

۴ــ در یک حلقواره $\frac{۲}{۷}$ درآمد حلقواره صرف پرداخت اجاره می‌شود. اگر درآمد حلقواره ۱۴۷۰۰۰ تومان باشد، پولی که بابت اجاره پرداخت می‌شود، چند تومان است؟ ۴۲۰۰۰ تومان

۵ــ مریم با $\frac{۲}{۹}$ پول خود ۴ دفتر خرید. اگر قیمت هر دفتر ۱۵۰ تومان باشد، همه‌ی پول مریم چه‌قدر بوده است؟ ۲۱۰۰ تومان

۶ــ مساحت مستطیلی به ابعاد $\frac{۳}{۵}$ متر و $\frac{۷}{۹}$ متر چه‌قدر است؟ $\frac{۲۱}{۴۵}$ متر مربع

۷ــ با $\frac{۱}{۴}$ یک توپ پارچه ۱۰ دست لباس بسازی هر اندازه دوخته شده است. با همه‌ی پارچه چند دست لباس می‌توان دوخت؟ ۴۰ دست

۵۵ قسمت صحیح و کسر

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

۱ــ انجام تقسیم کسرها با استفاده از ماشین حساب،

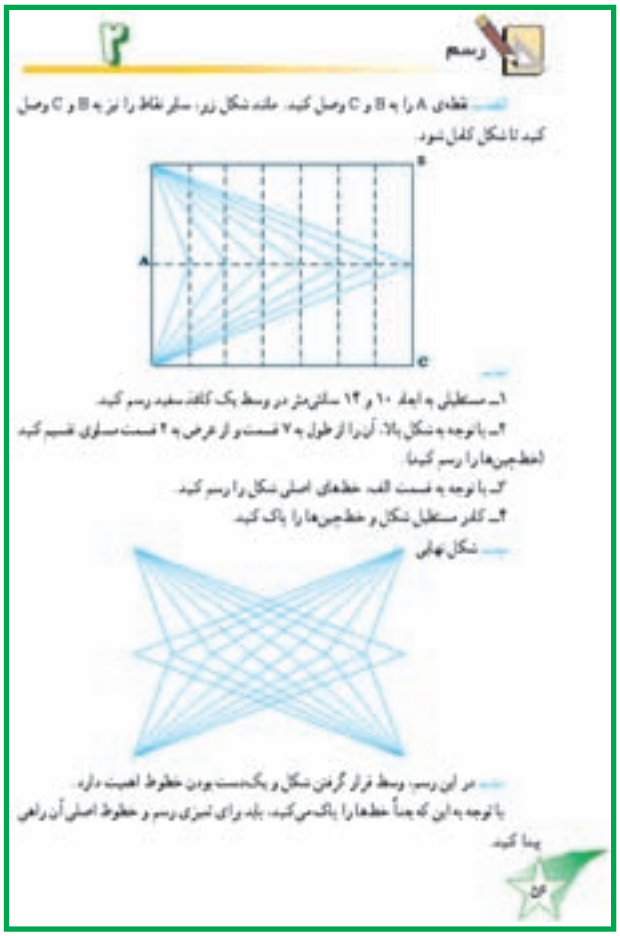
۲ــ اگر دانش‌آموزی بتواند در ماشین حساب‌هایی که پرانتز و کسر دارند یک کسر مرکب را به طور کامل وارد کند و فقط با زدن یک کلید تساوی، حاصل را به دست آورد، به یقین تمام مفاهیم مربوط به عملیات کسری را یادگرفته است ؛ مثال :

$$\frac{۱+\frac{۳}{۴}}{(۲+\frac{۱}{۵})-(۱-\frac{۱}{۴})}$$

۳ــ مقدار تقریبی عبارت‌های زیر را با ماشین حساب به دست آورند. قبل از محاسبه، حاصل را حدس بزنند.

$$۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۳۲}+\frac{۱}{۶۴}+\frac{۱}{۱۲۸}=$$

$$۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+\ldots+\frac{۱}{۱۰}$$



۲ رسم

دومین رسم کتاب نیز فقط با کشیدن خط‌های راست شکل می‌گیرد. به همین دلیل، انتظار داریم دانش‌آموزان اول راهنمایی بتوانند از عهده‌ی کشیدن آن برآیند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید با پیدا کردن الگوی رسم، شکل قسمت «الف» را کامل کنند. سعی کنید شرایط به گونه‌ای باشد که هر فرد به تنهایی این کار را انجام دهد. اگر فرصت کلاس اجازه می‌دهد این قسمت را با دادن فرصت بیش‌تر در کلاس انجام دهید تا دانش‌آموزان در انجام رسم دقت کافی به خرج دهند از آن‌ها بخواهید با توجه به تجربه‌ی کشیدن رسم قبلی، نکات مهم در این رسم را پیش‌بینی کنند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

روش کشیدن این رسم در یک برگه‌ی سفید را به شرح زیر توضیح دهید :

۱ــ ابتدا مستطیلی به ابعاد ۱۴ و ۱۰ سانتی‌متر در وسط کاغذ به طریقی که قبلاً توضیح داده شده است رسم کنید (بهتر است همه از یک نوع کاغذ استفاده کنند) توجه داشته باشید که در این رسم کادر جزء خطوط اضافی است و در پایان کار پاک خواهد شد. پس نباید آن‌را پر رنگ بکشند.

۲ــ عرض مستطیل را به دو قسمت ۵ سانتی‌متری و طول آن را به هفت قسمت ۲ سانتی‌متری تقسیم کنید : ــ خطوط خط‌چین را بکشید، هدف اصلی خطوط خط‌چین پیدا کردن نقاط تقاطع خطوط عمودی با خط افقی است بنابراین می‌توان به گونه‌ای عمل کرد که همه‌ی این خطوط کشیده نشود و فقط محل برخورد مشخص شود. البته برای این کار باید تقسیم‌بندی بسیار با حوصله و دقیق انجام شده باشد.

۳ــ بنابراین نقاط اصلی این رسم، چهار رأس مستطیل و ۸ نقطه‌ی روی خط افقی است. بقیه‌ی نقاط و خطوط وسیله‌ای برای پیدا کردن آن‌ها هستند بعد از مشخص شدن این نقاط از ۶ نقطه‌ی وسط پایه به چهار نقطه‌ی کناری خطوطی را رسم کنید و از دو نقطه‌ی کناری به ۲ رأس دورتر خطی بکشید.

۴ــ با پاک‌کردن تمامی خطوط اضافی (از جمله کادر رسم) شکل نهایی به دست می‌آید.

نکات مهم رسم

۱ــ یکی از مهم‌ترین نکات در این رسم دقت در اندازه‌گیری و از آن مهم‌تر نشانه‌گذاری است. چون اگر خوب دقت کنید در برخی از رسم‌ها (مثل رسم گذشته) خطوط نهایی به گونه‌ای است که روی نقاط نشانه‌گذاری شده را می‌پوشاند و در پایان رسم نشانه‌ها زیر خطوط اصلی پنهان می‌شوند، ولی در این رسم نقاط نشانه‌گذاری شده در آخر کار باید کاملاً پاک شوند و اصلاً مورد استفاده‌ی مستقیم نیستند. بنابراین باید بسیار کوچک و کم‌رنگ علامت‌گذاری شود.

۲ــ نکته‌ی دیگر این رسم خطوط اضافی آن است. در پایان باید تمامی خطوط افقی و عمودی رسم پاک شود که البته این خطوط بین خطوط اصلی است و پاک‌کردن آن بسیار مشکل است داشتن پاک‌کن نوک‌تیز و کم‌رنگ و خط‌چین کشیدن این خطوط می‌تواند در این امر کمک کند.

۳ــ یک دست بودن خطوط در این رسم به زیبایی آن کمک فراوانی خواهد کرد، توجه داشته باشید تغییر کلفتی و نازکی رسم بعد از اتمام کار، معمولاً باعث کثیف‌شدن و خراب شدن آن خواهد شد. پیشنهاد می‌شود هرگز بعد از اتمام کار در خطوط اصلی رسم تغییری ایجاد نکنید و در هنگام کشیدن آن‌ها به یک‌دستی آن‌ها توجه داشته باشید.

سعی کنید در هنگام پاک‌کردن خطوط اضافی خطوط اصلی پاک نشود تا یکدستی آن‌ها از بین نرود. روشی پیدا کنید که با پاک‌کردن یکدستی خطوط را از بین نرود.

یادداشت معلم

نسبت و تناسب

موضوعات در یک نگاه

در این درس، ابتدا ضمن یادآوری مفهوم نسبت، کمیت‌های (مقادیر) متناسب و جدول تناسب معرفی می‌شود. سپس چگونگی حلّ مسائل تناسب در قالب طرح و حلّ یک مسئله توضیح داده می‌شود.

تسهیم به نسبت به‌عنوان یکی از حالت‌های کمیت‌های متناسب در قالب حل مسائل مختلف مطرح شده چگونگی حلّ این نوع مسئله‌ها آموزش داده می‌شود.

اهداف

در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

ــ نسبت دو مقدار را با کسر یا در جدول نسبت نشان دهد.

ــ از تساوی نسبت‌ها، جدول تناسب را تشکیل دهد.

ــ تفاوت مقادیر متناسب و غیرمتناسب را در مسائل مختلف تشخیص دهد.

ــ مسئله‌های تناسب و درصد را با کشیدن جدول و نوشتن عملیات پاسخ دهد.

ــ مسئله‌های تسهیم به نسبت (یا مسئله‌هایی که رابطه‌ی بین نسبت‌ها را مشخص می‌کنند) را پاسخ دهد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ آیا محیط یک لوزی متناسب با اندازه‌ی ضلع آن تغییر می‌کند؟ مثال بزنید.

۲ــ ۲ کمیت متناسب و ۲ کمیت غیرمتناسب مثال بزنید.

۳ــ ۷۵٪ شکل زیر را رنگ کنید.

۴ــ نسبت پول احمد به علی ۲ به ۷ و نسبت پول احمد به حسین ۴ به ۱۳ است. نسبت پول حسین به علی چه‌قدر است؟

۵ــ دو مربع دلخواه رسم کنید. آیا نسبت ضلع‌ها با نسبت قطرها برابر است؟ (اندازه‌گیری کنید)

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث نسبت و تناسب

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
مقدارهای متناسب	۵۷ ۵۸	ـ نسبت ـ تناسب مقدارهای متناسب و نامتناسب	ـ نسبت بین دو مقدار را به‌صورت‌های مختلف از جمله با کسر و نوشتن در جدول بیان کند. ـ تساوی نسبت برای دو کمیت متناسب را در جدول و با نوشتن کسرهای مساوی نشان دهد. ـ کمیت‌های متناسب و کمیت‌های غیر متناسب را تشخیص دهد. ـ متناسب نبودن کمیت‌ها را با نوشتن نامساوی بین کسرها مشخص کند.	ـ انجام فعالیت برای درک مفهوم نسبت و تناسب ـ انجام فعالیت برای درک دو مقدار نامتناسب	لیوان ـ پارچ ـ آب و شربت	نسبت مقدار متناسب تناسب
طرح یک مسئله	۵۸ ۵۹ ۶۰ ۶۱ ۶۲	ـ مسئله‌ی تناسب ـ جدول تناسب ـ کاربرد نسبت و تناسب	ـ با تشکیل جدول تناسب و نوشتن تساوی کسرها برای نسبت‌ها، مسئله‌های تناسب را حل کند. ـ مفاهیم مختلف نسبت و تناسب را در حل مسائل ترکیبی با سایر موضوعات به‌کار برد. ـ از درس کسر و عملیات آن برای انجام محاسبات مسائل تناسب استفاده کند. ـ حلّ مسئله‌های مربوط به درصد	ـ خواندن متن کتاب و پاسخ دادن به سؤالات ـ انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از جدول تناسب برای حل مسائل ـ انجام فعالیت برای استفاده از مفاهیم نسبت و تناسب برای حل مسائل و متناسب بودن محیط و نامتناسب بودن مساحت‌ها	ـ	ـ
تسهیم به نسبت	۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶	ـ تسهیم به نسبت ـ نسبت‌های ترکیبی	ـ کشف کند که در چه صورت می‌توان یک ردیف به جدول تناسب اضافه کرد. ـ با اضافه کردن ردیف‌های مجاز به جدول تناسب مسائل را حل کند. ـ مسئله‌های تسهیم به نسبت را با اضافه کردن ردیف مجموع حل کند. ـ مسئله‌های درصد را نیز با تشکیل جدول حل کند.	ـ انجام فعالیت برای کشف چگونگی اضافه شدن ردیف به جدول ـ خواندن متن کتاب و پاسخ‌گویی به سؤالات متن ـ انجام کار در کلاس برای تمرین حل مسائل تسهیم به نسبت	ـ	تسهیم به نسبت مجموع نسبت‌ها

نسبت دو عدد و مقدار میانگین با درصد

هرکسری که صورت و مخرج آن دو عدد طبیعی باشند، یک نسبت است : $\frac{a}{b}$ یعنی نسبت a به b دو نسبت برابر تشکیل یک تناسب می‌دهند.

تناسب حسابی $a-b=c-d$ ؛

تناسب هندسی $a:b=c:d$ ؛

تناسب توافقی $\frac{۱}{a}-\frac{۱}{b}=\frac{۱}{c}-\frac{۱}{d}$.

میانگین حسابی دو عدد برابر است با نصف مجموع دو عدد :

$$\text{میانگین حسابی a و b} = \frac{a+b}{۲}$$

میانگین هندسی دو عدد برابر است با جذر حاصل ضرب دو عدد :

$$\text{میانگین هندسی a و b} = \sqrt{ab}$$

میانگین توافقی دو عدد a و b برابر است :

$$\text{میانگین توافقی a و b} = \frac{۲}{\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}}$$

به سادگی ثابت می‌شود : $\frac{۲}{\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}} \le \sqrt{ab} \le \frac{a+b}{۲}$

علامت برابری برای وقتی است که داشته‌باشیم $a = b$.

اغلب از مفهوم میانگین یا مقدار متوسط در حالت‌هایی مثل «معدل نمره‌ها» «متوسط درجه‌ی حرارت»، «متوسط حقوق» و غیره صحبت می‌کنیم. میانگین‌ها در ریاضیات (به‌ویژه در نظریه‌ی احتمال و آمار)، فیزیک و سایر دانش‌ها کاربرد دارند. دو نمونه از کاربرد ساده‌ی میانگین توافقی می‌آوریم :

ـ اگر از نقطه‌ی برخورد قطرهای ذوزنقه‌ای پاره‌خط راستی موازی با دو قاعده رسم کنیم. طول پاره‌خط‌راست MN که به دو ساق ختم می‌شود، از این رابطه به‌دست می‌آید (a و b طول‌های دو قاعده است) :

$$MN = \frac{۲}{\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}}$$

ـ اگر اتومبیلی فاصله‌ی A تا B را با سرعت ثابت $N_۱$ و فاصله‌ی B تا A را با سرعت ثابت $N_۲$ بپیماید، میانگین سرعت حرکت اتومبیل برابر می‌شود با :

$$\frac{۲}{\frac{۱}{N_۱}+\frac{۱}{N_۲}}$$

مفهوم «درصد» بستگی نزدیکی با مفهوم «نسبت» دارد. به احتمال زیاد نخستین کسانی که از واژه‌ی «درصد» استفاده کرده‌اند، صراف‌ها، یعنی پدربزرگان بانک‌های امروزی بوده‌اند ولی در زمان ما، به‌جز بانک‌ها، مفهوم درصد در تمامی زندگی اقتصادی ریشه دوانده است. به‌جز این از مفهوم درصد، در تعیین رشد اقتصادی، رشد جمعیت و بر پایه‌ی آن برای طرح برنامه‌ی توسعه‌ی اقتصادی و کنترل جمعیت استفاده می‌کنند.

ولی مفهوم نسبت و تناسب عمری درازتر دارند. سرزمین‌های عیلام و بابل، هزاران سال پیش از میلاد، با شناخت مثلث‌های متشابه به مفهوم «ضلع‌های متناسب برای عددهای طبیعی» رسیده بودند.

فیثاغورس (نزدیک به ۵۸۰ تا ۵۰۰ پیش از میلاد)، دانشمند یونان باستان و هواداران او نظریه‌ی ریاضی نسبت‌ها را طرح کردند. هرسه گونه تناسب را شرح دادند.

مفهوم میانگین هم (میانگین حسابی، هندسی و توافقی) مربوط به فیثاغوریان است و به حالتی مربوط می‌شود که دو جمله‌ی میانی نسبت باهم برابر باشند.

در سده‌ی چهارم پیش از میلاد «اودوکس» (نزدیک به سال‌های ۴۰۸ تا ۳۸۵ پیش از میلاد)، دانشمند یونانی، بررسی منطقی را درباره‌ی ویژگی‌های تناسب (نه تنها با عددهای طبیعی، بلکه درضمن با عددهای گویا انجام داد).

تنظیم دقیق نظریه‌ی تناسب‌ها، به‌وسیله‌ی اقلیدس، هندسه‌دان یونانی، در کتاب مشهور او به نام مقدمات (که شامل ۹۳ بخش بود) در سده‌ی سوم پیش از میلاد، انجام گرفت. او این نظریه را در بخش پنجم کتاب خود و در اساس بر پایه‌ی

آموزش‌های اودوکس آورده است. نظریه‌ی امروزی نسبت‌ها، با نظریه‌ی «اقلیدس ــ اودوکس» خیلی کم اختلاف دارد. اقلیدس، تناسب هندسی را، این‌طور تعریف کرده است (مضمون سخن اقلیدس، زبان امروزی) :

چهار عدد a ، b ، c و d ، تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ را تعریف می‌کند، به شرطی که برای عددهای طبیعی ولی دلخواه m و n :

اگر $ma > nb$ آن‌وقت $mc > nd$ ؛ اگر $ma = nd$ ، آن وقت $mc = nd$ ؛ و سرانجام، اگر $ma < nb$ آن‌وقت $mc < nd$.

نسبت و تناسب

مقدارهای متناسب

فعالیت

در یک ظرف، محلولی از ۱ استکان شربت و ۳ استکان آب داریم؛ یعنی نسبت شربت به آب در این ظرف ۱ به ۳ یا $\frac{1}{3}$ است. در ظرف دیگری محلولی از ۴ استکان شربت و ۱۲ استکان آب داریم. آیا شیرینی محلول‌ها در دو ظرف متفاوت است؟ نسبت شربت به آب در دو ظرف را با یکدیگر مقایسه کنید. خیر، $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

جدول زیر را کامل کنید. هر نسبت را با یک کسر در زیر آن مشخص کنید.

تعداد استکان شربت	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد استکان آب	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{15}$

کسرهای که در جدول نوشته‌اید را با یکدیگر مقایسه کنید.

جدول بالا نشان می‌دهد که تعداد استکان‌های آب متناسب با تعداد استکان‌های شربت، اضافه‌تر یا کم‌تر شده است و نسبت $\frac{1}{3}$ ثابت مانده است.

هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که همواره نسبت آن‌ها ثابت بماند، می‌گوییم این دو مقدار متناسب‌اند.

در مثال بالا می‌گوییم که تعداد استکان‌های شربت و تعداد استکان‌های آب، با هم متناسب‌اند. پس جدول بالا یک جدول تناسب است.

۵۷ نسبت و تناسب

مقدارهای متناسب

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ با کتاب آشپزی وارد کلاس شوید؛ مواد لازم برای تهیه یک غذا را از روی آن بخوانید و به کمک بچه‌ها بررسی کنید که برای تهیه‌ی آن غذا برای همه‌ی دانش‌آموزان کلاس چه مقدار مواد اولیه لازم است.

۲ــ همراه داشتن وسایل لازم برای فعالیت (یک لیوان، یک پارچ که چهار برابر لیوان گنجایش داشته باشد. مقداری آب و شربت غلیظ) نیز می‌تواند در جلب توجه دانش‌آموزان به درس مؤثر باشد.

شروع کنید:

لیوان را پر از آب کنید و آن را در پارچ خالی کنید. چهار بار این عمل را انجام دهید تا دانش‌آموزان مشاهده کنند که آب موجود در پارچ چهار برابر آب لیوان است. لیوان را هم پر از آب کنید. ۲ قاشق چایخوری شربت غلیظ در آب لیوان حل کنید. از دانش‌آموزان بپرسید نسبت آب لیوان به شربت چیست. پاسخ $\frac{1}{2}$ یا ۱ به ۲ را روی تخته بنویسید. سپس ۸ قاشق چایخوری شربت غلیظ در پارچ بریزید و آن را در چای حل کنید. از دانش‌آموزان بپرسید نسبت آب پارچ به شربت چیست. پاسخ $\frac{4}{8}$ یا ۴ به ۸ را روی تخته بنویسید. از دانش‌آموزان بپرسید کدام شربت شیرین‌تر است. شربتی که در لیوان درست شده یا شربتی که در پارچ است؟

پاسخ‌های مختلف را بشنوید و اجازه دهید دانش‌آموزان درباره‌ی جواب‌های خود توضیح دهند و استدلال کنند. از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت شماره‌ی ۱ را در گروه بخوانند به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند و جدول تناسب را کامل کنند.

توصیه‌های آموزشی:

اجازه دهید دانش‌آموزانی که برای تشخیص شیرین‌تر بودن شربت می‌خواهند از شربت‌ها بچشند این کار را انجام دهند. درحین انجام فعالیت می‌توانید مقدار بیش‌تری شربت درست کنید و همراه هم میل نمایید.

هدف فعالیت:

یادآوری جدول تناسب و مفهوم مقدارهای متناسب هدف این فعالیت است.

ادامه دهید:

از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ پرسش‌های فعالیت ۱ را بخواند و جدول تناسب پرشده را روی تخته بکشد.

آموزش دهید:

توضیح دهید که هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که همواره نسبت آن‌ها ثابت بماند. می‌گوییم این دو مقدار متناسب هستند. توضیح خود رابا مثال‌هایی از مقدارهای متناسب همراه کنید.

مثلاً : تعداد دانش‌آموزان یک کلاس با تعداد صندلی‌هایی که در کلاس لازم است متناسب و نسبت آن‌ها $\frac{۱}{۱}$ است. (اگر در کلاس از نیمکت استفاده می‌کنید ممکن است نسبت $\frac{۲}{۱}$ یا $\frac{۳}{۱}$ یا ... باشد) می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی ارائه کنند درباره‌ی متناسب بودن یا نبودن مثال‌هایی که دانش‌آموزان می‌آورند در کلاس بحث کنید و متن کتاب را بخوانید.

توصیه‌های آموزشی:

در انجام فعالیت کشف رابطه‌ی بین کسرها و نوشتن تساوی کسرها از اهمیت زیادی برخوردار است لذا از اغلب گروه‌ها یا دانش‌آموزان بخواهید پاسخ خود را بیان کنند و توضیح دهند.

هدف فعالیت:

تشخیص تفاوت کمیت‌های تناسب و کمیت‌های غیرمتناسب از یک‌دیگر و تفاوت قائل شدن بین جدول تناسب و جدول اطلاعات دو کمیت غیرمتناسب هدف اصلی این فعالیت است.

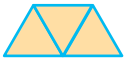
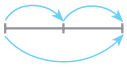
ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت ۲ را در گروه از روی کتاب بخوانند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند.

مشاهده کنید:

در فرصتی که دانش‌آموزان، فعالیت ۲ را انجام می‌دهند، شما به عملکرد گروه‌ها توجه کنید. آیا نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد پاره‌خط‌ها را در هر قسمت درست نوشته‌اند؟ اگر چنین نیست آن‌ها را توجه دهید آیا به دنبال رابطه‌ای بین کسرها می‌گردند یا به سرعت نتیجه می‌گیرند که رابطه‌ای وجود ندارد؟ آیا اگر رابطه‌ای بین کسرها یافته‌اند می‌توانند استدلال کنند که این رابطه تناسب نیست؟

توصیه‌های آموزشی:

در شکل تعداد پاره‌خط‌ها ۵ عدد است. در این شکل  نیز تعداد پاره‌خط‌ها ۷ تا است. اگر این سؤال برای دانش‌آموزان ابهام‌آور شد و بعضی از آن‌ها تعداد پاره‌خط‌ها را متفاوت بیان کردند (البته با توجیهات درست) پاسخ‌های آن را بپذیرید ؛ زیرا در اصل مسئله تفاوتی نمی‌کند ؛ برای مثال، اگر دانش‌آموزی پاره‌خط‌های آبی را در شکل ۸ تا اعلام کند (با این توضیح که ضلع پایین ذوزنقه ۳ پاره‌خط دارد)  بازهم این جدول، دو کمیت غیرمتناسب را نشان می‌دهد و در نتیجه‌گیری اشکالی پیش نمی‌آید.

ادامه دهید:

از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ خود به سؤال ۱ را روی تخته بنویسد. درستی پاسخ را بررسی کنید. سپس سؤال ۲ را در کلاس مطرح کنید و همه‌ی نظرات را درست یا غلط بشنوید و با کمک دانش‌آموزان بررسی کنید. دانش‌آموزان را طوری هدایت کنید که پاسخ سؤال ۳ را اگر هنوز درنیافته‌اند در این فرصت کشف کنند.

آموزش دهید:

توضیح دهید که هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت آن‌ها ثابت نماند، می‌گوییم این دو مقدار متناسب نیستند، مثل نسبت سن یک انسان به تعداد دندان‌هایش.

بپرسید!

دانش‌آموزان در این قسمت باید بتوانند در مورد متناسب بودن یا نبودن دو کمیت با داشتن جدول اطلاعات خود را اظهار کنند. مثلاً در

a	۳	۶
b	۵	۸

یا a و b متناسب هستند؟ در

a	۶	۱۲
b	۵	۱۰

چطور؟

تلفیق با سایر دروس:

مفهوم کمیت‌های سرانه در یک جامعه مثل درآمد سرانه و ارتباط آن با تناسب، رابطه‌ی موقعیت یک عدد در جامعه با میزان

فعالیت

در شکل‌های زیر، تعداد مثلث‌ها و پاره‌خط‌های آن را بشمرید و جدول را کامل کنید.

تعداد مثلث‌ها	۱	۲	۳	۴
تعداد پاره‌خط‌ها	۳	۵		

نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد پاره‌خط‌های آن را به‌صورت کسر در زیر هر کدام بنویسید.

بین کسرها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ مساوی نیستند.

آیا جدول بالا یک جدول تناسب است؟ خیر

طرح یک مسئله

برای حل کردن این مسئله، باید ببینیم نسبت ۱۸ انیردست به چه تعداد آبجار، مساوی $\frac{۲}{۳}$ است؛ یعنی، چه کسری مساوی $\frac{۲}{۳}$ است که صورت آن ۱۸ باشد.

چون دو مقدار متناسب‌اند، ابتدا یک جدول تناسب تشکیل می‌دهیم.

تعداد انیردست‌ها	۲	۱۸	۱۲	(۲۷)
تعداد آبجارها	۳	۹	(۱۸)	۴۲

با توجه به جدول، می‌توانیم بنویسیم: $\frac{۲}{۳}=\frac{۱۸}{x}$

و از این تساوی کسرها، مقدار x یا تعداد آبجارها را به‌دست آوریم: $x=\frac{۳\times۱۸}{۲}=۲۷$

تلاش او و تقسیم کردن امکانات در جامعه می‌توانند موضوعات مناسبی برای بحث در این قسمت کتاب باشند.

توسعه:

بررسی کمیت‌هایی که تناسب معکوس دارند، یعنی با زیاد شدن یکی دیگر به همین نسبت کم می‌شود و بحث در مورد مثال‌های آن. مثلاً با زیاد شدن تعداد کارگرهای ساختمانی زمانی که لازم است تا ساختمان ساخته شود به همان نسبت کم می‌شود.

۲ــ طی الگوهایی از کمیت‌های متناسب یا غیر متناسب برای تشخیص رابطه‌ها و ادامه دادن الگوها در مثال زیر، تعداد ضلع‌ها، مربع‌ها تناسب نیست.

۳ــ فضایی برای ترکیب مفهوم نسبت با سایر موضوعات ایجاد کنید. مانند نمونه‌ی زیر : در داخل شکل اندازه‌ی مساحت آن نوشته شده است. به‌جای علامت سؤال چه اعدادی باید نوشته شود؟

۱	۳	?
۴	?	۲۰
	۱/۵	۲/۵

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید فهرستی از مقادیر تناسب که در زندگی روزمره وجود دارد تهیه کنند.

تعداد دیگری از آن‌ها فهرستی از مقادیر غیرتناسب تهیه کنند. با مقایسه‌ی دوفهرست تهیه شده توسط دانش‌آموزان نتیجه‌گیری کنید که در زندگی روزمرّه بیش‌تر با مقادیر تناسب سروکار داریم یا غیرتناسب.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در هنگام حلّ مسائل تناسب آن‌چه اهمیت دارد تشکیل جدول تناسب به‌طور صحیح است. لذا استفاده از ماشین حساب برای انجام محاسبات و عملیات مسئله و پیدا کردن جزء مجهول بلامانع است. در این صورت، فرصت خواهد داشت مسائلی واقعی طرح کنید ؛ مسائلی که اعداد داده شده در آن لزوماً اعداد درست یا قابل قسمت به یک‌دیگر نیستند.

طرح یک مسئله

ایجاد انگیزه کنید:

در صورتی که فعالیت خارج از کلاس درس قبل را انجام داده‌اید از فهرست کمیت‌های تناسب مثال‌هایی را یادآوری کنید. در غیراین‌صورت از تصاویری مثل طرح واگن‌های قطار که در صفحه‌ی ۶ دیده می‌شود استفاده کنید. دانش‌آموزان باید مقادیر تناسب در تصاویر را تشخیص دهند.

شروع کنید:

درس را با یادآوری مقادیر تناسب، جدول تناسب و مقادیر غیرتناسب شروع کنید.

آموزش دهید:

وقتی دو کمیت باهم متناسب‌اند، جدول اطلاعات آن‌ها یک جدول تناسب است. جدول تناسب دو ردیفی مجموعه‌ای از کسرهای مساوی است و می‌توان مقادیر مجهول در آن را با استفاده از راه‌هایی که برای مجهول‌یابی در کسرهای مساوی وجود دارد به‌دست آورد.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید صورت مسئله را از روی کتاب بخوانند و در گروه خود بررسی کنند. سپس پاسخ داده شده در کتاب را باهم مورد مطالعه قرار دهند و به دو سؤال مطرح شده پاسخ دهند. آن‌گاه، مراحل رسیدن به پاسخ را، مانند پاسخ کتاب به سؤال قبلی، به‌صورت مشروح و در کلاس مطرح کنند.

بپرسید!

در این مرحله، دانش‌آموزان باید بتوانند یک جدول تناسب ۲×۲ با یک مجهول تشکیل دهند و مقدار مجهول را به‌دست آورند، مثلاً می‌توانید سؤال زیر را مطرح کنید: برای بسته‌بندی هر دوازده مدادرنگی ۲۰ گرم مقوا لازم است. کارخانه‌ای در یک دقیقه ۳۰ بسته مدادرنگی دوازده‌رنگی را بسته‌بندی می‌کند. این کارخانه در یک دقیقه چند گرم مقوا استفاده می‌کند؟

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید به‌صورت فردی کار در کلاس را حل کنند؛ سپس با هم‌گروهی‌های درسی خود پاسخ‌های خود را بررسی کنند. در این کار در کلاس‌ها دانش‌آموزان باید به متناسب بودن یا نبودن کمیت‌های هر سؤال توجه کنند، سپس آن را حل کنند. دانش‌آموزان ممکن است از راه‌های مختلفی جدول‌های مربوط به سؤالات ۳ و ۴ را پرکنند. از آن‌ها بخواهید این راه‌ها را در کلاس بیان کنند. این مطلب به دانش‌آموزان

می‌بینیم که مخرج کسر باید ۲۷ باشد. پس جواب، ۲۷ آجار است. اکنون جدول تناسب صفحه‌ی قبل را ادامه داده، پاسخ پرسش‌های زیر را بنویسید

در برابر ۲۶ آجار، چند آجر وجود دارد؟ ۲۶ آجر

در برابر ۴۲ آجار، چند آجر وجود دارد؟ ۴۲ آجر است

کار در کلاس

۱ـ هر مولکول CO_2 از یک اتم کربن و ۲ اتم اکسیژن تشکیل شده است. نسبت تعداد اتم‌های کربن به تعداد اتم‌های اکسیژن چند است؟ $\frac{1}{2}$

در برابر ۱۴ اتم کربن، چند اتم اکسیژن وجود دارد؟ ۲۸ اتم

در برابر ۱۸ اتم اکسیژن، چند اتم کربن وجود دارد؟ ۹ اتم

۲ـ نرگس می‌خواهد تعدادی دفتر بخرد. در فروشگاه تعاونی می‌بیند قیمت هر ۵ دفتر ۹۰۰ تومان است.

نسبت تعداد دفترها به قیمت آن‌ها چند است؟ $\frac{5}{900}$

برای خرید ۱۵ دفتر، چند تومان باید بپردازد؟ ۲۷۰۰ تومان

۳ـ یک نقاش برای تهیه‌ی رنگ سبز، هر ۵ کیلوگرم رنگ آبی را با ۳ کیلوگرم رنگ زرد مخلوط می‌کند. آیا نسبت مقدار رنگ آبی به مقدار رنگ زرد ثابت است؟

جدول تناسب زیر را کامل کنید

	۵	۱۵	۲۰	۱۰
	۳	۹	۱۲	۶

۴ـ محمد می‌خواهد با استفاده از جوب‌کبریت، تعدادی مربع در یک ردیف بسازد. او برای یک مربع به ۴ جوب‌کبریت، برای دو مربع به ۷ کبریت و ... نیاز دارد.

جدول مقابل را کامل کنید.

تعداد مربع‌ها	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب کبریت‌ها	۴	۷		

۵۹ فصل نسبت و تناسب

کمک می‌کند تا در برخورد با مسائل مختلف از خلاقیتشان برای یافتن ساده‌ترین راه‌حل‌ها استفاده کنند.

هدف کار در کلاس:

سؤال‌های ۱ تا ۳ به مقادیر متناسب سؤال ۴ به مقادیر غیرمتناسب مربوط می‌شود. در نوشتن پاسخ سؤال‌هایی مثل سؤال اول، بهتر است دانش‌آموزان فقط از یک جدول تناسب، برای پاسخ دادن به قسمت‌های مختلف مسئله، استفاده کنند.

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند و تساوی‌ها را کامل نمایند و درباره‌ی نتیجه‌ی فعالیت با یک‌دیگر بحث و هم‌فکری نمایند.

هدف فعالیت:

به‌کار بردن مفاهیم نسبت و تناسب در سایر موضوعات

ریاضی و هم‌چنین درک چگونگی تغییر اجزای شکل‌های هندسی هدف این فعالیت است. به عبارت دیگر نحوه‌ی بررسی تغییرات اجزای یک شکل و پاسخ دادن به این سؤال که آیا متناسب تغییر می‌کند یا غیر متناسب.

مشاهده کنید:

در حین انجام فعالیت، به گروه‌های مختلف توجه کنید، آیا مستطیل را درست رسم کرده‌اند؟ آیا محیط و مساحت را درست به‌دست آورده‌اند؟ آیا نسبت‌ها را درست به‌دست آورده‌اند؟ در هر قسمت سعی کنید با راهنمایی گروه‌هایی که پاسخ نادرست داده‌اند آن‌ها را به مسیر درست، هدایت کنید.

دقّت کنید که آیا نتایج به‌دست آمده در گروه‌ها منطقی است و آیا می‌توانند استدلال منطقی برای نتایج درست را ارائه کنند. ممکن است دانش‌آموزان توانایی بیان مسیر فکری را که برای رسیدن به نتیجه طی کرده‌اند نداشته باشند. این یکی از فعالیت‌هایی است که دانش‌آموزان باید کسب کنند. آن‌ها را یاری کنید تا در این فرصت‌ها به تمرین این مهارت بپردازند.

توصیه‌های آموزشی:

در انجام فعالیت برای پیدا کردن اندازه طول و عرض مستطیل جدید می‌توانید از تناسب‌های زیر استفاده کنید.

$$\frac{\text{طول}}{۶} = \frac{۴}{۳} \rightarrow \text{طول مستطیل دوم} = ۸$$

$$\frac{\text{عرض}}{۳} = \frac{۴}{۳} \rightarrow \text{عرض مستطیل دوم} = ۴$$

یعنی باید یک مستطیل ۸×۴ رسم شود.

بپرسید!

نسبت ضلع یک مربع به ضلع مربع دوم $\frac{۱}{۲}$ است. نسبت محیط و مساحت این دو مربع را بیابید، سپس از دانش‌آموزان بخواهید مسئله‌ها را به‌عنوان تکلیف در منزل حل کنند. هدف سؤال‌های ۷ و ۸ برقرار کردن ارتباط بین مفاهیم این فصل و فصل گذشته است.

مسئله‌ی دوم را با کشیدن یک جدول حل می‌کنند.

(لیتر) آب دریاچه	۸۰۰	?	۴۸
(کیلوگرم) نمک	۱۵	۱۲	?

مسئله‌ی چهارم نشان می‌دهد محیط با ضلع متناسب است و مسئله‌ی پنجم نشان می‌دهد مساحت با ضلع متناسب نیست.

مسئله‌های ۷ و ۸ هم نمونه‌هایی از دو کمیت غیرمتناسب را نشان می‌دهند.

فعالیت موازی:

دو مربع دلخواه رسم کنید. ضلع‌های این دو مربع را اندازه بگیرید. نسبت‌های زیر را تکمیل کنید. ـــــ = نسبت مساحت

ـــــ = نسبت محیط ـــــ = نسبت ضلع مربع اول به دوم

همین کار را با دو مربع دلخواه دیگر انجام دهید. از انجام این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

مجهول‌یابی دقیق جدول‌های تناسب ۲×۲ در حالت‌هایی که مقادیر به‌صورت عدد اعشاری هستند با استفاده از ماشین حساب.

توسعه:

تمرین‌هایی مانند نمونه دانش‌آموزان را برای درک بهتر مفهوم تناسب و کاربردهای آن آماده می‌کند.

۱ــ در بعضی از مستطیل‌ها مساحت آن‌ها نوشته شده است شما مساحت مستطیل‌های دیگر را بیابید.

S=۱	S=۳	?
S=۴	?	S=۲۰
?	S=۱/۵	S=۲/۵

فعالیت

مستطیلی رسم کنید که نسبت طول آن به طول مستطیل زیر و عرض آن به عرض مستطیل زیر، برابر $\frac{2}{3}$ باشد.

محیط و مساحت هر دو مستطیل را بدست آورید و سپس نسبت‌ها را کامل کنید.

$\frac{\text{مساحت مستطیل دوم}}{\text{مساحت مستطیل اول}} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ $\quad \frac{\text{محیط مستطیل دوم}}{\text{محیط مستطیل اول}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟ نسبت محیط‌ها مساوی نسبت اضلاع است ولی نسبت مساحت‌ها مساوی نسبت اضلاع نیست

حل مسئله

۱ـ در یک کارگاه شیرینی‌پزی برای تهیه‌ی نوعی کیک، هر ۳ کیلوگرم آرد را با ۲ کیلوگرم شکر مخلوط می‌کند. اگر شیرینی‌پز بخواهد با ۴۵ کیلوگرم آرد کیک تهیه کند، به چند کیلوگرم شکر نیاز دارد؟ ۳۰ کیلوگرم

برای تهیه‌ی این نوع کیک، با هر ۳ کیلوگرم آرد ۵ عدد تخم‌مرغ مصرف می‌شود.

با ۴۵ کیلوگرم آرد چند عدد تخم‌مرغ مصرف می‌شود؟ ۷۵ عدد

۳ـ در هر ۸۰۰ لیتر آب دریاچه‌ای ۱۵ کیلوگرم نمک وجود دارد. در چند لیتر آب این دریاچه ۱۲ کیلوگرم نمک وجود دارد؟ ۶۴۰۰ لیتر. در ۴۸ لیتر آب این دریاچه چند کیلوگرم نمک وجود دارد؟ ۰/۹۲ کیلوگرم

۳ـ برای پختن نوعی کلوچه، آرد و شکر به نسبت ۷ و ۲ مخلوط می‌شود. ۴۵۰ گرم شکر را با چه مقدار آرد باید مخلوط کرد؟ ۱۵۷۵ گرم

۴ـ در جدول زیر، محیط مربعی را با طول ضلع‌های متفاوت می‌بینید. جدول را کامل کنید.

اندازه‌ی ضلع (به متر)	۲	۱	۵	۱۰	۱/۵	۱/۵
محیط (به متر)	۱۲	۲۴	۲۰	۸۰	۱۰	۶

آیا نسبت محیط مربع به اندازه‌ی ضلع آن ثابت است؟ بله

۵ـ در جدول زیر، مساحت مربعی با طول ضلع‌های متفاوت نشان داده شده است. جدول را کامل کنید.

طول ضلع (به متر)	۲	۵	۴	۱/۵	۱۲
مساحت (به مترمربع)	۹	۲۵	۴۶	۱/۲۵	۱۴۴

آیا نسبت مساحت مربع به اندازه‌ی ضلع آن ثابت است؟ خیر

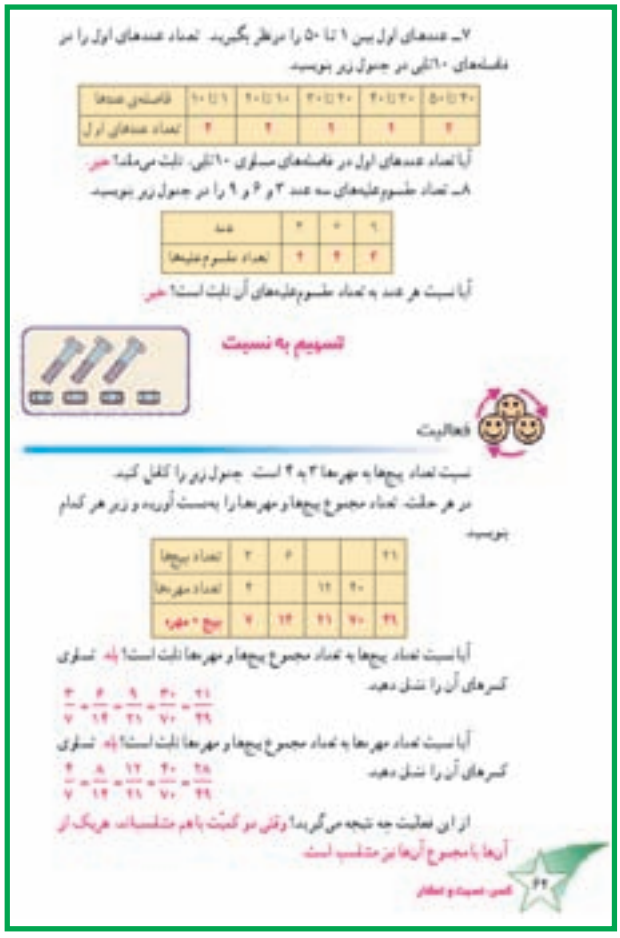
۶ـ نمک‌طعام ترکیبی از سدیم و کلر است و تقریباً هر ۶۰ گرم کلر با ۴۵ گرم سدیم ترکیب می‌شود. تعیین کنید ۲۸ گرم کلر با چند گرم سدیم ترکیب می‌شود. ۱۸ گرم

۲ـ آیا بعد یک مکعب یا حجم آن متناسب است؟ تشکیل و مجهول‌یابی جدول تناسب‌های چند در چند دانش‌آموزان را به درک بهتر کاربرد جدول تناسب سوق می‌دهند و آن‌ها را برای مبحث تسهیم به نسبت آماده می‌کند.

تلفیق با سایر دروس:

مانند مسئله ۴ و ۵ و ۷ و ۸ می‌توانید مفاهیم مختلف ریاضی را باهم تلفیق کنید و شبیه مسئله‌های ۱ و ۲ و ۳ و مسئله ۶ مفاهیم نسبت و تناسب را با مفاهیم سایر دروس و زندگی روزمره تلفیق کنید.

یادداشت معلم



تسهیم به نسبت

ایجاد انگیزه کنید:

موضوع تقسیم ارث و چگونگی محاسبه‌ی آن را با یک مثال ساده بیان کنید. برای مثال، اگر شخصی فقط یک پسر و یک دختر داشته باشد، ارث او به نسبت ۲ به ۱ بین پسر و دختر تقسیم می‌شود.

هدف فعالیت:

تشخیص این موضوع که ردیف مجموع نسبت‌ها را می‌توان به جدول تناسب اضافه کرد و این ردیف با نسبت‌ها متناسب است.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند و به پرسش‌های مطرح شده در آن پاسخ دهند سپس اعضای هر گروه درباره‌ی پاسخ‌ها با یک‌دیگر بحث کنند و در صورت لزوم پاسخ‌های خود را اصلاح نمایند. از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ جمعی خود را برای سؤال ۱ و ۲ بیان کنند. درباره‌ی درستی یا نادرستی پاسخ آن‌ها از دیگر گروه‌ها نظرخواهی کنید، اجازه دهید همه‌ی گروه‌ها نظرات خود را بگویند.

سپس در صورت لزوم فرصتی به دانش‌آموزان بدهید تا پاسخ سؤالات دیگر را دوباره بررسی کنند. از یکی‌دیگر از گروه‌ها بخواهید پاسخ خود را برای سؤال ۲ و ۴ بیان کنند و پاسخ آن‌ها را در کلاس به بحث بگذارید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید که متن اولین مثال را به همراه توضیحات کتاب بخوانند. اجازه دهید هر گروه، نتیجه‌ای را که از فعالیت و مثال آن به‌دست آورده است با قلم خود بنویسد و این نتیجه را با مثال بعدی امتحان کند.

از گروه‌ها بخواهید مثال بعدی را بخوانند و با استفاده از نتیجه‌ای که به دست آورده‌اند آن را حل کنند. و در صورت لزوم نتیجه‌ای را که نوشته‌اند اصلاح و سپس نتایج نوشته شده را در کلاس بیان کنند. بین توضیحات مختلفی که دانش‌آموزان بیان می‌کنند ارتباط برقرار سازید.

توصیه‌های آموزشی:

یکی از نکاتی که مورد درس تناسب با به‌دقت نوشتن، نحوه‌ی نوشتن پاسخ مسئله‌ها و تشکیل جدول است. در این خصوص به موارد زیر توجه کنید :

۱ــ به دانش‌آموزان یاد دهید که یک مسئله‌ی چند قسمتی را در یک جدول حل کنند برای این کار آن‌ها باید ستون‌های جدول تناسب فرد را برای هر قسمت اضافه کنند ؛ مانند مسئله‌ی ۲ صفحه‌ی ۶۱ که دو قسمت آن در یک جدول حل شده است.

۲ــ در مسائل تسهیم به نسبت یا مسئله‌های مشابه آن فقط در صورتی حق دارند که به ردیف‌های جدول ردیفی را اضافه کنند که کمیت اضافه شده با سایر کمیت‌ها متناسب باشد ؛ برای

مثال در مسئله‌ی ۲ صفحه‌ی ۶۶ ردیف محیط را می‌توان اضافه کرد اما ردیف مساحت را نمی‌توان ؛ زیرا مساحت با طول و عرض متناسب نیست.

طول	۴	
عرض	۳	
محیط	۱۴	
مساحت		

این ردیف را نمی‌توان اضافه کرد

۳ــ ردیف اضافه شده در جدول همیشه جمع دو نسبت یا چند نسبت نیست. در همان مثال بالا ردیف محیط جمع طول و عرض نیست.

۴ــ برای پیدا کردن مجهول یک جدول می‌توان از چند برابری استفاده کرد ؛ یعنی در جدول مقابل چون ۴ دو برابر ۲ است پس باید ۳ را نیز ۲ برابر کنیم.

۲	۴
۳	○

x_2 ↑ ، ↓ x

در صورتی که چند برابرها قابل تشخیص نبود می‌توانیم جدول را به یک تساوی کسری تبدیل کرده، جزء چهارم را همان‌طور که در درس گفته شد پیدا کنیم.

۲	۳
۷	x

$$\frac{۲}{۷}=\frac{۳}{x}\rightarrow x=\frac{۳\times ۷}{۲}=۱۰/۵$$

به این ترتیب اگر دانش‌آموزی جواب را فقط به کمک جدول بنویسد کافی نیست و نیازی به نوشتن تساوی‌های کمتری نیست.

آموزش دهید:

نحوه‌ی نوشتن و پاسخ دادن به مسائل تسهیم به نسبت را

احمد ۲۸ عدد بیج و مهره دارد. نسبت بیج‌ها به مهره‌های او $\frac{۳}{۴}$ است. می‌خواهیم ببینیم احمد چند بیج و چند مهره دارد.

از نسبت $\frac{۳}{۴}$ می‌فهمیم که بیج‌ها و مهره‌ها به نسبت ۳ و ۴ هستند ؛ یعنی، در برابر هر ۳ بیج ۴ مهره وجود دارد یا از هر ۷ بیج و مهره، ۳ عدد آن‌ها بیج است. پس، نسبت بیج‌ها به کل بیج‌ها و مهره‌ها $\frac{۳}{۷}$ است.

تعداد بیج‌ها	۳
تعداد مهره‌ها	۴

$$\frac{\text{تعداد بیج‌ها}}{\text{تعداد مهره‌ها}}=\frac{۳}{۴}$$

تعداد بیج‌ها	۳
تعداد بیج‌ها + تعداد مهره‌ها	۳+۴

$$\frac{\text{تعداد بیج‌ها}}{\text{تعداد بیج‌ها + تعداد مهره‌ها}}=\frac{۳}{۳+۴}=\frac{۳}{۷}$$

اینک با استفاده از جدول تناسب زیر، می‌توانیم تعداد بیج‌ها را حساب کنیم.

تعداد بیج‌ها	۳	۱
تعداد بیج‌ها + تعداد مهره‌ها	۷	۲۸

$$\text{تعداد بیج‌ها}=\frac{۳\times ۲۸}{۷}=۱۲$$

$$\text{تعداد مهره‌ها}=۲۸-۱۲=۱۶$$

اکنون به یک مثال دیگر توجه کنید.

در یک کارگاه ریخته‌گری آلیاژی از مس، قلع و نیکل تولید می‌شود. این آلیاژ مخلوطی از مس، قلع و نیکل به نسبت ۴ و ۲ و ۳ است ؛ یعنی، هر ۴ کیلوگرم مس را با ۲ کیلوگرم قلع و ۳ کیلوگرم نیکل مخلوط می‌کنند تا ۹ کیلوگرم آلیاژ بدست آید. بنابراین، برای تهیه‌ی ۹۰ کیلوگرم آلیاژ باید ۴۰ کیلوگرم مس را با ۲۰ کیلوگرم قلع و ۳۰ کیلوگرم نیکل مخلوط کنند. پس، نسبت وزن

برای دانش‌آموزان توضیح دهید و درس را جمع‌بندی کنید.

هدف کار در کلاس :

در این کار در کلاس تعدادی مسئله مطرح کنید تا با حلّ آن، نحوه‌ی حلّ مسائل تسهیم به نسبت تمرین و مرور شود. درضمن آن نحوه‌ی نوشتن پاسخ به دانش‌آموزان آموزش داده شده است. در سؤال‌های ۱ و ۲ و ۴ نحوه‌ی نوشتن مشخص شده است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید به حلّ کار در کلاس بپردازند، سپس در گروه خود درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان را بررسی کنند، دقت کنید که در حلّ این تمرین‌ها استفاده از جدول تناسب یا کسرهای مساوی تفاوتی نمی‌کند. حل مسائل این قسمت را به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان واگذار کنید.

از دانش‌آموزان بخواهید راهبردهایی که در حلّ مسئله‌ها

به‌کار برده‌اند را توضیح دهند. برای مثال، مسئله‌ی شماره‌ی ۴ ممکن است برای برخی از دانش‌آموزان مشکل باشد ؛ راهبردی که در حلّ این مسئله می‌توان از آن استفاده کرد راهبرد زیر مسئله است. مسئله را به چند مرحله تقسیم می‌کنیم و به حلّ آن می‌پردازیم :

۱ــ زهرا برای خرید ۱۰۰ ریال کتاب نو چند ریال باید بپردازد؟

$100 - 20 = 80$ ریال

۲ــ برای خرید ۳۵۰۰۰ ریال کتاب نو چند ریال؟

x	۸۰	مقدار پرداختی
۳۵۰۰۰	۱۰۰	قیمت

$x = \frac{80 \times 35000}{100} = 28000$ ریال

۳ــ برای خرید ۱۰۰ ریال کتاب کهنه چند ریال؟

$100 - 35 = 65$ ریال

۴ــ برای خرید ۸۶۰۰۰ ریال کتاب کهنه چطور؟

x	۶۵	مقدار پرداختی
۸۶۰۰۰	۱۰۰	قیمت

$x = \frac{65 \times 86000}{100} = 55900$ ریال

۵ــ برای خرید ۳۵۰۰۰ ریال کتاب نو و ۸۶۰۰۰ ریال کتاب کهنه چند ریال باید بپردازد؟

$28000 + 55900 = 83900$ ریال

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با استفاده از دکمه‌ی ٪ ماشین‌حساب به سؤالات زیر و سؤالات مشابه به آن پاسخ دهند :

۷ درصد ۲۵ چند است؟

۳۲ چند درصد ۷۰ است؟

سپس صحت نتیجه را با عملیاتی که خود انجام می‌دهند امتحان کنند. بچه‌ها می‌توانند بدون استفاده از دکمه‌ی درصد (٪) پاسخ‌های به‌دست آورده را با استفاده از ماشین حساب بررسی کنند.

تلفیق با سایر دروس:

بررسی درس‌های دیگر از این نظر که در آن‌ها مفهوم درصد در کجا به‌کار رفته است.

طرح سؤال: مثلاً در درس قرآن، ۷۶/۳ سوره‌های قرآن مکّی و ۲۳/۷ آن‌ها مدنی هستند، چند سوره‌ی قرآن مکّی است؟

در درس تاریخ چند درصد زمان بعد از انقلاب را درگیر جنگ بوده‌ایم؟

فعالیت موازی:

گروهی از بچه‌ها را از بقیه جدا کنید ؛ مثلاً ۵ نفر از ۱۷ نفر و جدول زیر را روی تخته رسم کنید و سؤالات مربوط به فعالیت کتاب را در روی این جدول از دانش‌آموزان بپرسید.

۴ــ برای تهیه‌ی نوعی دارو، مواد الف، ب و پ را به نسبت‌های ۷، ۵ و ۳ مخلوط می‌کنند. برای تهیه‌ی ۶۰ گرم از این دارو، به چند گرم از هر یک از مواد الف، ب و پ نیاز داریم؟

الف	۷	۲۸
ب	۵	۲۰
پ	۳	۱۲
داروی مخلوط	۱۵	۶۰

۱۵ = ۷ + ۵ + ۳ = مجموع نسبت‌ها (داروی مخلوط)

گرم ۲۸ = وزن ماده‌ی الف $\Rightarrow \frac{7}{15} = \frac{\text{وزن ماده‌ی الف}}{60}$

۵ــ در یک کارگاه، باندگی تریکو از نوعی نخ استفاده می‌شود که روی بسته‌های آن نوشته شده است: اکریلیک ٪۶۵، پشم ٪۳۵.

در هر صد کیلوگرم از این نخ، چند کیلوگرم پشم و چند کیلوگرم اکریلیک وجود دارد؟ ۳۵ کیلوگرم پشم و ۶۵ کیلوگرم اکریلیک.

در یک بلوز ۲۵۰ گرمی چند گرم پشم وجود دارد؟

گرم ۸۷/۵ = $\frac{250 \times 35}{100}$ = مقدار پشم

۶ــ منطقه‌ی رحمان برای تقویت نیروگاری، باید کوده‌های نوع پتاس، ازت و فسفات را به نسبت ۳، ۲ و ۲ مخلوط کند. اگر او در هر هکتار ۳۵ کیلوگرم کوده مصرف کند، برای ۲ هکتار به چند کیلوگرم از هر نوع کوده نیاز دارد؟ به ترتیب به ۴۰، ۲۰ و ۲۰ کیلوگرم پتاس، ازت و فسفات نیاز دارد.

حل مسئله

۱ــ بهرام و محمود، یک کارگاه تجاری دارند. بهرام ۴ روز در هفته و محمود ۵ روز در هفته در کارگاه کار می‌کنند و قرار گذاشته‌اند که درآمد کارگاه را به همین نسبت بین خود تقسیم کنند. در ماه گذشته کارگاه ۲۵۹۰۰۰۰ تومان درآمد داشته است. سهم هر یک چند تومان می‌شود؟ سهم بهرام ۱۱۰۴۰۰۰ و سهم محمود ۱۴۵۰۰۰۰ تومان.

۲ــ طول و عرض زمینی به شکل مستطیل به نسبت ۴ و ۳ هستند. محیط این زمین ۲۸۰ متر است. مساحت آن چند مترمربع است؟ طول ۸۰ متر، عرض ۶۰ متر، مساحت ۴۸۰۰ متر مربع.

۳ــ برای تهیه‌ی نوعی کامو، پشم و نخ مصنوعی را به نسبت ۱۱ و ۹ مخلوط می‌کنند. در ۶ کیلوگرم از این نوع کامو چند گرم پشم و چند گرم نخ مصنوعی به کار می‌رود؟ ۳۳۰۰ گرم پشم و ۲۷۰۰ گرم اکریلیک.

۴ــ کتاب‌فروشی اعلام کرده است که کتاب‌های نو را با ٪۲۰ و کتاب‌های کهنه را با ٪۳۵ تخفیف می‌فروشد. زهرا می‌خواهد تعدادی کتاب نو به قیمت ۳۵۰۰۰ ریال و تعدادی کتاب کهنه به قیمت ۸۶۰۰۰ ریال بخرد. او باید چند ریال بپردازد؟ ۸۳۹۰۰ ریال.

۵ــ برای دفع نوعی آفت، سه نوع سم A، B و C را به نسبت ۴، ۳ و ۱ مخلوط می‌کنند. در سم مخلوط به‌دست آمده، چند درصد از هر نوع سم وجود دارد؟ برای سم‌پاشی مزرعه‌ای به ۹۶۰ گرم سم نیاز داریم. از هر نوع سم چند گرم باید تهیه کنیم؟

سم A: ٪۴۰ ــ ۳۸۴ گرم
سم B: ٪۳۰ ــ ۲۸۸ گرم
سم C: ٪۱۰ ــ ۹۶ گرم

۶ــ می‌دانیم که هر ۱۰۰۰ متر برابر یک کیلومتر است. ۷۵۴۰ متر چند کیلومتر است؟ ۷/۵۴۰ کیلومتر.

	نفرات	تعداد چشم	تعداد دست و پا
تعداد در گروه	۵	۱۰	۲۰
تعداد در بقیه کلاس	۱۲		
تعداد در کلاس	۱۷		

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از رادیو، تلویزیون و روزنامه اخباری را که در آن‌ها مفاهیم تناسب، تسهیم به نسبت یا درصد به‌کار رفته است جمع‌آوری کنند و با استفاده از این اخبار یک روزنامه‌ی دیواری تهیه نمایید.

تهیه‌ی یک «جدول داده‌ها» در یک تحقیق آماری و بررسی نتایج به کمک درصد می‌تواند برای دانش‌آموزان شعف‌انگیز باشد و آن‌ها را برای درک بهتر مفهوم نسبت یاری کند. مثلاً حضور در یک چهار راه کوچک و بررسی این که چند اتومبیل پشت چراغ قرمز نمی‌مانند چند تا فقط یک‌بار می‌مانند، چند تا دوبار، چند تا بیش‌تر و محاسبه‌ی درصد هر گروه و بررسی نتیجه‌ی عمومی این کار.

توسعه:

۱ــ بحث درصد و علت نیاز به آن مثلاً در محاسبه‌ی رشد جمعیت کشور چند سال و مقایسه با استفاده از درصد در کشورهای مختلف.

۲ــ بررسی مسائلی که در آن‌ها درصدی بیش‌تر از ٪۱۰۰ یا کمتر از ٪۱ هست.

۳ــ انتزاعی کردن مفهوم تسهیم به نسبت، یعنی اگر تساوی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ برقرار باشد، تساوی‌های زیر هم برقرار است:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{d+c} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$$

یادآوری

موضوعات در یک نگاه

در این درس ابتدا مفاهیم مربوط به عددهای اعشاری شامل نماد ممیز، ارزش مکانی، خواندن و نوشتن و به‌کار بردن نماد اعشاری در مسائل مختلف مطرح می‌شود سپس جمع و تفریق عددهای اعشاری، مقایسه، تبدیل کردن به نماد اعشاری و برعکس مرور می‌شود. پس از آموزش راهبرد الگویابی درس ضرب عددهای اعشاری مطرح می‌شود.

اهداف

در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود دانش‌آموزان به هدف‌های زیر برسند :

۱ــ عددهای اعشاری را بخوانند، بنویسند و در جدول ارزش مکانی نمایش داده، جزء صحیح و اعشاری آن را تشخیص دهند.

۲ــ از نمادهای اعشاری در تبدیل واحدها استفاده کنند.

۳ــ جمع و تفریق چند عدد اعشاری را انجام دهند و آن‌ها را باهم مقایسه کنند.

۴ــ کسرها را به عدد اعشاری تبدیل کرده و برعکس.

۵ــ حاصل ضرب چند عدد اعشاری را به‌دست آورند.

۶ــ عملیات جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری داده شده را ذهنی محاسبه کنند.

۷ــ مفاهیم فوق را در حل مسائل به‌کار برند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ در عدد ۲۱۵/۳۰۶۱ ارزش مکانی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین رقم به‌کار رفته چیست؟

۲ــ در عدد ۲۰۵۰/۰۲۵ قسمت اعشاری از چند رقم تشکیل شده است؟

۳ــ حاصل عبارت‌ها را به‌دست آورید.

$$۰/۷۵ - \frac{۱}{۳} =$$

$$۱/۲۵ - \frac{۲}{۵} =$$

۴ــ حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید :

$$\frac{۱۴۵}{۱۰۰۰} + \frac{۲۵۳}{۱۰۰} =$$

۵ــ با تبدیل به کسر حاصل عبارت را به‌دست آورید :

$$(۰/۷۵)^۲ =$$

$$۱/۲۵^۲ =$$

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث یادآوری

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
مفاهیم اعداد اعشاری	۶۷ ۶۸	ـ نماد اعشاری ـ ارزش مکانی ـ خواندن و نوشتن عددها	ـ عددهای اعشاری را بخوانند و به حروف بنویسند. ـ جزء صحیح و اعشاری هر عدد را تشخیص دهند. ـ عدد را در جدول ارزش مکانی نمایش دهند. ـ نماد اعشاری را در تبدیل واحدها به‌کار برند. ـ از بزرگی و کوچکی عددهای اعشاری تصور داشته باشند.	ـ انجام کار در کلاس به منظور به‌کار بردن دانستنی‌های خود از اعداد اعشاری	ـ وسایل اندازه‌گیری طول و جرم و گنجایش ـ مجموعه‌ی کسرهای اعشاری	جزء صحیح جزء اعشاری ممیز اعشار
جمع و تفریق عددهای اعشاری	۶۸ ۶۹	ـ جمع و تفریق عددهای اعشاری ـ مقایسه ـ تبدیل کردن اعشار به هم	ـ دو یا چند عدد اعشاری را در جدول ارزش مکانی یا بدون آن جمع و تفریق کنند. ـ جمع و تفریق عددهای اعشاری را به‌صورت تقریبی انجام داده و عددهای ساده‌تر را به‌صورت ذهنی حساب کنند. ـ عددهای اعشاری کسری را به هم تبدیل کنند. ـ عددهای اعشاری را باهم مقایسه کنند.	ـ انجام کار در کلاس برای به‌کار بردن مفاهیم مختلف عددهای اعشاری	ـ	ـ نماد اعشاری ـ نماد کسری
ضرب عددهای اعشاری	۷۲ ۷۳	ـ ضرب عددهای اعشاری	ـ دو عدد اعشاری را بانوشتن نماد کسری ضرب کنند. ـ دو یا چند عدد اعشاری را در هم ضرب کنند. ـ الگوی ضرب در ۱۰ یا تقسیم بر ۱۰ را در عددهای اعشاری کشف کرده، به‌کار برند. ـ ضرب عددهای اعشاری را ذهنی و تقریبی انجام دهند. ـ مفاهیم مختلف عدد اعشاری را در مسائل به‌کار برند.	ـ خواندن درس و پاسخ دادن به سؤال ـ انجام کار در کلاس برای تمرین ضرب ـ انجام فعالیت برای کشف نحوه‌ی ضرب در ۱۰ و تقسیم بر ۱۰	ـ	ـ

عددهای دهدهی

کلدانی‌ها (قومی از اهالی بابلِ باستان) در هزاران سال پیش از میلاد با مشاهده‌ی حرکت ظاهری خورشید، گمان می‌کردند که در یک روز اعتدالی، خورشید در فاصله‌ی طلوع و غروب، یک نیم‌دایره از گنبد آسمان را می‌پیماید و طول این نیم‌دایره، درست ۱۸۰ برابر قطر ظاهری خورشید است. به همین مناسبت آن‌ها هر نیم‌دایره را به ۱۸۰ بخش و هر دایره‌ی کامل را به ۳۶۰ بخش برابر تقسیم می‌کردند، چیزی که تا امروز هم باقی مانده است و با وجود دستگاه متری که محیط دایره را به ۴۰۰ گراد و هر گراد را به ۱۰ سانتی‌گراد و هر سانتی‌گراد را به ۱۰ میلی‌گراد بخش کرده است، هنوز هم تقسیم دایره به ۳۶۰ درجه، هر درجه به ۶۰ دقیقه و غیره نیروی خود را حفظ کرده است. آن‌ها که زمان را با ساعت‌های آبی و آفتابی اندازه می‌گرفتند، شبانه‌روز را به ۱۲ بخش دو ساعتی، ساعت به ۶۰ دقیقه و دقیقه را به ۶۰ ثانیه بخش کرده بودند تا به همان‌گونه که امروز هم در بین همه‌ی ملت‌ها معمول است.

آن‌ها به‌ویژه در محاسبه‌های مربوط به اخترشناسی از مبنای ۶۰ استفاده می‌کردند. ما امروز در عددشماری از مبنای ۱۰ استفاده می‌کنیم. وقتی می‌نویسم ۷۷۷، تنها از یک نما استفاده کرده‌ایم، ولی اگر از سمت راست درنظر بگیریم، هفت اول به معنای ۷، هفت دوم به معنای ۷۰ و هفت سوم به معنای ۷۰۰ است. اما کلدانی‌ها در مبنای ۶۰ خود، همین عدد را به این معنا می‌گرفتند :

$$(۷۷۷)_{۶۰} = ۷ + ۷ \times ۶۰ + ۷ \times ۶۰^{۲}$$

تمدن بابل از بین رفت و دستاوردهای آن به فراموشی سپرده شد، ولی عددنویسی در مبنای ۶۰ آن‌ها باقی مانده و بسیاری از ریاضی‌دان‌های ایرانی هم از همین مبنای ۶۰، به ویژه برای عددهای کوچک‌تر از واحد، استفاده می‌کردند. آن‌ها وقتی می‌نوشتند :

۴۵صدم ثانیه و ۳۰ ثانیه و ۵۰ دقیقه و ۱۵درجه

به معنای این عدد می‌گرفتند :

$$۱۵ + \frac{۵۰}{۶۰} + \frac{۳۰}{۶۰^{۲}} + \frac{۴۵}{۶۰^{۳}}$$

و به این ترتیب مقدارهای کوچک‌تر از واحد را در مبنای ۶۰ به‌کار می‌برد.

نخستین کسی که عددهای ده‌دهی را برای عددهای کوچک‌تر از واحد به‌کاربرد، جمشید کاشانی (سده‌های ۱۴ و ۱۵ میلادی) بود که در کتاب مفتاح‌الحساب (رازگشای شمار) خودآورده است. ولی بازرگان و ریاضی‌دان هلندی، سیمون سترون (۱۵۴۸ــ۱۶۲۰) کسرهای دهدهی را به اروپاییان شناساند. سترون بیش از یک سده بعد از جمشید کاشانی می‌زیسته، ولی در تمام کتاب‌های تاریخ ریاضیات که در غرب منتشر می‌شود، بدون این که نامی از جمشید کاشانی ببرند، کشف عددهای دهدهی را به سیمون سترون منسوب می‌کنند. البته این را بگوییم که در چین، در سده‌ی سوم میلادی، متولدهای عددهای ده‌دهی آغاز شده بود، ولی در آن زمان پیشرفت کرد و آغاز کار بود.

مفاهیم اعداد اعشاری

ایجاد انگیزه کنید:

برای جلب‌توجه دانش‌آموزان به موضوع درس از تصاویر کتاب (رکورد دوی ۱۰۰ متر و اندازه‌گیری طول کتاب) می‌توانید استفاده کنید. همچنین با طرح سؤال‌های زیر در آن‌ها انگیزه ایجاد کنید.

۱ــ ضخامت یک برگ کاغذ را اندازه بگیرید. آیا با خط‌کش امکان‌پذیر است؟

۲ــ قدّ خودتان را با متر اندازه‌گیری کرده و مقدار آن را بیان کنید.

۳ــ آیا می‌توانید مقدار دقیق سنّ خودتان را فقط با یک عدد بیان کنید؟

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید با معلومات دوره‌ی دبستان خود، چند عدد اعشاری بیان کنند. جدول ارزش مکانی را روی تخته رسم کنید. خط ممیز را با رنگ قرمز مشخص کنید. عددهایی را که دانش‌آموزان می‌گویند، داخل جدول بنویسید. اجزای جدول و نمایش عددها در آن را به کمک بچه‌ها تکمیل کنید. خواندن عددهای اعشاری را با دانش‌آموزان تمرین کنید. چند عدد اعشاری بیان کنید و از آن‌ها بخواهید آن را بنویسند. چند مثال از تبدیل واحدهای طول و جرم بیان کنید. در نوشتن آن‌ها عددهای اعشاری را به‌کار ببرید.

آموزش دهید:

متن درس را از روی کتاب بخوانید. قسمت اعشاری و جزء صحیح یک عدد اعشاری را برای بچه‌ها معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید در عددهای بیان شده قسمت صحیح و اعشاری را بیان کنند.

توصیه‌های آموزشی:

خواندن عددهایی مثل ۳۰/۰۵ و ۰/۳۵ شبیه به هم است. برای جلوگیری از اشتباه، عدد اول را سی ممیز پنج صدم و عدد دوم را سی و پنج صدم می‌خوانیم.

یادآوری

مفاهیم اعداد اعشاری

با اعداد اعشاری در دوره‌ی ابتدایی آشنا شده‌اید. می‌دانید که عدد اعشاری ۷/۴۵ از ۷ یکی، ۴ دهم و ۵ صدم تشکیل شده است. عدد ۷ جزء صحیح و عدد ۰/۴۵ جزء کسری این عدد است.

هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان
	۵	۴	۷	

۷/۴۵

هفت و چهل و پنج صدم

در عدد اعشاری ۳۵/۰۲۷، جزء صحیح ۳۵ و جزء کسری ۰/۰۲۷ است. این عدد از ۳۵ یکی، ۲ صدم و ۷ هزارم تشکیل شده است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید به کار در کلاس این قسمت پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

در سؤال ۱ هدف خواندن و به حروف نوشتن عددهای اعشاری و در سؤال ۲ به‌کار بردن نماد اعشاری برای تبدیل واحدها به یک‌دیگر است.

مشاهده کنید:

در هنگامی که دانش‌آموزان به سؤالات کار در کلاس پاسخ می‌دهند آن‌ها را مشاهده کنید، ممکن است آن‌ها در درس عددهای اعشاری اشکال نداشته باشند و اشتباهات آن‌ها ناشی از فراموش کردن مقادیر واحدهاست.

هدایت کنید:

نحوه‌ی تبدیل واحدها را در هنگام کار در کلاس به دانش‌آموزانی که اشکال دارند یادآوری کنید. برای مثال، به آن‌ها بگویید یک میکرون برابر ۱۰۰۰ میلی‌متر است. این موضوع در درس‌های بعدی آمده است. همچنین به دانش‌آموزان بگویید برای تبدیل واحدها می‌توانند از تناسب استفاده کنند.

فعالیت موازی:

رقم‌های ۰ تا ۹ را در دو رنگ (سیاه برای جزء صحیح و قرمز برای جزء اعشاری) روی کارت‌های مقوایی سفید بنویسید. از چند دانش‌آموز بخواهید که به جلوی کلاس بیایند و کارت‌ها را در دست بگیرند. با تعویض کارت‌ها یا جابه‌جا شدن دانش‌آموزان عددهای مختلف اعشاری ساخته می‌شود، بقیه می‌توانند عددهای به‌وجود آمده را بخوانند و بنویسند.

توسعه:

۱ــ نوشتن بسط یا گسترده عددهای اعشاری

مثال : $۱۷/۲۵=۱۰+۷+۰/۲+۰/۰۵$

۲ــ داشتن تصور از عددهای اعشاری کوچک یا بزرگ و تقریب زدن آن‌ها برای مثال، عدد ۰/۰۰۰۳ بسیار کوچک‌تر و بین صفر و یک قرار دارد (به صفر نزدیک‌تر است).

۳ــ تعیین ارزش مکانی رقم‌های مختلف مثال : در عدد ۴/۳۷ ارزش رقم ۷ از ۰/۱ کوچک‌تر است یا بزرگ‌تر؟ چرا؟

۴ــ اگر شکل عدد ۰/۶ را نشان دهد، شکلی بکشید که عدد ۱ را نشان دهد.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید در مورد عناوین استاندارد واحدها مثل میکرو، هکتو، پیکو، دکا، سانتی، میلی و... تحقیق کنند.

۲ــ با استفاده از نشریات مختلف یک روزنامه‌ی دیواری درست کنند که در آن از عددهای اعشاری استفاده شده باشد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

نحوه‌ی نمایش عددهای اعشاری با ماشین‌حساب را به دانش‌آموزان آموزش دهید، در تبدیل واحد دانش‌آموزان می‌توانند از ماشین‌حساب استفاده کنند.

تلفیق با سایر دروس:

در دروس مختلف می‌توانید مثال‌های زیادی از کاربرد نماد اعشاری پیدا کنید. برای مثال، در دروس شیمی (علوم) جرم نوترن و پروتون با عددهای اعشاری بیان می‌شود.

یادداشت معلم

جمع و تفریق اعداد اعشاری

ایجاد انگیزه کنید:

نمرات کارنامه‌ی یک دانش‌آموز را در کلاس بخوانید و از دانش‌آموزان بخواهید جمع نمرات او را پیدا کنند. یکی از راه‌ها این است که مقدار تمام نمرات را ۲۰ فرض کنند که حاصل ۱۰ نمره برابر ۲۰۰ خواهد شد. از این عدد، مقداری که هر نمره تا ۲۰ فاصله دارد کسر می‌شود. مثلاً اگر نمره‌ی اول ۱۹ باشد، ۱ نمره از ۲۰۰ کم می‌شود. همچنین می‌توان با اندازه‌گیری طول و عرض کلاس درس، محیط آن را پیدا کرد.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از اطلاعات دبستانی خود، حاصل‌جمع دو عدد ۲۵/۹۵ + ۶/۳۷۵ و حاصل تفریق ۲۵/۳۷ − ۸/۱۴۲ را در دفترهای خود با رسم جدول ارزش مکانی به‌دست آورند. پاسخ آن‌ها را بررسی کنید و در مورد نحوه‌ی ادامه‌ی کار براساس تعداد پاسخ‌های نادرست تصمیم مناسب اتخاذ کنید. مواردی مثل مقایسه‌ی دو عدد اعشاری و تبدیل کسر و اعشار به ۴ را نیز به همین ترتیب در کلاس مطرح کنید.

آموزش دهید:

متن کتاب را برای دانش‌آموزان بخوانید و روش جمع و تفریق دو عدد را توضیح دهید. می‌توانید از تخته استفاده کنید و نمونه‌های دیگر را نیز حل کنید. برای تبدیل کسر و اعشار بر هم و مقایسه‌ی اعداد نیز مثال‌هایی حل کنید و توضیح دهید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

سؤال ۱ و ۲ تمرین عملیات جمع و تفریق است. سؤال ۳ و ۴ تبدیل کسر به اعشار و برعکس را یادآور می‌شود و در سؤال ۵ مقایسه اعداد مرور می‌شود.

کار در کلاس

۱ـ اعداد اعشاری زیر را به حروف بنویسید:

هفتاد و هفت صدم — ۰/۷۷ — سه و شصت و پنج صدم — ۳/۶۵

چهل و هفت و دو هزارم — ۴۷/۰۰۲ — هفتاد هفت صحیح و هفت صدم — ۷۰/۰۷

سه و پنج ده هزارم — ۳/۰۰۰۵ — سی و پنج و یازده هزارم — ۳۵/۰۱۵

۲ـ عبارت‌های زیر را کامل کنید.

یک میلی‌متر برابر است با ۰/۰۰۱ متر. یک سانتی‌متر برابر است با ۰/۰۱ متر.

یک کیلومتر برابر است با ۱۰۰۰ متر. هر متر ۰/۰۰۱ کیلومتر است.

یک سانتی‌متر برابر است با ۱۰ میلی‌متر. هر میلی‌متر ۰/۱ سانتی‌متر است.

یک کیلوگرم برابر است با ۱۰۰۰ گرم. هر گرم برابر است با ۰/۰۰۱ کیلوگرم

یک تن برابر است با ۱۰۰۰ کیلوگرم. هر کیلوگرم برابر است با ۰/۰۰۱ تن

یک میلی‌متر برابر است با ۱۰۰۰ میکرون. هر میکرون برابر است با ۰/۰۰۱

میلی‌متر.

یک لیتر برابر است با ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب. هر cc برابر است با ۰/۰۰۱

لیتر.

جمع و تفریق عددهای اعشاری

هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان
۰	۶	۳	۵	۱
	۳۷	۷	۲	۲
۲	۴	۱	۸	
۲	۲	۲	۷	۱

۲۵/۳۷
−۸/۱۴۲
۱۷/۲۲۸

هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان
۵	۷	۲	۶	۱
	۵	۹	۵	۲
۵	۲	۲	۲	۲

۱ ۱
۶/۳۷۵
+۲۵/۹۵
۳۲/۲۷۵

۴۸

مشاهده کنید:

در هنگام حل کار در کلاس دانش‌آموزان را مشاهده کنید و افرادی که به توجه بیشتر نیاز دارند را راهنمایی کنید و درس‌ها را برای آن‌ها تکرار کنید. درصورتی که کلاس آمادگی دارد بررسی پاسخ‌ها را می‌توانید به عهده‌ی گروه‌ها بگذارید تا دانش‌آموزان با کمک هم اشکالاتشان را رفع کنند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ـ تساوی ۰/۲ = ۰/۲۰ را با استفاده از تساوی کسرها به دانش‌آموزان نشان دهید.

۲ـ معنای کلمه‌ی اختلاف را برای دانش‌آموزان توضیح دهید. اختلاف یعنی حاصل تفریق عدد کوچک‌تر از عدد بزرگ‌تر. به عبارت دیگر عدد بزرگ‌تر را ابتدا می‌نویسیم و عدد کوچک‌تر را از آن کم می‌کنیم.

۳ـ در تمرین ۳ کار در کلاس، اجازه دهید دانش‌آموزان

خود به الگویی برای تعیین محل ممیز برسند این موضوع را به‌طور مستقیم به آن‌ها نگویید.

۴ــ در تمرین ۵ کار در کلاس، مهارت استدلال موردنظر است. نحوه‌ی بیان دلایل دانش‌آموزان را مورد توجه قرار دهید.

ادامه دهید:

پس از اطمینان از این‌که دانش‌آموزان جمع و تفریق عددهای اعشاری را یاد گرفته‌اند فرصتی در کلاس ایجاد کنید تا دانش‌آموزان تمرین‌های ذهنی و محاسبات تقریبی انجام دهند.

توسعه:

برای تکمیل مفاهیم این درس موارد زیر را می‌توان دنبال کرد :

۱ــ تمرین عملیات ترکیبی اعداد اعشاری و کسرها برای رسیدن به این نتیجه که در چه مواقعی بهتر است کسر به عدد اعشاری تبدیل شود و در چه مواردی عدد اعشاری به کسر تبدیل شود. به مثال‌ها توجه کنید :

$$\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}+۱/۷۵= \qquad \frac{۱}{۳}+۰/۷۵=$$

با انجام تمرین‌ها دانش‌آموزان موارد زیر را حفظ خواهند شد.

$$\frac{۱}{۴}=۰/۲۵\ ,\ \frac{۱}{۸}=۰/۱۲۵\ ,\ \frac{۳}{۴}=۰/۷۵\ ,\ \frac{۱}{۲}=۰/۵$$

همین موضوع را در مقایسه‌ی اعداد نیز می‌توان انجام داد ؛ مثال :

$$۴/۳۵ \bigcirc ۴\frac{۱}{۲} \qquad ۰/۴ \bigcirc \frac{۲}{۱۰}$$

۲ــ تبدیل کسر به اعداد اعشاری و رسیدن به حالت‌های مختلف عددهای اعشاری (مختوم ــ متناوب ساده ــ متناوب مرکب) در این مورد، نامگذاری لازم نیست. فقط بررسی حالت‌های مختلف کافی است برای این کار از ماشین‌حساب می‌توان استفاده کرد.

۳ــ تمرین‌های تکمیلی برای محاسبه‌ی ذهنی و محاسبه‌ی تقریبی جمع و تفریق عددهای اعشاری. مثال :

ذهنی $۱/۵+۲/۷۵= \quad ۵/۵+۳/۵=$

تقریبی $۳۱/۲۷۱+۴۷/۹۸-۲۹/۹۳\simeq ۳۱+۴۸-۳۰\simeq ۴۹$

۴ــ توسعه‌ی روش‌های عملیات ذهنی با استفاده از نمادهای اعشاری برای مثال :

$$\frac{۱۳}{۲}=\frac{۱۳\times ۵}{۲\times ۵}=\frac{۶۵}{۱۰}=۶/۵$$

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید در مورد اعداد اعشاری متناوب تحقیق کنید و حاصل تحقیق خود را به صورت‌های مختلف مثل مقاله، روزنامه‌ی دیواری یا کنفرانس ارائه کنند. همچنین دانش‌آموزان می‌توانند در مورد تاریخچه‌ی اعداد اعشاری و نقش غیاث‌الدین جمشید کاشانی تحقیق کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در این درس به‌طور گسترده می‌توان از ماشین‌حساب، به شرح زیر، کمک گرفت :

۱ــ بررسی صحت عملیات جمع و تفریق در تمارین و

کار در کلاس. برای این کار، نحوه‌ی کار با ماشین‌حساب را آموزش دهید.

۲ــ تبدیل کسر به اعداد اعشاری، با تقسیم کردن صورت و مخرج بر هم و کاربرد آن در اعداد اعشاری متناوب.

۳ــ می‌توانند جمع دو کسر را با ماشین‌حساب با تبدیل آن‌ها به عدد اعشاری انجام دهند، سپس همان جمع را با عملیات کسری انجام دهند. جواب‌ها در بعضی موارد به علت گرد شدن عدد اعشاری اختلاف خواهند داشت. در این مورد می‌توان در کلاس بحث کرد.

تلفیق با سایر دروس:

از دروس مختلف می‌توانید موارد متعدد از کاربرد جمع و تفریق اعداد اعشاری به دانش‌آموزان نشان دهید. به‌خصوص کاربرد آن در زندگی روزمره. برای مثال، در اندازه‌گیری‌ها مثل پرده و بریدن پارچه، عملیات اعشاری پیش می‌آیند.

حلّ مسئله الگویابی

شروع کنید:

می‌توانید با یادآوری مسئله‌ی $\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times\cdots\frac{۹۹}{۱۰۰}=?$ که در آن از «راهبرد حلّ مسئله، ساده‌تر» استفاده شد درس را آغاز کنید. برای حلّ این مسئله ابتدا مسئله‌ی ساده‌تر $\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}\times\frac{۴}{۵}=?$ را حل کردیم و سپس با استفاده از الگویی که برای حلّ این مسئله یافتیم مسئله‌ی اولیه را حل و پاسخ را یافتیم.

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که گاهی یافتن رابطه یا الگویی بین عددها یا شکل‌ها در مسائل راهبرد مناسبی برای حلّ مسئله است. گاهی یافتن این الگو به‌طور مستقیم به حل مسئله می‌انجامد و گاهی به‌طور غیرمستقیم حل مسئله‌ی ساده‌تر و تعمیم آن به مسئله‌ی اصلی را هموار می‌سازد. این راهبرد «راهبرد الگویابی» نام گرفته است. از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۱ را بخوانند و با استفاده از مطالب کتاب چهار مرحله‌ی حل این مسئله را طی کنند و به سؤالات کتاب پاسخ دهند.

مشاهده کنید:

در هر مرحله از حلّ مسئله می‌توانید با راهنمایی دانش‌آموزان آن‌ها را به مسیر درست حل مسئله هدایت کنید. دقت کنید که آیا مسئله را درست فهمیده‌اند؟ آیا رابطه‌ی بین هر ضرب و ضرب بعدی را یافته‌اند؟ آیا رابطه‌ی بین ضرب‌ها و حاصل آن‌ها را کشف کرده‌اند؟

ادامه دهید:

پس از آن‌که دانش‌آموزان فرصت کافی برای فکر کردن و طی مراحل را داشتند از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ خود به پرسش‌های مرحله‌ی اوّل یعنی «فهمیدن مسئله» را بیان کند. درباره‌ی پاسخ داده شده در کلاس بحث کنید. از گروه دیگر بخواهید توضیح دهد چه راهبردی را برای حل مسئله انتخاب کرده است. دقّت کنید که عبارت «راهبرد الگویابی» را به‌طور صحیح استفاده کنند و به سؤالات مطرح شده در قسمت انتخاب

الگویابی

راهبرد پاسخ دهند. درباره‌ی پاسخ‌های آن‌ها در کلاس بحث کنید.

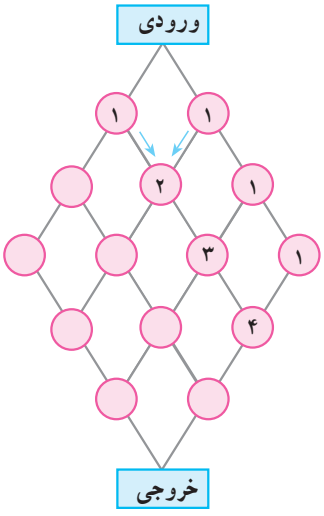
از دو گروه دیگر بخواهید به‌ترتیب قسمت «حل مسئله» و «بازگشت به عقب» را در کلاس توضیح دهند و پاسخ خود به پرسش‌های مطرح شده در این قسمت‌ها را برای بقیه توضیح دهند.

درستی یا نادرستی پاسخ‌های دانش‌آموزان را در کلاس مورد بررسی قرار دهید.

از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و چهار مرحله‌ی حل آن‌را طی کنند. دقّت کنید که برای حل این مسئله باید دو تا الگو بیابند، یکی برای کسرهای کنار جدول و دیگری برای بقیه‌ی کسرها. در قسمت بازگشت به عقب دانش‌آموزان می‌توانند الگوی تقارن محوری را در جدول تشخیص دهند، تلفیق دو الگوی عددی و هندسی در یک مسئله، جالب است.

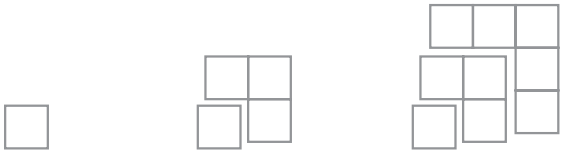
مسئله‌ی موازی:

۱ــ شکل زیر نقشه‌ی راه‌های موجود در یک پارک بازی است. در بعضی تقاطع‌ها یک عدد نوشته شده است. این عددها نشان‌دهنده‌ی تعداد راه‌های متفاوتی است که می‌توان طی کرد تا از در ورودی به آن تقاطع رسید. مثلاً دو راهی که می‌توان به تقاطع ۲ رسید در نقشه مشخص شده است. در تقاطع‌های دیگر نیز عدد مناسب بنویسید.



چند راه مختلف برای رسیدن از در ورودی به در خروجی وجود دارد؟

۲ــ با استفاده از شکل‌ها و عبارت‌های زیر هرکدام، چگونگی یافتن مجموع اعداد فرد کوچک‌تر از ۲۰ را بیابید.



۱ ۱+۳ ۱+۳+۵

ضرب عددهای اعشاری

ایجاد انگیزه کنید:

اگر در درس قبل طول و عرض کلاس را اندازه گرفته‌اید از دانش‌آموزان بخواهید مساحت کلاس را پیدا کنند تا به درس ضرب عددهای اعشاری احساس نیاز کنند.

شروع کنید:

درس را با این سؤال شروع کنید. چگونه می‌توان دو عدد اعشاری را ضرب کرد؟ به دانش‌آموزان فرصت دهید تا پاسخ‌های خود را با اطلاعات دوران دبستان خود بگویند. ضرب ۱/۸×۲/۵ را روی تخته بنویسند و از آن‌ها بخواهید با تبدیل عددهای اعشاری به کسر، حاصل‌ضرب را به‌دست آورند. سپس از آن‌ها بخواهید جواب را به عدد اعشاری تبدیل کنند. حاصل‌ضرب ۲۵×۱۸ را پیدا کرده با جواب قبلی مقایسه کنند.

بپرسید!

از آن‌ها بخواهید در مورد دو جواب و مقایسه‌ی آن فکر کرده و الگوی ضرب دو عدد اعشاری را توضیح دهند.

آموزش دهید:

متن درس را بخوانید و با مقایسه‌ی دو عبارت زیر درس ضرب اعداد اعشاری را جمع‌بندی کنید.

$$۱/۸\times۲/۵=\frac{۱۸}{۱۰}\times\frac{۲۵}{۱۰}=\frac{۴۵۰}{۱۰۰}=\underline{۴/۵۰}=۴/۵$$

$$۱۸\times۲۵=\underline{۴۵۰} \qquad \text{(مقایسه شوند)}$$

ادامه دهید:

بعد از جمع‌بندی درس از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

در سؤال اول چگونگی ضرب اعداد اعشاری با تبدیل به کسر تکرار می‌شود. در سؤال ۲ ضرب دو عدد اعشاری تمرین می‌شود. تمرین ۳ نمونه‌هایی کاربردی از ضرب عددهای اعشاری

ضرب عددهای اعشاری

به ضرب‌های زیر توجه کنید

$۱/۸\times۲/۵=\frac{۱۸}{۱۰}\times\frac{۲۵}{۱۰}=\frac{۱۸\times۲۵}{۱۰۰}=\frac{۴۵۰}{۱۰۰}=۴/۵۰$

۰/۲۵ ×۳ = ۱/۲۵

۱۲ ×۰/۲۵ = ۷۰ + ۲۸ = ۳/۵۰

۰/۶۱ ×۰/۲۲ = ۱۸۲ + ۱۲۲ = ۰/۱۳۴۲

توضیح دهید که حاصل‌ضرب دو عدد اعشاری چگونه به‌دست می‌آید.

ابتدا از اعشار عددها صرف‌نظر می‌کنیم و آن عددها را در هم ضرب می‌کنیم. سپس به تعداد مجموع رقم‌های دو عدد، در عدد حاصل اعشار در نظر می‌گیریم.

کار در کلاس

۱ـ حاصل ضرب‌های زیر را با نوشتن عددها به‌صورت متعارفی حساب کنید.

$۱/۲\times۱/۲=\frac{۱۲}{۱۰}\times\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۱۴۴}{۱۰۰}=۱/۴۴$

$۰/۵۳\times۲/۷=\frac{۵۳}{۱۰۰}\times\frac{۲۷}{۱۰}=\frac{۱۴۳۱}{۱۰۰۰}=۱/۴۳۱$

$۳۰/۲\times۰/۵=\frac{۳۰۲}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۰}=۱۵/۱۰$

۲ـ حاصل هر یک از ضرب‌های زیر را حساب کنید.

$۰/۷۲\times۱/۳=۰/۹۳۶$ $۰/۶۸\times۰/۱۳=۰/۰۸۸۴$ $۰/۳۷\times۰/۶=۰/۲۲۲$

۳ـ حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$(۰/۳)^۲=۰/۰۹$ $(۰/۳)^۳=۰/۰۲۷$ $(۱/۷)^۲=۲/۸۹$

۷۲

است برای مثال، عبارت سوم درواقع محاسبه‌ی مساحت دایره‌ای به شعاع ۰/۲ است.

ادامه دهید:

بعد از بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان و اطمینان از این‌که همه‌ی دانش‌آموزان درس را یاد گرفته‌اند از آن‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند.

هدف فعالیت:

این فعالیت به منظور کشف الگوی ضرب یا تقسیم عددها بر توان‌های ۱۰ طراحی شده است.

آموزش دهید:

پس از این‌که فرصت کافی به دانش‌آموزان داده شد تا الگو را کشف کنند از آن‌ها بخواهید الگوی خود را بیان کنند و

توضیح دهند. پس از شنیدن حرف‌های آن‌ها درس را جمع‌بندی کنید و برای آن‌ها توضیح دهید که چگونه محل ممیّز را تعیین کنند.

تمرین‌ها و مسئله‌ها برای تکلیف دانش‌آموزان است. برای درک بهتر مسئله‌ی اول می‌توانند از جدول تناسب کمک بگیرند.

توصیه‌ی آموزشی:

در انجام فعالیت، دانش‌آموزان می‌توانند از ماشین‌حساب استفاده کنند.

فعالیت موازی:

حاصل‌ضرب‌های زیر را با ماشین‌حساب انجام دهید.

$۳۱\times۷=$ و $۳/۱\times۰/۷=$

$۴\times۲۵=$ و $۰/۴\times۰/۲۵=$

$۷۲\times۳۱=$ و $۰/۷۲\times۳۱=$

با مقایسه‌ی پاسخ‌ها در هر ردیف چگونگی ضرب دو عدد اعشاری را نتیجه بگیرید.

توسعه:

۱ــ انجام عملیات ضرب به‌صورت ذهنی با بیان راهبردهای مختلف توسط دانش‌آموزان.

۲ــ انجام عملیات ضرب به‌صورت تقریبی و تخمین زدن پاسخ

$۰/۹۹\times۰/۲\simeq۱\times۰/۲\simeq۰/۲$

$۰/۶۷\times۰/۴۵\simeq۰/۵\times۰/۵\simeq۰/۲۵$

۳ــ کاربرد ضرب عددهای اعشاری در حل مسائل و انجام عملیات ترکیبی با کسرها.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید مساحت پنجره‌های کلاس خود را بعد از اندازه‌گیری و با دقت دهم متر پیدا کنند. (موارد مشابه دیگری نیز قابل طرح هستند.)

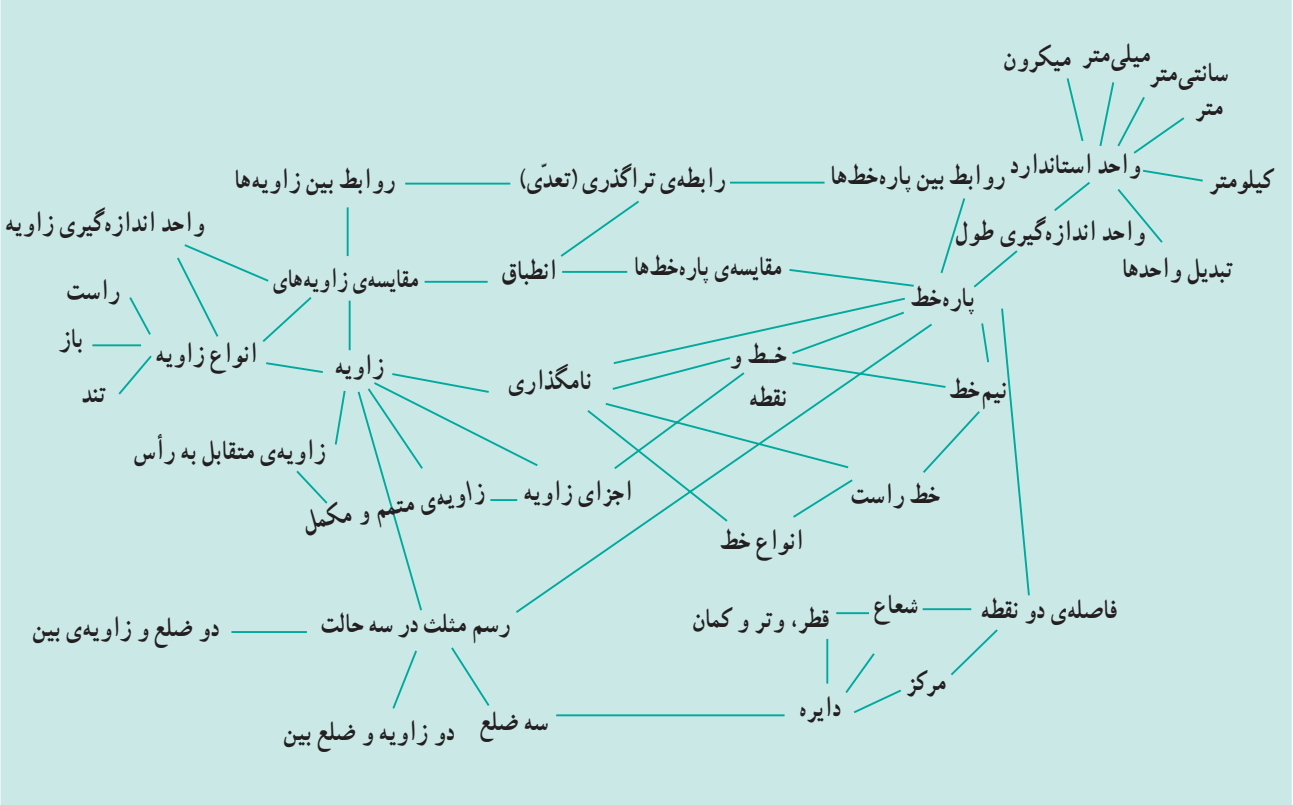
استفاده از ابزار و تکنولوژی:

انجام عملیات ضرب با ماشین‌حساب برای کشف الگوها یا بررسی صحت عملیات کار در کلاس‌ها، تمرین‌ها و استفاده از آن در هنگام حلّ مسئله.

فصل سوم

هندسه‌ی ۱

این فصل از چهار مبحث کلی تشکیل شده است. در بخش اول مباحث مربوط به خط، نقطه، نیم‌خط و پاره‌خط مطرح می‌شود. با استفاده از مفهوم انطباق و تساوی شکل‌ها، پاره‌خط‌ها مقایسه شده و واحدهای اندازه‌گیری طول معرفی می‌شوند. در بخش بعدی همین درس‌ها برای زاویه تکرار می‌شوند. نامگذاری، مقایسه با انطباق و روابط بین زاویه‌ها مشابه درس‌های قبل هستند. انواع زاویه‌ها و زاویه‌های متقابل در رأس، مکمل و متمم نیز طرح می‌شود. در بخش سوم تعریف دایره، کاربردها و اجزای آن بحث می‌شود و در قسمت آخر رسم مثلث در سه حالت بررسی می‌شود. محتوا و مفاهیم این بخش به‌صورت زیر با هم در ارتباط‌اند.



به جزء نامگذاری که وجه مشترک تمام درس‌های این فصل است و دانش‌آموزان اول راهنمایی برای اولین بار با آن مواجه شده و چگونگی نامگذاری با حروف لاتین را فرامی‌گیرند، دو مفهوم اساسی در این بخش ارتباط دهنده‌ی مباحث مختلف به یک‌دیگر هستند.

انطباق در مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها و زاویه‌ها خود را نمایان می‌کند، پس از مقایسه و طبقه‌بندی زاویه‌ها و نحوه‌ی اندازه‌گیری طول و زاویه، روابط بین پاره‌خط و زاویه‌ها مطرح می‌شوند.

در مقایسه‌ی مثلث‌های رسم شده در هر سه حالت نیز انطباق کمک می‌کند تا به درک یگانه بدون مثلث رسم شده برسیم.

بحث دیگر رابطه‌ی تراگذری است که به‌طور پنهان مباحث را به هم مربوط می‌کند. متن این درس در کتاب نیست اما استفاده

از آن وجود ارد. استنتاج مقابل $\left.\begin{matrix} a=b \\ b=c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a=c$ درواقع همان

رابطه‌ی تراگذری است به‌جای a، b و c می‌توان شکل، پاره‌خط یا زاویه را قرار داد. از همین موضوع برای درک تساوی زاویه‌های متقابل به‌رأس نیز استفاده می‌شود. این استنتاج یا نتیجه‌گیری آغاز نمادین کردن استدلال‌های هندسی است. بنابراین آموزش آن ظرافت خاصی می‌طلبد.

زمان‌بندی پیشنهادی

ماه آذر

هفته‌ی سوم: یادآوری انواع خط ــ نیم‌خط و پاره‌خط ــ انطباق و تساوی دو شکل ــ مقایسه‌ی دو پاره‌خط

هفته‌ی چهارم: اندازه‌ی یک پاره‌خط ــ رسم ۳ــ حلّ مسئله (راهبرد جدول نظام‌دار) و یادآوری نامگذاری زاویه

ماه دی

هفته‌ی اوّل: مقایسه‌ی دو زاویه ــ انواع زاویه و واحد آن ــ دو زاویه‌ی متمم و مکمل

هفته‌ی دوم: دایره و رسم مثلث ــ انجام رسم ۴ــ انجام تمرین دوره‌ای (۱)

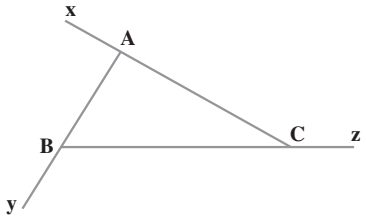
از آن‌جا که طبق آیین‌نامه‌ی امتحانات، دهم دی‌ماه آغاز امتحانات پایانی میان سال است، لذا انتظار می‌رود معلمان محترم تا ابتدای تمرین دوره‌ای (۱) را قبل از شروع امتحانات تدریس کرده باشند.

سپس از دانش‌آموزان بخواهند تمرین دوره‌ای (۱) را انجام داده و در کلاس بررسی شود تا به کمک آن درس‌های ابتدای کتاب یادآوری شده و دانش‌آموزان برای امتحان پایانی آمادگی لازم را کسب کنند.

در زمان‌بندی فوق فرض شده است که در ایام امتحانات آموزش جدیدی به دانش‌آموزان داده نمی‌شود. لذا بحث بعدی از ابتدای بهمن‌ماه شروع می‌شود.

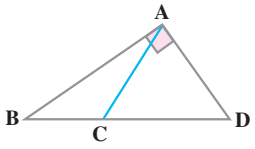
نمونه سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱ــ در شکل زیر، زاویه‌ها، پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌هایی را که می‌بینید نام ببرید.



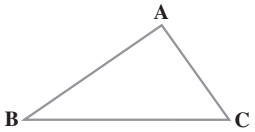
۲ــ نقطه‌هایی پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از A برابر ۲ و از B برابر ۳ سانتی‌متر باشند. این مسئله را به یکی از حالت‌های رسم مثلث مربوط کرده و براساس آن مسئله جدید را بنویسید. (مثلثی رسم کنید که.....)

۳ــ در شکل زیر، رابطه‌هایی که برای زاویه‌های رأس A و پاره‌خط‌های ضلع BD می‌توان نوشت بنویسید.



زاویه‌های راست، باز، تند، مکمل و متمم را در شکل پیدا کنید. نام تمام پاره‌خط‌ها را نوشته آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

۴ــ در شکل زیر تمام زاویه‌ها و ضلع‌ها را اندازه بگیرید. چه رابطه‌ای بین اندازه‌های آن‌ها پیدا می‌کنید؟ (راهنمایی : در مورد ضلع مقابل به هر زاویه فکر کنید.)



خط و نقطه

موضوعات در یک نگاه

در این قسمت، ابتدا انواع خط و نحوه‌ی نامگذاری آن‌ها با حروف لاتین آموزش داده و سپس نیم‌خط و پاره‌خط، نامگذاری و پیدا کردن آن‌ها در شکل‌های مختلف یادآوری می‌شود. با طرح مفهوم انطباق، تساوی شکل‌ها معنا شده و از آن در مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها استفاده می‌شود. روابط بین پاره‌خط‌ها و نوشتن آن با استفاده از زبان ریاضی شکل می‌گردد. اندازه‌گیری پاره‌خط، معرفی واحدهای طول و تبدیل واحدها به هم پایان بخش این قسمت است.

اهداف

در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز بتواند :

۱ــ انواع خط را تشخیص داده، نامگذاری و حالت‌های تقاطع آن‌ها را تصور کند.

۲ــ نیم‌خط و پاره‌خط را نامگذاری کرده، در شکل‌های مختلف تشخیص دهد.

۳ــ با استفاده از انطباق تساوی شکل‌ها را بررسی کند.

۴ــ انطباق را برای مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها به‌کار برد.

۵ــ روابط بین پاره‌خط‌ها را بنویسد و درک کند.

۶ــ طول‌های مختلف را با وسیله‌ی اندازه‌گیری مناسب اندازه‌گیری کرده و با واحد مناسب بیان کند.

۷ــ واحدهای طول را با هم مقایسه و به هم تبدیل کند.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ یک خط راست بکشید و آن را yz بنامید. روی آن نقطه‌ی A را مشخص کنید. نیم‌خط Ax را به دلخواه بکشید روی Ax نقطه‌ی B، روی Az نقطه‌ی C و روی Ay نقطه‌ی D را درنظر بگیرید. B را به C و D وصل کنید. نام تمام خط‌ها، پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌ها را بنویسید.

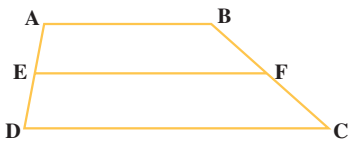
۲ــ روابط زیر را کامل کنید.

$$\left.\begin{matrix} AB > CD \\ CD > EF \end{matrix}\right\} \Rightarrow \dots\dots \qquad \left.\begin{matrix} AB = BC \\ BC > EF \end{matrix}\right\} \Rightarrow \dots\dots$$

۳ــ پاره‌خطی بدون خط‌کش و به اندازه‌ی ۳ سانتی‌متر رسم کنید. سپس با خط‌کش آن را اندازه‌گیری کرده و تفاوت اندازه‌ی آن را با ۳ سانتی‌متر به‌دست آورید.

۴ــ در شکل زیر E و F وسط ضلع‌ها هستند. پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و رابطه‌ی زیر را بررسی کنید.

$$\frac{AB + DC}{۲} = EF$$



شناسنامه‌ی مبحث خط و نقطه

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
یادآوری	۷۴ ۷۵	ـ انواع خط‌ها ـ نامگذاری ـ تقاطع خطوط	ـ انواع خط‌ها را تشخیص دهد، رسم کند و نام ببرد. ـ انواع خط‌ها را نامگذاری کند. ـ وضعیت و حالت‌های مختلف انواع خط‌ها را بررسی کرده و نقاط تقاطع آن‌ها را مشخص کند.	ـ انجام کار در کلاس برای تشخیص و نامگذاری انواع خط‌ها ـ انجام فعالیت برای بررسی حالت‌های مختلف انواع خطوط و درک تقاطع آن‌ها	گچ‌های رنگی	خط راست خط شکسته خط خمیده نقطه تقاطع
نیم‌خط و پاره‌خط	۷۶ ۷۷	ـ نیم‌خط ـ پاره‌خط	ـ تفاوت نیم‌خط، پاره‌خط و خط را درک کند. ـ نیم‌خط و پاره‌خط را نامگذاری کرده در شکل‌های هندسی تشخیص دهد.	ـ انجام کار در کلاس برای تشخیص نیم‌خط و پاره‌خط در شکل‌ها	—	نیم‌خط پاره‌خط
انطباق و تساوی دو شکل	۷۷ ۷۸ ۷۹	ـ انطباق ـ تساوی شکل‌ها ـ قیاس	ـ کاربرهای انطباق را درک کند. ـ مفهوم هم‌پوشانی و منطبق شدن را درک و از آن تساوی دو شکل را نتیجه‌گیری کند. ـ مفهوم قابل انطباق بودن دو شکل را درک و از آن تساوی دو شکل را نتیجه بگیرد. ـ با استفاده از رابطه‌ی تراگذری تساوی دو شکلی که با یک شکل برابرند را نتیجه بگیرد و با نمادهای ریاضی بنویسد و نشان دهد.	ـ انجام فعالیت برای درک کاربرد انطباق، نحوه‌ی منطبق کردن دو شکل و درک رابطه‌ی تراگذری ـ انجام کار در کلاس برای تمرین انطباق دو شکل	کاغذ قیچی کاغذ شفاف (پوستی)	انطباق تساوی شکل‌ها قابل انطباق منطبق
مقایسه‌ی دو پاره‌خط	۸۰ ۸۱ ۸۲	ـ مقایسه‌ی دو پاره‌خط ـ وسط پاره‌خط ـ روابط بین پاره‌خط	ـ برای مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها در عمل مثال بزند. ـ با نوار کاغذی یا پرگار دو پاره‌خط را مقایسه کرده و رابطه‌ی نامساوی یا مساوی را برای آن بنویسد. ـ از روش‌های ابتکاری خود برای مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها استفاده کند. ـ روابط بین پاره‌خط‌ها را درک کند و برای شکل‌های مختلف	ـ انجام فعالیت برای درک موقعیت مقایسه‌ی دو پاره‌خط و انواع اقداماتی که می‌توان انجام داد. ـ تکمیل متن کتاب برای درک نحوه‌ی استفاده از پرگار در مقایسه‌ی دو پاره‌خط ـ انجام کار در کلاس برای تمرین نوشتن	نوار کاغذی پرگار	وسط پاره‌خط

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
			بنویسد. ـ از مقایسه‌ی دو به دوی سه پاره‌خط نتیجه‌ی جدید را به‌دست آورد، درک کند و بنویسد.	روابط بین پاره‌خط‌ها		
اندازه‌ی یک پاره‌خط	۸۲ ۸۳ ۸۴ ۸۵	ـ تبدیل واحد ـ انتخاب واحد طول ـ تخمین طول ـ انتخاب ابزار مناسب	ـ لزوم انتخاب واحد برای اندازه‌گیری را درک کند. ـ با واحد موردنظر اندازه یک طول را پیدا کند. (از پرگار یا وسایل دیگر استفاده کند.) ـ لزوم استفاده از واحد استاندارد را درک کند. ـ واحدهای استاندارد طول را بشناسد و در اندازه‌گیری طول‌های مختلف به‌کار برد و با نماد آن‌ها آشنا شود. ـ طول‌های مختلف را تخمین بزند و با استفاده از وسیله‌ی مناسب و انتخاب واحد مناسب اندازه‌گیری کند. ـ موارد مختلف استفاده از ابزار اندازه‌گیری واحدهای مختلف را درک و به‌کار برد.	ـ مطالعه‌ی متن کتاب برای اندازه‌گیری طول با واحد مشخص ـ پاسخ دادن به سؤال‌ها ـ انجام فعالیت برای تمرین تخمین زدن طول و اندازه‌گیری آن ـ انجام کار در کلاس برای تمرین اندازه‌گیری، استفاده از واحدهای مختلف، تخمین زدن و به‌کار بردن ابزار	پرگار خط‌کش متر وسایل اندازه‌گیری دیگر مثل کولیس	میکرون واحد اندازه‌گیری واحدطول

خط و زاویه

هر جسمی را که درنظر بگیرید، جایی را در فضا می‌گیرد. این جسم ممکن است گرد باشد (کره)، یا استوانه‌ای یا مخروطی. به این‌ها، جسم‌های هندسی می‌گویند. وقتی از ویژگی‌های هندسی صحبت می‌کنیم، به وزن، رنگ و سایر ویژگی‌هایی که مربوط به آن هستند، توجه نداریم و تنها به شکل و اندازه‌های آن کار داریم. وقتی می‌گوییم کره، منظورمان شکل آن است، خواه از موم درست شده باشد یا توپ فوتبال باشد.

روی جسم را که می‌توان با دست لمس کرد، سطح آن گویند این سطح ممکن است مثل سطح گلوله باشد یا سطح تخت یک ورق آهن. هر سطح در کناره‌ی خود به یک خط ختم می‌شود. خط راست کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه است.

انسان‌های دوران‌های گذشته، همه‌ی این مفهوم‌ها را از طبیعت گرفته‌اند. درخت کشیده الهام‌بخش آن‌ها برای تصویر خط راست بود، یا وقتی ظرف گلی درست می‌کردند، به صورت گرد درمی‌آمد و از آن‌جا به مفهوم گردی یا دایره رسیدند.

از ریاضی‌دانان ایرانی باید از ابونصر فارابی نام برد که سفارش می‌کند، هندسه را به نوآموزان از روی جسم‌هایی که در طبیعت پیدا می‌شود، بیاموزید، یعنی از حجم آغاز کنید و بعد به سطح، خط و نقطه بروید. ولی وقتی دانش‌آموز عادت کرد و با این مفهوم‌ها آشنا شد، دوباره از نقطه آغاز کنید و خود را به حجم برسانید. ابونصر فارابی یک مربی بود در سده‌ی سوم هجری زندگی می‌کرد.

نخستین کسی که مبحث‌های هندسه را با استدلال دنبال می‌کرد تالس (۶۲۴ـ۵۴۷ پیش از میلاد) بود. او اهل «میلت» شهری از آسیای صغیر بود، در سفری که به مصر داشت، توانست ارتفاع یکی از اهرام مصر را از روی اندازه‌ی سایه‌ی آن محاسبه کند که پس از آن مورد احترام کاهنان مصری قرار گرفت و رازهای خود را برای او گشودند، تالس ثابت کرد : دو زاویه‌ی قائمه با هم برابرند، زاویه‌های مجاور به قاعده در مثلث متساوی‌الساقین با هم برابرند، قطر، دایره را به دو بخش برابر تقسیم می‌کند و غیره.

زاویه را باید بخشی از صفحه به‌حساب آورد. اگر نیم‌خط Ox در روی صفحه دور نقطه‌ی O دوران کند، محل گذر آن، زاویه نامیده می‌شود.

اما در سده‌ی سوم پیش از میلاد، اقلیدس که در اسکندریه زندگی می‌کرد، با استفاده از همه‌ی آن‌چه پیش از او درباره‌ی هندسه پیدا شده بود، کتاب «مقدمات» خود را در ۱۳ مقاله تهیه کرد. او در آغاز به تعریف‌ها می‌پردازد، سپس آن‌چه را با تجربه‌ی طولانی بشر به‌دست آمده و قابل اثبات نیست می‌آورد و آن‌ها را اصل می‌نامد. سپس به اثبات‌های هندسی با استفاده از تعریف‌ها و اصل‌ها رو می‌آورد. هندسه را چه هندسه‌ی روی صفحه و چه در زمینه‌ی فضا شرح می‌دهد. تنها هندسه‌ی فضایی او اندکی ناتمام مانده است. به‌جز آن بسیاری از مطالب حساب و جبر را، البته به صورت هندسی مطرح می‌کند. هندسه‌ی او امروز به هندسه اقلیدسی مشهور است و به تقریب به همان صورت نخستین خود و یا تغییرهای جزیی، امروز در مدرسه‌های راهنمایی و دبیرستان تدریس می‌شود.

یادآوری

ایجاد انگیزه کنید:

با کمک چند مفتول ضخیم و قابل انعطاف، خط‌های راست، شکسته و خمیده درست کنید و به کلاس بیاورید. بهتر است قبل از ورود دانش‌آموزان به کلاس، آن‌ها را در جای مناسب نصب کنید. همچنین می‌توانید از شکل شروع درس نیز استفاده کنید. از دانش‌آموزان بخواهید انواع خط را در این شکل به شما نشان دهند.

هدف کار در کلاس:

نامگذاری و تشخیص انواع خط‌ها و همچنین تقاطع خط‌های راست و به‌وجود آمدن نقطه و نامگذاری آن هدف اصلی کار در کلاس است.

شروع کنید:

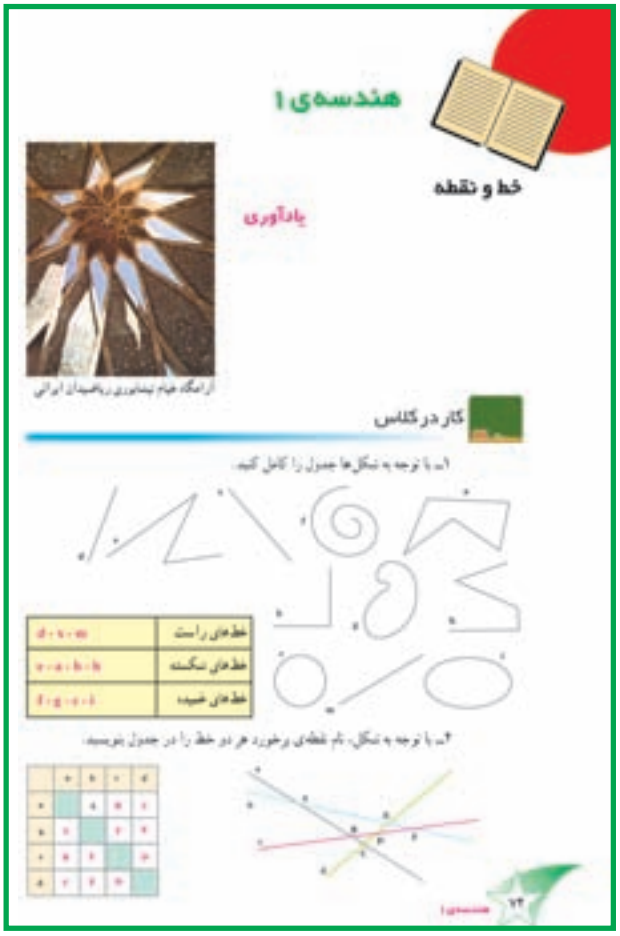
از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را حل کنند ؛ این کار می‌تواند به‌صورت فردی یا گروهی با توجه به شرایط کلاس شما انجام گیرد.

مشاهده کنید:

یکی از هدف‌های این کار در کلاس‌ها، تمرین جدول‌خوانی و درست کار کردن با جدول است. در مدتی که دانش‌آموزان مشغول حل کار در کلاس هستند، دقّت کنید که آیا آن‌ها جدول‌ها را درست کامل می‌کنند یا نه. نکته‌ی دیگری که باید به آن دقّت کنید به‌کار بردن حروف کوچک برای خط و حروف بزرگ برای نقطه توسط بچه‌هاست. می‌توانید این نکته را در ابتدای انجام کار در کلاس برای همه‌ی دانش‌آموزان توضیح دهید.

ادامه دهید:

از یکی از دانش‌آموزان بخواهید جدول سؤال ۱ کار در کلاس را روی تخته رسم کند و چگونگی پر کردن آن‌را توضیح دهد. درباره‌ی توضیحات او و درستی و نادرستی پاسخش به سؤال ۱ در کلاس بحث کنید. سپس از دانش‌آموز دیگری بخواهید جدول مربوط به سؤال ۴ کار در کلاس را روی تخته رسم کند و چگونگی پر کردن آن‌را توضیح دهد. پس از بحث



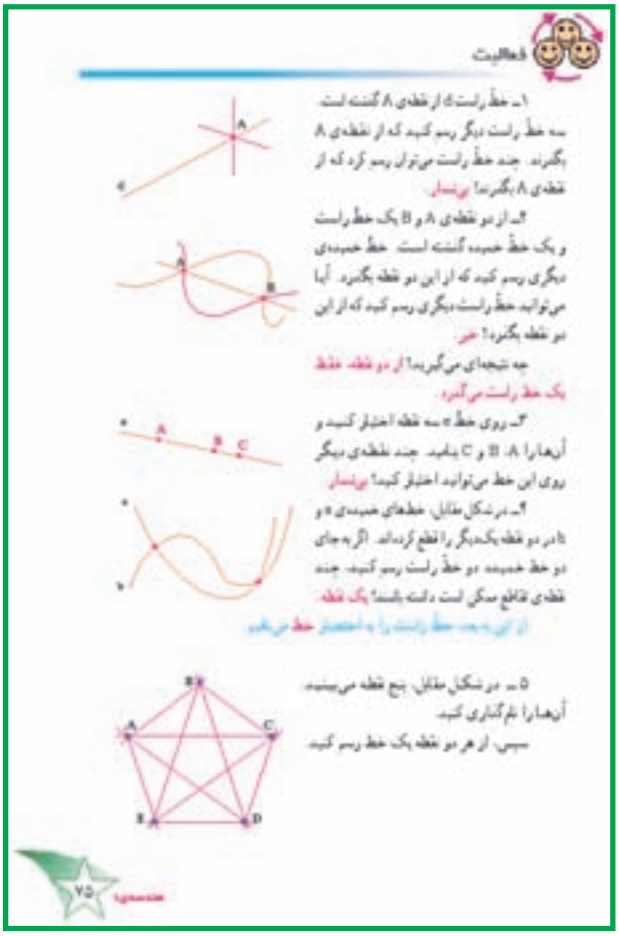
درباره‌ی این جدول می‌توانید دانش‌آموزان را تشویق کنید تا درباره‌ی مزایای استفاده از جدول صحبت کنند. خلاصه کردن اطلاعات به‌صورتی که سریع‌تر بتوان به آن‌ها دسترسی پیدا کرد می‌تواند یکی از مزایای استفاده از جدول باشد.

توصیه‌های آموزشی:

توجه دانش‌آموزان را به متقارن بودن جدول مربوط به سؤال ۲ کار در کلاس جلب کنید. آیا دانش‌آموزی در کلاس شما بود که این موضوع را تشخیص دهد و به کمک آن جدول را کامل کند؟

هدف فعالیت:

در این فعالیت، حالت‌های مختلف خط‌ها نسبت به هم بررسی می‌شوند و از انجام آن، نتایجی گرفته می‌شود. سؤال ۱ «از یک نقطه بی‌شمار خط می‌گذرد»، سؤال ۲ «از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد»، سؤال ۳ «روی یک خط بی‌شمار



نقطه وجود دارد»، سؤال ۴ «دو خط راست فقط یک نقطه‌ی تقاطع دارند، ولی دو خط غیرراست نقاط تقاطع مختلفی می‌توانند داشته باشند.»

ادامه دهید:

فعالیت‌ها را می‌توانید یکی‌یکی انجام دهید ؛ یعنی از دانش‌آموزان بخواهید هر سؤال را انجام دهند ؛ با هم‌گروهی‌هایشان مشورت کنند، نتایج به‌دست آمده را در یک یا چند عبارت بنویسند و سپس در کلاس مطرح کنند.

توصیه‌های آموزشی:

هر یک از فعالیت‌ها نتایج و اهداف خاصی را دنبال می‌کنند، دانش‌آموزان را به‌گونه‌ای هدایت کنید تا خود این نتایج را کشف کنند.

تلفیق با سایر دروس:

دانش‌آموزان را تشویق کنید تا با استفاده از خطوط مختلف یک نقاشی رسم کنند. می‌توانید با مشورت با دبیر هنر درباره‌ی احساسی که هر خط القا می‌کند، در کلاس بحث کنید. نقاشی کشیدن از مثلاً آشپزخانه یا مکان‌های دیگر و بررسی خطوطی که در نقاشی به‌کار رفته است هم می‌تواند لذت‌بخش باشد.

فعالیت خارج از کلاس:

پیدا کردن تصاویری که انواع خطوط در آن‌ها به‌کار رفته یا تهیه‌ی یک عکس از یک بنای تاریخی و پیدا کردن خطوط روی آن ممکن است برای بعضی دانش‌آموزان فعالیت آموزنده و مفرّحی در خارج از کلاس فراهم کند. نوشتن داستان‌های خیالی درباره‌ی نقطه و انواع خط نیز برای بعضی از دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

توسعه:

۱ــ تمرین‌هایی مانند نمونه، علاوه بر تمرین شمارش خط‌ها می‌تواند مهارت حلّ مسئله و الگویابی را در دانش‌آموزان تقویت کند.

الف) n نقطه داریم که هیچ سه‌تای آن‌ها روی یک خط راست نیستند. می‌خواهیم خط‌هایی رسم کنیم به‌طوری که هر خط فقط از دو تا از این نقطه‌ها بگذرند چند خط می‌توانیم رسم کنیم؟ (راهنمایی : ابتدا n را مساوی ۲ سپس مساوی ۳ و ۴ و ۵ و... قرار دهید تا الگویی برای حلّ این تمرین بیابید.)

ب) یک n ضلعی چند قطر دارد؟

۲ــ یکی دیگر از زمینه‌های مناسب برای توسعه‌ی این درس طرح نوشته‌هایی از مسئله‌های هندسی است که دانش‌آموز با خواندن متن باید آن را به یک شکل تبدیل کند. به مثال زیر توجه کنید.

«خط راست d را بکشید. روی آن نقطه‌ی A را انتخاب کنید. از نقطه‌ی A خط راستی بکشید که با خط d زاویه‌ی تند بسازد. آن را d_1 بنامید. روی خط d_1 نقطه‌ی B را رسم کنید نیم‌خط Bx را طوری رسم کنید که خط d را در نقطه‌ی C قطع کند».

توانایی تبدیل کردن متن فوق به یک شکل به دانش‌آموز کمک می‌کند در آینده بتواند مسئله‌های هندسی را بهتر درک کند.

نیم‌خط و پاره‌خط

ایجاد انگیزه کنید:

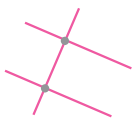
تصویر (طرح) نقشه‌ی یک ساختمان برای جلب توجه دانش‌آموزان به درس است. درواقع، کاربردی از مباحث مربوط به هندسه را نیز نشان می‌دهد. در نقشه‌ی یک ساختمان پاره‌خط‌های زیادی رسم می‌شود.

آموزش دهید:

مطلب کتاب را با مثال‌هایی برای دانش‌آموزان توضیح دهید و شکل‌های کتاب و شکل‌هایی مشابه آن‌را روی تخته رسم کنید. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که وقتی از حرف بزرگ استفاده می‌کنید منظورتان نقطه و وقتی از حرف کوچک استفاده می‌کنید منظورتان خط است. متن کتاب را برای دانش‌آموزان بخوانید.

بپرسید!

شکلی مانند شکل زیر رسم کنید و از دانش‌آموزان بخواهید تعداد خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها را بگویند و نام هر یک را بنویسند.

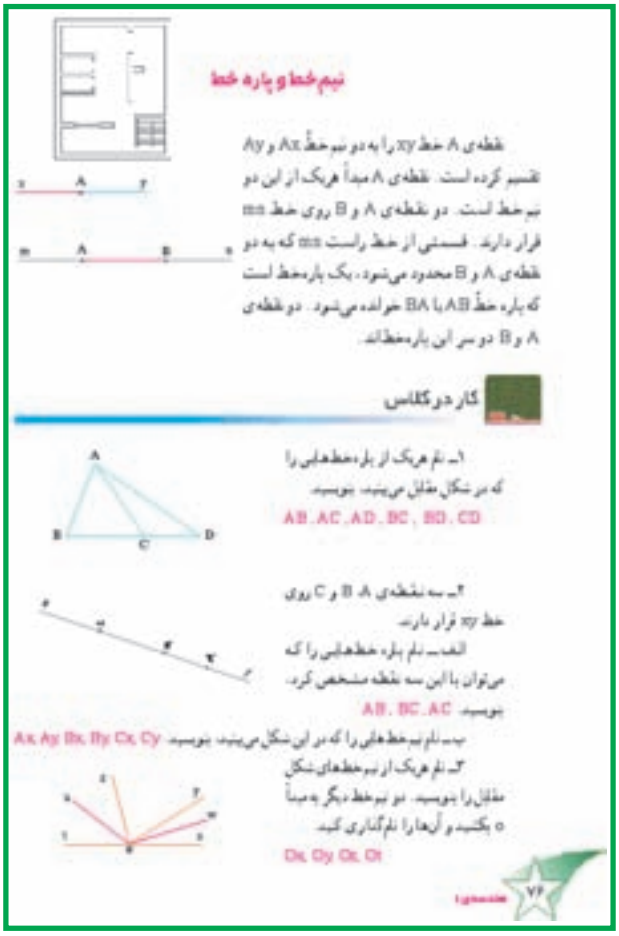


فعالیت موازی:

از هر گروه بخواهید پیش از نام بردن خطوط لازم است نقطه‌ها و خط‌ها را نام‌گذاری کنند. یک ورق کاغذ بردارند و آن‌را سه بار به‌صورت نامنظم تا کنند سپس کاغذ را صاف کنند و خطوط به‌وجود آمده روی آن‌را بشمارند و نام‌گذاری نمایند، (قسمتی از خط‌ها که تا انتهای کاغذ رفته‌اند را با حروف کوچک نشان دهند سپس هر گروه شکل به‌دست آمده را روی تخته رسم کند و نام خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌های ایجاد شده را بنویسند).

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به‌صورت فردی


نیم‌خط و پاره خط

کار در کلاس

۱ـ نام هریک از پاره‌خط‌هایی را که در شکل مقابل می‌بینید، بنویسید.

AB, AC, AD, BC, BD, CD

۲ـ سه نقطه‌ی A، B و C روی خط xy قرار دارند.

الف ـ نام پاره‌خط‌هایی را که می‌توان با این سه نقطه مشخص کرد، بنویسید.

AB, BC, AC

ب ـ نام نیم‌خط‌هایی را که در این شکل می‌بینید، بنویسید.

Ax, Ay, Bx, By, Cx, Cy

۳ـ نام هریک از نیم‌خط‌های شکل مقابل را بنویسید. دو نیم‌خط دیگر به مبدأ O بکشید و آن‌ها را نام‌گذاری کنید.

Ox, Oy, Ot, Ot

حل کنند و سپس در گروه درستی و نادرستی پاسخ‌های خود را بررسی نمایند.

هدف کار در کلاس:

هدف این کار در کلاس تشخیص نیم‌خط و پاره‌خط و نامگذاری آن در شکل‌های مختلف است.

هدایت کنید:

در مورد سؤال ۲ دانش‌آموزان را راهنمایی کنید تا با یک نظم مشخص نام پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌ها را بنویسند تا چیزی از قلم نیفتد. در مورد سؤال ۳ و ۴ دانش‌آموزان ممکن است جواب‌های درست مختلفی به‌دست آورند آن‌ها را به این نکته متوجه کنید که یک سؤال می‌تواند جواب‌های درست ولی مختلف داشته باشد.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

در شمارش نیم‌خط‌ها بسیاری از دانش‌آموزان نیم‌خطی را

که نقطه‌ای روی آن قرار دارد، با مطرح کردن سؤالی مانند نمونه می‌توانید این اشتباه را به آن‌ها گوشزد کنید. چند نیم‌خط در شکل وجود دارد؟

تلفیق با سایر دروس:

بچه‌ها می‌توانند درباره‌ی علّت نام‌گذاری نیم‌خط و پاره‌خط از روی نام خط اظهارنظر کنند و مثال‌هایی از قراردادهای اجتماعی برای نام‌گذاری ارائه کنند.

توسعه:

تمرین‌هایی مانند نمونه مهارت حلّ مسئله و الگویابی را در دانش‌آموزان تقویت می‌کند :

مسئله: یک خط با n نقطه روی آن موجود است :

الف) چند پاره‌خط به‌وجود آمده است؟

ب) چند نیم‌خط به‌وجود آمده است؟

(**راهنمایی:** ابتدا n را مساوی ۲ سپس ۳ و ۴ و ۵ و... بگیرید تا الگویی برای پاسخ به کل مسئله بیابید.)

فعالیت خارج از کلاس:

انجام سرگرمی و ریاضی را می‌توانید به‌عنوان فعالیتی خارج از کلاس مطرح کنید. دانش‌آموزان با سعی و خطا می‌توانند پاسخ سرگرمی را کشف کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

به کمک نرم‌افزارهایی که مربوط به کارهای گرافیکی و نقاشی هستند، با پاره‌خط، یک نقاشی بکشند. کار با چنین نرم‌افزارهایی فضای جدیدی برای دانش‌آموزان ایجاد می‌کند. برای مثال، از آن‌ها بخواهید همان نقشه‌ی یک ساختمان را که در ابتدای درس آمده است با نرم‌افزار خود طراحی کنند. نرم‌افزارهایی مثلِ word، Paint، corell و... .

یادداشت معلم

انطباق و تساوی دو شکل

ایجاد انگیزه کنید:

این قسمت از درس را می‌توانید به روش‌های مختلفی آغاز کنید چند نمونه از این روش‌ها عبارت‌اند از :

۱ــ استفاده‌ی دانش‌آموزان از کاربن برای رسم نقشه‌ی ایران.

۲ــ استفاده‌ی مکرّر دانش‌آموزان از انواع مهره‌های مختلف و دیدن اشکال به‌وجود آمده روی کاغذ.

۳ــ طرح این فعالیت که هر دانش‌آموز یک شکل دلخواه رسم کند و با هر روشی که می‌تواند ۵ شکل مانند آن بسازد.

۴ــ تهیه کردن قطعات بازی تانگرام توسط بچه‌ها و با استفاده از الگویی که شما به آن‌ها ارائه می‌کنید و بازی کردن با این قطعات.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید سؤال ۱ فعالیت را انجام دهند، سپس درباره‌ی جواب‌هایی که گروه‌های مختلف به سؤالات مطرح شده در فعالیت داده‌اند در کلاس بحث کنید.

هدف فعالیت:

این فعالیت سه قسمت دارد. در قسمت اول کاربردی از انطباق مطرح شده است. در قسمت دوّم طریقه‌ای برای درست کردن شکل‌های مساوی با استفاده از مفهوم منطبق شدن آموزش داده شده و در آخر نحوه‌ی بررسی تساوی شکل‌ها با استفاده از مفهوم انطباق و نمادین کردن آن طرح شده است.

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید سؤال ۲ فعالیت را انجام دهند در این فعالیت، اجازه دهید هر فرد یا گروه شکلی را که دوست دارد روی کاغذ بکشد. بچه‌ها می‌توانند شکل‌هایی را که کشیده‌اند به هم نشان بدهند و از دیدن شکل‌های بقیه لذت ببرند. درباره‌ی پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان به سؤالات مطرح شده در فعالیت داده‌اند در کلاس گفت‌وگو کنید. اجازه دهید

۴ــ یک نقطه روی نیم‌خط By نام ببرید. C یک نقطه روی پاره‌خط AC نام ببرید. B نقطه‌ی F را روی نیم‌خط Ax قرار دهید. نقطه‌ی E را روی نیم‌خط By مشخص کنید. نقطه‌ی E را روی پاره‌خط BC در نظر گرفته یا روی نیم‌خط (C پاره‌خط BC) جواب‌ها می‌تواند متفاوت باشد

سرگرمی و ریاضی

بدون این‌که مداد را از روی کاغذ برداریم یا از روی یک خط دوبار بگذریم، شکل‌های مقابل را رسم کنید.

انطباق و تساوی دو شکل

فعالیت

۱ــ در یک کارگاه شلواردوزی جگونه از یک الگوی بریده شده برای دوختن شلوار استفاده می‌شود؟ آیا شلوارهایی که با استفاده از یک الگوی مشخص دوخته شده‌اند، هم‌اندازه‌اند؟

۷۷

دانش‌آموزان با زبان خود توضیحات لازم را بیان و نتیجه‌گیری کنند.

سؤال ۳ فعالیت را آغاز کنید. در این فعالیت می‌توانید از کاغذ پوستی استفاده کنید ؛ چون دقّت دانش‌آموزان را بالا می‌برد. حوصله کنید و فرصت کافی برای انجام فعالیت و پاسخ دادن به پرسش‌های آن، در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید.

توصیه‌های آموزشی:

از گروه‌ها بخواهید، یکی‌یکی به پرسش‌های مربوط به فعالیت پاسخ دهند. آن‌ها را یاری کنید تا در مسیر صحیح گام بردارند. اجازه دهید نماینده‌ی هر گروه پاسخ گروهش به سؤالات را با زبان خود بیان کند. دانش‌آموزان را هدایت کنید تا خود به نتیجه برسند. این کار، مهارت استدلال و کشف را در آن‌ها تقویت خواهد کرد.

آموزش دهید:

متن درس صفحه‌ی ۹۱ را بخوانید و آن جمله را برای دانش‌آموزان با ذکر مثال‌های دیگر توضیح دهید.

هدف کار در کلاس:

هدف سؤال ۱ بررسی تساوی شکل‌ها با استفاده از مفهوم انطباق و به کمک ابزاری مثل کاغذ پوستی است. در تمرین ۲ نیز همین موضوع تکرار می‌شود و به نوعی آن را با مفهوم دوران ارتباط داده است. شکل پس از دوران، با شکلِ قبل از دوران برابر و قابل انطباق است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را حل کنند و سپس درستی پاسخ‌ها را با هم‌گروهی‌هایشان بررسی کنند.

مشاهده کنید:

زمانی که دانش‌آموزان مشغول حل کار در کلاس هستند، عملکرد آن‌ها را مورد بررسی قرار دهید ؛ آیا روش درستی برای مقایسه در پیش گرفته‌اند؟ آیا به پاسخ صحیح رسیده‌اند؟ آیا توانسته‌اند مسیری را که برای رسیدن به جواب طی کرده‌اند توضیح دهند؟

ادامه دهید:

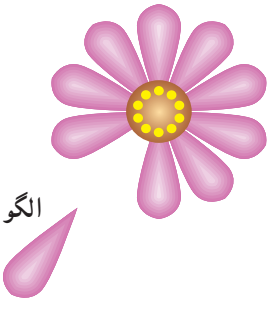
تمرین این قسمت می‌تواند به‌عنوان تمرین منزل به دانش‌آموزان توصیه شود. می‌توانید پس از آن‌که بچه‌ها به این تمرین‌ها پاسخ دادند در کلاس به بررسی پاسخ‌ها بپردازید. در تمرین ۱ دقّت کنید که دانش‌آموزان پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌ها را با نظم بنویسند ؛ چون این موضوع کمک می‌کند که موردی را از قلم نیندازند. در تمرین ۴ شکل‌های متفاوتی ایجاد می‌شود و درستی پاسخ‌ها منوط به رعایت شرط مسئله است.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

دانش‌آموزان با استفاده از نرم‌افزارهای طراحی، نقاشی مانند paint در windows می‌توانند شکل‌های یکسان بسازند و با حرکت دادن شکل‌ها روی هم تساوی آن‌ها را مشاهده کنند.

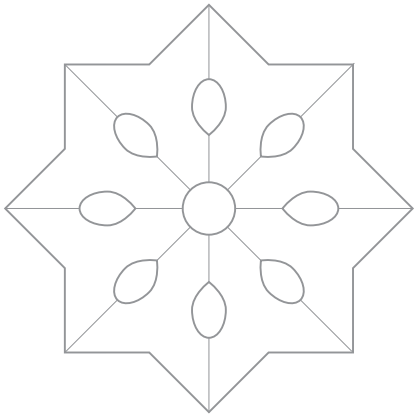
تلفیق با سایر دروس:

در هنر کاشی‌کاری، معرق و بسیاری هنرهای سنتی دیگر از اصل انطباق استفاده می‌شود ؛ مثلاً الگویی از قطعه‌ای که در قسمت‌های مختلف لازم است تهیه می‌شود و تعدادی از آن قطعه از روی الگو کار می‌شود. در بسیاری از کارخانه‌ها از قالب‌های یکسان یا برش یکسان برای ساخت قطعات استفاده می‌شود. با نشان دادن تصاویری از حِرَف مختلف دانش‌آموزان را به یافتن مصادیق کاربرد انطباق تشویق کنید.



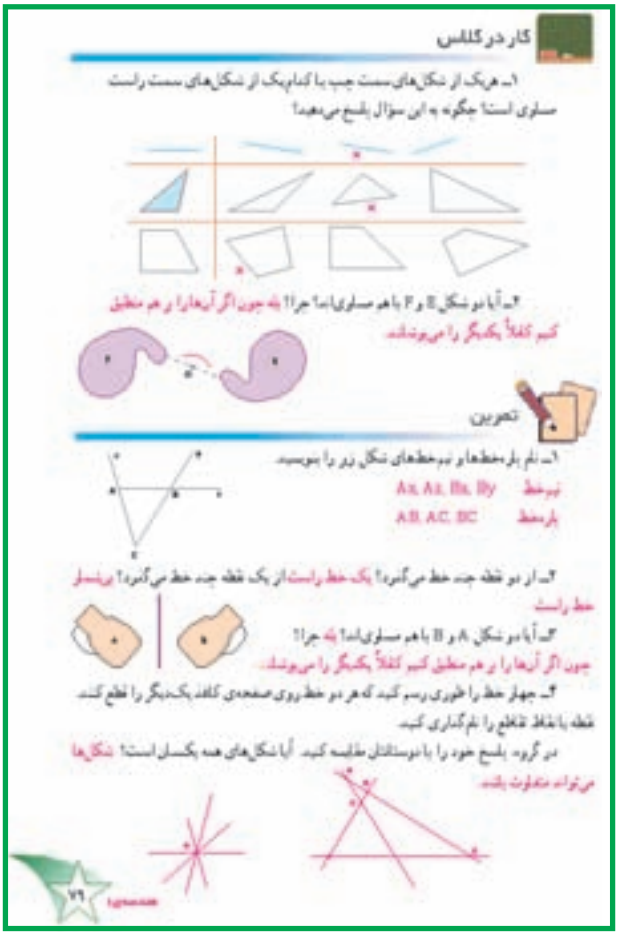
فعالیت خارج از کلاس:

کشیدن نقشه‌های جغرافیایی مختلف با استفاده از تکنیکی که آموخته‌اند می‌تواند برای دانش‌آموزان تمرین خوبی برای این درس باشد. درست کردن الگوهای کاغذی با تا کردن و بریدن گوشه‌های آن نیز جالب و متنوع است. این کار می‌تواند با استفاده از پارچه و برای مصارف مختلف مانند رومیزی و... انجام شود. پیش از پیشنهاد این فعالیت به دانش‌آموزان، می‌توانید از دبیر حرفه‌وفن برای انتخاب پارچه‌ی مناسب راهنمایی بخواهید.



توسعه:

استفاده از چند گزاره‌ی صحیح برای نتیجه گرفتن یک گزاره‌ی صحیح دیگر می‌تواند مهارت استدلال را در دانش‌آموزان تقویت کند ؛ به‌طور مثال، تمرینات زیر را می‌توانید در کلاس مطرح کنید و به همراه دانش‌آموزان مورد بحث و بررسی قرار دهید.


کار در کلاس

۱ـ هریک از شکل‌های سمت چپ با کدام‌یک از شکل‌های سمت راست مساوی است؟ چگونه به این سؤال پاسخ می‌دهید؟

۲ـ آیا دو شکل E و F با هم مساوی‌اند؟ چرا؟ به چون اگر آن‌ها را بر هم منطبق کنیم کاملاً یکدیگر را می‌پوشانند.

تمرین

۱ـ نام پاره‌خط‌ها و نیم‌خط‌های شکل زیر را بنویسید.

نیم‌خط Ax, Ay, Bx, By

پاره‌خط AB, AC, BC

۲ـ از دو نقطه چند خط می‌گذرد؟ یک خط راست از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ بی‌شمار خط راست

۳ـ آیا دو شکل A و B با هم مساوی‌اند؟ به چرا؟ چون اگر آن‌ها را بر هم منطبق کنیم کاملاً یکدیگر را می‌پوشانند.

۴ـ چهار خط را طوری رسم کنید که هر دو خط روی صفحه‌ی کاغذ یکدیگر را قطع کنند. نقطه یا نقاط تقاطع را نام‌گذاری کنید.

در گروه پاسخ خود را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا شکل‌های همه یکسان است؟ شکل‌ها می‌تواند متفاوت باشد.

۷۹ هندسه ۱

$$\left.\begin{array}{l} a=b \\ b=c \\ c=d \end{array}\right\} \Rightarrow ? \qquad \left.\begin{array}{l} a=b \\ a\neq c \end{array}\right\} \Rightarrow ? \qquad \left.\begin{array}{l} a>b \\ b=c \end{array}\right\} \Rightarrow ?$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{A خاله‌ی B است.} \\ \text{C خاله‌ی B است.} \end{array}\right\} \Rightarrow ?$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{A عموی B است.} \\ \text{A عموی C است.} \end{array}\right\} \Rightarrow ?$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{A برادر B است.} \\ \text{B برادر C است.} \end{array}\right\} \Rightarrow ?$$

مقایسه‌ی دو پاره‌خط

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ یک تمرین خطای دید، مانند نمونه‌ی زیر به دانش‌آموزان نشان دهید و بپرسید کدام پاره‌خط بلندتر است از آن‌ها بخواهید ابتدا بدون استفاده از خط‌کش و سپس با استفاده از خط‌کش به پرسش شما پاسخ دهند.

۲ــ می‌توانید با طرح سؤال بلندترین فرد و کوتاه‌ترین فرد کلاس شما چه کسانی هستند، کلاس را برای درس جدید آماده کنید. می‌توانید قد دانش‌آموزان را با علامت‌گذاری در کنار دیوار با هم مقایسه کنید. یک کاغذ روی دیوار بچسبانید تا علامت‌ها دیوار را کثیف نکنند.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید که فعالیت را انجام دهند. دقّت کنید که همه‌ی گروه‌ها خط‌کش، پرگار و مقداری کاغذ پوستی داشته باشند. می‌توانید از جلسه‌ی قبل از دانش‌آموزان بخواهید که وسایل را همراه داشته باشند. از دانش‌آموزان بخواهید تا راه‌های مختلفی برای حلّ مسئله ارائه کنند و در گروهاشان درباره‌ی راه‌های مختلف و مزایای هریک بحث کنند. به روش‌های مختلفی که بچه‌ها مطرح می‌کنند اهمیت دهید.

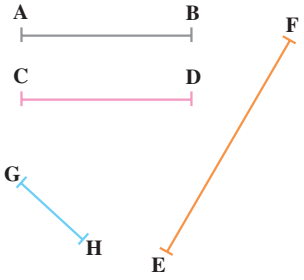
هدف فعالیت:

در واقع شروع درس با بیان یک مثال واقعی و کاربردی برای درک لزوم مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها، هدف اصلی فعالیت است در ادامه چگونگی مقایسه‌کردن اهمیت پیدا می‌کند.

آموزش دهید:

پس از بررسی پاسخ گروه‌ها به پرسش‌های مطرح‌شده در فعالیت ۱، چگونگی استفاده از یک نوار کاغذی برای مقایسه دو پاره‌خط را روی تخته نشان دهید. می‌توانید چهار پاره‌خط روی تخته رسم کنید و پس از مقایسه‌ی آن‌ها با استفاده از نوار کاغذی و با کمک دانش‌آموزان روابط بین آن‌ها را به زبان ریاضی بنویسید :

$$AB = CD \ , \ AB > CH \ , \ AB < EF$$



متن کتاب را بخوانید و درس را جمع‌بندی کنید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن کتاب را بخوانند پس از آن‌که فرصت کافی برای نوشتن تساوی و نامساوی‌ها داشتند از یکی از گروه‌ها بخواهید تا پاسخ‌هایش را روی تخته بنویسد

درباره‌ی درستی پاسخ نوشته شده در کلاس بحث کنید.

هدف این قسمت تمرین نوشتن روابط ریاضی، همچنین روشی جدید برای مقایسه‌ی دو پاره‌خط است. می‌توانید با استفاده از پرگار روش ارائه‌شده در این قسمت را برای مقایسه‌ی دو پاره‌خط در کلاس تمرین کنید.

آموزش دهید:

با استفاده از مثالی که در کتاب آمده است مثالی مانند مثال زیر، نوشتن روابط تساوی بین پاره‌خط‌ها را آموزش دهید :

سه پاره‌خط AB و BC و CD با هم برابرند :

$AD = ۳BC$

$CD = \frac{۱}{۳}AD$

$۲AB = BD$

بپرسید!

برای آن‌که از یادگیری دانش‌آموزان مطمئن شوید می‌توانید سؤالاتی نظیر سؤال زیر را مطرح کنید :

نقطه‌ی M وسط پاره‌خط AB است. آیا می‌توان گفت $AM = \frac{۱}{۴}AB$ ؟ می‌توانید درباره‌ی پاسخ‌های مختلف با دانش‌آموزان گفت‌وگو کنید. از آن‌ها بپرسید چه عبارت تساوی دیگری می‌توان نوشت که باز هم درست باشد.

هدف کار در کلاس :

در سؤال ۱ یادآوری نوشتن روابط مقایسه‌ی دو پاره‌خط و چگونگی نتیجه‌گیری با استفاده از رابطه‌ی تراگذاری مورد نظر است. سؤال ۲ شکل دیگر رابطه را نشان می‌دهد و در سؤال‌های ۳ و ۴ چگونگی نوشتن روابط بین پاره‌خط‌ها مطرح شده است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به‌صورت فردی حل کنند و سپس آن را در گروه بررسی نمایند.

نقطه‌ی C پاره‌خط AB را به دو پاره‌خط متساوی تقسیم کرده است. نقطه‌ی C وسط پاره‌خط AB است. پاره‌خط AB دو برابر هر یک از پاره‌خط‌های AC و CB است. این مطلب را چنین می‌نویسیم :

$AB = ۲CB$ و $AB = ۲AC$ و $AC = CB$

هم‌چنین، می‌توانیم بگوییم که هریک از پاره‌خط‌های AC و CB نصف پاره‌خط AB است؛ یعنی $CB = \frac{۱}{۲}AB$ و $AC = \frac{۱}{۲}AB$ است.

کار در کلاس

۱ــ در شکل داریم $AB = EF$ و $AB = CD$. کدام‌یک از رابطه‌های زیر درست است؟

$CD > EF$

$CD = EF$ ✓

$CD < EF$

آیا می‌توان گفت که دو پاره‌خط مساوی با یک پاره‌خط دیگر، خود با هم مساوی‌اند؟

$\left.\begin{matrix} AB = EF \\ AB = CD \end{matrix}\right| \Rightarrow EF = CD$

۲ــ بین سه پاره‌خط MN ، RS و PQ رابطه‌های زیر برقرار است

$PQ < RS$ و $RS < MN$

آیا رابطه‌ی $PQ < MN$ درست است؟

$\left.\begin{matrix} PQ < RS \\ RS < MN \end{matrix}\right| \Rightarrow PQ < MN$

۳ــ بررسی یا نقدرسی هریک از مطالب زیر را با توجه به شکل مربوطه معین کنید.

الف ــ نقطه‌ی M وسط پاره‌خط AB است

ب ــ نقطه‌ی C وسط پاره‌خط BD است ✓

۸۱

هدایت کنید:

می‌توانید با راهنمایی‌های به موقع دانش‌آموزان را در مسیر صحیح پاسخ‌گویی هدایت کنید ؛ مثلاً در سؤال دوم. شکل کشیدن می‌تواند راهگشا باشد. در سؤال ۴ هدف تبدیل یک عبارت یا جمله‌ی فارسی به روابط ریاضی است. در هنگام بررسی این سؤال در کلاس می‌توانید درباره‌ی مزایای این تبدیل از دانش‌آموزان نظر بخواهید. یکی از مزایای استفاده از زبان ریاضی مشترک بودن آن در جهان است.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ در نجّاری و بسیاری ازحرفه‌های دیگر مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها ضروری است و صاحبان این حرفه‌ها روش‌های جالبی برای مقایسه پاره‌خط‌ها دارند می‌توانید این موضوع را در کلاس مطرح کنید و ازدانش‌آموزان بخواهید ازاطرافیان خود بپرسند و اگر روش جدیدی یافتند آن‌را در کلاس مطرح کنند.

۲ــ اندازه‌گیری قدّ اعضای خانواده و نوشتن اسامی آن‌ها به‌ترتیب قد می‌تواند فعالیت مفیدی برای برخی دانش‌آموزان باشد.

توسعه:

سؤال‌های زیر می‌تواند دانش‌آموزان رابه تمرین بیش‌تر تشویق کند.

۱ــ یک پاره‌خط را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید و هر تعداد رابطه‌ی درست که می‌توانید بنویسید.

۲ــ موارد زیر مهارت استدلال را در دانش‌آموزان تقویت خواهد کرد :

$$\left.\begin{matrix} AB < CD \\ EF = CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow ? \qquad \left.\begin{matrix} AB < CD \\ EF = AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow ?$$

۳ــ تمرین برای نوشتن روابط بین پاره‌خط‌ها مانند نمونه زیر

$$AB + BC = AC$$

$$AD - BC = AB + CD$$

$$AE = ۴AB$$

$$AE = ۲BD$$

$$BD = ۲BC$$

$$CD = \frac{۱}{۲}BD$$

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

روش‌های مختلفی که در نرم‌افزارهای گرافیکی برای مقایسه‌ی دو پاره‌خط استفاده می‌شود قابل طرح است ؛ برای مثال، می‌توان یک پاره‌خط را کپی کرده و روی پاره‌خط دیگر قرار داد یا با استفاده از خط‌کشی که درصفحه‌ی نمایش هست طول آن‌ها را مقایسه کرد.

تلفیق با سایر دروس:

چگونگی استفاده از پاره‌خط‌های با طول‌های نامساوی در نقاشی و بُعددادن به آن را طرح کنید. برای این کار می‌توانید با معلم هنر هماهنگ کنید. کشیدن پرسپکتیو از درس‌های هنربه‌خوبی به این قسمت مربوط می‌شود.

فعالیت موازی:

برای توجیه روابطی مثل $\left.\begin{matrix} a = b \\ b = c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a = c$ می‌توانید ازمثال‌هایی چون پول، قد، وزن و سن استفاده کنید. برای مثال، سنِّ حمید وعلی برابر است. علی و احمد نیز هم‌سن هستند چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ روابط زیر را کامل کنید.

$$\left.\begin{matrix} \text{سنِّ حمید} = \text{سنِّ علی} \\ \text{سنِّ .....} = \text{سنِّ .....} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{سنِّ .....} = \text{سنِّ .....}$$

یادداشت معلم

اندازه‌ی یک پاره‌خط

هدف: این قسمت اندازه‌گیری طول بعد از انتخاب واحد و چگونگی انجام‌دادن آن مثلاً با پرگار است. وقتی اندازه‌ی طول یک پاره‌خط را با عددی بیان می‌کنیم، در واقع می‌گوییم پاره‌خط چند برابر واحد مورد نظر است.

ایجاد انگیزه کنید:

با یادآوری علامت‌هایی که در مبحث قبلی برای مقایسه‌ی قد دانش‌آموزان کنار دیوارگذاشته‌اید این سؤال رامطرح کنید که اگر بخواهیم قد بلندترین دانش‌آموز این کلاس رابا قد بلندترین دانش‌آموزِ کلاس دیگری در شهری دیگر مقایسه کنیم چه باید بکنیم؟

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید متن این قسمت رابخوانند ابتدا اندازه‌ی پاره‌خط AB رابرحسب AM و سپس برحسبCD بیابند. دقّت کنید که هر گروه حداقل یک پرگار برای انجام این کار داشته باشد، می‌توانید از جلسه‌ی قبل به همراه‌داشتن پرگار را برای این جلسه به دانش‌آموزان تأکید کنید.

مشاهده کنید:

زمانی که دانش‌آموزان مشغول انجام این کار هستند، دقت کنید که آیا پرگار را درست در دست گرفته‌اند و آیا روش درستی را برای یافتن پاسخ به‌کار می‌برند؟ آیا به نتیجه درست رسیده‌اند؟

آموزش دهید:

پس از آن‌که دانش‌آموزان اندازه‌ی پاره‌خط AB را برحسب AM و CD یافتند از آن‌ها بپرسید : چرا عددهای مختلف به‌دست آورده‌اند. دانش‌آموزان ممکن است بدون استفاده از عبارت واحد اندازه‌گیری از این مفهوم در پاسخشان به سؤال شما استفاده کنند. برای آن‌ها توضیح دهید که واحد اندازه‌گیری طول یک مقدار مشخص است که با استفاده از آن طول‌های مختلف را اندازه می‌گیرند و تأکید کنید که فاصله‌ی دو نقطه‌ی

کوتاه‌ترین مسیر بین آن‌ها، یعنی طول پاره‌خطی است که آن دو را به هم وصل می‌کند. می‌توانید دو پاره‌خط نامساوی روی تخته رسم کنید :

بپرسید!

از دانش‌آموزان بپرسید :

۱ــ طول پاره‌خط AB برحسب واحد الف برابر ۳ و طول پاره‌خط CD برحسب واحد الف برابر ۵ است ؛ کدام پاره‌خط بلندتر است؟ دانش‌آموزان پاسخ خواهند داد CD.

۲ــ طول پاره‌خط EF برحسب واحد الف برابر ۳ و طول پاره‌خط GH برحسب واحد ب برابر ۲ است کدام پاره‌خط بلندتر است ؛ دانش‌آموزان پاسخ‌های مختلفی خواهند داد می‌توانید با

راهنمایی آن‌ها روی این نکته تأکید کنید که برای مقایسه‌ی طول دو پاره‌خط باید از واحد یکسان استفاده کرد.

آموزش دهید:

واحدهای استاندارد مختلفی برای اندازه‌گیری طول در کتاب بیان شده است. رابطه‌ی بین آن‌ها را با استفاده از جدولی که در کتاب رسم شده است برای دانش‌آموزان یادآوری کنید. می‌توانید یک طرف تساوی را، در هرخانه‌ی جدول، روی تخته بنویسید و با کمک بچه‌ها طرف دیگر تساوی را کامل کنید. متن این قسمت از کتاب را برای آن‌ها بخوانید.

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت را آغاز کنند و طول پاره‌خط‌ها را تخمین بزنند. دقت کنید که دانش‌آموزان پس از آن‌که طول‌ها را تخمین زدند با استفاده ازخط‌کش طول‌ها را اندازه بگیرند نه پیش از آن. پس ازآن‌که همه‌ی گروه‌ها فعالیت خود را انجام دادند پاسخ‌های درست ردیف آخر جدول را در کلاس بخوانید تا دانش‌آموزان از صحت پاسخ‌های درست خود مطمئن شوند.

هدف فعالیت:

با توجه به آن‌که تقویت مهارت تخمین یکی از اهداف این فعالیت به‌شمار می‌رود دقّت کنید که قسمت مربوط به تخمین طول حتماً انجام شود. همچنین می‌توانید با طرح پرسش‌هایی مبتنی بر تخمین طول اجسامی که در کلاس هست این فعالیت را گسترش دهید ؛ مثلاً بپرسید : حدس می‌زنید عرض در کلاس چه‌قدر است؟ ارتفاع میز معلم چه‌قدر است؟ حدس می‌زنید کدام بلندتر است؟

هدف کار در کلاس :

سؤال ۱، ۲ و ۳ با هدف تمرین اندازه‌گیری طول و استفاده صحیح از خط‌کش آورده شده است. در تمرین ۴ علاوه‌بر اندازه‌گیری نتیجه‌گیری رابطه‌ی $MN = \frac{1}{2}BC$ نیز مورد نظر است.

تمرین ۵ تکمیل رابطه‌ی بین پاره‌خط‌ها بدون اندازه‌گیری است. در سؤال ۶ درک درست واحدهای مختلف اندازه‌گیری طول مورد توجه قرار گرفته است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به‌صورت فردی و سپس در گروه خود بررسی کنند. پاسخ‌دادن به سؤال ۷ این کار در کلاس مستلزم دانستن درک و تصور ذهنی خوبی از واحدهای اندازه‌گیری طول است. دانش‌آموزان را برای یافتن این درک و تصور یاری کنید.

انجام تمرین این قسمت را می‌توانید به‌عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید و پس از آن‌که بچه‌ها به سؤالات آن پاسخ دادند، پاسخ‌ها را در کلاس بررسی و درباره‌ی هریک در کلاس بحث کنید. پاسخ به سؤال ۴ این تمرین نیز به درک و تصور ذهنی واحدهای اندازه‌گیری نیاز دارد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

تبدیل واحدهای اندازه‌گیری به هم و یا محاسبه‌ی اختلاف بین طول‌های تخمین زده‌شده واندازه‌گیری شده با ماشین‌حساب می‌تواند دانش‌آموزان را به تمرین بیش‌تر تشویق کند. در این درس سعی کنید از ابزارهای مختلف اندازه‌گیری طول مثل کولیس ــ ورنیه ــ متر پارچه‌ای و میله‌ای ــ متر نقشه‌برداری (۲۵ متری) و ... استفاده کنید.

فعالیت خارج از کلاس:

می‌توانید فعالیت‌های زیر را به دانش‌آموزان علاقه‌مند پیشنهاد کنید.

۱ــ محاسبه‌ی مساحت حیاط مدرسه و تعیین قیمت آسفالت‌کردن یا موزائیک‌کردن آن.

۲ــ تحقیق درباره‌ی این‌که شعاع زمین یا فاصله زمین تا خورشید را چگونه اندازه می‌گیرند.

۳ــ اندازه‌گیری ضخامت یک ورق کاغذ و بیان روش اندازه‌گیری آن.

۴ــ ابتدا طول و عرض کلاس و حیاط مدرسه را تخمین بزنند سپس این طول‌ها را اندازه بگیرند و طرح موقعیت‌های مشابه برای تخمین و اندازه‌گیری در فضاهای خارج از کلاس و مدرسه.

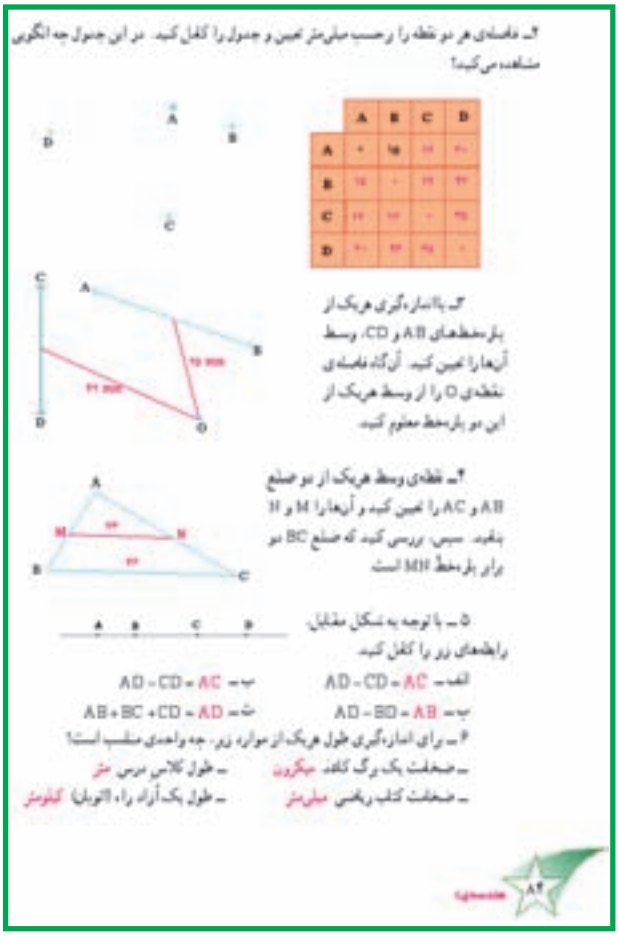
تلفیق با سایر دروس:

۱ــ می‌توانید به بچه‌ها پیشنهاد کنید درباره‌ی طول‌هایی که ابتدا آن‌ها را تخمین زده و سپس اندازه گرفته‌اند یک طنز بنویسند یا درباره‌ی آن صحبت کنند. یا این که درباره‌ی احساس جدیدشان از طول گفت‌وگو کنند.

۲ــ می‌توانند درباره‌ی هریک از مطالب بالا یا فقط با استفاده از پاره‌خط نقاشی بکشند.

۳ــ می‌توانند از مجموعه‌ی نوشته‌ها ونقاشی‌های خود، روزنامه‌ی دیواری درست کنند.

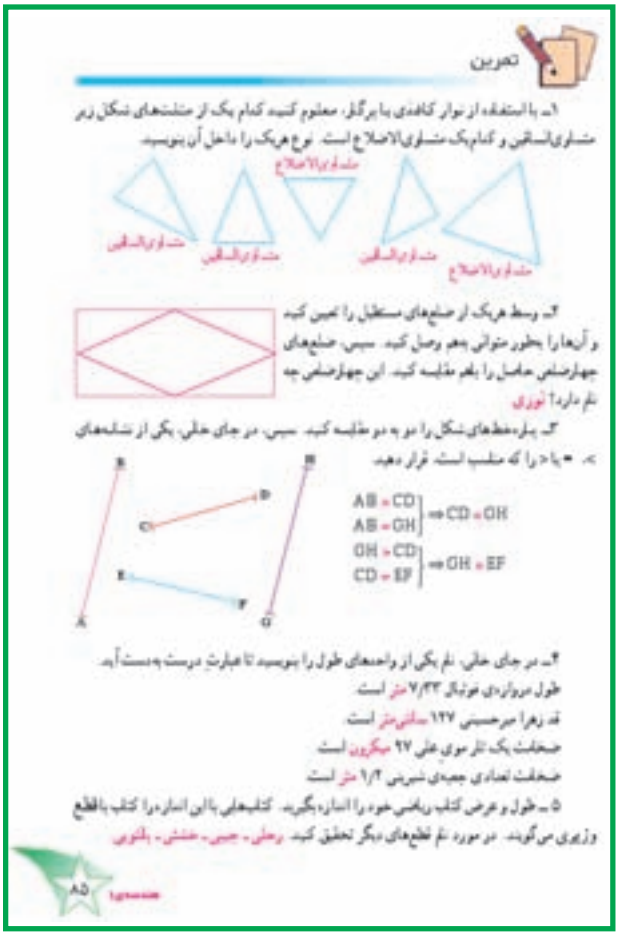
۴ــ مسیری برای دویدن ۵۴۰ متر دانش‌آموزان طراحی کنند.



توسعه:

تبدیل واحدهایی مثل اینچ و فوت و ... به متر و سانتی‌متر می‌تواند در ادامه‌ی این قسمت در کلاس مطرح شود.

آن‌چه در این درس قابلیت تعمیم و توسعه دارد تقویت مهارت‌های اندازه‌گیری با استفاده از ابزار و تخمین‌زدن است. برای بچه‌ها می‌توان موقعیت‌های متعدد برای اندازه‌گیری فراهم کرد. برای مثال، وقتی با یک متر پارچه‌ای (۱/۵ متری) طولی حدود ۲۰ متر را اندازه‌گیری می‌کنید، اتفاقات زیادی رخ می‌دهد. طول اندازه‌گیری شده از A به B با طول به‌دست‌آمده از اندازه‌گیری B تا A متفاوت است. (به علت خطای اندازه‌گیری) در این قسمت می‌توان خطای اندازه‌گیری ناشی از انسان و ابزار را توضیح داد. یا در موقعیتی که امتداد اندازه‌گیری مشخص نیست، (مثلاً اندازه‌گیری قطر کلاس درس) دانش‌آموزان باید از خلاقیت خود برای حلّ این مسئله استفاده کنند وامتداد را به نوعی مشخص کنند.


تمرین

۱ـ با استفاده از نوار کاغذی یا پرگار، معلوم کنید کدام یک از مثلث‌های شکل زیر متساوی‌الساقین و کدام‌یک متساوی‌الاضلاع است. نوع هریک را داخل آن بنویسید.

مثلث متساوی‌الاضلاع
مثلث متساوی‌الساقین
مثلث متساوی‌الساقین
مثلث متساوی‌الاضلاع

۲ـ وسط هریک از ضلع‌های مستطیل را تعیین کنید و آن‌ها را بطور متوالی بهم وصل کنید. سپس، ضلع‌های چهارضلعی حاصل را بهم مقایسه کنید. این چهارضلعی چه نام دارد؟ لوزی

۳ـ پاره‌خط‌های شکل را دو به دو مقایسه کنید. سپس، در جای خالی، یکی از نشانه‌های =، < یا > را که مناسب است، قرار دهید.

AB = CD
AB = GH
⇒ CD = GH
GH = CD
CD = EF
⇒ GH = EF

۴ـ در جای خالی، نام یکی از واحدهای طول را بنویسید تا عبارت درست به‌دست آید.
طول دروازه‌ی فوتبال ۷/۳۲ متر است.
قد زهرا میرحسینی ۱۲۷ سانتی‌متر است.
ضخامت یک تار موی علی ۹۷ میکرون است.
ضخامت تعدادی جعبه‌ی شیرینی ۱/۴ متر است.

۵ـ طول و عرض کتاب ریاضی خود را اندازه بگیرید. کتاب‌هایی با این اندازه را کتاب با قطع وزیری می‌گویند. در مورد نام قطع‌های دیگر تحقیق کنید. رحلی ـ جیبی ـ خشتی ـ پالتویی

حل مسئله

شما تابه‌حال فهرست، جدول و نمودار می‌توانید داده‌ها را مرتب کنید. در یک جدول طالیهار، داده‌ها، اطلاعات و اعداد با نظمی منطقی قرار می‌گیرند. بطوری که متخصصان هر یک از آن‌ها در جدول، نظم را بهم می‌زند. لذا ترتیب قرار گرفتن اطلاعات در جدول اهمیت زیادی دارد.

۱ـ تعداد پاره‌خط‌های شکل مقابل را بدست آورید.

A B C D E

فهمیدن مسئله ـ آیا پاره‌خط‌های شکل را تشخیص می‌دهید؟
ـ مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟ تعداد پاره‌خط‌ها

انتخاب راهبرد اگر بخواهیم همه‌ی پاره‌خط‌ها را تشخیص بدهیم و بنویسیم، باید در میان آن‌ها نظمی منطقی پیدا کنیم. تشکیل یک جدول نظام‌دار می‌تواند به ما در حل این مسئله کمک کند.

حل مسئله با رسم یک شکل می‌توانیم نظم نوشتن پاره‌خط‌ها را پیدا کنیم.
در شکل مقابل پاره‌خط‌هایی که با رأس A نوشته می‌شوند، مشخص شده‌اند.
جدول مقابل را با همین منطق ادامه دهید.
برای این‌که پاره‌خط‌ها تکراری ننویسیم، نشده‌اند. وقتی از رأس B شروع می‌کنیم، رأس A را کنار می‌گذاریم.

نام پاره‌خط	انتها	ابتدا
AB	B	A
AC	C	A
AD	D	A
AE	E	A
BC	C	B
BD	D	B
BE	E	B
CD	D	C
CE	E	C
DE	E	D

بازگشت به مقدمه با کشیدن شکل می‌توانید راه‌حل خود را بررسی کنید.

فعالیت موازی:

به جای فعالیت اول این درس می‌توانید یک طول مشخص را در کلاس به دانش‌آموزان نشان داده و از آن‌ها بخواهید که هرکس با واحد مورد نظر خود (واحدهای غیراستاندارد مثلاً استفاده از یک چوب کبریت، سنجاق یا کلیپس) طول مورد نظر را اندازه بگیرند و اندازه‌های آن‌ها را با هم مقایسه کرده و لزوم استفاده ازیک واحد مشخص را نتیجه بگیرید.

حلّ مسئله جدول نظام‌دار

ایجاد انگیزه کنید:

پنج دانه‌ی کوچک مانند لپه به کلاس بیاورید و روی زمین بپاشید به‌طوری‌که در فضای باز کلاس پخش شوند. از یکی از دانش‌آموزان بخواهید لپه‌ها را پیدا کند و بگوید چند لپه بوده است. با طرح پرسش‌هایی از قبیل از کجا بفهمیم همه‌ی لپه‌ها پیدا شده و نظیر آن درس را آغاز کنید.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی شماره ۱ را بخوانند و با استفاده از راهنمایی‌های کتاب به حلّ آن بپردازند و در هر مرحله به سؤالات مطرح شده پاسخ دهند.

مشاهده کنید:

با توجه به این‌که مسئله‌ی داده‌شده در این قسمت مسئله‌ای مشکل در مبحث پاره‌خط به حساب می‌آید، حلّ این مسئله می‌تواند اعتماد به‌نفس دانش‌آموزان را تقویت کند. با مشاهده‌ی عملکرد گروه‌ها در مراحل مختلف و راهنمایی آن‌ها در صورت لزوم می‌توانید آن‌ها را در رسیدن به پاسخ درست یاری کنید. مشاهده کنید که آیا مسئله را درست فهمیده‌اند؟ آیا منطقی را که در رسم جدول نظام‌دار وجود دارد درک کرده‌اند؟ آیا جدول را به‌درستی پر می‌کنند؟ از آن‌ها بپرسید چرا در جدول چهار پاره‌خط وجود

دارد که ابتدایشان نقطه‌ی A است، ولی تنها یک پاره‌خط وجود دارد که ابتدایش نقطه‌ی D است؟ چرا هیچ پاره‌خطی از E شروع نشده؟

ادامه دهید:

پس از آن‌که گروه‌ها در فرصت کافی به بحث و حلّ مسئله پرداختند، پاسخ سؤالات مطرح‌شده در هر قسمت را بررسی کنید. نحوه‌ی بررسی مسئله‌ها مثل راهبرد رسم شکل در همین کتاب است. یک بار دیگر آن قسمت را مرور کنید.

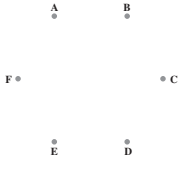
از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و برای یک‌دیگر تعریف کنند ؛ یعنی آن‌چه را از مسئله دریافته‌اند با زبان خود بیان کنند.

سؤالات مطرح شده در قسمت فهمیدن مسئله را پاسخ دهند. راهبرد مناسب را انتخاب کنند و سپس مسئله را با استفاده از مطالبی که در کتاب آمده است حل و مرحله‌ی بازگشت به عقب را طی کنند. از یکی از گروه‌ها بخواهید مراحل حلّ مسئله را توضیح دهند و مسئله رابه طور کامل حل کنند. درصورت لزوم توضیحات هر قسمت را کامل کنید. اولین عدد می‌تواند هریک از اعداد ۱ تا ۲۴ باشد، اما چون بعد از ۱۲ جدول تکراری به‌دست می‌آید کافی است جدول را تا ۱۲ ردیف ادامه دهیم.

وقتی حالت‌های مختلف یک موضوع را حدس می‌زنیم نمی‌توانیم مطمئن شویم که آیا به تمام حالت‌های ممکن رسیده‌ایم یا خیر. نظام‌دار فکرکردن کمک می‌کند بتوانیم تمام حالت‌های ممکن را به‌دست آوریم. جدول نظام‌دار جدولی است که داده‌های آن با یک نظم و قاعده نوشته شده‌اند. راهبرد جدول نظام‌دار برای مسائلی مفید است که در آن حالت‌های مختلف یک موضوع مورد نظر باشد ؛ برای مثال، در مسئله‌ی دوم تمام حالت‌هایی که دو عدد طبیعی با هم جمع شوند مورد نظر است. یکی ازاین حالت‌ها پاسخ مسئله است.

مسئله‌ی موازی:

۱ــ در شکل زیر ۶ نقطه وجود دارد، چند پاره‌خط می‌توان رسم کرد که دو سر هریک روی این نقطه‌ها باشند؟



جدول نظام‌دار

ـ دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل جمع آن‌ها ۲۴ و حاصل ضرب آن‌ها بیش‌ترین مقدار باشد.

فهمیدن مسئله ـ این مسئله چه اطلاعاتی به شما داده است؟ جمع دو عدد ۲۴ و حاصل ضرب همان دو عدد بیشتری باشد.

ـ پاسخ این مسئله چه شرایطی باید داشته باشد؟ دو عدد با مجموع ۲۴ و حاصل‌ضرب بیشترین مقدار

انتخاب راهبرد: ابتدا باید فهرستی از همه‌ی دو عددهایی که حاصل جمع آن‌ها ۲۴ است پیدا کنیم. یک جدول نظام‌دار می‌تواند در این مورد به ما کمک کند.

حل مسئله جدولی مثل جدول زیر تهیه کنید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل ضرب دو عدد
۱	۲۳	۲۳
۲	۲۲	۴۴
۳	۲۱	۶۳
۴	۲۰	۸۰
۵	۱۹	۹۵
۶	۱۸	۱۰۸
۷	۱۷	۱۱۹
۸	۱۶	۱۲۸
۹	۱۵	۱۳۵
۱۰	۱۴	۱۴۰
۱۱	۱۳	۱۴۳
۱۲	۱۲	۱۴۴

ـ در نوشتن عدد اول چه نظمی وجود دارد؟ به ترتیب از ۱ تا ۱۲

ـ بین عدد اول و عدد دوم چه رابطه‌ای وجود دارد؟ جمع آن‌ها ۲۴ است.

ـ ستون سوم چه کمکی می‌کند؟ یافتن بزرگ‌ترین مقدار حاصل‌ضرب

ـ پاسخ درست کدام است؟ عدد اول = عدد دوم = ۱۲

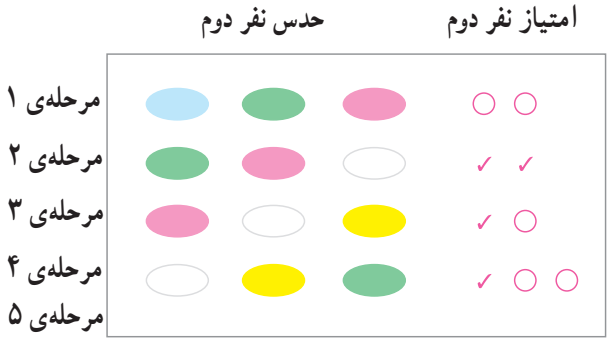
بازگشت به عقب ـ شرایط مسئله را دوباره در نظر بگیرید.

ـ آیا جواب به‌دست آمده همه‌ی شرایط مسئله را دارد؟ بله

وقتی از جدول نظام‌دار استفاده می‌کنیم، مطمئن باشیم که همه‌ی حالت‌های ممکن برای مسئله را در نظر گرفته‌ایم.

۸۷

۲ــ در بازی فکر بکر یک نفر سه مهره رنگی کنار هم چیده است. نفر دوم بدون آن‌که رنگ مهره‌های او را ببیند باید رنگ و محل هر سه مهره را حدس بزند او ۴ حدس زده در هرمرحله، نفر اوّل به تعداد مهره‌هایی که رنگ و محل قرارگرفتن آن‌ها درست است ✓ و به تعداد مهره‌هایی که رنگ آن‌ها درست است ؛ ولی محل قرارگرفتنشان درست نیست ○ گذاشته است. شما او را کمک کنید تا در مرحله‌ی بعد پاسخ درست را بیابد.



۳

رسم

این رسم به ظاهر مشکل و عجیب به نظر می‌رسد ؛ ولی درحقیقت بسیارساده و جالب است. با تکمیل قسمت اول و کشف الگوی آن نحوه‌ی کشیدن رسم کاملاً مشخص می‌شود اما نکته‌ی اصلی این رسم کادربندی آن است.

شروع کنید:

الگوی اصلی این رسم دو زاویه‌ی ۶۰ درجه‌ی مدرج است که با اتصال صحیح نقاط به‌هم شکل اصلی پدید می‌آید. از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به نحوه‌ی اتصال نقاط در زاویه‌ی اول، زاویه‌ی دوم را کامل کنند. بهتر است پس از کشف الگو از آن‌ها بخواهید نکات اصلی این رسم را مطرح کنند.

طریقه‌ی کشیدن رسم: چون کادر رسم مستطیلی نیست برای یکسان‌بودن رسم همه‌ی دانش‌آموزان باید قراردادی رادر کلاس عنوان کرد که برای این رسم، قرارداد به این شرح است :

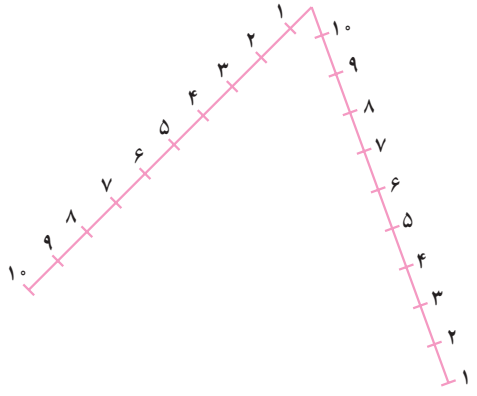
۱ــ ابتدا مرکز صفحه را با وصل کردن وسط‌های طول وعرض پیدا کنید (توجه داشته باشید که شاید دانش‌آموزان روش‌های دیگری را برای پیداکردن مرکز کاغذ پیشنهاد کنند که می‌توان آن‌ها را نیز بررسی کرد.)

۲ــ سپس پاره‌خطی با زاویه‌ی ۳۰ درجه نسبت به خط عمودی وسط صفحه رسم کنید به گونه‌ای که وسط آن دقیقاً روی مرکز باشد به عبارت دیگر از نقطه‌ی مرکز با زاویه‌ی ۳۰ درجه ۵ سانتی‌متر به سمت بالا و ۵ سانتی‌متر به سمت پایین پاره‌خطی رسم کنید.

۳ــ در دو طرف این پاره‌خط که از مرکز گذشته و به اندازه‌ی ۱۰ سانتی‌متر است دو پاره‌خط موازی هم و به فاصله‌ی یک میلی‌متر رسم کنید. این دو پاره‌خط یک ضلع از دو زاویه‌ی ۶۰° خواهند بود.

۴ــ ضلع دیگر زاویه‌های ۶۰° رامطابق شکل در دو طرف این پاره‌خط‌ها به طول ۱۰ سانتی‌متر رسم کنید. به این ترتیب شما دو زاویه‌ی ۶۰° خواهید داشت که یک ضلع از هرکدام با هم موازی بوده و اندازه‌ی ۴ ضلع آن‌ها ۱۰ سانتی‌متر است.

۵ــ همه‌ی پاره‌خط‌ها رابه ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنید و در هر زاویه بالاترین نقطه‌ی ضلع اول را به پایین‌ترین نقطه‌ی ضلع دوم وصل کنید و این کار را نقطه به نقطه ادامه دهید تا دیگر نقطه‌ای باقی نماند. به عبارت دیگر اگر نقاط اضلاع زاویه را مطابق شکل مقابل نام‌گذاری کنید باید نقاط هم‌شماره را به هم وصل نمایید.



اگر خطوط اضافی را پاک کنید همان شکل قسمت «پ» به‌دست می‌آید.

نکات مهم رسم

۱ــ زیبایی این رسم به دقت در اندازه‌گذاری‌ها و نحوه‌ی وصل‌کردن خطوط است بنابراین اگر فاصله‌های یک سانتی‌متری با حوصله و دقت انتخاب نشوند در پایان از زیبایی رسم کاسته خواهد شد.

۲ــ چون خطوط نهایی رسم مورّب هستند، بنابراین نشانه‌های مورد استفاده باید بسیار ریز و هم‌رنگ گذاشته شود تا در پایان نمایان نگردند ؛ زیرا امکان پاک‌کردن آن به‌سادگی وجود ندارد.

۳ــ بهتر است دو خط اضافی را پس از کشیدن دو زاویه‌ی ۶۰° پاک کنید تا در پایان رسم برای پاک‌کردن آن‌ها دچار مشکل نشوید.

۴ــ برای کشیدن دو خط موازی به فاصله‌ی یک میلی‌متر کافی است ۲ نقطه از آن را با فاصله‌ی یک میلی‌متر از خط اول تعیین کرده و با خودکار به هم وصل کنید.

مهم‌ترین نکته در این رسم کادربندی صحیح آن است که دانش‌آموزان طبق دستورالعمل باید انجام دهند.

توسعه:

از دانش‌آموزان بخواهید با همین تکنیک رسم‌های دیگری خلق کنند. با تغییردادن زاویه‌ها وتعداد نقاط می‌توان به شکل‌های جدیدی رسید.

یادداشت معلم

زاویه

موضوعات در یک نگاه

این عنوان، شامل درس‌هایی مشابه نیم‌خط و پاره‌خط است. ابتدا نام‌گذاری زاویه و سپس مقایسه‌ی دو زاویه با استفاده از انطباق مطرح می‌شود. با نوشتن روابط بین زاویه‌های نیم‌ساز یادآوری شده و دو زاویه‌ی متقابل به‌رأس و تساوی آن‌ها آموزش داده می‌شود. با معرفی واحد اندازه گیری زاویه، چگونگی استفاده از نقاله یادآوری شده و انواع زاویه‌ها از نظر اندازه معرفی می‌شوند. دو زاویه‌ی متمم و مکمّل و چگونگی پیدا کردن زاویه‌ی مجهول پایان بخش این عنوان است.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این دروس انتظار می‌رود دانش‌آموزان به اهداف زیر برسند :

۱ــ زاویه‌ها را نام‌گذاری کرده و زاویه‌ی مورد نظر را روی شکل پیدا کنند.

۲ــ با استفاده از انطباق زاویه‌ها را با هم مقایسه کنند و رابطه‌ی نامساوی یا تساوی را بنویسند.

۳ــ دو زاویه‌ی مقابل به‌رأس را در شکل‌ها تشخیص داده و دلیل تساوی آن‌ها را بیان کنند.

۴ــ واحد اندازه‌گیری زاویه را بشناسند و به کمک نقاله، زاویه را اندازه بگیرند.

۵ــ اندازه‌ی زاویه‌ها را تخمین زده و انواع آن را از نظر اندازه تشخیص دهند.

۶ــ روابط بین زاویه‌ها را درک کنند و برای شکل‌های مختلف بنویسند.

۷ــ دو زاویه‌ی متمم و مکمل را در شکل‌ها تشخیص دهند.

۸ــ زاویه‌ی مجهول را با استفاده از اطلاعات خود پیدا کنند.

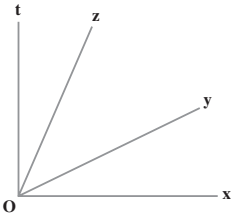
نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ با توجه به شکل، رابطه‌ها را کامل کنید.

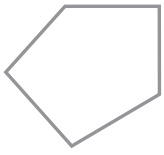
$\hat{xoy} + \cdots\cdots = \hat{xoz}$

$\hat{xot} - \cdots\cdots = \hat{toz} + \hat{yox}$

$\hat{yot} - \hat{toz} = \cdots\cdots$



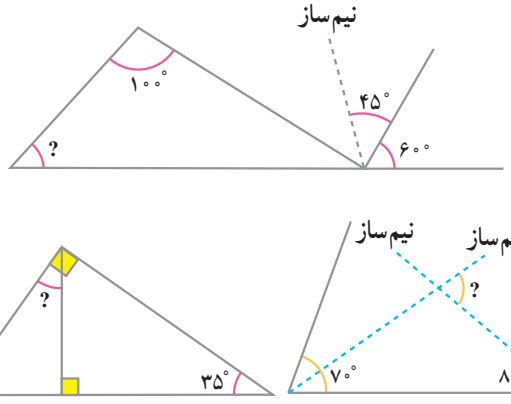
۲ــ زاویه‌ای به دلخواه رسم کنید. اندازه‌ی آن را تخمین بزنید. سپس بانقاله آن را اندازه بگیرید. اختلاف اندازه را با تخمین خود به‌دست آورید.



۳ــ مجموع زاویه‌های شکل را با اندازه‌گیری هر زاویه به‌دست آورید.

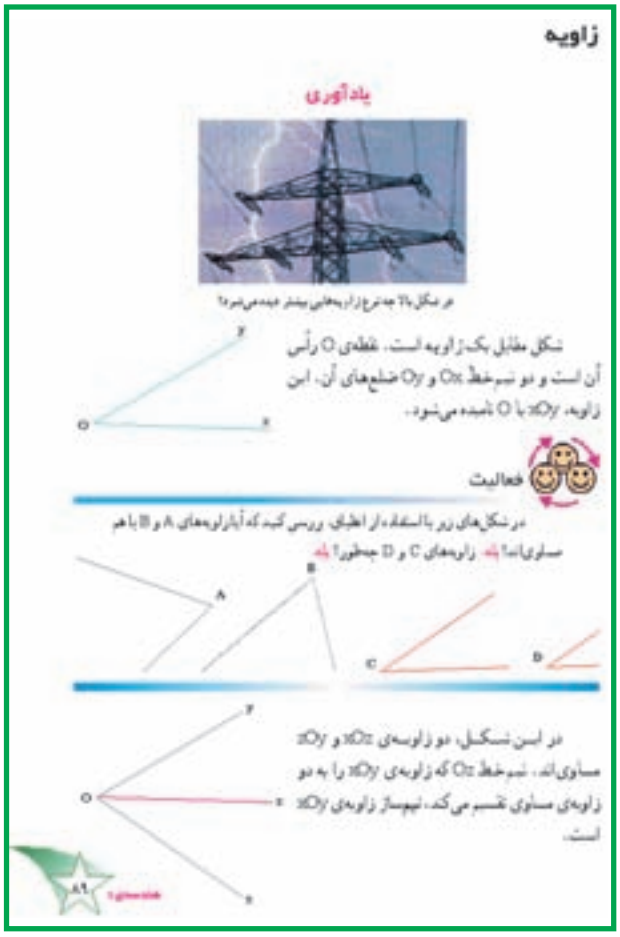
۴ــ دو زاویه‌ی A و B با هم متمم هستند. زاویه‌ی B هم با زاویه‌ی C مکمل است. اگر اندازه‌ی زاویه‌ی A 40° باشد اندازه‌ی زاویه‌ی C را پیدا کنید.

۵ــ با توجه به شکل‌های زیر زاویه‌ی مجهول را پیدا کنید.



شناسنامه‌ی مبحث زاویه

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
یادآوری	۸۹ ۹۰	نام‌گذاری زاویه نیم‌ساز مقایسه‌ی دو زاویه	ــ زاویه‌ها را به سه صورت نام‌گذاری کرده و بخواند. ــ زاویه‌ی خوانده‌شده مورد نظر را در شکل پیدا کند. ــ درک کند که با طولانی‌ترشدن ضلع‌های زاویه اندازه‌اش بزرگ‌تر نمی‌شود. ــ با استفاده از انطباق دو زاویه را مقایسه کند. ــ اجزای یک زاویه و نیم‌ساز آن را بشناسد.	ــ انجام فعالیت برای مقایسه‌ی دو زاویه با استفاده از انطباق و درک این نکته که با زیادشدن طول ضلع زاویه، اندازه‌های بزرگ‌تر نمی‌شود. ــ مطالعه‌ی متن درس	ــ نوار مقوایی و سنجاق ــ کاغذ پوستی	رأس زاویه ضلع زاویه نیم‌ساز
مقایسه‌ی دو زاویه	۹۰ ۹۱ ۹۲	مقایسه‌ی دو زاویه و نوشتن رابطه زاویه‌های متقابل به‌رأس	ــ پس از مقایسه‌ی دو زاویه با انطباق رابطه‌ی ریاضی آن را بنویسند. (تساوی یا نامساوی) ــ رابطه‌ی جمع و تفریق بین زاویه‌ها را برای شکل‌های مختلف بنویسند. ــ دو زاویه‌ی متقابل‌به‌رأس را تشخیص داده و دلیل تساوی آن را بداند و با روابط ریاضی نشان دهد.	ــ انجام کار در کلاس برای تمرین مقایسه‌ی زاویه‌ها ــ انجام فعالیت برای پیداکردن دلیل تساوی دو زاویه‌ی متقابل به رأس	ــ	متقابل‌به‌رأس
اندازه‌های زاویه و واحد آن	۹۳ ۹۴ ۹۵	ــ اندازه‌گیری زاویه ــ واحد اندازه‌گیری (درجه) ــ انواع زاویه‌ها	ــ واحد اندازه‌گیری زاویه را بشناسد و با استفاده از نقاله، زاویه‌های مختلف را اندازه بگیرد. ــ اندازه‌ی زاویه‌ها را تخمین بزند. ــ انواع زاویه‌ها (راست ـ تند ـ باز ـ نیم‌صفحه) را تشخیص دهد. ــ با اندازه‌گیری زاویه‌های یک مثلث درک کند که مجموع زاویه‌ها ۱۸۰° است.	ــ مطالعه‌ی متن کتاب ــ انجام کار در کلاس برای تشخیص انواع زاویه‌ها با توجه به اندازه‌ی آن‌ها ــ انجام کار در کلاس برای تمرین تخمین و اندازه‌گیری زاویه‌ها	ــ نقاله‌ی آموزشی	درجه نقاله تند باز راست نیم‌صفحه
دو زاویه‌ی متمم ــ دو زاویه‌ی مکمل	۹۵ ۹۶ ۹۷	دو زاویه‌ی متمم دو زاویه‌ی مکمل پیداکردن زاویه‌های مجهول	ــ دو زاویه متمم را در شکل‌ها تشخیص دهد. ــ دو زاویه‌ی مکمل را در شکل‌ها تشخیص دهد. ــ بداند که دو زاویه‌ی متمم با یک زاویه با هم برابرند. ــ درک کند که دو زاویه‌ی مکمل با یک زاویه با هم برابرند. ــ با استفاده از اطلاعات خود داده‌های مسئله اندازه‌گیری زاویه‌ی مجهول را در شکل‌ها به‌دست آورد.	ــ مطالعه‌ی متن درس ــ انجام کار در کلاس برای درک بهتر زاویه‌های متمم و مکمل	ــ	متمم مکمل


زاویه

یادآوری

فعالیت

یادآوری

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ با یک ورقه‌ی آهنی یک سطح شیب دار بسازید که بتوان به‌سادگی زاویه‌ی آن‌را تغییر داد و به همراه یک گلوله‌ی سبک به کلاس ببرید. گلوله را روی سطح شیب‌دار قرار دهید و در چند حالت مختلف (زاویه‌ی تند، قائمه، باز) گلوله را رها کنید از دانش‌آموزان بخواهید در مورد رابطه‌ی زاویه‌ی سطح شیب‌دار و سرعت گلوله و زمان رسیدن گلوله به زمین بحث کنند.

این کار صرفاً برای جلب توجه دانش‌آموزان به نقش زاویه در زندگی روزمرّه است تا با انگیزه‌ی بیش‌تری به درس توجه کنند لذا درصورتی‌که پاسخ صحیح در کلاس به‌دست نیاید اشکالی در کار ایجاد نمی‌شود.

۲ــ یک ساعت آموزشی با خود به کلاس برده و زاویه‌هایی را روی آن نمایش دهید ؛ سپس از بچه‌ها بخواهید ساعت‌هایی را اعلام کنند که زاویه‌ی تند، قائمه و باز می‌سازند و چند دقیقه‌ای از کلاس را به بررسی نظرات آن‌ها بگذرانید. از دانش‌آموزان بخواهید بررسی کنند که با گذشت زمان زاویه‌ی بین دو عقربه زیاد می‌شود یا کم؟ از دانش‌آموزان بخواهید ساعت‌هایی را اعلام کنند که زاویه‌های مساوی به‌وجود آورند.

شروع کنید:

عمده‌ی مفاهیم و مطالب این درس یادآوری بوده و در دوره‌ی راهنمایی گسترش داده می‌شود. بنابراین در شروع درس اکثر مطالب را دانش‌آموزان می‌دانند و نکته‌ی جدید این قسمت بیش‌تر بحث نام‌گذاری زاویه است که به سه صورت انجام می‌شود، لازم است به دانش‌آموزان ازهمین ابتدای کار تأکید شود که حرف وسط در نام‌گذاری همیشه رأس زاویه است تا در تشخیص زوایای داخل مثلث در درس‌های آینده به مشکل برنخورند.

درس را با یک توضیح اوّلیه در مورد نام‌گذاری زاویه ومعرفی اجزای آن آغاز نمایید و متن کتاب را بخوانید سپس از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت این قسمت را انجام دهند و راه‌های مختلف را برای اطمینان از درستی جواب‌های خود در گروه به بحث بگذارند.

هدف فعالیت:

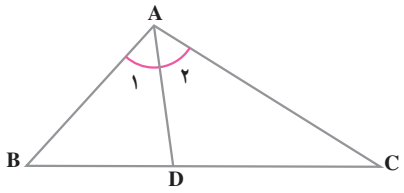
هدف اصلی این فعالیت پیدا کردن روش یا روش‌هایی مثل انطباق برای تشخیص تساوی دو زاویه است و پی‌بردن به این نکته که در تساوی زاویه‌ها طول ظاهری نیم‌خط‌ها ملاک نیست بلکه انطباق دوضلع زاویه‌ها روی هم شرط است.

ادامه دهید:

بعد از بررسی نتایج به‌دست‌آمده ازفعالیت، نیم‌ساز را برای دانش‌آموزان یادآوری کنید. با توجه به این نکته که نیم‌ساز برای دانش‌آموزان آشناست در معرفی آن می‌توانید از خود آن‌ها کمک بگیرید. با توجه به توضیح کتاب، با استفاده از نوار مقوایی و سنجاق یک زاویه بسازید و حالت‌های مختلف آن را به دانش‌آموزان نشان دهید.

بپرسید!

درصورتی‌که AD نیم‌ساز زاویه‌ی A باشد، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ انتظار داریم آن‌ها بنویسند : $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$



فعالیت موازی:

از دانش‌آموزان بخواهید به دلخواه زاویه‌ای رسم کنند و سپس به‌صورت تقریبی و فقط با خط‌کش نیم‌سازآن‌را نیز بکشند و بعد از آن، برگه‌ی خود را در گروه جابه‌جا کرده و درستی نیم‌ساز کشیده‌شده‌ی دوست خود را به کمک انطباق بررسی کنند. با توجه به نتیجه‌ی به‌دست‌آمده، نیم‌ساز پیشنهادی خود را برای آن زاویه، با رنگ دیگر رسم کنند. سپس مجدداً برگه‌ها را در گروه (با فرد جدید) جابه‌جا کرده واین کار را با نیم‌ساز دوم تکرار کنند تا نیم ساز نسبتاً دقیقی به‌دست آید.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید وسیله‌ی نمایش‌گر زاویه را با سلیقه و ابتکار خود بسازند ؛ برای مثال، استفاده از نوار کاغذی و سنجاق.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید نقشه‌ی ساده‌ای از تقاطع‌هایی که در راهشان می‌بینند، رسم کنند برای این کار از ابتکار و سلیقه‌ی خود استفاده کنند. سپس این موضوع را به بحث بگذارند که در تقاطع‌ها زاویه‌ها باید چگونه باشد و در ساختن راه‌ها باید به چه نکاتی توجه کرد.

تلفیق با سایر دروس:

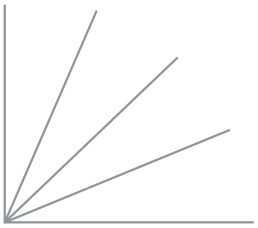
۱ــ بحث در مورد زاویه‌ی تابش و بازتابش و اهمیت مساوی بودن آن‌ها می‌تواند حساسیت دانش‌آموزان رادرمورد نقش زاویه در طبیعت برانگیزد. می‌توانید این موضوع را این‌گونه طرح کنید که اگر این دو زاویه با هم مساوی نبودند چه می‌شد؟

۲ــ بحث تأثیر زاویه در پرتاب یک گلوله و میزان بُرد آن و بحث سرعت و زمان رسیدن یک گلوله از بالای یک سطح شیب‌دار و رابطه‌ی آن با زاویه‌ی سطح شیب‌دار به‌صورت کیفی، بحث زاویه‌ی ایجادشده بین چوب اسکی و بدن ورزشکار در هنگام پرش و رابطه‌ی آن با میزان پرش، بحث مقدار پایانی نردبان در هنگام تکیه به دیوار و رابطه‌ی آن با زاویه‌ی نردبان و زمین و بحث‌های مشابه دیگر می‌تواند برای دانش‌آموزان جدید و جالب باشد.

البته توجه داشته باشید تمامی این بحث‌ها کیفی است و نیازی به طرح رابطه‌ی کمّی و ریاضی آن نیست.

توسعه:

طرح مسائلی چون «در این شکل، چند زاویه وجود دارد؟»



و حلّ آن با استفاده از مهارت‌های حلّ مسئله می‌تواند مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم باشد.

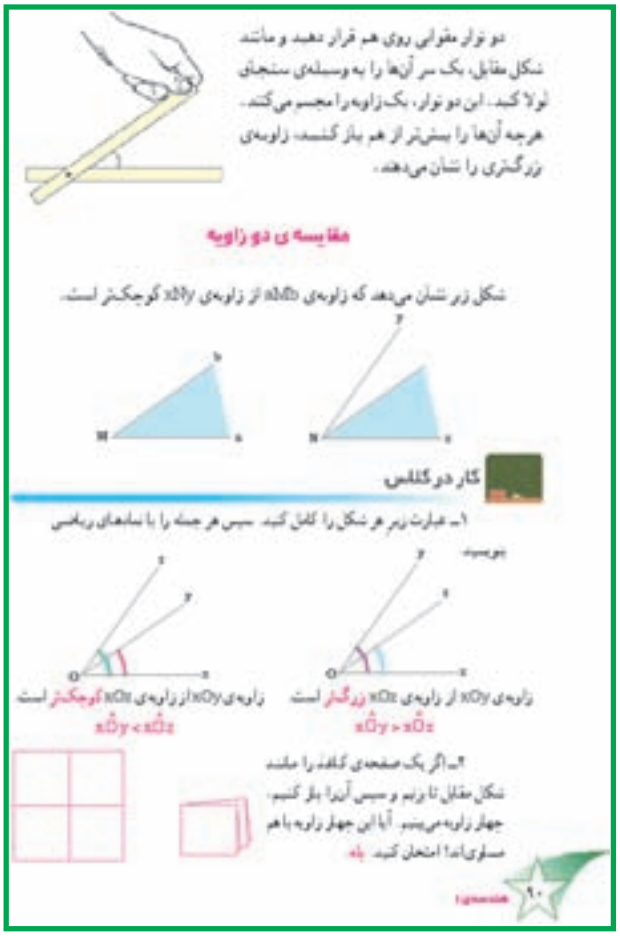
استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با نرم‌افزارهای گرافیکی می‌توان زاویه‌های مختلف را ساخت و اندازه‌ی آن را تغییر داد. و مقایسه‌ی دو زاویه نیز با این نرم‌افزارها امکان‌پذیر است.

توصیه‌های آموزشی:

برای انجام فعالیت این درس، نیاز به استفاده از کاغذ پوستی و یا چیزی مشابه آن است ؛ لذا توصیه می‌شود قبل از شروع کلاس این وسایل توسط مدرسه یا خود دانش‌آموزان تهیه گردد.

ابتکارات دیگر دانش‌آموزان برای ساخت وسیله‌ای دیگر که کاربرد کاغذ پوستی را داشته باشد ؛ مثل استفاده از سیم فلزی و یا روش‌های دیگر مورد تشویق قرارگیرد و به کلاس معرفی شود.



دو نوار مقوایی روی هم قرار دهید و مانند شکل مقابل، یک سر آن‌ها را به وسیله‌ی سنجاق تو لا کنید. این دو نوار، یک زاویه را مجسم می‌کنند. هرچه آن‌ها را بیش‌تر از هم باز کنید، زاویه‌ی بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

مقایسه‌ی دو زاویه

شکل زیر نشان می‌دهد که زاویه‌ی xÂb از زاویه‌ی yÂb کوچک‌تر است.

کار در کلاس

۱ــ عبارت زیر هر شکل را کامل کنید. سپس هر جمله را با نماد‌های ریاضی بنویسید.

زاویه‌ی xOy از زاویه‌ی xOz بزرگ‌تر است. $x\hat{O}y > x\hat{O}z$

زاویه‌ی xOy از زاویه‌ی xOz کوچک‌تر است. $x\hat{O}y < x\hat{O}z$

۲ــ اگر یک صفحه‌ی کاغذ را مانند شکل مقابل تا بزنیم و سپس آن‌را باز کنیم، چهار زاویه می‌بینیم. آیا این چهار زاویه با هم مساوی‌اند؟ امتحان کنید. بله

۹۰ هندسه ۱

مقایسه‌ی دو زاویه

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ یک ساعت آموزشی به کلاس برده و از گروه‌ها بخواهید که با بحث در گروه اعلام نظر نمایند که با گذشت زمان زاویه‌ی بین عقربه‌ها بیش‌تر می‌شود یا کم‌تر؟

۲ــ دو زاویه‌ی تقریباً مساوی روی تخته بکشید از دانش‌آموزان بپرسید که کدام یک بزرگ‌تر است؟

شروع کنید:

در شروع درس می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید روش‌هایی را برای مقایسه‌ی دو زاویه پیشنهاد کنند، راه‌حل‌های مختلف را در کلاس به بحث بگذارید و سپس در صورت مطرح نشدن روش کتاب آن‌را در کلاس بررسی کنید و بعد از بحث و بررسی از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

هدف اصلی تمرین ۱ استفاده از نماد ریاضی برای بیان نتیجه‌ی به‌دست‌آمده است. این کار در تمرین‌ها و مفاهیم بعدی نیز بسیار کاربرد دارد. بنابراین بهتر است دانش‌آموزان را به اهمیت استفاده ازنماد ریاضی برای بیان نتایج آشنا کنیم. تمرین‌های ۲ و ۳ برای مقایسه‌ی دو زاویه است.

هدف ازتمرین ۴ هم نوشتن یک رابطه‌ی ریاضی است. باید توجه داشته باشید که نام‌گذاری زاویه به کمک یک حرف با شماره‌های مختلف (اندیس‌های متفاوت) مثل O_1 و O_2 و ... در این تمرین، برای اولین بار طرح شده است. بنابراین بهتر است در شروع کار در کلاس، این نکته نیز در کلاس مورد بررسی قرار گیرد.

در تمرین ۵ نیز، هدف نام‌گذاری زاویه‌ها به‌صورت‌های مختلف است.

توصیه‌های آموزشی:

در حل تمرین ۲ بهتر است از دانش‌آموزان بخواهید نتیجه‌ی به‌دست‌آمده خود را با تاکردن کاغذ امتحان کنند این کار باعث نتیجه‌گیری‌های دیگری نیز خواهد شد که بررسی آن‌ها در کلاس مفید خواهد بود.

در حلّ تمرین ۳ نیاز به بیان یک دلیل قانع‌کننده است بنابراین دانش‌آموزان باید درباره‌ی جواب خود توضیح دهند. بررسی روش‌های متفاوت در کلاس بسیار سودمند خواهد بود.

در حلّ تمرین ۵ نوشتن تساوی برای نشان‌دادن نام‌گذاری‌های متفاوت بهتر است ؛ برای مثال :

$$\hat{O}_1 = x\hat{O}y = y\hat{O}x$$

ادامه دهید:

بعد از بررسی جواب‌های کار در کلاس از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند. در صورت توانایی کلاس می‌توانید به آن‌ها اجازه دهید که وسیله‌ی طرح‌شده در فعالیت را بسازند و سپس نتایج خواسته شده را تکمیل کنند. توجه داشته باشید که

نام متقابل به‌رأس برای دانش‌آموزان، کاملاً جدید است و در ضمن این اولین فعالیت جدی دانش‌آموزان است که نیاز به استدلال ریاضی دارد. بنابراین بررسی مثال‌هایی چون مجموع پول علی و رضا ۲۰۰ تومان است، مجموع پول علی و حسین هم ۲۰۰ تومان است، ازاین دو جمله چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ قبل از طرح فعالیت نتیجه‌گیری را ملموس‌تر می‌کند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت آشناشدن دانش‌آموزان با زاویه‌ی متقابل به‌رأس است به‌صورتی که بتوانند آن‌را در شکل‌های دیگر تشخیص دهند. بنابراین معرفی ویژگی‌های دو زاویه‌ی متقابل‌به رأس در پایان فعالیت لازم است ؛ یعنی بیان این مطلب که دو زاویه‌ی متقابل به رأس حتماً رأس مشترک دارند و اضلاع آن‌ها در امتداد یک دیگر هستند.

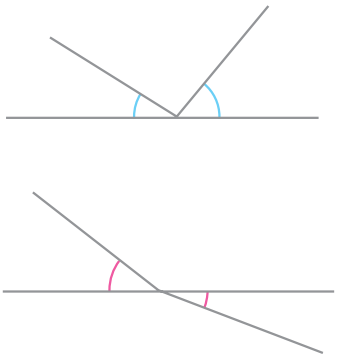
همچنین در این فعالیت نحوه‌ی استدلال ریاضی، تساوی دو زاویه‌ی متقابل به‌رأس مطرح می‌شود.

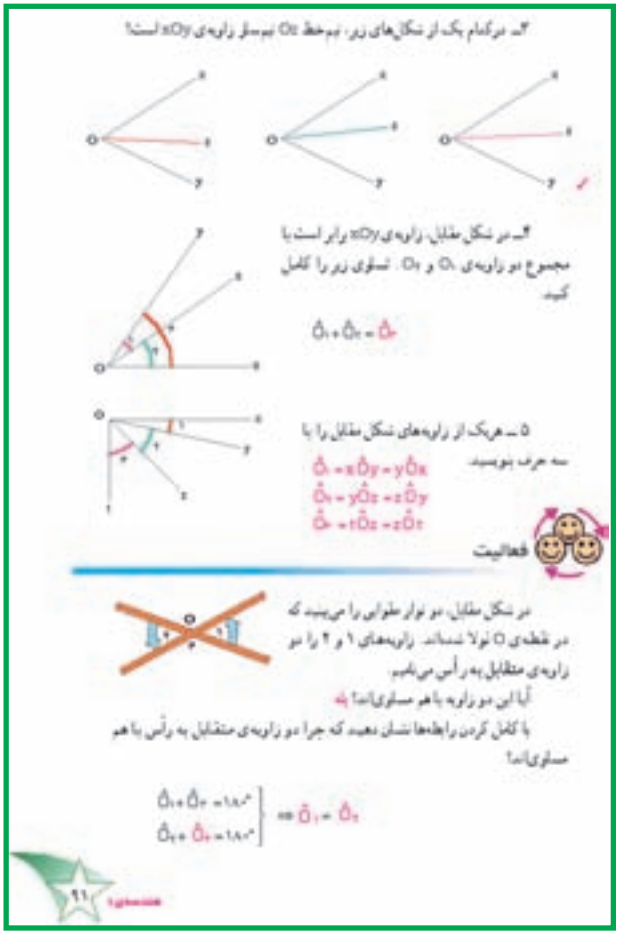
آموزش دهید:

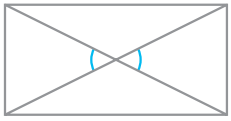
پس از انجام فعالیت و بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان تعریف دو زاویه‌ی متقابل‌به رأس و نحوه‌ی استدلال ریاضی برای تساوی آن‌ها را به دانش‌آموزان آموزش دهید.

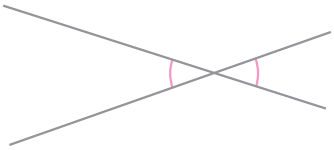
بپرسید!

بعد از اجرای این فعالیت دانش‌آموزان باید بتوانند تشخیص دهند که در کدام شکل دو زاویه‌ی متقابل‌به‌رأس وجود دارد. بنابراین پرسش سؤال‌هایی مثل «در شکل‌های زیر زاویه‌های متقابل‌به‌رأس کدام‌اند؟» می‌تواند مفید باشد.





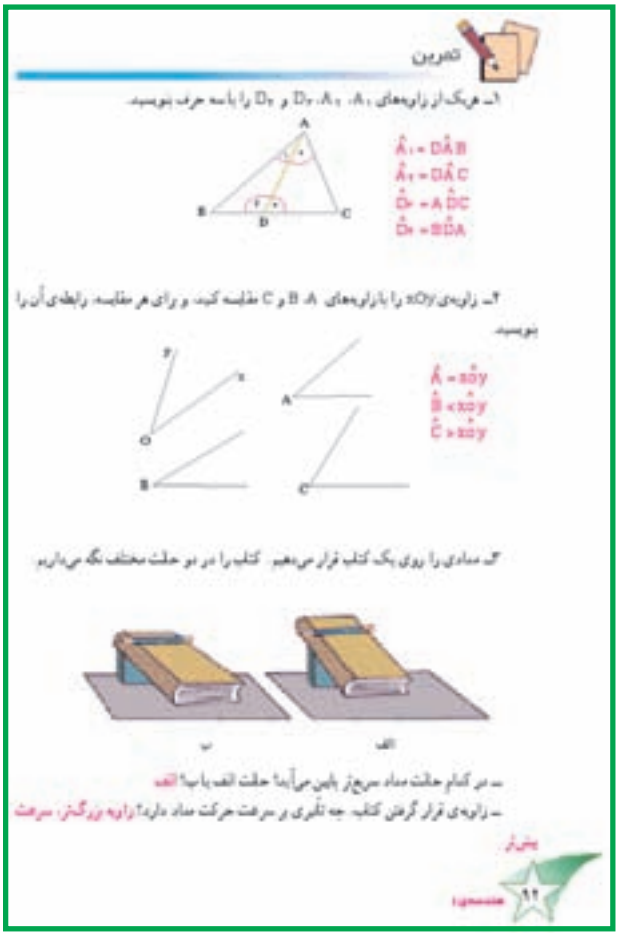




توصیه‌های آموزشی:

در حلّ تمرین‌های کتاب توجه داشته باشید که دانش‌آموزان نام‌گذاری و نوشتن نام زاویه‌ها را به‌درستی به‌کار ببرند.

در تمرین ۳ هدف بررسی کمّی و فیزیکی این پدیده نیست بلکه دانش‌آموزان با کسب تجربه‌ی عینی در مورد سؤال باید


تمرین

۱ـ هریک از زاویه‌های $\hat{A}_1$، $\hat{A}_2$، $\hat{D}_1$ و $\hat{D}_2$ را با سه حرف بنویسید.

$\hat{A}_1 = D\hat{A}B$
$\hat{A}_2 = D\hat{A}C$
$\hat{D}_1 = A\hat{D}C$
$\hat{D}_2 = B\hat{D}A$

۲ـ زاویه‌ی xOy را با زاویه‌های A، B و C مقایسه کنید و برای هر مقایسه، رابطه‌ی آن را بنویسید.

$\hat{A} = x\hat{O}y$
$\hat{B} < x\hat{O}y$
$\hat{C} > x\hat{O}y$

۳ـ مدادی را روی یک کتاب قرار می‌دهیم. کتاب را در دو حالت مختلف نگاه می‌داریم.

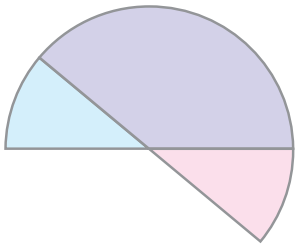
ب الف

ـ در کدام حالت مداد سریع‌تر پایین می‌آید؟ حالت الف یا ب؟ الف
ـ زاویه‌ی قرار گرفتن کتاب چه تأثیری بر سرعت حرکت مداد دارد؟ زاویه بزرگتر، سرعت

پاسخ آن‌را دریابند. توجه داشته باشید که هدف از طرح این سؤال فقط بیان تأثیر اندازه‌ی زاویه در یک پدیده است، نه بیش‌تر. مثال‌هایی نظیر تکیه‌دادن نردبان، پرتاب سنگ و ... نیز می‌تواند بعد از بحث این تمرین طرح شود.

فعالیت موازی:

دو طلق به شکل نیم‌دایره با رنگ‌های مختلف توسط دانش‌آموزان بریده شود ؛ سپس مرکز آن به کمک یک سوزن روی هم نگه داشته شوند با چرخاندن این طلق‌ها و بررسی تغییرات زاویه‌ها مفهوم دو زاویه‌ی متقابل‌به‌رأس بررسی شود.



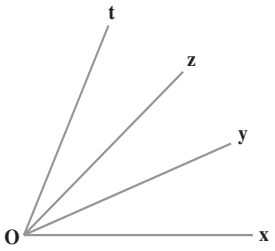
توسعه:

برای تکمیل این درس ذکر مثال‌هایی برای نوشتن روابط ریاضی بین زاویه‌ها لازم است. زاویه‌های کوچک با هم مساوی‌اند روابطی مثل رابطه‌های زیر را می‌توان نوشت :

$$x\hat{O}y + y\hat{O}z = x\hat{O}z$$

$$x\hat{O}t = ۳\, x\hat{O}y$$

$$z\hat{O}y = \frac{۱}{۲} x\hat{O}z$$



فعالیت خارج از کلاس:

۱ـ دانش‌آموزان با وسایلی مثل مقوا یا چوب زاویه‌ی متقابل به‌رأس بسازند.

۲ـ مانند تمرین ۳ کار در کلاس آزمایشی ترتیب دهند تا نقش و تأثیر زاویه را در یک پدیده مشخص کنند.

تلفیق با سایر دروس:

در تابلوهای نقاشی یا طرح‌های گرافیکی انواع زاویه‌ها را به دانش‌آموزان نشان دهید. نقش زاویه در آثار هنری می‌تواند مورد بحث قرار گیرد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

بررسی تساوی دو زاویه‌ی متقابل به‌رأس با استفاده از نرم‌افزارهای گرافیکی.

اندازه‌ی زاویه و واحد آن

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ در هنگام ورود به کلاس چند نوع نقالّه در اندازه‌ی مختلف به کلاس ببرید و روی میز خود بگذارید به‌طوری‌که توجه دانش‌آموزان را به خود جلب کند.

۲ــ روی یک مقوا یک زاویه‌ی یک درجه را با اضلاع بلند رسم کنید به‌طوری‌که زاویه، قابل تشخیص باشد.

۳ــ یک تصویر یا نقاشی انتخاب کنید. با ماژیک زاویه‌های آن را رنگ کنید تا از انتهای کلاس هم دیده شود. این تصویر را روی تخته نصب کنید.

شروع کنید:

دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با اندازه‌گیری زاویه و نقاله آشنا شده‌اند ؛ ولی در شروع درس، نیاز به یادآوری دارند. بنابراین ابتدا واحد «درجه» مطابق مطالب مطرح شده در کتاب به دانش‌آموزان معرفی، سپس نقاله به‌عنوان وسیله‌ی اندازه‌گیری به آن‌ها یادآوری می‌شود. می‌توانید در ادامه‌ی درس از خود دانش‌آموزان نیز کمک بگیرید. توجه داشته باشید که نحوه‌ی استفاده‌ی صحیح از نقاله باید در کلاس مطرح شود و نکاتی چون محل قرارگرفتن رأس، محل قرارگرفتن یک ضلع، نحوه‌ی خواندن عدد و تفاوت دو عدد نوشته شده روی نقاله باید برای دانش‌آموزان گفته شود. به کمک دانش‌آموزان زاویه‌های تند، قائمه و باز یادآوری شود. پس از خواندن متن درس از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

هدف کار در کلاس تمرین اندازه‌گیری زاویه با نقاله و تشخیص انواع زاویه‌هاست.

ادامه دهید:

بعد از حل و بررسی کار در کلاس زاویه‌هایی را روی تخته رسم کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مقدار این زاویه‌ها را تخمین بزنند سپس روش حدس‌زدن خود را برای کلاس

اندازه‌ی زاویه و واحد آن

اگر یک زاویه‌ی قائمه (راست) را به ۹۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت $\frac{1}{90}$ زاویه‌ی قائمه است. این زاویه را زاویه‌ی یک درجه می‌نامیم و آن را به‌عنوان واحد اندازه‌گیری زاویه به‌کار می‌بریم.

بنابراین، هر زاویه‌ی قائمه از ۹۰ زاویه‌ی یک درجه تشکیل شده است. اندازه‌ی یک زاویه‌ی قائمه، ۹۰ درجه است.

برای اندازه‌گیری زاویه از نقاله استفاده می‌کنیم. در شکل مقابل، اندازه‌گیری یک زاویه را به وسیله‌ی نقاله می‌بینید. اندازه‌ی این زاویه ۵۵ درجه است.

$x\hat{O}y = 55°$

کار در کلاس

۱ــ زاویه‌های بالا را با نقاله اندازه بگیرید و اندازه‌ی هریک را بنویسید.

۲ــ جمله‌های زیر را کامل کنید.

الف ــ زاویه‌ی تند از زاویه‌ی قائمه کوچک‌تر است.

ب ــ زاویه‌ی باز از زاویه‌ی قائمه بزرگ‌تر است.

پ ــ زاویه‌ی باز از زاویه‌ی نیم صفحه کوچک‌تر است.

ت ــ زاویه‌ای که اندازه‌ی آن از ۹۰ درجه کوتاه‌تر باشد، تند است.

ث ــ زاویه‌ای که اندازه‌ی آن از ۹۰ درجه بیش‌تر و از ۱۸۰ درجه کوتاه‌تر باشد، باز است.

۹۳ هندسه ۱

توضیح دهند.

زاویه‌ها را با نقاله‌ی خود اندازه بگیرید و حدس‌های دانش‌آموزان را بررسی کنید. با انجام این فعالیت کلاس را برای حلّ کار در کلاس بعدی آماده خواهید کرد.

توصیه‌ی آموزشی:

به‌علت تفاوت در وسایل اندازه‌گیری و عدم مهارت کافی دانش‌آموزان، بهتر است جواب تمرین‌ها با دقت ± 1 درجه قابل قبول اعلام شود. نقاله‌های موجود معمولاً دقیق نبوده و با هم اختلاف دارند.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ دانش‌آموزان ابتدا باید نوع زاویه‌ها را مشخص کنند سپس اندازه‌ی آن‌را تخمین بزنند. بعد از آن مقدار زاویه را اندازه بگیرند و با حدس خود مقایسه کنند. توجه داشته باشید که

هدف از حدس و تخمین زاویه‌ها این نیست که دانش‌آموزان به‌صورت شانسی و اتفاقی یک عدد را به‌عنوان حدس خود بیان کنند ؛ بلکه باید با یک روش منطقی و بیان یک استدلال قابل قبول حدود زاویه را تشخیص دهند و آن‌را اعلام نمایند، بررسی روش‌های دانش‌آموزان در هنگام حلّ این تمرین، بسیار مهم خواهند بود.

در تمرین ۲ هدف آمادگی دانش‌آموزان برای درس بعدی است. بنابراین جواب دقیق ۹۰° و ۱۸۰° برای این تمرین‌ها مهم خواهد بود.

در تمرین ۳ نیز هدف رسیدن به مجموع ۱۸۰ درجه برای زوایای داخلی مثلث مهم است. بنابراین اندازه‌گیری دقیق مورد تأکید است.

در تمرین ۴ هدف مهارت الگویابی است که به حلّ مسئله کمک خواهد کرد. بنابراین سعی کنید دانش‌آموزان را به این سمت هدایت کنید که جدولی تهیه کرده و نتایج به‌دست‌آمده را در آن ثبت کنند و سپس نتیجه‌ی خود را اعلام کنند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

بسیاری از دانش‌آموزان در استفاده از نقاله برای اندازه‌گیری زاویه اشتباهاتی انجام می‌دهند که باعث اندازه‌گیری نادرست آن‌ها می‌شود برای مثال، رأس زاویه را در مرکز نقاله قرارنمی‌دهند بلکه روی خط پایینی نقاله می‌گذارند و یا عددهای متناظر با علامات نقاله را صحیح نمی‌خوانند. برای جلوگیری از چنین اشتباهاتی لازم است موارد زیر به دانش‌آموزان تذکر داده شود :

۱ــ محل دقیق قرارگرفتن رأس زاویه (توجه داشته باشید که برخی از نقاله‌ها این نقطه را مشخص نکرده‌اند و بیشتر جنبه‌ی فانتزی دارند بنابراین استفاده از آن‌ها دقت اندازه‌گیری را کم می‌کند.)

۲ــ محل دقیق قرارگرفتن ضلع زاویه که باید دقیقاً روی نقطه‌ی صفر نقاله تنظیم شود.

۳ــ نحوه‌ی خواندن عدد متناظر با اندازه‌ی زاویه‌ی مورد نظر که باید از طرف صفر ضلع دیگر زاویه خوانده شود و تعداد علامت‌ها مشخص گردد تا اندازه‌ی زاویه به‌دست آید.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید در اندازه‌ای بزرگ‌تر از نقاله‌های معمولی یک نقاله‌ی مقوایی بسازند و فرایند ساخت این نقاله را در کلاس توضیح دهند هر نوع ابتکار و خلاقیت در ساخت و یا درجه‌بندی مورد تشویق قرارگیرد.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید در حیاط مدرسه یک زاویه‌ی غیرقائمه را در نظر بگیرند و با یک روش ابتکاری آن‌را دقیقاً اندازه‌گیری کنند، توجه داشته باشید که روش حل این مسئله بسیار مهم است.

۳ــ از دانش‌آموزان بخواهید نمونه‌هایی از زاویه‌های تند و باز را در طبیعت پیدا کنند.

تلفیق با سایر دروس:

از دانش‌آموزان بخواهید یکی از انواع زاویه (تند، قائمه، باز) را انتخاب کرده و یک نقاشی رسم کنند که در

آن همه‌ی زاویه‌ها از یک نوع باشند. ابتکار و خلاقیت‌ها در کلاس مورد تشویق قرار گیرد.

توسعه:

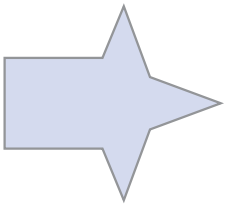
۱ــ معرفی واحد اندازه‌گیری گراد و رادیان یکی از مسیرهای توسعه‌ی این قسمت است.

۲ــ معرفی زاویه‌های بیش‌تر از 180° و 360° درجه و بررسی مثال‌هایی از کاربرد این زاویه‌ها نظیر چرخش یک پیچ‌گوشتی، محکم‌کردن یک پیچ، دویدن اطراف یک میدان، چرخاندن سنگ قلاب و... بحث جالبی در کلاس به‌وجود خواهد آورد.

۳ــ تقویت مهارت تخمین مقدار زاویه و محاسبه‌ی خطای آن به‌کمک ماشین‌حساب نیز مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم خواهد بود.

۴ــ بحث روی سؤالاتی مثل سؤالات روبه‌رو چالش‌های خوبی در کلاس ایجاد خواهد کرد.

۱ــ در شکل مقابل :



الف) چند زاویه می‌بینید.

ب) چند زاویه‌ی کوچک‌تر از 180° می‌بینید.

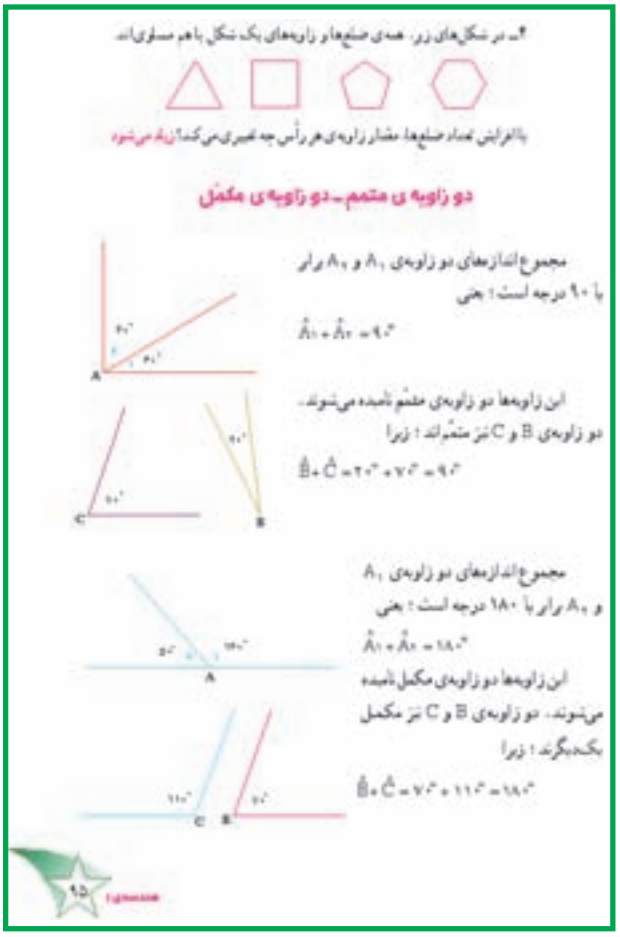
۲ــ یک شکل رسم کنید که در آن ۳ زاویه‌ی قائمه داشته باشد.

الف) یک شکل رسم کنید که در آن ۵ زاویه‌ی قائمه داشته باشد.

ب) یک شکل رسم کنید که در آن ۷ زاویه‌ی قائمه داشته باشد.

۵ــ پیدا کردن مجموع زوایای داخلی چندضلعی‌ها هم می‌تواند فعالیت‌هایی مناسب برای دانش‌آموزان باشد. فقط توجه داشته باشید که هدف این مسائل : فرضیه‌سازی، آزمون فرضیه و بیان یک فرضیه است، نه پرسیدن رابطه‌ی آن از دیگران.

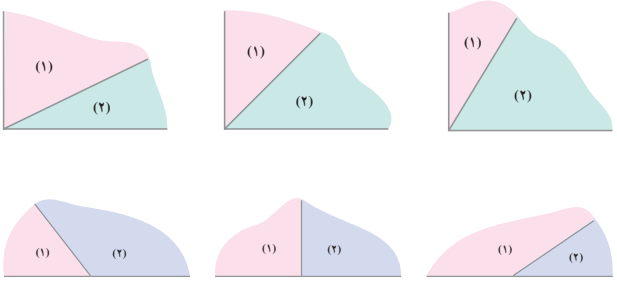
یادداشت معلم



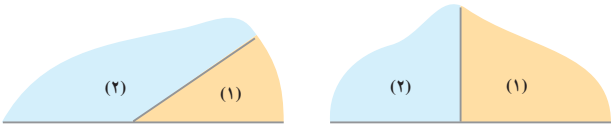
دو زاویه‌ی متمم و دو زاویه‌ی مکمل

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ مقواهایی رنگ‌شده به شکل زیر به دیوار کلاس آویخته شود می‌توانید از جلسه‌ی گذشته سفارش رنگ‌آمیزی آن‌را به دانش‌آموزان داوطلب بدهید.



۲ــ به کمک میله و لولا وسیله‌ای مشابه شکل زیر بسازید که میله‌ی وسط متحرک باشد، سپس از دانش‌آموزان بخواهید زاویه‌های ۱ و ۲ و را تخمین بزنند، (روش‌های تخمین مورد بررسی قرار گیرد) بحث را به این سمت بکشانید که با زیادشدن زاویه‌ی ۱ زاویه‌ی ۲ چه تغییری می‌کند؟ چه رابطه‌ای بین زوایای ۱ و ۲ وجود دارد؟



شروع کنید:

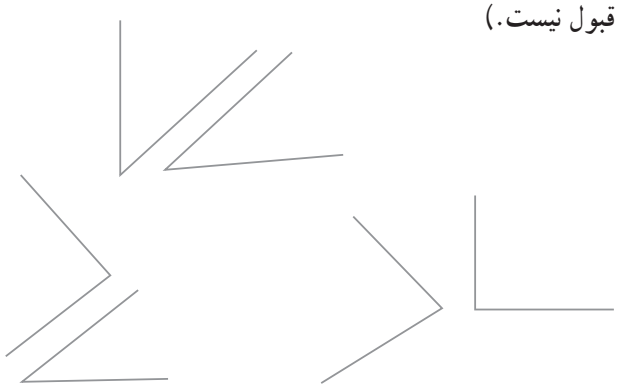
در طول درس‌های گذشته دانش‌آموزان با روش اندازه‌گیری زاویه و واحد آن آشنا شده‌اند و هدف اصلی این درس تنها معرفی دو زاویه‌ی متمم و دو زاویه‌ی مکمل هستند بنابراین با رسم شکل روی تخته و بیان این قرارداد و تأکید روی نام‌های متمم و مکمل قسمت اصلی تدریس پایان گرفته است.

توجه داشته باشید بیان شما به‌گونه‌ای نباشد که این نکته تداعی شود که زاویه‌های متمم با مکمل حتماً باید در کنار هم قرار گرفته باشند و تشکیل یک زاویه‌ی قائمه و یا نیم‌صفحه را داده باشند بلکه باید تدریس به گونه‌ای باشد که دانش‌آموز بفهمد که اگر دو زاویه‌ی متمم را کنار هم قرار دهند، حتماً یک زاویه‌ی قائمه تشکیل خواهد شد و اگر دو زاویه‌ی مکمل را کنار هم قرار دهند، یک زاویه‌ی نیم‌صفحه به‌وجود خواهد آمد. متن درس را از روی کتاب بخوانید.

فعالیت موازی:

برای اطمینان از درک این مطلب، می‌توانید فعالیت زیر را متناسب با کلاس خود طرح ریزی کنید.

زاویه‌های زیر را ببرید و بدون اندازه‌گیری مشخص کنید کدام زاویه‌ها متمم و کدام مکمل‌اند. (هیچ‌گونه اندازه‌گیری قابل قبول نیست.)



(**نکته:** برای تعیین قائمه‌شدن یا نیم‌صفحه‌شدن مجموع دو زاویه نیز، نباید از اندازه‌گیری استفاده کنند ؛ بلکه باید در اطراف خود دو زاویه‌ی قائمه و نیم‌صفحه بیابند و با انطباق روی آن نتیجه‌گیری کنند.)

ادامه دهید:

بعد از اطمینان از آشنایی کلاس با زاویه‌های متمم و مکمل ازآن‌ها بخواهید کار در کلاس را با دقت حل کنند.

هدف کار در کلاس:

این کار در کلاس دو هدف دارد

۱ــ تمرین تشخیص دو زاویه‌ی متمم یا مکمل

۲ــ درک این مطلب که دو زاویه‌ی متمم با یک زاویه، خود با هم مساوی‌اند و دو زاویه‌ی مکمل با یک زاویه، خود با هم مساوی‌اند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ برای بررسی تمرین‌های ۳ و ۴ کار در کلاس می‌توانید با استفاده از طلق رنگی، شکل‌های مربوط به آن را بسازید و سپس نتایج آن‌را بررسی کنید. توجه داشته باشید نتیجه‌گیری ریاضی و نوشتن آن با استفاده از نماد ریاضی، یکی از اهداف مهم این سؤال است که باید در کلاس بررسی گردد.

۲ــ در تمرین‌های پیدا کردن زاویه‌های مجهول سعی کنید دانش‌آموزان را به این نکته عادت دهید که برای جواب‌های خود مراحل راه‌حل را نیز بنویسند تا به کمک آن، مسیر فکری‌آنان مشخص شود.

۳ــ مسئله‌ی ۵ قسمت تمرین یکی از مسائلی است که نیاز به استدلال ریاضی دارد. بنابراین بررسی آن در کلاس باید با توجه به نمادهای ریاضی صورت گیرد.

۴ــ مسئله‌ی ۶ قسمت تمرین ممکن است جواب‌های مختلفی داشته باشد بنابراین ملاک درستی جواب دانش‌آموزان یک جواب یکسان نیست بلکه رعایت شروط مسئله است.

۵ــ در مسئله‌ی ۵ قسمت کار در کلاس به دانش‌آموزان اجازه دهید ایده‌های خود را به هر زبانی که می‌توانند مطرح کنند

کار در کلاس

سپس به آن‌ها کمک کنید تا ایده‌های طرح شده‌ی خود را به زبان ریاضی بنویسند.

بپرسید!

به‌کمک سؤالات زیر می‌توانید تا حدودی میزان درک دانش‌آموزان از مفاهیم طرح‌شده را بررسی کنید.

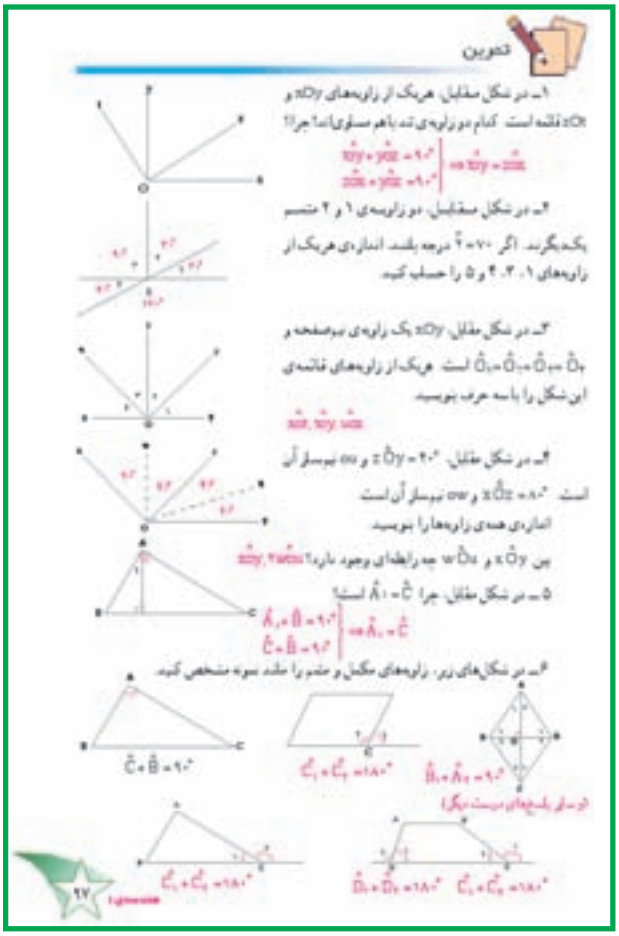
۱ــ چند زاویه می‌توان کشید که بین ۷۲ و ۷۳ درجه باشند؟

۲ــ چه‌قدر طول می‌کشد تا عقربه‌ی ساعت‌شمار 72° یا 270° بچرخد؟

۳ــ دو زاویه‌ی باز معرفی کنید که مکمل یک دیگر باشند.

تلفیق با سایر دروس:

از دانش‌آموزان بخواهید معنای کلمات متمم و مکمل را در ادبیات فارسی پیدا کنند و سعی کنند وجه تشابهی برای این نام‌گذاری در ریاضی بیابند.



فعالیت خارج از کلاس:

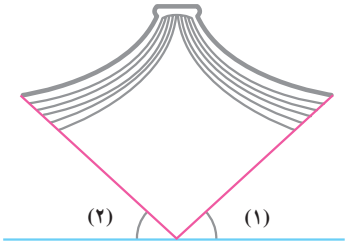
از دانش‌آموزن بخواهید در طبیعت یا زندگی روزمره و اطراف خود دو زاویه پیدا کنند که متمم یا مکمل یک‌دیگر باشند.

دلیل انتخاب خود را در کلاس نیز مطرح کنند.

توسعه:

طرح چنین سؤالاتی و بررسی آن در کلاس مسیر خوبی برای توسعه است.

۱ــ یک کتاب را مطابق شکل روی زمین در نظر بگیرید و رابطه‌ی زاویه‌ای ۱ و ۲ را پیدا کنید.



۲ــ دو زاویه‌ی قائمه را در نظر بگیرید سپس هرکدام را به دل‌خواه خود به دو زاویه تقسیم کرده و بریده و به دل‌خواه $\hat{1}$ و $\hat{2}$ بنامید. سپس زاویه‌های ۱ را کنار هم چسبانده و زوایای ۲ را نیز کنار هم قرار دهید؟

دو زاویه‌ی جدید چه ارتباطی با هم دارند؟

چگونه زاویه‌ها را به دو تکه تقسیم کنیم تا این دو زاویه‌ی به‌دست‌آمده قائمه باشند؟

۳ــ پیداکردن زاویه‌ی مجهول در شکل‌های مختلف، قسمت اصلی توسعه این درس است.

یادداشت معلم

دایره

موضوعات در یک نگاه

این عنوان فقط از یک درس تشکیل شده است. ابتدا به یادآوری اجزای دایره پرداخته می‌شود. پس از آن، به تعریف مکان هندسی دایره توجه شده و به کمک آن و محل تقاطع دو مکان هندسی دایره‌ای شکل نقاطی با ویژگی‌های موردنظر مسئله پیدا می‌شود. این موضوع در رسم مثلث بر حالت سه ضلع استفاده خواهد شد.

اهداف

درپایان فرایند آموزش، این درس انتظار می‌رود که هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ درک خوبی از تعریف مکانی هندسی دایره داشته باشد.

۲ــ اجزای دایره را بشناسد.

۳ــ با استفاده از تعریف دایره (مکان هندسی) نقطه‌هایی را که موردنظر مسئله‌های مختلف است پیدا کند. (از تقاطع مکان‌های هندسی استفاده کند.)

۴ــ اجزای مختلف مثل قطر، وتر و شعاع را روی دایره پیدا کرده و مشخص کند.

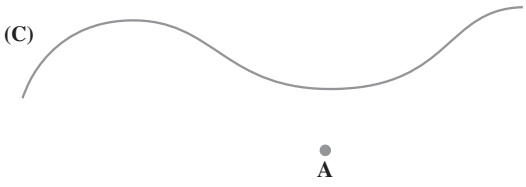
نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ نقاطی را پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از A کمتر از ۲cm باشند.

۲ــ یک دایره به شعاع ۲ سانتی‌متر رسم کنید. ۴ وتر به طول ۳ سانتی‌متر در آن رسم کنید. چند وتر به اندازه‌ی ۳ سانتی‌متر می‌توانید، رسم کنید.

بزرگ‌ترین وتری که می‌توان رسم کرد چه اندازه‌ای دارد؟

۳ــ نقاطی از منحنی (C) پیدا کنید که فاصله‌ی آن‌ها از A به اندازه‌ی ۱/۵ سانتی‌متر باشد.



شناسنامه‌ی مبحث دایره

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
تعریف دایره	۹۸ ۹۹ ۱۰۰	تعریف دایره اجزای دایره کاربرد تعریف دایره	ــ اجزای دایره (مرکز، شعاع، قطر، وتر، کمان) را بشناسد و نامگذاری کند. ــ تعریف دایره به‌عنوان مکان هندسی نقاطی که از یک نقطه به یک فاصله هستند را درک کند. ــ از این تعریف برای حلّ مسئله‌هایی که نقاطی با ویژگی‌های مشخص موردنظر هستند، استفاده کند.	ــ انجام فعالیت برای درک تعریف دایره ــ مطالعه‌ی متن درس برای شناسایی اجزای دایره ــ انجام فعالیت برای چگونگی استفاده از تعریف دایره در حلّ مسئله ــ انجام کار در کلاس برای تمرین حلّ مسئله	ــ پرگار آموزشی	کمان وتر

دایره

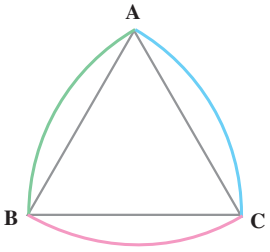
به‌نظر می‌رسد، دایره نخستین شکل هندسی باشد که انسان با آن آشنا شده باشد. خورشید و ستارگان در شکل ظاهری خود دایره‌اند. حرکت ظاهری خورشید در روز یک نیم‌دایره است که در سرزمین بابل آن را ۱۸۰ برابر قطر خورشید می‌دانستند و از همان‌جا محیط نیم‌دایره را به ۱۸۰ بخش و تمامی دایره را به ۳۶۰ بخش تقسیم کردند. هنوز «درجه»، یعنی $\frac{۱}{۳۶۰}$ محیط دایره، ارزش خود را حفظ کرده و با آن که بعد از انقلاب کبیر فرانسه، $\frac{۱}{۴۰۰}$ محیط دایره را «گراد» و $\frac{۱}{۱۰}$ گراد را «دسی‌گراد» و غیره نامیدند، هنوز «درجه»، «دقیقه» و «ثانیه» معمول‌تر است.

«رنگین‌کمان» هم، که بعد از باران در آسمان ظاهر می‌شود، اغلب به‌صورت نیم‌دایره است. ظرف‌ها و کوزه‌های اولیه‌ای که انسان می‌ساخته است، همه به شکل «دایره‌ای» و «گرد» درمی‌آمدند. نخستین خانه‌ها و منزل‌گاه‌ها با سقف‌های قبه‌ای و سردرهای هلالی‌شکل پیدا شدند. نخستین کسی که درباره‌ی دایره، از نظر هندسی بحث کرد، تالس بود که در حدود ۷۰۰ سال پیش از میلاد زندگی می‌کرد. او ثابت کرد، قطر دایره را به دو بخش برابر تقسیم می‌کند. همچنین ثابت کرد زاویه‌ی محاط در دایره که روبه‌روی قطر باشد، یک زاویه‌ی قائمه است.

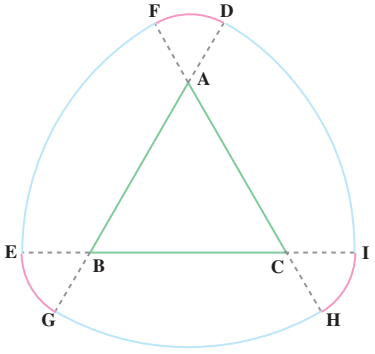
چرخ از اختراع‌های جالب انسان است که به شکل دایره است و موجب پیش بردن گونه‌های مختلف وسیله‌های نقلیه می‌شود. برای جابه‌جا کردن جسم‌های سنگین، مثل سنگ‌های عظیمی که برای ساختن هرم‌های مصر به‌کار می‌رفت، تنه‌های چوب را که خوب تراش خورده بودند موازی باهم روی زمین قرار می‌دادند، گاهی جسمی مسطح روی آن‌ها می‌گذاشتند، و بعد، ستون سنگی را که به‌ظاهر در کوره‌های دوردست ساخته و تراش داده بودند، روی آن قرار می‌دادند. با هُل دادن این مجموعه، صفحه با بار خود روی استوانه‌های چوبی می‌غلتید و به‌جلو می‌رفت. ضمن پیش رفتن، لازم بود هرکدام از چوب‌های استوانه‌ای را، به ترتیب، از عقب در جلو صفحه و روی زمین قرار دهند و با این وسیله و در واقع با غلتاندن ستون سنگی، آن را به روی کار می‌رساندند.

استوانه، مقطعی دایره‌ای شکل دارد و از هر طرف که بغلتد، فاصله‌ی صفحه‌ای که روی آن قرار گرفته است، با زمین ثابت می‌ماند. قطرهای دایره باهم برابرند و به همین مناسبت، دایره را یک منحنی بسته با پهناهای برابر می‌نامند.

ولی، منحنی‌های بسته با پهناهای برابر، به دایره پایان نمی‌یابد: منحنی‌های بسیاری وجود دارد که پهناهای برابر دارند و می‌توان از آن‌ها به‌جای دایره استفاده کرد. ساده‌ترین این منحنی‌ها مثلثی است به نام «مثلث رُولو» Reuleaux به نام یک مهندس آلمانی «فرانس رولو»



مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را درنظر بگیرید. به مرکز A و شعاع AB (ضلع مثلث) کمان BC به مرکز B و شعاع BC کمان CA و به مرکز C و شعاع CA کمان AB را رسم کنید. یک منحنی بسته به‌دست می‌آید که پهنای آن، در همه‌ی جهت‌ها یکی است، از این منحنی می‌توان به‌جای دایره استفاده کرد. این منحنی بسته را می‌توان هموارتر کرد.



اگر ضلع‌های مثلث متساوی‌الاضلاع را به طرف بیرون، و به اندازه‌ی $\frac{۱}{۳}$ ضلع‌ها ادامه دهیم، سپس به مرکز A و شعاع‌های AG و AD کمان‌هایی رسم کنیم و در همه‌ی رأس‌ها این عمل را انجام دهیم، منحنی بسته‌ای پیدا خواهد شد که پهنای آن در همه طرف برابر و مساوی DG خواهد بود ؛ درضمن گوشه‌های آن هم گرد می‌شود.

از پدیده‌ی دیگری هم که به دایره مربوط می‌شود، صحبت می‌کنیم. ثابت شده است که بدن انسان (و بسیاری از جانوران) تقارن کامل ندارد. به عنوان نمونه، پاهای راست و چپ اندکی باهم فرق دارد. در بیشتر انسان‌ها، پای راست اندکی قوی‌تر از پای چپ است و گام با پای راست اندکی بلندتر از گام با پای چپ است. بنابراین اگر چشم‌های کسی را ببندیم و او کوشش کند به طور مستقیم حرکت کند، حرکت او مستقیم نخواهد بود. چشم‌های کسی را ببندید و نشانه‌ای روبه‌رو برای او معین کنید. بی‌تردید ضمن حرکت، اگرچه گمان می‌کند که مستقیم رفته است، به راست یا چپ منحرف خواهد شد و اگر در سطح همواری قرار گیرد، بعد از مدتی به‌جای اول خود برخواهد گشت، یعنی روی محیط یک دایره حرکت می‌کند. شعاع این دایره نزدیک به ۶۰ تا ۱۰۰ متر است و هرچه تندتر برود، شعاع دایره کمتر خواهد شد. این ویژگی خاص انسان نیست : اسب با چشم‌های بسته در حرکت آزاد خود، روی محیط دایره‌ای پیش می‌رود. بسیاری از جانوران هم همین‌گونه‌اند و در حرکت خود، اگر آزاد باشند، روی محیط یک دایره حرکت می‌کنند.

یادداشت معلم

تعریف دایره

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ برای شروع این قسمت می‌توانید دانش‌آموزان را به حیاط ببرید و یک بازی طراحی کنید ؛ مثلاً طنابی به طول ۱متر بردارید و آن را در ارتفاع کم، روی زمین بچرخانید از دانش‌آموزان بخواهید تا کنار شما بایستند و با رسیدن طناب به بالا بپرند.

۲ــ عکس ماشین در شروع درس نیز، به نوعی یادآور کاربردهای دایره در زندگی روزمره است و می‌تواند انگیزه‌ی خوبی برای شروع درس ایجاد کند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید قسمت اوّل فعالیت ۱ را انجام دهند. دقت کنید که دانش‌آموزان به کمک خط‌کش نقاط خواسته شده را پیدا کنند. می‌توانید پس از اتمام این قسمت از دانش‌آموزان بخواهید پس از آن که اوّلین نقطه را پیدا کردند، چه روش‌هایی برای یافتن نقاط بعدی پیشنهاد می‌کنند. روش‌هایی که دانش‌آموزان پیشنهاد می‌کنند می‌تواند استفاده از نخ، نوار کاغذی، پرگار یا راه‌های دیگر باشد.

از دانش‌آموزان بخواهید قسمت دوّم فعالیت ۱ را آغاز کنند و به پرسش مطرح شده در آن در چند جمله پاسخ دهند. اجازه دهید دانش‌آموزان نتیجه را با جملات خود بیان کنند.

هدف فعالیت:

درک و کشف تعریف دایره، توسط دانش‌آموزان یکی از اهداف این فعالیت است. دانش‌آموزان را یاری دهید تا درمسیر درست گام بردارند و لذّت کشف این تعریف را بچشند.

آموزش دهید:

می‌توانید متن کتاب را با استفاده از شکل‌هایی که روی تخته رسم می‌کنید برای دانش‌آموزان توضیح دهید. لغت‌های کلیدی مرکز، شعاع، کمان و وتر را مورد تأکید قرار دهید.

بپرسید!

برای آن که از یادگیری این قسمت مطمئن شوید می‌توانید

دایره

تعریف دایره

فعالیت

سؤالاتی مانند نمونه مطرح کنید.

۱ــ شعاع دایره‌ای cm ۳ است. نقطه‌ی A روی آن قرار دارد و فاصله مرکز دایره از نقطه‌ی A cm ۲ است. آیا امکان دارد؟

۲ــ شعاع دایره‌ای cm ۲ است و وتری به طول cm ۲ دارد. آیا امکان دارد؟

وتری به طول cm ۴، cm ۶ و cm ۵ چطور؟

۳ــ هر وتر دردایره دو کمان از آن را جدا می‌کند. چرا کمان بزرگ‌تر را به سه حرف نمایش می‌دهیم؟

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت چگونگی استفاده از تعریف دایره در حلّ مسئله‌ها است.

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت بعدی را انجام دهند. در قسمت

الف وب از پرگار استفاده کنند، در قسمت ب برای مشخص کردن نقاط می‌توانند حرف بزرگ به‌کار برند و نقاط را نام‌گذاری کنند. برای قسمت ت فرصت کافی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید تا با بحث در گروه حالات مختلف قرار گرفتن دو دایره را بیابند[1] سپس می‌توانید نتایجی را که گروه‌های مختلف به‌دست آورده‌اند، در کلاس بررسی کنید.

مشاهده کنید:

در زمانی که دانش‌آموزان مشغول انجام فعالیت هستند مشاهده کنید که آیا درست از پرگار استفاده می‌کنند؟ آیا شعاع موردنظر را دقیق اندازه می‌گیرند و دایره را دقیق رسم می‌کنند؟ آیا برای یافتن پاسخ سؤال قسمت پ درست استدلال می‌کنند؟ آیا در قسمت ت بحث گروهی‌شان در مسیر درستی قرار گرفته است؟ می‌توانید با راهنمایی خود آن‌ها را در مسیر کشف پاسخ‌های صحیح هدایت کنید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به‌صورت فردی حل و سپس در گروه بررسی کنند.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ و ۲ کار در کلاس هدف درک مفهوم کمان است تا در مبحث رسم مثلث دانش‌آموزان بتوانند در جای خود از کمان استفاده کنند و روش به‌کار رفته را استدلال کنند.

ادامه دهید:

تمرین‌های این قسمت می‌تواند به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان پیشنهاد و درجلسه‌ی بعد در کلاس بررسی شود. تمرین دوم نمونه‌ای از سؤالات کاربردی برای این درس است.

تلفیق با سایر دروس:

۱ــ طراحی با کمک دایره‌های متقاطع و رنگ‌آمیزی آن‌ها برای برخی دانش‌آموزان لذت‌بخش است. استفاده از وسیله‌های سرگرمی و شکل‌ساز نیز، جالب است. دانش‌آموزان می‌توانند طرحی از صورت یک نفر فقط با استفاده از دایره بسازند.

۲ــ بحث در مورد نصف النهار و مدارها روی کره جغرافی

۳ــ استفاده از دایره در علائم راهنمایی و رانندگی و معنای تابلوی دایره شکل

فعالیت خارج از کلاس:

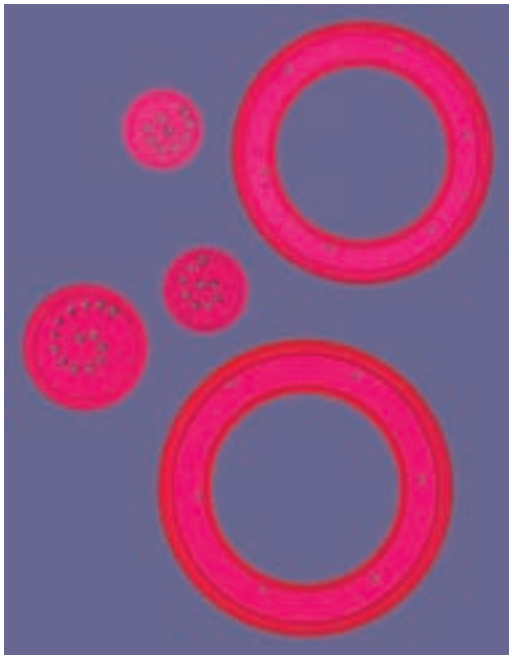
۱ــ می‌توانید با طرح این پرسش که اگر دایره نبود چه می‌شد؟ دانش‌آموزان را به نوشتن یک داستان با عنوان یک روز بدون دایره، تشویق کنید.

۱ــ حالت‌های مختلف قرارگرفتن دو دایره‌ی نامساوی

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید تنها با استفاده از یک طناب و گچ، یک دایره‌ی کاملاً دقیق در حیاط رسم کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

استفاده از ابزارهای دایره‌ای که با استفاده از آن‌ها می‌توان شکل‌های مختلف رسم کرد به نوعی کار با تکنولوژی است. می‌توانید در کلاس از این ابزار استفاده کنید و با دانش‌آموزان درباره‌ی چگونگی پدید آمدن اشکال بحث کنید.

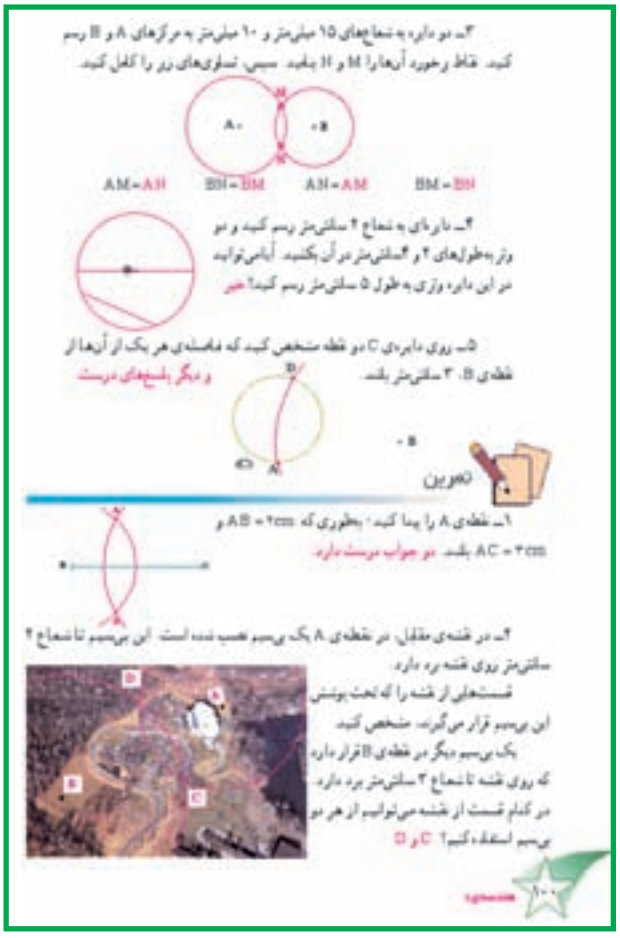


توسعه:

مبحث دایره را می‌توانید در هر یک از شاخه‌های زیر با توجه به توانایی‌های کلاستان گسترش دهید.

۱ــ بررسی تساوی دو دایره

۲ــ بحث روی انواع حالت‌های بین دو دایره و رابطه‌ی آن با فاصله‌ی مرکز آن دو دایره.



۳ــ یافتن نقطه‌ای که از ۳ نقطه‌ی مشخص به فاصله‌های مشخص قرار گرفته باشد و بررسی وجود یا عدم وجود جواب.

۴ــ بررسی دایره‌هایی که تنها یک وتر از آن‌ها معلوم است.

۵ــ طرح یک مسئله درباره‌ی بُرد رادار، بمب و یا روشنایی لامپ و حلّ آن روی نقشه.

رسم مثلث

موضوعات در یک نگاه

در این بخش، چگونگی رسم مثلث در سه حالت مختلف بررسی می‌شود. هدف از این درس‌ها علاوه بر آموزش چگونگی رسم مثلث در حالت‌های مختلف درک این نکته است که در هر سه حالت تنها یک مثلث به‌دست می‌آید. از این موضوع در درس‌های بعدی (تساوی مثلث‌ها) برای بررسی حالت‌های تساوی دو مثلث استفاده خواهد شد.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود که هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ مثلث را با داشتن اندازه‌ی سه ضلع، رسم کند و بداند با مشخص بودن سه ضلع فقط یک مثلث رسم می‌شود.

۲ــ مثلث را با داشتن اندازه‌ی دو ضلع و زاویه‌ی بین رسم کند و بداند با مشخص بودن دو ضلع و زاویه‌ی بین فقط یک مثلث رسم می‌شود.

۳ــ مثلث را با داشتن اندازه‌ی دو زاویه و ضلع بین رسم کند و بداند با مشخص بودن دو زاویه و ضلع بین فقط یک مثلث رسم می‌شود.

۴ــ از رسم مثلث در حالت های مختلف برای حلّ مسئله‌ها استفاده کند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که وترش ۵ سانتی‌متر و یک زاویه‌ی آن 40° باشد.

۲ــ مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که اندازه‌ی قاعده‌ی آن ۳ سانتی‌متر و اندازه‌ی زاویه‌ی رأس آن 50° باشد.

۳ــ مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که اندازه‌ی ساق آن ۴ سانتی‌متر و زاویه‌ی مجاور به قاعده‌ی آن 50° باشد.

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث رسم مثلث

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
رسم کردن مثلث در حالت سه‌ضلع	۱۰۱ ۱۰۲	رسم مثلث در حالت سه ضلع	ــ مثلث را با معلوم بودن سه ضلع آن رسم کند. ــ درک کند که با معلوم بودن سه ضلع فقط یک مثلث رسم می‌شود.	ــ انجام فعالیت برای درک منحصر به فرد بودن مثلث و رسم ضلع ــ حلّ کار در کلاس برای تمرین رسم مثلث در حالت سه ضلع	ــ پرگار آموزشی ــ خط‌کش	ــ
رسم کردن مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین	۱۰۲	رسم مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین	ــ مثلث را با معلوم بودن دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها رسم کند. ــ درک کند که با معلوم بودن دو ضلع و زاویه‌ی بین فقط یک مثلث رسم می‌شود.	ــ انجام فعالیت برای درک منحصر به فرد بودن مثلث در رسم دو ضلع و زاویه‌ی بین ــ حل کار در کلاس برای تمرین رسم مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین	ــ نقاله‌ی آموزشی ــ خط‌کش	ــ
رسم کردن مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین	۱۰۳ ۱۰۴	رسم مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین	ــ مثلث را با معلوم بودن دو زاویه و ضلع بین آن‌ها رسم کند. ــ درک کند که با معلوم بودن دو زاویه و ضلع بین فقط یک مثلث رسم می‌شود. ــ از سه حالت رسم در حلّ مسئله‌ها استفاده کند.	ــ انجام فعالیت برای درک منحصر به فرد بودن مثلث در رسم دو زاویه و ضلع بین ــ حل کار در کلاس برای تمرین رسم مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین	ــ نقاله‌ی آموزشی ــ خط‌کش	ــ

برابری مثلث‌ها

دو مثلث وقتی برابرند که :

۱ــ سه ضلع آن‌ها نظیر به نظیر برابر باشند ؛

۲ــ دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلثی با نظیر خود در مثلث دیگر برابر باشد.

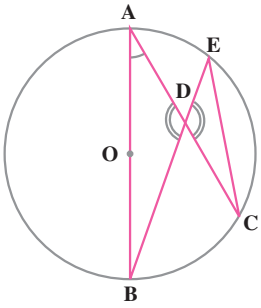
۳ــ دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلثی با نظیر خود در مثلث دیگر برابر باشند ؛

۴ــ دو ضلع و زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر با نظیر خود در مثلث دیگر برابر باشند.

سه پایه از چهار پایه پایدارتر است ؛ زیرا مثلث، وقتی سه ضلع آن معلوم باشد، پایدار است، در حالی که چهار ضلعی با معلوم بودن چهارضلعی پایداری ندارد. مستطیلی درنظر بگیرید که در گوشه‌های خود لولا داشته باشد، در این‌صورت با فشار دادن دو رأس روبه‌رو به طرف هم، می‌توان آن را به متوازی‌الاضلاع‌هایی با زاویه‌های مختلف تبدیل کرد. به همین مناسبت در چهار پایه، برای پایداری، پایه‌ها را به هم وصل می‌کنند.

آیا اگر سه زاویه و یک ضلع از مثلثی با سه زاویه و یک ضلع از مثلث دوم، برابر باشند، دو مثلث برابرند؟ به این نمونه توجه کنید :

در دایره‌ای به مرکز O ، قطر AB را رسم کرده‌ایم. AC وتری است که از مرکز نگذشته است. از B به نقطه‌ی D وسط وتر AC رسم کرده‌ایم و امتداد داده‌ایم تا دایره را در نقطه‌ی E قطع کند. E را به C وصل کرده‌ایم. دو مثلث ABD و EDC در



سه زاویه و یک ضلع باهم برابرند ($\hat{A} = \hat{E}$ ، $\hat{B} = \hat{C}$ و $E\hat{D}C = A\hat{D}B$)، ضلع‌های AD و DC هم با یکدیگر برابرند. آیا دو مثلث برابرند، که در این صورت AB با EC (هردو روبه‌رو به زاویه‌های برابرند) برابر می‌شوند؟ اشتباه را پیدا کنید.

یادداشت معلم

رسم کردن مثلث ـ در حالت سه ضلع

ایجاد انگیزه کنید:

می‌توانید چند نوار کاغذ رنگی به کلاس بیاورید و در کنار تخته به‌صورت مثلث به دیوار بچسبانید.

می‌توانید با طرح یک داستان، کاربردی از تساوی مثلث را بیان کنید ؛ مثلاً زهرا یک باغچه‌ی مثلثی زیبا دارد، زهره هم می‌خواهد یک باغچه مثل آن در حیاط خانه‌شان درست کند. زهرا به او می‌گوید که نمی‌تواند درست مانند آن را بسازد، ولی زهره تلاشش را می‌کند و موفق می شود! چگونه؟

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید سه فعالیت مطرح شده در این قسمت را به ترتیب انجام دهند. از آن‌ها بخواهید در هر فعالیت هرچند مثلث متفاوت که می‌توانند رسم کنند.

هدف فعالیت:

پس از آن که هرسه فعالیت در کلاس انجام شد. دانش‌آموزان باید به این نکته که برای یک شکل شدن مثلث‌ها باید سه ضلع آن‌ها را دانست و داشتن یک یا دو ضلع کافی نیست پی برده باشند.

مشاهده کنید:

زمانی که دانش‌آموزان فعالیت‌ها را انجام می‌دهند مشاهده کنید که آیا سعی خود را برای کشیدن مثلث‌های متفاوت می کنند؟ آیا از آموخته‌هایشان در مبحث دایره، درست استفاده می کنند؟ آیا به نتایج درستی رسیده‌اند؟

توصیه‌های آموزشی:

در هر قسمت از فعالیت چگونگی رسم مثلث‌ها را از دانش‌آموزان بپرسید و آن‌ها را وادار کنید که توضیح دهند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را

رسم مثلث

رسم کردن مثلث در حالت سه ضلع

فعالیت

انجام دهند و مثلث‌هایی را که رسم کرده‌اند با استفاده از روش‌هایی که در قسمت انطباق آموخته‌اند باهم گروهی‌های خود مقایسه کنند.

هدف کار در کلاس :

هدف این دو تمرین فقط تمرین رسم مثلث در حالت سه ضلع است.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید با ردکردن طناب از درون سه قطعه لوله و گره زدن طناب یک مثلث لوله‌ای بسازند. از آن‌ها بپرسید آیا می‌توان آن را حرکت داد و به شکل‌های مختلف درآورد؟ یک چهارضلعی لوله‌ای را چطور؟

چرا با یک چهارضلعی لوله‌ای می‌توان شکل‌های زیادی

کار در کلاس

رسم کردن مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین

فعالیت

کار در کلاس

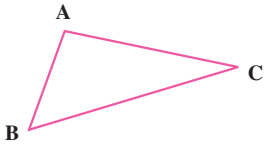
ساخت ؛ ولی با مثلث لوله‌ای نمی‌توان؟

توسعه:

در تکمیل این درس باید ارتباط رسم مثلث در حالت سه ضلع را با درس دایره برای دانش‌آموزان آشکار کنید. هم‌چنین در مورد رابطه‌های نامساوی در مثلث‌ها و این که در چه صورت مثلث رسم نمی‌شود، صحبت کنید. برای مثال، در مثلث زیر داریم :

$$AB + AC > BC$$

$$BC - AB < AC$$



رسم کردن مثلث در حالت دو ضلع و زاویه بین

هدف فعالیت:

این فعالیت دانش‌آموزان را به یافتن حالت دیگری برای رسم مثلث‌های یکسان آشنا می‌کند. اجازه دهید دانش‌آموزان سعی کنند مثلث‌های متفاوتی رسم کنند و سپس نتیجه بگیرند که مثلث‌های رسم شده با اطلاعات داده شده در قسمت آخر باهم مساوی هستند.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت این قسمت را انجام دهند و به پرسش مطرح شده در آن پاسخ گویند. سپس مثلث‌هایی را که رسم کرده‌اند با گروه‌های دیگر مقایسه کنند. پس از انجام فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید هر یک کار در کلاس را انجام داده و مثلث‌هایی که رسم کرده‌اند را با دیگر اعضای گروهشان مقایسه نمایند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

هنگامی که دانش‌آموزان مشغول انجام فعالیت هستند دقّت کنید که آیا آن‌ها از نقاله، درست استفاده می‌کنند؟ زیرا بعضی از دانش‌آموزان ممکن است به‌جای زاویه‌ی 55° مکمل آن یعنی زاویه‌ی 125° رسم کنند.

هدف کار در کلاس :

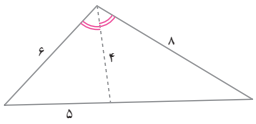
تمرین رسم مثلث درحالت دو ضلع و زاویه‌ی بین، هدف اصلی کار در کلاس است.

فعالیت خارج از کلاس:

با طرح این پرسش که آیا سایه‌ی یک مثلث قائم‌الزاویه همیشه قائم‌الزاویه است؟ مثلث متساوی‌الساقین چطور؟ مثلث متساوی‌الاضلاع چطور؟ دانش‌آموزان را برای فعالیتی خارج از کلاس آماده و تشویق کنید.

توسعه:

رسم مثلث در حالت‌های دیگر. مثلاً : با داشتن دو ضلع، نیم‌ساز زاویه‌ی بین آن‌ها و فاصله‌ی پای نیم‌ساز تا یکی از رأس‌های مثلث :



توصیه‌ی آموزشی:

فعالیت مربوط به این قسمت را هم می‌توانید در کلاس به‌صورت چند مرحله‌ای انجام دهید. ابتدا با داشتن یک ضلع و یک زاویه، از دانش‌آموزان بخواهید مثلثی رسم کنند سپس با توجه به این‌که جواب‌های متفاوتی خواهند یافت، اطلاعات را به دو ضلع و زاویه‌ی بین گسترش دهید.

رسم کردن مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین

شروع کنید:

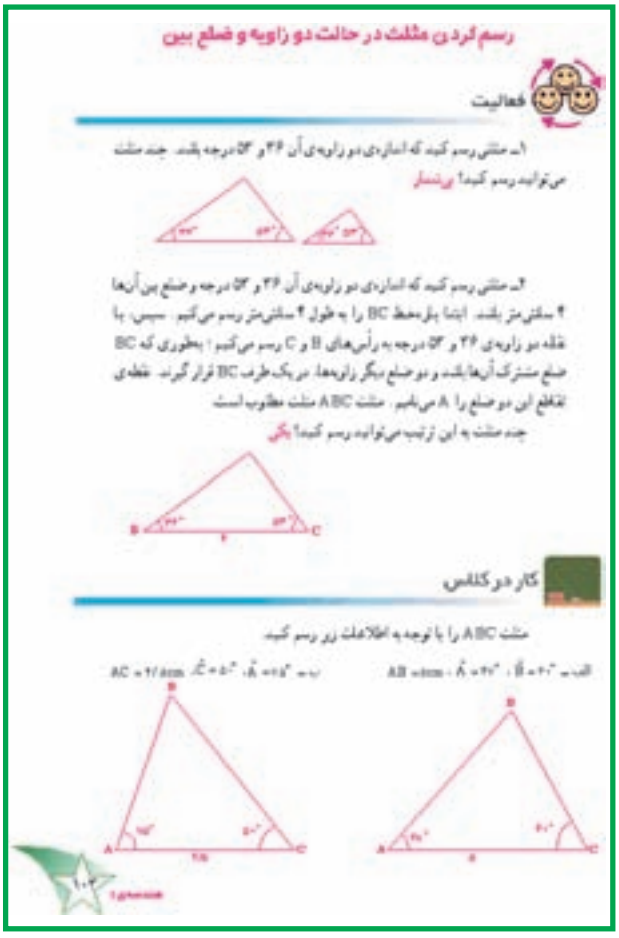
از گروه‌ها بخواهید فعالیت‌های این قسمت را به ترتیب انجام دهند و به سؤال مطرح شده در فعالیت ۲ پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت یافتن این نکته است که با داشتن دو زاویه و ضلع بین آن‌ها می‌توان تنها یک سری مثلث‌های یکسان رسم کرد. چگونگی رسم مثلث در این حالت نیز در فعالیت ۲ آمده است.

مشاهده کنید:

در مدتی که دانش‌آموزان فعالیت‌ها را انجام می‌دهند توجه کنید که آیا متن فعالیت را با دقّت می‌خوانند؟ آیا به‌صورت گام‌به‌گام مراحل را انجام می‌دهند؟ آیا در مسیر درست گام برداشته و به نتایج صحیح رسیده‌اند؟


رسم کردن مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین

فعالیت

کار در کلاس

هدف کار در کلاس :

هدف این کار در کلاس، تمرین رسم مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را ابتدا به‌صورت فردی حل کنند و سپس در گروه با انطباق مثلث‌های رسم شده درستی پاسخ‌هایشان را بررسی نمایند. تمرین این قسمت را به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید. پس از آن که هر دانش‌آموز تمرین را حل کرد می‌توانید از آن‌ها بخواهید در گروهشان به بررسی درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان بپردازند. دقّت کنید که در قسمت ب تمرین ۱ مثلث یک زاویه‌ی باز دارد، در سؤال ۳ و ۴ این تمرین فقط باید از پرگار و خط‌کش غیرمدرّج استفاده شود. درباره‌ی تمرین ۸ در کلاس گفت‌وگو و حالت‌های مختلف را بررسی کنید و در تمرین ۹ هدف، رسم دقیق مثلث و مشاهده‌ی یکی از کاربردهای مبحث اخیر است.

تمرین

۱ـ مثلث ABC را با توجه به اطلاعات زیر رسم کنید.

الف ـ AB = ۵cm ، AC = ۴cm ، $\hat{A} = ۷۸^\circ$ رسم مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین

ب ـ BC = ۴/۲cm ، $\hat{B} = ۱۱۴^\circ$ ، $\hat{C} = ۲۸^\circ$ رسم مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین

پ ـ AB = ۶cm ، AC = ۵/۵cm ، BC = ۲cm رسم مثلث در حالت سه ضلع

۲ـ مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که طول ضلع‌های زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۳ و ۴ سانتی‌متر باشد. سپس، وتر آن را اندازه بگیرید. وتر آن ۵ سانتی‌متر خواهد بود.

۳ـ مثلثی رسم کنید که ضلع‌های آن به ترتیب _____ ، _____ ، _____ با یک‌خط‌های شکل مقابل مساوی باشند.

رسم مثلث در حالت سه ضلع

۴ـ مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که طول قاعده‌ی آن ۳ سانتی‌متر و هر یک از ساق‌های آن ۲/۵ سانتی‌متر باشد. رسم مثلث در حالت سه ضلع

۵ـ مثلثی رسم کنید که هر ضلع آن با یک‌خط شکل زیر، متساوی باشد. سپس، زاویه‌های آن را اندازه بگیرید. آیا زاویه‌ها با هم مساوی‌اند؟ بله

رسم مثلث در حالت سه ضلع

۶ـ چهارضلعی ABCD را رسم کنید. برای این کار می‌توانید ابتدا مثلث ACD و سپس مثلث DBC را رسم کنید. رسم مثلث در حالت دو زاویه و ضلع بین

۷ـ آیا می‌توانید مثلثی رسم کنید که طول سه ضلع آن ۳، ۴ و ۸ سانتی‌متر باشد؟ چرا؟ خیر. چون مجموع ۳ و ۴ از ۸ کوچکتر است.

۸ـ فاصله‌ی یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله‌ی فانوس دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله‌ی دو کشتی A و B از یک‌دیگر ۴ کیلومتر است. هم‌اکنون فانوس دریایی نور خود را روی کشتی B انداخته است. نورافکن چند درجه باید بچرخد تا نور آن روی کشتی A بیفتد؟ هنگام رسم کردن نقشه‌ی خود، هر ۲ کیلومتر را ۱ سانتی‌متر در نظر بگیرید.

رسم مثلث در حالت سه ضلع و اندازه‌گیری زاویه

رسم

الف ـ نقاط ۱ را به ۳، ۳ را به ۵، ۵ را به ۲، ۲ را به ۴، ۴ را به ۱ و ۶ را به هر پنج نقطه وصل کنید. سپس خطوط اضافی را پاک کنید تا شکل ستاره به‌دست آید.

ب ـ ۱ـ وسط کاغذ را پیدا کنید.

۲ـ دایره‌ای به مرکز وسط کاغذ و شعاع ۶ سانتی‌متر رسم کنید.

۳ـ با استفاده از زاویه‌ای که اندازه‌ی آن ۷۲ درجه و رأس آن روی مرکز دایره است، نقاط ۱ و ۲ را پیدا کنید.

۴ـ با رسم کردن ۳ زاویه‌ی ۷۲ درجه‌ی دیگر، نقاط ۳، ۴ و ۵ را نیز روی دایره پیدا کنید.

۵ـ مانند قسمت الف، نقاط را به هم وصل کنید و قسمت‌های اضافی را پاک کنید.

پ ـ شکل نهایی

در این رسم، کمترین دقیق زاویه‌ی ۷۲ درجه و پیدا کردن نقطه‌های ۱ تا ۵، اهمیت زیادی دارد. از ابتدا توجه داشته باشید که در اندازه‌ی کار، دایره و قسمتی از خطوط را پاک خواهید کرد.

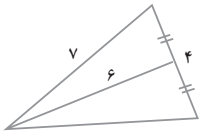
۱۰۵ هندسه ۱

تلفیق با سایر دروس:

کشیدن نقاشی با مثلث‌های مختلف مساوی یا نامساوی می‌تواند لذت‌بخش باشد.

توسعه:

۱ـ رسم مثلث در حالت‌های دیگر. مثلاً : دو ضلع و میانه‌ی یکی از آن‌ها و بحث در مورد حالت دو زاویه و ضلع غیر بین که به‌حالت دو زاویه و ضلع بین تبدیل می‌شود.



۲ـ بحث در مورد حالت دو ضلع و زاویه‌ی غیر بین که دو نوع مثلث به‌دست می‌آید، نیز برای کلاس می‌تواند جالب و آموزنده باشد.

رسم

تفاوت اصلی این رسم با سایر رسم‌ها استفاده از پرگار و نقاله در کشیدن آن است. برای دانش‌آموزان شاید این رسم مشکل و عجیب به‌نظر آید ولی باید آن را به‌گونه‌ای توضیح داد تا این ابهام برطرف گردد. پیدا کردن محل کشیدن این رسم در برگه‌ی A4 نیز برای دانش‌آموزان جدید است.

شروع کنید:

مانند گذشته از دانش‌آموزان بخواهید شکل را به‌گونه‌ای کامل کنند تا شکل نهایی رسم به‌دست آید. در صورت امکان از آن‌ها بخواهید ابتدا سعی کنند خودشان الگوی نحوه‌ی به‌هم وصل کردن نقاط را بیابند. از آن‌ها بخواهید راه حلی برای پیدا کردن این الگو ارائه دهند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

کادر این رسم در واقع یک دایره است که به مرکز وسط

دایره و به شعاع ۶ سانتی‌متر قرار گرفته است، بنابراین در ابتدای کار این دایره را رسم کنید.

۲ــ نقطه‌ای دلخواه روی محیط دایره درنظر بگیرید و آن را نقطه‌ی ۱ بنامید و شعاع مربوط به این نقطه از دایره را رسم کنید. به کمک این شعاع و با استفاده از نقاله، یک زاویه‌ی ۷۲° بکشید و محل برخورد ضلع دیگر آن را با دایره نقطه‌ی ۲ بنامید و این کار را تا پیدا کردن ۵ نقطه ادامه دهید و مرکز دایره را نقطه‌ی ۶ بنامید.

۳ــ طبق دستورالعمل داده شده نقاط ۱ و ۳، ۳ و ۵، ۵ و ۲، ۲ و ۴، ۴ و ۱ را به‌هم وصل کنید. با وصل کردن این نقاط و شعاع‌های کشیده شده (خطوطی بین نقطه‌ی ۶ و ۵ نقطه‌ی دیگر) رسم کامل می‌شود.

۴ــ کافی است که محیط دایره و خطوط اضافی را با توجه به شکل اصلی پاک کنید، تا شکل ستاره نمایان شود.

نکات مهم این رسم

۱ــ کشیدن زاویه‌ی ۷۲° به این دلیل است که در محیط ۳۶۰ درجه‌ای دایره باید ۵ زاویه‌ی مساوی ایجاد شود و بنابراین باید زوایا را به اندازه‌ی $\frac{۱}{۵}$ زاویه‌ی ۳۶۰ درجه، یعنی ۷۲° درنظر گرفته شود.

۲ــ با توجه به نقش اصلی زاویه‌ها در این رسم دقت در رسم زاویه‌ی ۷۲° بسیار اهمیت دارد و باعث زیبایی رسم خواهد شد.

۳ــ از ابتدای رسم توجه داشته باشید که بسیاری از قسمت‌های خطوط کشیده شده باید پاک شوند بنابراین فشار مداد را بر روی کاغذ متناسب با آن تنظیم کنید.

۴ــ انتخاب نقطه‌ی اوّلیه بر روی محیط دایره فقط باعث چرخش ستاره می‌شود و مشکلی در رسم ایجاد نخواهد کرد.

توسعه:

از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به تکنیک موجود در این رسم و با بیشتر کردن تعداد نقاط رسم‌های ابتکاری خود را ارائه دهند. این تلاش می‌تواند به عنوان یک فعالیت خارج از کلاس درنظر گرفته شود.

تمرین دوره‌ای ۱

۱ــ جمله‌های درست را با ✓ و جمله‌های نادرست را با × مشخص کنید.

✓ الف ــ یکی از مقسوم‌علیه‌های هر عدد طبیعی، عدد یک است.

× ب ــ هر عدد طبیعی فقط یک مقسوم‌علیه اول دارد.

✓ پ ــ هر عدد طبیعی بر تمام مقسوم‌علیه‌هایش بخش‌پذیر است.

× ت ــ از دو عدد، تنها یکی بر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها بخش‌پذیر است.

✓ ث ــ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، بر آن دو عدد بخش‌پذیر است.

✓ ج ــ کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر، کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌هاست.

۲ــ زیر اعدادی که بر ۳ بخش‌پذیرند، خط بکشید.

۱۲۵۱ ، ۹۲۰۱ ، ۱۲۵۴ ، ۷۰۳ ، ۵۴۱

۳ــ اعدادی را که بر ۹ بخش‌پذیرند، مشخص کنید.

۱۹۱۹ ، ۸۰۰۱ ، ۴۰۱۲۲ ، ۹۹۳ ، ۷۱۱

۴ــ مقسوم‌علیه‌های اول ۱۸ را بنویسید. ۲ و ۳

۵ــ مقسوم‌علیه‌های اول ۲۸ را مشخص کنید. ۲ و ۷

سپس، نمودار مقسوم‌علیه‌های ۲۸ را رسم کنید.

۶ــ می‌دانید که مقسوم‌علیه‌های اول ۳۰، عددهای ۲، ۳ و ۵ هستند. شکل مقابل را کامل کنید تا نمودار مقسوم‌علیه‌های ۳۰ را به‌دست آورید. در این شکل، خط نارنجی نقسیم به ۲، خط قرمز تقسیم به ۳ و خط آبی تقسیم به ۵ را نشان می‌دهد.

۷ــ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک هر دو عدد را حساب کنید.

۱۵ = ۷۵ ، ۱۰۵ ۸ = ۵۶ ، ۹۶ ۲ = ۴۸ ، ۲۸

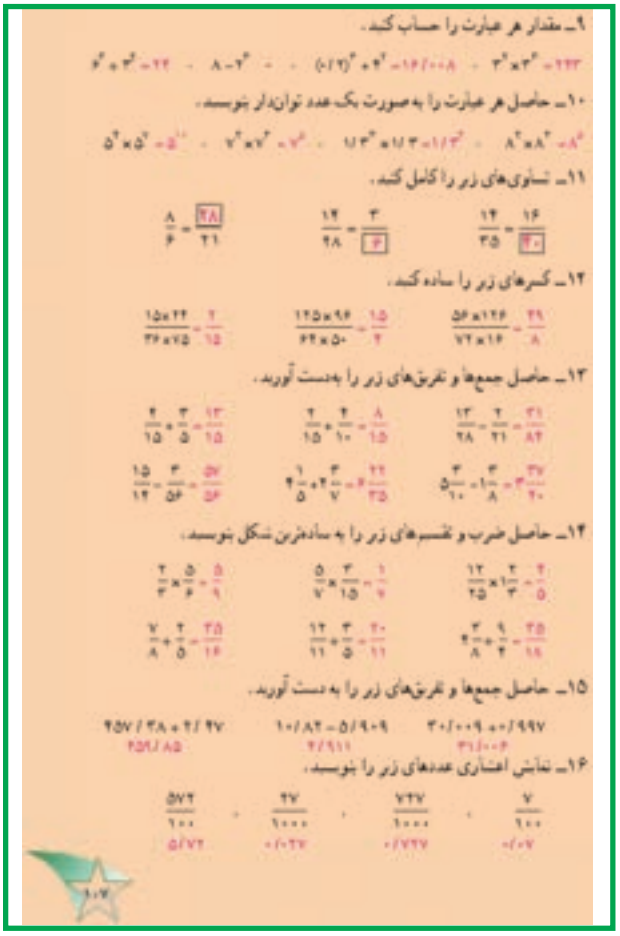
۸ــ کوچک‌ترین مضرب مشترک هر دو عدد را پیدا کنید.

۴۵ ، ۷۵ = ۲۲۵ ۹۵ ، ۲۰ = ۳۸۰ ۴۸ ، ۲۸ = ۳۳۶

نکاتی درباره‌ی تمرین دوره‌ای ۱

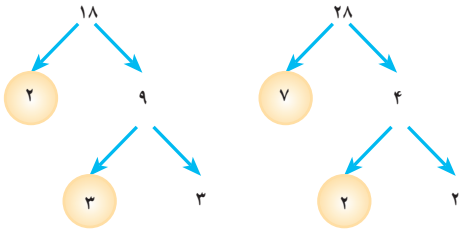
این تمرین به‌منظور یادآوری درس آموزش داده شده در نیم‌سال اول و کسب آمادگی دانش‌آموزان برای امتحان پایان نیم‌سال تهیه شده است. درقسمت اول، مباحث مربوط به حساب، در قسمت دوم، درس‌های مربوط به هندسه و در پایان حلّ مسأله تمرین شده است.

۱ــ در سؤال اول، هدف یادآوری مفاهیم درس‌های بخش‌پذیری، مقسوم‌علیه و مضرب است. در هنگام حلّ این تمرین‌ها مهارت استدلال کلامی دانش‌آموزان را تقویت کنید و از آن‌ها بخواهید برای درستی و یا نادرستی جملات دلیل بیاورند و توضیح دهند. برای مثال، در قسمت «ب» باید بگویند عدد یک، مقسوم‌علیه اول ندارد، پس این جمله نادرست است و یا مثال بزنند که عدد ۶ دو مقسوم‌علیه اول دارد.



۲ــ در سؤال ۶ دانش‌آموزان با نمودار مقسوم‌علیه‌های عددی که ۳ مقسوم‌علیه اول دارد آشنا می‌شوند برای جلب توجه آن‌ها می‌توانید نمودار عددهایی مثل ۲۱۰ که ۴ مقسوم‌علیه اول دارد را به کلاس بیاورید.

۳ــ در سؤال ۴ و ۵ برای پیدا کردن مقسوم‌علیه اول عددهای ۱۸ و ۲۸ از نمودار درختی و روش پیشنهادی کتاب استفاده کند.



۴ــ در سؤال ۱۱ روش‌های مختلفی که دانش‌آموزان برای پیدا کردن جواب به‌کار می‌برند را سؤال کنید اما بیشتر به روش زیر تأکید کنید.

$$\frac{۸}{۶}=\frac{\square}{۲۰}\rightarrow\square=\frac{۲۱\times۸}{۶}=۲۸$$

۵ــ در هنگام حلّ تمرین‌های ۱۳ به‌ساده کردن بعد از عملیات و در حلّ تمرین‌های سؤال ۱۴ به ساده کردن قبل از عملیات تأکید کنید.

۶ــ در هنگام حل تمرین‌های سؤال‌های ۱۵ و ۱۸ در کلاس قبل از انجام عملیات حاصل عبارت را به صورت تقریبی به‌دست آورید.

۷ــ در بررسی جمله‌های سؤال ۱۹، استدلال‌های دانش‌آموزان را گوش کنید. سعی کنید در این سؤال مهارت استدلال دانش‌آموزان را تقویت کنید.

۸ــ در سؤال‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۲ از دانش‌آموزان بخواهید راه حلّ خود را توضیح دهند و یا عملیات مربوط به حل سؤال‌ها را به‌طور کامل بنویسند.

۹ــ در قسمت حل مسئله، راهبرد موردنظر دانش‌آموزان را برای هر مسئله بررسی کنید. تنوع راهبردها بسیار خوب است. در مورد انتخاب راهبرد بهتر و مناسب‌تر قضاوت را به‌عهده‌ی خود دانش‌آموزان بگذارید در بحث‌های آن‌ها به‌گونه‌ای وارد شوید که یاد بگیرند برای قضاوت کردن احتیاج به معیار دارند. در حلّ مسئله‌ها از راهبردهایی که تا این قسمت کتاب آموزش داده شده است، استفاده خواهند کرد.

تمرین‌های تکمیلی دوره‌ای ۱

در صورتی که زمان مناسبی برای بررسی و حل تمرین‌های تکمیلی دارید می‌توانید از سؤال‌های زیر نیز استفاده کنید.

۱ــ عدد $\square$۱۹۹ بر ۶ بخش‌پذیر است. به‌جای $\square$ چه رقمی می‌توان قرار داد.

۲ــ حاصل عبارت $\frac{۱۸۰\cup۷۲}{۷۲\cap۸۰}$ را به‌دست آورید.

۱۷ــ عددهای زیر را به شکل کسر متعارفی بنویسید.

$۳/۵۴ = \frac{۳۵۴}{۱۰۰}$ ، $۰/۲۸۱ = \frac{۲۸۱}{۱۰۰۰}$ ، $۳۵/۲۷۱ = \frac{۳۵۲۷۱}{۱۰۰۰}$ ، $۸/۰۱۲ = \frac{۸۰۱۲}{۱۰۰۰}$

۱۸ــ حاصل ضرب‌های زیر را پیدا کنید.

$۹۲/۰۱ \times ۴/۳۵ = ۴۰۰/۴۴۳۵$ ، $۷/۵۷ \times ۳/۷ = ۲۸/۰۰۹$ ، $۴/۵۱ \times ۵۲/۱ = ۲۳۴/۱۷۱$

۱۹ــ جمله‌های درست را با ✓ و جمله‌های نادرست را با × مشخص کنید.

✓ الف ــ از دو نقطه، فقط یک خط راست می‌گذرد.

✓ ب ــ فاصله‌ی وسط یک پاره‌خط با دو سر آن به یک اندازه است.

× پ ــ اگر پاره‌خطی را از یک طرف امتداد دهیم، یک خط به دست می‌آید.

✓ ت ــ زاویه‌ی تند از زاویه‌ی قائمه کوچک‌تر است.

✓ ث ــ هر دو زاویه‌ی قائمه با هم مساوی‌اند.

× ج ــ دو زاویه‌ی $\hat{A} = ۵۴^\circ$ و $\hat{B} = ۳۵^\circ$ متمم‌اند.

✓ چ ــ دو زاویه‌ی $\hat{M} = ۷۳^\circ$ و $\hat{N} = ۱۰۷^\circ$ مکمل‌اند.

✓ ح ــ دو زاویه‌ی متقابل به رأس با هم مساوی‌اند.

۲۰ــ در شکل زیر، Ot نیم‌ساز زاویه‌ی xOy است. اندازه‌ی زاویه‌ی xOt چند درجه است؟ ۳۰°

۲۱ــ اگر دو زاویه‌ی متقابل به رأس، مکمل باشند، اندازه‌ی هر کدام چند درجه است؟ ۹۰°

۲۲ــ دو زاویه‌ی $\hat{A}$ و $\hat{B}$ متقابل به رأس‌اند و مجموع آن‌ها ۷۲ درجه است. اندازه‌ی این زاویه‌ها را حساب کنید. ۳۶°

۲۳ــ جمله‌های درست را با ✓ و جمله‌های نادرست را با × مشخص کنید.

✓ الف ــ در دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر، تعداد بی‌شماری وتر به طول ۶ سانتی‌متر می‌توانیم رسم کنیم.

✓ ب ــ دو قطر عمود بر هم، دایره را به ۴ کمان مساوی تقسیم می‌کنند.

✓ پ ــ با سه پاره‌خط به طول‌های ۳، ۴ و ۵ سانتی‌متر می‌توان یک مثلث درست کرد.

× ت ــ با سه پاره‌خط به طول‌های ۵، ۴ و ۱۰ سانتی‌متر می‌توان یک مثلث درست کرد.

۲۴ــ پاره‌خطی به طول ۳ سانتی‌متر رسم کنید. آن را قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقینی قرار دهید که طول ساق آن ۲ سانتی‌متر است. آن‌گاه مثلث را رسم کنید. حالت رسم سه ضلع

۲۵ــ دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی‌متر رسم کنید. نقطه‌ای را انتخاب کنید که فاصله‌ی آن از مرکز دایره ۴ سانتی‌متر باشد. روی دایره نقطه‌ای را معین کنید که از نقطه‌ی قبلی ۶ سانتی‌متر فاصله داشته باشد.

۲۶ــ دو نقطه‌ی A و B را به فاصله‌ی ۵ سانتی‌متر انتخاب کنید. نقطه‌ای را معین کنید که از A، ۴ و از B، ۵ سانتی‌متر فاصله داشته باشد. طریقه به دست آوردن در کتاب توضیح داده شده است.

حل مسئله

۱ــ یک رنج فروش گیلاس ۲۴۸ کیلوگرم رنج صبری را کیلویی ۸۶۰ تومان و ۶۳۷ کیلوگرم رنج بی‌نام را کیلویی ۸۰۰ تومان فروخته است. او در مجموع چه‌قدر دریافت کرده است؟ ۸۰۸۸۸۰

۲ــ یک ماهی‌گر صید یک هفته‌ی خود را به شیلات فروخت. ماهی‌گر شیلات ماهی‌ها را به دو دسته‌ی نوع اول و نوع دوم تقسیم کرد و دید که وزن کل هر دو نوع با هم مساوی است. ماهی‌گر در مجموع ۱۲۵۴۰۰ تومان از شیلات دریافت کرد. اگر قیمت هر کیلوگرم ماهی نوع اول ۶۰۰ تومان و قیمت هر کیلوگرم ماهی نوع دوم ۸۰۰ تومان باشد، قیمت کل ماهی‌های نوع اول و قیمت کل ماهی‌های نوع دوم را حساب کنید. نوع اول ۵۴۷۰۰ تومان و نوع دوم ۷۱۶۰۰ تومان

۳ــ از هر ۳ کیلوگرم آرد ۴ کیلوگرم نان به دست می‌آید. نانوایی آرد را کیلویی ۵۰۰ ریال از مولت می‌خرد و نان را کیلویی ۲۰۰۰ ریال می‌فروشد. اگر او هر روز ۲۷۰ کیلوگرم آرد مصرف کند، درآمد روزانه‌اش چه‌قدر است؟ ۵۸۵۰۰۰ ریال

۳ــ حاصل ضرب تمام مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۵ را به‌دست آورید.

۴ــ تعداد اعداد اول دورقمی مضرب ۷ چندتاست؟ توضیح دهید.

۵ــ حاصل عبارت $\frac{۹۷۳}{۱۰} + \frac{۹۷۳}{۱۰۰} - \frac{۹۷۳}{۱۰۰۰}$ را به‌دست آورید.

۶ــ عبارت‌های درست را با ✓ و نادرست را با × مشخص کنید. علت نادرست بودن عبارت‌ها را توضیح دهید.

ــ $۷ - \frac{۱}{۴} = ۶\frac{۳}{۴}$

ــ $(\frac{۱}{۴})^۲ < (\frac{۱}{۴})^۳$

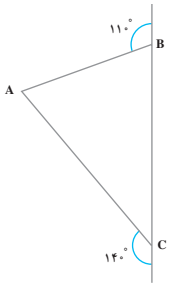
ــ عدد ۲۴ هم مقسوم‌علیه ۲۴ است و هم مضرب آن.

ــ اگر دو عدد بر هم بخش‌پذیر باشند ب.م.م آن دو عدد برابر عدد کوچک‌تر می‌شود.

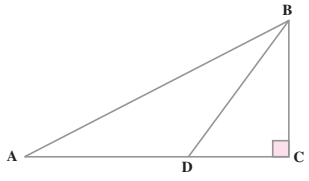
ــ هر عددی به توان ۲ برسد از خودش بزرگ‌تر می‌شود.

ــ از تقسیم $۸ \div ۲ = ۴$ می‌فهمیم که ۸ مضرب ۲ و ۴ است.

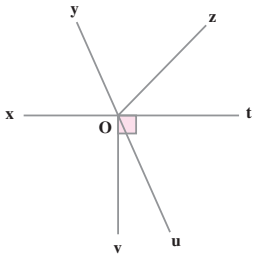
۷ــ در شکل روبه‌رو زاویه‌ی A چند درجه است؟



۸ــ در شکل زیر BD نیمساز زاویه‌ی B است ؛ اگر اندازه‌ی زاویه‌ی A برابر C باشد، مقدار $\hat{BOC}$ را پیدا کنید.

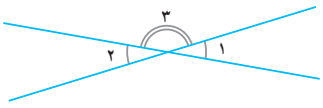


۹ــ در شکل روبه‌رو Oy نیم‌ساز $\hat{xOz}$ است. اگر $v\hat{O}u = ۳۶^\circ$ باشد، مقدار $\hat{yOz}$ را پیدا کنید.



۱۰ــ دو زاویه، مکمل یک‌دیگرند. اگر اندازه‌ی یکی ۴ برابر دیگری باشد، مقدار هرکدام را پیدا کنید.

۱۱ــ در شکل روبه‌رو داریم : $\hat{۱}+\hat{۲}=۷۰^\circ$.



مقدار $\hat{۳}$ را پیدا کنید.

۱۲ــ نسبت پول علی به حسن مثل ۳ به ۲ است. اگر این دو نفر روی هم ۱۵۰۰۰ تومان داشته باشند، علی چه‌قدر بیشتر از حسن پول دارد؟

۱۳ــ در مسابقه‌ی پرتاب وزنه، ورزشکار اول وزنه را ۲۰/۳۴ متر پرتاب کرد. نفر دوم وزنه را ۱۲۱ سانتی‌متر بیشتر از نفر اول پرتاب کرد. نفر دوم، وزنه را به چه مقدار پرتاب کرده است.

فصل چهارم

کسر، نسبت، اعشار (ادامه)

تقسیم اعشاری

موضوعات در یک نگاه

در این قسمت، ابتدا به یادآوری تقسیم دو عدد طبیعی و نوشتن روابط تقسیم پرداخته می‌شود. پس از آن چگونگی انجام تقسیم اعشاری آموزش داده می‌شود. چگونگی پیشروی در تقسیم و تعیین خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی هر تقسیم نیز از بحث‌های این بخش است.
همچنین آموزش راهبرد حدس و آزمایش و رسم ۵ در این قسمت وجود دارد.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس، انتظار داریم دانش‌آموزان به اهداف زیر برسند :

۱ــ تقسیم دو عدد طبیعی را انجام داده با تعیین خارج قسمت و باقی‌مانده رابطه‌های درستی آن را بنویسند.

۲ــ حاصل تقسیم را قبل از انجام آن تخمین بزنند و به کمک آن از صحّت پاسخ تقسیم اطمینان نسبی پیدا کنند.

۳ــ تقسیم دو عدد اعشاری را انجام داده و از مراحل انجام تقسیم درک درستی داشته باشند.

۴ــ پس از انجام تقسیم دو عدد باقی‌مانده و خارج‌قسمت را تعیین کرده و تقسیم را تا دقت موردنظر پیش ببرند.

۵ــ رابطه‌ی بین خارج‌قسمت و باقی‌مانده دو تقسیم را با توجه به رابطه‌ای که بین مقسوم و مقسوم‌علیه‌های دو تقسیم وجود دارد، کشف کنند.

۶ــ مسائل مربوط به تقسیم را حل کنند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ آیا تقسیم زیر درست انجام شده است؟ با نوشتن روابط تقسیم پاسخ سؤال را مشخص کنید.

$$\begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ \hline 20 & 5 \\ \hline 7 & \end{array}$$

۲ــ حاصل تقسیم‌های زیر را تخمین بزنید و روش خود را بیان کنید.

$27 \overline{)135/9}$ $7 \overline{)14/29}$ $2 \overline{)3/47}$

۳ــ اگر بخواهیم خارج‌قسمت تقسیم $14/7 \overline{)0/9}$ را تا ۳ رقم اعشار به‌دست آوریم، در تقسیم کمکی چند صفر برای پیشروی باید قرار دهیم؟ چرا؟

شناسنامه‌ی مبحث تقسیم اعشاری

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
یادآوری تقسیم	۱۱۱ ۱۱۲ ۱۱۳ ۱۱۶ ۱۱۷	تقسیم دو عدد طبیعی رابطه‌های تقسیم تخمین خارج‌قسمت	ــ از چگونگی انجام عمل تقسیم دو عدد طبیعی درک درستی داشته باشد و آن را توضیح دهد. ــ تقسیم دو عدد طبیعی را انجام داده و رابطه‌های تقسیم را بنویسد. ــ خارج‌قسمت تقسیم را تخمین بزند و پاسخ خود را مقایسه کند. ــ مسئله‌های مربوط به تقسیم را انجام دهد.	ــ مطالعه‌ی متن درس ــ انجام فعالیت برای درک تخمین و فاصله با مقدار واقعی ــ انجام کار در کلاس برای تمرین تقسیم	ــ کارت‌های اعشاری ــ مکعب کوئیزنر	رابطه‌ی تقسیم تخمین خارج‌قسمت
تقسیم عددهای اعشاری	۱۱۷ ۱۱۸	تقسیم اعشاری بر عدد طبیعی	ــ مراحل انجام تقسیم عدد اعشاری بر طبیعی را درک کند. ــ تقسیم عدد اعشاری بر طبیعی را انجام دهد.	ــ مطالعه‌ی متن و پاسخ به سؤال	ــ کارت‌های اعشاری	خط ممیز
پیشروی در تقسیم	۱۱۸ ۱۱۹	پیشروی در تقسیم	ــ تقسیم اعشاری بر طبیعی را تا تعداد رقم‌های موردنظر در خارج‌قسمت ادامه دهد. ــ تقسیم دو عدد طبیعی برهم را تا رقم‌های موردنظر در خارج‌قسمت ادامه دهد.	ــ مطالعه‌ی متن ــ انجام کار در کلاس برای تمرین پیشروی در تقسیم‌های اعشاری	ــ	پیشروی
تعیین خارج‌قسمت و باقی‌مانده	۱۲۰ ۱۲۱ ۱۲۲ ۱۲۳	تقسیم اعشاری بر اعشاری	ــ وقتی مقسوم و مقسوم‌علیه تقسیمی در یک عدد ضرب شود، رابطه‌ی بین خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم اول و تقسیم جدید را کشف کند. ــ با توجه به رابطه‌ای که کشف کرده با نوشتن تقسیم کمکی تقسیم دو عدد اعشاری را انجام دهد. ــ پس از انجام تقسیم خارج‌قسمت و باقی‌مانده را تعیین کند. ــ مسائل مربوط به تقسیم اعشاری را حل کند.	ــ انجام فعالیت برای کشف رابطه ــ انجام کار در کلاس برای به کار بردن رابطه ــ مطالعه‌ی متن ــ انجام کار در کلاس برای تمرین تقسیم اعشاری	ــ	ــ

یادآوری تقسیم

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید تعدادی تقسیم (با حاصل اعشاری) را با استفاده از ماشین‌حساب انجام دهند. حاصل را بخوانند.

۲ــ یک مسابقه‌ی تقسیم به صورت ذهنی ترتیب دهید. دانش‌آموزان پاسخ تقریبی تقسیم‌ها را حدس بزنند و یکی از گزینه‌ها را انتخاب کنند ؛ مثال : $\begin{array}{r|l} 756 & 4 \end{array}$

۱) ۲۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۵۰

سؤالات را از ساده به دشوار طرح کنید.

شروع کنید:

با طرح سؤال زیر درس را شروع کنید تا عمل تقسیم و نوشتن رابطه‌های آن یادآوری شود. آیا تقسیم زیر درست است؟

$$\begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ -20 & 5 \\ \hline 7 & \end{array}$$

می‌دانیم $27 = 7 + 5 \times 4$ یک تساوی درست است.

اشکال تقسیم در کجاست؟

با استفاده از مکعب‌های یکی، ده‌تایی و صدتایی یا کارت‌های مربوط به تقسیم اعشاری و یا سایر وسایلی که می‌توان استفاده کرد (مثل نی یا میله‌های شمارش) یک تقسیم مانند $\begin{array}{r|l} 745 & 3 \end{array}$ را انجام دهید. ابتدا دسته‌های صدتایی سپس ده‌تایی و یکی‌ها را به سه قسمت تقسیم کنید تا حاصل به‌دست آید. در هر مرحله از کارهای عملی که انجام می‌دهید، مراحل نوشتن عملیات تقسیم را نیز به موازات آن کامل کنید تا دانش‌آموزان درک خوبی نسبت به کار عملی و نوشتن عملیات پیدا کنند.

متن کتاب را برای بچه‌ها بخوانید و توضیح دهید.

آموزش دهید:

عمل تقسیم مربوط به دوره‌ی ابتدایی است. انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند تقسیم‌های دو عدد طبیعی را انجام دهند و رابطه‌های تقسیم را بنویسند. اما آن‌چه در این قسمت اهمیت دارد،

کسر، نسبت و اعشار (ادامه)

تقسیم اعشاری

یادآوری تقسیم

پیش از آن‌که به تقسیم عددهای اعشاری برسیم، بحث تقسیم را از دوره‌ی ابتدایی یادآوری می‌کنیم.

۷۴۵ | ۳

فرض کنید ۷۴۵ مداد به صورت ۷ بسته‌ی صدتایی، ۴ بسته‌ی ده‌تایی و ۵ یکی داریم و می‌خواهیم آن‌ها را بین ۳ نفر تقسیم کنیم. به هر نفر ۲ صدتایی می‌رسد و ۱ صدتایی باقی می‌ماند. ۱ صدتایی باقی‌مانده، با ۴ ده‌تایی می‌شود ۱۴ ده‌تایی. بعد از تقسیم ده‌تایی‌ها، به هر نفر ۴ ده‌تایی می‌رسد و ۲ ده‌تایی باقی می‌ماند. ۲ ده‌تایی باقی‌مانده با ۵ یکی، می‌شود ۲۵ یکی. بعد از تقسیم یکی‌ها، به هر نفر ۸ یکی می‌رسد و ۱ مداد باقی می‌ماند ؛ بنابراین، خارج قسمت ۲۴۸ و باقی‌مانده ۱ می‌شود.

۷۴۵ | ۳
۶ | ۲۴۸
۱۴
۱۲
۲۵
۲۴
۱

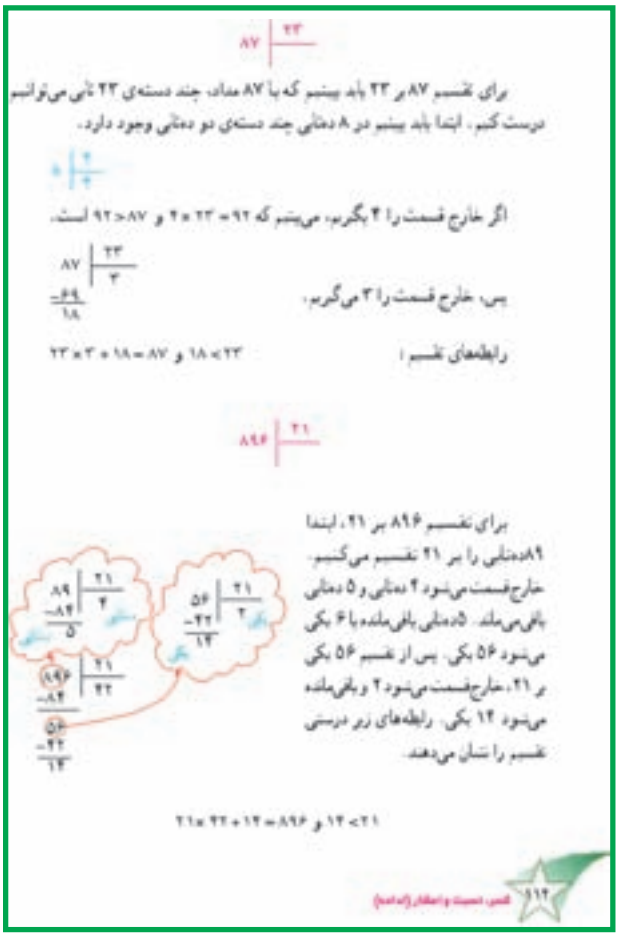
رابطه‌های تقسیم نشان می‌دهد که عمل تقسیم را درست انجام داده‌ایم.

۳ × ۲۴۸ + ۱ = ۷۴۵ و ۱ < ۳

تخمین خارج‌قسمت قبل از انجام عمل تقسیم است ؛ لذا قبل از انجام هر تقسیم ابتدا خارج‌قسمت را به‌صورت تقریبی تخمین بزنید. همین‌کار را در مراحل انجام تقسیم نیز می‌توانید انجام دهید ؛ برای مثال : در تقسیم $\begin{array}{r|l} 873 & 23 \end{array}$ برای پیدا کردن عدد تقسیم $87 \div 23$ می‌توانیم با تخمین زدن رقم موردنظر را به دست آورده و تقسیم را ادامه دهیم.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

در تقسیم‌هایی مثل تقسیم $\begin{array}{r|l} 214 & 2 \end{array}$ اغلب دانش‌آموزان، پاسخ را ۱۷ در نظر می‌گیرند نه ۱۰۷. برای رفع این اشکال، بهتر است از آن‌ها بخواهید پاسخ تقسیم را تخمین بزنند : $200 \div 2 = 100$ پس خارج‌قسمت باید حدود عدد ۱۰۰ به‌دست آید، یعنی جواب ۱۷ نادرست است. حالا از دانش‌آموزی که پاسخ تقسیم را اشتباه به‌دست آورده، می‌خواهیم تا خودش، اِشکال عملیات تقسیم را پیدا کند.



هدف فعالیت:

این فعالیت دو هدف دارد. اول آن‌که دانش‌آموز را نسبت به تخمین خارج‌قسمت قبل از انجام عمل تقسیم حساس کند و دوم روش‌های مختلف تخمین زدن در کلاس بررسی شود ؛ لذا سعی کنید به تنوع روش‌های تخمین زدن اهمیت دهید و بیان شفاهی و کلاسی دانش‌آموزان را توسعه دهید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آن را به صورت فردی یا گروهی انجام دهند. پس از چند دقیقه و اطمینان از این که اغلب دانش‌آموزان پاسخ فعالیت را نوشته‌اند. جواب‌ها را بررسی کنید. در این قسمت، تمرکز کار معلم بر توسعه‌ی روش‌های محاسبه‌ی تقریبی است. پاسخ‌های زیر، نمونه‌هایی از روش‌های محاسبه است.

$1200 \mid \begin{matrix}10\\120\end{matrix}$ $\quad 1000 \mid \begin{matrix}10\\100\end{matrix}$ $\quad 1200 \mid \begin{matrix}6\\200\end{matrix}$

$1200 \mid \begin{matrix}5\\240\end{matrix}$ $\quad 1000 \mid \begin{matrix}5\\200\end{matrix}$

یکی دیگر از نکات مهم این فعالیت، محاسبه‌ی مقدار خطاست. دانش‌آموزان پس از انجام تقسیم باید فاصله‌ی خارج‌قسمت تقسیم را با عددی که حدس زده‌اند به‌دست آورند. خطای محاسباتی یکی از راه‌های بررسی و مقایسه‌ی روش‌های مختلف تقریب زدن است.

بپرسید!

از دانش‌آموزان بپرسید پاسخ تقسیم $973 \mid \begin{matrix}29\\\end{matrix}$ از ۳۰ بزرگ‌تر است یا کوچک‌تر؟ پس از شنیدن جواب و نحوه‌ی استدلال دانش‌آموزان از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس :

این کار در کلاس، به منظور تمرین تقسیم و نوشتن رابطه‌های آن آورده شده است. ضمن آن‌که مهارت تخمین خارج‌قسمت را نیز دربردارد.

ادامه دهید:

در انجام کار در کلاس به‌گونه‌ای به تخمین زدن قبل از تقسیم تأکید کنید که دانش‌آموزان در نوشتن تمرین‌های این درس خود به خود تخمین زدن را انجام دهند. در صورتی‌که دانش‌آموزان در زمان نوشتن تمرین، تخمین‌های خود را بنویسند، مشخص می‌شود که معلم در تدریس خود، موفق بوده است. پس در هنگام بررسی پاسخ‌های تمرین دانش‌آموزان در جلسه‌ی بعد باز هم تخمین‌ها را از دانش‌آموزان بپرسید.

دانش‌آموزان در حلّ مسئله‌ها از هر ۶ راهبردی که تاکنون آموزش داده شده است، می‌توانند استفاده کنند. در هنگام بررسی پاسخ‌های آن‌ها به راهبردهای متنوع و مختلف اهمیت دهید.

توسعه:

۱ــ تمرین محاسبات ذهنی تقسیم اصلی‌ترین محور توسعه است. از دانش‌آموزان بخواهید تقسیم‌هایی مثل تقسیم‌های زیر را به‌صورت ذهنی پاسخ دهند.

$۲۴۰ \div ۱۲ =$ $۶۰۰ \div ۲۵ =$ $۱۵۰۰ \div ۵۰ =$

پس از شنیدن پاسخ از آن‌ها بخواهید روش محاسبه‌ی ذهنی خود را برای شما بیان کنند. برای مثال، در تقسیم $۶۰۰ \div ۲۵$ می‌توان گفت : ۱۰۰ تقسیم بر ۲۵ برابر ۴ است. ۶۰۰ برابر با ۶ تا ۱۰۰ است. پس پاسخ تقسیم $۶ \times ۴ = ۲۴$ است. همین توضیحات که شفاهی بیان می‌شود و به صورت فوق به یک توضیح نوشتاری تبدیل می‌شود را می‌توان به صورت نمادین نوشت :

$$۶۰۰ \div ۲۵ = \frac{۶ \times ۱۰۰}{۲۵} = ۶ \times \frac{۱۰۰}{۲۵} = ۶ \times ۴ = ۲۴$$

۲ــ طرح سؤال‌های زیر نیز کمک می‌کند تا دانش‌آموزان روابط بین ۴ جزء تقسیم را بهتر درک کنند.

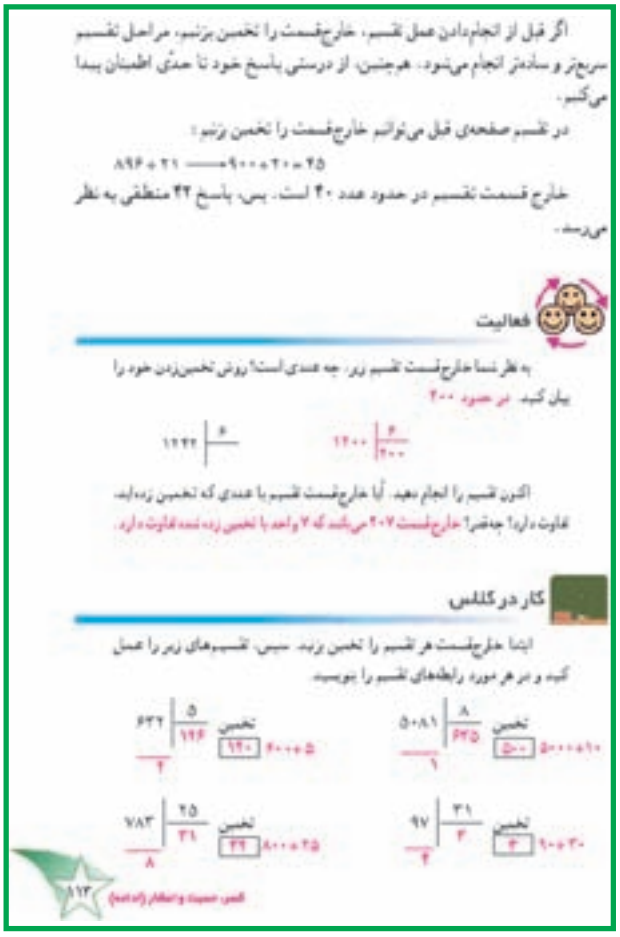
ــ ۵ تقسیم بنویسید که خارج‌قسمت آن‌ها ۲۲ و باقی‌مانده‌ی آن‌ها ۱۵ باشد.

ــ تقسیمی بنویسید که : مقسوم، مقسوم‌علیه، خارج‌قسمت آن زوج و باقی‌مانده فرد باشد.

مقسوم و مقسوم‌علیه زوج و خارج‌قسمت و باقی‌مانده فرد باشد و سایر موارد مشابه.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

وقتی مراحل انجام عمل تقسیم، تخمین جواب و محاسبات ذهنی را طی کردید می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید پاسخ تقسیم‌ها را با استفاده از ماشین حساب به‌دست آورند. همچنین می‌توانند پاسخ تمرین‌های کتاب را با ماشین‌حساب بررسی و کنترل کنند.



اگر قبل از انجام‌دادن عمل تقسیم، خارج‌قسمت را تخمین بزنیم، مراحل تقسیم سریع‌تر و ساده‌تر انجام می‌شود. هم‌چنین، از درستی پاسخ خود تا حدّی اطمینان پیدا می‌کنیم.

در تقسیم صفحه‌ی قبل می‌توانیم خارج‌قسمت را تخمین بزنیم :

$۸۹۶ + ۲۱ \longrightarrow ۹۰۰ \div ۲۰ = ۴۵$

خارج قسمت تقسیم در حدود عدد ۴۰ است. پس، پاسخ ۴۲ منطقی به نظر می‌رسد.

فعالیت

به نظر شما خارج‌قسمت تقسیم زیر، چه عددی است؟ روش تخمین‌زدن خود را بیان کنید. در حدود ۲۰۰

۱۲۴۲ | ۶ ۱۲۰۰ | ۶ / ۲۰۰

اکنون تقسیم را انجام دهید. آیا خارج‌قسمت تقسیم با عددی که تخمین زده‌اید، تفاوت دارد؟ چقدر؟ خارج‌قسمت ۲۰۷ می‌باشد که ۷ واحد با تخمین زده شده تفاوت دارد.

کار در کلاس

ابتدا خارج‌قسمت هر تقسیم را تخمین بزنید. سپس، تقسیم‌های زیر را عمل کنید و در هر مورد رابطه‌ی تقسیم را بنویسید.

۴۲۲ | ۵ / ۱۱۶ — تخمین ۱۲۰ — ۴۰۰ + ۵

۵۰۸۱ | ۸ / ۴۲۵ — تخمین ۵۰۰ — ۵۰۰۰ + ۱۰

۷۸۳ | ۲۵ / ۳۱ — تخمین ۲۹ — ۸۰۰ + ۲۵

۹۷ | ۳۱ / ۳ — تخمین ۳ — ۹۰ + ۳۰

۱۱۳

تلفیق با سایر دروس:

نمونه‌هایی از مسائل مربوط به فیزیک و شیمی که به عمل تقسیم نیاز دارند برای دانش‌آموزان ذکر کند تا آن‌ها به اهمیت این درس در ارتباط با سایر درس‌ها پی‌ببرند.

نمونه‌هایی از مسائل تقسیم که به زندگی روزمرّه مربوط می‌شوند نیز اهمیت دارد اما از آن‌جا که دانش‌آموزان این نوع مسائل را قبلاً دیده‌اند، بهتر است تأکیدها بیش‌تر جنبه‌ی علمی پیدا کند.

یادداشت معلم

حل مسئله

شما جواب بعضی از مسئله‌ها را می‌توانید حدس بزنید. هنگامی که یک حدس منطقی مربوط به جواب مسئله را بررسی می‌کنید، ممکن است به جواب نزدیک یا از آن دور شوید. حدس بعدی را بر اساس بررسی خود تعیین کنید. ممکن است حدس زدن به حل مسئله منجر نشود ولی به شما کمک می‌کند که به راه حل آن نزدیک شوید.

۱ــ پدر حسن هنگام تولد او ۲۵ سال داشت. اکنون مجموع سن حسن و پدرش ۵۴ سال است. سن حسن چقدر است؟

فهمیدن مسئله ــ عبارت‌هایی مثل هنگام تولد و سن چه اطلاعاتی به شما می‌دهند؟
ــ مسئله از شما چه می‌خواهد؟ سن کنونی حسن را
ــ آیا می‌توانید برای جواب درست، محدوده‌ای تعیین کنید؟ بله
مثلاً کمتر از ۴۰ سال

انتخاب راهبرد با توجه به این‌که سن یک عدد طبیعی در حدود ۴۰ سال است می‌توانیم با حدس‌زدن و در نظر گرفتن سن‌های مختلف برای او، جواب را پیدا کنیم

حل مسئله برای بهتر نوشتن جواب‌ها و حدس‌های خود، می‌توانیم از جدول زیر استفاده کنیم

سن حسن	سن پدر	مجموع سن آن‌ها	بررسی
۱۰	۲۵	۴۵	کم
۲۰	۲۵	۴۵	زیاد
۱۵	۴۰	۵۵	کم
۱۴	۴۱	۵۴	✓

چگونه با حدس‌زدن سن حسن می‌توانیم سن پدرش را به دست آوریم؟
با جمع کردن آن عدد با ۲۵

بازگشت به مقدمه ــ آیا پدیع به دستآمد شرایط مسئله را دارد؟ بله
ــ آیا پدیع شما منطقی است و برای سن یک پسر درست به نظر می‌رسد؟ بله

۱۱۴

حلّ مسئله حدس و آزمایش

ایجاد انگیزه کنید:

یک بازی ترتیب دهید که یک نفر یک عدد سه رقمی انتخاب کند ؛ دیگری حدس بزند که آن عدد چند است. نفر اوّل تنها با کلمات بیش‌تر و کم‌تر او را راهنمایی کند. این بازی می‌تواند در کلاس، گروهی یا دو نفری انجام شود.

شروع کنید:

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که حدس زدن، آزمایش آن و تعیین حدس بعدی از روی آزمایش قبلی یکی از راهبردهای حلّ مسئله است. در برخی مسائل راهبرد «حدس و آزمایش» بهترین راهبرد برای حل است به شرطی که حدس اولیه منطقی باشد و حدس‌های بعدی نیز با استفاده از بررسی نتایج حدس‌های قبلی تعیین شوند.

از گروه‌ها بخواهید مسئله ۱ را مرحله به مرحله حل نمایند و به پرسش‌های مطرح شده در کتاب پاسخ گویند.

می‌توانید درباره‌ی این‌که آیا «راهبرد حدس و آزمایش» راهبردی است که همیشه به جواب می‌رسد یا نه در کلاس گفت‌وگو کنید.

مسئله‌ی ۲ یک مسئله‌ی جالب و مشکل است. از گروه‌ها بخواهید مسئله را به دقت بخوانند ؛ سپس یک گروه داوطلبانه توضیح دهد که مسئله چه اطلاعاتی داده و چه خواسته است. پس از آن‌که مطمئن شدید که دانش‌آموزان مسئله را فهمیده‌اند، از آن‌ها بخواهید با مشورت با هم گروه‌های خود مرحله به مرحله مسئله را حل کنند و به سؤالات مطرح شده در هر مرحله پاسخ گویند. سپس به ترتیب درباره‌ی هر مرحله در کلاس گفت‌وگو کنید.

می‌توانید درباره‌ی این‌که تعداد کبوترها مضربی از ۴ است و استفاده از این مطلب برای رسیدن سریع‌تر به جواب در کلاس بحث کنید.

چگونگی اجرای این دو مسئله در کلاس مانند آموزش سایر راهبردهاست. اگر لازم می‌دانید یک بار دیگر توضیحات مربوط به راهبرد رسم شکل را مطالعه کنید.

توصیه‌های آموزشی:

در راهبرد حدس و آزمایش به نکته توجه کنید.

۱ــ این راهبرد را در حل مسئله‌ها از دانش‌آموزان بپذیرید. اما به آن‌ها آموزش دهید که حدس‌ها، بررسی و آزمایش و نتیجه‌گیری خود را ثبت کنند.

۲ــ به آن‌ها آموزش دهید که حدس‌های خود را منطقی بزنند ؛ یعنی پس از بررسی و نتیجه‌گیری حدس اول خود، حدس دوم را براساس آن تعیین کنند. نه این‌که بدون منطق و دلیل حدس‌های پراکنده بزنند تا شاید یکی از آن‌ها درست از کار درآید.

مسئله موازی:

۱ــ مجموع دو عدد ۳۰ و حاصل‌ضرب آن‌ها ۱۷۶ است آن دو عدد را بیابید. (راهنمایی در صورت مسئله واضح است که هر دو عدد زوج هستند : چرا؟)

حدس و آزمایش

۲ـ تعدادی کبوتر با هم پرواز می‌کردند. کلاغی به آن‌ها رسید و پرسید: شما چند تا هستید؟ یکی از کبوترها پاسخ داد:

ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما. گر تو هم با ما شوی، جنگی صد می‌شویم. کبوترها چند تا بودند؟

نخستین مسئله: شکل زیر، به شما در درک بهتر مسئله کمک می‌کند.

انتخاب راهبرد: می‌توانیم با چند حدس تعداد پرنده‌ها را تعیین کنیم.

حل مسئله: برای نوشتن حدس‌ها از جدول زیر استفاده کنید. حدس‌های بعدی را مانند نمونه بنویسید تا جواب مسئله به دست آید.

نتیجه‌گیری	حاصل	رابطه	تعداد (حدس)
کم	۵۶	۲۰+۲۰+۱۰+۵+۱	۲۰
کم	۸۹	۳۲+۳۲+۱۶+۸+۱	۳۲
زیاد	۱۱۱	۴۰+۴۰+۲۰+۱۰+۱	۴۰
؟	۱۰۰	۳۶+۳۶+۱۸+۹+۱	۳۶

بازگشت به طلب: جواب بدست آمده را یک بار با اطلاعات مسئله بررسی کنید. اگر عدد ۱۰۰ را بدست آوردید، پاسخ شما درست است.

حدس زدن و آزمایش کردن راه حل‌های قابل قبولی برای مسئله‌ها هستند؛ به شرط این که بتوانید حدس‌های خود را به شکل قابل درک بنویسید و حدس‌های بعدی را با توجه به بررسی حدس قبلی دقیق‌تر کنید.

۱۱۵

تمرین

تقسیم‌های زیر را کامل کنید و در هر مورد، رابطه‌های تقسیم را بنویسید.

۹۲۵ | ۲۰ / ۲۳ — ۲۳×۴۰ — ۲۳×۴۰+۲۵=۹۲۵

۸۱ | ۲۹ / ۲ — ۲×۲۹=۲×۲۳=۸۱

۷۰۹۲ | ۷ / ۱۰۱۳ — ۷×۱۰۱۳+۱=۷۰۹۲

۲۸۵ | ۵۹ / ۴ — ۴×۵۹=۲۸۵

۳۲۵ | ۷۲ / ۴ — ۴×۷۲+۵۷=۳۲۵

۱۴۵۷ | ۷۲ / ۲۰ — ۲۰×۷۲+۱۷=۱۴۵۷

حل مسئله

۱ـ سرعت نور در هر ثانیه ۳۰۰،۰۰۰ کیلومتر است. اگر فاصله‌ی خورشید از زمین ۱۵۰،۰۰۰،۰۰۰ کیلومتر باشد، چه مدت طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد؟ این زمان را برحسب دقیقه و ثانیه حساب کنید.

۲ـ محصول سیب یک باغ ۱۸۴۰۸ کیلوگرم است. اگر سیب‌ها را در کارتن بگذاریم، ۲۳۶ کارتن می‌شود. وزن هر کارتن را پیدا کنید. ۷۸ کیلوگرم

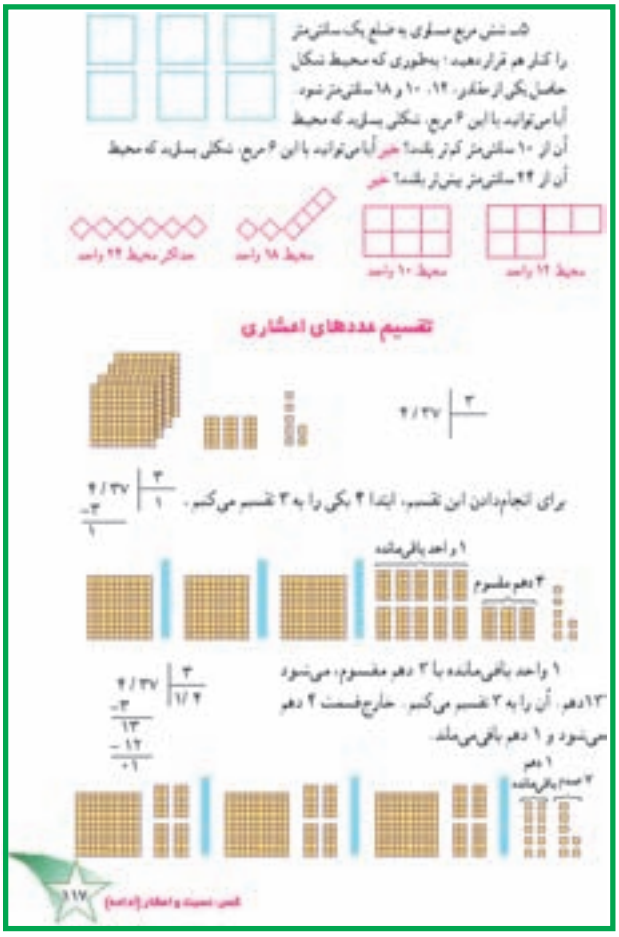
۳ـ موتور آب در هر ساعت ۱۲ متر مکعب آب از یک چاه عمیق استخراج می‌کند. اگر هر هکتار زمین کشاورزی به ۲۴ متر مکعب آب نیاز داشته باشد، برای آبیاری ۱۵ هکتار زمین، موتور آب چند ساعت باید کار کند؟ ۳۰ ساعت

۴ـ یک موتور آب در هر ساعت ۱۲ لیتر گازوئیل مصرف می‌کند. هم اکنون در منبع آن ۱۵۴ لیتر گازوئیل وجود دارد. این موتور چند ساعت می‌تواند کار کند؟ ۱۱ ساعت

۱۱۴

۲ـ یک مثلث داریم که دو ضلع آن ۱۲ و ۵ سانتی‌متر و زاویه‌ی بین این دو ضلع α است. ضلع سوّم این مثلث هم یک عدد طبیعی است و α یک زاویه‌ی تند است. مسئله چند جواب دارد؟

یادداشت معلم



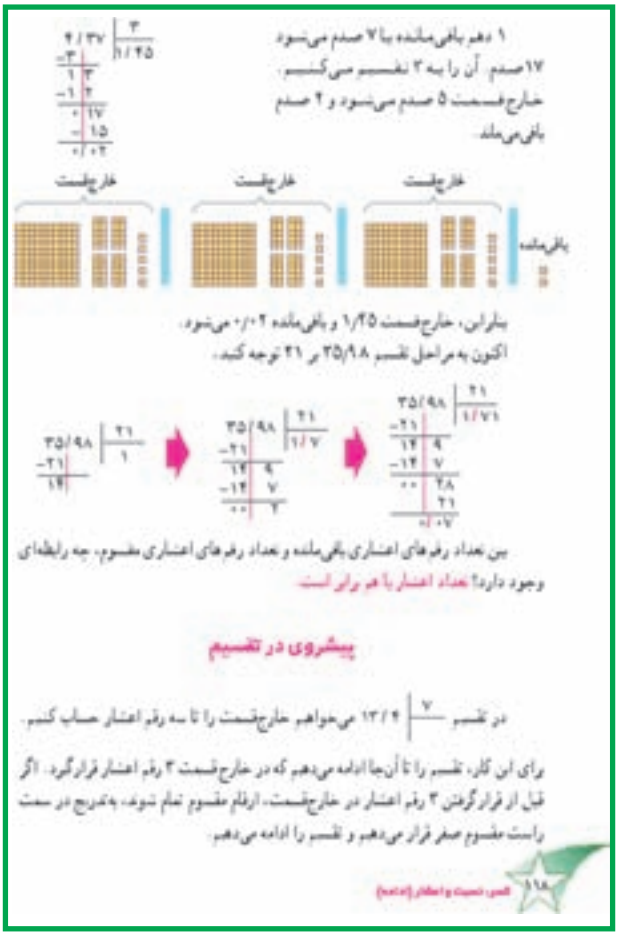
تقسیم عددهای اعشاری

ایجاد انگیزه کنید:

یک نوار کاغذی که طول آن عدد صحیح نباشد را بردارید. از دانش‌آموزان بخواهید آن‌را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنند. از آن‌ها بپرسید طول هر قسمت چه‌قدر می‌شود؟ سپس آن را با تا کردن به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید.

شروع کنید:

با استفاده از کارت‌های اعشاری یا مکعب‌های کوئیزنر تقسیم ۴/۳۷ | ۳ را مرحله به مرحله به صورت عملی انجام داده و در هر مرحله عملیات مربوط به آن را بنویسید تا خارج‌قسمت باقی مانده‌ی تقسیم مشخص شود. چند نمونه‌ی دیگر به همین ترتیب انجام دهید و کمک کارهای عملی را حذف و فقط مراحل تقسیم را بنویسید سپس متن کتاب را بخوانید و برای دانش‌آموزان توضیح دهید و از آن‌ها بخواهید تا به سؤال پاسخ دهند.



توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در نوشتن عملیات تقسیم برکشیدن خط ممیز تأکید کنید. خط ممیز کمک می‌کند تا عملیات منظم‌تر نوشته شود. به‌دانش‌آموزان یادآور شوید در هر مرحله که از خط ممیز عبور می‌کنیم در خارج قسمت ممیزی می‌گذاریم. در تقسیم زیر مشخص شده است که هر زمانی در خارج‌قسمت ممیز می‌گذارید.

۴/۳۷ | ۳
−۳ | ۱/
۱۳ →

همچنین خط ممیز را برای آن‌ها معنی کنید. در تقسیم بالا این عدد ۳ | ۱ یعنی ۱/۳ پس خط ممیز به‌جای ممیزهای عددها قرار می‌گیرد.

۲ــ چون در این درس کار در کلاس وجود ندارد بهتر است از دانش‌آموزان بخواهید چند نمونه تقسیم را در دفتر خود انجام دهند تا بهتر بتوانند به سؤال انتهای متن درس پاسخ دهند.

۳ــ در این درس نیز به تخمین زدن قبل از انجام عملیات تأکید کنید.

پیشروی در تقسیم

ادامه دهید:

با یادآوری این نکته که ۰/۴۰۰ = ۰/۴۰ = ۰/۴ است، یک تقسیم اعشاری نوشته و حاصل آن را تا سه رقم اعشار به‌دست آورید ؛ مانند : ۷ | ۱۳/۴۰۰ → ۷ | ۱۳/۴ متن درس را بخوانید و برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

هدف کار در کلاس :

تمرین عمل تقسیم و پیشروی در آن تا تعداد رقم‌های موردنظر هدف اصلی این کار در کلاس است.

تمرین‌های این قسمت نیز، با همین هدف طرح شده است.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ تخمین زدن و استفاده از عددهای تقریبی را فراموش نکنید.

۲ــ توجه دانش‌آموزان را به رابطه‌ی بین تعداد رقم‌های اعشاری در خارج‌قسمت باقی‌مانده و تعداد صفرهایی که باید برای پیش‌روی تقسیم بگذارند جلب کنید.

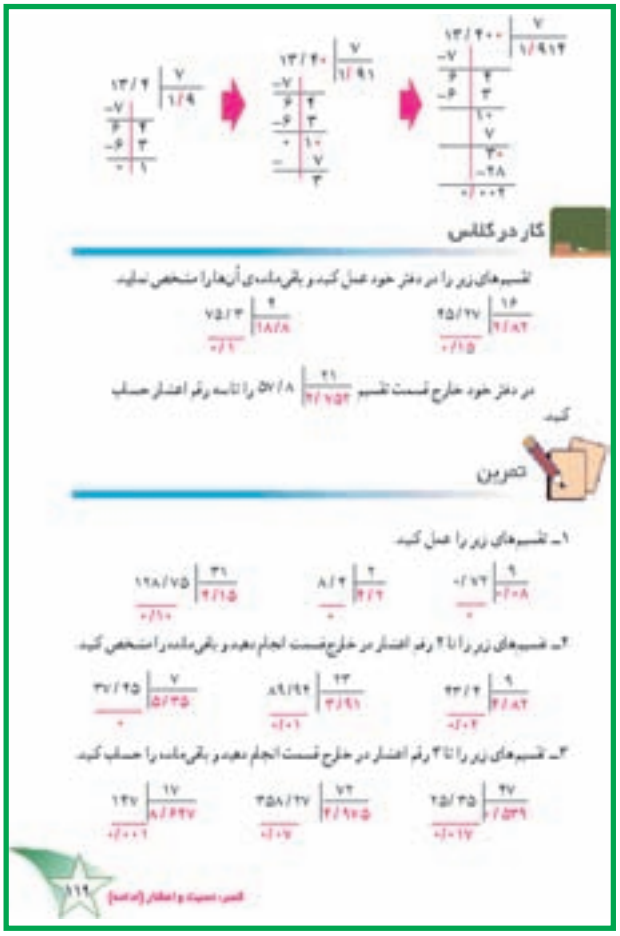
۳ــ از آن‌جایی که حالت‌های دیگر تقسیم اعشاری به این نوع تقسیم تبدیل می‌شود، قبل از شروع درس بعدی اطمینان پیدا کنید که دانش‌آموزان این نوع تقسیم را یاد گرفته‌اند.

توسعه:

مهم‌ترین نکته در این قسمت تأکید نکردن بیش از حد بر عملیات و تکنیک تقسیم کردن است. آن‌چه اهمیت دارد این است که دانش‌آموزان روش انجام تقسیم را یاد بگیرند و پس از اطمینان مسئله مطمئن شویم بعد از آن می‌توانیم نحوه‌ی استفاده از ماشین‌حساب را به آن‌ها آموزش دهیم و وقت کلاس را بیش از حد بر انجام تمرین‌های تکراری، مشابه و صرفاً عملیاتی متمرکز نکنیم، به جای آن باید به سایر مهارت‌ها از جمله عملیات ذهنی ــ محاسبات تقریبی ــ حلّ مسئله ــ الگویابی و ... بپردازم.

فعالیت خارج از کلاس:

در مدت یک هفته،همه‌ی دانش‌آموزان مواردی را که در



زندگی با آن مواجه شده و نیاز به تقسیم (تقسیم اعشاری) پیدا کرده‌اند را ثبت کنند. با مجموع مثال‌های دانش‌آموزان یک روزنامه‌ی دیواری کلاسی تهیه کنید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

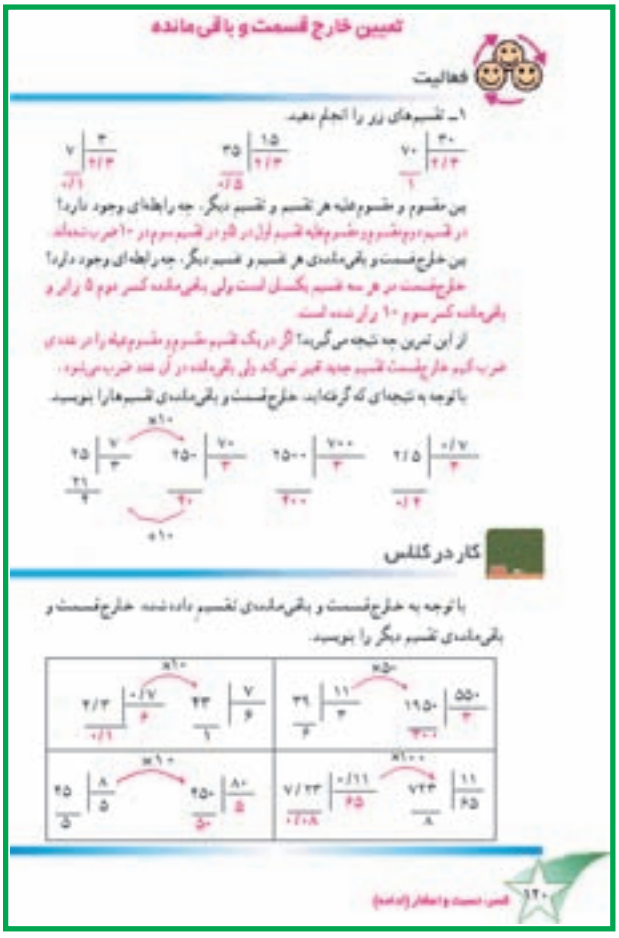
به دانش‌آموزان یاد بدهید که چگونه می‌توانند به کمک ماشین‌حساب حاصل تقسیم اعشاری را پیدا و از روی آن باقی‌مانده را مشخص کنند ؛ برای مثال، در تقسیم ۷ | ۱۳ می‌خواهیم خارج‌قسمت را تا دو رقم اعشار پیدا و باقی‌مانده را تعیین کنیم با استفاده از دکمه‌های زیر حاصل تقسیم مشخص می‌شود.

1 3 ÷ 7 = ۱/۸۵۷۱۴۲۸

پس خارج قسمت تا دو رقم اعشار ۱/۸۵ است. حالا با محاسبه‌ی عبارت زیر باقی‌مانده را پیدا می‌کنیم.

یعنی باقی‌مانده برابر ۰/۰۵ است.

$$۱۳ - (۷ \times ۱/۸۵) = ۰/۰۵$$


تعیین خارج قسمت و باقی‌مانده

فعالیت

۱ـ تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

۷۰ | ۳۰ ۳۵ | ۱۵ ۷ | ۳

بین مقسوم و مقسوم‌علیه هر تقسیم و تقسیم دیگر، چه رابطه‌ای وجود دارد؟

در تقسیم دوم مقسوم و مقسوم‌علیه تقسیم اول در ۱۰ ضرب شده‌اند.

بین خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی هر تقسیم و تقسیم دیگر، چه رابطه‌ای وجود دارد؟

خارج‌قسمت در هر سه تقسیم یکسان است ولی باقی‌مانده کسر دوم ۵ برابر و باقی‌مانده کسر سوم ۱۰ برابر شده است.

از این تمرین چه نتیجه می‌گیرید؟ اگر در یک تقسیم مقسوم و مقسوم‌علیه را در عددی ضرب کنیم خارج‌قسمت تقسیم جدید تغییر نمی‌کند ولی باقی‌مانده در آن عدد ضرب می‌شود.

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم‌ها را بنویسید.

۲۵ | ۷ ۲۵۰ | ۷۰ ۲۵۰۰ | ۷۰۰ ۲/۵ | ۰/۷

کار در کلاس

با توجه به خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم داده شده، خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم دیگر را بنویسید.

۲/۳ | ۰/۷ ۲۳ | ۷ ۳۹ | ۱۱ ۱۹۵۰ | ۵۵۰

۲۵ | ۸ ۲۵۰ | ۸۰ ۷/۲۳ | ۰/۱۱ ۷۲۳ | ۱۱

۱۲۰ قسمت و انتظار (ادامه)

تعیین خارج قسمت و باقی مانده

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید در مورد چگونگی عمل تقسیم ۳۵۰۰۰۰ ÷ ۷۰۰ با هم بحث کنند. چگونه می‌توان حاصل تقسیم را پیدا کرد؟ روش‌های مختلف را بررسی کنید.

شروع کنید:

با این مقدمه که تاکنون تقسیم دو عدد اعشاری به هم را بررسی نکرده‌ایم درس را شروع کنید. سپس به دانش‌آموزان توضیح دهید که با انجام فعالیت می‌خواهیم روشی برای انجام تقسیم دو عدد اعشاری پیدا کنیم. این فعالیت بهتر است به‌صورت گروهی انجام شود.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت کشف رابطه‌ی بین خارج‌قسمت و باقی‌مانده در تقسیم است که مقسوم و مقسوم‌علیه‌های آن‌ها با هم در ارتباط هستند. نتیجه‌گیری باید توسط دانش‌آموزان انجام شود.

آموزش دهید:

بعد از این‌که زمان مناسب را در اختیار دانش‌آموزان قرار دادید پاسخ‌ها و نوشته‌های آن‌ها را بررسی کنید. نتیجه‌ی فعالیت را به این صورت بیان کنید. اگر مقسوم و مقسوم‌علیه یک تقسیم در عددی ضرب شود خارج‌قسمت تغییر نمی‌کند اما باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود.

هدف کار در کلاس:

تمرین‌های کار در کلاس برای به‌کار بردن نتیجه فعالیت به منظور تثبیت آن طراحی شده است. همچنین با انجام آن زمینه برای رابطه‌ی بازگشتی آن نیز فراهم می‌شود. یعنی اگرمقسوم و مقسوم‌علیه را به یک عدد تقسیم کنیم خارج‌قسمت تغییر نکرده اما باقی‌مانده به آن عدد تقسیم می‌شود.

ادامه دهید:

حالا با طرح تقسیمی مثل ۱۹ | ۱۴/۵ موضوع تقسیم دو عدد اعشاری را مطرح کنید. از دانش‌آموزان سؤال کنید برای این که مقسوم‌علیه عدد صحیح شود چه کار می‌توان کرد؟

با شنیدن پاسخ آن‌ها مقسوم و مقسوم‌علیه را در عدد ۱۰۰ ضرب کنید تا یک تقسیم از نوع اول به‌وجود آید. بعد از انجام تقسیم کمکی خارج‌قسمت و باقی‌مانده را بر تقسیم اصلی منتقل کنید.

آموزش دهید:

ـ همان تقسیم را یک بار دیگر انجام داده و مراحل انجام تقسیم کمکی و انتقال جواب به تقسیم اصلی را انجام دهید.

توصیه‌های آموزشی:

پیش از این در کتاب ریاضی اول راهنمایی به جای استفاده از تقسیم کمکی، دو خط ممیز رسم می‌شد. به عبارت دیگر با ضرب مقسوم و مقسوم‌علیه، خط ممیز فرضی کشیده می‌شد. اما این روش موجب اشکال در فهم دانش‌آموزان می‌شد. در این روش، تقسیم کمکی که همان تقسیم نوع اول است و پیش از این به اندازه‌ی کافی تمرین شده بود، کار را ساده‌تر می‌کند.

ادامه دهید:

متن درس را بخوانید و برای دانش‌آموزان توضیح و به سؤالات آن پاسخ دهید.

هدف کار در کلاس:

کار در کلاس به منظور تمرین عمل تقسیم دو عدد اعشاری آورده شده است. تمرین‌های این درس نیز به همین دلیل طرح شده است.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در تقسیم دو عدد اعشاری نیز توجه دانش‌آموزان را به تعداد رقم‌های اعشاری در مقسوم‌علیه و مقسوم خارج‌قسمت و باقی‌مانده جلب کنید تا رابطه‌ی بین آن‌ها را کشف کنند.

۲ــ قبل از شروع فعالیت مطمئن شوید دانش‌آموزان ضرب و تقسیم عددهای اعشاری در توان‌های ده (۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ...) را یاد گرفته باشند. تمرین‌هایی مثل زیر:

$۲/۴ \div ۱۰ =$ $\quad$ $۱/۰۲ \times ۱۰۰ =$

$۳/۸ \times ۱۰ =$ $\quad$ $۳/۴ \times ۱۰۰ =$

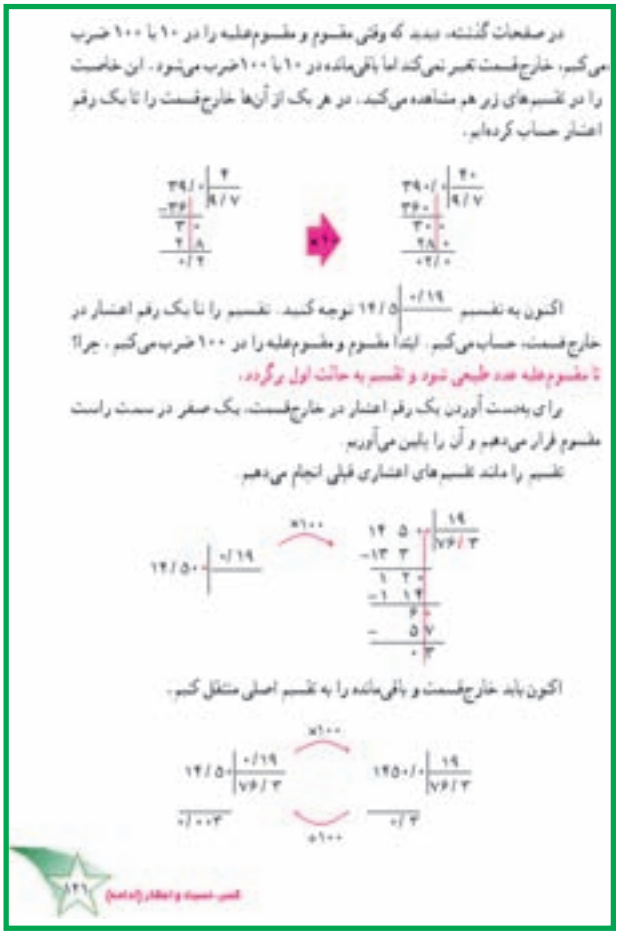
توسعه:

۱ــ تخمین زدن خارج‌قسمت با روش‌های مختلف.

۲ــ ترکیب کسر و اعشار برای محاسبات، مثال:

$$۱۲ \div ۵ = \frac{۱۲}{۵} = ۲\frac{۲}{۵} = ۲\frac{۴}{۱۰} = ۲/۴$$

$$۲/۵۶ \div ۰/۳ = \frac{۲۵۶}{۱۰۰} \times \frac{۱۰}{۲} = \frac{۱۲۸}{۱۰} = ۱۲/۸$$



در صفحات گذشته دیدید که وقتی مقسوم و مقسوم‌علیه را در ۱۰ یا ۱۰۰ ضرب می‌کنیم، خارج‌قسمت تغییر نمی‌کند اما باقی‌مانده در ۱۰ یا ۱۰۰ ضرب می‌شود. این خاصیت را در تقسیم‌های زیر هم مشاهده می‌کنید. در هر یک از آن‌ها خارج‌قسمت را تا یک رقم اعشار حساب کرده‌اید.

۳۹/۰ | ۳ — ۳۶ — ۳۰ — ۲۸ — ۰/۲ | ۱۳/۷

۳۹۰/۰ | ۳۰ — ۳۶۰ — ۳۰۰ — ۲۸۰ — ۰/۲۰ | ۱۳/۷

اکنون به تقسیم ۱۴/۵ | ۰/۱۹ توجه کنید. تقسیم را تا یک رقم اعشار در خارج‌قسمت، حساب می‌کنیم. ابتدا مقسوم و مقسوم‌علیه را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم. چرا؟

تا مقسوم‌علیه عدد طبیعی شود و تقسیم به حالت اول برگردد.

برای بدست آوردن یک رقم اعشار در خارج‌قسمت، یک صفر در سمت راست مقسوم قرار می‌دهیم و آن را پایین می‌آوریم.

تقسیم را مانند تقسیم‌های اعشاری قبلی انجام می‌دهیم.

×۱۰۰ ۱۴/۵۰ | ۰/۱۹ — ۱۳۳ — ۱۱۴ — ۵۷ — ۰/۰۳ | ۷۶/۳ ۱۹

اکنون باید خارج‌قسمت و باقی‌مانده را به تقسیم اصلی منتقل کنیم.

×۱۰۰ ۱۴/۵۰ | ۰/۱۹ — ۰/۰۰۳ | ۷۶/۳ ۱۹۴۵۰/۰ | ۱۹ — ۰/۲ | ۷۶/۳ ÷۱۰۰

۱۲۶ قسمت و اعشار (ادامه)

فعالیت موازی:

به کمک رسم شکل نشان دهید چرا اگر مقسوم و مقسوم‌علیه را دو برابر بکنیم خارج‌قسمت تغییر نمی‌کند؛ ولی باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از ماشین‌حساب در حلّ مسئله‌ها و کنترل تقسیم‌های اعشاری می‌توان استفاده کرد.

فعالیت خارج از کلاس:

هر دانش‌آموز از خواهر، برادر و یا سایر اقوام خود که در دبیرستان تحصیل می‌کنند، درباره‌ی عملیات اعشاری و کاربردهای آن در دروس دبیرستان تحقیق کنند و نتیجه را برای کلاس بیاورند.

کار در کلاس

۱ـ تقسیم $\begin{array}{r|l}۷۲ & \\ \hline ۱۷۰ & \end{array}$ را تا یک رقم اعشار در خارج‌قسمت انجام دادایم.

خارج‌قسمت ۲/۳ و باقی‌مانده ۴/۹ شده است. خارج‌قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم $\begin{array}{r|l}۷/۲ & \\ \hline ۱۷ & \end{array}$ را تعیین کنید.

۰/۴۲ ← باقی‌مانده ۲/۳ ← خارج‌قسمت

۲ـ تقسیم‌های زیر را تا یک رقم اعشار در خارج‌قسمت عمل کنید.

$\begin{array}{r|l}۱/۸ & \\ \hline ۹۶/۱ & \end{array}$ ۳۸ $\begin{array}{r|l}۲/۱۵ & \\ \hline ۱۸/۱ & \end{array}$ ۳۸/۹۲

۰/۰۴ ← باقی‌مانده ۰/۰۰۵ ← باقی‌مانده

۳ـ تقسیم‌های زیر را در دفتر خود تا ۲ رقم اعشار در خارج‌قسمت عمل کنید.

$\begin{array}{r|l}۰/۳۸ & \\ \hline ۱۵۲/۶۴ & \end{array}$ ۵/۸۰ $\begin{array}{r|l}۱/۹ & \\ \hline ۵۸/۳۷ & \end{array}$ ۲۵/۷۲

۰/۰۰۱۲ ← باقی‌مانده ۰/۰۰۲ ← باقی‌مانده

تمرین

۱ـ خارج‌قسمت هر یک از تقسیم‌های زیر را تا دو رقم اعشار حساب کنید و باقی‌مانده‌ی هر تقسیم را بنویسید.

۰/۱ ← باقی‌مانده $\begin{array}{r|l}۱۵ & \\ \hline ۳/۱۸ & \end{array}$ ۲۷/۸ $\begin{array}{r|l}۱۳ & \\ \hline ۲۷/۹۶ & \end{array}$ ۳۵۷ ← ۰/۰۲ ← باقی‌مانده

۰/۰۰۰۲ ← باقی‌مانده $\begin{array}{r|l}-/۵۱ & \\ \hline ۵۶۷۱/۹۶ & \end{array}$ ۸۵۲/۷ $\begin{array}{r|l}۱/۹ & \\ \hline ۳۶/۰۳ & \end{array}$ ۵۰/۲۵ ← ۰/۰۰۸ ← باقی‌مانده

۱۲۲ فصل ۳ جمع و تفریق اعداد اعشاری

حل مسئله

۱ـ ضخامت ۲۰۰ برگ از دفتری ۱۲ میلی‌متر است. ضخامت یک برگ این دفتر را تا دو رقم اعشار برحسب میلی‌متر حساب کنید. ۰/۰۶ میلی‌متر

۲ـ در یک منطقه‌ی روستایی ۱۵۵۷۵ رأس گوسفند وجود دارد. برای واکسن‌زدن به هر رأس گوسفند ۰/۱۲ سی‌سی مایع واکسن لازم است. چند سی‌سی از این مایع برای گوسفندان این منطقه مورد نیاز است؟ اگر مایع واکسن در شیشه‌هایی با گنجایش ۰/۶۵ لیتر بلند. تعیین کنید چند شیشه از آن برای گوسفندان این منطقه لازم است؟ ۱۸۶۹/۷۵ سی‌سی واکسن لازم است و ۳ شیشه واکسن نیاز است

۳ـ دوچرخه‌سواری ۶۰۰ متر از مسیر مسابقه را طی کرده و در این مدت یک چرخ دوچرخه‌ی او ۶۶ دور زده است (یک دور یعنی محیط چرخ)

الف ـ محیط این چرخ را برحسب متر تا دو رقم اعشار بدست آورید. ۱/۵۱ متر

ب ـ شعاع چرخ را برحسب سانتی‌متر حساب کنید. ۲۴/۰۹ سانتی‌متر

۴ـ دو چرخ یک موتور با یک تسمه به هم مربوط شده‌اند.

محیط چرخ کوچک ۰/۵۶ متر و محیط چرخ بزرگ ۱/۴ متر است. اگر چرخ کوچک در هر دقیقه ۱۰۰ دور بچرخد، چرخ بزرگ چند دور در دقیقه می‌چرخد؟ (هر دو چرخ مسافتی مساوی را طی می‌کنند.) ۴۰ دور

۵ـ گنجایش یک حوض ۳۵۶ لیتر است. اگر در هر دقیقه ۸/۹ لیتر آب وارد حوض شود، پس از چند دقیقه حوض پر می‌شود؟ ۴۰ دقیقه

۱۲۳ فصل ۳ جمع و تفریق اعداد اعشاری

یادداشت معلم

رسم ۵

این رسم یکی از رسم‌های مشکل کتاب اول راهنمایی به‌حساب می‌آید و دقت و حوصله‌ی زیادتری را نسبت به سایر رسم‌ها نیاز دارد. چون محل برخورد خطوط در آن زیاد است و تعداد خطوط اضافی که در پایان کار باید پاک شوند نیز قابل توجه است و از آن مهم‌تر کسر اشتباه در اندازه‌گیری باعث بروز مشکل در کشیدن رسم خواهد شد. بنابراین از همان ابتدا این نکات را به دانش‌آموزان یادآوری کنید.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید مشابه رسم‌های گذشته ابتدا با توجه به شکل نهایی، شکل قسمت الف را کامل کنند به آنان یادآوری کنید که هدف اصلی این قسمت پیدا کردن الگوی رسم است تا در هنگام کشیدن رسم اصلی دچار اشتباه نشوند. از آن‌ها بخواهید راهی را پیدا کنند تا خطوط مورب را در امتداد یک‌دیگر رسم کنند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

۱ــ همان‌طورکه در گذشته توضیح داده شد، مربعی با ضلع ۱۶ سانتی‌متر دروسط کاغذ A4 بکشید. (چون در دو رسم گذشته کادرها به‌صورت مربع یا مستطیل نبوده است ممکن است دانش‌آموزان طریقه‌ی کار را فراموش کرده باشند، بهتر است این روش، مجدداً در کلاس توضیح داده شود.)

۲ــ سپس هر کدام از اضلاع را به ۸ قسمت مساوی تقسیم کنید و صفحه‌ی داخلی این مربع را به یک صفحه‌ی شطرنجی با مربع‌های کوچک ۲ سانتی‌متری تبدیل کنید. (توجه داشته باشید این خطوط در نهایت پاک خواهند شد.)

۳ــ حال با توجه به شکل نهایی و با دقت فراوان، مشابه قسمت قبل خطوط مورّب را رسم کنید؛ اگر اندازه‌گذاری شما دقیق باشد، خطوط مورّب در امتداد یک‌دیگر و موازی رسم خواهند شد و دقیقاً از محل برخورد خطوط افقی و عمودی خواهند گذشت.

۴ــ پس از پایان کار، خطوط اضافی را پاک کنید.

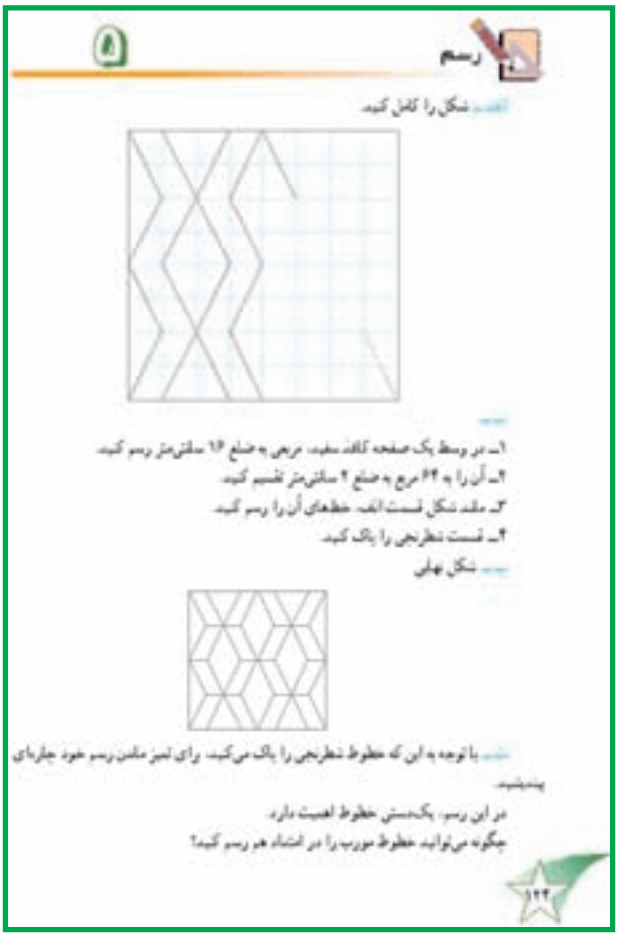
نکات مهم در این رسم

۱ــ یک دست بودن خطوط بسیار اهمیت دارد، با توجه به‌آن‌که خطوط اضافی در لابه‌لای خطوط اصلی رسم قرار دارد بهتر است از پاک‌کن نوک تیز برای پاک کردن استفاده شود.

۲ــ موازی و یا در یک امتداد بودن خطوط مورّب از مشخصه‌های اصلی این رسم است که برای به‌دست آوردن آن، وقت زیادی در اندازه‌گذاری اولیه‌ی اضلاع مربع لازم دارد. اگر تقسیم‌های ۲ سانتی‌متری دقیق باشند خود به خود خطوط منظم و موازی رسم خواهند شد.

۳ــ با توجه به این نکته که خطوط اصلی مورّب هستند، نشانه‌گذاری‌های روی اضلاع مربع کادر باید بسیار کوچک و نقطه‌ای باشد تا در پایان ظاهر رسم را خراب و نامنظم نکند.

۴ــ با مشاهده‌ی برگه رسم از کنار و به‌صورت افقی، موازی بودن یا نبودن خطوط کاملاً مشخص می‌شود. (این نکته را در ابتدای کار و قبل از کشیدن رسم به بچه‌ها نشان دهید تا خودشان بتوانند رسم خود را کنترل کنند.)


رسم ۵

شکل را کامل کنید.

۱ــ در وسط یک صفحه کاغذ سفید، مربعی به ضلع ۱۶ سانتی‌متر رسم کنید.
۲ــ آن را به ۶۴ مربع به ضلع ۲ سانتی‌متر تقسیم کنید.
۳ــ مانند شکل قسمت الف، خط‌های آن را رسم کنید.
۴ــ قسمت شطرنجی را پاک کنید.

شکل نهایی

با توجه به این که خطوط شطرنجی را پاک می‌کنید، برای تمیز ماندن رسم خود چاره‌ای بیندیشید.

در این رسم، یک‌دستی خطوط اهمیت دارد.
چگونه می‌توانید خطوط مورب را در امتداد هم رسم کنید؟

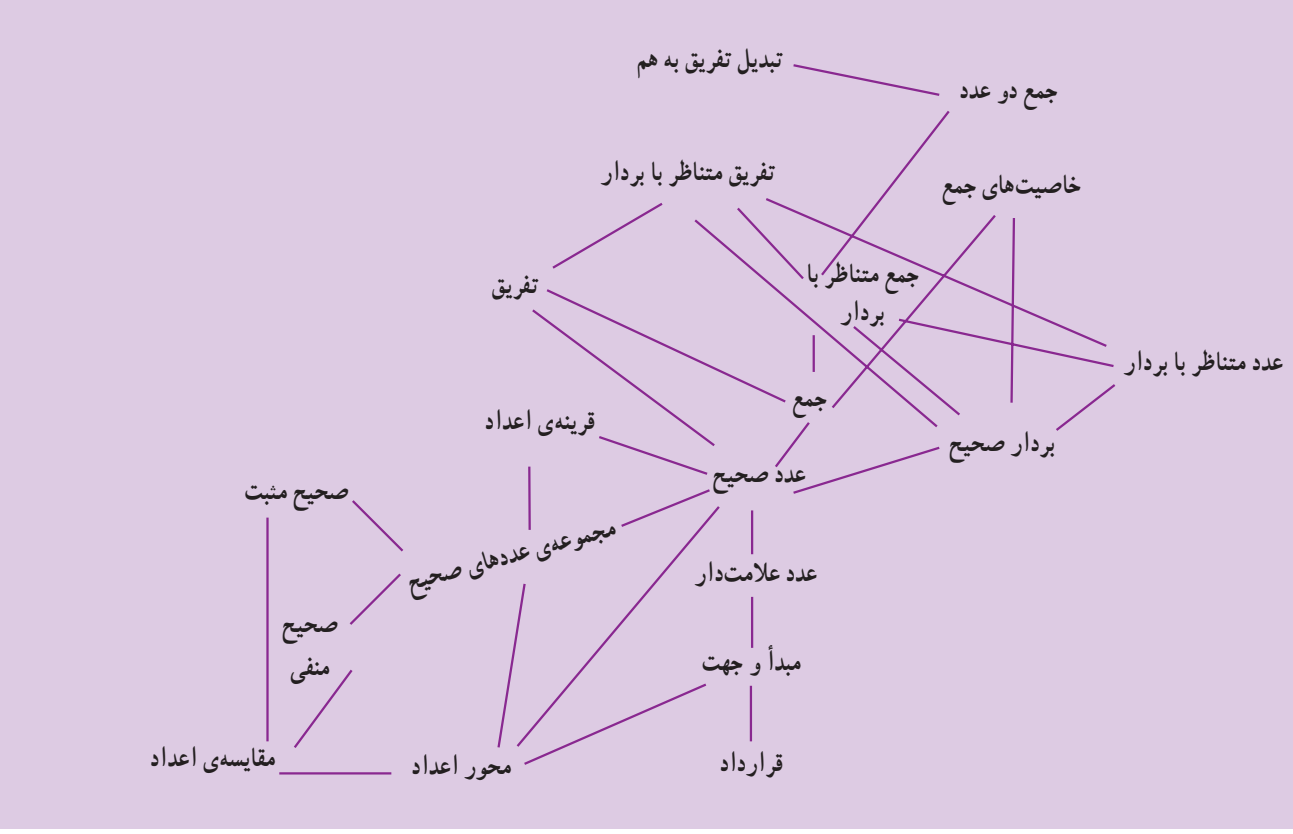
۱۲۲

فصل پنجم

اعداد صحیح

این فصل، سه عنوان اصلی دارد ؛ در قسمت اول، با مفاهیم و نمادهای مربوط به عددهای صحیح آشنا شده و مجموعه‌ی عددهای صحیح و طبقه‌بندی آن معرفی می‌شود. همچنین نحوه‌ی نوشتن، خواندن و مقایسه‌ی عددهای صحیح آموزش داده می‌شود. در قسمت دوم، موضوع جمع در عدد صحیح مطرح و چگونگی پیدا کردن حاصل‌جمع دو عدد با بردار و بدون بردار مجدد و به کمک خاصیت‌های عمل جمع آموزش داده می‌شود.

در قسمت آخر، تفریق عددهای صحیح و چگونگی تبدیل تفریق به جمع آموزش داده می‌شود. مفاهیم و محتوای این فصل به صورت زیر با هم در ارتباط‌اند.



همچنین در این بخش یک رسم وجود دارد.

مهم‌ترین ارتباط در این فصل، رابطه‌ی بین جمع و تفریق دو عدد صحیح است. در بعضی از روش‌های تدریس، عمل تفریق را مطرح نمی‌کنند و می‌گویند فقط عمل جمع داریم و تفریق‌هایی را هم که دانش‌آموزان در دوره‌ی ابتدایی انجام می‌دادند، به جمع دو عدد صحیح تبدیل می‌کنند ؛ یعنی : $۷-۵=۷+(-۵)$

اما در روش فعلی کتاب، جمع و تفریق با هم در کنار یک‌دیگر مطرح شده‌اند اما لازم است رابطه‌ی بین این دو عمل، آموزش داده شود.

همچنین تفاوت بین عمل تفریق و قرینه کردن نیز اهمیت

زیادی دارد ؛ برای مثال، در عبارت $(-3)-7$ علامت منفی اول به معنای عمل تفریق و دومی یعنی نماد قرینه. نکته‌ی آخر این که در این فصل می‌توان همه‌ی مطالب را به صورت طوطی‌وار و در قالب چند قاعده آموزش داد و موفقیت نسبی دانش‌آموزان را در محاسبه‌ی جمع و تفریق دو عدد نیز به صورت ظاهری مشاهده کرد. اما آنچه اهمیت دارد، تأکید بر فهم تکنیک‌ها و عملیاتی است که دانش‌آموزان انجام می‌دهند.

زمان‌بندی پیشنهادی

ماه دی

هفته‌ی چهارم: تقسیم اعشاری ــ یادآوری تقسیم ــ تقسیم عددهای اعشاری ــ آموزش راهبرد حدس و آزمایش

ماه بهمن

هفته‌ی اول: پیشروی در تقسیم، تعیین خارج‌قسمت و باقی‌مانده ــ انجام دادن رسم ۵

هفته‌ی دوم: عدد صحیح ــ قرینه‌ی عددهای صحیح بردار صحیح

هفته‌ی سوم: جمع عددهای صحیح

هفته‌ی چهارم: ادامه جمع عددهای صحیح ــ تفریق عددهای صحیح

ماه اسفند

هفته‌ی اول: تفریق عددهای صحیح ــ انجام دادن رسم ۶

هفته‌ی سوم ماه دی به برگزاری امتحان و دوره کردن دروس و جبران تأخیرها اختصاص یافته است. همچنین درهفته‌ی چهارم دی‌ماه نیز تدریس کمی منظور شده است. لازم به ذکر است که در جریان امتحانات پایانی نباید جریان تدریس را متوقف کرد. البته ممکن است سرعت آن کاهش یابد و برای منزل، تکلیفی در نظر گرفته نشود، اما بهتر است آموزش قطع نشود.

نمونه سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱ــ بردار ۳- انتها در ۲- را رسم کنید و یک جمع و یک تفریق متناظر با آن بنویسید.

۲ــ عبارت زیر را به گونه‌ای بنویسید که بین هر دو عدد، عمل جمع باشد.

$$-(-3)-(+7)-8-(-9)+(-10)$$

۳ــ تساوی زیر را کامل کنید.

$$-10-\square=+10$$

یادداشت معلم

مفاهیم اعداد صحیح

موضوعات در یک نگاه

این قسمت شامل ۳ درس است ؛ ابتدا با بیان قراردادهایی برای مبدأ و جهت‌های مثبت و منفی، عددهای علامت‌دار و سپس مجموعه‌ی عددهای صحیح معرفی می‌شوند. با استفاده از محور اعداد صحیح، عددها با هم مقایسه شده و خواندن و نوشتن آن‌ها تمرین می‌شود. با استفاده از مفهوم قرینه‌ی مرکزی و محور اعداد، قرینه‌ی یک عدد معرفی می‌شود و نماد آن به‌کار می‌رود. در پایان، بردار صحیح و نحوه‌ی نمایش آن روی محور و عدد متناظر با آن آموزش داده می‌شود.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند :

۱ــ قراردادهای تعیین مبدأ و جهت‌ها را درک کرده و با استفاده از آن‌ها، عددهای علامت‌دار را بیان کنند.

۲ــ محور عددهای صحیح را رسم کرده، عددها را روی آن نمایش دهند. مجموعه‌ی اعداد صحیح را بشناسند.

۳ــ عددهای صحیح را با هم مقایسه کنند.

۴ــ مفهوم قرینه‌ی یک عدد را درک کرده و قرینه‌ی عددها را پیدا کنند.

۵ــ بردار صحیح را بشناسند. عدد متناظر با بردار را تعیین کنند.

۶ــ با داشتن عدد متناظر با بردار و انتها یا ابتدای آن، بردار را رسم کنند.

۷ــ بردارهای قرینه را تشخیص دهند.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ اگر نقطه‌ی O را مبدأ مقایسه و یا معادل صفر در نظر بگیریم و جهت چپ را با علامت مثبت و جهت راست را با علامت منفی نشان دهیم، عدد متناظر با هر نقطه را بیان کنید.

۲ــ عدد متناظر با هر نقطه را مشخص کنید.

۳ــ بردار ۳− انتها در ۲− را رسم کرده و قرینه‌ی آن را روی محور پیدا کنید.

شناسنامه‌ی مبحث مفاهیم اعداد صحیح

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
عدد صحیح	۱۲۵ ۱۲۶ ۱۲۷ ۱۲۸ ۱۲۹ ۱۳۰	عدد علامت‌دار مجموعه اعداد صحیح مقایسه عددهای صحیح	ـ قراردادهای تعیین مبدأ و جهت‌های مثبت و منفی را درک کند. ـ عددهای صحیح (علامت‌دار) را با استفاده از قراردادها بنویسد و بخواند. ـ مجموعه‌ی عددهای صحیح را بشناسد و آن را به سه قسمت تقسیم کند. ـ عددهای صحیح را روی محور پیدا کند و هر نقطه روی محور را با یک عدد صحیح بیان کند. ـ عددهای صحیح را با هم مقایسه کند.	ـ مطالعه‌ی متن و پاسخ سؤال برای تشخیص جهت‌ها و مبدأ ـ و به کار بردن قراردادها ـ انجام کار در کلاس برای تمرین تعیین و به کار بردن قراردادها و بیان عددهای علامت‌دار ـ مطالعه‌ی متن برای شناخت مجموعه‌ی عددهای صحیح ـ انجام کار در کلاس برای پیدا کردن نقاط روی محور و مقایسه‌ی عددها	دماسنج	عدد علامت‌دار جهت مثبت جهت منفی مبدأ عدد صحیح صحیح مثبت صحیح منفی
قرینه‌ی عددهای صحیح	۱۳۱ ۱۳۲	قرینه‌ی مرکزی قرینه‌ی عدد صحیح	ـ قرینه‌ی یک نقطه را نسبت به مبدأ پیدا کند. ـ مفهوم قرینه را درک و نماد آن را به‌کار برد. ـ قرینه‌ی هر عدد را روی محور و بدون محور تعیین کند. ـ درک کند که قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد خود عدد می‌شود.	ـ انجام فعالیت برای تمرین پیدا کردن قرینه‌ی نقاط و یادآوری قرینه‌ی مرکزی ـ مطالعه‌ی متن و پاسخ دادن به سؤالات ـ انجام کار در کلاس برای تمرین، پیدا کردن قرینه	خط‌کش	قرینه
بردار صحیح	۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵	نمایش بردار روی محور عدد متناظر با بردار	ـ عدد متناظر با بردار را تعیین کند. ـ با داشتن عدد متناظر با بردار و ابتدا یا انتهای آن بردار را رسم کند. ـ بردارهای مساوی و قرینه را روی محور تشخیص دهد.	ـ انجام فعالیت برای آشنایی با بردار و عدد متناظر با آن و پاسخ دادن به سؤالات ـ انجام کار در کلاس برای تمرین نمایش برداری عددهای صحیح	ـ	بردار عدد متناظر با بردار

اعداد صحیح

مفاهیم اعداد صحیح

عدد صحیح

به گزارش زیر از اداره‌ی هواشناسی توجه کنید.

«با ورود یک جبهه هوای سرد به کشور، دمای هوا به‌طور محسوسی کاهش یافت. در شبانه‌روز گذشته حداقل دمای تعدادی از شهرهای کشور به شرح زیر بوده است.

تهران ۵ درجه* بالای صفر

بندرعباس ۲۷ درجه بالای صفر

مشهد ۳ درجه زیر صفر

اصفهان ۷ درجه بالای صفر

شهرکرد ۱۵ درجه زیر صفر

تبریز ۸ درجه زیر صفر

کرمان ۱۲ درجه زیر صفر»

در بین شهرهای بالا، کدام شهر گرم‌ترین و کدام شهر سردترین شهرها بوده است؟ نام شهرها را برحسب دمای داده شده، از سردترین شهر به گرم‌ترین شهر بنویسید.

برای سادگی کار، قرار می‌گذاریم که درجه‌های بالای صفر را با + و درجه‌های زیر صفر را با – مشخص کنیم؛ مثلاً، ۵ درجه بالای صفر را به صورت ۵+ و ۵ درجه زیر صفر را به‌صورت ۵– می‌نویسیم.

۵+ را می‌خوانیم مثبت ۵.

* واحد دمای سانتی‌گراد است.

۲۱۵ اعداد صحیح

عدد صحیح

ایجاد انگیزه کنید:

نوار ضبط شده اخبار هواشناسی را در ابتدای کلاس پخش کنید و از دانش‌آموزان بخواهید گرم‌ترین و سردترین شهر را پیدا کنند. بدین ترتیب، دانش‌آموزان به‌طور غیرمستقیم وارد مبحث اعداد صحیح می‌شوند. می‌توانید با ترتیب دادن یک مسابقه و ثبت علامت (–) برای هر جواب نادرست و علامت (+) برای هر جواب درست، کلاستان را آغاز کنید.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن نوشته شده در کتاب را بخوانند و به پرسش‌های مطرح شده در آن پاسخ دهند، می‌توانید از یکی از گروه‌ها بخواهید گزارش هواشناسی را به‌صورت نمایش اجرا کند و پاسخ پرسش‌های متن را روی تخته بنویسد. درباره‌ی پاسخ‌های مختلفی که دانش‌آموزان ممکن است به پرسش‌ها داده باشند در کلاس بحث کنید.

آموزش دهید:

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که درجه‌های بالای صفر را با + و درجه‌های زیر صفر را با – مشخص می‌کنیم.

پس از انجام این قسمت دانش‌آموزان باید بتوانند درجه‌های بالا و زیر صفر را با عدد علامت‌دار مشخص کنند و اعداد علامت‌دار را بخوانند و بنویسند.

هدف کار در کلاس:

تمرین ۱ در ادامه‌ی متن درس و برای تمرین خواندن و نوشتن اعداد علامت‌دار آمده است. سؤال ۲ برای تمرین قرارداد کردن جهت‌های مثبت و منفی و خواندن و نوشتن عددهای علامت‌دار طرح شده است. هدف سؤال ۳ خواندن عدد علامت‌دار از روی محور است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را ابتدا به‌صورت فردی حل کنند و سپس درستی پاسخ‌های خود را در گروه بررسی نمایند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در سؤال ۲ این کار در کلاس ممکن است برخی دانش‌آموزان عکس جهت یک عقربه‌های ساعت را جهت مثبت اختیار کرده باشند، در این صورت همه‌ی اعداد به‌دست آمده قرینه‌ی حالت معمول است و اشکالی ندارد.

۲ــ در سؤال ۳ این کار در کلاس دانش‌آموزان برای اوّلین بار به محور اعداد صحیح برخورد می‌کنند. با پرسیدن سؤال‌هایی از قبیل دمای کدام شهر بیش‌تر است یا کدام سه شهر از بقیه سردترند آن‌ها را به بررسی محور تشویق کنید.

۳ــ شهرهای مختلفی در این کار در کلاس آمده است که می‌تواند برای بچه‌ها جالب باشد ممکن است بعضی دانش‌آموزان اطلاعاتی درباره‌ی این شهرها داشته باشند. آن‌ها می‌توانند از

فرصت مختصری که شما برایشان فراهم می‌کنید برای تبادل اطلاعات استفاده کنند.

آموزش دهید:

تاکنون دانش‌آموزان با اعداد علامت‌دار آشنا شده‌اند. برای آن‌ها توضیح دهید که هر یک از اعداد ۱+ ، ۲+ و ... یک عدد صحیح مثبت و هر یک از اعداد ۱− ، ۲− و ... یک عدد صحیح منفی است و عدد ۰ یک عدد صحیح است که نه مثبت است و نه منفی. با رسم یک محور روی تخته و نشان دادن اعداد صحیح روی آن، محور اعداد صحیح را برای آن‌ها توضیح دهید. دقّت کنید که در رسم این محور نکات زیر را مورد تأکید قرار دهید.

۱ــ هر محور یک مبدأ دارد که O را نمایش می‌دهد.

۲ــ جهت مثبت در سمت راست و جهت منفی در سمت چپ است و این یک قرارداد است.

۳ــ فاصله‌ی بین هر دو عدد صحیح متوالی در یک محور مساوی است.

هدایت کنید:

با رسم یک محور اعداد صحیح از ۴− تا ۴+ و طرح سؤالاتی مانند ۳− بزرگ‌تر است یا صفر؟ ۵+ بزرگ‌تر است یا ۱−؟ و ... دانش‌آموزان را برای رسیدن به این نتیجه که هرچه درجهت مثبت پیش برویم، اعداد بزرگ‌تر می‌شوند، هدایت کنید. سپس روی عبارت نامساوی و چگونگی نمایش آن تأکید کنید و از دانش‌آموزان بخواهید چند نامساوی برای محور رسم شده روی تخته بنویسند و درستی نتیجه‌گیری خود را تحقیق کنند. متن این قسمت از درس را بخوانید.

بپرسید!

دانش‌آموزان اینک باید بتوانند به سؤالات زیر پاسخ دهند :

۱ــ کدام یک از اعداد زیر، عدد صحیح نیست؟ ۰ ۱− +۵/۵

۲ــ محور زیر را درنظر بگیرید اگر O مبدأ باشد، هر یک از نقاط A و B و C چه عددی را نمایش می‌دهند؟ اگر B مبدأ

۵ - را می‌خوانیم منفی ۵ (گاهی منهای ۵ هم گفته می‌شود).

دمای شهرهای صفحه‌ی قبل را با استفاده از عددهای علامت‌دار در جدول بنویسید.

نام شهر	بندرعباس	اصفهان	تهران	مشهد	تبریز	کرمان	شهرکرد
حداقل دما	+۲۷	+۷	+۵	−۲	−۸	−۱۲	−۱۵

کار در کلاس

۱ــ هریک از دماهای زیر را با استفاده از عددهای علامت‌دار بنویسید.

۳۷ درجه بالای صفر ... +۳۷ — ۸ درجه زیر صفر ... −۸

۳۰ درجه زیر صفر ... −۳۰ — ۱۸ درجه زیر صفر ... −۱۸

۱۲ درجه بالای صفر ... +۱۲ — ۵۷ درجه زیر صفر ... −۵۷

۹ درجه زیر صفر ... −۹ — ۶۰ درجه بالای صفر ... +۶۰

۲ــ عقربه‌ی هریک از دستگاه‌های زیر، درجه‌ای را نشان می‌دهد. با استفاده از عددهای علامت‌دار این درجه را بنویسید. قرارداد جهت‌های مثبت و منفی را مشخص کنید. آیا در کلاس شما قرارداد همه‌ی دانش‌آموزان یکسان است؟

باشد، هریک از نقاط O و A و C چه عددی را نمایش می‌دهند؟

۳ــ علامت > یا < قرار دهید :

۰ ◯ +۲ ‌ ‌ ‌ −۸ ◯ −۴

۰ ◯ −۲ ‌ ‌ ‌ +۴ ◯ −۴

هدف کار در کلاس :

سؤال‌های این کار در کلاس برای تمرین استفاده از محور اعداد و مقایسه‌ی عددهای علامت‌دار طرح شده است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس‌ها را ابتدا به‌صورت فردی پاسخ دهند و سپس در گروه خود به بررسی پاسخ‌ها بپردازند. در سؤال ۱ مبدأ ساعت ۱۲ است. از دانش‌آموزان

بخواهید در این سؤال مبدأ و جهت قرارداد را معرفی و سپس از اعداد صحیح برای نمایش عبارت‌ها استفاده کنند. تمرین داده شده در این قسمت می‌تواند به‌عنوان تکلیف به دانش‌آموزان پیشنهاد گردد. بررسی درستی و نادرستی پاسخ‌های ارائه شده از سوی دانش‌آموزان را می‌توانید در جلسه‌ی بعدی پیش از شروع درس بررسی نمایید.

تلفیق با سایر دروس:

خواندن طول یا عرض جغرافیایی یا ارتفاع شهرها روی نقشه می‌تواند جالب و آموزنده باشد. در هر یک از آن‌ها با طرح این پرسش که مبدأ در کجاست می‌توانید دانش‌آموزان را به‌دقّت بیش‌تر تشویق کنید.

فعالیت خارج از کلاس:

بررسی اخبار رادیو، تلویزیون یا روزنامه‌ها و ثبت اعداد منفی به‌کار رفته در آن‌ها می‌تواند برای بعضی دانش‌آموزان جالب

باشد. طرح این پرسش که کم‌ترین دمایی که در دنیا می‌تواند وجود داشته باشد چند درجه‌ی سانتی‌گراد است؟ می‌تواند طرح یک تحقیق فیزیک ــ ریاضی آموزنده باشد.

توسعه:

۱ــ معرفی $-۱/۵$، $-۲/۵$ و ... روی محور و تأکید بر این‌که این‌ها اعداد صحیح نیستند و بررسی نامساوی‌هایی از قبیل $-۰/۷ \bigcirc -۰/۲$:

۲ــ نوشتن مجموعه‌ی اعداد صحیح به‌صورت $\mathbb{Z} = \{\dots,-۲,-۱,۰,۱,۲\dots\}$ و توضیح درباره‌ی نمایش اعداد صحیح (Zahlan number به زبان آلمانی) با حرف $\mathbb{Z}$.

۳ــ معرفی مجموعه‌ی اعداد صحیح مثبت، مجموعه‌ی اعداد صحیح منفی، مجموعه‌ی اعداد صحیح نامثبت و مجموعه‌ی اعداد صحیح نامنفی. همچنین مجموعه‌هایی همچون مجموعه‌ی اعداد صحیح بزرگ‌تر از -۴ یا مجموعه‌ی اعداد صحیح بین -۴ و $+۷$.

۵ـ جمله‌های زیر را با استفاده از کلمه‌های بزرگ‌تر، کوچک‌تر، مثبت، منفی کامل کنید.

هر عدد صحیح مثبت از صفر بزرگ‌تر است

هر عدد صحیح منفی از صفر کوچک‌تر است

هر عدد صحیح منفی از هر عدد صحیح مثبت کوچک‌تر است

تمرین

۱ـ معمولاً سطح دریاهای آزاد را در شرایط عادی، مبدأ ارتفاع درنظر می‌گیرند و بقیه‌ی آن را صفر (۰) فرض می‌کنند. ارتفاع نقاط بالاتر از سطح دریا را با عددهای مثبت و ارتفاع نقاط پایین‌تر از سطح دریا را با اعداد منفی نشان می‌دهند.

با توجه به شکل مقابل، ارتفاع هریک از اشیای مشخص شده را با عدد صحیح تعیین کنید.

ارتفاع از سطح دریا

بالاترین قسمت آنتن ساختمان ۱۲۰+

بالای جراغ دریایی ۴۰+

غواص ۱۸۰-

مرجان‌های ته دریا ۱۸۰-

شنای منفی گیری ۰

۲ـ در جدول زیر، ارتفاع تعدادی از شهرهای ساحلی ایران از سطح دریای آزاد به صورت عدد صحیح داده شده است. ارتفاع هر شهر را به صورت بالاتر یا پایین‌تر از سطح دریا بیان کنید.

لاهیجان	۲ـ	آبادان	۳ـ	گلوه	۵ـ	میناب	۲۰ـ
بندرعباس	۱۰ـ	اهواز	۲۰ـ	قومن	۲ـ	بوشهر	۱۲ـ

(عدد منفی نشان‌دهنده‌ی این است که ارتفاع شهر از سطح دریا پایین‌تر است.)

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف ـ ارتفاع کدام شهر از همه کمتر است؟ قومن ب ـ کدام شهر از همه مرتفع‌تر است؟ لاهیجان

پ ـ کدام شهرها از سطح دریا پایین‌ترند؟ قومن، آبادان ت ـ کدام شهرها از بوشهر مرتفع‌ترند؟ میناب، اهواز

۱۲۹ اعداد صحیح

۳ـ محوری رسم کنید و نقطه‌ی نمایش هریک از عددهای زیر را روی آن مشخص نمایید.

۴ ، ۷ ، -۱۵ ، -۷ ، ۱۵+ ، -۵

۴ـ هر جفت از عددهای زیر را روی یک محور مشخص کنید و با آن‌ها یک نامساوی بنویسید.

۴ و ۸+ ، ۴ و ۰ ، ۵ و ۰ ، ۱۲ و ۱۸-

۵ـ

۰ ، ۲۷+	۱۰+ ، ۱۰	۱۵- ، ۳۴+	۱۲- ، ۱۵	۴۲- ، ۱۵-
۳۵- ، ۵۸-	۴۲۲- ، ۳۵+	۱۲- ، ۱۸-	۱۲- ، ۸	۴۵- ، ۰

۶ـ دور عددهای صحیح خط بکشید و آن‌ها را روی محور اعداد مشخص کنید.

-۴/۵ ، ۰ ، $\frac{۲}{۵}$ ، ۳/۴ ، ۴+ ، ۴-

$۸\frac{۱}{۴}$ ، -۹۱ ، ۷۲ ، -۳ ، $\frac{۱}{۱۰}$ ، $\frac{۵}{۲}$

مدرگرعی و ریاضی

ابوالوفا بوزجانی

ابوالوفا بوزجانی، یکی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان و منجمان دوره‌ی اسلامی، در سال ۳۲۸ هجری قمری در بوزجان (تربت جام، خراسان) متولد شد. کتابی که او در علم حساب نوشته است، نخستین نظریه توجه داشتن‌دان اروپایی قرار گرفت.

بوزجانی در این کتاب برای حل معادله‌ها از اعداد صحیح استفاده کرده است. بعلاوه یکی از دانشمندان به نام برونشویگ، او نخستین ریاضی‌دان مسلمان است که اعداد منفی را به کار برده است. بوزجانی همچنین در زمینه‌ی هندسه و ژئودزی و نیز علم مثلثات (در دبیرستان با این درس آشنا می‌شوید) روش‌های تازه‌ای برای حل مسائل ابداع کرده و موجب پیشرفت این علوم شده است.

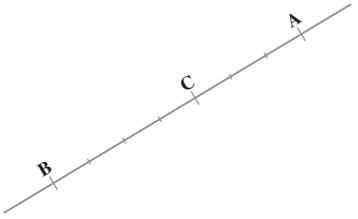
به یاد خدمات بوزجانی به ریاضیات، در محوری یکی از دهانه‌های ماه را به نام وی نام‌گذاری کرده‌اند.

با استفاده از کتاب تئوری اعداد، غلامحسین مصاحب

۱۳۰ اعداد صحیح

فعالیت موازی:

در ابتدای کلاس یک محور بدون جهت و عدد در کنار تخته رسم کنید و از بچه‌ها بخواهید هرکدام روی کاغذ عددی را به A، B و C نسبت دهند. سپس اعدادی که بچه‌ها نوشته‌اند را مقایسه کنید و درباره‌ی لزوم وجود واحد، مبدأ و جهت در کلاس بحث کنید.



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

کلید +/- را روی ماشین حساب به دانش‌آموزان نشان دهید. به آن‌ها آموزش دهید که چگونه می‌توانند عددهای علامت‌دار را در ماشین حساب وارد کنند.

قرینه ی عددهای صحیح

فعالیت

قرینه‌ی عددهای صحیح

ایجاد انگیزه کنید:

یک سری شکل که تقارن محوری یا مرکزی دارند به در و دیوار کلاس نصب کنید. می‌توانید توجه دانش‌آموزان را به اعضای قرینه‌ی بدنشان جلب کنید.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند و به پرسش‌های مطرح شده در آن پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت یادآوری قرینه‌ی مرکزی و پیدا کردن قرینه‌ی یک نقطه نسبت به یک‌مرکز است.

مشاهده کنید:

یافتن قرینه‌ی مرکزی ممکن است برای برخی از دانش‌آموزان مشکل باشد. توجه کنید که آیا این مشکل در گروه‌ها وجود دارد؟ آیا پس از بحث و هم‌فکری در گروه، مشکل حل می‌شود و گروه مسیر درستی را برای رسیدن به پاسخ طی می‌کند. آیا گروه به پاسخ درست می‌رسد.

آموزش دهید:

با رسم یک محور از ۵− تا ۵+ و نوشتن تساوی‌های زیر روی تخته عبارت قرینه یک عدد و چگونگی نمایش آن به زبان ریاضی را برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

$+۳$ = قرینه‌ی عدد -۳ $\qquad -۵$ = قرینه‌ی عدد $+۵$

$+۳ = -(-۳)$ $\qquad -۵ = -(+۵)$

تأکید کنید که هرگاه صحبت از قرینه است باید بر مرکز یا محور تقارن مشخص باشد ؛ یعنی باید بدانیم قرینه نسبت به چه چیزی. سپس متن کتاب را به کمک دانش‌آموزان بخوانید.

بپرسید!

با طرح پرسش‌هایی مانند پرسش‌های زیر می‌توانید از یادگیری دانش‌آموزان مطمئن شوید.

۱ــ در محور زیر فاصله دو نقطه‌ی A و B چه‌قدر است؟

فاصله‌ی B و A چه‌قدر است؟

۲ــ آیا صفر عددی منفی است؟ آیا بدون علامت است؟ آیا مثبت است؟ آیا می‌توان گفت تنها عددی است که قرینه‌اش مساوی خودش است؟

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند و پاسخ‌های خود را با هم‌گروه‌هایشان مقایسه کنند.

هدف کار در کلاس:

سؤال ۱ با هدف یادآوری پیدا کردن نقاط، تشخیص مبدأ و واحد و تعیین فاصله طرح شده است. هدف سؤال ۲ یافتن قرینه‌ی اعداد با استفاده از محور و هدف سؤال ۳ یافتن قرینه‌ی

اعداد بدون استفاده از محور است. از یکی از دانش‌آموزان بخواهید پاسخ سؤال ۳ را با صدای بلند بخواند و دقت کنید که $(-5)-$ را قرینه‌ی عدد -5 بخواند و روی این گونه خواندن نماد قرینه در کلاس تأکید کنید.

هدف سؤال ۴ کشف قاعده‌ای است مبنی بر این‌که قرینه‌ی یک عدد برابر خود عدد است. در سؤال ۵ قرینه‌ی O نسبت به O نکته‌ی مهمی است که در کلاس باید مورد توجه قرار گیرد.

تلفیق با سایر دروس:

قرینه در علوم مختلف با ماهیت‌های مختلف وجود دارد. مثلاً بار الکترون و پروتون در فیزیک، اسید و باز در شیمی، تقارن اعضای بدن موجودات زنده در زیست‌شناسی، کلمات متضاد در ادبیات و انواع شکل‌های متقارن و زیبا در هنر.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ شنیدن اخبار هواشناسی و یادداشت کردن همه‌ی دماها به‌صورت قرینه و مقایسه‌ی سردی و گرمی شهرهای مختلف با اعداد جدید، می‌تواند آموزنده و شادی‌آور باشد. ساختن یک محور اعداد صحیح که از مبدأ تا می‌شود و مشاهده‌ی اعداد قرینه پس از تاکردن آن نیز فعالیت جالبی است.

۲ــ ساختن یک محور که از مبدأ تا شود تا قرینه بودن نقاط مشخص شود.

توسعه:

طرح سؤالاتی مانند سؤالات زیر می‌تواند دانش‌آموزان را به تفکر بیش‌تر وا دارد. دقت کنید که در این سؤالات سرعت عمل بسیار مهم است.

$$-(-(+8)) = ?$$

$$-(+0) = ?$$

سؤالات زیر نیز می‌تواند مهارت استدلال و کشف را در آن‌ها پرورش دهد.

دو فاصله‌ی A و B مساوی ۴ است و نقطه‌ی C قرینه B نسبت به A است. فاصله‌ی A و C چه‌قدر است؟

کار در کلاس

۱ــ در محور اعداد زیر، فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B چه‌قدر است؟ فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و C چند واحد است؟

۲ــ یک محور رسم کنید؛ نقطه‌ی نمایش هریک از عددهای -5، $+2$ و -3 را روی آن مشخص کنید و قرینه‌ی هریک از آن‌ها را به‌دست آورید.

۳ــ تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$-(-5) = \square$ ، $-(+3) = \square$ ، $-(-7) = \square$ ، $-(+2) = \square$

۴ــ نمودار را کامل کنید.

$+5$	-5	-5
-2	$+2$	-2
$+2.5$	$+2.5$	-2.5
-2.2	-2.2	$+2.2$

قرینه — قرینه

از مقایسه‌ی دو ستون اول و آخر چه نتیجه می‌گیرید؟ با هر بار قرینه، بین قرینه‌ی قرینه‌ی یک عدد، برابر خود آن است.

۵ــ در شکل زیر، قرینه‌ی A را نسبت به نقطه‌ی O تعیین کنید.

قرینه‌ی O را هم نسبت به نقطه‌ی O تعیین کنید. روی خودش است.

قرینه‌ی O چه عددی است؟ آیا تساوی $-0=0$ درست است؟ بله.

پردازد صحیح

فعالیت

به شکل بالا توجه کنید. هرگونی از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B برسد است. بردار

۱۲۲ اعداد صحیح

۲ــ قرینه‌ی نقطه‌ی -5 نسبت به $+2$ چه نقطه‌ای است؟

فعالیت موازی:

یک محور بلند در حیاط بکشید و یک نقطه (تقریباً وسط) آن را به‌عنوان مبدأ انتخاب کنید. دانش‌آموزان را به گروه‌های دو نفره تقسیم کنید. از هر گروه بخواهید که طوری روی محور قرار بگیرند که فاصله‌شان از مبدأ به یک اندازه باشد ولی هر یک در یک سمت مبدأ. سپس از دانش‌آموزان هر گروه بخواهید فاصله‌ی خود از مبدأ و از هم‌گروهی خود را برحسب واحدی که شما تعیین می‌کنید به‌طور تقریبی به‌دست آورند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

نحوه‌ی قرینه کردن اعداد صحیح را در ماشین حساب به دانش‌آموزان آموزش دهید.

بردار صحیح

ایجاد انگیزه کنید:

می‌توانید بچه‌ها را به حیاط ببرید و یک مسابقه‌ی کلاغ‌پَر برگزار کنید. در هر مرحله، مقدار پرش را یادداشت کنید.

هدف فعالیت:

شناخت بردار و مشخصه‌های آن توسط دانش‌آموزان هدف طرح این فعالیت است.

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت این قسمت را انجام دهند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند. می‌توانید بردار را به یک وسیله حمل‌ونقل روی محور تشبیه کنید. تأکید کنید که هر بردار چهار مشخصه مهم دارد. ابتدا، انتها، اندازه (طول) و جهت.

مشاهده کنید:

در زمانی که دانش‌آموزان مشغول انجام فعالیت هستند شما آن‌ها را زیرنظر بگیرید. مشاهده کنید آیا ابتدای بردار را درست تشخیص داده‌اند؟ انتهای آن را چه‌طور؟ طول بردار را چگونه یافته‌اند؟ آیا جهت بردار را درست تشخیص داده‌اند؟ آیا از نماد بردار به درستی استفاده می‌کنند؟ در هر مرحله در صورتی که دانش‌آموزان در مسیر درست حرکت نمی‌کنند، آن‌ها را یاری دهید تا در مسیر درست پاسخ‌گویی قرار گیرند. درباره‌ی جهت بردار صفر با بچه‌ها گفت‌وگو کنید.

بپرسید!

سؤالاتی نظیر سؤال زیر می‌تواند شما را در تشخیص یادگیری دانش‌آموزان یاری دهد.

$\overrightarrow{AB} = +۷$ ، $\overrightarrow{BA} = ?$ ؟ چرا؟

هدف کار در کلاس:

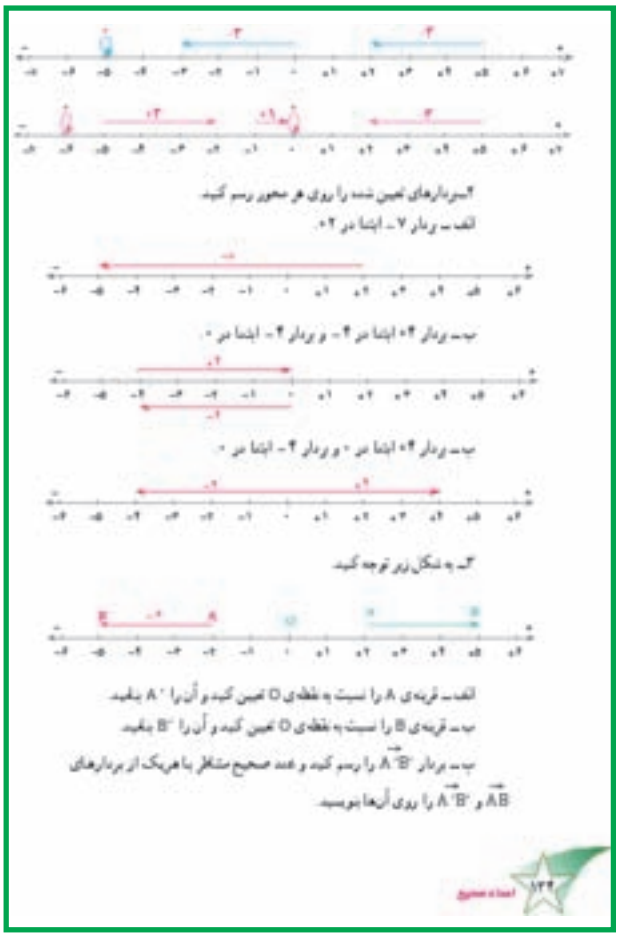
هدف سؤال ۱ یافتن اندازه بردار با استفاده از شکل و هدف سؤال ۲ رسم بردار با داشتن مشخصه‌های آن است. در سؤال ۳ بردار $A'B'$ قرینه‌ی بردار AB است و عدد متناظر با آن نیز قرینه‌ی عدد متناظر با $\overrightarrow{AB}$ است. کشف این ارتباط هدف طرح این سؤال است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند. پاسخ‌ها را با هم‌گروه‌های خود مقایسه کنند.

تمرین این قسمت را به‌عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان پیشنهاد دهید و پس از آن‌که هریک از دانش‌آموزان روی تمام سؤالات فکر کردند و پاسخ دادند پاسخ‌هایشان را در کلاس بررسی کنید. سرگرمی و ریاضی این قسمت در راستای اهداف درس طرح شده است.

توسعه:

۱ــ معرفی نمایش اعداد صحیح با دایره‌های پر و خالی.

هر دایره‌ی پر نمایش وضعیت واحد مثبت و هر دایره‌ی توخالی نمایش‌دهنده‌ی یک واحد منفی است. بنابراین :

۲ــ طرح پرسش‌هایی نظیر پرسش‌های زیر می‌تواند دانش‌آموزان را به فهم بهتر مفهوم بردار سوق دهد.

الف ــ کدام جفت بردار زیر قرینه‌اند؟

ب ــ آیا این بردارها با هم برابرند :

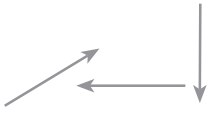
بردار ۴ – ابتدا در ۳– .

بردار ۴ – ابتدا در ۷ + .

بردار ۴ – ابتدا در ۰ .

ج ــ چه وقت می‌گوییم دو بردار با هم مساوی‌اند؟

۳ــ بردارهای مختلفی روی تخته رسم کنید و از دانش‌آموزان بخواهید با یک واحد دلخواه آن‌ها را اندازه بگیرند و عددی متناظر با هریک بیابند.



جمع عددهای صحیح

موضوعات در یک نگاه

این بخش از ۴ درس تشکیل شده است. ابتدا با نوشتن جمع متناظر با بردار دانش‌آموزان با مفهوم و حالت‌های مختلف جمع عددهای صحیح آشنا می‌شوند. پس از طرح خاصیت‌های عمل جمع، نحوه‌ی پیدا کردن حاصل جمع دو عدد صحیح بدون استفاده از محور و بردار آموزش داده می‌شود. جمع دو عدد در دو قسمت کلی بیان می‌شود. در قسمت اول جمع دو عدد صحیح به جمع و تفریق معمولی تبدیل شده و در قسمت دوم جمع دو عدد صحیح با استفاده از خاصیت قرینه‌ی مجموع به حالت‌های قبل تبدیل می‌شود.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود، دانش‌آموزان بتوانند :

۱ــ متناظر با بردار یک جمع بنویسند و با استفاده از بردار و محور حاصل جمع دو عدد صحیح را به‌دست آورند.

۲ــ خاصیت‌های تعویض‌پذیری، جمع با صفر و جمع با قرینه را درک کرده، به کمک آن‌ها تساوی مربوط را کامل کنند.

۳ــ حاصل جمع دو عدد صحیح را با استفاده از خاصیت‌های عمل جمع پیدا کنند.

۴ــ خاصیت قرینه‌ی مجموع را درک و در محاسبه‌ی حاصل جمع دو عدد به‌کار برند.

۵ ــ خاصیت‌های عمل جمع را با استفاده از بردار و محور بررسی کنند.

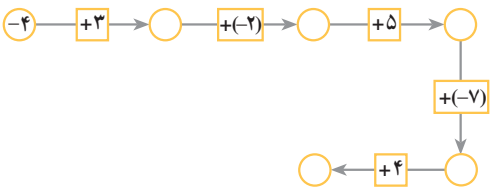
۶ ــ مسئله‌های مربوط به جمع عددهای صحیح را حل کنند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ حاصل عبارت زیر را پیدا کنید. از کدام خاصیت‌های عمل جمع استفاده کرده‌اید؟

$$(-۳)+(+۴)+(+۳)+(-۷)$$

۲ــ درجای خالی عدد مناسب بنویسید.



شناسنامه‌ی مبحث جمع عددهای صحیح

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
جمع متناظر با بردار	۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹	جمع متناظر با بردار پیدا کردن	ـ متناظر با بردار یک جمع بنویسد. ـ با استفاده از بردار و محور حاصل جمع دو عدد صحیح را به‌دست آورد. ـ مسئله‌های مربوط به جمع را با استفاده از بردار و محور حل کند.	ـ مطالعه‌ی متن و تکمیل عبارت‌ها و سؤال‌ها ـ انجام کار در کلاس برای تمرین نوشتن جمع متناظر با بردار و پیدا کردن حاصل جمع با بردار ـ انجام کار در کلاس برای تمرین حل مسئله به کمک بردار	ـ	جمع متناظر
چند خاصیت جمع	۱۳۹ ۱۴۰ ۱۴۱ ۱۴۲	خاصیت تعویض‌پذیری جمع خاصیت جمع با قرینه خاصیت جمع با صفر	ـ خاصیت تعویض‌پذیری جمع را با استفاده از محور و بردار نمایش دهد. ـ خاصیت تعویض‌پذیری را درک کرده به کمک آن تساوی‌ها را کامل کند. ـ خاصیت جمع یک عدد با قرینه‌اش را با استفاده از محور و بردار نمایش دهد. ـ خاصیت جمع با قرینه را درک کرده و به کمک آن تساوی‌ها را کامل کند. ـ خاصیت جمع با صفر را با استفاده از محور و بردار نمایش دهد. ـ خاصیت جمع با صفر را درک کرده به کمک آن تساوی‌ها را کامل کند.	ـ انجام فعالیت برای درک خاصیت تعویض‌پذیری ـ انجام کار در کلاس برای تمرین خاصیت تعویض‌پذیری ـ انجام فعالیت برای درک خاصیت جمع با قرینه ـ انجام فعالیت برای درک خاصیت جمع با صفر ـ انجام کار در کلاس برای تمرین خاصیت‌های جمع با قرینه و جمع با صفر	ـ	تعویض‌پذیری جمع با قرینه جمع با صفر خاصیت
جمع دو عدد	۱۴۲ ۱۴۳	جمع دو عدد صحیح	ـ جمع دو عدد صحیح را در صورتی‌که هر دو عدد مثبت باشند به جمع معمولی تبدیل و محاسبه کند. ـ جمع دو عدد صحیح را در صورتی که حاصل جمع مثبت شود، انجام دهد.	ـ انجام کار در کلاس برای تمرین انجام جمع با حاصل مثبت	ـ	دو هم‌علامت
قرینه‌ی مجموع	۱۴۴ ۱۴۵	خاصیت قرینه‌ی مجموع	ـ خاصیت قرینه‌ی مجموع را با استفاده از بردار و محور بررسی کند و نمایش دهد. ـ خاصیت قرینه‌ی مجموع را درک و به کمک آن تساوی‌ها را کامل کند.	ـ انجام فعالیت برای درک خاصیت قرینه‌ی مجموع ـ انجام کار در کلاس برای تمرین خاصیت قرینه‌ی مجموع		قرینه‌ی مجموع
جمع دو عدد (ادامه)	۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸	جمع دو عدد صحیح	ـ حاصل جمع دو عدد صحیح را در صورتی‌که هر دو عدد منفی باشند با قرینه‌یابی حل کند. ـ جمع دو عدد صحیح را درصورتی که حاصل جمع منفی شود با قرینه‌یابی انجام دهد. ـ حاصل جمع دو عدد صحیح را به‌دست آورد. ـ مسأله‌های مربوط به جمع اعداد صحیح را حل کند.	ـ انجام فعالیت برای درک کاربرد خاصیت قرینه‌ی مجموع در جمع دو عدد صحیح ـ انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از قرینه‌یابی در محاسبه‌ی جمع دو عدد ـ انجام کار در کلاس برای پیدا کردن جمع دو عدد صحیح	ـ	ـ

جمع عددهای صحیح

جمع متناظر با بردار

جمع متناظر با بردار

ایجاد انگیزه کنید:

با طرح سؤالاتی مانند سؤالات زیر و بحث درباره‌ی پاسخ آن‌ها در کلاس مبحث جمع عددهای صحیح را آغاز کنید.

۱ــ دمای تبریز $-6^{\circ}C$ است و تهران $3^{\circ}C$ از تبریز گرم‌تر است. دمای هوای تهران چند درجه است؟

۲ــ علی از طبقه‌ی ۲ یک ساختمان ۶طبقه بالا آمد. الان درچه طبقه‌ای است؟

شروع کنید:

بردار $+3$ ابتدا در $+2$ را روی تخته رسم کنید و توضیحات کتاب برای نوشتن جمع متناظر با آن را بیان کنید و از بچه‌ها بخواهید خودشان جمع متناظر با بردار را بیابند. درباره‌ی پاسخ‌های مختلفی که دانش‌آموزان ارائه می‌کنند، بحث کنید و با نتیجه‌گرفتن جمع متناظر با بردار موردنظر بحث را پایان دهید. از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های کتاب را انجام دهند. درباره‌ی پاسخ‌های هر یک از مثال‌ها در کلاس گفت‌وگو کنید. سپس فرصت دهید تا دانش‌آموزان کار در کلاس را به‌صورت فردی حل کنند، سپس با هم گروه‌های خود مقایسه و بررسی نمایند.

هدف کار در کلاس:

هدف سؤال ۱ تمرین نوشتن جمع متناظر با بردار و هدف سؤال ۲ تمرین در یافتن حاصل جمع با استفاده از رسم بردار متناظر با جمع است. کار دانش‌آموزان را مشاهده کنید. دقت در درست رسم کردن بردارها بسیار مهم است. توجه کنید که ابتدا و انتهای بردار روی اعداد موردنظر باشند و فلش و طول بردار منظم رسم شده باشد.

آموزش دهید:

مسئله‌ی مطرح شده در کتاب را در کلاس مطرح کنید و از دانش‌آموزان بخواهید این مسئله را با استفاده از یکی از راهبردهایی که آموخته‌اند حل کنند. استفاده از بردار در واقع استفاده از راهبرد رسم شکل است. درباره‌ی پاسخ‌های مختلفی که در کلاس ارائه می‌شود، بحث و بررسی کنید تا همه‌ی دانش‌آموزان خودشان مسئله را حل کنند.

بپرسید!

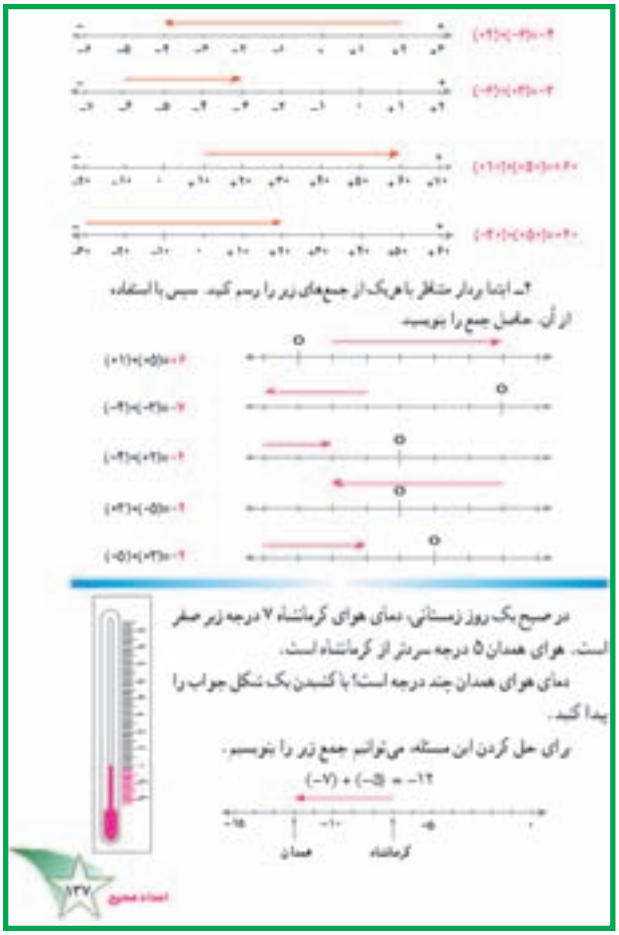
از دانش‌آموزان بخواهید برای جمع زیر، یک مسئله طرح کنند. $-3+(+6)=+3$

هدف کار در کلاس:

هدف هر سه سؤال مطرح شده حلّ مسئله با استفاده از رسم بردار متناظر است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند و در گروه به بررسی درستی و یا نادرستی پاسخ‌های خود بپردازند. توجه کنید که اعداد روی محورها به‌صورت ۵ تا ۵ تا نوشته شده است. می‌توانید این موضوع که ممکن است گاهی اوقات حتی

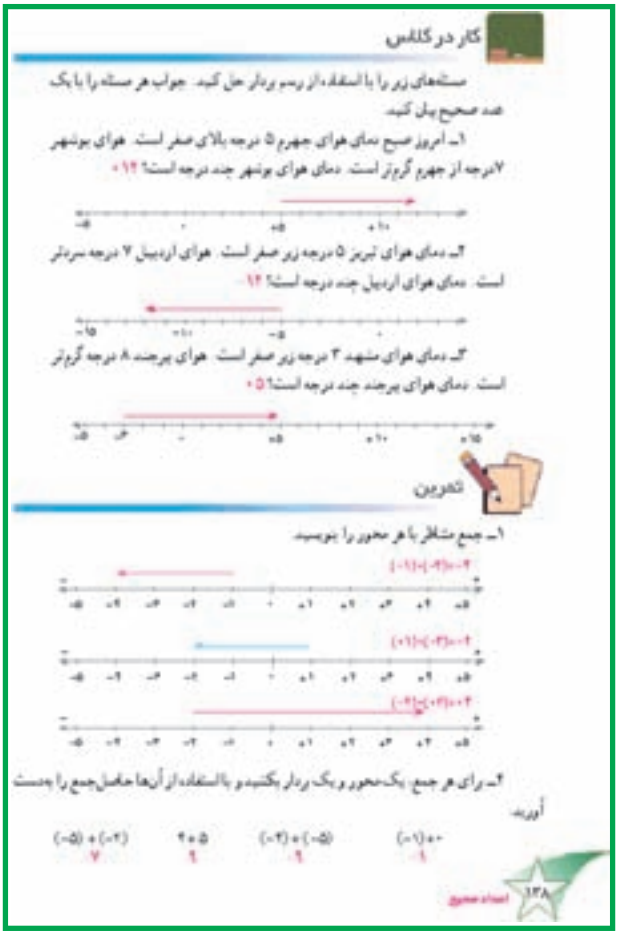


نشانه‌های مربوط به اعداد دیگر هم روی محور قرار نگیرد و محور به‌صورت ۵ تا ۵ تا، ۲ تا ۲ تا یا nتا nتا رسم شود، را برای دانش‌آموزان توضیح دهید ؛ مثال :

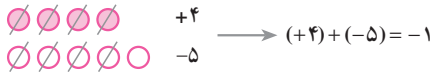
تمرین حل مسئله این قسمت را به‌عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید تا فرصت کافی برای فکر کردن و پاسخ دادن به آن را داشته باشند. نظم و رعایت موارد مهم مربوط به رسم بردارها در پاسخ دادن به این تمرین‌های مهم است.

درباره‌ی چگونگی پاسخ دادن به سرگرمی ــ ریاضی در کلاس گفت وگو کنید.

توسعه:

هر یک از موارد زیر می‌تواند مهارت‌های مختلفی را در دانش‌آموزان پرورش دهد. شما می‌توانید با توجه به وضعیت کلاستان یک یا چند مورد از موارد زیر را درنظر بگیرید و با دانش‌آموزان مطرح کنید :

۱ــ طرح مسائل مختلف با اعداد واقعی و انتخاب واحد مناسب برای محور اعداد آن جهت پرورش مهارت حل مسئله و استدلال در دانش‌آموزان.

۲ــ طرح یافتن حاصل جمع دو عدد صحیح به کمک مدل دایره‌ای (استفاده از دایره‌ی توپر برای هر واحد مثبت و دایره‌ی توخالی برای هر واحد منفی) ؛ مانند :



جهت پرورش مهارت کشف و استدلال همچنین درک بهتر از جمع اعداد صحیح.

فعالیت خارج از کلاس:

با توجه به سرگرمی ریاضی می‌توانید به دانش‌آموزان علاقه‌مند پیشنهاد کنید تا درباره‌ی برخی از سری‌های عددی معروف مانند فیبوناچی تحقیق کنند و نتیجه‌ی تحقیق خود را به‌صورت کوتاه در کلاس مطرح نمایند.

دل مسئله

۱ـ دمای هوای یخ ۸ درجه بالای صفر است. هوای کرمان ۱۲ درجه سردتر است. دمای هوای کرمان چند درجه است؟

۲ـ دمای هوای لاهیجان ۴ درجه بالای صفر است. هوای نیشابور ۵ درجه گرم‌تر است. دمای هوای نیشابور چند درجه است؟

۳ـ دمای هوای بروجرد ۳ درجه زیر صفر است. هوای خرم‌آباد ۹ درجه گرم‌تر است. دمای هوای خرم‌آباد چند درجه است؟

سرگرمی و ریاضی

در هر ردیف، کدام یک از اعداد سمت چپ ادامه‌ی اعداد سمت راست است؟

چند خاصیت جمع

۱ـ تعویض‌پذیری جمع

همان‌طور که در دوره‌ی ابتدایی آموختید، حاصل جمع دو عدد به ترتیب آن‌ها بستگی ندارد.

با انجام فعالیت صفحه‌ی بعد متوجه می‌شوید که این خاصیت در جمع اعداد صحیح نیز برقرار است.

چند خاصیت جمع

ایجاد انگیزه کنید:

می‌توانید درباره‌ی خواص بعضی از اجسام و مواد با دانش‌آموزان گفت‌وگو کنید. جای بعضی از بچه‌ها را با هم عوض کنید یا با طرح این پرسش که برای جمع ۸۵ + ۳، ۳ تا به ۸۵ اضافه می‌کنید یا ۸۵ تا به ۳. آن‌ها را برای بحث درباره‌ی خاصیت تعویض‌پذیری در جمع آماده کنید.

هدف فعالیت:

پس از آن‌که دانش‌آموزان هر فعالیت را انجام دادند باید بتوانند خاصیت مربوط به آن فعالیت را نتیجه بگیرند و با زبان خود این خاصیت را بنویسند. همچنین باید بتوانند از این خاصیت استفاده کنند و آن را با بردار اعداد صحیح روی محور نشان دهند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را در گروه خود انجام دهند و نتیجه‌ی حاصل را در یک یا چند جمله بیان کنند. سپس نتایج به‌دست آمده در هر گروه در کلاس مطرح شود و یک نتیجه واحد روی تخته ثبت گردد.

در این هنگام شما می‌توانید نام خاصیتی که دانش‌آموزان کشف کرده‌اند یعنی خاصیت تعویض‌پذیری جمع را در کنار این نتیجه روی تخته بنویسید.

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل و پاسخ‌های خود را در گروه بررسی کنند.

هدف کار در کلاس:

دو سؤال این قسمت با هدف تمرین خاصیت تعویض‌پذیری در دو شکل متفاوت مطرح شده‌اند.

ادامه دهید:

حال هر گروه فعالیت دوم و سپس سوم را انجام دهد و نتایج به‌دست آمده از انجام آن‌ها را در یک یا چند جمله درجای خود بنویسند. این نتایج در کلاس مطرح و بحث شود و مانند فعالیت قبلی یک نتیجه‌ی واحد از هر فعالیت درکنار نام خاصیتی که مربوط به آن فعالیت است روی تخته ثبت شود.

مشاهده کنید:

در حین انجام فعالیت‌ها شما فرصت خواهید داشت تا نحوه‌ی عملکرد دانش‌آموزان را مشاهده کنید. آیا در نوشتن جمع متناظر با هر بردار بدون مشکل عمل می‌کنند؟ آیا جاهای خالی را درست پر می‌کنند؟ آیا برای نوشتن نتیجه در گروه اظهارنظر می‌کنند؟ آیا به نظرات دیگران برای نتیجه‌گیری توجه می‌کنند؟ آیا در مسیر درست نتیجه‌گیری قرار گرفته‌اند؟ آیا به نتیجه‌ی درست می‌رسند؟

بپرسید!

از بچه‌ها بخواهید سه خاصیت جمع اعداد را بیان کنند و برای هر یک مثال بزنند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به‌صورت فردی حل کنند و درستی و نادرستی پاسخ‌هایشان را در گروه بررسی کنند.

هدف کار در کلاس:

به‌کارگیری خواص جمع با استفاده از شکل در کار در کلاس ۱ و بدون استفاده از شکل در سؤال ۲ آمده است. در سؤال ۲ از آن‌ها بخواهید نام خاصیتی که استفاده کرده‌اند را بیان کنند.

فعالیت خارج از کلاس:

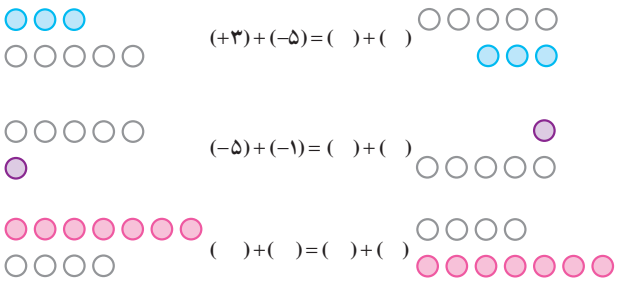
طرح این پرسش که دانستن خواص چه تغییری در مهارت‌های ما ایجاد می‌کند، می‌توانید دانش‌آموزان را با تفکّر و تحقیق در خارج کلاس تشویق کنید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از دانش‌آموزان بخواهید خاصیت‌های عمل جمع را با ماشین حساب بررسی کنند.

فعالیت موازی:

هرسه فعالیت این قسمت را می‌توان به کمک مدل دایره‌ای شبیه‌سازی کرد. به‌طور مثال، فعالیت موازی با فعالیت ۱ در زیر آمده است. دقّت کنید که یکی از مهارت‌هایی که در فعالیت‌های کتاب به‌دست می‌آید نمایش برداری خاصیت‌های جمع است. بنابراین فعالیت‌های موازی می‌توانند در کنار فعالیت‌های کتاب مطرح شوند امّا نمی‌توانند جایگزین فعالیت‌های کتاب شوند.



توسعه:

طرح سؤالات زیر می‌تواند دانش‌آموزان را در درک بهتر از خواص جمع اعداد یاری دهد.

۱ــ جاهای خالی را پر کنید.

$(-۸)+\bigcirc=۰$

$\bigcirc+(-۱۰)=-۱۰$

$۸+(-۶)=(-۶)+\bigcirc$

۲ــ در جمع زیر به‌ترتیب از چه خواصی استفاده شده است؟

$(-۶)+(+۵+(-۵))=(-۶)+۰=-۶$

۳ــ جمع زیر را انجام دهید و بیان کنید که به ترتیب از چه خواصی استفاده کرده‌اید.

$(+۷)+(۰)+(-۷)=$

۲ـ جمع یک عدد با قرینه‌اش

فعالیت

متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.

از این فعالیت نتیجه می‌گیریم:

حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر صفر است.

۳ـ جمع با صفر

فعالیت

متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.

از این فعالیت نتیجه می‌گیریم: حاصل جمع هر عدد با صفر برابر خود عدد است.

در دوره‌ی ابتدایی، آموختید که حاصل جمع هر عدد با صفر همان عدد می‌شود؛ مثلاً

$5+0=0+5=5$

این مطلب را به طور کلی می‌توان چنین بیان کرد: حاصل جمع هر عدد صحیح با صفر، همان عدد می‌شود.

کار در کلاس

۱ـ در شکل مقابل، عدد صحیح متناظر با هر بردار را روی آن بنویسید و سپس جمعی را که هر محور نشان می‌دهد، بنویسید.

۲ـ تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$(-8)+8=0$ $\quad (-17)+17=0$ $\quad (-15)+15=0$ $\quad (-3)+3=0$

$12+0=12$ $\quad -25+0=-25$ $\quad -12+0=-12$ $\quad 0+6=6$

جمع دو عدد

روش جمع کردن دو عدد صحیح مثبت، همان‌گونه است که قبلاً انجام می‌دادیم:

$(+3)+(+5)=+8$

فکر می‌کنید حاصل جمع $(-3)+(+8)$ چند است؟ برای یافتن پاسخ، محور اعداد را در ذهن خود مجسم کنید. باید از نقطه‌ی نمایش ۸، سه واحد در جهت منفی حرکت کنیم. به عبارت دیگر، از ۸ سه تا کم کنیم. پس

$(+8)+(-3)=8-3=5$ $\quad 12+(-5)=12-5=7$

به همین ترتیب:

$(-9)+13=13-9=4$

برای انجام دادن این جمع از چه خاصیتی استفاده کردید؟ تعویض‌پذیری.

کار در کلاس

۱ـ حاصل جمع‌های زیر را مانند نمونه، با نوشتن را حل به دست آورید.

$17+(-9)=17-9=8$ $\quad 5+(-9)=5-9=-4$

$(-5)+18=18-5=13$ $\quad (+25)+(+8)=25+8=33$

$137+(-79)=137-79=58$ $\quad (-29)+85=85-29=56$

جمع دو عدد

ایجاد انگیزه کنید:

آیا می‌توانیم به همان سرعت که اعداد مثبت را جمع می‌کردیم اعداد علامت‌دار را جمع کنیم؟ می‌توانید یک بازی طراحی کنید؛ مثلاً یک سکه در اختیار هر گروه قرار دهید. ارزش ۳− را به روی سکه و ۲+ را به پشت سکه نسبت دهید. نفر اول سکّه را بیندازد و ارزش به‌دست آمده را با صفحه جمع کند نفر بعدی سکّه را بیندازد اگر روی سکه آمد عدد ۳− و اگر پشت سکه آمد عدد ۲+ را به حاصلی که نفر اول به‌دست آورده اضافه کند. بازی به‌صورت گردشی ادامه یابد تا جایی که یک نفر محاسبه‌ی اشتباه انجام دهد. می‌توانید با توجه به توان هر گروه ارزش‌های نسبت داده شده به رو و پشت سکّه را تغییر دهید.

شروع کنید:

مثال $(-3)+(+8)$ که در کتاب آمده است را در کلاس مطرح کنید. از دانش‌آموزان بخواهید محور اعداد را در ذهن خود مجسم کنند و حاصل این جمع را به‌دست آورند. سپس مثال $(-5)+(+12)$ را مطرح کنید و پاسخ‌های دانش‌آموزان را بررسی کنید و از آن‌ها بخواهید بیان کنند که چگونه حاصل را به‌دست آورده‌اند. سپس مثال $(+13)+(-9)$ را مطرح کنید. پاسخ‌های درست دانش‌آموزان ممکن است از راه‌های مختلفی به‌دست آمده باشد. ممکن است یکی از راه‌ها تجسم ذهنی محور و حرکت ۱۳ واحد در جهت مثبت از مبدأ ۹− باشد و راه دیگر تجسم محور و حرکت ۹ واحد در جهت منفی از مبدأ ۱۳+. درباره‌ی روش‌های مختلف در کلاس بحث و گفت‌وگو کنید و اجازه دهید هریک از دانش‌آموزان خود روش مناسب‌تر را انتخاب کنند. سپس توضیح دهید که استفاده از خواص جمع اعداد (در روش

دوّم استفاده از تعویض‌پذیری جمع) کمک می‌کند که در برخی موارد عملیات ساده‌تر شود.

هدف کار در کلاس:

کسب مهارت در جمع اعداد صحیح از اهداف این کار در کلاس است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند و در گروه به بررسی پاسخ‌های خود بپردازند.

دقت کنید که یافتن حاصل جمع اعداد نسبتاً بزرگ مانند آخرین سؤال‌های کار در کلاس مستلزم درک درستی از روش جمع دو عدد علامت‌دار با علامت‌های مختلف در صورتی که عدد مثبت قدرمطلق بزرگ‌تری دارد، است و دانش‌آموزان باید به این درک رسیده باشند.

فرصت دهید تا دانش‌آموزان تمرین و حل مسئله را در منزل انجام دهند و درصورت برخورد با مشکل در جلسه‌ی بعد اشکالاتشان را مطرح نمایند.

توصیه‌های آموزشی:

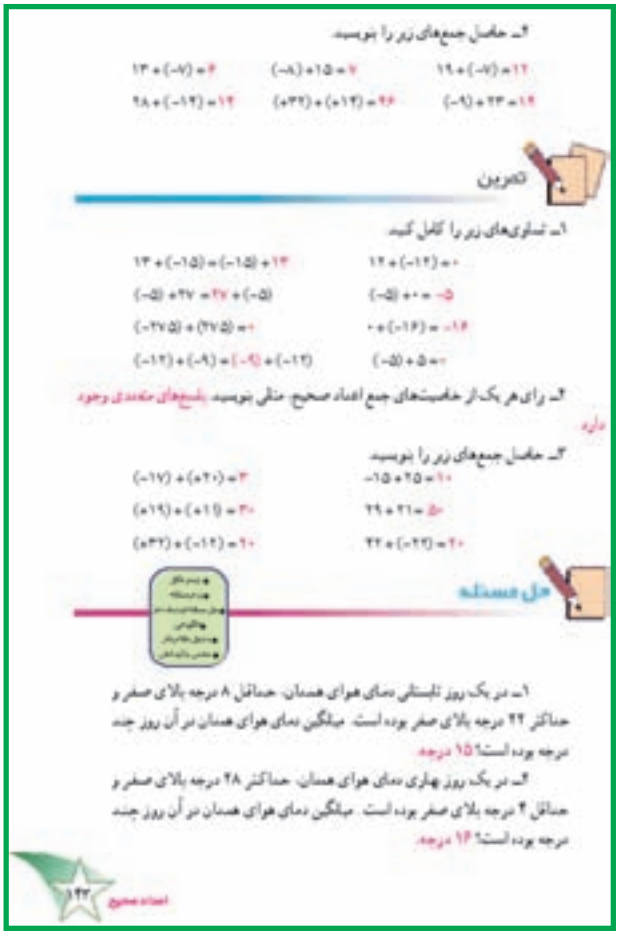
تقسیم کردن مبحث جمع دو عدد به دو بخش به این علت است که ابتدا دانش‌آموزان درک درستی از جمع دو عدد با حاصل مثبت (در دو حالت) داشته باشند. سپس بفهمند که با استفاده از خاصیت قرینه مجموع جمع‌های با حاصل منفی را به همان حالت‌های جمع با حاصل مثبت تبدیل می‌کنند.

توسعه:

تبدیل جمع دو عدد به جمع چند عدد استفاده از خاصیت‌های عمل جمع می‌تواند مسیر خوبی برای توسعه باشد. به مثال زیر توجه کنید.

$$(-۲)+(+۷)+(\not{+۳})+(+۴)+(\not{-۳})$$

$$=(+۱۱)+(-۲)=۱۱-۲=۹$$



۴- حاصل جمع‌های زیر را بنویسید.

۱۲ + (-۷) = ۵ ؛ (-۸) + ۱۵ = ۷ ؛ ۱۹ + (-۷) = ۱۲

۱۴ + (-۷) = ۶ ؛ (-۹) + ۲۳ = ۱۴

۲۸ + (-۱۹) = ۱۹ ؛ (+۳۲) + (-۱۴) = ۱۸

تمرین

۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

۱۲ + (-۱۲) = ۰ ؛ ۱۳ + (-۱۵) = (-۱۵) + ۱۳

(-۵) + ۰ = -۵ ؛ (-۵) + ۲۷ = ۲۷ + (-۵)

۰ + (-۱۶) = -۱۶ ؛ (۲۷۵) + (-۲۷۵) = ۰

(-۵) + ۵ = ۰ ؛ (-۱۲) + (-۹) = (-۹) + (-۱۲)

۲- برای هر یک از خاصیت‌های جمع اعداد صحیح، مثالی بنویسید. پاسخ‌های متعددی وجود دارد.

۳- حاصل جمع‌های زیر را بنویسید.

-۱۵ + ۲۵ = ۱۰ ؛ ۲۱ + ۲۹ = ۵۰ ؛ ۲۲ + (-۲۲) = ۰

(+۲۰) + (-۱۷) = ۳ ؛ (+۱۱) + (+۱۹) = ۳۰ ؛ (-۱۲) + (+۳۲) = ۲۰

حل مسئله

۱- در یک روز تابستانی دمای هوای همدان، حداقل ۸ درجه بالای صفر و حداکثر ۲۲ درجه بالای صفر بوده است. میانگین دمای هوای همدان در آن روز چند درجه بوده است؟ ۱۵ درجه

۲- در یک روز بهاری دمای هوای همدان، حداکثر ۲۸ درجه بالای صفر و حداقل ۴ درجه بالای صفر بوده است. میانگین دمای هوای همدان در آن روز چند درجه بوده است؟ ۱۶ درجه

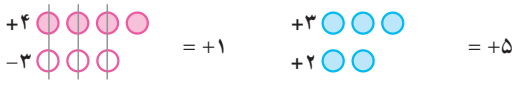
۲۲ اعداد صحیح

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

انجام جمع‌های موردنظر در این قسمت با استفاده از ماشین‌حساب و بررسی درستی پاسخ‌های تمرین و کار در کلاس پس از اطمینان از توانایی و مهارت دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت موازی:

با استفاده از دایره‌های سیاه و سفید جمع دو عدد در این قسمت بررسی شود؛ مثال:



قرینه‌ی مجموع

ایجاد انگیزه کنید:

با طرح این سؤال که حاصل $(-۸)+(-۳)$ را چگونه می‌توان به‌دست آورد می‌توانید کلاس را آغاز کنید.

می‌توانید چهار جمع مانند جمع‌های زیر را روی تخته بنویسید و از بچه‌ها بپرسید کدام آسان‌تر است؟ چه فرقی با بقیه دارد؟ احتمالاً پاسخ بچه‌ها جمعی است که هر دو عدد آن مثبت است. سپس بپرسید بین سه جمع باقی‌مانده کدام آسان‌تر است؟ از بچه‌ها بخواهید هر چهار جمع را انجام دهند. روش به‌دست آوردن حاصل هر یک را توضیح دهند. از آن‌ها بپرسید حاصل کدام جمع‌ها مثبت شد؟ چرا؟ حاصل کدام جمع‌ها منفی شد؟ چرا؟ بدین ترتیب آن‌ها را برای مبحث جدید آماده کنید.

$(-۲)+(-۳)=$ $\qquad$ $(+۲)+(+۳)=$

$(-۶)+(+۱)=$ $\qquad$ $(+۶)+(-۱)=$

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

دانش‌آموزان در این فعالیت باید بتوانند با مشاهده‌ی بردارهای قرینه روی محور و مسیری که در فعالیت طی می‌کنند به این نتیجه برسند که درحالت کلی مجموع قرینه‌های دو عدد برابر است با قرینه‌ی مجموع آن‌ها. به آن‌ها فرصت دهید تا نتیجه را با زبان خود بیان کنند.

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید مثال‌های بعدی کتاب را مطالعه کنند و با استفاده از نتیجه‌ی فعالیتی که انجام داده‌اند در یک یا چند جمله خاصیتی که کشف کرده‌اند را توضیح دهند. درباره‌ی پاسخ‌های مختلف درکلاس بحث کنید و یک نتیجه واحد را روی تخته، زیر عبارت قرینه‌ی مجموع بنویسید.

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند و در گروه به بررسی پاسخ‌ها بپردازند.

هدف کار در کلاس:

تمرین به‌کارگیری خاصیت قرینه‌ی مجموع در سؤال ۱ به کمک شکل و در سؤال ۲ بدون شکل هدف طرح این سؤالات است.

بپرسید!

با طرح این پرسش که قرینه‌ی مجموع چه فایده‌ای دارد و ربط دادن آن به چهار جمعی که در ابتدای کلاس جهت ایجاد انگیزه مطرح کرده‌اید، دانش‌آموزان را برای درک بهتر این موضوع یاری دهید.

فعالیت خارج از کلاس:

یافتن مثال‌هایی از عدم توانایی ما برای محاسبه‌ی مستقیم و استفاده از روش‌های غیرمستقیم برای محاسبه می‌تواند برای دانش‌آموزان جالب باشد.

توسعه:

جمع ۳ یا چند عدد صحیح و بحث درباره‌ی روش‌های مختلف محاسبه‌ی آن می‌تواند مهارت استدلال را در دانش‌آموزان پرورش دهد. روش‌های مختلف می‌تواند با مثال‌های مختلف در کلاس مورد بحث قرار گیرد؛ به‌طور مثال:

ـ حذف جملات قرینه $(-9)+(15)+(+9)+0=$

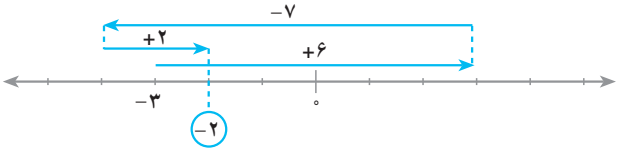
ـ جدا کردن اعداد مثبت و منفی و جمع آن‌ها به‌صورت جداگانه و سپس محاسبه‌ی حاصل جمع دو حاصل به‌دست آمده.

$$+9+(-3)+(+6)+(-7)=$$

$$(9+6)+((-3)+(-7))=15+(-10)=5$$

ـ استفاده از بردارهایی که ابتدای یکی در انتهای دیگری است:

$$(-3)+(+6)+(-7)+(+2)=-2$$



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

می‌توانید یک مسابقه‌ی شفاهی ترتیب دهید: جمع سریع اعداد صحیح با استفاده از ماشین حساب.

دانش‌آموزان می‌توانند برای سرعت بیش‌تر از خاصیت قرینه‌ی مجموع یا دیگر خواص جمع اعداد پیش از استفاده از ماشین‌حساب استفاده کنند؛ مثلاً به جای آن‌که برای جمع $(-48)+(-25)$ دو عدد منفی به ماشین حساب وارد کنند $48+25$ را وارد نموده حاصل به‌دست آمده را قرینه و اعلام کنند.

جمع دو عدد (ادامه)

هدف فعالیت:

استفاده از خاصیت قرینه‌ی مجموع در جمع دو عدد صحیح منفی به‌عنوان یک قاعده، هدف طرح این فعالیت است.

کار در کلاس

جمع دو عدد (ادامه)

فعالیت

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند. برای آن‌ها توضیح دهید که آنچه می‌نویسند همان عملیات ذهنی است که انجام می‌دهند و چیزی بیش‌تر از آن نیست. امّا این نوشتن به آن‌ها کمک می‌کند تا بتوانند مسیر فکری خود را به زبان ریاضی بیان کنند و این یک مهارت است که باید کسب کنند. می‌توانید تمرین این قسمت را به دانش‌آموزان واگذار کنید تا در فرصتی خارج کلاس به حل آن بپردازند و اشکالات خود را در جلسه‌ی بعد برطرف کنند.

هدف تمرین ۱ استفاده از قرینه‌یابی است، نه یافتن حاصل جمع‌ها.

آموزش دهید:

با طرح این سؤال که حاصل کدام‌یک از جمع‌های زیر مثبت، کدام جمع‌ها منفی و کدام جمع‌ها برابر صفر است و قراردادن هر سری در یک گروه و بحث درباره‌ی روش‌های حل هر یک و

اکنون حاصل هر یک از جمع‌های زیر را حساب کنید

$(-۱۲)+(-۸)=-۲۰$ $(-۹)+(-۶)=-(۹+۶)=-۱۵$

$(-۵۸)+(-۳۷)=-۹۵$ $(-۳۵)+(-۲۲)=-۵۷$

تمرین

۱ـ تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$-(-۸)=۸$ $-(۲+۳)=(-۲)+(-۳)$

$(-۳)+(-۵)=-(۳+۵)$ $(-۸)+۷=-(۸-۷)$

$(-۶۵)+(-۸۵)=-(۶۵+۸۵)$ $۳۷+(-۵۶)=-(۵۶-۳۷)$

۲ـ حاصل جمع‌های زیر را مانند نمونه بدست آورید.

$(-۷)+(-۴)=-(۷+۴)=-۱۱$ $(-۲۵)+(-۱۲)=-۳۷$

$(-۱۸)+(-۱۲)=-۳۰$ $(-۲۸)+(-۱۴)=-۴۲$

۳ـ حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید.

$(-۲۷)+(-۳)=-۳۰$ $(-۱۵)+(-۸)=-۲۳$ $۱۴+۱۷=۳۱$

$(-۳۵)+(-۴۵)=-۸۰$ $(-۸۵)+(-۳۴)=-۱۱۹$ $(-۳۱)+(-۴۲)=-۸۱$

به جمع ۳ + (۸-) توجه کنید. آیا می‌توانید حاصل آن را مانند تمرین‌های صفحه‌ی قبل بدست آورید؟ پاسخ منفی است؛ زیرا با برداشتن برانتز نتیجه جنین می‌شود:

$(-۸)+۳=۳-۸$

و ۸ - ۳ یک تفریق مانند آن‌چه در دوره‌ی ابتدایی آموخته‌اید نیست امّا با استفاده از قرینه‌یابی، می‌توانید حاصل این جمع را بدست آورید.

$(-۸)+۳=-(۸-۳)=-(۸+(-۳))=-۵$

به همین صورت، می‌توانید حاصل ۵ + (۱۲-) را حساب کنید.

$۵+(-۱۲)=-(۱۲+(-۵))=-(۱۲-۵)=-۷$

برای حل کردن این تمرین، بجز خاصیت قرینه‌ی مجموع از چه خاصیت دیگری استفاده کردید؟

۱۴۹ اعداد صحیح

خواصی که در هر جمع استفاده می‌شود، مطالبی را که در این فصل آموزش داده‌اید جمع‌بندی کنید. توجه کنید محاسبه‌ی هر جمع، روش‌های مختلفی می‌تواند داشته باشد. بنابراین دانش‌آموزان را در انتخاب روش آزاد بگذارید.

$(-۶)+(+۶)$ $(-۷)+(+۶)$ $(-۳)+(+۷)$

$(+۷)+(-۷)$ $(-۸)+(-۱)$ $(+۲)+(+۶)$

$(-۲)+(۰)$ $(+۳)+(۰)$

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید مطلب نوشته شده در کتاب را مطالعه کنند و به پرسش مطرح شده در انتهای آن پاسخ دهند. سپس کار درکلاس را حل کرده با هم‌گروهی‌های خود به بررسی درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان بپردازند.

تمرین و حل مسئله را به دانش‌آموزان واگذارید و بررسی پاسخ‌هایشان و رفع اشکالات احتمالی را به جلسه‌ی بعد موکول کنید.

هدف کار در کلاس:

استفاده از قرینه‌یابی درجمع و تشخیص لزوم یا عدم لزوم به‌کارگیری این خاصیت در جمع دو عدد صحیح هدف طرح این کار درکلاس‌ها است.

مشاهده کنید:

در فرصتی که دانش‌آموزان به حلّ کار درکلاس می‌پردازند می‌توانید با مشاهده‌ی دقیق هر یک از آن‌ها از یادگیری این مبحث اطمینان حاصل کنید. از آن‌جایی که مبحث بعدی تفریق اعداد صحیح است و یادگیری آن مستلزم یادگیری عمیق مبحث جمع است با صبر بیش‌تر روی مبحث جمع دانش‌آموزان را برای مبحث بعدی آماده‌تر کنید.

توصیه‌های آموزشی:

۱ـ بهتر است بین دو درس جمع و تفریق اعداد صحیح چند جلسه فاصله بیندازید، تا وقتی جمع دو عدد صحیح در ذهن بچه‌ها پخته نشده است وارد درس تفریق نشوید.

۲ـ تمرین دوم صفحه‌ی ۱۴۸ نمونه‌ای از سؤالات واگراست، از این نمونه‌ها بیش‌تر استفاده کنید.

۳ـ در تمرین سوم همان صفحه می‌توانید حالت‌های مختلفی که برای عددهای داخل مستطیل با توجه به عددهای داخل دایره اتفاق می‌افتد، بحث کنید.

۴ـ تمرین ۳ در قسمت حل مسئله‌ی صفحه‌ی ۱۴۸ با راهبرد حدس و آزمایش قابل حل است.

توسعه:

۱ـ تقویت مهارت‌های ذهنی در جمع اعداد صحیح می‌تواند مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مبحث باشد. همچنین بیان مسیر طی شده در یک محاسبه‌ی ذهنی از سوی دانش‌آموزی که از خواص جمع در محاسبه‌ی ذهنی استفاده کرده است، می‌تواند دیگر دانش‌آموزان را نیز به این‌کار تشویق کند.

مثلاً ممکن است یکی از دانش‌آموزان در محاسبه‌ی ذهنی

کار در کلاس

حاصل جمع‌های زیر را با استفاده از قرینه‌یابی پیدا کنید.

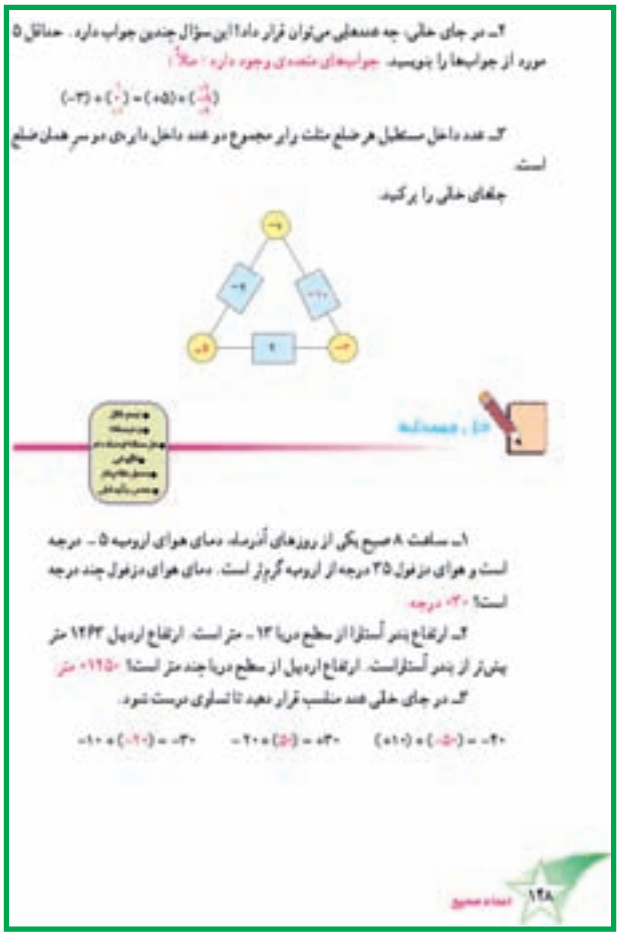
کار در کلاس

۱ـ حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید.

۲ـ حاصل جمع‌های زیر را بدست آورید. هرجا که لازم است از قرینه‌یابی استفاده کنید.

تمرین

۱ـ حاصل هر یک از جمع‌های زیر را حساب کنید.


۲ـ در جای خالی، چه عددهایی می‌توان قرار داد؟ این سؤال چندین جواب دارد. حداقل ۵ مورد از جواب‌ها را بنویسید. جواب‌های متعددی وجود دارد، مثلاً:

۳ـ عدد داخل مستطیل هر ضلع مثلث برابر مجموع دو عدد داخل دایره‌ی دو سر همان ضلع است.

جاهای خالی را پر کنید.

۱ـ ساعت ۸ صبح یکی از روزهای آذرماه، دمای هوای ارومیه ۵ ـ درجه است و هوای مزغول ۳۵ درجه از ارومیه گرم‌تر است. دمای هوای مزغول چند درجه است؟ ۳۰ درجه

۲ـ ارتفاع بندر آستارا از سطح دریا ۱۳ ـ متر است. ارتفاع اردبیل ۱۴۴۳ متر بیش‌تر از بندر آستارا است. ارتفاع اردبیل از سطح دریا چند متر است؟ ۱۴۳۰ متر

۳ـ در جای خالی عدد مناسب قرار دهید تا تساوی درست شود.

۱۴۸

$(-2)+(-23)$ از خاصیت قرینه‌ی مجموع استفاده کند.

۲ـ طرح سؤالاتی مانند نمونه‌های زیر نیز می‌تواند جالب و آموزنده باشد.

$-8+\bigcirc=-3$

$\bigcirc+(+2)=-10$

$-(8+(-6))=-8+\bigcirc$

$9+\bigcirc=0$

$-10+\bigcirc=-10$

۳ـ تمرین محاسبه‌ی جمع دو عدد صحیح به صورت تقریبی نیز در این قسمت توصیه می‌شود.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید یک جدول اعداد طراحی کنند که سؤالات آن جمع‌های مختلف باشد و حاصل جمع‌ها به‌صورت رقم و علامت در جدول قرار گیرد؛ مثلاً:

افقی: $(-526)+(-1020)$

عمودی: $(-742)+(2242)$

		+		
		۱		
−	۱	۵	۴	۶
		۰		
		۰		

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

انجام جمع‌های دو یا چند عدد صحیح در حالت‌های مختلف با استفاده از ماشین حساب و بررسی درستیِ پاسخ‌های تمارین و کار در کلاس پس از اطمینان از مهارت و توانایی دانش‌آموزان توصیه می‌شود.

فعالیت موازی:

بازی با سکه‌هایی که پشت و روی آن‌ها به عددهای صحیح مختلف نسبت داده شده باشد، می‌تواند در قالب یک بازی دونفره یا بازی گروهی مطرح شود.

تفریق عددهای صحیح

موضوعات در یک نگاه

این عنوان شامل دو درس است. ابتدا تفریق متناظر با بردار مطرح می‌شود، تا دانش‌آموزان با حالت‌های مختلف تفریق دو عدد صحیح آشنا شوند. پس از آن چگونگی تبدیل تفریق به جمع آموزش داده می‌شود و با استفاده از آن، حاصل تفریق دو عدد صحیح محاسبه می‌شود ؛ در پایان مسئله‌هایی که به تفریق دو عدد صحیح مربوط است، مطرح می‌شود.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند :

۱ــ تفریق متناظر با یک بردار را بنویسند.

۲ــ چگونگی تبدیل تفریق به جمع را درک کنند.

۳ــ تفریق دو عدد صحیح را با تبدیل به جمع محاسبه کنند.

۴ــ مسئله‌های مربوط به تفریق را حل کنند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ ابتدای یک بردار ۴ − و انتهای آن ۲ − است. اندازه‌ی بردار چند است؟

۲ــ یک بردار با انتهای ۴ − و اندازه‌ی ۲ − رسم شده است. متناظر با آن یک تفریق بنویسید.

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث تفریق عددهای صحیح

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
تفریق متناظر با بردار	۱۴۹ ۱۵۰	تفریق متناظر با بردار	ــ متناظر با بردار یک تفریق بنویسند.	ــ مطالعه‌ی متن کتاب و پاسخ به سؤال‌ها ــ انجام کار در کلاس برای تمرین نوشتن تفریق متناظر با بردار	ــ	تفریق متناظر
چگونه حاصل تفریق را حساب کنیم؟	۱۵۱ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۵	ــ تبدیل تفریق به جمع ــ محاسبه‌ی تفریق دو عدد صحیح	ــ چگونگی تبدیل تفریق به جمع را با کمک بردار و محور درک کرده و نمایش دهد. ــ تفریق را به جمع تبدیل کند. ــ با تبدیل تفریق به جمع حاصل تفریق را به‌دست آورد. ــ مسئله‌های مربوط به تفریق اعداد صحیح را حل کند.	ــ انجام کار در کلاس برای تمرین تبدیل تفریق به جمع و محاسبه‌ی تفریق	ــ	ــ

تفریق عددهای صحیح

تفریق متناظر با بردار

تفریق متناظر با بردار

ایجاد انگیزه کنید:

از گروه‌ها بخواهید یک محور اعداد صحیح از ۱۰− تا ۱۰+ رسم کنند و با استفاده از آن به سؤالات مسابقه‌ای در یک برگه پاسخ دهند. در انتها برگه‌های جواب هر گروه جمع‌آوری شود. پاسخ سؤالات در کلاس بررسی شده هر گروهی که بیش‌ترین تعداد پاسخ درست را داشت برنده می‌شود. سؤالات مسابقه‌ای می‌توانند نظیر سؤالات زیر باشند :

انتهای بردار ۳− ابتدا در ۲+ کجاست؟

انتهای بردار ۶+ ابتدا در ۳− کجاست؟

ابتدای بردار ۳+ انتها در ۱− کجاست؟

ابتدای بردار ۶− انتها در ۴− کجاست؟

در طراحی سؤالات دقت کنید که بردارها در محدوده‌ی ۱۰− تا ۱۰+ قرار بگیرند تا دانش‌آموزان بتوانند ازمحور استفاده کنند. البته بسته به توان کلاس می‌توانید مسابقه را بدون محور آغاز کنید یا در دو مرحله ابتدا با استفاده از محور و سپس بدون استفاده از آن مسابقه را اجرا نمایید.

درباره‌ی روش به‌دست آوردن پاسخ سؤال‌هایی که ابتدای بردار در آن‌ها مجهول است، در کلاس بحث کنید.

شروع کنید:

توضیحات کتاب درباره‌ی تفریق متناظر با بردار را با رسم و نوشتن دو مثال ارائه شده در کتاب روی تخته برای دانش‌آموزان توضیح دهید. به این نکته که عمل تفریق، عکس عمل جمع است تأکید کنید. از دانش‌آموزان بخواهید مثال مربوط به بردار ۴+ ابتدا در ۵− را انجام دهند. از یکی از دانش‌آموزان بخواهید توضیح دهد که چگونه جمع و تفریق متناظر با بردار را نوشته است.

بپرسید!

با طرح سؤالاتی مانند سؤالات زیر دانش‌آموزان را با عمل جمع و تفریق آشناتر کنید.

۱ــ برای یافتن انتهای بردار ۳+ ابتدا در ۱− چه باید کرد؟

۲ــ برای یافتن ابتدای بردار ۶+ انتها در ۷+ چه باید کرد؟

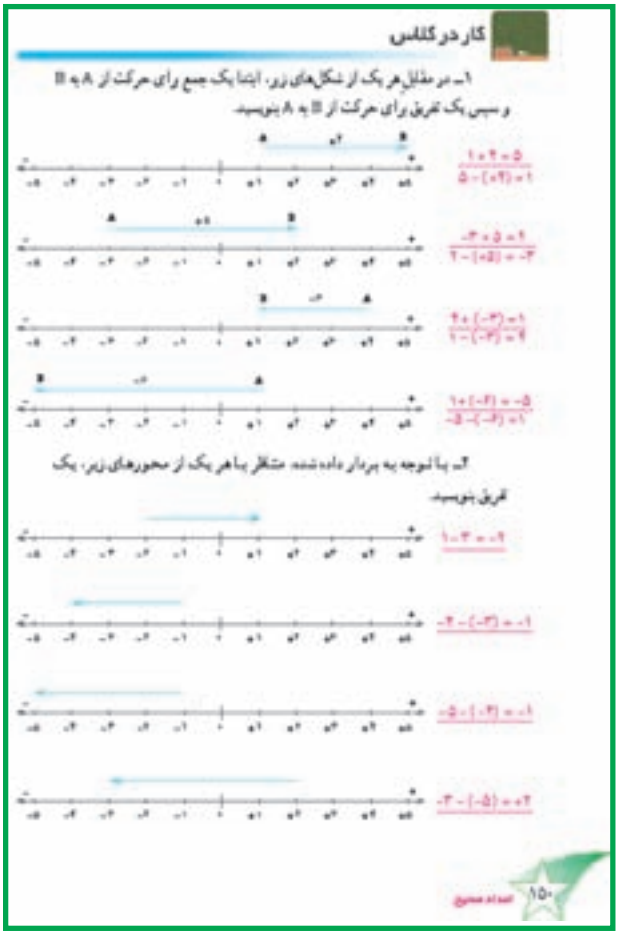
تأکید کنید که با داشتن دو مشخصه‌ی هر بردار می‌توان مشخصه دیگر را پیدا کرد ؛ یعنی کافی است دو تا از مشخصه‌های ابتدا، طول و انتها معلوم باشند.

۳ــ برای یافتن طول برداری که انتهای آن در ۸+ و ابتدای آن در ۱+ است چه باید کرد؟

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به‌صورت فردی حل کنند و سپس در گروه به بررسی پاسخ‌های خود بپردازند، سپس از درستی پاسخ‌های هر گروه اطمینان حاصل کنید.

هدف کار در کلاس :

این کار در کلاس با هدف کسب مهارت در یافتن تفریق و حاصل آن از روی بردار طرح شده است.

کار در کلاس

۱ـ در مقابل هر یک از شکل‌های زیر، ابتدا یک جمع برای حرکت از A به B و سپس یک تفریق برای حرکت از B به A بنویسید.

۲ـ با توجه به بردار داده شده، متناظر با هر یک از محورهای زیر، یک تفریق بنویسید.

۱۵۰

چگونه حاصل تفریق را حساب کنیم؟

به شکل زیر توجه کنید. بردار قرمز، قرینه‌ی بردار سبز است.

برای رفتن از B به A

با استفاده از بردار سبز، تفریق (+۵) − ۴ به‌دست می‌آید

و با استفاده از بردار قرمز، جمع (−۵) + ۴ به‌دست می‌آید! بنابراین

۴ − (+۵) = ۴ + (−۵)

یعنی، برای محاسبه‌ی حاصل تفریق (+۵) − ۴ می‌توان قرینه‌ی +۵ یعنی −۵ را با ۴ جمع کرد. به مثال دیگری توجه کنید. عبارت‌های مورد نظر را بنویسید.

برای رفتن از B به A

با استفاده از بردار نارنجی، تفریق به‌دست می‌آید و با استفاده از بردار آبی، جمع حاصل می‌شود که هر دو برابرند.

بنابراین! برای محاسبه‌ی حاصل تفریق (−۷) − (−۹) می‌توانیم تفریق را به جمع تبدیل کنیم و سپس عدد دوم را قرینه کنیم. با استفاده از این روش ـ یعنی تبدیل تفریق به جمع ـ می‌توانیم حاصل تفریق را حساب کنیم.

۱۴ − (−۲۵) = ۱۴ + ۲۵ = ۳۹

۱۵۱

فعالیت خارج از کلاس:

مسئله‌هایی بسازید که برای حل آن‌ها از عمل تفریق استفاده کنیم.

چگونه حاصل تفریق را محاسبه کنیم؟

شروع کنید:

بردار ۵+ ابتدا در ۱− را روی تخته رسم کنید و از دانش‌آموزان بخواهید تفریق متناظر با آن را بگویند تا شما بنویسید، با تأکید بر این نکته که عمل تفریق در ارتباط با عمل جمع است از بچه‌ها بخواهید توضیح دهند که در تفریق (+۵) − ۴ کدام مشخصه‌های بردار معلوم‌اند و می‌خواهیم کدام مشخصه‌ی آن‌را به‌دست بیاوریم. واضح است که ما انتها و طول بردار را داریم و می‌خواهیم ابتدای آن را به‌دست آوریم. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که اگر بردار موردنظر را روی خودش قرینه کنیم بردار ۵− ابتدا در ۴ + به‌دست می‌آید که حالا می‌خواهیم انتهای آن‌را به‌دست بیاوریم پس با نوشتن جمع متناظر با بردار جدید می‌توانیم انتهای آن یعنی ابتدای بردار ۵ + انتها در ۴ + را به‌دست بیاوریم.

$$۴-(+۵)=۴+(-۵)$$

از دانش‌آموزان بخواهید مثال بعدی را مطالعه و عبارت‌های موردنظر را بنویسند.

آموزش دهید:

پس از مطالعه‌ی مثال دوم از گروه‌ها بخواهید در یک یا چند جمله چگونگی یافتن حاصل تفریق اعداد صحیح را به زبان خود بیان کنند. درباره‌ی پاسخ‌های مختلف در کلاس بحث کنید سپس چند مثال در کلاس ارائه کنید و از دانش‌آموزان بخواهید با روشی که کشف کرده‌اند آن‌ها را حل کنند و سپس با استفاده از رسم بردار درستی پاسخ‌های

خود را بررسی کنند و درصورت لزوم روش خود را اصلاح نمایند.

ادامه دهید:

پس از آن‌که دانش‌آموزان روش‌هایی را که کشف کرده‌اند در کلاس مطرح نمودند و شما با راهنمایی‌های به‌موقع و مؤثر آن‌ها را در رسیدن به پاسخ درست تشویق و هدایت کردید، عبارت زیر را روی تخته بنویسید ؛

«برای یافتن حاصل تفریق، تفریق را به جمع تبدیل کرده عدد دوّم را قرینه می‌کنیم.»

سپس از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را ابتدا به‌صورت فردی حل کنند و سپس در گروه خود پاسخ‌ها را مقایسه و بررسی نمایند. تمرین و حل مسئله را به‌عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید و فرصتی را در جلسه‌ی بعد برای پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات تمرین و همچنین رفع اشکالات احتمالی آن‌ها اختصاص دهید. دانش‌آموزان می‌توانند برای حلّ مسئله‌ی ۱ تفریق $۲۴ = ۴ - ۲۸$ یا $-۲۴ = ۴ - ۲۸$ را نوشته و توضیح دهند که مایع ۲۴ درجه سرد شده است، همچنین برای حل مسئله‌ی ۲ تفریق $۳ = (-۲۸) - ۲۵-$ یا $-۳ = (-۲۵) - ۲۸-$ را نوشته و توضیح دهند که اراک ۳ درجه سردتر است. سرگرمی ریاضی و حل مسئله این قسمت نیز در ادامه‌ی اهداف این بخش کتاب است.

هدف کار در کلاس:

هدف کار در کلاس ۱ تنها تبدیل تفریق به جمع است، نه یافتن پاسخ تفریق. کار در کلاس ۲ با هدف کسب مهارت در تبدیل تفریق به جمع و بدین‌ترتیب یافتن حاصل تفریق است. در کار در کلاس ۳ دانش‌آموزان می‌توانند به‌صورت ذهنی حاصل تفریق‌ها را محاسبه کنند. در واقع یافتن حاصل تفریق از طریق تبدیل آن به جمع را می‌توانند با نوشتن همه‌ی مراحل یا بدون نوشتن برخی مراحل تمرین کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

مسابقه‌ای ترتیب دهید. دو گروه یکی با استفاده از ماشین حساب و دیگری بدون استفاده از ماشین حساب به سؤالات شما پاسخ دهند. هر گروه سریع‌تر پاسخ داد برنده است. سؤالات شما در این مسابقه با مثال‌هایی از جمع و تفریق اعداد صحیح یک رقمی باشد.

توسعه:

۱ــ طرح و حلّ مسائلی که با استفاده از تفریق یا جمع اعداد صحیح حل می‌شوند، می‌تواند مهارت حلّ مسئله را در دانش‌آموزان پرورش دهد.

مثال: جسمی را با دمای $+۸^\circ$ وارد سردخانه‌ای به دمای -۲۵° می‌بریم این جسم چند درجه سرد خواهد شد؟

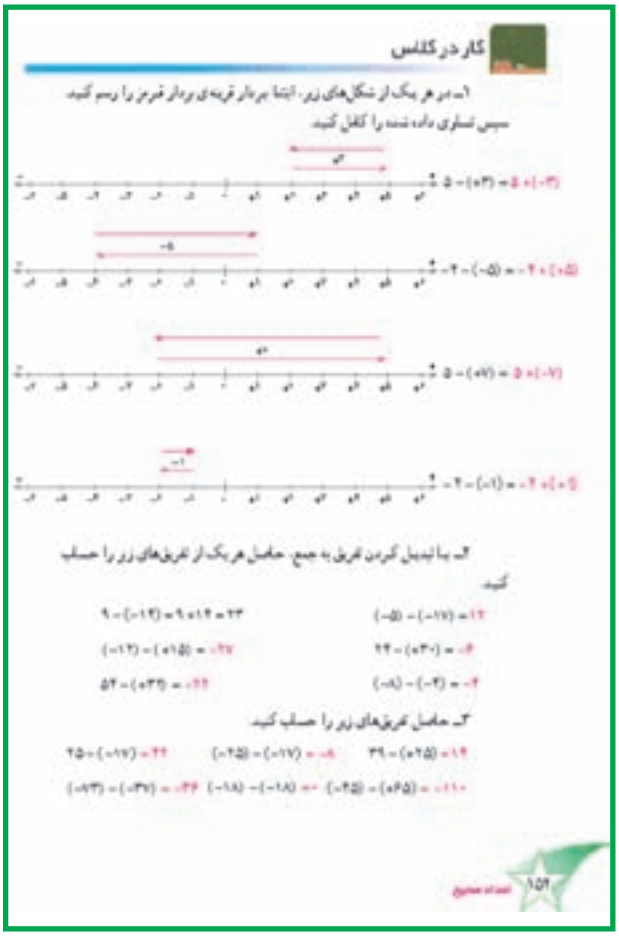
۲ــ یافتن حاصل جمع و تفریق چند عدد صحیح و به‌کارگیری خاصیت‌های جمع در این جست‌وجو می‌تواند سرعت انجام عملیات را در دانش‌آموزان افزایش دهد. با تشویق آن‌ها به انجام عملیات ذهنی و بیان چگونگی انجام این فرایند می‌توانید کلاسی پویا و پرنشاط‌تر بسازید، می‌توانید سؤالات زیر را مطرح کنید.

$$-۸ + (+۸) - (+۸) + (-۸) =$$

$$-۲ + (+۲) - (+۲) + (+۲) \cdots\cdots ?$$

$$-۹ + ۸ + (-۸) + ۹ = ?$$

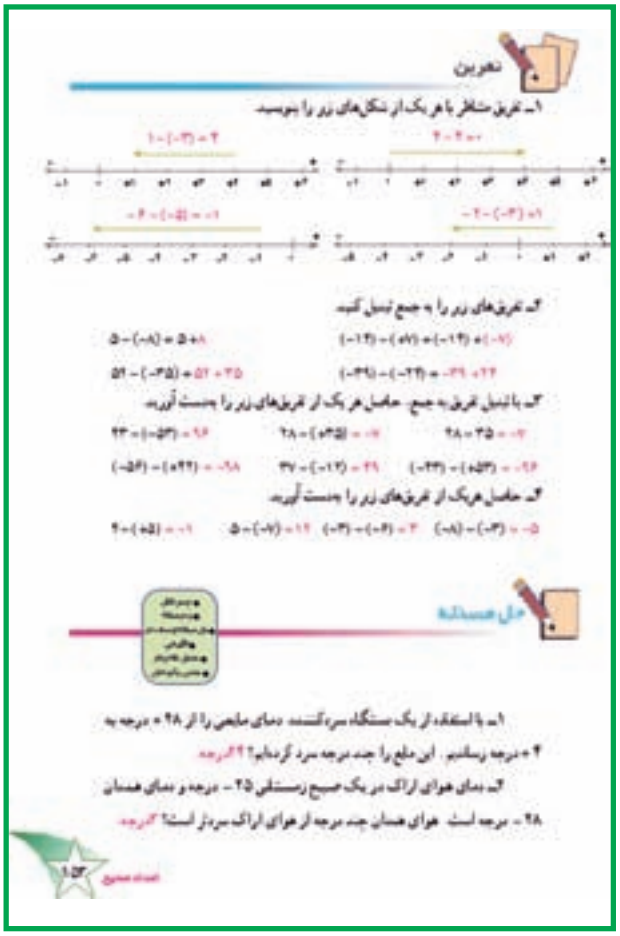
$$-۶ - (-۷) - (-۸) - (-۹) = ?$$

$$-۱ - (-۲) - (-۳) - (-۴) \cdots\cdots - (-۱۰۰) = ?$$

کار در کلاس

۱ـ در هر یک از شکل‌های زیر، ابتدا بردار قرینه‌ی بردار قرمز را رسم کنید.
سپس تساوی داده شده را کامل کنید.

۲ـ با تبدیل کردن تفریق به جمع، حاصل هر یک از تفریق‌های زیر را حساب کنید.

۳ـ حاصل تفریق‌های زیر را حساب کنید.

۱۵۹

تمرین

۱ـ تفریق متناظر با هر یک از شکل‌های زیر را بنویسید.

۲ـ تفریق‌های زیر را به جمع تبدیل کنید.

۳ـ با تبدیل تفریق به جمع، حاصل هر یک از تفریق‌های زیر را بدست آورید.

۴ـ حاصل هریک از تفریق‌های زیر را بدست آورید.

حل مسئله

۱ـ با استفاده از یک دستگاه سرد کننده، دمای مایعی را از ۲۸° درجه به ۴° درجه رساندیم. این مایع را چند درجه سرد کرده‌ایم؟ ۳۲ درجه

۲ـ دمای هوای اتاق در یک صبح زمستانی ۲۵- درجه و دمای همان ۲۸- درجه است. هوای همان چند درجه از هوای اتاق سردتر است؟ ۳ درجه

۱۵۴

یادداشت معلم

۳ـ تساوی زیر را با حدس زدن جواب آن کامل کنید.

$(-۱۰)\times(\square)=-۳۰$

۴ـ برای ادامه‌ی شکل‌های سمت راست، کدام‌یک از شکل‌های سمت چپ مناسب‌تر است؟

سرگرمی و ریاضی

−۳	۲	−۱
۳	۰	−۳
۱	−۲	۳

اعداد صحیح ۴ـ، ۳ـ، ۲ـ و ۲ را در جدول مقابل طوری بنویسید که مجموع اعداد هر سطر و نیز مجموع اعداد هر ستون، مساوی صفر شود. مجموع اعضای واقع بر هر قطر چند می‌شود؟ (صفر)

حل مسئله

۱ـ با استفاده از یک دستگاه سردکننده، دمای مایعی را از ۲۸ + درجه به ۴ـ درجه رساندیم. این مایع را چند درجه سرد کرده‌ایم؟ ۳۲ درجه

۲ـ جسمی را که دمای آن ۱۰ـ درجه بود، در سردخانه گذاشتیم. پس از مدتی دمای آن به ۲۲ـ درجه رسید. این جسم چند درجه سردتر شده است؟ ۱۲ درجه

۳ـ در یک روز تابستان، دمای منطقه‌ای در استوا ۴۵ + درجه است. اگر در همین روز دمای قطب شمال ۵۲ـ درجه باشد، اختلاف دمای این دو منطقه چه‌قدر است؟ ۹۷ درجه

۴ـ در مرکز انتقال خون هلال‌احمر، خون تازه را که دمای آن ۳۷ درجه است، در لارت مایع قرار می‌دهند تا دمای آن به ۸۰ـ درجه برسد. به این ترتیب، خون چند درجه سرد از می‌شود؟ ۱۱۷ درجه

یادداشت معلم

رسم ۶

اگر دانش‌آموزان رسم‌های گذشته را با دقت و حوصله کشیده باشند و نکات موردتأکید در آن را اجرا کرده باشند این رسم بسیار ساده و آسان خواهد بود و اگر اندازه‌گذاری اولیه‌ی آن دقیق باشد در مراحل بعدی مشکل چندانی ایجاد نخواهد شد.

شروع کنید:

در قسمت الف کادر رسم به همراه اندازه‌گذاری آن کشیده شده است ؛ از دانش‌آموزان بخواهید مشابه شکل داده شده خطوط موردنظر را رسم کنند و سپس با توجه به شکل نهایی، قسمت‌های اضافی آن را پاک کنند. با انجام صحیح این مرحله، دیگر مشکل خاصی در کشیدن این رسم برای آن‌ها وجود نخواهد داشت.

طریقه‌ی کشیدن رسم

مثل گذشته با یکی از روش‌های کادربندی، مربعی به ضلع ۱۶ سانتی‌متر را در وسط کاغذ رسم (کاغذ A4) بکشید. سپس روی هر ضلع نقاطی با فاصله‌ی ۲ ، ۶ ، ۶ و ۲ سانتی‌متر مشخص نمایید ؛ یعنی از یک رأس ابتدا ۲ سانتی‌متر جلو رفته نقطه‌ی اول را مشخص کنید سپس ۶ سانتی‌متر نقطه‌ی دوم، دوباره ۶ سانتی‌متر دیگر نقطه‌ی سوم را علامت‌گذاری نمایید که با توجه به اندازه‌ی ضلع فاصله‌های نقطه‌ی سوم تا رأس مربع نیز ۲ سانتی‌متر خواهد شد.

پس از نشانه‌گذاری روی همه‌ی ضلع‌ها، خطوط را مانند قسمت الف رسم کنید و قسمت‌های اضافی آن‌را پاک نمایید. به این ترتیب رسم کامل خواهد شد.

نکات مهم در این رسم

۱ـ مثل همیشه دقت در نشانه‌گذاری و اندازه‌گیری باعث موازی شدن خطوط و در نتیجه زیباتر شدن آن خواهد شد. چون خطوط نهایی رسم روی نشانه‌ها قرار نمی‌گیرد پس باید نقاط بسیار کم‌رنگ و با خطوط بسیار کوچک علامت‌گذاری شوند.

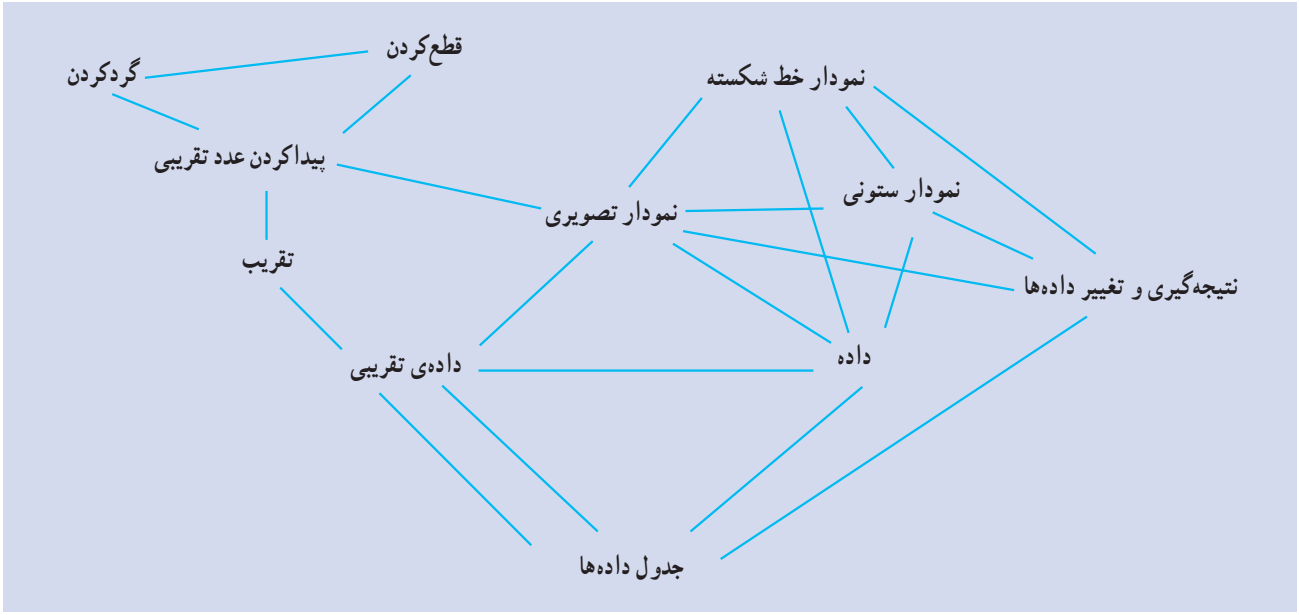
۲ـ خطوط افقی، عمودی و مورّب این رسم ۲ به ۲ در امتداد یک‌دیگرند. بنابراین نگاه کردن از کنار به صفحه‌ی این رسم باید این نکته را تأکید کند. به عبارت دیگر اگر از گوشه‌ی صفحه به صورت افقی به آن نگاه کنید باید خطوط را در امتداد هم ببینید. می‌توانید با تذکر این نکته، قبل از کشیدن رسم توسط دانش‌آموزان راه کنترل را به خود آنان نشان دهید.

فصل ششم

مقدار تقریبی و آمار

این فصل از ۲ عنوان تشکیل شده است. در قسمت اول، مفهوم تقریب‌زدن، چگونگی بیان تقریب و روش‌های پیدا کردن مقدار تقریبی یک عدد مطرح می‌شود. در قسمت دوم، مفاهیم آماری مثل داده، جدول داده‌ها، بررسی و تفسیر داده‌ها به کمک نمودارها بیان می‌شود. در قسمت آمار، با بیان مثال‌های مختلف کاربرد آمار در زندگی روزمره، علم ریاضی و سایر علوم و صنایع به نوعی مطرح می‌شود.

مفاهیم و محتوای این فصل به صورت زیر در ارتباط باهم هستند.



مهم‌ترین ارتباط در مفاهیم این فصل استفاده از داده‌های واقعی یا تقریبی درآمارگیری، با رسم نمودارها، تشکیل جدول داده‌ها و همچنین تفسیر و نتیجه‌گیری از آن‌ها است.

این‌که چه زمانی از داده‌های واقعی استفاده می‌کنیم و در چه کارهای آماری از داده‌های تقریبی هم می‌توان استفاده کرد از بحث‌های اساسی این قسمت است.

رسم نمودارهای تصویری معمولاً با استفاده از داده‌های تقریبی انجام می‌شود. ابتدا داده‌ها را تقریب می‌زنیم سپس برای داده‌های تقریبی (معمولاً همان تقریب به کار رفته) یک نماد انتخاب شده و نمودار آن رسم می‌شود. برای مثال، اگر تعداد مدارس راهنمایی در هر استان با تقریبی کمتر از ۱۰۰ به دست می‌آید هر ۱۰۰ مدرسه را با نماد مشخص کرده و نمودار تصویری رسم می‌شود.

نکته‌ی مهم دیگر ارتباط این فصل با سایر دروس و فصل‌های کتاب ریاضی است. برای مثال، وقتی عملیاتی کسری، اعشاری و یا اعداد صحیح را انجام می‌دهیم، همان عملیات را می‌توانیم دقیق یا تقریبی انجام دهیم. بنابراین با توجه به مهارت تخمین و تقریب عددی سایر مفاهیم، موضوعات و عملیات ریاضی را می‌توان به این بخش ارتباط داد.

زمان بندی پیشنهادی

ماه اسفند

هفته‌ی دوّم: مقدار تقریبی ــ روش قطع کردن

هفته‌ی سوّم: مقدار تقریبی روش گرد کردن ــ تعریف آمار ــ جدول داده‌ها

هفته‌ی چهارم: رسم نمودارها و اتمام درس آمار

با توجه به این‌که درس‌های ابتدای کتاب درسی کمی سنگین‌تر و دشوارتر بوده و دارای مفاهیم و محتوای متعددی هستند ممکن است در ابتدای کار، سرعت دانش‌آموزان نیز کم باشد و معلم نتواند طبق برنامه‌ی پیش‌بینی شده پیش برود، لذا در فصل‌های اعداد صحیح و آمار و مقدار تقریبی می‌توان سرعت کار را کمی بیش‌تر کرد و زمان به دست‌آمده را در بخش اول کتاب اضافه کرده و جبران کندی‌های ابتدای سال در این قسمت بشود.

نمونه سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱ــ برای برنامه‌ریزی واردات گندم در سال آینده در کل کشور، میزان گندم مورد نیاز و تولیدات هر استان را با چه تقریبی نیاز داریم؟

اگر بخواهیم نمودار ستونی تولیدات گندم هر استان را رسم کنیم، تولید هر استان را با چه تقریبی نیاز داریم؟

۲ــ فعالیت صفحه‌ی ۱۶۷ و تمرین ۱ صفحه‌ی ۱۶۹ نمونه‌هایی از این سؤال‌ها هستند.

یادداشت معلم

مقدار تقریبی

موضوعات در یک نگاه

در این بخش، ابتدا لزوم تقریب‌زدن و تقریب مناسب مطرح می‌شود، سپس روش قطع کردن برای پیداکردن مقدار تقریبی اعداد و همچنین نحوه‌ی بیان تقریب مورد نظر آموزش داده می‌شود. پس از آن روش گرد کردن و مقایسه‌ی آن با روش قطع کردن، تدریس می‌شود.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند :

۱ــ لزوم تقریب‌زدن و تقریب مناسب را در شرایط و موقعیت‌های مختلف درک کنند و تشخیص دهند.

۲ــ با استفاده از عبارت «با تقریب کم‌تر از ...» تقریب مورد نظر را بیان کنند.

۳ــ با استفاده از روش قطع‌کردن مقدار تقریبی اعداد را پیدا کنند.

۴ــ با استفاده از روش گردکردن مقدار تقریبی اعداد را پیدا کنند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ مقدار تقریبی یک عدد با تقریب کم‌تر از ۱۰۰ به روش گرد کردن برابر ۹۰۰ شده است. کدام عدد زیر می‌تواند مقدار واقعی عدد باشد؟

۱) ۹۹۰ ۲) ۸۹۷ ۳) ۸۰۵

۲ــ مقدار یک عدد طبیعی با تقریب کم‌تر از ۱۰ به روش گردکردن برابر ۷۰ شده است. آن عدد طبیعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ به صورت یک مجموعه نشان دهید.

۳ــ در چه صورت مقدار تقریبی یک عدد با تقریب کم‌تر از ۱۰۰ از هر دو روش گردکردن و قطع‌کردن یکی خواهد شد؟

یادداشت معلم

شناسنامه‌ی مبحث مقدار تقریبی

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
تقریب‌زدن	۱۵۷ ۱۵۸	لزوم استفاده از تقریب تقریب مناسب	ــ لزوم استفاده از عددهای تقریبی را درک کند. ــ برای کارها، موقعیت‌ها و شرایط مختلف تقریب مناسب را تشخیص دهد. ــ معنای خطای اندازه‌گیری ابزار را درک کند.	ــ انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از عددهای تقریبی و تشخیص تقریب مناسب	ــ کتاب‌ها و منابع آماری برای بیان مثال‌های مختلف	تقریب عدد تقریبی دقتِ اندازه‌گیری
روش قطع کردن	۱۵۸ ۱۵۹ ۱۶۰	روش قطع کردن بیان تقریب مورد نظر	ــ تقریب مورد نظر را با عبارت «با تقریب کم‌تر از ...» بیان کند. ــ مفهوم «تقریب کم‌تر از ...» را درک کند. ــ با روش قطع کردن، مقدار تقریبی را پیدا کند. ــ روش قطع کردن را روی جدول ارزش مکانی توضیح دهد.	ــ مطالعه‌ی متن درس و پاسخ به سؤال‌ها ــ انجام کار در کلاس برای تمرین روش قطع‌کردن ــ انجام کار در کلاس برای تمرین روش قطع کردن و مقایسه‌ی تقریب‌ها	ــ	قطع کردن
روش گردکردن	۱۶۱ ۱۶۲ ۱۶۳	ــ روش گردکردن ــ مقایسه در روش	ــ با روش گردکردن مقدار تقریبی عدد را به دست آورد. ــ روش گردکردن را با قطع‌کردن مقایسه کند. ــ روش گردکردن را روی جدول ارزش مکانی توضیح دهد.	ــ انجام فعالیت برای پیداکردن محدوده‌ی تقریبی عدد ــ انجام فعالیت برای مقایسه‌ی دو روش ــ انجام کار در کلاس برای تمرین روش گرد کردن ــ انجام کار در کلاس برای تمرین گردکردن و مقایسه‌ی تقریب‌ها	ــ	گردکردن

مقدار تقریبی

در ریاضیات محاسبه‌ای با دو گونه عدد سروکار داریم : عددهای دقیق و عددهای تقریبی. در زندگی و در عمل اغلب به جای مقدار دقیق یک عدد، از مقدار تقریبی آن استفاده می کنیم ؛ زیرا همین مقدارهای تقریبی مشکل ما را برای رسیدن به هدف خود حل می‌کند، به ویژه این که در بسیاری از حالت‌ها نمی‌توانیم به مقدار دقیق یک عدد دست یابیم.

می‌گوییم فلان کتاب ۳۲۰ صفحه دارد ؛ این، یک عدد دقیق است. شش ضلعی کوژ دارای ۹ قطر است : در این جا هم، ۹ یک عدد دقیق است.

ولی شما ۱۰۰ گرم کره می‌خرید. در این جا عدد ۱۰۰ یک عدد تقریبی است ؛ زیرا ترازویی که با آن کره را وزن می‌کنند، نمی‌تواند ۰/۵ گرم کره را با دقت نشان دهد. می‌گوییم : فاصله‌ی شهر A تا شهر B، برابر ۶۵۰ کیلومتر است. این عدد هم در این‌جا یک عدد تقریبی است ؛ زیرا هم ابزارهای اندازه‌گیری دقیق نیستند و هم نقطه‌ی آغاز و نقطه‌ی پایان، به تقریب انتخاب شده‌اند.

روشن است وقتی با عددهای تقریبی کار می‌کنیم، نتیجه‌ی عمل هم تقریبی خواهد بود. از این گذشته، عمل با عددهای تقریبی می‌تواند منجر به نتیجه‌ای شود که نه تقریبی بلکه اشتباه باشد. فرض کنید بخواهیم حاصل ضرب دو عدد تقریبی ۶۰/۲ و ۸۰/۱ را (که تنها رقم اول بعد از ممیز آن‌ها را در نظر گرفته‌ایم) به دست آوریم. ضرب این دو عدد ما را به نتیجه‌ی ۴۸۲۲/۰۲ می‌رساند ولی این نتیجه ممکن است نه تنها در رقم‌های صدم و دهم، بلکه حتی در رقم‌های درست هم اشتباه باشد. اگر عددها را تا دو رقم بعد از ممیز در نظر بگیریم و اگر این عددها ۶۰/۲۵ و ۸۰/۱۴ باشند، آن وقت حاصل ضرب آن‌ها برابر ۴۸۲۸/۴۳۵ در می‌آمد که بیش از واحد از حاصل ضرب تقریبی اول بیشتر است.

بررسی عددهای تقریبی و آشنایی با نظریه‌ی محاسبه‌های تقریبی به ما می‌آموزد که : ۱) با آگاهی بر میزان دقت این عددها، بتوانیم میزان دقت نتیجه‌ی عمل با این عددها را پیدا کنیم ؛ ۲) دقت عددهای مفروض را تا کجا و به چه اندازه انتخاب کنیم تا نتیجه‌ی عمل با آن‌ها، همان دقتی را داشته باشد که لازم داریم ؛ ۳) چگونه خود را از عمل با رقم‌هایی که در نتیجه‌ی کار تأثیری ندارند، آزاد کنیم و گرفتار عمل‌های طولانی و ملال‌آور (که در ضمن، ضروری نیستند) نشویم.

روش نوشتن عددهای تقریبی

وقتی با مقدارهای تقریبی سروکار داریم ۲/۴ با ۲/۴۰ یا ۰/۰۲ با ۰/۰۲۰۰ فرق دارد. ۲/۴ به این معناست که مقدار عدد ممکن است برابر ۲/۴۳ یا ۲/۳۸ باشد (که آن را در رقم‌های اول بعد از ممیز گرد کرده‌ایم)، در حالی که ۲/۴۰ به این معناست که عدد تقریبی ما ممکن است برابر ۲/۴۰۳ یا ۲/۳۹۸ باشد نه ۲/۴۲۱ یا ۲/۳۸۲.

در حالت عددهای درست، وقتی می‌نویسیم ۴۷۲۵، به این معناست که همه‌ی رقم‌ها دقیق‌اند. اگر بخواهیم آن را (مثلاً در فیزیک یا اخترشناسی) به صورت تقریبی بنویسیم، باید آن را به شکل ۴۷×۱۰^{۲} و یا، بهتر از آن، $۴/۷\times۱۰^{۳}$ بنویسیم.

همچنین عدد تقریبی ۰/۰۰۰۰۰۲۱ را بهتر است به صورت $۲/۱\times۱۰^{-۶}$ بنویسیم که تنها، به معنای واقعی بودن دو رقم ۲ و ۱ است.

گردکردن عدد

ضمن محاسبه با عددها، گاهی لازم می‌شود آن‌ها را (چه درباره‌ی عددهای دقیق و چه درباره‌ی عددهای تقریبی) گرد کنیم ؛ یعنی یک یا چند رقم پایانی آن را کنار بگذاریم. برای گردکردن عددها، باید این قاعده‌ها را در نظر بگیریم :

قاعده‌ی ۱. اگر نخستین عدد از عددهایی که حذف می‌کنیم، برابر ۵ (به شرطی که بعد از ۵ رقمی باشد) بزرگ‌تر از ۵ باشد، باید به آخرین رقمی که حذف نکرده‌ایم، یک واحد اضافه کنیم.

اگر بخواهیم عدد ۲۸/۸۷۴ را در رقم اول بعد از ممیز گرد کنیم، آن را به صورت ۲۸/۹ می‌نویسیم. عدد ۲۸/۹ به عدد ۲۸/۸۷۴ نزدیک‌تر است تا عدد ۲۸/۸.

برای این که عدد ۳۶/۲۵۱ را در رقم اول بعد از ممیز گرد کنیم، آن را به صورت ۳۶/۳ می‌نویسیم. عدد ۳۶/۳ به عدد

۳۶/۲۵۱ نزدیک‌تر است تا عدد ۳۶/۲.

قاعده‌ی ۲. اگر نخستین رقم از رقم‌های حذف شده کوچک‌تر از ۵ باشد، رقم‌های باقی‌مانده را دست نمی‌زنیم.

اگر بخواهیم عدد ۲۷/۴۸ را تا یک واحد تقریب گرد کنیم آن را به صورت ۲۷ می‌نویسیم : ۲۷ به ۲۷/۴۸ نزدیک‌تر است تا ۲۸.

قاعده‌ی ۳. اگر بخواهیم با حذف رقم ۵ (وقتی که بعد از آن رقم دیگری وجود ندارد) عددی را گرد کنیم، می‌توان رقم ۵ را بدون تغییر در رقم قبلی حذف کرد و می‌توان، بعد از حذف آن، به رقم قبلی یک واحد اضافه کرد ولی از آن‌جا که کار کردن با عددهای زوج، ساده‌تر از عمل با عددهای فرد است، بهتر است در حالتی که رقم پیش از ۵ رقمی زوج است، آن را تغییر ندهیم ولی در حالتی که رقم پیش از ۵ فرد باشد، آن را با اضافه کردن یک واحد، به رقمی زوج تبدیل کنیم.

عدد ۰/۰۴۶۵ را در رقم سوم بعد از ممیّز به صورت ۰/۰۴۶ و عدد ۰/۹۳۵ را در رقم دوم بعد از ممیز به صورت ۰/۹۴ گرد می‌کنیم. در این حالت، اضافه کردن یا اضافه نکردن یک واحد به رقم قبل، میزان اشتباه را تغییر نمی‌دهد.

یادداشت معلم

تقریب زدن

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ در ابتدای کلاس با یک ترازو وارد شوید و از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ترازو وزن خود را اندازه‌گیری کنند.

۲ــ یک صفحه از اعداد و ارقام روزنامه پیدا کنید و در کلاس در مورد دقت و درستی این اعداد بحث کنید.

۳ــ از دانش‌آموزان بخواهید طول مداد خود را **دقیقاً** اندازه‌گیری کنند. (روی کلمه‌ی دقیقاً تأکید کنید.)

شروع کنید:

هدف اصلی این قسمت، آشنا کردن دانش‌آموزان با این نکته است که در بسیاری از زمان نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست. بعد از بیان مثال کتاب و بحث درباره‌ی آن، از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های دیگری از زندگی روزمره‌ی خود در این باره بیان کنند. سعی کنید در هر یک از مثال‌ها مشخص کنید تا چه دقتی لازم است که پدیده مورد بررسی قرارگیرد و از دانش‌آموزان بخواهید این موضوع را توضیح دهند؛ مثلاً برای تعیین وزن یک نفر دقت ۱ کیلوگرم کافی است و لازم نیست کم‌تر از آن را اندازه‌گیری کرد چون هم استفاده‌ی زیادی ندارد و هم برای اندازه‌گیری دقیق‌تر نیاز صرف **زمان** و **هزینه‌ی** بیش‌تری است.

توضیح این مطلب بسیار مهم است که هر فردی در اندازه‌گیری باید با توجه به صرف زمان و هزینه‌ی مناسب دقت مورد نیاز خود را مشخص کند. اگر دقت اندازه‌گیری را بالا ببرد زمان و هزینه‌ی اندازه‌گیری نیز زیاد خواهد شد و اگر دقت اندازه‌گیری را کم کند از ارزش اندازه‌گیری کاسته خواهد شد.

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف سؤال ۱ ایجاد زمینه‌ی فرضی برای روش قطع کردن است و سؤال‌های ۲ و ۳ لزوم تقریب مورد نیاز را مطرح می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در بررسی نمادین کار در کلاس می‌توانید در مورد علت انتخاب و دقت اندازه‌گیری بحث مختصری را در کلاس طرح کنید.

۲ــ در پاسخ سؤال ۳ ممکن است نظر همه‌ی دانش‌آموزان یکسان نباشد. سعی کنید دانش‌آموزان در محیطی علمی با هم به بحث بنشینند. در صورت وجود اختلاف نظر از آن‌ها بخواهید در این باره تحقیق کنند و با یک دلیل قانع کننده در جلسات بعدی پاسخ را بیان نمایند.

توسعه:

۱ــ پیدا کردن دقت اندازه‌گیری وسایل اندازه‌گیری، مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم است.

۲ــ بحث در مورد این موضوع که همه‌ی اندازه‌گیری‌ها در عالم به نوعی تقریبی هستند و انسان مجبور به صرف نظر کردن در اندازه‌گیری کمیت‌های پیوسته است، نیز به خوبی برای به فکر فروبردن دانش‌آموزان است.

فعالیت خارج از کلاس:

پیدا کردن نمونه‌هایی از محاسبه‌ی تقریبی در روزنامه و ارائه‌ی آن به کلاس می‌تواند یک فعالیت خارج از کلاس باشد. از دانش‌آموزان بخواهید تکه‌های روزنامه را که عددهای تقریبی در آن استفاده شده است به کلاس بیاورند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

نمونه‌هایی از ابزارهای اندازه‌گیری مثل متر، نقاله، کولیس، ورنیه، دماسنج، ترازو و ... را به کلاس بیاورید و در مورد دقت اندازه‌گیری هر کدام بحث کنید.

تلفیق با سایر دروس:

مثال‌هایی از علوم مختلف از جمله فیزیک در حدّ فهم دانش‌آموزان بیان کنید. برای آن‌ها توضیح دهید که چگونه از اعداد تقریبی استفاده می‌شوند. اندازه‌گیری با استفاده از ابزار مختلف مثال‌های خوبی به وجود می‌آورد.

روش قطع کردن

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ می‌توانید کلاس را با یک بازی به نحو زیر آغاز کنید.

۵ نفر دور هم بایستند. یکی بازی را شروع کند. عددی بگوید نفر بعدی با حذف خورده‌های کوچک‌تر از ۱۰۰۰ عدد را تکرار کند و یک عدد جدید بگوید و بازی ادامه یابد، هر نفر که اشتباه کرد از دور بازی خارج می‌شود. برای کنترل بازی می‌توانید در انتخاب عدد محدودیت‌هایی مشخص کنید ؛ مثلاً در تعداد ارقام و ... .

۲ــ دو جدول از قیمت اجناس مختلف روی مقوا آماده کنید ؛ یکی با تقریب قابل قبول مثلاً کم‌تر از ۱۰۰ و دیگری همان قیمت‌ها ولی کاملاً دقیق و بدون تقریب. سپس این دو جدول را به گونه‌ای نمایش دهید که هر کدام در معرض دید نصف کلاس باشد (هر قسمت جدول دیگری را نبینند.) سپس سؤالاتی را طرح کنید ؛ مانند :ــ گران‌ترین جنس چیست؟ ــ ارزان‌ترین جنس

روش قطع کردن

محصول سیب قرمز یک باغ تقریباً ۲۴۰۰ کیلوگرم بوده است. برای به‌دست آوردن این مقدار تقریبی، از دو رقم آخر صرف‌نظر شده است؛ بنابراین، مقدار تقریبی سیب با مقدار واقعی آن کمتر از ۱۰۰ کیلوگرم اختلاف دارد. پس می‌گوییم:

محصول سیب باغ با تقریب کمتر از ۱۰۰ کیلوگرم برابر است با ۲۴۰۰ کیلوگرم. به این ترتیب:

۲۳۷۵۶	با تقریب کمتر از ۱۰۰۰	برابر است با ۲۴۰۰۰
۲۸۵	با تقریب کمتر از ۱۰	برابر است با ۲۸۰
۳۵/۸۳	با تقریب کمتر از ۱	برابر است با ۳۵
۳۵/۸۳	با تقریب کمتر از ۰/۱	برابر است با ۳۵/۸

این روش به‌دست آوردن مقدار تقریبی را روش قطع کردن می‌نامیم.

کار در کلاس

۱ــ مقدار تقریبی عددهای داده شده را با روش قطع کردن و با تقریب خواسته شده بنویسید.

۳۵۹ با تقریب کمتر از ۱۰۰ = ۳۰۰ ۵۸۹۷۵ با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ = ۵۸۰۰۰

۱۵۸ مقدار تقریبی و خطا

چیست؟ ــ حدوداً چه قدر باید پول بدهیم اگر بخواهیم یک جنس A و یک جنس B بخریم؟ (A و B بستگی به جدول پیشنهادی شما دارد.)

ــ جنس E حدوداً چه قدر از جنس F گران‌تر است؟

احتمالاً گروهی که جدول تقریبی را می‌بینند به سؤالات سریع‌تر جواب می‌دهند در مورد این موضوع در کلاس بحث کنید و محاسن و معایب این جدول را بیان کنید.

شروع کنید:

در این درس، دو هدف عمده وجود دارد. ۱) میان معنای جمله‌ی با تقریب کمتر از a ۲) بررسی روش قطع کردن برای به‌دست آوردن جواب تقریبی.

توجه داشته باشید که اگر بتوانید معنای جمله‌ی مثلاً «با تقریب کم‌تر از ۱۰» را در کلاس به بحث بگذارید و روشن کنید. بسیاری از نکات بعدی درس نیز روشن خواهد شد. اگر دانش‌آموز درک کند که وقتی با تقریب کم‌تر از ۱۰ عددی را بیان کند

بدین معناست که این عدد با عدد واقعی کم‌تر از ۱۰ واحد تفاوت دارد و دو عدد تقریبی ارقام کوچک‌تر از ۱۰ بیان نمی‌شوند خودبه‌خود روش قطع کردن پیشنهاد خواهد شد و دیگر مشکلی در درک آن نخواهد بود. بنابراین سعی کنید در کلاس خود در مورد معنای این جملات بحث‌های خوبی طرح کنید و دانش‌آموزان را در بیان معنای آن درگیر کنید. بعد از این بحث از دانش‌آموزان بخواهید سؤالات بخش آغازین درس را به دقت حل کنند.

توصیه‌های آموزشی:

هدف این متن پیدا کردن دستورالعملی مناسب برای تقریب‌زدن اعداد به روش قطع کردن است. بنابراین بعد از حل دانش‌آموزان از آن‌ها بخواهید روش‌های پیشنهادی خود را بیان کنند و از آن‌ها بخواهید جواب به‌دست آمده را تفسیر کنند بدین معنا که مثلاً با تقریب کم‌تر از ۱۰۰۰ عدد ۲۳۰۰۰ جواب است؛ یعنی عدد مورد نظر کم‌تر از ۱۰۰۰ واحد با عدد ۲۳۰۰۰ فاصله دارد و در ضمن حتماً از عدد به‌دست آمده نیز بزرگ‌تر بوده است. (به عبارت دیگر در روش قطع کردن مقداری از عدد واقعی در نظر گرفته نمی‌شود.)

بپرسید!

از دانش‌آموزان بخواهید محدوده‌ای را مشخص کنند که جواب آن با تقریب مثلاً کم‌تر از ۱۰۰، ۵۰۰ خواهد شد. (به عبارت دیگر پیش‌بینی کنند چه اعدادی با تقریب کم‌تر از ۱۰۰، ۵۰۰ خواهد شد.)

چنین تمرین‌هایی مفهوم جمله‌ی تقریب را بسیار خوب بررسی خواهد کرد. پس از چند پرسش و پاسخ از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس مربوط را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

هدف سؤال‌های این کار در کلاس تمرین پیدا کردن مقدار تقریبی یک عدد به روش قطع کردن است.

توصیه‌های آموزشی:

در هنگام حلّ تمرین ۲ کار در کلاس توسط دانش‌آموزان سعی کنید تقسیم کردن و میزان پیشروی در تقسیم توسط خود دانش‌آموزان کشف شود. صورت سؤال به گونه‌ای نوشته شده که راهنمایی‌های لازم را بیان کرده است، اگر دانش‌آموزی بعد از چند دقیقه فکرکردن باز هم به نتیجه‌ای نرسید او را قدم به قدم راهنمایی کنید.

در هنگام بررسی جواب‌ها از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های پیشنهادی خود در مورد پیدا کردن میزان پیشروی در تقسیم را با دلیل طرح نمایند.

آموزش دهید:

توضیح مطرح شده بعد از کار در کلاس را برای دانش‌آموزان بیان کنید و از چند نفر بخواهید با کشیدن جدول ارزش مکانی برای مثال‌های دیگر این مطلب را توضیح دهند سپس از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس مربوط را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

در این کار در کلاس علاوه بر تمرین روش قطع کردن مقادیر

تقریبی یک عدد با تقریب‌های مختلف مقایسه می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:

در مسایل ۲ و ۳ کار در کلاس وسایل ۲ و ۳ تمرین بحث مقدار تقریبی عدد π مطرح شده است که بیان این نکته برای دانش‌آموزان جالب خواهد بود که در حقیقت هیچ کسری نمی‌توان یافت که کاملاً برابر عدد π باشد، بلکه کسرهای مطرح شده هرکدام با دقت خاصی برابر عدد π خواهد شد. از دانش‌آموزان بخواهید مساحت و محیط دایره‌ای مثلاً به قطر ۱۰cm را با توجه به عدد π در دقت‌های مختلف محاسبه کنند و نتیجه‌گیری نمایند. چرا معمولاً عدد پی را برابر ۳/۱۴ در نظر می‌گیرند. (این محاسبات می‌تواند به کمک ماشین حساب انجام شود تا وقت‌گیر و کسل کننده نباشد.)

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

یکی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان این است که بعد از حذف ارقام کوچک‌تر از مقدار تقریب به جای آن‌ها صفر نمی‌گذارند؛ مثلاً عدد ۴۵۳ را با تقریب کمتر از ۱۰، ۴۵ می‌نویسند نه ۴۵۰، در صورت دیدن چنین اشتباهی در کلاس آن‌را برای همه‌ی دانش‌آموزان توضیح دهید. (البته بدون ذکر نام شخص اشتباه کننده) و از آن‌ها بخواهید علت اشتباه را توضیح دهند. توجه داشته باشید که بیان اشتباه از زبان خود دانش‌آموزان بسیار آموزنده خواهد بود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

۱ــ در صورتی که دانش‌آموزان به برنامه‌نویسی کامپیوتر آشنا هستند از آن‌ها بخواهید یک برنامه کوتاه بنویسند که در آن عدد با تقریب دلخواه قطع شود.

۲ــ برای بررسی و یا محاسبه‌ی تقریبی یک کسر می‌توانید از ماشین حساب کمک بگیرید. برای جذابیت بیش‌تر می‌توانید این سؤال‌ها را در کلاس به مسابقه بگذارید و یا تمرین‌های حل شده توسط دانش‌آموزان را با ماشین حساب چک کنید.

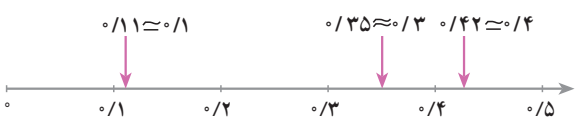
۳ــ نمونه‌ای از ماشین حساب‌های مخصوص حسابداری به کلاس بیاورید. این ماشین حساب‌ها دکمه‌ای دارند که تعداد

۳ــ می‌دانید که محیط هر دایره برابر است با قطر آن دایره ضربدر عدد پی (π).
مقدار عدد π تا ۶ رقم اعشار برابر است با ۳/۱۴۱۵۹۲.
مقدار تقریبی π را به روش قطع کردن با تقریب‌های زیر حساب کنید.
با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ ۳/۱۴۱ با تقریب کمتر از ۰/۰۱ ۳/۱۴
۴ــ مقدار $\frac{۲۲}{۷}$ را با تقریب‌های زیر بنویسید.
با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ ۳/۱۴۲ با تقریب کمتر از ۰/۰۱ ۳/۱۴
از مقایسه‌ی جواب تمرین‌های ۲ و ۳ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
۵ــ دانش‌آموزی مقدار تقریبی عدد ۱۲۷/۵ را با تقریب کمتر از ۱۰ به روش قطع کردن محاسبه کرده و عدد ۱۲ را به دست آورده است. اشتباه او چیست؟ مقدار ارزش مکانی یکان و اعشار را باید صفر در نظر گرفت و باید آن را حذف کرد.
تمرین
۱ــ با استفاده از روش قطع کردن، مقدار تقریبی هر یک از کسرهای زیر را با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ به دست آورید و نتیجه را به صورت تساوی تقریبی بنویسید.
$\frac{۱}{۴۵۹}$ $\frac{۴۳}{۱۱۱}$ $\frac{۵}{۶}$ $\frac{۴۵}{۱۸}$
۰/۰۰۲ ۰/۳۸۷ ۰/۸۳۳ ۱/۹۹۹
۲ــ با توجه به مقدار π در تمرین ۲ کار در کلاس صفحه‌ی قبل، مقدار π را با تقریب‌های زیر به دست آورید.
الف ــ با تقریب کمتر از ۰/۰۰۰۱ ۳/۱۴۱۵ ب ــ با تقریب کمتر از ۰/۰۰۰۱ ۳/۱۴۱۵۹
۳ــ مقدار $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ را با تقریب‌های زیر به دست آورید و نتیجه را با تمرین قبل مقایسه کنید.
الف ــ با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ ۳/۱۴۱ ب ــ با تقریب کمتر از ۰/۰۰۰۱ ۳/۱۴۱۵
عددهای به دست آمده در تمرین‌های ۲ و ۳ را با هم مقایسه کنید.
۳۶۰
مقدار تقریبی و اعشار

ارقام بعد از ممیز را در محاسبات تعیین می‌کند. (به نوعی اعداد را قطع می‌کند) در مورد نحوه‌ی استفاده از آن کلید توضیح دهید.

فعالیت موازی:

از دانش‌آموزان بخواهید محور اعداد با واحدهای ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۰/۱ و ... را رسم کنند سپس متناسب با هر محور اعدادی را به آن‌ها معرفی کنید و بخواهید که جای این اعداد را روی محور مشخص کنند، سپس اولین نقطه‌ی قبل از عدد را به عنوان جواب تقریبی عدد به کلاس معرفی نمایند؛ برای مثال، محور زیر با اعداد ۰/۱ رسم شده است و عددهای ۰/۳۵، ۰/۴۲، ۰/۱۱ روی آن مشخص شده‌اند.



روش گرد کردن

جمعیت شهرهای کشور در سال ۱۳۵۵ در سالنامه‌ی آماری کشور آمده است. آمار جمعیت برخی از شهرها را در جدول زیر می‌بینید.

برازجان	۲۱۶۱۱	کازرون	۵۱۵۲۷
دزفول	۱۹۱۲۵۱	بندر انزلی	۵۵۴۸۱

فعالیت

همان‌طور که می‌دانید، برای آسان‌تر شدن محاسبه، گاهی مقدار تقریبی عددها در نظر گرفته می‌شود.

جمعیت برازجان با روش قطع کردن با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ چند است؟

جمعیت برازجان بین دو عدد ۲۱۰۰۰ و ۲۲۰۰۰ قرار دارد. جمعیت این شهر به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

برای مقدار تقریبی جمعیت این شهر با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ کدام عدد مناسب‌تر است؟ چرا؟

جمعیت شهرهای بالا را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ با تقریب مناسب‌تر بنویسید.

برازجان	۲۲۰۰۰	کازرون	۵۲۰۰۰
دزفول	۱۹۱۰۰۰	بندر انزلی	۵۵۰۰۰

این روشی به دست آوردن مقدار تقریبی را روش گرد کردن می‌نامیم.

۱۶۱ مقدار تقریبی و خطا

روش گرد کردن

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید اعداد ۲۹۹۹، ۳۹۹۹، ۴۹۹۹، ۵۹۹۹ و ... را با تقریب کم‌تر از ۱۰۰۰ قطع کنند، سپس نظر آن‌ها را در مورد جواب‌هایی که به دست آورده‌اند بپرسید و این موضوع را به بحث بگذارید. (ممکن است در این بحث روش گردکردن توسط دانش‌آموزان مطرح شود که شروع خوبی برای درس خواهد بود.)

شروع کنید:

این درس با انجام ۲ فعالیت توسط دانش‌آموزان آغاز می‌شود. پس از ایجاد انگیزه از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت اول را حل کنند، سپس در مورد روش گردکردن در گروه بحث دستورالعملی را برای انجام این روش به کلاس ارائه کنند.

هدف فعالیت:

در پایان این فعالیت، هدف این است که دانش‌آموزان به این نکته برسند که گاهی به جای حذف مقدار کم‌تر از تقریب بهتر است مقداری را به آن اضافه کنند تا جواب نزدیک‌تر و با خطای کم‌تری به دست آید ؛ مثلاً به جای حذف ۷ واحد در عدد ۵۷ با تقریب کم‌تر از ۱۰ ، ۳ واحد به آن اضافه کنند و عدد ۶۰ را به عنوان جواب معرفی کنند. توجه داشته باشید اگر این مفهوم به خوبی در کلاس شما روشن شود در هنگام محاسبه‌ی تقریب‌های اعشاری نیز دیگر مشکل خاصی نخواهید داشت.

ادامه دهید:

بعد از بحث و بررسی فعالیت اول روش گردکردن را یک بار به صورت کامل توضیح دهید و بیان کنید که در ترم اول دانش‌آموزان باید محدوده‌ی تقریب را پیدا کنند و بگویند عدد مورد نظر بین کدام دو عدد قرار دارد، سپس مشخص کنند به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است و آن را به عنوان جواب معرفی کنند. می‌توانید برای دانش‌آموزان مثال پله را طرح‌ریزی کنید که با توجه به میزان تقریب مقدار پله‌ها مشخص می‌شوند اگر تقریب کم‌تر از ۱۰ باشد، پله‌ها ۰، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ... خواهند بود و اگر تقریب ۰/۱ باشد، پله‌ها ۰، ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ... خواهند بود. با طرح سؤالاتی مشابه برای تقریب‌های دیگر این موضوع را بخوبی در کلاس خود روشن نمایید. سپس از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت ۲ را حل نمایند و در مورد نتیجه‌گیری نهایی آن، دو گروه بحث کنند و نظر گروه را به کلاس اعلام نمایند.

ــ در کلاس این نکته را نیز یادآوری کنید که اگر فاصله‌ها برابر بود و یا به عبارت دیگر رقم مورد نظر ۵ بود، عدد بزرگ‌تر را در نظر می‌گیریم.

هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت، مقایسه‌ی دو روش قطع‌کردن و گردکردن است. از دانش‌آموزان بخواهید در مورد این دو روش اظهار نظر و احساس خود را در مورد هر کدام بیان کنند. بحث روی این نکته که در چه حالت‌هایی جواب هر دو روش یکسان

خواهد شد؟ می‌تواند کلاس را به سمت نتیجه‌گیری موردنظر فعالیت سوق دهد.

ادامه دهید:

توجه داشته باشید که هرکدام از این دو روش تقریب‌زدن مزیت‌هایی دارد که بیان آن در طول بحث جالب خواهد بود روش گردکردن جواب نزدیک‌تری به واقعیت را بیان خواهد کرد و حداکثر اختلاف با جواب دقیق را به نصف مقدار تقریب خواهد رساند ؛ مثلاً اگر جواب پس از تقریب کم‌تر از ۱۰، ۵۰ شده باشد، مقدار دقیق بین ۵۵ تا ۴۵ خواهد شد. در حالی که در روش قطع‌کردن نکته‌ی مثبت این است که شما مطمئن هستید که جواب دقیق از مقدار پیشنهادی شما کم‌تر نخواهد بود ؛ مثلاً اگر با تقریب کم‌تر از ۱۰، جواب ۵۰ شده باشد، عدد اصلی بین ۶۰ تا ۵۰ بوده است و قطعاً کم‌تر از ۵۰ نخواهد بود. بنابراین در برخی محاسبات روش قطع کردن مناسب‌تر است.

ادامه دهید:

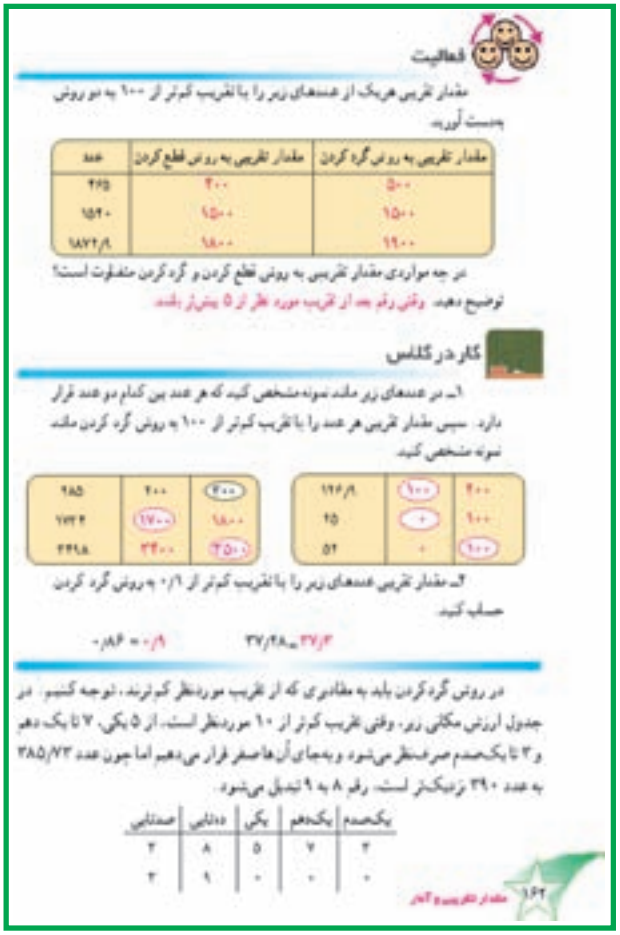
بعد از بررسی نتایج طرح شده از طرف گروه، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس مربوطه را به دقت حل نمایند سپس جواب‌های صحیح آن را در کلاس بررسی کنید و جمع‌بندی و نتیجه‌گیری نهایی درباره‌ی این روش و توضیح پایانی مطرح شده در کتاب را در کلاس بیان نمایید. از برخی از دانش‌آموزان بخواهید مجدداً توضیحات شما را برای کلاس به زبان خودشان بیان کنند. بعد از اطمینان از روشن شدن مطلب، کار در کلاس پایانی را نیز بررسی نمایید.

هدف کار در کلاس :

هدف این کار در کلاس تعیین محدوده برای عدد تقریبی و انتخاب عدد نزدیک‌تر به واقعیت است.

توصیه‌های آموزشی:

در سؤال ۱ کار در کلاس حلّ قدم به قدم روش گردکردن مورد نظر بوده است و در سؤال دوم آن محاسبه‌ی سریع در نظر


فعالیت

مقدار تقریبی هریک از عددهای زیر را با تقریب کمتر از ۱۰۰ به دو روش بدست آورید.

عدد	مقدار تقریبی به روش قطع کردن	مقدار تقریبی به روش گرد کردن
۴۶۵	۴۰۰	۵۰۰
۱۵۴۰	۱۵۰۰	۱۵۰۰
۱۸۷۲/۹	۱۸۰۰	۱۹۰۰

در چه موارد‌ی مقدار تقریبی به روش قطع کردن و گرد کردن متفاوت است؟ توضیح دهید. وقتی رقم بعد از تقریب مورد نظر از ۵ بیش‌تر باشد.

کار در کلاس

۱ـ در عددهای زیر مانند نمونه مشخص کنید که هر عدد بین کدام دو عدد قرار دارد. سپس مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از ۱۰۰ به روش گرد کردن مانند نمونه مشخص کنید.

۴۰۰	۱۰۰	۱۲۶/۹
۱۰۰	۰	۴۵
۱۰۰	۰	۵۲

۴۰۰	۴۰۰	۴۶۵
۱۸۰۰	۱۷۰۰	۱۷۴۲
۳۵۰۰	۳۴۰۰	۳۴۱۸

۲ـ مقدار تقریبی عددهای زیر را با تقریب کمتر از ۰/۱ به روش گرد کردن حساب کنید.

۳۷/۴۸ ـ ۳۷/۳ ۰/۹ ـ ۰/۸۶

در روش گرد کردن باید به مقادیری که از تقریب موردنظر کم‌ترند، توجه کنیم. در جدول ارزش مکانی زیر، وقتی تقریب کمتر از ۱۰ موردنظر است، از ۵ یکی، ۷ تا یک دهم و ۳ تا یک‌صدم صرف‌نظر می‌شود و به‌جای آن‌ها صفر قرار می‌دهیم اما چون عدد ۳۸۵/۷۳ به عدد ۳۹۰ نزدیک‌تر است، رقم ۸ به ۹ تبدیل می‌شود.

صدتایی	دهتایی	یکی	یک‌دهم	یک‌صدم
۳	۸	۵	۷	۳
۳	۹	۰	۰	۰

۱۶۲ مقدار تقریبی و خطا

گرفته شده است. بنابراین حلّ صحیح سؤال اول در جهت یادگیری روش گردکردن بسیار مفید خواهد بود.

ادامه دهید:

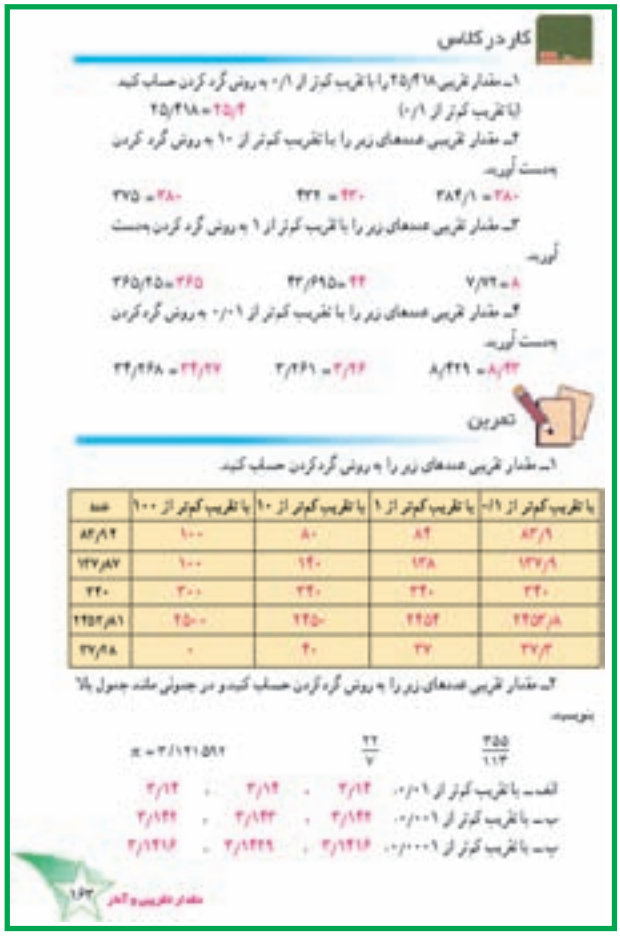
روش گردکردن را با استفاده از جدول ارزش مکانی توضیح دهید و با پرسیدن عددهای مختلف در جدول مهارت دانش‌آموزان را افزایش دهید تا برای حل کار در کلاس آماده شوند.

هدف کار در کلاس :

ـ هدف اصلی کار در کلاس محاسبه‌ی سریع جواب با مقدار تقریب‌های متفاوت است بنابراین به دانش‌آموزان تذکر دهید که هر سؤال را با تقریب مربوط به همان سؤال محاسبه کنند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ـ یکی از نکات جالب تمرین‌های این قسمت تقویت



کار در کلاس

۱ـ مقدار تقریبی ۲۵/۴۱۸ را با تقریب کمتر از ۰/۱ به روش گرد کردن حساب کنید.

(با تقریب کمتر از ۰/۱) ۲۵/۴۱۸ ≈ ۲۵/۴

۲ـ مقدار تقریبی عددهای زیر را با تقریب کمتر از ۱۰ به روش گرد کردن بدست آورید.

۳۸۴/۱ ≈ ۳۸۰ ۴۳۲ ≈ ۴۳۰ ۳۷۵ ≈ ۳۸۰

۳ـ مقدار تقریبی عددهای زیر را با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن بدست آورید.

۷/۹۲ ≈ ۸ ۴۳/۶۹۵ ≈ ۴۳ ۳۶۵/۲۵ ≈ ۳۶۵

۴ـ مقدار تقریبی عددهای زیر را با تقریب کمتر از ۰/۰۱ به روش گرد کردن بدست آورید.

۸/۴۲۹ ≈ ۸/۴۲ ۳/۶۱ ≈ ۳/۶۱ ۲۴/۲۷ ≈ ۲۴/۲۷

تمرین

۱ـ مقدار تقریبی عددهای زیر را به روش گرد کردن حساب کنید.

	با تقریب کمتر از ۱۰	با تقریب کمتر از ۱	با تقریب کمتر از ۰/۱	با تقریب کمتر از ۰/۰۱
عدد	۸۰	۸۲	۸۲/۹	۸۲/۹۲
	۱۴۰	۱۳۸	۱۳۷/۹	۱۳۷/۸۷
	۲۴۰	۲۴۰	۲۴۰	۲۴۰
	۲۴۵۰	۲۴۵۲	۲۴۵۲/۸	۲۴۵۲/۸۱
	۴۰	۳۷	۳۷/۴	۳۷/۴۸

۲ـ مقدار تقریبی عددهای زیر را به روش گرد کردن حساب کنید و در جدولی مانند جدول بالا بنویسید.

$\pi \approx 3/141592$ $\frac{22}{7}$ $\frac{355}{113}$

الف ـ با تقریب کمتر از ۰/۱ ۳/۱۴ ، ۳/۱۴

ب ـ با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ ۳/۱۴۲ ، ۳/۱۴۲

پ ـ با تقریب کمتر از ۰/۰۰۰۱ ۳/۱۴۱۶ ، ۳/۱۴۱۵

۱۶۳ مقدار تقریبی و خطا

مهارت جدول خوانی و تشکیل جدول است بنابراین سعی کنید خود دانش‌آموزان نحوه‌ی جدول‌خوانی و تشکیل جدول را در این تمرین‌ها کشف کنند.

۲ـ کسرهای طرح شده در سؤال دوم تمرین همگی نزدیک به مقدار عدد π هستند.

۳ـ در سؤال ۲ تمرین به دانش‌آموزان اجازه دهید خودشان کشف کنند که تقسیم را تا چند رقم اعشار باید پیش روند می‌توانید در مورد این موضوع در کلاس خود بحث خوبی را طراحی کنید.

بپرسید!

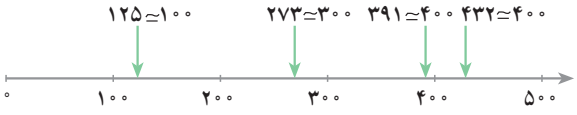
سؤال‌های مشابه این سؤال باعث تقویت مهارت استدلال کردن در دانش‌آموزان خواهد شد.

۱ـ عددی را با تقریب کم‌تر از یک قطع کرده‌ایم، جواب ۷۲۶ شد. با همان تقریب و به روش گردکردن عمل کردیم، جواب ۷۲۷ شد. آیا ممکن است جای خالی ۰/۱ باشد؟ عدد ۱ چطور؟ آیا ممکن است عدد مورد نظر ۷۲۶/۲۸ باشد؟ ۷۲۶/۸۲ چطور؟

۲ـ عدد در چه محدوده‌ای قرار خواهد داشت اگر با تقریب کم‌تر از ۱۰۰ به روش گردکردن ۳۲۵۰۰ شده باشد؟

فعالیت موازی:

از دانش‌آموزان بخواهید محورهای اعداد با واحدهای ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۰/۱ رسم کنند سپس برای هر محور اعدادی متناسب با آن را به دانش‌آموزان معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید محلی مناسب برای هر کدام از اعداد پیشنهادی شما روی محور خود مشخص کنند سپس نزدیک‌ترین نقطه‌ی مشخص شده روی محور به عدد مورد نظر را اعلام نمایند ؛ برای مثال، محور زیر با واحد ۱۰۰ رسم شده است و عددهای ۳۹۱ و ۱۲۵ و ۲۷۳ و ۴۳۲ روی آن مشخص شده‌اند.



تلفیق با سایر دروس:

در علوم اجتماعی و اقتصادی تعیین مقدار تقریب در محاسبات از اهمیت خاصی برخوردار است، برای مثال، در سود سهام اگر مثلاً روزانه مقدار ناچیزی سود هر سهم در هنگام تقریب‌زدن صرف نظر گردد در طول سال با توجه به حجم زیاد خرید و فروش سهام در مجموع پول زیادی خواهد شد. بیان این داستان برای دانش‌آموزان جالب خواهد بود که در یک بانک شخصی میزان اضافات پول خرد قبوض آب و برق و ... را به حساب شخصی خود می‌ریخت و این کار به سبب ناچیز بودن مقدار تفاوت عدد اصلی با عدد تقریبی محاسبه شده به چشم نمی‌آمد. ولی در پایان سال این فرد بسیار ثروت‌مند شد.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید دقت محاسبات و اندازه گیری را در حرفه‌های مختلف مقایسه کنند ؛ برای مثال، در طلا فروشی و بقالی و شیرینی فروشی و ...

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید ارتباط بین دقت اندازه‌گیری و مقدار تقریب‌زدن را بررسی کنند و آن را در کلاس ارائه نمایند.

توسعه:

۱ــ محاسبه‌ی درصد خطا در تقریب‌زدن اعداد مسیر مناسبی برای توسعه خواهد بود. بدین معنا که از دانش‌آموزان بخواهید عدد موردنظر را با دقت خواسته شده تقریب بزنند و سپس مقدار خطا را با تفریق این دو عدد به دست آورند سپس درصد خطا را به کمک جدول تناسب محاسبه کنند. (تمامی محاسبات می‌تواند با ماشین حساب انجام گیرد.)

۲ــ بحث روی نحوه‌ی استفاده از این درصد خطا در پایان این مسیر توسعه، لازم به نظر می‌رسد تا دانش‌آموزان علت این آموزش را درک کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

۱ــ در هنگام محاسبه‌ی مقدار تقریبی کسرها استفاده از ماشین حساب مفید است ؛ چون هدف تقویت مهارت تقسیم کردن نیست بلکه هدف اصلی تعیین مقدار تقریبی عدد به‌دست آمده از تقسیم است.

۲ــ در صورت توسعه‌ی این مفهوم تمامی محاسبات تعیین درصد خطا می‌تواند به کمک ماشین حساب طرح شود.

۳ــ در صورت آشنایی دانش‌آموزان با برنامه‌نویسی کامپیوتر طرح پروژه‌ی برنامه‌ی «گرد کردن اعداد» مناسب است.

یادداشت معلم

آمار

موضوعات در یک نگاه

در این بخش ابتدا مفاهیم و تعاریف آمار و داده مطرح می‌شود. با استفاده از همان عبارات لزوم استفاده از جدول داده‌ها برای درک و تشخیص بهتر آموزش داده می‌شود. رسم نمودارهای ستونی، تصویری (با استفاده از داده‌های تقریبی) و خط شکسته درس‌های بعدی این بخش هستند. در تمام موضوعات این درس تفسیر کردن داده‌ها در جدول و نمودار و پاسخ‌دادن به سؤال اهمیت ویژه‌ای دارد.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند :

۱ ــ در مورد علم آمار، جمع‌آوری داده‌ها و لزوم استفاده از آمار توضیح دهند.

۲ــ داده‌ها را در جدول داده‌ها سازماندهی کنند.

۳ــ برای داده‌های آماری نمودار ستونی رسم کنند و به سؤالات مربوط به آن پاسخ دهند.

۴ــ برای داده‌های تقریبی نمودار تصویری رسم کنند و به سؤالات مربوط به آن پاسخ دهند.

۵ ــ برای داده‌های آماری نمودار خط شکسته، رسم کنند و به سؤالات مربوط به آن پاسخ دهند.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ تعداد خانه‌ها در دو کوچه آمار گرفته شده است ؛ اگر هر ۱۰ خانه را با یک ⌂ نمایش دهیم جدول زیر را کامل کنید.

نام کوچه	تعداد خانه‌ها	نمودار تصویری
حافظ	۶۰	
سعدی	۵۵	

۲ــ موضوعی را انتخاب کنید. از دانش‌آموزان کلاس خود در مورد آن سؤال کنید و داده‌های جمع‌آوری شده را در یک جدول نمایش داده و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

شناسنامه‌ی مبحث آمار

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
تعریف آمار	۱۶۴	علم آمار داده‌های آماری جمع‌آوری داده‌ها	ــ لزوم استفاده از داده‌های آماری و علم آماری را با توجه به کاربردهای مختلف آن درک کند. ــ در مورد نحوه‌ی جمع‌آوری داده‌های آماری توضیحات مختصری ارائه دهد.	ــ مطالعه‌ی متن درس و پاسخ‌دادن به سؤال‌ها	ــ سالنامه‌ی آماری ــ اسناد، کتب و نمودار و جدول آماری	علم آمار داده
جدول داده‌ها	۱۶۴ ۱۶۵	جدول داده‌ها	ــ درک کند که برای سازماندهی داده رسم جدول مناسب است. ــ داده‌های جمع‌آوری شده را در جدول داده‌ها سازماندهی کند. ــ از روی جدول به سؤالات مطرح شده، پاسخ دهد.	ــ انجام فعالیت برای درک لزوم استفاده از جدول داده‌ها ــ انجام کار در کلاس برای تمرین تشکیل جدول داده‌ها	ــ منابع فوق برای بیان مثال	جدول داده‌ها
نمودار میله‌ای	۱۶۶	نمودار میله‌ای	ــ فایده‌ی نمودار میله‌ای را برای تشخیص بهتر و مقایسه‌ی داده‌ها درک کند. ــ برای داده‌های جمع‌آوری شده نمودار میله‌ای رسم کند. ــ با توجه به نمودار رسم شده به سؤالات پاسخ دهد.	ــ انجام کار در کلاس برای تمرین رسم نمودار میله‌ای	ــ نمونه‌هایی از نمودارهای میله‌ای	نمودار میله‌ای
نمودار تصویری	۱۶۷	نمودار تصویری	ــ با توجه به تقریب مورد نظر جدول داده‌های تقریبی را تشکیل دهد. ــ با توجه به داده‌های تقریبی نمودار تصویری مناسب را رسم کند. ــ با توجه به نمودار رسم شده به سؤالات پاسخ دهد.	ــ انجام فعالیت برای تشکیل جدول داده‌های تقریبی و رسم نمودار تصویری	ــ نمونه‌هایی از نمودارهای تصویر	نمودار تصویری
نمودار خط شکسته	۱۶۸ ۱۶۹ ۱۷۰	نمودار خط شکسته	ــ کاربرد نمودار خط شکسته را برای مقایسه تغییرات داده‌ها درک کند. ــ با توجه به جدول داده‌ها نمودار خط شکسته را رسم کند. ــ با توجه به نمودار رسم شده به سؤالات پاسخ دهد.	ــ انجام فعالیت برای رسم نمودار خط شکسته ــ انجام کار در کلاس برای تمرین رسم نمودار خط شکسته	ــ نمونه‌هایی از نمودارهای خط شکسته	نمودار خط شکسته

آمار

آمار همچون هر دانش دیگری، به قراردادها، نام‌گذاری‌ها و قضیه‌ها نیاز دارد تا به یاری آن‌ها بتوان قانون‌های حاکم بر طبیعت و جامعه را، براساس داده‌های آماری کشف و از آن‌ها استفاده کرد.

با آن که سندهایی درباره‌ی گرفتن قوم‌ها و ملت‌های مختلف از پنج هزار سال پیش تاکنون در دست است ولی باید گفت، دانش آمار، دانشی جوان است و بیش از ۱۵۰ سال از عمر آن نمی‌گذرد. در ایران، در سال ۱۳۰۴ خورشیدی بنا بر قانونی که در خرداد ۱۳۰۴ و دوره‌ی پنجم مجلس شورای ملی تصویب شد، اداره‌ی «ثبت احوال» پدید آمد که کارش ثبت نوزادان و صدور شناسنامه (که در آن زمان سِجِل می‌گفتند) و ثبت مرگ و میرها بود برای مقایسه، (در انگلستان، ثبت مرگ و میرها، از نیمه‌ی دوم سده‌ی شانزدهم میلادی، یعنی بیش از ۴۵۰ سال پیش معمول شده بود.)

با وجود این، دانش آمار و آمار ریاضی، محصولی از تلاش ریاضی‌دانان از آغاز سده‌ی نوزدهم میلادی است و به تدریج چنان رشد کرد و پیش رفت که به سختی می‌توان زندگی اجتماعی و اقتصادی امروز را بدون برخورد با دانش آمار، تصور کرد. به جزء زمینه‌هایی از زندگی اقتصادی همچون بیمه، مالیات، تولید بازرگانی و غیر آن، به تقریب همه‌ی دانش‌های طبیعی مانند اخترشناسی، زمین‌شناسی، هواشناسی، روان‌شناسی، پزشکی، دانش‌های انسانی و غیره نیازمند آمار ریاضی هستند.

درک آماری، تنها یک سلیقه یا یک روش اضافی و زودگذر نیست. این روش به طور ریشه‌ای با مسئله‌های دانش امروز درآمیخته است، چرا که امکان می‌دهد به صورتی عمیق‌تر در این مسئله‌ها فکر کنیم و شناختی گسترده‌تر و نزدیک‌تر به حقیقت، به دست آوریم.

برای نمونه از روش‌های آماری، برای کشف رمز نوشته‌هایی که متعلق به زبان‌های مرده است، استفاده می‌کنند. اندیشه‌هایی که «شامپولیون» را به کشف رمز خط هیروگلیف هدایت کرد، بر روش‌های آماری تکیه داشت، همین روش آماری کمک کرد تا خط قوم «مایا» (شاخه‌ای از مردم بومی امریکا که به دست مهاجمان اروپایی تار و مار و نابود شدند)، کشف رمز شود. قانون تکرار واژه‌ها و حرف‌ها دیکته‌هایی که روی واژه‌ها می‌شود، در زبان‌های مختلف بررسی می‌شود ؛ این محاسبه را از روی نوشته‌های نویسندگان و شاعران به دست می‌آورند. محاسبه‌ی تکرار صداها در صحبت‌های شفاهی و در نوشته‌ها، مسئله‌ی مربوط به بهترین کُدگذاری را به حرف‌های یک زبان، حل می‌کند.

روش‌های آماری در بررسی‌های آموزشی بی‌اندازه اهمیت دارد که تاکنون خیلی کم به آن‌ها توجه شده است. آموزش و بررسی آموزشی باید درباره‌ی گروه عظیمی انجام شود که افراد آن از نظر یادگیری، میزان درک و استعداد، با هم فرق دارند. حتی درباره‌ی یک فرد هم، رفتار او، نه تنها در جریان تحصیل متغیر است و در درس‌های مختلف فرق می‌کند که درباره‌ی یک درس هم دچار تغییر می‌شود. تأثیرهایی که از بیرون و درون برخوردار می‌شود آن‌قدر زیاد است که درباره‌ی آن باید کار بسیاری انجام داد. به همین مناسبت به نظر می‌رسد که «نظریه‌ی ارتباط» می‌تواند نقشی جدی در حل مسئله‌های آموزشی به عهده گیرد. ولی این نظریه به طور کامل بر روش آماری تکیه دارد. آمار و به ویژه آمار ریاضی، در روان‌شناسی و اقتصاد هم نقش عمده‌ای به عهده دارد.

در ده دقیقه‌ی آینده، چند نفر تصمیم می‌گیرند با تلفن خود صحبت کنند؟ به این پرسش نمی‌توان پاسخی مشخص و قطعی داد. نمی‌دانیم و نمی‌توانیم بدانیم، از صاحبان تلفن، چند نفر تصمیم می‌گیرند، در این فاصله‌ی زمانی تلفن کنند. در واقع، در مرکز کنترل تلفن، روشن می‌شود در فاصله‌های زمانی برابر، تعداد تلفن‌های مشغول، نوسان‌های بی‌اندازه زیادی دارد. ولی بدون آگاهی از قانونی که بنابر آن، بتوان تعداد تلفن‌های اشغال شده را پیش‌بینی کرد، نمی‌توان به برنامه‌ریزی دست زد. نظم کار تلفن‌ها هم بستگی به این برنامه‌ریزی دارد و باز هم پای آمار به وسط می‌آید.

تعریف آمار

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ اگر به روزنامه‌های یک روز مراجعه کنید جمله‌هایی با چنین مضمونی را بسیار خواهید دید : «براساس آمار جمع‌آوری شده» سعی کنید یک مجموعه از این مثال‌ها در روزنامه را به صورت یک آرشیو در کلاس معرفی کنید می‌توانید از دانش‌آموزان در تهیه‌ی آرشیو کمک بگیرید.

۲ــ چند پایان‌نامه دانشگاهی که در تحقیق میدانی آن، جدول داده‌ها و نمودارهای مختلف استفاده شده باشد به کلاس بیاورید.

شروع کنید:

پس از بررسی مثال‌های روزنامه و ایجاد احساس نیاز به آمار می‌توانید توضیحاتی را در مورد توانایی‌هایی پیش‌بینی کنید که علم آمار در اختیار بشر می‌گذارد ؛ برای مثال، پیش‌بینی نتایج انتخابات، اعلام نیازهای یک جامعه، پیش‌بینی تعداد مورد نیاز لباس در سایزهای مختلف و ... برای دانش‌آموزان شنیدنی خواهد بود.

سپس متن درس را بخوانید و اجازه دهید دانش‌آموزان در مورد این مبحث اظهار نظر کنند.

توصیه‌های آموزشی:

ــ هدف اصلی این زیر عنوان چند مطلب است :

۱ــ آشنایی اولیه با علم آمار

۲ــ معرفی مفهوم داده در این علم

۳ــ ایجاد احساس نیاز به جمع‌آوری داده‌ها

ــ سعی کنید سختی کار با داده‌های خارج از جدول داده‌ها، برای دانش‌آموزان ملموس شود، به عبارت دیگر، پیدا کردن، کم‌ترین، بیش‌ترین و ... در بین داده‌های منظم نشده در جدول داده‌ها تنظیم نشده کار مشکل و کم دقتی است.

فعالیت خارج از کلاس:

در پایان مبحث آمار، از دانش‌آموزان بخواهید یک موضوع

آمار

تعریف آمار

تعداد دانش‌آموزان هر کلاس در مدرسه‌ی شما چند نفر است؟
میزان بارندگی شهر شما در هر ماه چه‌قدر است؟
شما برای پاسخ‌گویی به پرسش‌های بالا، به جمع‌آوری اطلاعات نیاز دارید. برای جواب دادن به سؤال اول می‌توانید به دفتر مدرسه‌تان مراجعه کنید و اطلاعات لازم را بدست آورید. پاسخ سؤال دوم را هم می‌توانید از مرکز آمار شهرتان پیدا کنید.

علم آمار علم جمع‌آوری اطلاعات عددی و بررسی آن‌هاست.
اطلاعات عددی بدست آمده [illegible] نامیده می‌شوند.

علی در شهر رشت زندگی می‌کند. او با مراجعه به دفتر مدرسه‌ی خود پاسخ سؤال اول را چنین بدست آورده است : کلاس اول ۸۷ نفر، کلاس دوم ۹۵ نفر، کلاس سوم ۹۲ نفر. در مورد سؤال دوم، اطلاعات مرکز آمار، میزان بارندگی سالانه در شهر رشت را چنین نشان می‌دهد : فروردین ۷۱ میلی‌متر، اردیبهشت ۶۲ میلی‌متر، خرداد ۵۰ میلی‌متر، تیر ۵۵ میلی‌متر، مرداد ۶۵ میلی‌متر، شهریور ۱۲۱ میلی‌متر، مهر ۱۸۹ میلی‌متر، آبان ۱۸۰ میلی‌متر، آذر ۱۷۱ میلی‌متر، دی ۱۵۰ میلی‌متر، بهمن ۱۲۱ میلی‌متر و اسفند ۱۲۸ میلی‌متر.
اکنون به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.
۱ــ کدام کلاس مدرسه بیش‌ترین دانش‌آموزان را دارد؟ کلاس سوم .
۲ــ در شهر رشت بیش‌ترین بارندگی مربوط به کدام ماه است؟ ماه مهر .

جدول داده‌ها

برای این‌که اطلاعات بدست آمده را راحت‌تر بررسی کنیم، آن‌ها را در جدول‌هایی بصورت صفحه‌ی بعد می‌نویسیم.

۱۶۲ مقدار تغییر و آمار

را انتخاب کنند و با تشکیل جدول داده‌ها و رسم نمودار مناسب و تحلیل و نتیجه‌گیری به مدرسه و جامعه در انجام اهداف خود یاری دهند. با بحث‌های مطرح شده در این زیر عنوان، از دانش‌آموزان بخواهید به موضوع موردنظر خود فکر کنند و آن‌را به کلاس معرفی کنند.

سعی کنید موضوع انتخابی کاربردی و مناسب باشد تا در پایان تحقیق و آمارگیری بتوان از نتایج آن استفاده کرد، موضوعاتی چون، رنگ مورد علاقه‌ی دانش‌آموزان، غذای مورد علاقه‌ی دانش‌آموزان در اردوی خارج مدرسه، ورزش و بازی مورد علاقه‌ی دانش‌آموزان در زنگ تفریح و ... مناسب به نظر می‌رسد.

جدول داده‌ها

ایجاد انگیزه کنید:

یک سری اطلاعات جذاب برای دانش‌آموزان را

فعالیت

با توجه به داده‌های صفحه‌ی قبل، جدول‌ها را کامل کنید.

جدول تعداد دانش‌آموزان مدرسه

کلاس	تعداد دانش‌آموز
اول	۸۷
دوم	۹۵
سوم	۹۲

جدول میزان بارندگی برشت

نام ماه	میزان بارندگی به میلی‌متر	نام ماه	میزان بارندگی به میلی‌متر
فروردین	۷۱	مهر	۱۵۱
اردیبهشت	۴۱	آبان	۱۸۰
خرداد	۵۰	آذر	۲۷۱
تیر	۵۵	دی	۱۵۰
مرداد	۴۵	بهمن	۲۲۱
شهریور	۱۲۱	اسفند	۲۱۵

با استفاده از این جدول‌ها، پاسخ پرسش‌های صفحه‌ی قبل را راحت‌تر می‌توانید به‌دست آورید. همان‌طور که می‌بینید، این جدول‌ها داده‌ها را روشن‌تر نشان می‌دهند.

کار در کلاس

۱ــ تعداد صفحات کتاب ریاضی اول را که به موضوعات زیر اختصاص دارند، تعیین کنید.

کسر متعارفی، مضروب‌الضلع‌های یک عدد، خط و نقطه، زاویه و عدد صحیح

جدول اطلاعات بدست آمده را تهیه کنید.

۲ــ میانگین دمای ماه‌های یک سال برزه به‌صورت زیر بوده است:

فروردین ۲۱ درجه، اردیبهشت ۲۳ درجه، خرداد ۳۰ درجه، تیر ۳۲ درجه، مرداد ۳۴ درجه، شهریور ۲۷ درجه، مهر ۲۳ درجه، آبان ۱۵ درجه، آذر ۱۰ درجه، دی ۸ درجه، بهمن ۱۰ درجه و اسفند ۱۲ درجه.

با توجه به این اطلاعات، جدول دمای شهر برزه را در سال مورد نظر تهیه کنید.

گرم‌ترین ماه در شهر برزه چه ماهی بوده است؟ مرداد ماه

درصورتی که بخواهیم محصول در دمای بالای ۲۵ درجه از کوار استفاده شود، مردم برزه در چه ماه‌هایی از سال کوارهای را پر می‌کنند؟ ماه‌های خرداد، تیر، مرداد و شهریور

۱۶۵

جمع‌آوری کنید. مثلاً سن معلمین و سابقه‌ی تدریس آن‌ها و یا تعداد فرزندان معلمین و ... (البته در انتخاب موضوع دقت داشته باشید که در دسترس دانش‌آموزان به این اطلاعات پیامد منفی برای مدرسه نداشته باشد.) سپس این اطلاعات را به دو صورت جدول‌بندی شده و پشت سرهم روی دو مقوا تنظیم کنید و آن را در دو نقطه‌ی کلاس قرار دهید. (توجه داشته باشید که ستون‌های جدول به گونه‌ای انتخاب شوند که بتوان آن را به نمودار تبدیل کرد.)

شروع کنید:

بعد از یادآوری بحث پایانی درس گذشته از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت این قسمت را حل کنند، سپس در گروه خود بیان کنند که از این اطلاعات چه نتایجی را می‌توانند اعلام کرده و در ضمن جدول داده‌ها چه کمکی به این نتیجه‌گیری می‌کند؟ بعد از این بررسی از آن‌ها بخواهید کار در کلاس این صفحه را به دقت پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

تمرین تشکیل جدول داده‌ها و پاسخ‌دادن به سؤالات هدف اصلی این فعالیت است.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ چون حلّ این کار در کلاس نیاز به فضای سفید زیادی دارد از دانش‌آموزان بخواهید این مسائل را در دفتر ریاضی خود حل کنند.

۲ــ سعی کنید در هنگام حل دانش‌آموزان بررسی کنید که نظم قابل قبولی را رعایت کنند؛ مثلاً جدول با خط‌کش کشیده شود، خطوط آن منظم و موازی باشد، شماره‌ی صفحه و سؤال در بالای صفحه‌ی دفتر درج شده باشد و مسائل مشابه آن.

۳ــ در مورد هر سؤال به کاربرد و فایده‌ی جمع‌آوری اطلاعات اشاره گردد؛ برای مثال، در سؤال اول کار در کلاس به این نکته اشاره داشته باشید که دانستن این اطلاعات برای برنامه‌ریزی هم جهت تنظیم وقت کلاس در طول یک سال تحصیلی چه اهمیتی دارد.

تلفیق با سایر دروس:

از دانش‌آموزان بخواهید در کتاب‌های دروس دیگر جست‌وجو کنند و جداول اطلاعاتی که در آن‌ها دیده می‌شوند را به کلاس ارائه دهند. این جست‌وجو می‌تواند گسترش یابد و به روزنامه یا کتاب‌های علمی دیگر هم کشیده شود.

توسعه:

بهترین سیر برای توسعه‌ی این درس بحث در مورد نحوه‌ی تحلیل داده‌هاست به عبارت دیگر اطلاعاتی را به دانش‌آموزان منتقل کنید و از آن‌ها بخواهید آن را بررسی کنند و نتیجه‌گیری و تحلیل نمایند و مشخص نمایند این اطلاعات چه نکاتی را برای ما بیان می‌کند.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ ــ از دانش‌آموزان بخواهید جدولی تهیه کنند و ساعات

حضور خود را در مدرسه دسته‌بندی کرده و مشخص کنند که در طول یک هفته چه مقدار صرف مثلاً درس ریاضی، علوم، زنگ تفریح، غذا خوردن، نماز، بازی و ... می‌شود، سپس نتایج به دست آمده‌ی خود را به کلاس اعلام نمایند و تحلیل خود را ارائه دهند.

۲ــ موضوعاتی را برای دانش‌آموزان مشخص کنید (این موضوعات همان فعالیت خارج از کلاس زیر عنوان آمار خواهد بود.) سپس از آن‌ها بخواهید موضوع مربوطه را در بین تمامی دوستان کلاس خود آمارگیری نمایند و جدول داده‌های آن را تنظیم کنند. (در درس‌های بعدی از آن‌ها خواهید خواست این اطلاعات را به صورت نمودار مناسب به کلاس ارائه دهند.)

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

۱ــ می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید با مراجعه به سایت مرکز آمار ایران اطلاعات جالبی را انتخاب کرده و به کلاس ارائه دهند.

۲ــ با استفاده از نرم‌افزاری مثل Excel جدول داده‌ها را رسم کنند.

نمودار میله‌ای

ایجاد انگیزه کنید:

تصاویری از نمودارهای میله‌ای مختلف به کار رفته در روزنامه‌ها، مجلات و حتی کتاب‌های درسی را به کلاس بیاورید و به دیوار نصب کنید؛ اگر اطلاعات نمودارها برای دانش‌آموزان جذّاب باشند، بسیار بهتر خواهد بود.

نمایش یکی از اطلاعات به‌دست آمده در فعالیت‌های گذشته دانش‌آموزان در درس گذشته را نیز می‌توانید به صورت ماکت بسازید و به کلاس ببرید.

شروع کنید:

از برخی دانش‌آموزان بخواهید صفحه‌ی قبلی (جدول داده‌ها) را مشاهده کنند و گروهی دیگر نمودار میله‌ای این صفحه را جلوی خود قرار دهند. سپس از آن‌ها سؤالات مقایسه‌ای و تحلیلی بپرسید و سعی کنید از سرعت جواب دادن

نمودار میله‌ای

کار در کلاس

این دو گروه در کلاس نتیجه‌گیری کنید و بحثی را در کلاس خود سازماندهی کنید، سپس متن درس را در کلاس بخوانید و از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس مربوط به آن را حل نمایند.

هدف کار در کلاس:

۱ــ هدف اصلی سؤال ۱ استفاده از نمودار در پاسخ‌گویی به سؤالات است.

۲ــ هدف اصلی سؤال ۲ تجربه‌ی اول رسم نمودار میله‌ای است.

۳ ــ هدف اصلی سؤال ۳ ضمن جمع‌آوری یک اطلاع و تنظیم جدول داده‌ها و نمودار میله‌ای آن انجام یک فعالیت جالب است.

همان‌طور که در کتاب توضیح داده شده است با بررسی دقیق این فعالیت می‌توان میزان استفاده از حروف فارسی را به

دست آورد و به کمک آن صفحه‌ی کلید رایانه و ماشین تایپ را طراحی نمود. حروف الفبایی که بیش‌تر استفاده می‌شود مثل الف ــ ی و ... را در وسط صفحه کلید قرار می‌دهیم و حروفی مثل ژ ــ پ و گ و ... را که کم‌تر مورد استفاده قرار می‌گیرد را در گوشه‌های آن جای می‌دهیم.

توصیه‌های آموزشی:

از دانش‌آموزان بخواهید در این مورد اظهار نظر کنند که کدام سؤالات را با جدول داده‌ها بهتر می‌توان جواب داد و کدام سؤالات را نمودار میله‌ای. (بدین صورت که دانش‌آموزان متوجه شوند که اگر مقدار و نسبت یک موضوع را می‌خواهند جدول داده‌ها مناسب‌تر است و اگر در مقایسه‌ی چند قسمت می‌خواهند نتیجه‌ای را بیان کنند نمودار میله‌ای کمک بهتری است.)

توصیه‌های آموزشی:

توجه داشته باشید رسم نمودار بدون بررسی و تحلیل نتایج عملاً هیچ توانایی جدیدی به دانش‌آموز نمی‌دهند بنابراین سعی کنیم در طول این درس نحوه‌ی استفاده از اطلاعات را نیز به دانش‌آموزان منتقل کنیم.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید نتایج به‌دست آمده از آمارگیری فعالیت گذشته‌ی خود را به صورت یک نمودار میله‌ای تهیه کنند و با سلیقه‌ی خود رنگ‌آمیزی نمایند و به دیوار کلاس نصب کنند، شما هم می‌توانید با استفاده از این نتایج بحث‌هایی را در کلاس طرح کنید.

توسعه:

۱ــ بحث روی نحوه‌ی انتخاب واحد محور عمودی در حالت‌های وجود داده‌های پراکنده و یا بسیار کوچک و بزرگ مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم است.

۲ــ معرفی نمودار دایره‌ای و بررسی مزایا و معایب آن نیز مسیر خوبی برای توسعه است. می‌دانیم که در نمودار دایره‌ای علاوه بر مقایسه‌ی هر موضوع با دیگران مقایسه‌ای بین هر موضوع با کل نیز دیده می‌شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

اگر دانش‌آموزان امکان استفاده از کامپیوتر را دارند نرم‌افزارهای زیادی توانایی کشیدن نمودار را از روی جدول داده‌ها را دارند مثل Excel که طرز کار ساده‌ای نیز دارد. طرح پروژه‌ی کامپیوتری نیز به جذابیت کلاس خواهد افزود.

یادداشت معلم

نمودار تصویری

ایجاد انگیزه کنید:

با نصب تعدادی نمودار تصویری از موضوعات جذاب برای دانش‌آموزان می‌توانید آن‌ها را به درس حساس کنید.

شروع کنید:

در ابتدای این درس، یک جدول از داده‌های تعداد گوسفندان، برخی استان‌های کشور آمده است و سپس در فعالیت طرح شده جدول دیگری رسم شده که دانش‌آموزان باید آن را تکمیل کنند. بعد از توضیحات اولیه در مورد نمودار تصویری و نمایش یک نمونه از این نمودارها از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت طرح شده را به دقت حل نمایند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت نشان دادن فرایند تولید یک نمودار تصویری است. در این فرایند، توجه به نکات زیر لازم به نظر می‌رسد :

۱ــ در نمودار تصویری نیازمندیم واحدی برای نمایش انتخاب کنیم.

۲ــ در نمودار تصویری نیازمندیم براساس واحد انتخاب شده اطلاعات جدول داده‌های خود را تقریب بزنیم. (براساس نوع اطلاعات و نحوه‌ی استفاده از آن نوع تقریب را انتخاب می‌کنیم.)

۳ــ موضوعات مورد نظر را در یکی از محورها می‌نویسیم و به تعداد لازم مقابل آن علامت مربوطه را رسم می‌کنیم، توجه داشته باشیم که رسم منظم و با فاصله‌ی یکسان آن بسیار اهمیت دارد.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ چون وقت در منظم کشیدن این نمودار جزء اهداف فعالیت است و نمودار نامنظم کارایی لازم را برای تحلیل اطلاعات نخواهد داشت لذا لازم است وقت کافی در اختیار دانش‌آموزان قرار گیرد تا این فعالیت را به صورت قابل قبولی حل کنند. پیشنهاد می‌شود به دانش‌آموزان توصیه کنید که برای این‌کار از خط‌کش استفاده کنند.

۲ــ بعد از پایان این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید احساس خود را از این نمودار بیان کنند و نظر خود را نسبت به مزایا و معایب آن و نیز موارد کاربرد آن بیان کنند.

نمودار تصویری

در جدول زیر، تعداد گوسفندها در برخی از استان‌های کشور در یکی از سال‌های گذشته داده شده است.

نام استان	تعداد گوسفند	نام استان	تعداد گوسفند
ایلام	۴۲۸۰۰۰	فارس	۱۲۵۵۴۵۱
کرمانشاه	۱۱۰۵۲۲۵	کردستان	۱۵۴۴۹۱۰
چهارمحال‌وبختیاری	۴۵۷۲۸۵	کهگیلویه‌وبویراحمد	۲۰۰۱۰۲
خوزستان	۱۵۴۲۱۹۱	لرستان	۱۵۰۵۸۸۲
زنجان	۷۹۲۸۵۵	همدان	۹۰۲۵۴۵

فعالیت

این اعداد را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰ گزه می‌کنیم. جدول تقریبی زیر را کامل کنید.

نام استان	تعداد گوسفند	نام استان	تعداد گوسفند
ایلام	۴۰۰۰۰۰	فارس	۱۲۰۰۰۰۰
کرمانشاه	۱۱۰۰۰۰۰	کردستان	۱۵۰۰۰۰۰
چهارمحال‌وبختیاری	۵۰۰۰۰۰	کهگیلویه‌وبویراحمد	۲۰۰۰۰۰
خوزستان	۱۵۰۰۰۰۰	لرستان	۱۵۰۰۰۰۰
زنجان	۸۰۰۰۰۰	همدان	۹۰۰۰۰۰

اکنون می‌توانیم اطلاعات به‌دست آمده در این جدول را به‌صورت نمودار تصویری نشان دهیم.

نمودار را کامل کنید

ایلام
کرمانشاه
چهارمحال‌وبختیاری
خوزستان
زنجان
فارس
کردستان
کهگیلویه‌وبویراحمد
لرستان
همدان

نشان‌دهنده‌ی ۱۰۰۰۰۰ گوسفند است.

مقدار تقریبی و آغاز

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید در کتاب‌ها و مطالب اطراف خود نمونه‌هایی از این نمودار را بیابند و به کلاس ارائه دهند. این جست‌وجو می‌تواند در کتاب‌های درسی نیز انجام پذیرد تا ارتباط بین ریاضی و سایر دروس نیز برقرار شود.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید در صورت امکان نتایج آمارگیری خود را به کمک نمودار تصویری نمایش دهند و یا علت مناسب نبودن این نمودار برای اطلاعات جمع‌آوری شده‌ی خود را بیان کنند.

توسعه:

بررسی شباهت‌ها و تفاوت‌های موجود در نمودار تصویری و نمودار میله‌ای مسیر خوبی برای توسعه است و بحث در مورد این نکته که چگونه می‌توان با انتخاب واحد مناسب در نمودار میله‌ای نتایجی شبیه به نمودار تصویری به‌دست آورد می‌تواند برای دانش‌آموزان آموزنده باشد.

نمودار خط شکسته

جدول میانگین دمای هوای یزد در طول ماه‌های یک سال که در صفحه‌ی ۱۶۵ آمده، به صورت زیر است.

جدول میانگین دمای یزد در یک سال

فروردین	۲۱	تیر	۳۶	مهر	۲۲	دی	۸
اردیبهشت	۲۳	مرداد	۳۴	آبان	۱۵	بهمن	۱۰
خرداد	۳۰	شهریور	۳۷	آذر	۱۰	اسفند	۱۲

فعالیت

این اطلاعات را با پیدا کردن نقاط روی صفحه‌ی مختصات زیر نمایش دهید. نقاط را با خط راست به هم وصل کنید.

درجه‌ی سانتی‌گراد

ماه‌های سال

به این نمودار، نمودار خط شکسته گفته می‌شود.

۱۶۸ مقدار تغییرپذیر آخر

نمودار خط شکسته

ایجاد انگیزه کنید:

احتمالاً در اطراف خود نمودارهای خط شکسته‌ی فراوانی مشاهده می‌کنید نصب این نمودارها در ابتدای شروع درس به همراه تصاویری چون نوار قلب و چیزهای مشابه آن به دیوار کلاس باعث ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان خواهد شد.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید قبل از انجام فعالیت در مورد آب و هوای شهر یزد با توجه به جدول داده شده نظرات خود را بیان کنند. پس از شنیدن چند پاسخ اولیه، بحث را در کلاس قطع کنید و از آن‌ها بخواهید فعالیت طرح شده را انجام دهند. بعد از پایان این فعالیت، مجدداً سؤال اولیه‌ی خود را تکرار کنید و جواب‌های دانش‌آموزان را بررسی نمایید. به این نکته توجه کنید در این زمان احتمالاً جواب‌ها به جواب صحیح نزدیک‌تر خواهد بود و دانش‌آموزان در توضیحات خود فرایند تغییر دما در طول سال را در شهر یزد بررسی می‌کنند. از دانش‌آموزان بخواهید در مورد مزایا و معایب این نمودار نظر بدهند و احساس خود را بیان کنند.

هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت بررسی فرایند تولید یک نمودار خط شکسته است. بدین صورت که ابتدا باید نقاط موجود در جدول داده‌ها را به کمک انتخاب واحد مناسب و تقسیم‌بندی محور به آن پیدا کنیم و آن‌ها را به ترتیب از چپ به راست با خط راست به هم متصل نمایید.

توصیه‌های آموزشی:

چون این فعالیت، اولین تجربه‌ی دانش آموزان در رسم نمودار خط شکسته است. پس سعی کنید وقت کافی در اختیار آنان قرار دهید تا مراحل کار را خود به تنهایی پیدا کنند و انجام دهند.

تمیزی کار و استفاده از خط‌کش در انجام این فعالیت می‌تواند در نتیجه‌گیری بهتر دانش‌آموزان مؤثر باشد، سعی کنید حتماً این نکته را به دانش‌آموزان تذکر دهید.

ادامه دهید:

بعد از بررسی و بحث‌های مورد نیاز در مورد این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به نمودار رسم شده‌ی خود کار در کلاس این قسمت را حل کنند. توجه داشته باشید لازم نیست برای پاسخ‌دادن به این فعالیت، آن را روی تخته رسم کنند. از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های خود نمودارها را با هم مقایسه کنند و تصحیح کنند.

هدف کار در کلاس:

هدف اصلی سؤال ۱ استفاده از رسم نمودار و نتیجه‌گیری از آن است. از دانش‌آموزان بخواهید سؤالات دیگری را که می‌توان به کمک نمودار خط شکسته‌ی بالا پاسخ داد طرح و در

کلاس بیان کنند. سؤالات جدید را مورد تشویق قرار دهید ؛ زیرا طرح این سؤالات در ایجاد قدرت تحلیل دانش‌آموزان بسیار مؤثر است.

هدف از سؤال ۲ تجربه‌ی کامل یک رسم نمودار است بنابراین به دانش‌آموزان برای این کار فرصت کافی بدهید از آن‌ها بخواهید با دقت و نظم کامل این کار را انجام دهند. استفاده از کاغذ شطرنجی برای نقطه‌یابی باعث دقت در کار و تمیزی نمودار خواهد شد، این روش را به دانش‌آموزان توصیه کنید.

ادامه دهید:

بعد از رسم نمودار از دانش‌آموزان بخواهید بارندگی در شهر رشت را توصیف کنند و سپس از آن‌ها بپرسید که دیدن نمودار خط شکسته چه کمکی به بیان این توصیف کرده است؟

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ هدف تمرین ۱ تکرار فرایند رسم یک نمودار تصویری است. گردکردن، تعیین مقدار واحد در هر کدام، رسم محورهای نمودار و رسم منظم و با فاصله‌ی یکسان علامت موردنظر برخی از مراحل کار است. از دانش‌آموزان نموداری منظم و تمیز را بپذیرید.

۲ــ تمرین دوم یک تمرین تحلیلی است و هدف بررسی یک نمودار رسم شده را دارد. از دانش‌آموزان بخواهید ضمن پاسخ‌دادن به سؤالات طرح شده در مورد علت آن نیز نظرات خود را بیان کنند و سعی کنند سؤالات دیگری نیز ارائه نمایند.

۳ــ در تمرین سوم، اگر بتوانید اطلاعات صحیحی از نمرات دانش‌آموزان را در اختیار آنان قرار دهید و از آنان بخواهید با رسم این نمودار وضعیت خود را بررسی کنند، قطعاً تأثیر خوبی در ایجاد تفکر دانش‌آموزان خواهد داشت.

۴ــ در تمرین چهارم، هدف بررسی اطلاعات و پاسخ‌دادن به سؤالات به کمک جدول داده‌هاست، سختی کار و احتمال اشتباه در این کار برای دانش‌آموزان روشن خواهد شد.

بعد از پاسخ دادن به این سؤالات از دانش‌آموزان بپرسید که کدام یک از انواع نمودارها برای این سؤال مناسب است؟ از هر کدام بخواهید دلیل انتخاب خود را نیز بیان کنند.

کار در کلاس

۱ــ با توجه به نمودار صفحه‌ی قبل، پاسخ پرسش‌های زیر را بنویسید.

الف ــ در چه ماه‌هایی دمای هوا از ۲۵ درجه بیش‌تر بوده است؟ خرداد، تیر، مرداد و شهریور.

ب ــ حداکثر و حداقل دما در چه ماه‌هایی بوده است؟ مرداد و دی.

پ ــ بیش‌ترین تغییرات دما در چه ماه‌هایی بوده است؟ مهر و آبان.

۲ــ نمودار خط شکسته‌ی میزان بارندگی رشت را با استفاده از جدول صفحات قبل تهیه کنید.

تمرین

۱ــ در یک سال تولید سیب‌زمینی تعدادی از استان‌های کشور به‌صورت زیر بوده است.

کرمانشاه	۳۸۹۸ تن	کرمان	۱۰۱۳۳ تن
فارس	۹۷۲۰ تن	چهارمحال و بختیاری	۲۲۲۶ تن

الف ــ اعداد بالا را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ گرد کنید و جدول داده‌ها را با اعداد تقریبی به‌دست آمده تهیه کنید.

ب ــ یک مربع کوچک به صورت □ و به‌عنوان معرف ۱۰۰۰ تن رسم کنید. نمودار تصویری تولید سیب‌زمینی در استان‌های بالا را تهیه کنید.

۲ــ مریم نمودار خط شکسته‌ی نمره‌های ریاضی خود را به‌صورت شکل مقابل رسم کرده است.

او در کدام ماه بیش‌ترین نمره را گرفته است؟ اردیبهشت

نمره‌ی مریم در کدام ماه از سایر ماه‌ها کم‌تر است؟ آبان

در کدام ماه‌ها نمره‌ی او از ۱۷ بیش‌تر است؟ آبان، آذر و اردیبهشت

۳ــ مانند مریم برای نمره‌های ماه‌های نمایه‌ای خود در درس ریاضی، یک نمودار خط شکسته رسم کنید.

۱۶۹ مقدار تقریبی و خطا

۵ــ از آن‌جا که برای رسم نمودارها انواع نرم‌افزارهای رایانه‌ای وجود دارد، رسم نمودار هدف مناسبی برای دروس آمار نیست. نقطه تمرکز این درس استفاده از داده‌ها و نمودارها و به عبارتی تفسیر، توصیف، تحلیل و نتیجه‌گیری از آن‌هاست. بنابراین در حل تمام تمرین‌ها و کار در کلاس‌های این بخش نقطه‌ی تمرکز توضیحات معلم باید به بررسی نتایج باشد. اگر این رویه را معلم طی کند در انتهای کار دید مناسب و نگرش مثبت به علم آمار و کاربردهای آن در ذهن دانش‌آموزان ایجاد خواهد کرد.

تلفیق با سایر دروس:

نحوه‌ی نمایش اطلاعات آماری در تمامی دروس استفاده از نمودار جدول داده‌هاست. با ایجاد یک نمایشگاه از فعالیت دانش‌آموزان و همچنین اطلاعات موجود در کتاب‌های درسی یا مرتبط با موضوعات آن‌ها این ارتباط بین ریاضی و سایر دروس کاملاً نمایان می‌شود و تأثیر خوبی در لذت بردن دانش‌آموزان از آموزش ریاضی خواهد داشت. اجرای این کار را به همه‌ی شما

معلمان عزیز توصیه می‌کنیم.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید موضوعات آمارگیری خود را بررسی کنند و در صورت امکان نمودار خط شکسته‌ی آن‌را رسم کنند و یا دلیل مناسب نبودن این نمودار برای موضوع خود را بیان نمایند.

توسعه:

۱ــ دانش‌آموزان در طول این درس با سه نوع نمودار مختلف آشنا شده‌اند. بررسی تفاوت موجود بین این سه نوع و دلیل استفاده از هر کدام مسیر بسیار خوبی برای توسعه است. مثلاً بیان این نکته که نمودار خط شکسته برای کمیت‌های پیوسته است و نمودار میله‌ای نمایش کمیت‌های گسسته، البته به زبان ساده خالی از لطف نخواهد بود. که در این صورت از دانش‌آموزان می‌توان خواست که برای موضوعات طرح شده نوع نمودار را پیشنهاد کنند.

۲ــ تخمین مقادیر نقاطی از نمودار که در جدول داده‌ها موجود نیست به کمک نمودار خط شکسته نیز مسئله‌ی مناسبی برای توسعه است.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

به کمک رایانه و با استفاده از نرم‌افزارهایی چون mathlab و s.p.s.s و Excel می‌توان نمودارهای مختلفی را رسم کرد. در صورت توانایی دانش‌آموزان جهت استفاده از این امکان کار با این نرم‌افزارها را در کلاس توصیه می‌کنیم.

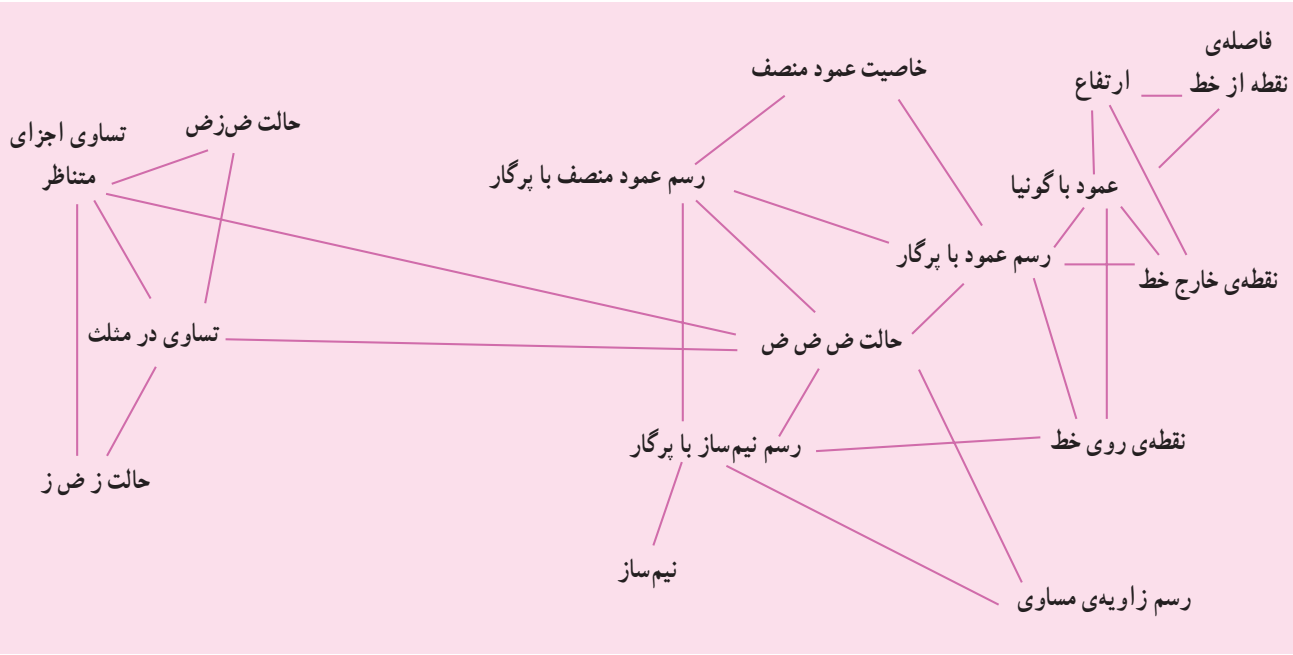
یادداشت معلم

فصل هفتم

هندسه‌ی ۲

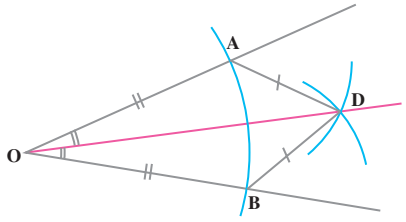
این فصل از ۳ مبحث اصلی تشکیل شده است.

در قسمت اول موضوع تساوی مثلث‌ها، حالت‌های تساوی دو مثلث و چگونگی استفاده از آن‌ها درحل مسئله و پیدا کردن اجزای متناظر در دو شکل مساوی تدریس می‌شود. در قسمت عمود و عمودمنصف ضمن استفاده از درس‌های تساوی مثلث‌ها رسم عمود و عمودمنصف با گونیا آموزش داده شده و خاصیت عمود منصف به عنوان مکان هندسی نقاطی که از دو سرِ پاره‌خط به یک اندازه هستند آموزش داده می‌شود. در بخش آخر ترسیم‌های هندسی ضمن مرور رسم عمود، عمودمنصف، نیم‌ساز و زاویه مساوی با استفاده از پرگار از خواص تساوی مثلث‌ها و حالت‌های آن استفاده می‌شود. مفاهیم و محتوای این فصل به صورت زیر با هم در ارتباط هستند.



همچنین در انتهای این فصل، رسم ۷ وجود دارد.

همان‌طور که در نمودار ارتباطی مفاهیم مشاهده می‌کنید، ترسیم‌های هندسی به حالت سه ضلع در تساوی مثلث‌ها مربوط می‌شوند. به همین علت بهتر است درس تساوی مثلث‌ها قبل از ترسیم‌های هندسی قرار گیرد. در واقع با استفاده از حالت سه ضلع می‌توانیم چگونگی ترسیم‌های هندسی را توجیه کنیم ؛ برای مثال، در رسم نیم‌ساز یک زاویه با رسم اولین کمان دو ضلع مساوی ایجاد می‌شود. ($OH = OB$) وقتی دو کمان BD و AD با یک شعاع رسم می‌شوند این دو پاره‌خط نیز با هم برابر خواهند شد ($AD = BD$) و با توجه به این که ضلع OD در دو مثلث مشترک است پس دو مثلث DAD و OBD با هم به حالت سه ضلع برابرند و از تساوی اجزای متناظر مشخص می‌شود که $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ است.



بنابراین OD نیم‌ساز زاویه است.

مسئله‌ی مهم دیگر ارتباط بین نحوه‌ی ترسیم عمودمنصف، عمود و نیم‌ساز است. در واقع نحوه‌ی کار در هر سه قسمت یکی است. کافی است مرحله به مرحله اقداماتی را که برای رسم انجام می‌شود با هم مقایسه کنید.

زمان‌بندی پیشنهادی

ماه فروردین

هفته‌ی سوم: تساوی مثلث‌ها

هفته‌ی چهارم: تساوی مثلث‌ها

ماه اردیبهشت

هفته‌ی اول: عمود و عمودمنصف

هفته‌ی دوم: ترسیم‌های هندسی

هفته‌ی سوم: ادامه ترسیم‌های هندسی= انجام رسم ۷

هفته‌ی چهارم: تمرین دوره‌ای ۱ و مرور مطالب و آمادگی برای امتحان پایانی

جریان تدریس را تا پایان ایام اردیبهشت ماه متوقف نکنید. اگر برنامه‌ای برای مرور و یادآوری دروس دارید می‌توانید آن را بعد از تعطیلات عید و به موازات تدریس خود پیش ببرید. از نظر روانی، دانش‌آموزی که احساس می‌کند درسش تمام شده، بعد از آن کم‌تر به کلاس و صحبت‌های معلم خود توجه می‌کند.

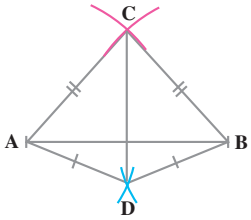
نمونه سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱ــ با استفاده از تساوی مثلث‌ها درستی شیوه‌ی زیر را برای رسم عمودمنصف بررسی کنید.

الف) رسم دو کمان به شعاع r_1 به مرکزهای A و B

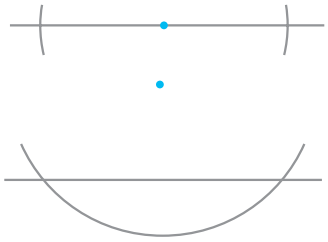
ب) رسم دو کمان به شعاع r_2 به مرکزهای A و B

ج) وصل کردن C و D به هم



چرا DC عمودمنصف است؟

۲ــ در رسم عمود از یک نقطه روی خط یا خارج خط اولین کمان رسم شده خط را تبدیل به پاره‌خط می‌کند.



مراحل رسم خط عمود را با رسم عمودمنصف مقایسه کنید.

۳ــ مراحل رسم نیم‌ساز را برای یک زاویه‌ی نیم صفحه انجام دهید.

در واقع شما علاوه بر رسم نیم‌ساز چه خطی را رسم کرده‌اید؟

رسم نیم‌ساز و رسم عمود از یک نقطه روی خط را با هم مقایسه کنید.

تساوی مثلث‌ها

موضوعات در یک نگاه

این بخش با مفهوم تساوی دو شکل و به‌طور خاص با تساوی دو مثلث شروع می‌شود. در این قسمت، اجزای متناظر در هر مثلث معرفی شده با استفاده از مفهوم انطباق حالت‌های تساوی دو مثلث نتیجه گرفته می‌شود.

با استفاده از این سه حالت مسئله‌های مربوط به آن حل شده است ؛ نحوه‌ی استدلال کردن و نوشتن مراحل آن آموزش داده می‌شود. در این قسمت، چگونگی رسیدن از فرض‌های مسئله به حکم آن تدریس می‌شود.

اهداف

درفرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :

۱ــ اجزای متناظر در دو مثلث را تشخیص دهد.

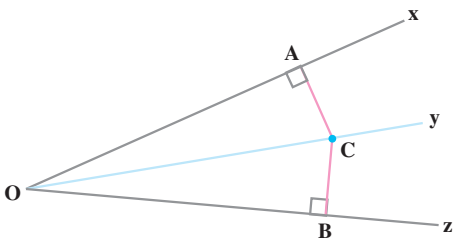
۲ــ حالت‌های تساوی دو مثلث را با استفاده از مفهوم انطباق کشف و درک کند.

۳ــ حالت‌های تساوی دو مثلث را در حل مسائل مربوط به آن به‌کار برد.

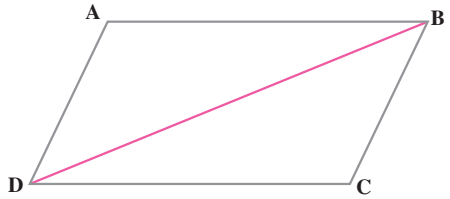
۴ــ با نحوه‌ی استدلال کردن و نوشتن مراحل آن را برای تساوی دو مثلث و نتیجه‌گیری تساوی اجزای متناظر آشنا شود.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ در شکل زیر اگر oy نیم ساز زاویه باشد ؛ چرا $AC = CB$ است؟



۲ــ چهارضلعی ABCD یک متوازی‌الاضلاع است. دلیل تساوی دو مثلث ABD و DBC را بنویسید.



شناسنامه‌ی مبحث تساوی مثلث‌ها

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
اجزای متناظر	۱۷۱ ۱۷۲	اجزای متناظر تساوی دو مثلث	ـ مفهوم تساوی دو مثلث را با انطباق درک کند. ـ اجزای متناظر را در دو مثلث مساوی تشخیص دهد. ـ تساوی اجزای متناظر دو مثلث را درک کرده و بنویسد.	ـ انجام کار در کلاس برای تشخیص اجزای متناظر و نوشتن تساوی اجزاء	ـ مثلث‌های مساوی با استفاده از مقوا	اجزای متناظر
حالت‌های تساوی دو مثلث	۱۷۲ ۱۷۳ ۱۷۴ ۱۷۵	حالت‌های تساوی دو مثلث ض ض ض ض ز ض ز ض ز	ـ تساوی دو مثلث به حالت ض زض را با انطباق درک کند ـ تساوی دو مثلث به حالت ض ض ض را با انطباق درک کند. ـ تساوی دو مثلث به حالت ز ض ز را با انطباق درک کند. ـ نحوه‌ی استدلال کردن و نوشتن مراحل آن را در سه حالت فوق بررسی کند.	ـ انجام فعالیت برای درک حالت تساوی ض ز ض ـ انجام فعالیت برای درک حالت تساوی ض ض ض و ز ض ز ـانجام کار در کلاس برای تشخیص مثلث‌های مساوی	ـ نقاله و پرگار و خط‌کش‌آموزشی ـ کاغذ پوستی	حالت تساوی ض ض ض ض ز ض ز ض ز
حل مسئله‌ی تساوی دو مثلث	۱۷۶ ۱۷۷ ۱۷۸	حل مسئله و پیدا کردن حکم	ـ اطلاعات (فرض) مسئله را از خواست (حکم) تشخیص دهد. ـ از اطلاعات مسئله‌ی موارد مورد نیاز برای تساوی دو مثلث را با سه حالت تشخیص دادن و مراحل استدلال را بنویسد و خواسته‌ی آن را با تساوی اجزای متناظر پیدا کند.	ـ انجام کار در کلاس برای حل مسئله‌های نمونه	ـ	ـ

اجزای متناظر

ایجاد انگیزه کنید:

به همراه خود لیست کلاس دیگری از دانش‌آموزان مدرسه را که تعداد آن‌ها برابر با کلاس موردنظر است بیاورید. و از هرکس بخواهید حدس بزند با چه کسی در آن کلاس شماره‌ی لیستِ یکسان دارد، به دانش‌آموزان نشان دهید که اگر لیست این دو کلاس را روی هم قرار دهیم نام هرکدام منطبق با نام چه کسی خواهد بود؟

شروع کنید:

دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{EDF}$ را روی تخته بکشید سپس اعلام کنید که می‌دانیم این دو مثلث با هم برابرند از این دانسته چه نتیجه‌ای می‌گیرید. آن‌ها را اعلام کنید. بعد از نوشتن ۶ تساوی به‌دست آمده، نام اجزای متناظر را در کلاس طرح نمایید. سپس از دانش‌آموزان بخواهید در کار در کلاس ص ۱۷۲ به کمک کاغذ پوستی دو مثلث مساوی را بیابند و تساوی‌های بعدی را کامل کنند.

هدف کار در کلاس:

هدف اصلی این سؤال پیدا کردن اجزای متناظر بین دو مثلث مساوی است. از دانش‌آموزان بخواهید حتماً مثلث مساوی را به کمک کاغذ پوستی بیابند ؛ چون ظاهر مثلث‌ها به هم شبیه‌اند.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ درستی انتخاب مثلث مساوی در قسمت اول کار در کلاس لازمه‌ی حل قسمت دوم است. از دانش‌آموزان بخواهید راه‌حل نحوه‌ی پیدا کردن اجزای متناظر را برای کلاس توضیح دهند. این توضیحات می‌تواند از روش‌های مختلفی باشد.

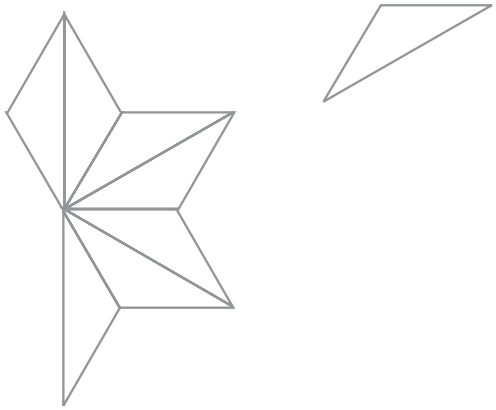
۲ــ در تشخیص زاویه‌ها و ضلع‌های متناظر ارتباط بین آن‌ها را بیان کنید ؛ برای مثال، وقتی $B'C' = BC$ است زاویه‌های A و A' نیز مساوی‌اند و برعکس. درواقع تناظر دو زاویه با

تناظر دو ضلع روبه‌روی آن دو زاویه نیز مربوط‌اند.

تلفیق با سایر دروس:

به کمک مثلث‌هایی مساوی با مثلث زیر چگونه می‌توان شکل زیر را ایجاد کرد؟

از این کار در چه صنایع یا شغل‌هایی استفاده می‌شود؟



کار در کلاس

با استفاده از انطباق، تعیین کنید که مثلث ABC با کدام یک از دو مثلث دیگر مساوی است.

اکنون با در نظر گرفتن اجزای متناظر دو مثلث مساوی، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$\hat{A} = \hat{F}$ $\quad \hat{B} = \hat{D}$ $\quad \hat{C} = \hat{E}$

$BC = DE$ $\quad AC = EF$ $\quad AB = DF$

حالت‌های تساوی دو مثلث

اگر دو باغچه به شکل مثلث داشته باشید، چگونه می‌توانید بفهمید که این دو با هم مساوی‌اند یا نه؟ مستقیماً از انطباق نمی‌توانید استفاده کنید. از این‌رو برای تشخیص مساوی بودن یا نبودن این مثلث‌ها باید راهی پیدا کنید. در این درس می‌آموزیم که اگر بعضی از اجزای دو مثلث با هم مساوی باشند، می‌توان نتیجه گرفت که این دو مثلث متساوی‌اند و انطباق آن‌ها ضرورتی ندارد.

۱۷۲ هندسه ۲

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در صورت توانایی دانش‌آموزان در استفاده از رایانه از آن‌ها بخواهید شکل این ستاره را در محیط Paint در windows یا نرم‌افزارهای گرافیکی دیگر رسم کنند.

توسعه:

۱ــ پیدا کردن اجزای متناظر در اشکال مختلف مساوی نظیر چهارضلعی و... نیز می‌تواند مسیر خوبی برای توسعه باشد.

۲ــ بررسی این نکته که در تساوی دو مثلث متساوی‌الاضلاع و یا متساوی‌الساقین می‌توان چند نوع اجزای متناظر نوشت نیز مناسب طرح است.

فعالیت موازی:

۱ــ دو چهارضلعی رسم کنید که با هم مساوی باشند از دانش‌آموزان بخواهید تساوی اجزای متناظر را بنویسند.

۲ــ دو مربع مساوی رسم کنید. در مورد این‌که به چند طریق می‌توان تساوی اجزای متناظر (اضلاع و زاویه‌ها) را نوشت بحث کنید.

۳ــ دو مثلث متساوی‌الساقین رسم کنید که با هم مساوی باشند. در مورد این‌که به چند طریق می‌توان تساوی اجزای متناظر را نوشت بحث کنید.

حالت‌های تساوی دو مثلث

ایجاد انگیزه کنید:

متن شروع این درس را در مورد تساوی در باغچه بخوانید و سؤال آن را در کلاس به بحث بگذارید.

شروع کنید:

ابتدای درس لازم است فعالیت‌هایی را که در درس رسم مثلث بیان شده است را یادآوری کنید. هدف اصلی آن فعالیت‌ها این بود که به دانش‌آموز نشان دهد که اطلاعاتی چون یک ضلع، دو ضلع، دو زاویه، یک ضلع و یک زاویه و مشابه آن برای کشیدن یک مثلث واحد کافی نیست بلکه با این اطلاعات، مثلث‌های مختلفی کشیده می‌شود و هرکدام از دانش‌آموزان می‌تواند مثلثی متفاوت با بقیه رسم کنند ولی اگر اطلاعات داده شده یکی از حالت‌های سه ضلع ــ دو ضلع و زاویه‌ی بین و دو زاویه و ضلع بین باشد همه‌ی دانش‌آموزان مثلث‌هایی یکسان خواهند کشید که همگی قابل انطباق بر روی هم است.

اگر دانش‌آموزی این فعالیت را به‌خوبی انجام داده باشد و متوجه شده باشد که اطلاعات در این سه حالت همیشه مثلث‌های مساوی تولید می‌کند، آمادگی بسیار خوبی برای شروع این درس خواهد داشت. بنابراین توصیه می‌کنیم قبل از ورود به این مطلب، فعالیت‌های قبلی را در کلاس به بحث بگذارید.

بحث دوم بررسی احساس نیاز به روش غیر از انطباق برای نشان دادن تساوی دو مثلث است؛ اگر این نکته برای دانش‌آموز روشن شود هدف این درس پیدا کردن روشی برای نشان دادن تساوی دو مثلث است.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، یادآوری رسم مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین است و نتیجه‌ی آن این است که با داشتن این سه اضلاع فقط می‌توان یک مثلث رسم کرد.

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را با حوصله و دقت حل کنند و نتیجه‌گیری کنند سپس توضیحات بعدی را بیان کنید. توجه داشته باشید که توضیح این قسمت اولین استدلال ریاضی است و نحوه‌ی نوشتن آن برای دانش‌آموزان جدید است. علامت‌های $\Rightarrow$ و $\{$ را معرفی کرده، عبارت (ض ز ض) و نظیر آن را نیز یادآوری کنید.

سپس از آن‌ها بخواهید فعالیت بعدی را نیز حل و بررسی کنند و حالت‌های تساوی مثلث را بیان کنند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت نیز بررسی دو حالت دیگر تساوی مثلث‌هاست به همان روشی است که در فعالیت قبل انجام شد. منظور از رسم مثلث در وضعیت‌های مختلف، وضعیت فیزیکی قرارگرفتن مثلث‌ها در صفحه‌ی کاغذ است.

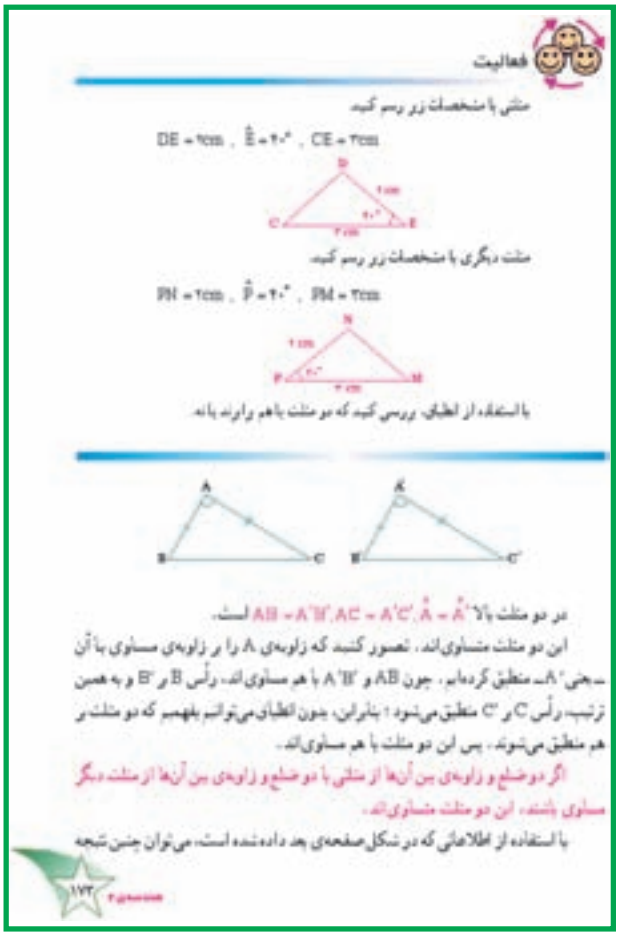
توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در این فعالیت‌ها حتماً از کاغذ پوستی استفاده کنید. پیشنهاد می‌شود با خود چند برگ کاغذ پوستی به کلاس ببرید تا اگر دانش‌آموزی کاغذ پوستی نداشت از نتیجه‌گیری این درس که پایه‌ی استدلال در هندسه راهنمایی است محروم نشود.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید تا سعی کنند با اطلاعات داده شده مثلثی متفاوت با بقیه‌ی مثلث‌ها رسم کنند.

۳ــ می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید مثلث‌هایی را که کشیده‌اند نام‌گذاری کنند و با توجه به اطلاعات داده شده تساوی اجزای متناظر آن‌را نیز بنویسند.

۴ــ پیشنهاد می‌شود در کنار این فعالیت‌ها از دانش‌آموزان بخواهید چند حالت دیگر را نیز امتحان کنند ؛ مثلاً مثلث‌هایی با اطلاعات دو ضلع یا دو زاویه و... رسم و بررسی کنند که آیا با هم برابرند یا خیر.


فعالیت

مثلثی با مشخصات زیر رسم کنید.

$DE = ۲cm$ ، $\hat{E} = ۴۰^\circ$ ، $CE = ۳cm$

مثلث دیگری با مشخصات زیر رسم کنید.

$PN = ۲cm$ ، $\hat{P} = ۴۰^\circ$ ، $PM = ۳cm$

با استفاده از خطکش بررسی کنید که دو مثلث با هم برابرند یا نه.

در دو مثلث ABC و $A'B'C'$ اگر $AB = A'B'$، $AC = A'C'$، $\hat{A} = \hat{A}'$ است.

این دو مثلث متساوی‌اند. تصور کنید که زاویه‌ی A را بر زاویه‌ی مساوی با آن ــ یعنی A' ــ منطبق کرده‌ایم. چون AB و $A'B'$ با هم مساوی‌اند، رأس B بر B' و به همین ترتیب رأس C بر C' منطبق می‌شود؛ بنابراین، بدون اطناب می‌توانیم بفهمیم که دو مثلث بر هم منطبق می‌شوند. پس این دو مثلث با هم مساوی‌اند.

اگر دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلثی با دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلث دیگر مساوی باشند، این دو مثلث متساوی‌اند.

با استفاده از اطلاعاتی که در شکل صفحه‌ی بعد داده شده است، می‌توان چنین نتیجه

۱۷۲

۵ــ دانش‌آموزان از این قسمت کم‌کم با نحوه‌ی نوشتن استدلال ریاضی به‌صورت نمادین آشنا می‌شوند لذا نحوه‌ی نوشتن بسیار اهمیت دارد اما نباید بیش از حد سخت گرفت به‌طوری‌که نحوه‌ی نوشتن مانع تفکر و استدلال شود.

۶ــ درس تساوی دو مثلث و نحوه‌ی حل مسئله‌ی آن مهم‌ترین درس هندسه‌ی اول راهنمایی است لذا برای این درس، وقت کافی بگذارید و اهمیت زیادی به آن بدهید.

هدف کار در کلاس :

هدف سؤال اول، تشخیص تساوی دو مثلث و بیان حالت تساوی است.

هدف اصلی سؤال ۲ ایجاد احساس نیاز برای بررسی نحوه‌ی بیان استدلال ریاضی است بدین‌معنا که تفاوت نوشته‌های دانش‌آموزان کلاس را به این سمت هدایت کند که همه از علامت‌های تعریف شده در ریاضی برای نتیجه‌گیری استفاده کنند.

گرفت که دو مثلث DCE و MNP به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها (ض ز ض) متساوی‌اند. از تساوی آن‌ها نتیجه می‌گیریم که سایر اجزای متناظر دو مثلث نیز با هم مساوی‌اند.

$\hat{M} = \hat{C}$ $\quad \hat{D} = \hat{N}$ $\quad MN = DC$

استدلال بالا را می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم.

$DE = PN = 7\,cm$, $\hat{E} = \hat{P} = 40^\circ$, $EC = PM = 4\,cm$ $\xrightarrow{\text{ض ز ض}}$ $D\hat{E}C = P\hat{N}M$ $\xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}}$ $\hat{C} = \hat{M}$, $\hat{D} = \hat{N}$, $DC = MN$

فعالیت

۱ــ در دفتر خود یک مثلث را با سه ضلع به اندازه‌های ۲، ۳ و ۴ سانتی‌متر در ۳ وضعیت مختلف رسم کنید.

با استفاده از انطباق، بررسی کنید که آیا این سه مثلث با هم مساوی‌اند؟

از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟ تساوی دو مثلث در حالت سه ضلع

۲ــ در دفتر خود مثلثی با دو زاویه‌ی ۴۰° و ۶۰° درجه و ضلع بین این دو به اندازه‌ی ۳ سانتی‌متر در ۳ وضعیت مختلف رسم کنید.

با استفاده از انطباق، بررسی کنید که این سه مثلث با هم مساوی‌اند؟

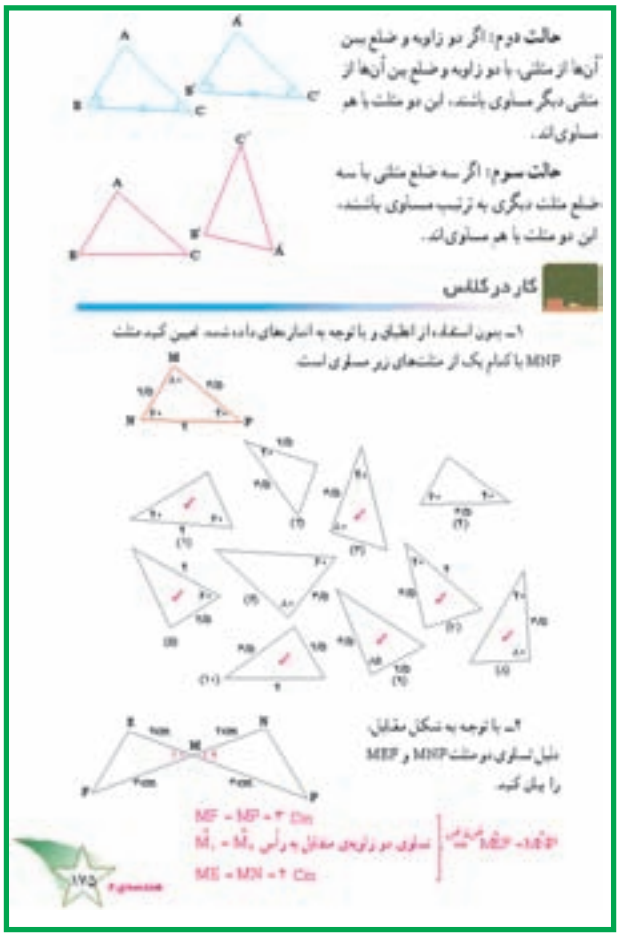
از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟ تساوی دو مثلث در حالت ؟ زاویه و ضلع بین

حالت‌های سه‌گانه‌ی تساوی دو مثلث در زیر آمده است.

حالت اول: اگر در دو مثلث دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها مساوی باشند، آن دو مثلث با هم مساوی‌اند.

در دو حالت دیگر نیز بدون انطباق می‌توان فهمید که دو مثلث با هم مساوی‌اند.

۱۷۲



حالت دوم: اگر دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلثی، با دو زاویه و ضلع بین آن‌ها از مثلثی دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم مساوی‌اند.

حالت سوم: اگر سه ضلع مثلثی با سه ضلع مثلث دیگری به ترتیب مساوی باشند، این دو مثلث با هم مساوی‌اند.

کار در کلاس

۱ــ بدون استفاده از انطباق و با توجه به اندازه‌های داده شده، تعیین کنید مثلث MNP با کدام یک از مثلث‌های زیر مساوی است.

۲ــ با توجه به شکل مقابل، دلیل تساوی دو مثلث MNP و MEF را بیان کنید.

$MF = MP = 3\,Cm$

$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ زاویه‌ی مقابل به رأس ؟ ← $MEF = MNP$

$ME = MN = 2\,Cm$

۱۷۳

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در این کار در کلاس، تأکید بر روش حل بدون استفاده از انطباق است بنابراین استفاده از کاغذ پوستی در این تمرین‌ها مجاز نیست.

۲ــ تأکید بر روی این نکته که در حالت دو ضلع و زاویه بین و دو زاویه و ضلع بین، بین بودن ضلع و زاویه بسیار اهمیت دارد لازم و ضروری به‌نظر می‌رسد.

۳ــ به دانش‌آموزان یادآوری کنید که با دانستن دو زاویه از زاویه‌های مثلث می‌توان زاویه‌ی سوم را نیز به‌دست آورد و از آن‌ها بخواهید همیشه زاویه‌ی سوم را نیز محاسبه کنند چون ممکن است در حل مسئله به آن‌ها کمک کند.

۴ــ در مورد حالت سه زاویه در کلاس بحث کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مثالی خلاف آن طرح کنند.

توسعه:

۱ــ بررسی حالت‌هایی چون دو زاویه و یک ضلع (لزوماً بین نباشد.) و دو ضلع و زاویه‌ی غیر بین (اگر بدانیم زاویه‌ها حاده (تند) است.) در صورت آمادگی کلاس مفید خواهد بود.

۲ــ بررسی و مشاهده‌ی تساوی در چهارضلعی‌ها و مقایسه‌ی آن با مثلث هم مسیر خوبی برای توسعه است البته توجه داشته باشیم که این بررسی کاملاً شهودی و فقط با هدف درک تساوی مثلث باشد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با استفاده از نرم‌افزارهای گرافیکی و با استفاده از دستورهای copy و past می‌توانید شکل‌های تساوی ایجاد کرده و با روی هم قرار دادن آن‌ها تساوی و انطباق را بررسی کرد. همچنین با چرخاندن شکل در صفحه می‌توان این کار را کمی پیچیده و تشخیص اجزای متناظر را سخت‌تر کرد.

حل مسئله‌ی تساوی دو مثلث

شروع کنید:

بهتر است در ابتدای کار توضیحات زیر را برای دانش‌آموزان بازگو کنید :

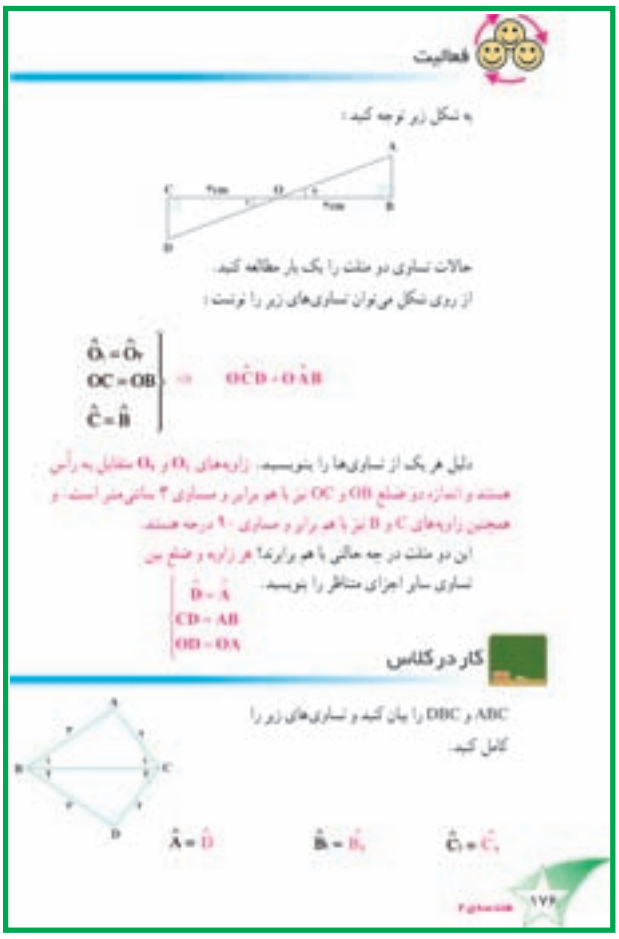
قدم اول حل مسئله، فهمیدن صورت مسئله است برای فهم بهتر صورت مسئله، دو کار ضروری به‌نظر می‌رسد :

اول: تقسیم مسئله به دو قسمت فرض و حکم یا اطلاعات داده شده و خواسته شده، در صورت مسئله همیشه جملاتی وجود دارد که اطلاعاتی را به ما منتقل می‌کند و ما در حل مسئله این جملات را دانسته و درست می‌شماریم. به این جملات **فرض** مسئله می‌گویند و همچنین جملاتی وجود دارد که دلیل درستی رابطه‌ای را می‌خواهد معمولاً این جملات با کلماتی چون ثابت کنید، دلیل بیاورید، نشان دهید، و... آغاز می‌شوند و به آن‌ها **حکم** مسئله می‌گوییم.

دوم: تبدیل جملات فارسی مسئله و اطلاعات موجود در شکل مسئله به عبارت‌های ریاضی، اگر بتوانیم فرض‌های مسئله را به‌صورت عبارت‌های ریاضی بنویسیم، تقریباً درصد زیادی از راه‌حل را طی کرده‌ایم. بدین‌منظور در ابتدای درس، عبارت‌هایی از مسائل مختلف را انتخاب کنید و به‌صورت فارسی به همراه شکل مربوط به آن روی تخته بنویسید و از دانش‌آموزان بخواهید عبارت‌های درست ریاضی که از این جمله نتیجه می‌شود را بیان کنند، مطمئن باشید که اگر دانش‌آموزی این مرحله از کار را فرا بگیرد، حل مسئله‌ی او پیشرفت خوبی خواهد داشت.

قدم دوم در حل مسئله انتقال اطلاعات داده شده‌ی مسئله بر روی شکل است که باعث تشخیص حالت تساوی مثلث خواهد شد. اگر در نگاه اول متوجه شدید که اطلاعات شما ناقص است، سعی کنید با بررسی حالت‌های تساوی مثلث، اطلاعات مورد نیاز خود را پیدا کنید سپس در صورت مسئله به‌دنبال دلیل برای خواسته‌ی خود باشید، مطمئن باشید که آن‌را در اطلاعات داده شده‌ی مسئله خواهید یافت.

نحوه‌ی نوشتن راه‌حل در مسائل تساوی مثلث، مشابه


فعالیت

به شکل زیر توجه کنید :

حالات تساوی دو مثلث را یک بار مطالعه کنید.

از روی شکل می‌توان تساوی‌های زیر را نوشت :

$$\left.\begin{matrix}\hat{O}_1=\hat{O}_2\\ OC=OB\\ \hat{C}=\hat{B}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \quad O\hat{C}D=O\hat{A}B$$

دلیل هر یک از تساوی‌ها را بنویسید.

کار در کلاس

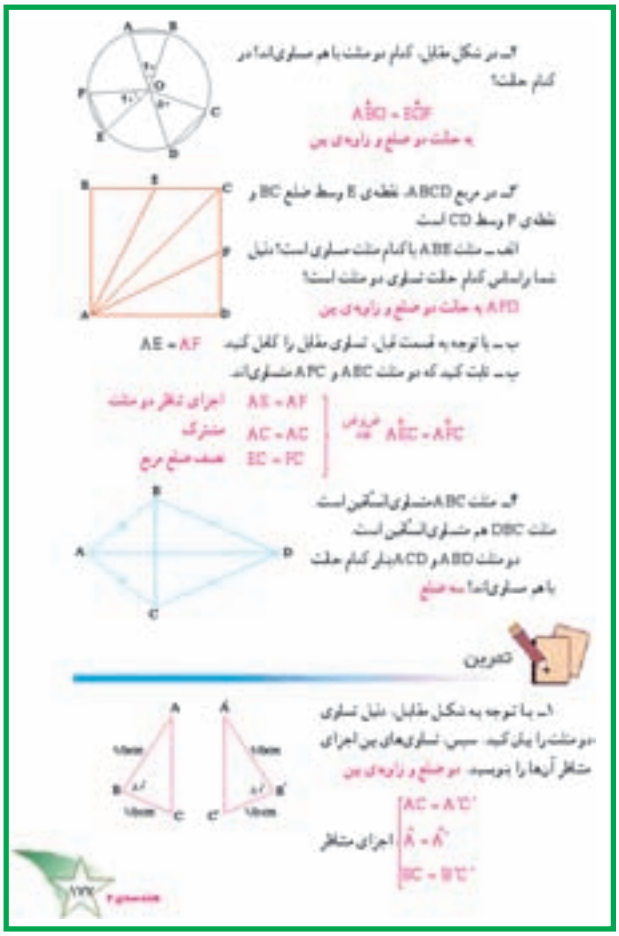
ABC و DBC را بیان کنید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$\hat{A}=\hat{D}$ $\quad \hat{B}=\hat{B}_2$ $\quad \hat{C}_1=\hat{C}_2$

مثال کتاب باشد تا دانش‌آموزان ضمن منظم نوشتن آن مراحل نتیجه‌گیری را نیز درک کنند، سعی کنید علامت‌های $\Rightarrow$ و $\{$ را برای دانش‌آموزان توضیح دهید و نحوه‌ی رسم آن‌ها را نشان دهید. کشیدن $\{$ برای دانش‌آموزان کمی مشکل است. بر روی علامت فلش نتیجه‌گیری ($\Rightarrow$) همیشه علت این نتیجه‌گیری ذکر می‌شود اگر فلش اول باشد، حالت تساوی مثلث و اگر فلش دوم باشد جمله‌ی اجزای متناظر مساوی‌اند نوشته می‌شود. علامت مثلث و زاویه در راه‌حل‌ها گذاشته شود، دلیل درستی هر عبارت به‌صورت یک جمله‌ی فارسی کوتاه در کنار آن آورده شود.

هدف کار در کلاس :

هدف اصلی این کار در کلاس حل مسئله‌های تساوی مثلث به‌کار بردن حالت‌های تساوی و تمرین و نحوه‌ی نوشتن و استدلال کردن است.



ادامه دهید:

بعد از حل یک مثال بر روی تخته و بررسی نکات مطرح شده در آن، از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به نکات گفته شده‌ی کار در کلاس این قسمت را حل کنند. سعی کنید در حین حل دانش‌آموزان در کلاس مشغول بررسی جواب‌های نوشته شده باشید تا اشکالات آن‌ها را پیدا کنید و در توضیحات بعدی آن‌را طرح کنید، توجه داشته باشید که این اولین تجربه‌ی نتیجه‌گیری و استدلال برای دانش‌آموزان است از آن‌ها بخواهید در مورد این مطالب نوشته شده اظهارنظر کنند و در هنگام حل کار در کلاس، روی تخته توضیحات شفاهی آن‌ها را جدّی بگیرید تا دلیل درستی نوشته‌هایشان روشن شود.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ اگر در مسائلی بیان تساوی اجزای متناظر را مطرح نکرده بود نوشتن آن لازم نیست و فقط دلیل درستی تساوی مسئله جواب موردنظر است.

۲ــ اطلاعات بیان شده بر روی شکل نیز جزء فرض مسئله است و می‌توان از آن استفاده کرد.

۳ــ به دانش‌آموزان یادآوری کنید در مسائل تساوی مثلث ممکن است شکل دقیق رسم نشود بنابراین اندازه‌گیری اصلاً به‌عنوان دلیل پذیرفته نیست و فقط در صورت بیان آن از طرف مسئله قابل استفاده است.

۴ــ در مسئله‌ی ۲ تمرین دانش‌آموزان می‌توانند تساوی اجزای متناظر را به ۲ صورت بیان کنند که بررسی هر دو حالت و بحث در مورد این موضوع جالب است.

۵ــ در مسئله‌ی ۳ کار در کلاس حل قسمت دوم به کمک نتایج به‌دست آمده در قسمت اول است درک این نکته نیاز به بحث و بررسی در کلاس را دارد این مسئله از این نظر بسیار مهم و دقیق است.

۶ــ برای حل مسئله‌ی ۶ به دانش‌آموزان پیشنهاد کنید شکل‌های دو مثلث را از هم جدا کنند و اطلاعات را روی آن مخفی کنند.

توسعه:

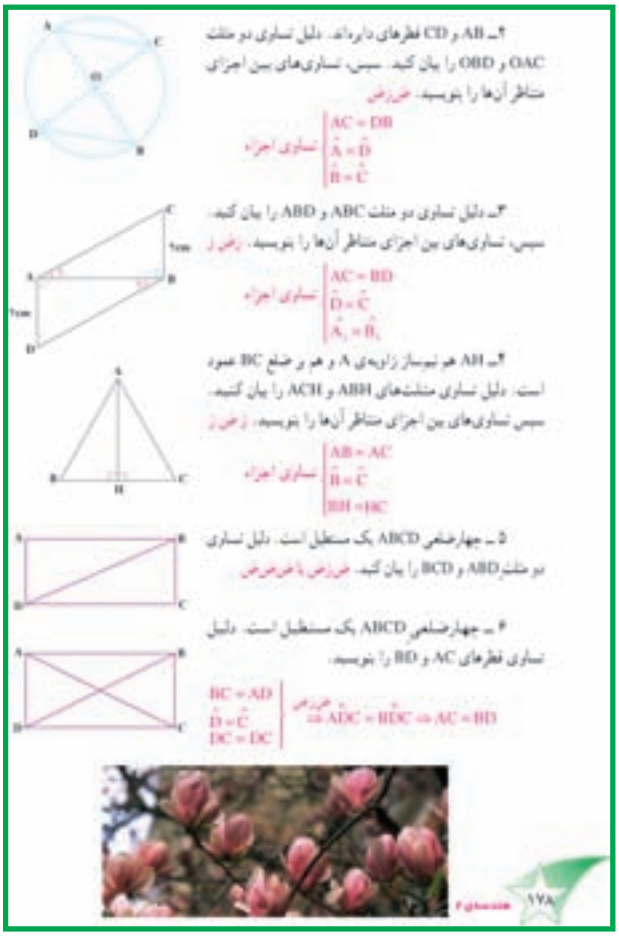
حل مسائل بیش‌تر و نمونه‌های دیگر بهترین مسیر برای توسعه‌ی این قسمت است. همچنین درصورتی که دانش‌آموزان توانایی بیش‌تر داشتند می‌توان در خصوص نحوه‌ی نوشتن پاسخ‌ها و مراحل استدلال به‌صورت نمادین دقت بیش‌تری به خرج داد.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید برای درس تساوی مثلث‌ها یک روزنامه‌ی دیواری درست کنند. در این روزنامه‌ی دیواری نحوه‌ی نتیجه‌گیری سه حالت تساوی مثلث و نحوه‌ی نوشتن و استدلال کردن در حل مسئله‌ها مشخص باشد. به‌طوری‌که اگر این روزنامه‌ی دیواری را کسی ببیند درس برایش تکرار شود. بهترین روزنامه دیواری را از نظر محتوا و ارائه‌ی انتخاب در کلاس نصب کنید و تا پایان سال، دانش‌آموزان را به آن ارجاع دهید تا این درس مهم برای آن‌ها نهادینه شود.

تلفیق با سایر دروس:

یک نمونه از تصاویر مربوط به معماری سنتی و اسلامی را به کلاس ببرید. از دانش‌آموزان بخواهید شکل‌های مساوی و به‌خصوص مثلث‌های مساوی را تشخیص دهند. در مورد کاربردهای تساوی شکل‌ها در ساختن چنین طرح‌هایی در کلاس گفت‌وگو کنید.



۴ـ AB و CD قطرهای دایره‌اند. دلیل تساوی دو مثلث OAC و OBD را بیان کنید. سپس، تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید. (فرض)

۳ـ دلیل تساوی دو مثلث ABC و ABD را بیان کنید. سپس، تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید. (فرض)

۲ـ AH هم نیمساز زاویه‌ی A و هم بر ضلع BC عمود است. دلیل تساوی مثلث‌های ABH و ACH را بیان کنید. سپس تساوی‌های بین اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید. (فرض)

۵ ـ چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. دلیل تساوی دو مثلث ABD و BCD را بیان کنید. (فرض، فرض)

۶ ـ چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. دلیل تساوی قطرهای AC و BD را بنویسید.

یادداشت معلم

عمود و عمودمنصف

موضوعات در یک نگاه

این بخش، یادآوری مطالبی است که در دبستان طرح شده است. در قسمت اول نحوه‌ی رسم عمود از یک نقطه رو و یا خارج یک خط با گونیا مطرح شده است. در ادامه رسم عمودمنصف و خاصیت آن تدریس شده و در انتها مفهوم فاصله یک نقطه از خط بیان شده و نحوه‌ی پیدا کردن فاصله با رسم عمود و اندازه‌گیری بیان شده است.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند :

۱ــ اضلاع و یا دو خط عمود بر هم را در شکل‌ها تشخیص دهند.

۲ــ با استفاده از گونیا از یک نقطه به یک خط عمود رسم کنند.

۳ــ خاصیت عمودمنصف و تعریف آن را درک کنند.

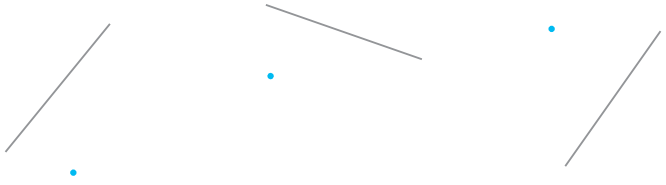
۴ــ با استفاده از گونیا و خط‌کش عمودمنصف یک پاره‌خط را رسم کنند.

۵ــ مفهوم فاصله‌ی یک نقطه از خط را درک کنند.

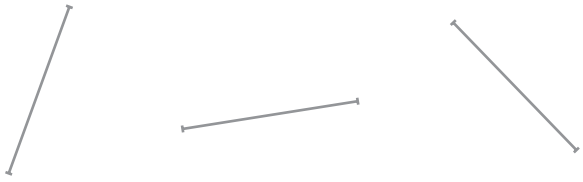
۶ــ فاصله یک نقطه از خط را با رسم خط عمود و اندازه‌گیری پیدا کنند.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

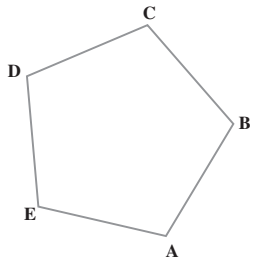
۱ــ بدون استفاده از وسیله‌ای مثل خط‌کش یا گونیا و فقط با استفاده از مهارت دقت چشم از نقطه بر خط عمود رسم کنید.



۲ــ عمودمنصف پاره‌خط‌ها را به صورت تقریبی و بدون وسیله رسم کنید.

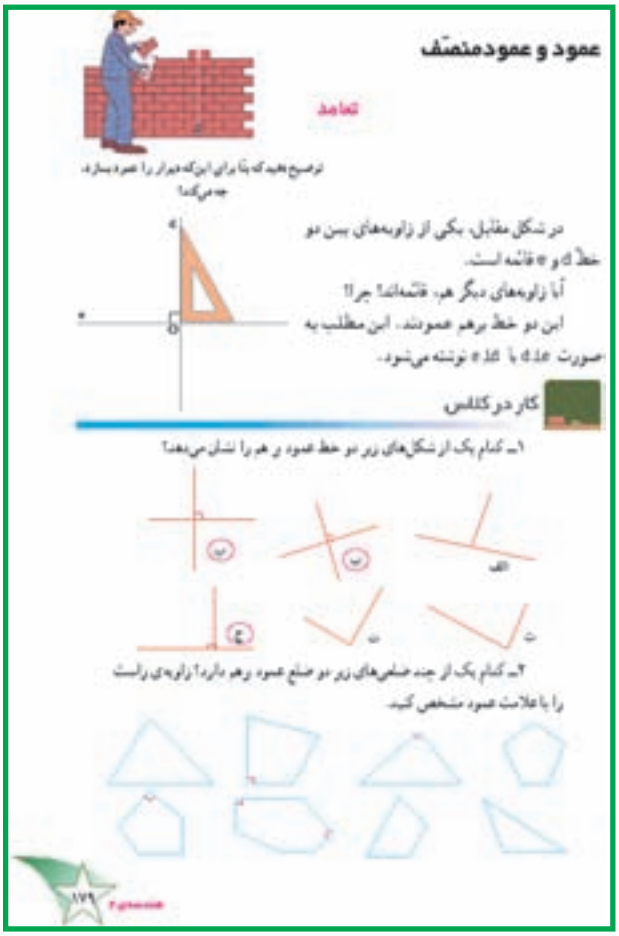


۳ــ ارتفاع‌های نظیر رأس A را رسم کنید. فاصله‌ی نقطه‌ی A از ضلع BC چقدر است؟



شناسنامه‌ی مبحث عمود و عمود منصف

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
تعامد	۱۷۹	تعامد ــ دو خط عمود برهم	ــ دو ضلع یا دو خط عمود برهم را در شکل‌ها تشخیص دهند. ــ نماد عمود (⊥) را بشناسند و به‌کار برند. ــ کاربردهایی از تعامد را نام ببرند.	ــ انجام کار در کلاس برای تشخیص ضلع‌های عمود برهم	ــ شاقول بنّایی ــ گونیا	تعامد
رسم کردن خط عمود بر یک خط	۱۸۰	رسم عمود	ــ با استفاده از گونیا از یک نقطه خارج خط، عمودی بر خط رسم کنند. ــ با استفاده از گونیا در یک نقطه روی خط عمودی بر آن رسم کنند. ــ رسم عمود را در حل مسئله و ترسیم‌های دیگر به‌کار برند.	ــ انجام فعالیت برای درک این که دو خط عمود بریک خط باهم موازیند ــ انجام کار در کلاس برای به‌کار بردن رسم عمود	ــ گونیا ــ خط‌کش	نقطه‌ی روی خط نقطه‌ی خارج خط
عمود منصف یک پاره‌خط	۱۸۱	عمود منصف خاصیت عمودمنصف	ــ عمودمنصف یک پاره‌خط را با گونیا و خط‌کش رسم کند. ــ خاصیت عمودمنصف را درک و در حل مسائل به‌کار برد.	ــ انجام فعالیت برای درک خاصیت عمودمنصف ــ انجام کار در کلاس برای استفاده از خاصیت عمودمنصف در حل مسائل	ــ گونیا ــ خط‌کش	عمودمنصف
فاصله‌های نقطه از خط	۱۸۲ ۱۸۳	فاصله‌ی نقطه از خط	ــ مفهوم فاصله‌ی یک نقطه از خط را درک کند. ــ با استفاده از رسم عمود و اندازه‌گیری فاصله یک نقطه تا خط را اندازه بگیرد. ــ درک کند که هر نقطه روی نیم‌ساز تا دو ضلع آن به یک اندازه است.	ــ انجام فعالیت برای درک ویژگی نیم‌ساز ــ انجام کار در کلاس برای به‌کار بردن رسم عمود در پیدا کردن فاصله‌ی نقطه از خط در مسائل	ــ گونیا ــ خط‌کش	فاصله فاصله‌ی نقطه از خط



تعامد

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ یک کاغذ به دانش‌آموزان بدهید و از آن‌ها بخواهید فقط با همان کاغذ یک گونیا بسازند.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید هر تعداد خطوط عمود بر هم در کلاس می‌بینند نشان دهند.

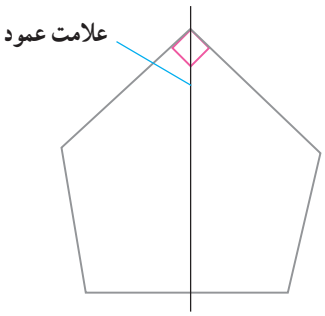
شروع کنید:

توجه دانش‌آموزان را به تصویر این صفحه جلب نمایید. به کمک دانش‌آموزان به سؤال پرسیده شده پاسخ دهید سپس از روی متن بخوانند و به کمک دانش‌آموزان سؤال‌ها را پاسخ دهید بهتر است روی این موضوع، تأکید لازم را بنمایید که وقتی دو خط بر هم عمودند از برخورد آن‌ها چهار زاویه‌ی قائمه به‌دست می‌آید و می‌نویسیم $e \mid d$ یا $d \perp e$. همان‌طورکه در شکل دیده می‌شود، یکی از وسیله‌هایی که با آن زاویه‌ی قائمه را مشخص می‌کنیم گونیاست. برای دانش‌آموزان طرز کار با گونیا را مجدداً توضیح دهید و یادآوری کنید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ زوایای نزدیک به قائمه انتخاب شده‌اند که دانش‌آموزان به کمک گونیا صحت یا سقم آن را دریابند.

در تمرین ۲ دانش‌آموزان به کمک گونیا زوایای قائمه را می‌یابند و علامت عمود را برای زاویه‌ی قائمه (راست) قرار می‌دهند.



فعالیت موازی:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید که بدون استفاده از هیچ وسیله‌ای (با استفاده از مداد یا خودکار) دو زاویه عمود بر هم رسم کنند. سپس درستی ترسیم خود را با گونیا تحقیق کنند. توصیه می‌شود این کار را چند بار تکرار کنید تا دانش‌آموزان به مهارت لازم دست یابند.

۲ــ صفحه‌ای که در آن خطوط عمود بر هم و خطوط غیرعمود بر هم رسم شده در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید و از آن‌ها بخواهید با چشم و حدس زدن خود عمود بر هم را تشخیص و حدس خود را با گونیا تحقیق کنند.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید یک گونیا بسازند.

۲ــ به انواع گونیاهای موجود در بازار دقت کنند. چه انواعی می‌یابند؟ تفاوت علمی و کاربردی آن‌ها را بیابید. پاسخ :

گونیای ۳۰° و گونیای ۴۵° ، با مطرح کردن سؤال خود با افرادی که کارهای ساختمانی می‌کنند مانند مهندسین معمار پاسخ خود را بیابید.

۳ــ در مورد کاربرد شاقول، تراز، خط‌کش T در صنعت و هنر تحقیق کنید.

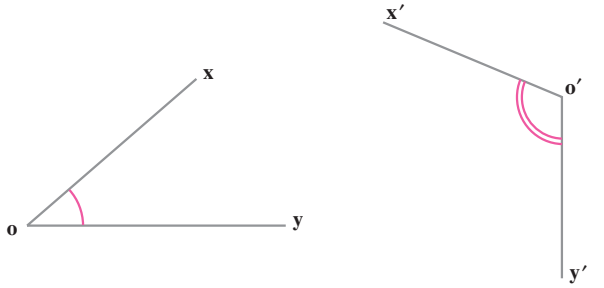
استفاده از ابزار و تکنولوژی:

استفاده از برنامه‌هایی مانند Paint و windows و ساختن زاویه‌های قائمه و ترکیب این شکل‌ها و ساختن تصاویر جالب توصیه می‌شود.

توسعه:

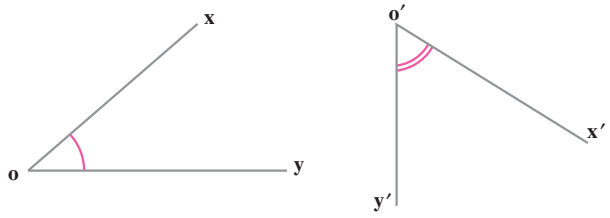
موارد زیر در تکمیل مباحث این درس می‌تواند دنبال شود.

۱ــ ثابت کنید اگر اضلاع دو زاویه دو به دو بر هم عمود باشند، این دو زاویه برابرند یا مکمل یک‌دیگرند؟



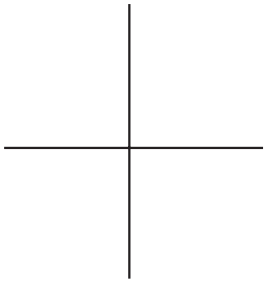
یا

$$\left.\begin{matrix} ox \perp o'x' \\ oy \perp o'y' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \hat{o} + \hat{o}' = 180^\circ$$



$$\left.\begin{matrix} ox \perp o'x' \\ oy \perp o'y' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \hat{o} = \hat{o}'$$

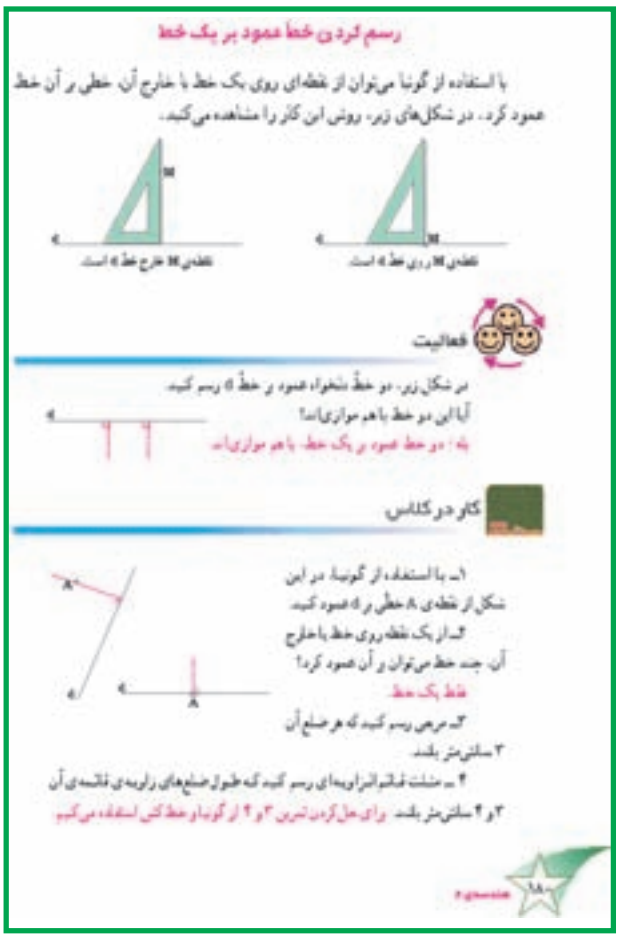
۲ــ چرا همه‌ی زاویه‌ها در دو خط عمود بر هم با هم مساوی‌اند؟



تلفیق با سایر دروس:

از خطوط عمود بر هم در ساختمان‌سازی استفاده می‌شود.

(به تصویر صفحه شروع درس تعامد توجه شود) دانش‌آموزان، مثال‌های مشابه را پیدا کنند و در کلاس برای دیگران بازگو کنند.


رسم کردن خط عمود بر یک خط

با استفاده از گونیا می‌توان از نقطه‌ای روی یک خط یا خارج آن، خطی بر آن خط عمود کرد. در شکل‌های زیر، روش این کار را مشاهده می‌کنید.

فعالیت

در شکل زیر، دو خط دلخواه عمود بر خط d رسم کنید.

آیا این دو خط با هم موازی‌اند؟

کار در کلاس

۱ـ با استفاده از گونیا، در این شکل از نقطه‌ی A خطی بر d عمود کنید.

۲ـ از یک نقطه روی خط یا خارج آن، چند خط می‌توان بر آن عمود کرد؟

۳ـ طرحی رسم کنید که هر ضلع آن ۳ سانتی‌متر باشد.

۴ـ مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که طول ضلع‌های زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۳ و ۴ سانتی‌متر باشد. برای حل کردن تمرین ۳ و ۴ از گونیا و خط‌کش استفاده می‌کنیم.

رسم کردن خطّ عمود بر یک خط

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بپرسید چگونه می‌توان دو خط موازی با یک‌دیگر رسم کرد؟ چگونه می‌توان خطی موازی خط داده شده رسم کرد؟

شروع کنید:

توجه بچه‌ها را به متن کتاب جلب کنید بهتر است از روی متن خوانده شود. از دانش‌آموزان بخواهید به جملات یک نقطه‌ی خارج خط و یک نقطه‌ی روی خط، دقت کنند و این نقاط را در دو شکل نشان دهند.

هدایت کنید:

به کمک دانش‌آموزان طرز رسم خط عمود بر خط d از نقطه‌ی M را در دو حالت توضیح دهید.

هدف فعالیت:

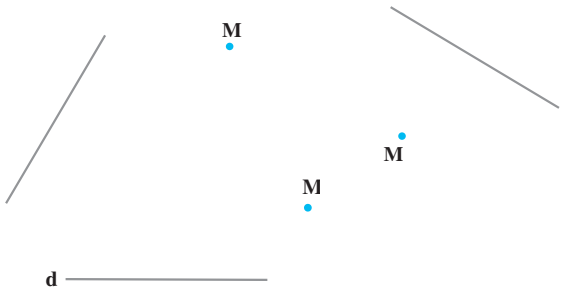
دانش‌آموزان به روش رسم دو خط موازی پی ببرند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آن را انجام دهند در گذاشتن علامت‌های عمود تأکید کنید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ و ۲ کار در کلاس دانش‌آموز در طرز رسم خط عمود بر خط d مهارت بیش‌تری به‌دست می‌آورد. در تمرین ۳ و ۴ کاربردی از خطوط موازی و عمود در رسم مربع و مثلث قائم‌الزاویه مطرح می‌شود. رسم خطوط عمود از نقطه‌ی M بر خط d در حالت‌های زیر پیشنهاد می‌شود.



بپرسید!

برای رسم مربع به کمک گونیا چند بار از گونیا استفاده می‌کنیم؟

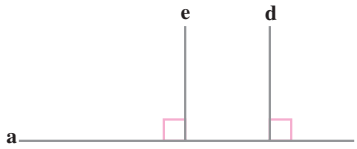
آموزش دهید:

برای دانش‌آموزان توضیح دهید وقتی یک زاویه‌ی قائمه داریم به دو ضلعی که زاویه‌ی قائم را می‌سازد اضلاع زاویه‌ی قائمه گوییم به این موضوع در تمرین ۴ کار در کلاس اشاره شده است.

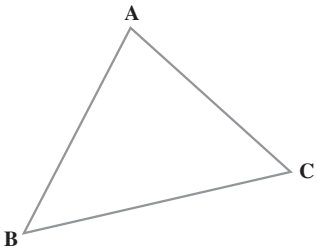
توسعه:

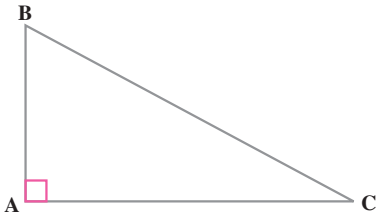
۱ـ با بیان طرز نوشتن نتیجه فعالیت بیان شده توانایی نوشتاوری دانش‌آموزان را پرورش دهید.

$$\left.\begin{matrix} a \perp e \\ a \perp d \end{matrix}\right\} \Rightarrow e \parallel d$$



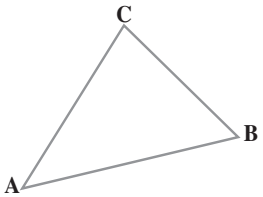
۲ــ در مثلث‌های زیر سه ارتفاع را به‌طور دقیق رسم کنید.



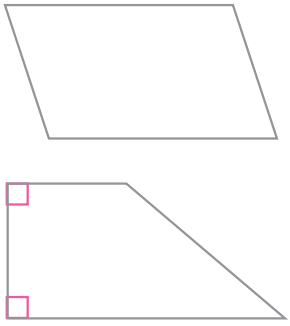


۳ــ نشان داده می‌شود که ارتفاع هر مثلثی همرسند و در مورد محل برخورد آن‌ها بحث کنید. در بعضی از مثلث‌ها محل برخورد در داخل مثلث و در بعضی دیگر خارج مثلث قرار دارد و در بعضی روی رأس مثلث منطبق است.

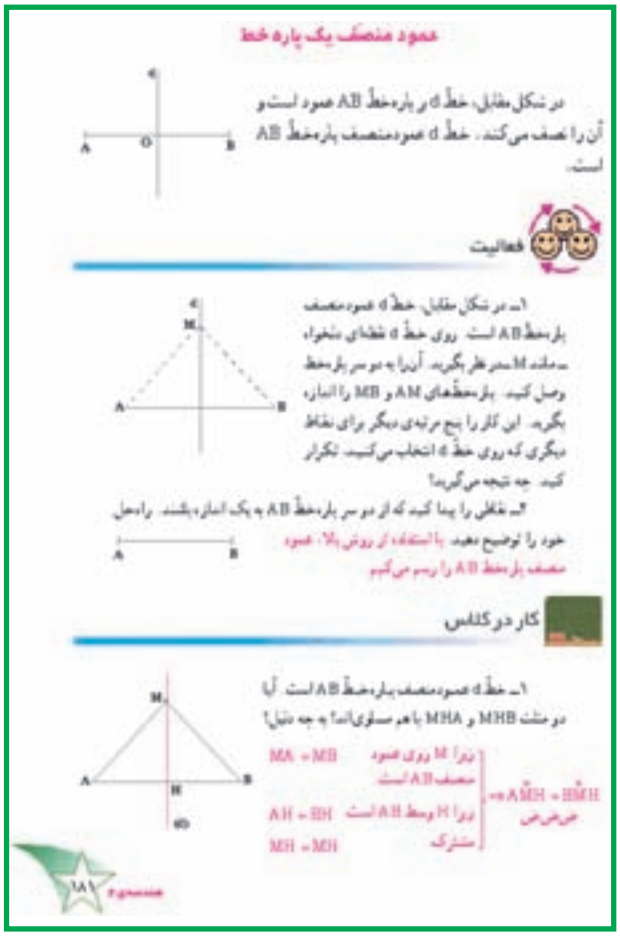
۴ــ اگر در مثلث ABC از رأس A بر ضلع BC عمود کنیم ؛ یعنی ارتفاع وارد بر ضلع BC را رسم کرده‌ایم یا می‌گوییم ارتفاع نظیر ضلع BC را رسم کرده‌ایم. حال شما در شکل زیر، ارتفاع نظیر ضلع AB را رسم کنید.



۵ــ تمام ارتفاع‌های چهارضلعی‌های زیر را رسم کنید.



یادداشت معلم


عمود منصف یک پاره خط

در شکل مقابل، خط d بر پاره‌خط AB عمود است و آن را نصف می‌کند. خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است.

فعالیت

۱ـ در شکل مقابل، خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است. روی خط d نقطه‌ای دلخواه مانند M در نظر بگیرید. آن را به دو سر پاره‌خط وصل کنید. پاره‌خط‌های AM و MB را اندازه بگیرید. این کار را پنج مرتبه‌ی دیگر برای نقاط دیگری که روی خط d انتخاب می‌کنید، تکرار کنید. چه نتیجه می‌گیرید؟

۲ـ نقاطی را پیدا کنید که از دو سر پاره‌خط AB به یک اندازه باشند. راه‌حل خود را توضیح دهید. با استفاده از روش بالا، عمود منصف پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم.

کار در کلاس

۱ـ خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است. آیا دو مثلث MHB و MHA با هم مساوی‌اند؟ به چه دلیل؟

MA = MB زیرا M روی عمودمنصف AB است

AH = BH زیرا H وسط AB است

MH = MH مشترک

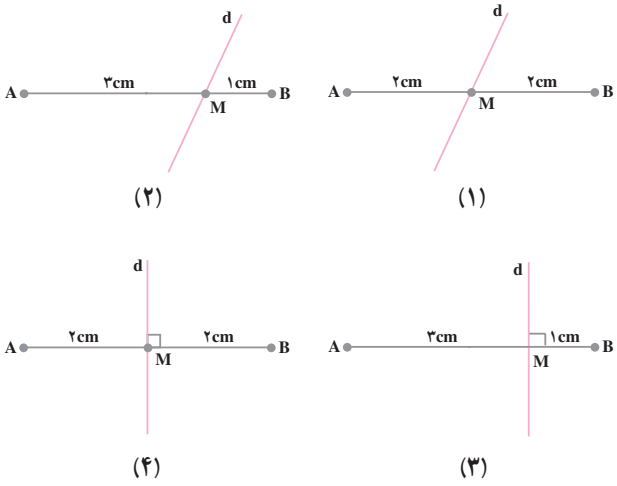
⇒ $A\hat{M}H = B\hat{M}H$ (به حالت ض‌ز‌ض)

۱۸۱

عمودمنصف یک پاره‌خط

ایجاد انگیزه کنید:

از شکل‌های زیر می‌توانید برای ایجاد انگیزه استفاده کنید از دانش‌آموزان بخواهید به دقت به آن‌ها نگاه کنند و آنچه را مشاهده می‌کنند بیان کنند.



شروع کنید:

متن کتاب در مورد عمودمنصف یک پاره‌خط را در کلاس بخوانید برای دانش‌آموزان توضیح دهید وقتی **خط d** عمودمنصف **پاره‌خط AB** است ؛ یعنی خط d پاره‌خط AB را نصف می‌کند و در وسط پاره‌خط بر آن عمود است.

بپرسید!

با توجه به تعریف عمودمنصف در کدام‌یک از شکل‌های بالا خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است؟

هدف فعالیت:

دانش‌آموزان بتوانند با بررسی فاصله‌ی چند نقطه روی خط d از A و B به‌طور تجربی به خاصیت مهم عمودمنصف که هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله‌اند برسند. در قسمت دوم فعالیت، هدف رسم دقیق عمودمنصف نیست بلکه دانش‌آموزان به‌طور تجربی این نقاط را می‌یابند و متوجه می‌شوند که تمام این نقاط روی یک خط قرار دارند و زمینه برای ترسیمات بعد فراهم خواهد شد. درضمن در صفحات قبل دانش‌آموزان یاد گرفته‌اند که تمام نقاطی که از A به یک اندازه‌ی دلخواه‌اند روی دایره‌ای به مرکز A و به شعاع معین خواهد بود و همین‌طور در مورد B پس محل تلاقی آن‌ها جواب مسئله خواهد بود.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال‌های آن پاسخ دهند در مورد اول، دانش‌آموزان به‌طور استقرایی نتیجه خواهند گرفت که هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است در مورد قسمت دوم، اجازه دهید دانش‌آموزان روش‌های مختلف خود را مطرح کنند و پاسخ‌های نادرست را بررسی کنید. پاسخ‌هایی که ما را دیرتر به جواب می‌رسانند نیز مطرح شود.

هدایت کنید:

می‌توانید دانش‌آموزان را به روش اشاره شده در هدف

فعالیت هدایت کنید. البته همان‌طور که ذکر شد هدف فعالیت این نیست امّا شما بنا به تشخیص خود می‌توانید عمل نمایید.

بپرسید!

۱ــ از دانش‌آموزان بپرسید مشخص‌ترین نقطه‌ای که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است چه نقطه‌ای است؟ پاسخ : وسط آن

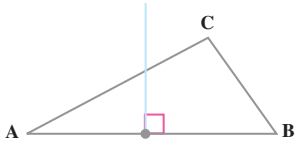
۲ــ چند نقطه می‌توان پیدا کرد که از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله باشد.

هدف کار در کلاس :

در این تمرین‌ها دانش‌آموزان از خاصیت گفته شده در فعالیت برای حل مسئله استفاده می‌کنند.

توصیه‌های آموزشی:

توصیه می‌شود از مثلث‌هایی استفاده شود که لزوماً عمودمنصف یک ضلع از رأس مقابل عبور نمی‌کند ؛ برای مثال :



اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

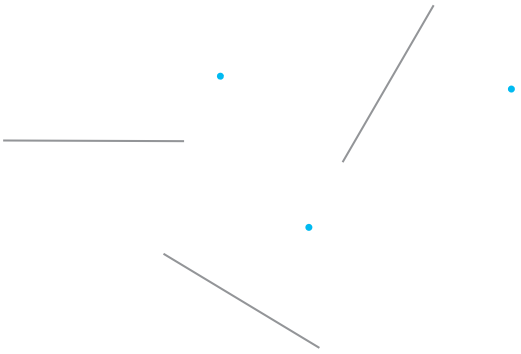
دانش‌آموزان تصور می‌کنند حتماً عمودمنصف اضلاع مثلث باید از رأس مقابل آن بگذرد.

فعالیت موازی:

۱ــ چند پاره‌خط رسم کنید و از دانش‌آموزان بخواهید بدون استفاده از خط‌کش و یا تا کردن فقط به کمک چشم وسط آن‌را به‌دست آورند سپس با خط‌کش و گونیا درستی پاسخ خود را تحقیق کنند.

۲ــ از دانش‌آموزان بخواهید یک نقطه‌ی دلخواه روی خط گرفته و یک خط دلخواه از آن نقطه بر خط مفروض عمود کنند سپس درستی کار خود را با گونیا تحقیق کنند.

۳ــ از دانش‌آموزان بخواهید در شکل‌های مانند نمونه‌ی زیر بدون استفاده از هیچ وسیله‌ای عمود رسم کنند.



توسعه:

مطالب زیر برای توسعه درس پیشنهاد می‌شود :

۱ــ در مثلث ABC وقتی عمودمنصف ضلع AB را رسم می‌کنیم به اصطلاح می‌گوییم عمودمنصف نظیر ضلع AB را رسم کرده‌ایم. در مثلث عمودمنصف‌ها متقارب‌اند.

۲ــ دایره‌ی محیطی مثلث دایره‌ای است که از سه رأس مثلث می‌گذرد. در این حالت، دایره را محیطی و مثلث را محاطی گوییم اگر ارتفاع‌های مثلث را رسم کنیم محل برخورد آن‌ها مرکز دایره محیطی مثلث و فاصله‌ی این نقطه (مرکز) تا سه رأس مثلث شعاع دایره خواهد بود.

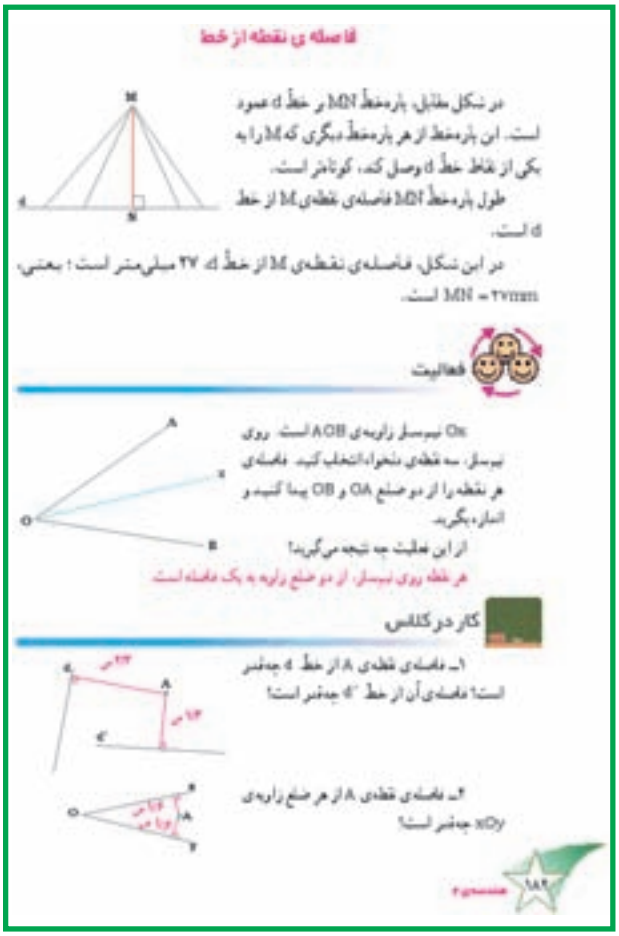
۳ــ پیدا کردن نقطه‌ای که از سه نقطه داده شده به یک فاصله باشد. جواب : محل برخورد عمودمنصف‌های AB و AC و BC.

فعالیت خارج از کلاس:

در مورد معنای کلمه‌ی عمودمنصف و علت نام‌گذاری آن تحقیق کنید.

تلفیق با سایر دروس:

از کلمه‌ی عمودمنصف که به زبان عربی یعنی عمود بودن و نصف کردن در بیان این تعریف استفاده شده است. این موضوع را با مراجعه به کتاب لغت برای دانش‌آموزان توضیح دهید.



فاصله‌ی نقطه از خط

ایجاد انگیزه کنید:

به شکل زیر توجه کنید در این شکل مکان قرار گرفتن سعید و علی را به‌صورت نقطه‌ای نشان داده‌ایم. به‌نظر شما سعید به رودخانه نزدیک‌تر است یا علی چرا؟

• سعید

رودخانه

• علی

شروع کنید:

متن کتاب را به کمک دانش‌آموزان در کلاس بخوانید. روی این تعریف که فاصله‌ی نقطه‌ی M از خط d یعنی طول پاره‌خط MN به‌طوری که $MN \perp d$ است تأکید کنید.

هدف فعالیت:

دانش‌آموزان بتوانند به کمک تعریف فاصله‌ی نقطه از خط به خاصیت مهم نیم‌ساز که هر نقطه روی نیم‌ساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است به روش استقرایی دست یابند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آنچه را که خواسته شده انجام دهند. در رسم عمود احتمال اشتباه وجود دارد لذا با مشاهده‌ی دفاتر و کتاب دانش‌آموزان از اشتباهات احتمالی آن‌ها جلوگیری کنید.

توصیه‌های آموزشی:

از چند نفر از دانش‌آموزان بخواهید نتیجه به‌دست آمده را با جملات درست تکرار کنند نقطه‌ی روی نیم‌ساز، فاصله‌ی نقطه از دو ضلع (پای عمود را مشخص کنند) را دقیقاً روی شکل نشان دهند.

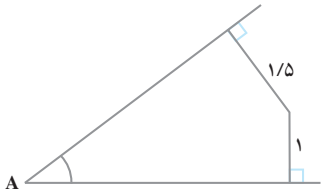
هدف کار در کلاس:

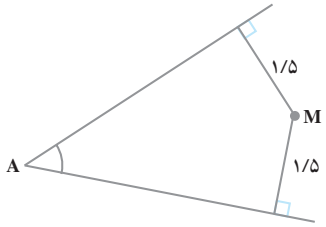
در این کار در کلاس سعی شده مهارت دانش‌آموزان در استفاده از گونیا و خط‌کش و مفهوم فاصله‌ی نقطه از خط بالا رود.

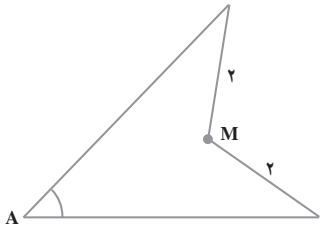
بپرسید!

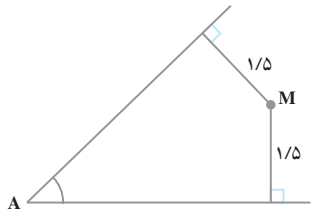
۱ــ آیا می‌تواند فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط d دو عدد مختلف باشد؟ چرا؟

۲ــ در کدام‌یک از اشکال زیر M روی نیم‌ساز زاویه قرار دارد؟ چرا؟









اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

دانش‌آموزان زمانی که می‌خواهند فاصله‌ی نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه را به‌دست آورند به‌جای عمود کردن به ضلع‌های زاویه به دو سر ظاهری خط (آن‌جایی که به ظاهر انتهاست) وصل می‌کنند.

فعالیت موازی:

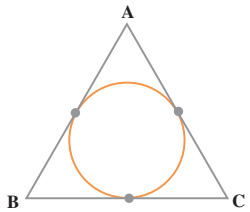
از دانش‌آموزان بخواهید چند زاویه رسم کنند و بدون استفاده از وسایل به کمک دست نیم‌ساز آن‌را رسم کنند. سپس درستی ترسیم خود را به کمک نقاله تحقیق کنید.

توسعه:

۱ــ دانش‌آموزان را با این بیان آشنا کنید. اگر در مثلث ABC نیم‌ساز زاویه A را رسم کنیم گوییم نیم‌ساز زاویه نظیر A را رسم کرده‌ایم.

سپس توضیح دهید اگر سه نیم‌ساز مثلث را رسم کنید حتماً متقارب‌اند.

۲ــ اگر دایره‌ای رسم کنیم که بر اضلاع مثلث مماس باشد، آن‌را دایره‌ی محیطی مثلث و مثلث را محیط بر دایره نامیم ؛ مانند این شکل :



تمرین

۱ــ در شکل مقابل، نقطه‌ی M از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است: MA = MB. نیم‌ساز زاویه‌ی M را رسم کنید و محل برخورد آن را با AB، N بنامید.

الف ــ چگونه می‌توانید بفهمید که دو مثلث MAN و MBN با هم مساوی‌اند؟

ب ــ آیا از تساوی این دو مثلث، می‌توان نتیجه گرفت که NH عمودمنصف AB است؟ چگونه؟

۲ــ با استفاده از یک سکه، دایره‌ای رسم کنید و عمودمنصف‌های دو وتر غیرموازی آن را بکشید. نقطه‌ی تقاطع این دو عمودمنصف را O بنامید. آیا نقطه‌ی O مرکز دایره است؟ چرا؟

۳ــ در شکل مقابل، عمودمنصف کدام پاره‌خط از نقطه‌ی M می‌گذرد؟

۴ــ روی کاغذ سه نقطه‌ی A، B و C اختیار کنید که روی یک خط نباشند. سپس، نقطه‌ی M را طوری تعیین کنید که از این سه نقطه به یک فاصله باشد.

۵ــ آیا هر قطر مربع، عمودمنصف قطر دیگر آن است؟ چرا؟

۶ــ در مستطیل ABCD، فاصله‌ی رأس A را از ضلع CD تعیین کنید.

الف) در متوازی‌الاضلاع ABCD، فاصله‌ی رأس A از ضلع CD چه‌قدر است؟

ب) در مثلث ABC، فاصله‌ی رأس A از ضلع BC چه‌قدر است؟

پس اگر نیم‌سازهای سه زاویه مثلث را رسم کنیم محل برخورد آن‌ها مرکز دایره‌ی محاطی و فاصله‌ی این نقطه (مرکز) از سه ضلع شعاع دایره خواهد بود.

۳ــ فاصله‌ی یک رأس چند ضلعی از ضلع‌های مقابل آن را پیدا کنند.

فعالیت خارج از کلاس:

یک مثلث متساوی‌الاضلاع درنظر بگیرید و در درون آن نقطه‌ای دلخواه درنظر بگیرید فاصله‌ی آن‌را از سه ضلع مثلث به‌دست آورید مجموع این فواصل چقدر خواهد بود؟

همین کار را برای چند نقطه دیگر انجام دهند و نتیجه‌ی به‌دست آمده را در کلاس برای دوستان خود مطرح کنند.

توصیه‌های آموزشی:

در حل تمرین‌های این قسمت به نکات زیر توجه کنید :

تمرین ۱ دانش‌آموزان با توجه به مفروضات مسئله، علت

تساوی دو مثلث را می‌یابند سپس نتیجه می‌گیرند که MN عمودمنصف AB است.

در تمرین ۲ دانش‌آموزان آموزش می‌بینند که با داشتن دایره می‌توان مرکز آن را به‌دست آورد.

در تمرین ۳ به کمک خاصیت عمودمنصف درمی‌یابند که نقطه‌ی M روی عمودمنصف کدام پاره‌خط قرار دارد.

در تمرین ۴ می‌دانیم نقطه‌ای که از سه نقطه غیرواقع بر یک خط راست به یک فاصله است روی عمودمنصف این سه پاره‌خط قرار دارد. در این تمرین، دانش‌آموزان به این مطلب پی می‌برند.

در تمرین ۵، دانش‌آموزان با خواص قطرهای مربع آشنا می‌شوند و آن‌را اثبات می‌کنند.

در تمرین ۶ دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که فاصله‌ی رأس A از ضلع CD همان عرض مستطیل و فاصله‌ی A از ضلع BC همان عرض مستطیل است.

در تمرین ۷ دانش‌آموزان فاصله‌ی رأس A از ضلع CO و فاصله‌ی رأس C از ضلع AB را به‌دست می‌آورند که همان ارتفاع متوازی‌الاضلاع است.

در تمرین ۸ دانش‌آموزان مساحت مثلث ABC را با اندازه‌گیری ارتفاع و ضلع مثلث محاسبه می‌کنند.

یادداشت معلم

ترسیم‌های هندسی

موضوعات در یک نگاه

در آخرین قسمت کتاب و در بخش ترسیم‌های هندسی رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، رسم نیم‌ساز یک زاویه، رسم خط عمود بر یک خط و رسم زاویه‌ای مساوی با زاویه داده شده با استفاده از پرگار آموزش داده می‌شود. کاربرد این رسم‌ها در حل مسائل، نیز در تمرین‌ها و کار در کلاس‌های این قسمت مطرح می‌شود.

درستی رسم‌ها با استفاده از تساوی مثلث‌ها بررسی می‌شود.

اهداف

در پایان فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند :

۱ــ عمودمنصف یک پاره‌خط را با استفاده از پرگار رسم کنند.

۲ــ نیم‌ساز یک زاویه را با پرگار رسم کنند.

۳ــ با پرگار از یک نقطه روی خط یا خارج آن بر خط عمود رسم کنند.

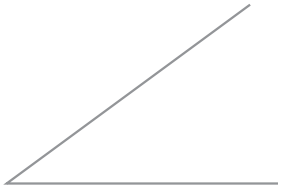
۴ــ با استفاده از پرگار زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی معلوم رسم کنند.

۵ــ دلایل درستی روش‌های ترسیم را با استفاده از تساوی مثلث‌ها بررسی کنند.

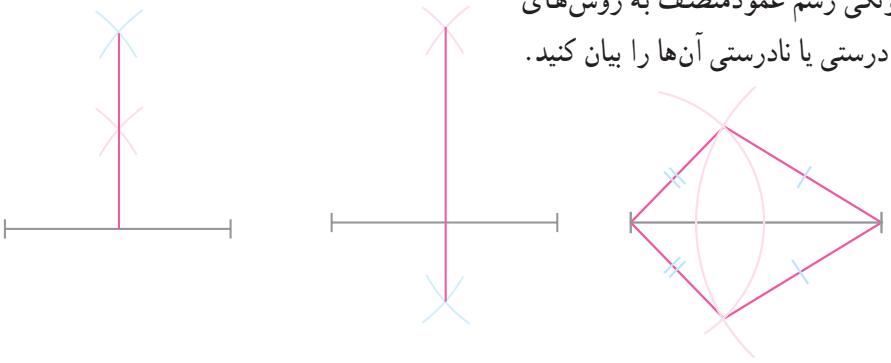
۶ــ ترسیم‌های هندسی را در پاسخ دادن به تمرین‌ها و سؤالات این بخش به‌کار برند.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ زاویه‌ی زیر را سه برابر کنید.



۲ــ در مورد چگونگی رسم عمودمنصف به روش‌های زیر توضیح دهید و دلیل درستی یا نادرستی آن‌ها را بیان کنید.



شناسنامه‌ی مبحث ترسیم‌های هندسی

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
رسم عمودمنصف یک پاره‌خط	۱۸۴	رسم عمودمنصف	ــ با استفاده از پرگار عمودمنصف یک پاره‌خط را رسم کند. ــ دلیل درستی روش کار خود را با استفاده از خواص عمودمنصف توضیح دهد.	ــ انجام فعالیت برای درک درستی روش رسم عمودمنصف ــ انجام فعالیت برای درک درستی سایر روش‌ها با استفاده از خواص عمودمنصف	ــ پرگار ــ خط‌کش	ــ
رسم نیم‌ساز یک زاویه	۱۸۵ ۱۸۶	رسم نیم‌ساز یک زاویه	ــ نیم‌ساز یک زاویه را با استفاده از پرگار رسم کند. ــ کشف کند که محل برخورد سه نیم‌ساز و سه عمودمنصف یک مثلث یک نقطه می‌باشد. ــ دلیل درستی روش رسم نیم‌ساز را با استفاده از تساوی مثلث‌ها توضیح دهد.	ــ انجام فعالیت برای درک درستی روش رسم نیم‌ساز و درک این نکته که هرسه عمودمنصف و نیم‌سازها در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند. ــ انجام کار در کلاس برای تمرین و به‌کار بردن روش رسم عمودمنصف و نیم‌ساز	ــ پرگار ــ خط‌کش	ــ
رسم کردن خط عمود بر یک خط با پرگار	۱۸۷ ۱۸۸	رسم عمود با پرگار	ــ با استفاده از پرگار از یک نقطه روی خط یا خارج آن عمودی برخط رسم کند. ــ روش‌های رسم عمود را با عمودمنصف مقایسه کند. ــ دلیل درستی روش رسم عمود را با استفاده از تساوی مثلث‌ها بررسی کند. ــ رسم عمود را در حل مسائل و تمرین‌ها به‌کار برد.	ــ مطالعه‌ی متن و پاسخ دادن به سؤال‌ها ــ انجام کار در کلاس برای تمرین رسم عمود	ــ پرگار ــ خط‌کش	ــ
رسم کردن زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی معلوم	۱۸۸ ۱۸۹ ۱۹۰	رسم زاویه‌ی ساده با زاویه معلوم	ــ با استفاده از پرگار زاویه‌ای مساوی زاویه‌ی معلوم رسم کند. ــ دلیل درستی روش رسم زاویه را با استفاده از تساوی مثلث‌ها توضیح دهد.	ــ انجام فعالیت برای درک روش رسم زاویه‌ای ساده با زاویه‌ی معلوم ــ انجام کار در کلاس برای تمرین روش رسم زاویه‌ی مساوی	ــ پرگار ــ خط‌کش	ــ

ترسیم‌های هندسی

یونانی‌های باستان، حل مسئله‌ی ساختمانی هندسه را به دوگروه تقسیم کرده بودند. آن‌هایی که به یاری خط‌کش و پرگار قابل رسم‌اند و آن‌هایی که با این دو وسیله قابل رسم نیستند. دربین مسئله‌های غیرقابل رسم به‌وسیله‌ی خط‌کش و پرگار، این مسئله مشهورتر از دیگران بود :

۱ــ تقسیم زاویه به سه بخش برابر که ایرانی‌ها آن را «تثلیث زاویه» می‌نامیدند ؛

۲ــ تبدیل دایره به مربع هم‌ارز آن، یعنی تبدیل به مربعی که مساحت آن، برابر مساحت دایره باشد، ایرانی‌ها این مسئله را با «تربیع دایره» می‌شناختند ؛

۳ــ ساختن مکعبی که حجم آن دوبرابر حجم مکعب مفروض باشد، در بین ایرانی‌ها، این مسئله، به «تضعیف مکعب» مشهور بود (تضعیف، یعنی مضاعف کردن یا دوبرابر کردن).

ولی اثبات ناممکن بودن این سه مسئله خیلی دیرتر و در زمان‌های نزدیک به ما ثابت شد.

بسیاری از ریاضی‌دانان درباره‌ی رسم‌های هندسی کتاب نوشته‌اند. مشهورترین و قدیمی‌ترین آن‌ها، «ماسکه رونی[۱]» است که در سال ۱۷۹۷ ثابت کرد همه‌ی ساختمان‌های هندسی که از یک معادله‌ی درجه اول یا درجه دوم سرچشمه گرفته‌اند، به یاری پرگار و خط‌کش قابل رسم‌اند. لامبرت[۲] و بریانشون[۳] فرانسوی روی این مسئله کارکردند که چه مسئله‌های ساختمانی را می‌توان به یاری تنها خط‌کش (یعنی با رسم خط‌های راست) حل کرد (لامبرت در ۱۷۹۳ و بریانشون در ۱۸۱۸). «شتینر»[۴] که آلمانی بود، ثابت کرد اگر در یک صفحه، دایره‌ای همراه با مرکز آن داشته باشیم، می‌توان همه‌ی مسئله‌های ساختمانی درجه دوم را تنها با یک خط‌کش حل کرد.

به این ترتیب امروز روشن شده است، چه مسئله‌هایی را می‌توان با خط‌کش و پرگار حل کرد و چه مسئله‌هایی تنها با پرگار یا تنها با خط‌کش قابل حل‌اند. البته یادآوری کنیم مسئله‌های ساختمانی هندسه که با خط‌کش و پرگار قابل حل نیستند، به یاری ابزارهای کمکی دیگری حل می‌شوند. با یاری خط‌کش و پرگار می‌توان پاره‌خط را نصف کرد، بر یک خط راست و از نقطه‌ی مفروض عمودی رسم کرد ؛ عمودمنصف یک پاره‌خط راست و یا نیم‌ساز یک زاویه را رسم کرد.

یادداشت معلم

۱ ــ Mascheroni ۲ ــ Lambert ۳ ــ Brianchoni ۴ ــ Steiner

رسم عمودمنصف یک پاره‌خط

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بپرسید چگونه می‌توانیم عمودمنصف یک پاره‌خط را به‌طور دقیق رسم کنیم؟

هدف فعالیت:

در این فعالیت، دانش‌آموزان طرز دقیق رسم عمودمنصف پاره‌خط را مرحله‌به مرحله می‌آموزند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال‌های آن پاسخ دهند.

دانش‌آموزان در پاسخ سؤال ۱ خواهند گفت : شعاع دایره دلخواه است و مرکز دایره نقطه‌ی A است. آن‌ها درپاسخ سؤال ۲ خواهند گفت : مرکز نقطه‌ی B و شعاع همان شعاع قبلی است.

آن‌ها در پاسخ سؤال ۳ خواهند گفت : چون M و N روی دایره به شعاع یکسان قرار دارند پس فاصله آن‌ها از A و B به یک اندازه است.

در پاسخ سؤال آخر : آن‌ها خواهند گفت : چون M و N از A و B به یک فاصله‌اند پس MN عمودمنصف AB است ؛ زیرا از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد.

هدایت کنید:

دایره‌ای به مرکز A و به شعاع دلخواه رسم کردیم آیا این مقدار دلخواه هیچ محدودیتی ندارد؟ پاسخ خواهند داد بایستی از نصف طول AB بیش‌تر باشد تا دو دایره یکدیگر را قطع کنند.

بپرسید!

آیا شعاع دایره می‌تواند دقیقاً نصف طول AB باشد؟ چرا؟ پاسخ خواهند داد : خیر ؛ چون محل برخورد وسط پاره‌خط خواهد شد.

هدف فعالیت:

ایجاد خلاقیت و پی‌بردن به راه‌های دیگری برای رسم عمودمنصف پاره‌خط می‌باشد.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند آن‌ها در پاسخ سؤال ۱ خواهند گفت : بله ؛ زیرا کافی است دو نقطه از عمودمنصف وجود داشته باشد تا بتوان آن را رسم کرد. همان‌طور که در شکل نشان داده شده است. به مرکز A به شعاع دلخواه کمانی رسم کرده‌ایم. به مرکز B و به همان شعاع کمانی دیگر رسم کرده‌ایم. بار دیگر به مرکز A و به شعاع دلخواه دیگری کمانی رسم کرده‌ایم سپس به مرکز B و با همان شعاع قبلی کمان رسم می‌کنیم با دو نقطه‌ای که به این‌گونه به‌وجود می‌آید می‌توان عمودمنصف AB را رسم کرد.

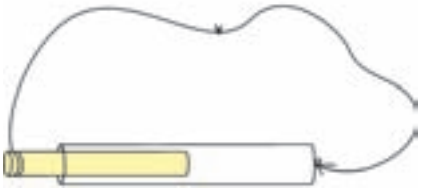
در سؤال ۲ خواسته شده است دانش‌آموزان روش‌هایی جدید برای رسم عمودمنصف پاره‌خط ارائه دهند. با صبر و شکیبایی به آن‌ها گوش کنید و اشتباهات احتمالی آن را بررسی کنید.

توسعه:

به کمک تساوی مثلث‌ها ثابت کنید که با روش ترسیم بیان شده MN عمودمنصف AB است.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ از دانش‌آموزان بخواهید وسیله‌ای بسازند که بتوان به کمک آن عمودمنصف پاره‌خط را رسم کرد. (طرحی پیشنهادی)



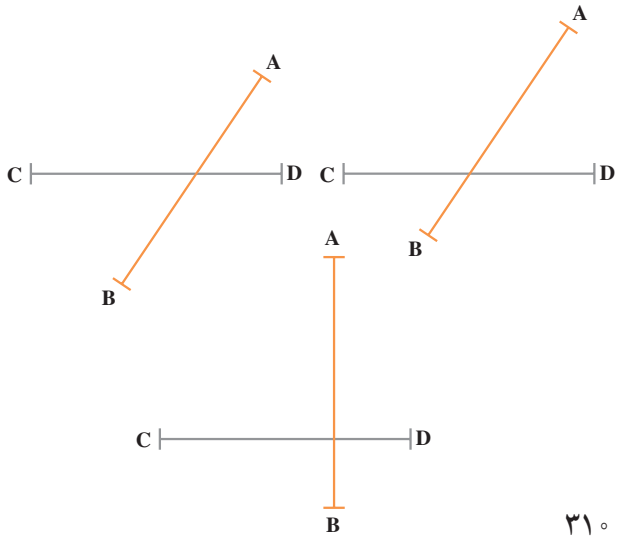
۲ــ دانش‌آموزان را گروه‌بندی کنید. از آن‌ها بخواهید در حیاط مدرسه به کمک یک گچ پاره‌خط‌هایی رسم کنند از هر گروه بخواهید عمودمنصف پاره‌خط‌ها را به‌وسیله یک طناب (نخ) رسم کنند. سپس راه حل‌های مختلف بحث شود.

تلفیق با سایر دروس:

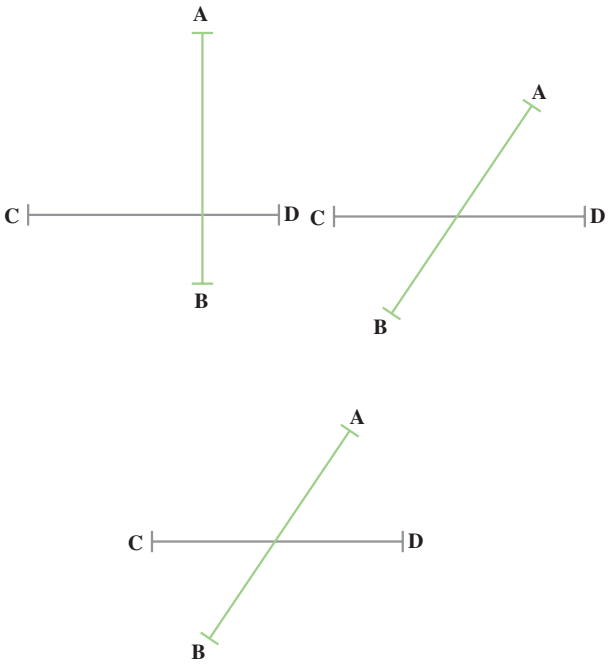
از دانش‌آموزان بخواهید به کمک پاره‌خط، عمودمنصف و دو کمان آن یک نقاشی خلق کنند و رنگ‌آمیزی کنند.

فعالیت موازی:

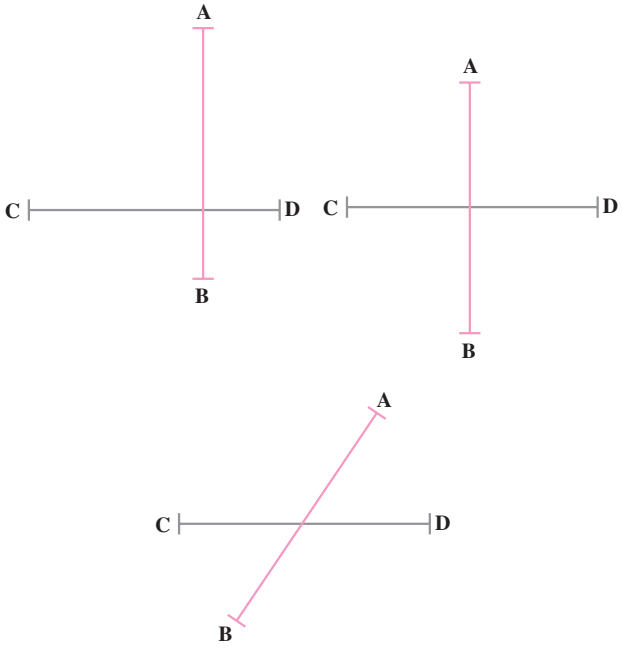
۱ــ وقتی می‌گوییم پاره‌خط AB پاره‌خط CD را نصف کرده، کدام شکل می‌تواند درست باشد؟

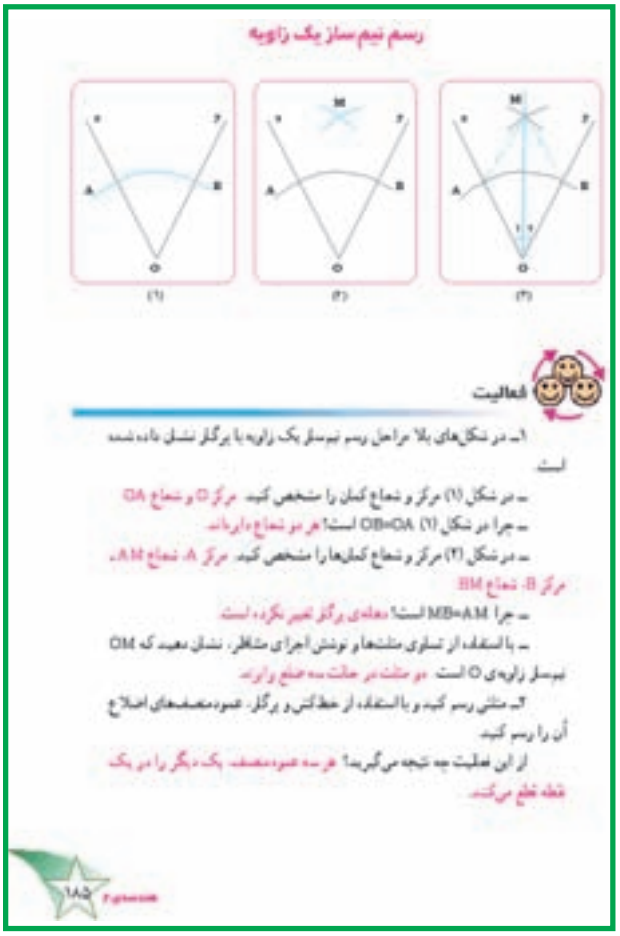


۲ــ وقتی می‌گوییم پاره‌خط AB بر CD عمود است، کدام شکل می‌تواند درست باشد؟



۳ــ وقتی می‌گوییم پاره‌خط AB هم بر CD عمود است و هم آن را نصف کرده، کدام شکل می‌تواند درست باشد؟




رسم نیم‌ساز یک زاویه

فعالیت

رسم نیم‌ساز زاویه

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بپرسید چگونه به‌طور دقیق می‌توانیم نیم‌ساز یک زاویه را رسم کنیم.

هدف فعالیت:

دانش‌آموزان بتوانند با رسم دقیق نیم‌ساز زاویه آشنا شده و مرحله به مرحله به روش ترسیم دست یابند. در قسمت دوم فعالیت دانش‌آموزان ارتباط منطقی بین نیم‌ساز و عمودمنصف ایجاد کنند و به این نتیجه برسند که عمودمنصف‌های مثلث متقارب‌اند. در قسمت سوم دانش‌آموزان نتیجه می‌گیرند سه نیم‌ساز زوایای مثلث نیز متقارب‌اند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و با توجه به شکل به سؤال‌ها پاسخ دهند. دانش‌آموزان پاسخ خواهند داد در شکل (۱) مرکز دایره O و شعاع آن دلخواه است. در شکل (۲) مرکز یکی از کمان‌ها A و شعاع دلخواه و مرکز کمان دیگر B و شعاع آن همان شعاع قبلی است. در پاسخ سؤال بعد خواهند گفت MB = AM چون شعاع هر دو دایره (کمان) یکسان است. سپس با استفاده از تساوی مثلث‌ها خواهیم داشت.

$$\left.\begin{array}{r} \text{شعاع دایره به مرکز } OA = OB \\ \text{شعاع دو دایره مساوی } AM = BM \\ \text{مشترک در هر دو مثلث } OM \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{در حالت ض ض ض } \overset{\Delta}{OAM} = \overset{\Delta}{OBM}$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \text{ OM نیم‌ساز است.}$$

بپرسید!

۱ــ به مرکز A و به شعاع دلخواه کمان رسم کرده‌ایم تا چه اندازه‌ای این شعاع دلخواه است؟

۲ــ چه ارتباطی بین رسم نیم‌ساز زاویه‌ی A و عمودمنصف پاره‌خط AB در شکل‌های بالا (در فعالیت) می‌بینید؟

۳ــ آیا می‌توان می‌گفت OM در واقع عمودمنصف AB است؟ آیا می‌توان گفت چون نقطه‌ی O معلوم است کافی است یک نقطه‌ی دیگر به‌دست آوریم؟

۴ــ از دانش‌آموزان بپرسید آیا کمان به مرکز O و به شعاع دلخواه پیدا کردن پاره‌خطی مانند AB است؟

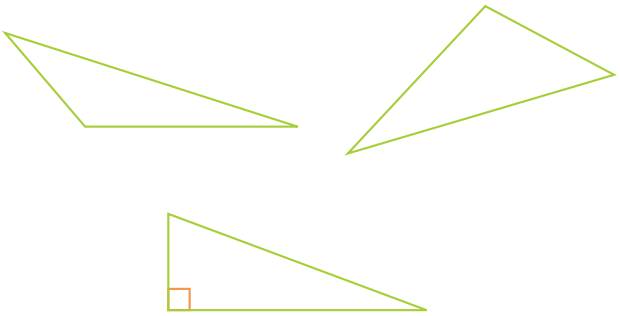
ادامه دهید:

در قسمت دوم فعالیت دانش‌آموزان مثلثی رسم می‌کنند و عمود منصف‌های آن را رسم کرده و نتیجه می‌گیرند که عمودمنصف‌های اضلاع مثلث متقارب‌اند.

در قسمت سوم فعالیت، دانش‌آموزان نتیجه می‌گیرند که سه عمودمنصف زوایای مثلث متقارب‌اند.

توصیه‌های آموزشی:

از دانش‌آموزان بخواهید مثلث‌های مختلف‌الاضلاع را برای ترسیمات خود انتخاب کنند. مثلث‌های زیر پیشنهاد می‌شود.



مشاهده کنید:

با توجه به این‌که عمودمنصف‌ها و نیم‌سازهای مثلث متقارب‌اند درستی ترسیمات دانش‌آموزان را با گذشتن از کنار نیمکت‌های آن‌ها کنترل نمایید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ دانش‌آموزان به کمک خاصیت عمودمنصف تشخیص می‌دهند در کدام شکل MN عمودمنصف AB است.

در تمرین ۲ نیم‌ساز زاویه‌ی باز، قائمه و تند را رسم می‌کنند.

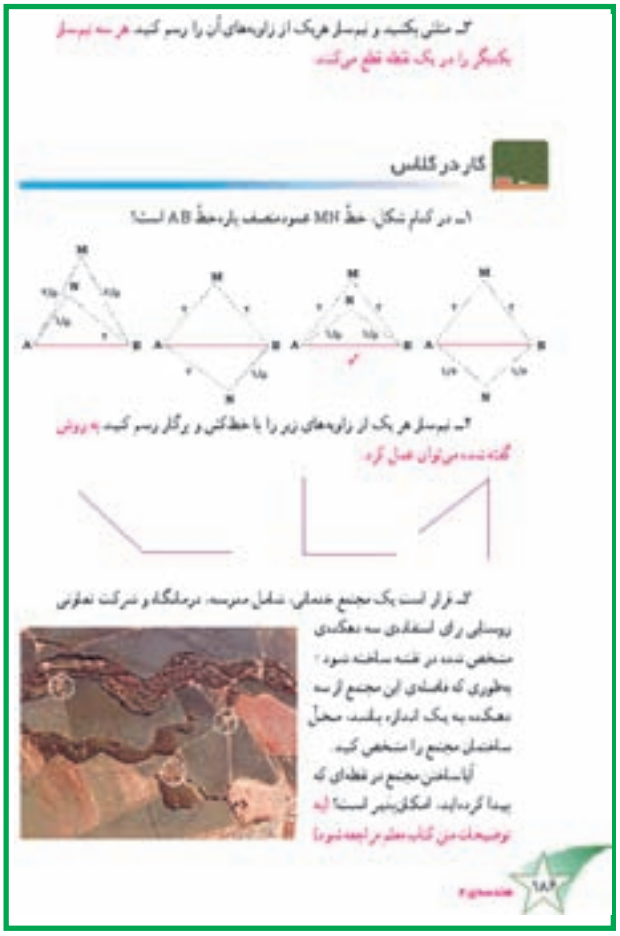
در تمرین ۳ یک مثال کاربردی از عمودمنصف را مشاهده می‌کنند. با جنبه‌های تئوری آن که رسم عمودمنصف است آشنا می‌شوند و جنبه‌ی عملی آن را نیز درنظر می‌گیرند. می‌توان در کلاس برروی جنبه‌های عملی قرار گرفتن مکان این مجتمع با توجه به این‌که می‌خواهیم از مدرسه و درمانگاه و شرکت تعاونی روستایی به یک فاصله باشد، بحث کنیم. مثلاً ممکن است در این نقطه خانه‌ای باشد یا رودخانه یا کوهی یا دره‌ای قرار داشته باشد.

در این مسئله تبدیل محل سه دهکده به سه نقطه و رسم مثلث در واقع یک نوعی مدل‌سازی است. پس از رسم سه عمودمنصف و پیدا کردن محل برخورد آن‌ها، جواب باید در دنیای واقعی تفسیر شود.

فعالیت خارج از کلاس:

۱ــ دانش‌آموزان را به حیاط مدرسه ببرید. با گچ زوایایی را رسم کنید، از آن‌ها بخواهید به کمک گچ و نخ نیم‌ساز زوایا را رسم کنند.

۲ــ یک نیم‌ساز رسم کن بسازند. (طرح پیشنهادی)

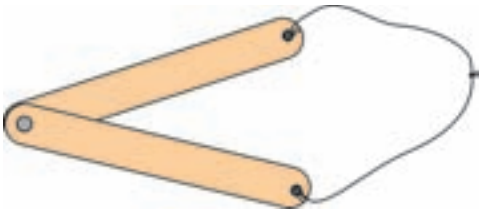

کار در کلاس

۱ــ در کدام شکل، خطّ MN عمودمنصف پاره‌خطّ AB است؟

۲ــ نیم‌ساز هر یک از زاویه‌های زیر را با خط‌کش و پرگار رسم کنید. به روش تاخورده می‌توان عمل کرد.

۳ــ فرض کنید یک مجتمع خدماتی شامل مدرسه، درمانگاه و شرکت تعاونی روستایی برای استفاده‌ی سه دهکده‌ی مشخص شده در نقشه ساخته شود؛ به‌طوری که فاصله‌ی این مجتمع از سه دهکده به یک اندازه باشد. محلّ ساختمان مجتمع را مشخص کنید.

آیا ساختن مجتمع در نقطه‌ای که پیدا کرده‌اید امکان‌پذیر است؟ [illegible]



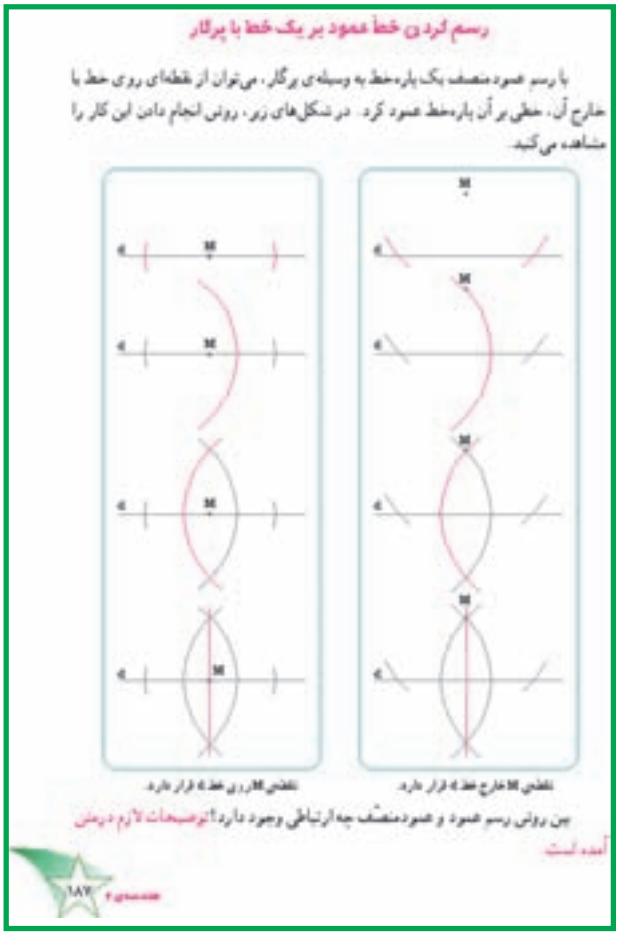
الف) دوتکه چوب هم‌اندازه را به هم لولا کنید.

ب) وسط یک تکه نخ را گره بزنید.

ج) دو سر نخ را به دو سر تکه چوب ببندید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

استفاده از برنامه‌هایی مانند Point در windows و بررسی روش‌هایی که برای رسم عمودمنصف یک خط و نیم‌ساز زاویه وجود دارد.


رسم کردن خط عمود بر یک خط با پرگار

با رسم عمود منصف یک پاره‌خط به وسیله‌ی پرگار، می‌توان از نقطه‌ای روی خط یا خارج آن، خطی بر آن پاره‌خط عمود کرد. در شکل‌های زیر، روش انجام دادن این کار را مشاهده می‌کنید.

رسم کردن خط عمود بر یک خط با پرگار

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن کتاب را بخوانند و روش ترسیم خط عمود بر خط d از نقطه‌ی M روی d و از نقطه‌ی M خارج d را توضیح دهند.

توصیه‌های آموزشی:

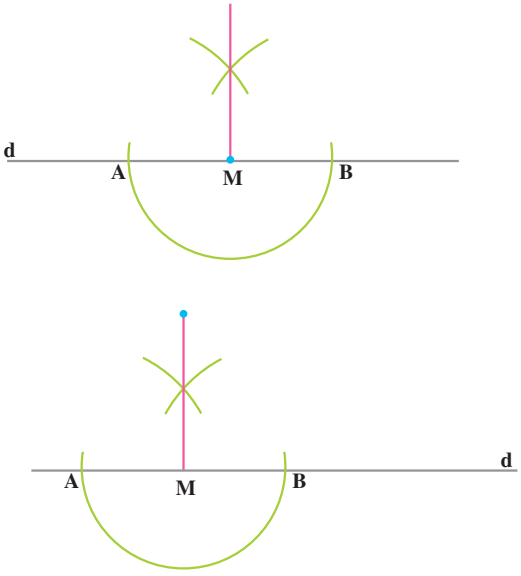
وقت لازم جهت پی‌بردن به طریقه‌ی ترسیم در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید. به کمک دانش‌آموزان طریقه‌ی ترسیم را توضیح دهید.

ادامه دهید:

در پاسخ سؤال پایین صفحه دانش‌آموزان پاسخ خواهند داد، در واقع یک پاره‌خط روی d جدا می‌کنیم که M وسط پاره‌خط یا M روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد. پس عمودمنصف این پاره‌خط را رسم می‌کنیم که بر خط d عمود است و از نقطه‌ی M می‌گذرد.

بپرسید!

دانش‌آموزی برای رسم خط عمود از یک نقطه به‌صورت زیر عمل کرده است آیا روش کار او صحیح است؟ چرا؟



هدف کار در کلاس:

در این تمرین، دانش‌آموزان روش بیان شده در صفحه‌ی قبل را به‌کار گرفته و از نقطه‌ی A بر خط d (به وسیله‌ی پرگار) عمود رسم می‌کنند.

رسم کردن زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی معلوم

هدف فعالیت:

در این نوع فعالیت، دانش‌آموزان می‌توانند بدون استفاده از نقاله، زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی داده شده رسم کنند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و مرحله به مرحله به آن عمل کنند.

بپرسید!

روش‌های پیشنهادی دانش‌آموزان برای انجام فعالیت فوق را بپرسید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ : دانش‌آموزان مراحل انجام فعالیت قبل را روی دو زاویه داده شده انجام داده و زوایای مساوی با آن‌ها رسم می‌کنند.

در تمرین ۲ : دانش‌آموزان با داشتن یک ضلع و نیم‌ساز، ضلع دیگر زاویه را رسم می‌کنند. در این تمرین دانش‌آموز با مسئله‌ای جدید روبه‌رو می‌شود که برای حل آن تفکر خود را فعال می‌کند.

توسعه:

مطالب زیر برای توسعه‌ی تکمیل این درس پیشنهاد می‌شود.

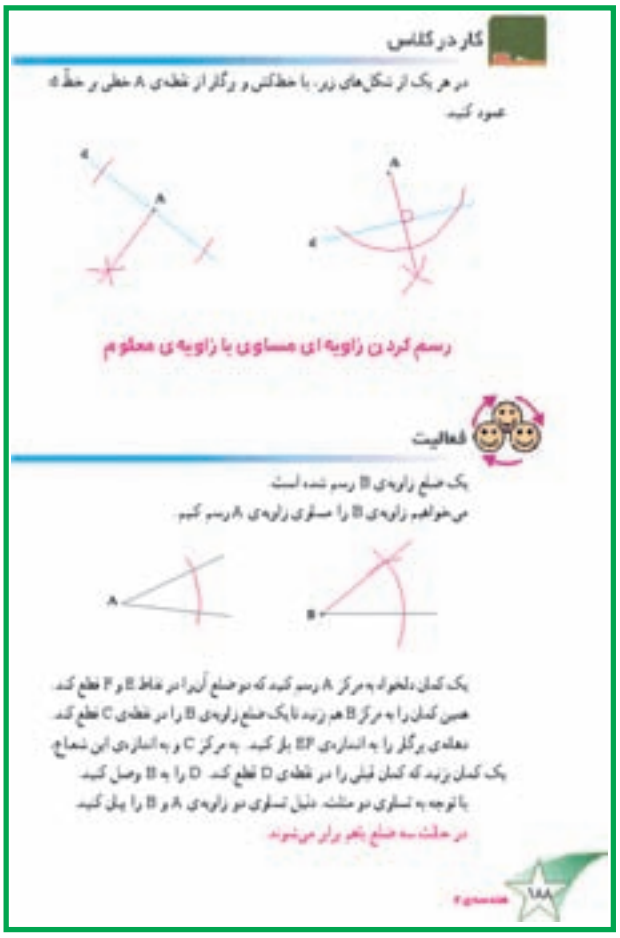
۱ــ رسم خط موازی با یک خط با فاصله‌ی معلوم و با استفاده از خط‌کش و پرگار

۲ــ رسم زاویه‌های 60°، 30° ، 90° ، 45°، 15° فقط با پرگار و خط‌کش.

(در این مورد می‌توان از دایره کمک گرفت)

۳ــ رسم زوایای $52/5^\circ$، $37/5^\circ$ به کمک پرگار و خط‌کش.

۴ــ بحث درباره‌ی نیم‌ساز زاویه بزرگ‌تر از 180°.


کار در کلاس

در هر یک از شکل‌های زیر، با خط‌کش و پرگار از نقطه‌ی A خطی بر خط d عمود کنید

رسم کردن زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی معلوم

فعالیت

یک ضلع زاویه‌ی B رسم شده است

می‌خواهیم زاویه‌ی B را مساوی زاویه‌ی A رسم کنیم

یک کمان دلخواه به مرکز A رسم کنید که دو ضلع آن‌را در نقاط E و F قطع کند.
همین کمان را به مرکز B هم رسم تا یک ضلع زاویه‌ی B را در نقطه‌ی C قطع کند.
دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی EF باز کنید. به مرکز C و به اندازه‌ی این شعاع
یک کمان رسم کنید که کمان قبلی را در نقطه‌ی D قطع کند. D را به B وصل کنید.
با توجه به تساوی دو مثلث، دلیل تساوی دو زاویه‌ی A و B را بیان کنید

در حالت سه ضلع یکی برابر می‌شوند

۱۸۸ هندسه ۲

توصیه‌های آموزشی:

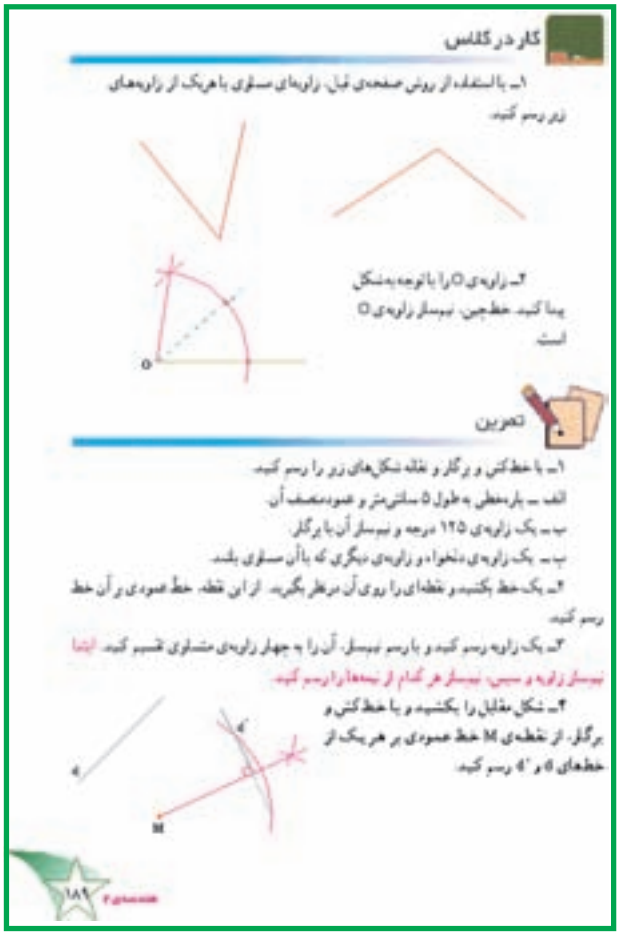
در تمرین‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ دانش‌آموز مروری بر ترسیم‌های گفته شده خواهد داشت و در تمرین ۴ نقطه‌ی M به‌گونه‌ای داده شده است که دانش‌آموز متوجه شود که خط d′ را می‌تواند امتداد دهد.

در تمرین ۵ دانش‌آموزان را تشویق کنید که از مثلث‌هایی با زاویه‌ی باز استفاده کنند.

در تمرین ۶ دانش‌آموزان وسط پاره‌خط را به کمک خط‌کش و پرگار به‌دست می‌آورند.

در تمرین ۷ در واقع دانش‌آموزان سه بار به پیدا کردن وسط پاره‌خط اقدام می‌کنند.

در تمرین ۸ دانش‌آموزان به کمک ترسیمات گفته شده لوزی با مشخصات داده شده در مسئله را رسم می‌کنند.



کار در کلاس

۱ـ با استفاده از روش صفحه‌ی قبل، زاویه‌ای مساوی با هریک از زاویه‌های زیر رسم کنید.

۲ـ زاویه‌ی O را با توجه به شکل پیدا کنید. خط‌چین، نیمساز زاویه‌ی O است.

تمرین

۱ـ با خط‌کش و پرگار و نقاله شکل‌های زیر را رسم کنید.

الف ـ پاره‌خطی به طول ۵ سانتی‌متر و عمودمنصف آن.

ب ـ یک زاویه‌ی ۱۲۵ درجه و نیمساز آن با پرگار.

پ ـ یک زاویه‌ی دلخواه و زاویه‌ی دیگری که با آن مساوی باشد.

۲ـ یک خط بکشید و نقطه‌ای را روی آن درنظر بگیرید. از این نقطه، خط عمودی بر آن خط رسم کنید.

۳ـ یک زاویه رسم کنید و با رسم نیمساز، آن را به چهار زاویه‌ی متساوی تقسیم کنید. ابتدا نیمساز زاویه و سپس، نیمساز هر کدام از نیمه‌ها را رسم کنید.

۴ـ شکل مقابل را بکشید و با خط‌کش و پرگار، از نقطه‌ی M خط عمودی بر هریک از خط‌های a و a' رسم کنید.

۵ـ مثلثی رسم کنید و با استفاده از خط‌کش و پرگار، یکی از ارتفاع‌های آن را رسم کنید.

رسم عمود از یک نقطه

۶ـ پاره‌خطی رسم کنید و با استفاده از خط‌کش و پرگار، نقطه‌ی وسط آن را تعیین کنید.

عمودمنصف رسم کنید.

۷ـ یک پاره‌خط رسم کنید و با استفاده از خط‌کش و پرگار آن را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید. ابتدا عمودمنصف پاره‌خط و سپس، عمودمنصف هر یک از نیمه‌ها را رسم کنید.

۸ـ پاره‌خط MN را به طول ۲/۵ سانتی‌متر رسم کنید. یک نواری به عرض ۲ سانتی‌متر رسم کنید؛ به طوری که MN یک قطر آن باشد. آیا قطر دیگر نواری، عمودمنصف MN است؟ چرا؟ بله؛ زیرا هر دو رأس از دو سر عرض دیگر به یک فاصله‌اند.

۹ـ یک مثلث متساوی‌الاضلاع و عمودمنصف یکی از ضلع‌های آن را رسم کنید. آیا این عمودمنصف از رأس مقابل به آن ضلع می‌گذرد؟ چرا؟ بله؛ زیرا رأس مقابل از دو سر ضلع به یک فاصله است.

۱۰ـ دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر بکشید و دو قطر عمود بر هم آن را رسم کنید. اگر مرتب عمل کنید، به این ترتیب دایره به چهار کمان متساوی تقسیم می‌شود.

۱۱ـ آیا عمودمنصف هر وتر دایره از مرکز آن می‌گذرد؟ چرا؟ بله؛ زیرا مرکز دایره از دو سر وتر به یک فاصله است.

۱۲ـ با خط‌کش و پرگار نیمساز هریک از زاویه‌های xOz و zOy را رسم کنید. اندازه‌ی زاویه‌ی بین این دو نیمساز چه‌قدر است؟ دنبال آن را پیدا کنید. ۹۰ درجه؛ به متن مراجعه کنید

۱۳ـ آیا هر قطر مربع، نیمساز دو تا از زاویه‌های آن است؟ چرا؟ بله؛ تساوی دو مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین

در تمرین ۹ دانش‌آموزان فرا می‌گیرند که در مثلث متساوی‌الاضلاع عمودمنصف از رأس مقابل به آن می‌گذرد. مثلث‌های متساوی‌الساقین و مختلف‌الاضلاع را رسم کنید و نتیجه تمرین ۹ را روی آن‌ها بررسی کنید.

در تمرین ۱۰ روش تقسیم دایره به چهار قسمت مساوی را دانش‌آموزان فرامی‌گیرند.

در تمرین ۱۱ دانش‌آموزان به نکته جالب دیگری در مورد وتر و عمودمنصف آن پی‌می‌برند.

در تمرین ۱۲ دانش‌آموزان از این اصل که جمع نیمه‌های دو چیز همیشه نصف کل است استفاده کرده و مسئله را حل می‌کنند.

در تمرین ۱۳ دانش‌آموزان به کمک خاصیت نیم‌ساز پی‌می‌برند که قطر مربع نیم‌ساز زاویه‌ی آن است. آن‌ها می‌توانند به کمک تساوی مثلث‌ها مسئله را حل کنند.

رسم ۷

این رسم آخرین رسمی است که در کتاب اول راهنمایی درنظر گرفته شده است و تقریباً مجموعه‌ای از نکات مطرح شده در رسم اول راهنمایی است. این نکته را به دانش‌آموزان یادآوری کنید تا با کشیدن این رسم خودشان را مورد ارزیابی قرار دهند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به شکل نهایی مربع قسمت الف را تکمیل کنند سپس از آن‌ها بخواهید راه حلی ارائه دهند تا روش کشیدن رسم در آن مشخص شود ؛ مثلاً خطوط رسم اصلی را امتداد دهند تا قدم اول کشیدن خطوط نمایان گردد. هرکس ممکن است راه حل ابتکاری خودش را داشته باشد بنابراین تا آن‌جا که می‌توانید به همه راه‌حل‌ها گوش دهید. از دانش‌آموزان بخواهید با سلیقه‌ی خود شکل تکمیل شده را رنگ کنند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

این رسم نیز مانند دو رسم گذشته کادری به شکل مربع با اضلاع ۱۶ سانتی‌متر دارد که لازم است با یکی از روش‌های رسم کادر در وسط کاغذ رسم (کاغذ A4) رسم کنید. سپس هر ضلع را به ۸ قسمت ۲ سانتی‌متری تقسیم‌بندی نمایید. با توجه به شکل نهایی باید خطوطی را از نقاط علامت‌گذاری شده‌ی یک ضلع به ضلع‌های مجاور خود رسم کنید، برخی از این خطوط کامل باقی خواهند ماند و در مورد بقیه قسمتی از آن پاک خواهند شد. تراکم خطوط درها نشانه‌گذاری‌های وسط ضلع بیشتر از دوگوشه‌ی آن است. بعد از رسم خطوط با دقت به شکل اصلی نگاه کرده و خطوط اضافی را پاک کنید توجه داشته باشید که شکل متمایز باید مشابه شکل اصلی لایه‌لایه به نظر بیاید بدین‌معنا که به ظاهر یک مستطیل از پشت دیگری گذشته است.

نکات مهم این رسم

۱ــ دقت نشانه‌گذاری در این رسم بسیار اهمیت دارد به‌طوری که اگر یکی از اندازه‌ها برابر ۲ سانتی‌متر نباشد خطوط موازی رسم به‌هم خواهد خورد.

۲ــ برای تشخیص موازی بودن یا نبودن خطوط

رسم ۷

۱ــ در وسط یک صفحه‌ی کاغذ سفید، مربعی به ضلع ۱۶ سانتی‌متر رسم و هر ضلع آن را به ۸ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۲ــ با توجه به شکل زیر، خاط را به هم وصل کنید.

۳ــ قسمت‌های اضافی را پاک کنید.

شکل نهایی

در این رسم، کادربندی، پیداکردن دقیق نقاط، وصل‌کردن دقیق آن‌ها به یکدیگر و یکدستی خطوط اهمیت دارد. زمانی که شکل قسمت الف را در کتاب کامل می‌کنید، به نکات دیگر این رسم پی می‌برید.

۱۹۱

می‌توانید از کنار و به‌صورت افقی به برگه‌ی رسم نگاه کنید. با این روش کنترل رسم برای خود دانش‌آموزان نیز امکان‌پذیر خواهد شد.

۳ــ تصمیم‌گیری تشخیص خطوط اضافی نیز در این رسم نیاز به دقت فراوان دارد ؛ چون در صورت اشتباه حالت رسم کاملاً به‌هم خواهد خورد.

۴ــ رسم اصلی به‌هیچ عنوان رنگ‌آمیزی نشود ؛ چون رنگ‌آمیزی معایب و محاسن رسم را می‌پوشاند و ارزیابی را دچار مشکل می‌کند. چون خطوط نهایی رسم مورّب هستند لذا نشانه‌گذاری‌ها باید بسیار کوچک و کم‌رنگ باشد تا در پایان رسم دیده نشود.

۵ــ برای پاک کردن خطوط اضافی از پاک‌کن نوک‌تیز استفاده شود.

یک دستی خطوط همیشه در رسم باعث زیبایی خواهد شد و از نکات مهم آن محسوب می‌شود.

تمرین دوره‌ای ۲

۱ـ مقسوم‌علیه‌های اول هر یک از عددهای زیر را بنویسید. سپس نمودار مقسوم‌علیه‌های هریک را رسم کنید.

۱۰۰ ۲،۵ ۴۴ ۲،۱۱ ۵۰ ۲،۵

۲ـ نمودارهای نردبانی زیر را کامل کنید. سپس ک.م. هر دو عدد را پیدا کنید.

۱۰۸ ۸۹ ۷۵۶ ۹۱ ۳۹ ۷۸ ۶۸ ۵۱ ۲۰۴

۳ـ مقدار x را در هر تساوی حساب کنید.

$\frac{12}{28}=\frac{9}{x-21}$ ، $\frac{15}{50}=\frac{x-8}{20}$ ، $\frac{12}{21}=\frac{x-20}{30}$ ، $\frac{95}{57}=\frac{x-20}{22}$

۴ـ مقدار هر عبارت را حساب کنید.

$3^4-3^3=54$ ، $(\frac{2}{3})^3+(\frac{2}{3})^2=\frac{20}{27}$ ، $3\times5^2-2^3=71$ ، $2/5^2+3^2=15/25$

۵ـ حاصل هر عبارت را بصورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$12^2\times12^4=12^6$ ، $7/5^3\times7/5^2=7/5^5$ ، $5^2\times5^3=5^5$ ، $(\frac{2}{3})^4\times(\frac{2}{3})^3=(\frac{2}{3})^7$

۶ـ حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را بدست آورید.

$\frac{9}{22}+\frac{10}{33}=\frac{59}{66}$ ، $\frac{8}{21}+\frac{15}{28}=\frac{11}{12}$ ، $\frac{3}{10}+\frac{18}{25}=\frac{51}{50}$ ، $\frac{8}{25}+\frac{7}{55}=\frac{63}{110}$

۷ـ حاصل‌ضرب‌ها و تقسیم‌های زیر را به ساده‌ترین شکل بنویسید.

$\frac{12}{15}\times\frac{25}{30}=1$ ، $\frac{18}{24}\times\frac{72}{54}=2$ ، $\frac{15}{22}\times\frac{22}{25}=\frac{3}{10}$ ، $\frac{12}{7}\times\frac{14}{24}=2$

۸ـ حاصل‌ضرب‌های زیر را پیدا کنید.

$2/01\times2/02=4/1002$ ، $59/13\times7/8=461/214$ ، $191/2\times0/03=5/7336$

۹ـ حاصل تقسیم‌های زیر را بدست آورید و رابطه‌های هر تقسیم را بنویسید.

۹۳۰۷ | ۸۹۸ / ۱۱ ، ۷۸۲۵ | ۱۲۵ / ۲۲ ، ۴۵۳۷ | ۲۳۱ / ۹۸

۱۰ـ حاصل تقسیم‌های زیر را حساب کنید و باقی‌مانده‌ی هر تقسیم را مشخص کنید.

۲/۰۸ | ۳۳ / ۰/۰۶ ، ۷/۲ | ۲۱ / ۰/۳ ، ۵/۲۸ | ۹ / ۰/۵۸

۷۵/۸۳ | ۰/۲۱ / ۳۶۱ ، ۹۵/۷۲ | ۰/۷ / ۴۵/۳ ، ۲۷/۷ | ۰/۸ / ۳۴

۱۱ـ خارج‌قسمت هریک از تقسیم‌های زیر را تا دو رقم اعشار بدست آورید.

۱۷/۴ | ۰/۲۳ / ۷۵/۲۵ ، ۴۵/۲۵ | ۲/۷ / ۱۶/۸۳ ، ۳۳/۷ | ۳/۵ / ۹/۱۳

۱۲ـ جمله‌های درست را با ✓ و جمله‌های نادرست را با × مشخص کنید.

✓ الف ـ قرینه‌ی صفر خود صفر است.

× ب ـ صفر از هر عدد صحیح منفی کوچک‌تر است.

× پ ـ قرینه‌ی هر عدد از آن عدد کوچک‌تر است.

✓ ت ـ قرینه‌ی مجموع دو عدد، مساوی مجموع قرینه‌های آن دو عدد است.

✓ ث ـ قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد با خود آن عدد مساوی است.

× ج ـ از هر عدد صحیح بزرگ‌تر است.

✓ چ ـ از یک نقطه فقط یک عمود بر یک خط می‌توان رسم کرد.

× ح ـ اگر سه زاویه‌ی یک مثلث را بدانیم، آن مثلث را می‌توانیم رسم کنیم.

۱۳ـ عدد مناظر هر بردار را مشخص کنید.

نکاتی درباره‌ی تمرین دوره‌ای ۲

این تمرین‌ها به‌منظور یادآوری درس آموزش داده شده در نیم‌سال اوّل و دوم و کسب آمادگی دانش‌آموزان برای امتحان پایان سال تهیه شده است. در قسمت اوّل، مباحث مربوط به حساب، در قسمت دوم، مربوط به هندسه در پایان حل مسئله تمرین شده است.

۱ـ در تمرین ۱ پیدا کردن مقسوم‌علیه‌های اعداد یادآوری می‌شود.

۲ـ در تمرین ۲ روش نردبانی برای پیدا کردن ب.م.م و سپس یافتن ک.م.م یادآوری شده است.

۳ـ در تمرین ۳ پیدا کردن جزء چهارم تناسب یادآوری شده است.

۴ـ در تمرین ۴ مفهوم توان و محاسبات آن آمده است.

۵ ـ در تمرین ۵قانون ضرب اعداد توان‌دار با پایه‌های مساوی یادآوری شده است.

۶ـ در تمرین‌های ۶ و ۷ جمع و تفریق و ضرب و تقسیم اعداد کسری آورده شده است.

۷ـ در تمرین‌های ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ ضرب و تقسیم اعداد اعشاری آورده شده است.

۸ـ در تمرین ۱۲ جمله‌هایی در حد دانش و مفهوم‌های ساده در قالب درست و نادرست آورده شده است.

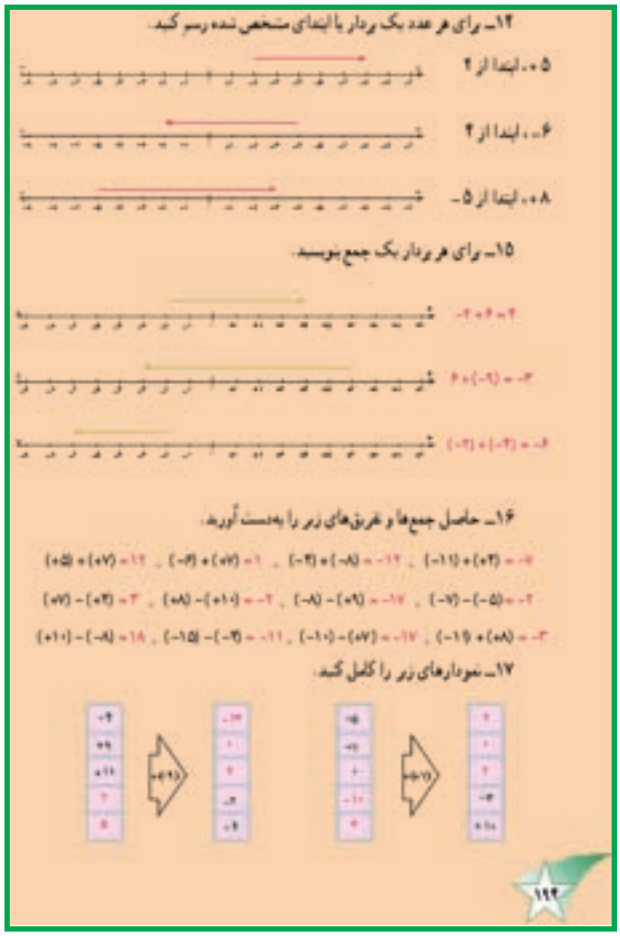
۹ـ در تمرین‌های ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مفاهیم اعداد صحیح به کمک بردار یادآوری شده است.

۱۰ـ در تمرین ۱۶ مهارت دانش‌آموزان برای محاسبات جمع و تفریق موردنظر است.

۱۱ـ در تمرین ۱۷ مهارت دانش‌آموزان برای محاسبات جمع و تفریق اعداد صحیح به صورت یک جدول ارائه شده است. در این تمرین، توانایی دانش‌آموزان در استفاده از جدول نیز مورد نظرند.

۱۲ـ در تمرین‌های ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ مفاهیم مربوط به آمار یادآوری و مرور می‌شود.

۱۳ـ در تمرین ۲۱ دانش‌آموزان سه بار رسم نیم‌ساز را تمرین می‌کنند و زاویه‌ی ۱۳۵ به چهار قسمت مساوی تقسیم


۱۴ـ برای هر عدد یک بردار با ابتدای مشخص شده رسم کنید.

۵ ، ابتدا از ۲

۶ـ ، ابتدا از ۴

۸ ، ابتدا از ۵ـ

۱۵ـ برای هر بردار یک جمع بنویسید.

۱۶ـ حاصل جمع‌ها و عرق‌های زیر را به‌دست آورید.

۱۷ـ نمودارهای زیر را کامل کنید.

۱۸ـ جدول زیر را کامل کنید.

عدد	با تقریب کوتر از	مقدار تقریبی (گرد شده)	مقدار تقریبی (قطع شده)
۳۹,۷۸۶,۷۸۰	۱۰۰۰	۳۹,۷۸۶,۰۰۰	۳۹,۷۸۵,۰۰۰
۷۸۶,۹۹۹	۱۰۰	۷۸۶,۹۰۰	۷۸۵,۹۰۰
۹۸۸/۵	۱۰	۹۹۰	۹۸۰
۹۸۹/۴	۱	۹۸۹	۹۸۹
۱۹/۱۷	۰/۱	۱۹/۱	۴۰
۰/۴۵۴	۰/۰۱	۰/۴۵	۰/۴۵
۱/۹۹۱۱	۰/۰۰۱	۱/۹۹۱	۱/۹۹۱

۱۹ـ تعداد درمانگاه‌های استان‌ها در سال ۱۳۵۹ به شرح زیر بوده است.

الف ـ داده‌ها را با تقریب کوتر از ۱۰ گرد کنید.

ب ـ نمودار میله‌ای آن را رسم کنید. شهرها را روی محور افقی قرار دهید و هر قسمت روی محور عمودی را ۵۰ واحد در نظر بگیرید.

آذربایجان شرقی	۲۴۵	خراسان	۲۲۰	گیلان	۱۱۰
آذربایجان غربی	۱۱۱	خوزستان	۱۱۰	لرستان	۷۰
اصفهان	۲۲۰	زنجان	۹۰	مازندران	۱۶۰
ایلام	۳۰	سمنان	۴۰	مرکزی	۱۰۰
کرمانشاه	۱۰۰	سیستان و بلوچستان	۸۰	هرمزگان	۹۰
بوشهر	۴۰	فارس	۲۶۰	همدان	۹۰
تهران	۴۷۰	کرمان	۱۸۰	یزد	۷۰
چهارمحال و بختیاری	۶۰	کردستان	۱۰۰		

۲۰ـ هزینه‌ی برق مصرفی مدرسه‌ای در طول یک سال تحصیلی به شرح زیر است (اعداد برحسب تومان). نمودار میله‌ای آن را رسم کنید. روی محور عمودی از ۲۵۰۰ شروع کنید و هر قسمت را ۱۰۰۰ واحد در نظر بگیرید.

مهر و آبان	آذر و دی	بهمن و اسفند	فروردین و اردیبهشت	خرداد و تیر	مرداد و شهریور
۶۹۰۰	۷۸۰۰	۹۵۰۰	۷۶۰۰	۴۲۰۰	۲۷۰۰

خواهد شد. در این تمرین اندازه زاویه‌ی ۱۳۵ درجه در نظر گرفته شده است تا دانش‌آموزان از پرگار برای این کار استفاده کنند.

۱۴ـ در تمرین‌های ۲۲ و ۲۳ و ۲۴ دانش‌آموزان به کمک خواص و تعاریف خوانده شده مسائل داده شده را حل می‌کنند.

۱۵ـ در تمرین ۲۵ دانش‌آموزان برای حل مسئله نیاز به رسم خط اضافه دارند که در راهنمایی مسئله به آن اشاره شده است.

۱۶ـ در تمرین‌های ۲۶ و ۲۷ نیز دانش‌آموزان با توجه به تعاریف مستطیل و دایره به نتایج خواسته شده در مسئله خواهند رسید.

۱۷ـ راهبردهای پیشنهادی برای حل مسئله‌ها :

در تمرین‌های ۱ و ۲ و ۳ می‌توانیم از راهبرد تشکیل جدول استفاده کنیم.

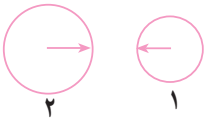
در تمرین‌های ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ می‌توانیم از راهبرد رسم شکل مناسب استفاده کنیم. در تمرین ۱۰ می‌توان از راهبرد حل مسئله ساده‌تر (استفاده از اعداد غیراعشاری و کوچک‌تر) استفاده کرد.

تمرین‌های تکمیلی دوره‌ای ۲

۱ـ به‌جای O کدام عدد را قرار دهیم تا $\frac{۶O۵}{۲O}$ یک عدد طبیعی باشد.

۲ـ اگر $a \times b = ۹۶$ و $a \sqcup b = ۲۴$ باشد بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک a و b چند است؟

۳ـ محیط چرخ ۱ برابر ۱۲۰ سانتی‌متر و محیط چرخ ۲ برابر ۱۵۰ سانتی‌متر است چرخ ۲ چند دور بزند تا برای بار چهارم دو علامت مقابل هم قرار گیرند.



۲۱ـ با فاصله، یک زاویه‌ی ۱۲۵ درجه رسم کنید و با ریسمِ نیمساز، آن را به چهار زاویه‌ی مساوی تقسیم کنید. به روش نیمساز عمل می‌کنید.

۲۲ـ در شکل مقابل، دو مثلث ABC و DBC متساوی‌الساقین هستند. دلیل تساوی دو مثلث ADC و ADB را بیان کنید. چرا AD نیمساز زاویه‌ی A است؟ حالت تساوی ض‌ض‌ض.

۲۳ـ در شکل مقابل، OA⊥OB و OC⊥OD است. چرا دو مثلث OAB و OCD با هم مساوی‌اند؟ حالت تساوی ض‌ز‌ض.
چرا دو زاویه‌ی A و D با هم مساوی‌اند؟ زیرا اجزای متناظر دو مثلث‌اند.

۲۴ـ BD نیمساز زاویه‌های B و D است. چرا دو مثلث ABD و BCD با هم مساوی‌اند؟ حالت تساوی ز‌ض‌ز
تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$AB = BC$ $\quad AD = DC$ $\quad \hat{A} = \hat{C}$

۲۵ـ در شکل مقابل، دو پاره‌خطِ AB و AC با هم مساوی‌اند. چرا AO نیمساز زاویه‌ی A است؟ حالت تساوی ض‌ض‌ض.
راهنمایی: از O به B و C وصل کنید و ثابت کنید که دو مثلث حاصل، متساوی‌اند.

۲۶ـ ABCD مستطیل و AE = CF است. مثلث‌های مساوی با هم و حالت‌های تساوی آن‌ها را بنویسید. مثلث‌های DFC و BAE، حالت تساوی ض‌ز‌ض.
مثلث‌های BEF و DEF، حالت تساوی ض‌ض‌ض.

۲۷ـ چرا دو مثلث OAB و OCD با هم مساوی‌اند؟ حالت تساوی ض‌ز‌ض.
زاویه‌ی A با کدام زاویه مساوی است؟ $\hat{C}$
پاره‌خطِ AB با کدام پاره‌خط برابر است؟ CD

۱۲۳

۱ـ آزمایش نشان داده است که سنگ‌های یک معدن ۲٪ مس دارند. اگر ۱۰ تن سنگ این معدن استخراج و تصفیه شود، چند کیلو مس به‌دست می‌آید؟ ۲۰۰ کیلوگرم

۲ـ رئیس سازمان آمار کشور، رشد جمعیت ایران در سال ۱۳۵۵ نسبت به سال قبل خود ۳/۵٪ بوده است. اگر جمعیت کشور در سال ۱۳۵۵ برابر ۵۰٬۰۰۰٬۰۰۰ نفر بوده باشد، جمعیت ایران در سال ۱۳۵۶ چه‌قدر بوده است؟ ۵۱٬۷۵۰٬۰۰۰ نفر

۳ـ برای تهیه‌ی نوعی رنگ بنفش، باید سه رنگ قرمز، آبی و زرد را به نسبت ۲، ۲ و ۱ با هم مخلوط کنیم. اگر بخواهیم ۱۰۰ کیلو از این رنگ بنفش تهیه کنیم، به چند کیلو از هریک از رنگ‌های قرمز، آبی و زرد نیاز داریم؟ ۴۰، ۴۰ و ۲۰ کیلوگرم

۴ـ در یک روز زمستان، دمای داخل اتاقی ۱۶+ درجه و دمای بیرون ۲۰ درجه سردتر بود. دمای بیرون چند درجه بوده است؟ ۴- درجه

۵ـ در یک روز زمستان، دمای هوای بندرعباس ۲۵ درجه بالای صفر را نشان می‌داد و دمای هوای تبریز ۳۷ درجه سردتر از هوای بندرعباس بود. دمای تبریز را با یک عدد علامت‌دار بنویسید. ۱۲- درجه

۶ـ یک زیردریایی در عمق ۵۴۰ متری از سطح دریا قرار دارد و هواپیمایی در ارتفاع ۲۷۰۰ متری از سطح دریا در حال پرواز است. ارتفاع زیردریایی و هواپیما را از سطح دریا با اعداد علامت‌دار بیان کنید. ۵۴۰- و ۲۷۰۰+

۷ـ دمای داخل یک سردخانه ۱۸- درجه است. دمای یک غذا گوشت ۵+ درجه است. اگر گوشت را در سردخانه بگذاریم، چند درجه سردتر می‌شود؟ ۱۳ درجه

۸ـ در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق ۱۸+ درجه بود. فاطمه پس از این که دمای هوای بیرون را از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون ۲۳ درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون اتاق چند درجه بوده است؟ ۵- درجه

۹ـ دمای مخلوطی از آب و نمک ۲۰+ درجه بود. این مخلوط در ۵- درجه منجمد شد. اختلاف دمای آب نمک با درجه‌ی انجماد آن چه‌قدر است؟ ۲۵ درجه

۱۲۴

۴ـ عدد $\overline{۴۱a۷b}$ بر ۹ بخش‌پذیر است $a + b$ چند است؟

۵ـ آیا $(\frac{۳}{۷})^۲ = \frac{۳^۲}{۴۹}$ است؟

۶ـ حاصل $(۰/۸)^۳ \times (۱۰ \div ۲^۳)^۷ \times (۱ - \frac{۱}{۵})^۳$ را به‌صورت عدد توان‌دار بنویسید.

۷ـ باقی‌مانده‌ی تقسیم ۳/۰۴ ÷ ۰/۶۰۴ را تا سه رقم اعشار در خارج قسمت حساب کنید.

۸ـ خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم ۲۳ ÷ ۷۵۴/۸ به ترتیب ۳۲/۸۱ و ۰/۱۷ شده است. خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم ۲/۳ ÷ ۷۵/۴۸ چقدر است؟

۹ـ حاصل تقسیم‌های زیر را به‌دست آورید.

$۰/۰۰۰۰۱۵ \div ۱۵ =$

$۰/۰۰۰۰۰۱۸ \div ۰/۹ =$

$۰/۰۰۰۰۰۱۸ \div ۹ =$

$۰/۰۰۰۰۰۷۲ \div ۰/۷۲ =$

۱۰ـ حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۴} \times \cdots \times \frac{۹۹}{۱۰۰}$$

۱۱ـ حاصل عبارت زیر را به‌صورت توان بنویسید.

$$۲^{۱۴} + ۲^۲ \times ۲^۳ \times ۲^۴ \times ۲^۵$$

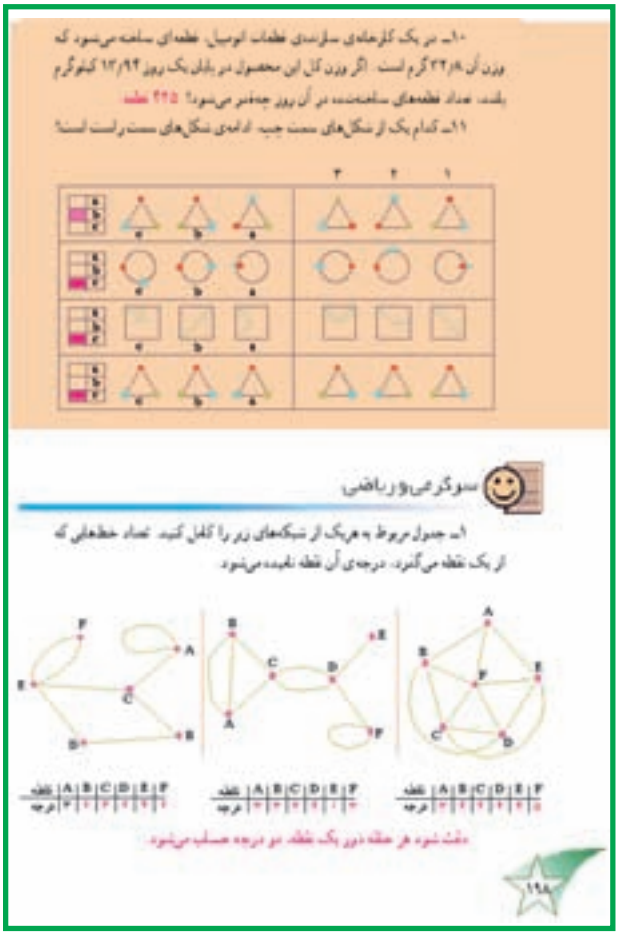
یک بازی دونفره

۳ـ روی یک صفحه‌ی کاغذ سه نقطه رسم کنید. دو نفر بازیکن به نوبت بازی می‌کنند. در هر نوبت، یک نفر یکی از نقطه‌ها را به هر نقطه یا نقطه‌ی دیگری وصل می‌کند و روی خطی که کشیده است، یک نقطه‌ی جدید قرار می‌دهد. درجه‌ی هر نقطه نباید از ۳ بیش‌تر شود. هر کس در نوبت خود نتواند خطی رسم کند، بازنده است. مراحل این بازی را در شکل‌های زیر می‌بینید.

مربع مقابل را در نظر بگیرید.

اگر یک آینه مانند شکل سمت چپ را روی آن قرار دهید، شکل مقابل دیده می‌شود.

با قرار دادن یک آینه در جاهای مختلف، کدام یک از شکل‌های زیر را می‌توان دید؟



۱۰ـ در یک کارخانه‌ی بسته‌بندی قطعات الکترونیکی، قطعه‌ای بسته‌بندی می‌شود که وزن آن ۴۲/۸ گرم است. اگر وزن کل این محصول در پایان یک روز ۱۲/۹۴ کیلوگرم باشد، تعداد قطعه‌های بسته‌بندی‌شده در آن روز چه‌قدر می‌شود؟ ۳۲۵ قطعه

۱۱ـ کدام یک از شکل‌های سمت چپ، ادامه‌ی شکل‌های سمت راست است؟

سرگرمی و ریاضی

۱ـ جدول مربوط به هر یک از شبکه‌های زیر را کامل کنید. تعداد خط‌هایی که از یک نقطه می‌گذرد، درجه‌ی آن نقطه نامیده می‌شود.

دقت کنید هر حلقه روی یک نقطه، دو درجه حساب می‌شود.

۱۲ـ حاصل عبارت زیر را به‌صورت توان بنویسید.

$$۶\times۵^{۶}-۵^{۶}=$$

$$۱۰\times۲^{۸}+۴\times۲^{۸}+۲\times۲^{۸}$$

۱۳ـ بردار ابتدا در ۲− و انتها در ۳+ را رسم کنید و عدد متناظر آن را بنویسید.

۱۴ـ کدام یک از بردارهای زیر قرینه بردار ۵− ابتدا از ۸+ است.

الف) بردار ۴− ابتدا از ۱−

ب) بردار ۴− از ۵−

ج) بردار ابتدا ۲− و انتها ۳+

د) بردار ابتدا در ۲+ و انتها در ۳−

۱۵ـ قرینه‌ی عدد $(-۶)+۱-$ کدام است؟

الف) ۶−۱ ب) $(-۶)+۱$

ج) ۶+۱ د) ۶+۱−

۱۶ـ حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$(-۱۶-۲)+[(۲۶-۵۳)-(-۴۳+۲۶)]$$

۱۷ـ شکل زیر کدام خاصیت جمع اعداد صحیح را نشان می‌دهد؟

۱۸ــ جسمی را از دمای ۱۲+ به دمای ۷+ رساندیم این جسم سردتر شده یا گرم‌تر؟ چند درجه؟

۱۹ــ ارتفاع چهار شهر از سطح دریا مشخص شده است، مرتفع‌ترین شهر کدام است؟

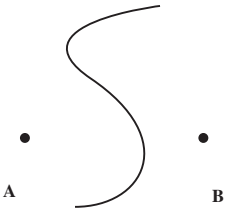
الف) بندرترکمن ۲۰– ب) آستارا ۱۳–

ج) رامسر ۲۱– د) فومن ۳–

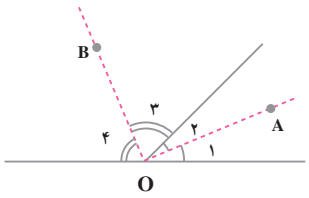
۲۰ــ مقدار تقریبی عدد ۳/۴۷۱ را با تقریب کمتر از ۰/۱ به روش گردکردن به‌دست آورید.

۲۱ــ مقدار تقریبی عدد $\frac{۵}{۶}$ با تقریب کمتر از ۰/۰۰۰۱ به روش گردکردن چه‌قدر است؟

۲۲ــ در شکل مقابل چند نقطه می‌توان پیدا کرد که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد؟



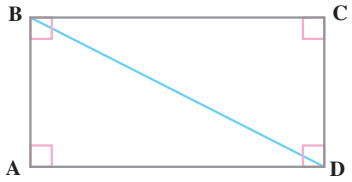
۲۳ــ در شکل زیر $\hat{۲} = \hat{۱}$ و $\hat{۴} = \hat{۳}$ اندازه‌ی $A\hat{O}B$ چند درجه است؟



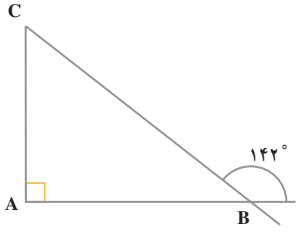
۲۴ــ روی خطی، ۵ نقطه اختیار کنید چند پاره‌خط حاصل می‌شود؟

۲۵ــ آیا با اعداد ۱ و ۲ و ۳ می‌توان یک مثلث رسم کرد؟ چرا؟

۲۶ــ باتوجه به شکل چرا دو مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ و $\overset{\Delta}{BCD}$ برابرند؟



۲۷ــ در شکل زیر AB = AC است اندازه‌ی مکمل A را حساب کنید.



۲۸ــ عبارات درست را ✔ و عبارات نادرست را ✖ بزنید.

ــ اگر ب.م.م و ک.م.م دو عدد a و b مساوی باشد، آن‌گاه a = b است.

ــ $\frac{۱}{۴}$ = ۰/۲۵ است.

ـ قرینه $۲^۴$ عدد $(-۲)^۴$ است.
ـ سه برابر عدد $۳^۴$ عدد $۹^۴$ است.
ـ مقسوم‌علیه مشترک دو عدد دلخواه از دو عدد کوچک‌تر است.
ـ قرینه هر عدد از آن عدد کوچک‌تر است.
ـ دو عدد وجود دارد که معکوس آن‌ها با خودشان برابر است.
ـ صفر معکوس ندارد.
ـ تنها عددی که قرینه‌اش با خودش برابر است صفر است.
ـ دو زاویه‌ی متقابل به رأس نمی‌توانند متمم باشند.
ـ دو زاویه‌ی مکمل نمی‌توانند متمم باشند.
ـ دو زاویه‌ی تند نمی‌توانند مکمل باشند.
ـ هرگاه سه زاویه از مثلثی با سه زاویه از مثلث دیگر برابر شوند، دو مثلث برابرند.
ـ قطر دایره‌ی تشکیل شده از دو وتر از دایره.

یادداشت معلم

مدرسان محترم، دانشجو معلمان گرامی و صاحب نظران ارجمند می توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطالب این کتاب از طریق نامه به یکی از نشانی های زیر ارسال نمایند.

صندوق پستی ۱۵۸۵۵ ۳۶۳ - گروه تربیت معلم

پیام نگار (ایمیل) teacheredu@talif.sch.ir

وب گاه (وب سایت) http://teacheredu.talif.sch.ir

دفتر برنامه ریزی و تألیف کتاب های درسی