



فصل

حرکت بر خط راست



در چه صورت بردار شتاب دو خودرو که بر خط راست و در جهت مخالف یکدیگر حرکت می‌کنند می‌تواند یکسان باشد؟

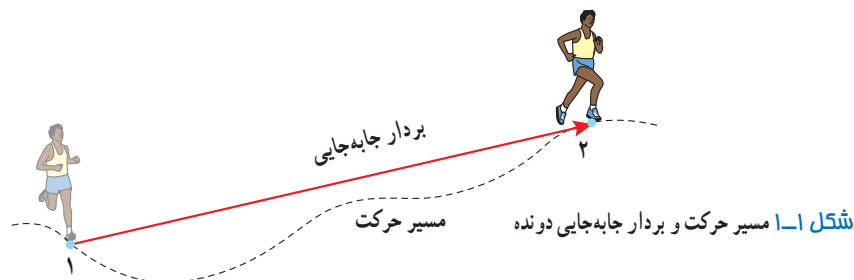
بخش‌ها

- ۱-۱ شناخت حرکت
- ۲-۱ حرکت با سرعت ثابت
- ۳-۱ حرکت با شتاب ثابت

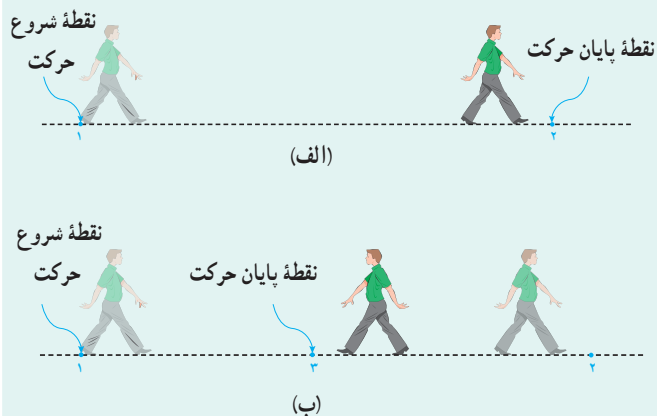
بررسی حرکت اجسام، همواره مورد توجه بشر بوده است. در فیزیک نیز، شناخت و توصیف حرکت اجسام، یکی از مباحث مهمی است که در هر کتاب درسی به آن پرداخته می‌شود و زمینه‌ساز درک بهتر مباحث دیگر فیزیک است. آشنایی با حرکت اجسام، که به آن حرکت‌شناسی یا سینماتیک نیز گفته می‌شود، در بیشتر شاخه‌های مهندسی اهمیت زیادی دارد. برای مثال، مدت زمان رسیدن تندی خودرو از صفر به 100 km/h یکی از معیارهای مقایسه خودروهای امروزی در صنعت خودروسازی است. همچنین مهندسانی که به طراحی و ساخت باند پرواز فرودگاه‌ها می‌پردازند توجه دارند که هواپیماهای مختلف برای آنکه به تندی لازم برای برخاستن برسند، چه مسافتی را باید روی باند پرواز طی کنند. زمین‌شناسان نیز برای تعیین محل‌هایی که امکان وقوع زمین‌لرزه در آنها بیشتر است باید حرکت صفحه‌های زمین را بررسی کنند و از مفاهیم مرتبط با بحث حرکت‌شناسی استفاده کنند. افزون بر اینها پژوهشگران پزشکی برای یافتن رگ مسدود باید به نحوه حرکت خون در رگ‌ها توجه کنند. در این فصل ابتدا نگاهی دقیق‌تر خواهیم انداخت به آنچه در علوم نهم در خصوص حرکت آموختید. پس از آن، به ساده‌ترین نوع حرکت، یعنی حرکت جسم بر خط راست با سرعت ثابت، خواهیم پرداخت. پس از آن حرکت با شتاب ثابت بر خط راست را بررسی می‌کنیم.

۱-۱ شناخت حرکت

در علوم سال نهم با مفاهیم اولیه حرکت آشنا شدید. در این بخش ضمن مرور این مفاهیم و کمیت‌های مرتبط با آنها، زمینه لازم را برای شناخت و توصیف دقیق‌تر حرکت فراهم می‌کنیم. مسافت و جابه‌جایی: شکل ۱-۱ مسیر حرکت دونه‌ای را از مکان ۱ تا مکان ۲ نشان می‌دهد. طول این مسیر، مسافت پیموده شده یا به اختصار **مسافت** نامیده می‌شود. همچنین پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند **برداری جابه‌جایی** نامیده می‌شود.



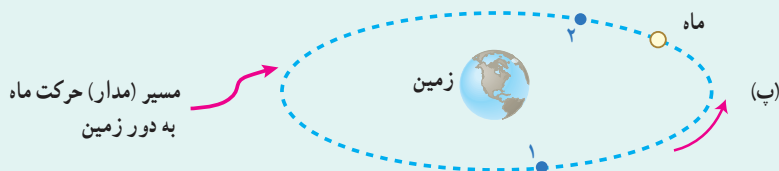
پرسش ۱-۱



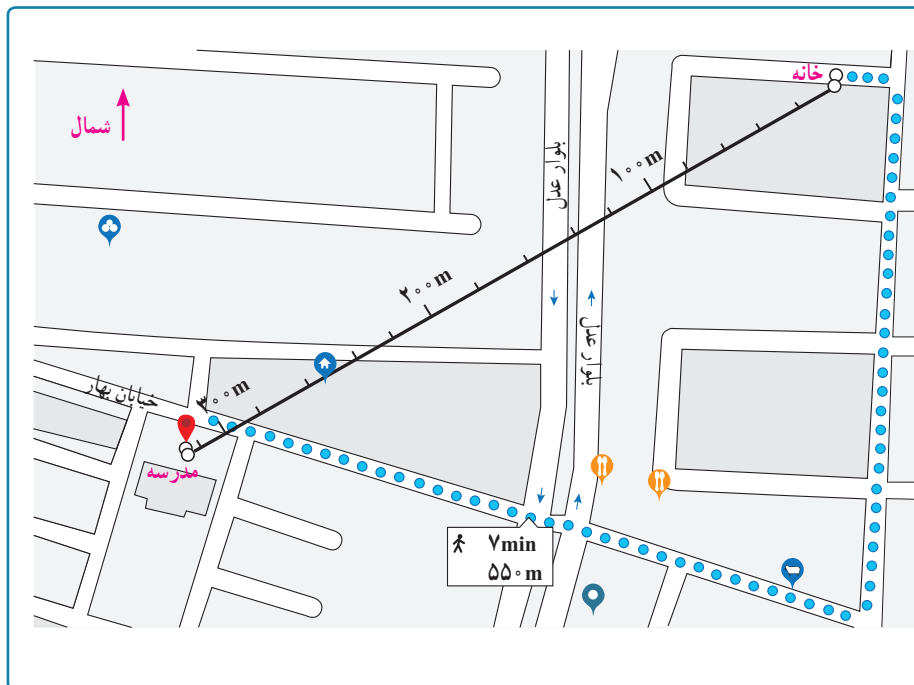
۱- شکل الف شخصی را در حال پیاده‌روی در راستای خط راست و بدون تغییر جهت، از مکان ۱ به مکان ۲ نشان می‌دهد. مسیر حرکت و برداری جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه برداری جابه‌جایی را با مسافت مقایسه کنید.

۲- شخص پس از رسیدن به مکان ۲، برمی‌گردد و روی همان مسیر به مکان ۳ می‌رود (شکل ب). مسیر حرکت و برداری جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه برداری جابه‌جایی را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.

۳- شکل پ مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان می‌دهد. وقتی ماه در جهت نشان داده شده در شکل، از مکان ۱ به مکان ۲ می‌رود مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی آن را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه‌جایی آن را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.



فعالیت ۱-۱



همانند شکل روبه‌رو و به کمک یک نرم‌افزار نقشه‌یاب، مکان خانه و مدرسه‌تان را مشخص کنید. سپس مسافت و اندازه بردار جابه‌جایی خانه تا مدرسه را تعیین کنید.

تندی متوسط و سرعت متوسط: اگر متحرکی مانند دونه‌ی شکل ۱-۱ در مدت زمان Δt از مکان ۱ به مکان ۲ برود و مسافت و بردار جابه‌جایی بین این دو مکان را به ترتیب با l و \vec{d} نشان دهیم، همان‌طور که در علوم سال نهم دیدید، تندی متوسط و سرعت متوسط دونده به صورت زیر تعریف می‌شوند^۱:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \quad \text{(تندی متوسط)} \quad (1-1)$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \quad \text{(سرعت متوسط)} \quad (2-1)$$

همان‌طور که دیده می‌شود تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط، کمیتی برداری^۲ است و یکای SI آنها، متر بر ثانیه (m/s) است که می‌توان آنها را برحسب یکاهای دلخواه دیگری مانند کیلومتر بر ساعت (km/h) نیز بیان کرد.

۱- شاخص پایین av در نمادهای تندی متوسط و سرعت متوسط از واژه انگلیسی average به معنای متوسط گرفته شده است.
 ۲- آموزش مسائلی که دانش‌آموزان را در محاسبه \vec{d} و \vec{v}_{av} ، درگیر عملیات برداری دو یا سه بعدی، در صفحه xy یا فضای xyz می‌کند خارج از برنامه درسی این کتاب است و ارزشیابی از آن نباید انجام شود.

مثال ۱-۱

تندی متوسط و سرعت متوسط دانش‌آموز فعالیت ۱-۱ را پیدا کنید.

پاسخ: با توجه به داده‌های روی نقشه، اگر دانش‌آموز در مدت زمان $\Delta t = 7/00 \text{ min} = 420 \text{ s}$ مسافت $l = 550 \text{ m}$ را از خانه تا مدرسه پیموده باشد، با توجه به رابطه ۱-۱ تندی متوسط وی برابر $v_{av} = 550 \text{ m} / 420 \text{ s} = 1/31 \text{ m/s}$ می‌شود و مفهوم فیزیکی آن این است که دانش‌آموز به‌طور متوسط در هر ثانیه $1/31 \text{ m}$ از طول مسیر را پیموده است. همچنین با توجه به نقشه، اندازه بردار جابه‌جایی دانش‌آموز 325 m متر و جهت آن به طرف جنوب غربی است. در نتیجه با توجه به رابطه ۱-۲ اندازه سرعت متوسط وی برابر $v_{av} = 325 \text{ m} / 420 \text{ s} = 0/774 \text{ m/s}$ و جهت آن به طرف جنوب غربی است.

پرسش ۲-۱

در چه صورت اندازه سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟ برای پاسخ خود می‌توانید به شکل‌های پرسش ۱-۱ نیز توجه کنید.

اکنون سرعت متوسط را برای حالتی بررسی می‌کنیم که جسم بر خط راست حرکت می‌کند. به این منظور محوری مانند محور x را انتخاب و فرض می‌کنیم که جسم در راستای آن حرکت می‌کند. توجه کنید که در انتخاب محور (در اینجا محور x) مکان دلخواهی به عنوان مبدأ ($x=0$) روی محور در نظر گرفته می‌شود. برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند **برداری مکان** جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

شکل ۲-۱ الف و ب، بردار مکان شخصی را که در جهت محور x می‌دود در دو لحظه متفاوت t_1 و t_2 نشان می‌دهد. بردار مکان دونده را در این دو لحظه، می‌توان به صورت زیر نوشت:

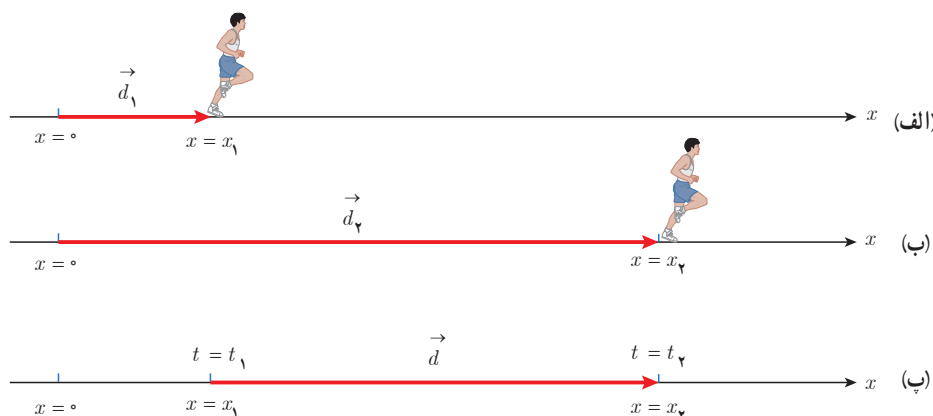
$$\vec{d}_1 = x_1 \vec{i} \quad \text{و} \quad \vec{d}_2 = x_2 \vec{i}$$

در این صورت و با توجه به شکل ۲-۱ ب، بردار جابه‌جایی دونده برابر است با

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = x_2 \vec{i} - x_1 \vec{i} = (\Delta x) \vec{i}$$

به این ترتیب رابطه ۲-۱ مربوط به سرعت متوسط دونده را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} \quad (\text{سرعت متوسط در راستای محور } x) \quad (3-1)$$

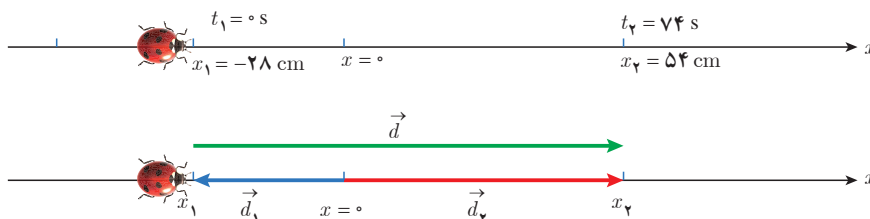


شکل ۲-۱ الف) و ب) بردار مکان دونده در دو لحظه متفاوت و ب) بردار جابه‌جایی آن

مثال ۲-۱

کفش دوزکی که در جهت محور x در حرکت است، در لحظه‌های $t_1=0\text{ s}$ و $t_2=74\text{ s}$ به ترتیب از مکان‌های $x_1=-28\text{ cm}$ و $x_2=54\text{ cm}$ می‌گذرد.

الف) بردارهای مکان در لحظه‌های t_1 و t_2 و بردار جابه‌جایی کفش دوزک در این بازه زمانی را رسم کنید.
ب) سرعت متوسط کفش دوزک را در این بازه زمانی پیدا کنید.



پاسخ: الف)

ب) چون کفش دوزک در راستای خط راست حرکت می‌کند، سرعت متوسط آن برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \vec{i} = \frac{54\text{ cm} - (-28\text{ cm})}{74\text{ s} - 0\text{ s}} \vec{i} = (1.1\text{ cm/s}) \vec{i}$$

تمرین ۱-۱

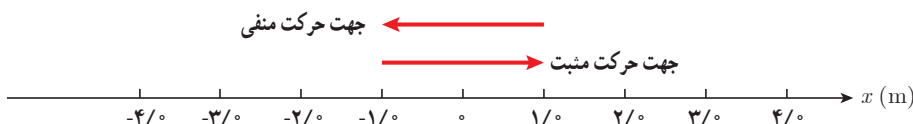
جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان $4/0\text{ s}$ فاصله بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

مکان آغازین	مکان پایانی	بردار جابه‌جایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
$(-2/0\text{ m}) \vec{i}$	$(6/4\text{ m}) \vec{i}$			متحرک A
$(-2/5\text{ m}) \vec{i}$	$(-5/6\text{ m}) \vec{i}$			متحرک B
$(2/0\text{ m}) \vec{i}$	$(8/6\text{ m}) \vec{i}$			متحرک C
$(-1/4\text{ m}) \vec{i}$			$(2/4\text{ m/s}) \vec{i}$	متحرک D

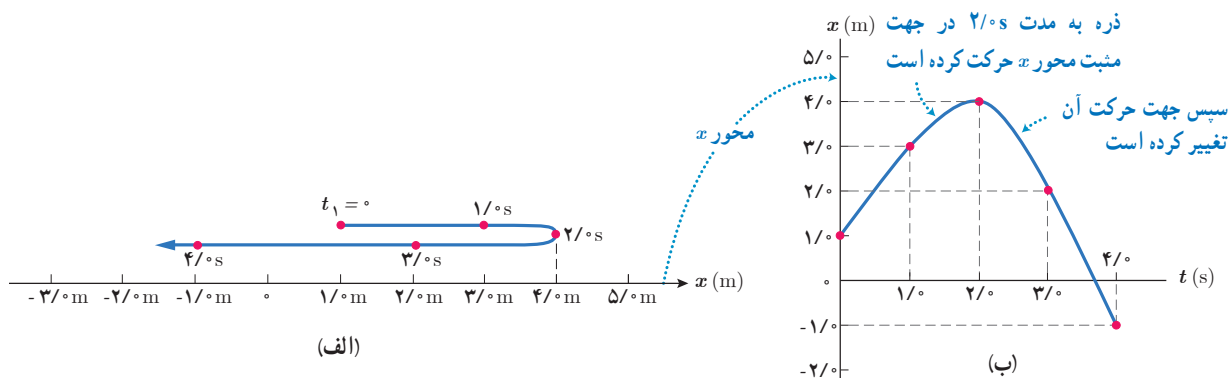
از آنجا که در ادامه این فصل، تنها حرکت اجسام بر خط راست بررسی می‌شود، جابه‌جایی متحرک را به جای بردار \vec{d} به صورت Δx و سرعت متوسط را به جای بردار \vec{v}_{av} به صورت رابطه زیر در حل مسئله‌ها به کار می‌بریم. در این صورت علامت جبری Δx و v_{av} جهت جابه‌جایی را نشان می‌دهند. اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند جابه‌جایی و سرعت متوسط آن مثبت و اگر متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن منفی خواهد بود (شکل ۱-۳).

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{رابطه سرعت متوسط برای حرکت در راستای محور } x) \quad (1-4)$$

شکل ۱-۳ مکانی که روی یک محور تعیین می‌شود برحسب یکای طول (در اینجا متر) نشانه گذاری می‌شود و در دو جهت تا بی‌نهایت ادامه دارد. نام محور، در اینجا x ، در قسمت مثبت نوشته می‌شود.

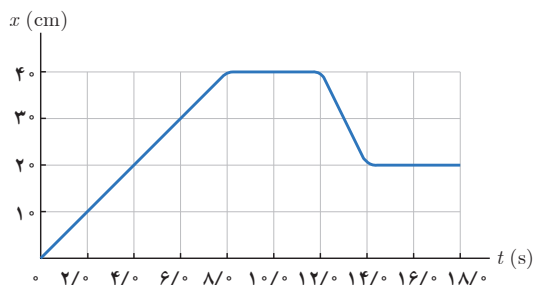


برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نمودار مکان - زمان، که مکان جسم را در هر لحظه نشان می‌دهد، استفاده کرد. برای رسم این نمودار، زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم در نظر می‌گیریم. برای مثال، به حرکت ذره‌ای که در شکل ۱-۴ الف نشان داده شده است، توجه کنید. این ذره در لحظه $t_1 = 0\text{ s}$ در مکان $x_1 = 1\text{ m}$ ، در لحظه $t_2 = 1\text{ s}$ در مکان $x_2 = 3\text{ m}$ قرار دارد و به همین ترتیب در لحظه‌های دیگر در مکان‌های دیگر. اگر بخواهیم نمودار مکان - زمان حرکت این ذره را رسم کنیم، ابتدا به هر یک از محورهای مکان و زمان را با مقیاسی مناسب مدرج می‌کنیم. سپس نقاطی از نمودار را که مربوط به هر یک از زمان‌ها و مکان‌های داده شده است، در صفحه $x-t$ مشخص می‌کنیم و با وصل کردن این نقاط به هم، به وسیله یک منحنی (خم) هموار، نمودار مکان - زمان را همانند شکل ۱-۴ ب رسم می‌کنیم.



شکل ۱-۴ الف) مسیر حرکت ذره در امتداد محور x . ب) نمودار مکان - زمان متحرک

مثال ۱-۳



شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان مورچه‌ای را نشان می‌دهد که در راستای محور x در حرکت است.

الف) در کدام بازه زمانی مورچه در جهت محور x حرکت می‌کند؟

ب) در کدام بازه زمانی مورچه در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟

پ) در کدام بازه‌های زمانی مورچه ایستاده است؟

ت) در کدام لحظه‌هایی فاصله مورچه از مبدأ 3 cm است؟

ث) در کدام بازه زمانی فاصله مورچه از مبدأ محور بیشترین مقدار است؟

ج) جابه‌جایی و سرعت متوسط مورچه را در بازه زمانی 4 s تا 8 s پیدا کنید.

پاسخ: الف) در بازه زمانی $t = 0\text{ s}$ تا $t = 8\text{ s}$ ، زیرا در این بازه، x همواره در حال افزایش است.

ب) در بازه زمانی $t = 12\text{ s}$ تا $t = 14\text{ s}$ ، زیرا در این بازه، x همواره در حال کاهش است.

پ) در بازه‌های زمانی $t = 8\text{ s}$ تا $t = 12\text{ s}$ و $t = 14\text{ s}$ تا $t = 18\text{ s}$

ت) در لحظه‌های $t = 6\text{ s}$ و $t = 13\text{ s}$

ث) در بازه زمانی $t = 8\text{ s}$ تا $t = 12\text{ s}$

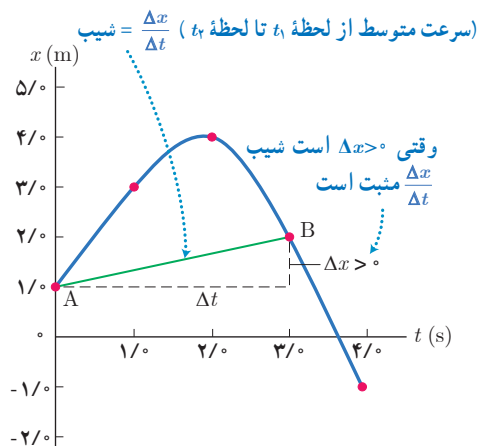
ج)

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4\text{ cm} - 2\text{ cm} = 2\text{ cm}$$

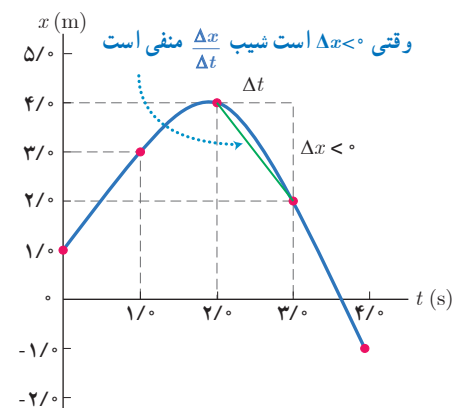
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\text{ cm}}{8\text{ s} - 4\text{ s}} = 0.5\text{ cm/s}$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که مورچه در جهت مثبت محور x جابه‌جا شده است.

فصل ۱: حرکت بر خط راست



شکل ۱-۵ سرعت متوسط بین دو لحظه $t_1 = 0$ و $t_2 = 3$ s



تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان-زمان: دوباره به نمودار شکل ۱-۴ که پاره خط بین دو نقطه دلخواه آن مطابق شکل ۱-۵ رسم شده است توجه کنید. همان طور که از درس ریاضی می دانید نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر شیب پاره خطی است که دو نقطه A و B را به هم وصل می کند. از سوی دیگر با توجه به رابطه ۱-۴ می دانیم که این نسبت برابر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 است. به این ترتیب می توان نتیجه گرفت که **سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان-زمان را به یکدیگر وصل می کند.**

مثال ۱-۴

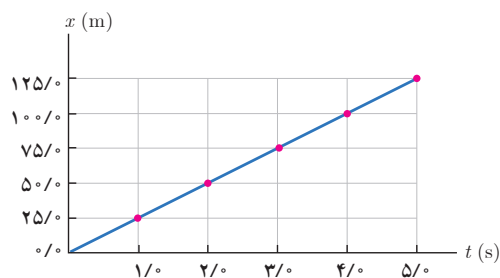
با توجه به نمودار مکان-زمان شکل ۱-۴، سرعت متوسط ذره را در بازه زمانی $t_1 = 2$ s تا $t_2 = 3$ s به دست آورید.

پاسخ: از رابطه ۱-۴ داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2/0 \text{ m} - 4/0 \text{ m}}{3/0 \text{ s} - 2/0 \text{ s}} = -2/0 \text{ m/s}$$

علامت منفی v_{av} نشان می دهد که شیب خط واصل بین این دو نقطه از نمودار مکان-زمان، منفی است. توجه کنید که بدون محاسبه v_{av} نیز، با توجه به فهم هندسی ای که از منفی بودن شیب خط واصل دو نقطه نمودار داریم، می توانستیم به منفی بودن v_{av} پی ببریم.

مثال ۱-۵



نمودار مکان-زمان موتورسواری که بر خط راست حرکت می کند مطابق شکل روبه رو است. سرعت متوسط موتورسوار را در هر یک از بازه های زمانی 0/s تا 1/s، 1/s تا 2/s، 2/s تا 3/s، 3/s تا 4/s، 4/s تا 5/s محاسبه کنید. نتایج به دست آمده را با هم مقایسه و تفسیر کنید.

پاسخ: با توجه به داده های روی نمودار و بنا به رابطه ۱-۴، سرعت متوسط موتورسوار، برای هر یک از بازه های زمانی خواسته شده، برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25/0 \text{ m} - 0/0 \text{ m}}{1/0 \text{ s} - 0/0 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

بازه زمانی 0/s تا 1/s

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100/0 \text{ m} - 50/0 \text{ m}}{4/0 \text{ s} - 2/0 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

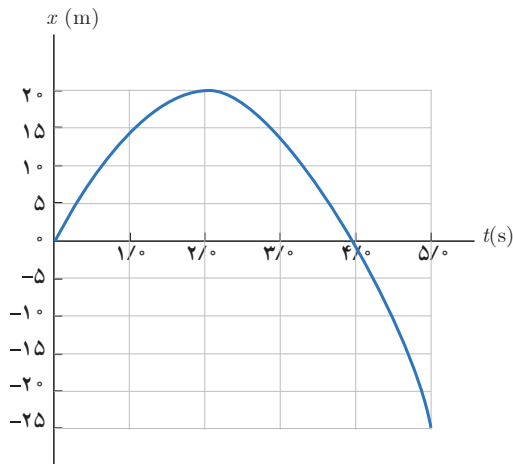
بازه زمانی 2/s تا 4/s

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{125/0 \text{ m} - 25/0 \text{ m}}{5/0 \text{ s} - 1/0 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

بازه زمانی 1/s تا 5/s

اگر در هر بازه زمانی دلخواه دیگری نیز سرعت متوسط موتورسوار را حساب کنید، خواهید دید که همین مقدار برای آن به دست می‌آید. از آنجا که شیب نمودار مکان-زمان برای هر بازه زمانی دلخواه برابر سرعت متوسط متحرک است، با توجه به ثابت بودن شیب نمودار مکان-زمان موتورسوار در طول حرکت، چنین انتظاری می‌رفت.

مثال ۱-۶



شکل روبه‌رو، نمودار مکان-زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند.

الف) با استفاده از داده‌های روی شکل، سرعت متوسط خودرو را در هر یک از بازه‌های زمانی $0/s$ تا $2/s$ ، $2/s$ تا $4/s$ ، $4/s$ تا $5/s$ تا $0/s$ حساب کنید.

ب) در کدام یک از این بازه‌های زمانی، سرعت متوسط در جهت محور x و در کدام یک در خلاف جهت محور x است؟

پاسخ: الف) با توجه به داده‌های روی نمودار و بنا به رابطه ۱-۳، سرعت متوسط خودرو برای هر یک از بازه‌های زمانی خواسته شده، برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20\text{ m} - 0\text{ m}}{2/s - 0/s} = 10\text{ m/s}$$

بازه زمانی $0/s$ تا $2/s$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0\text{ m} - 20\text{ m}}{4/s - 2/s} = 0\text{ m/s}$$

بازه زمانی $2/s$ تا $4/s$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0\text{ m} - 20\text{ m}}{4/s - 2/s} = -10\text{ m/s}$$

بازه زمانی $2/s$ تا $4/s$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-25\text{ m} - 20\text{ m}}{5/s - 2/s} = -15\text{ m/s}$$

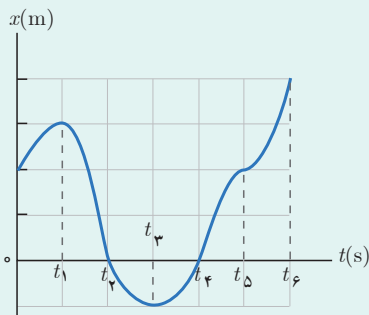
بازه زمانی $2/s$ تا $5/s$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-25\text{ m} - 0\text{ m}}{5/s - 4/s} = -25\text{ m/s}$$

بازه زمانی $4/s$ تا $5/s$

ب) در بازه‌های زمانی ای که سرعت متوسط خودرو مثبت است، سرعت متوسط خودرو در جهت محور x و در بازه‌های زمانی ای که سرعت متوسط منفی است، سرعت متوسط خودرو در خلاف جهت محور x است.

پوشی ۱-۳



با توجه به نمودار مکان-زمان شکل روبه‌رو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

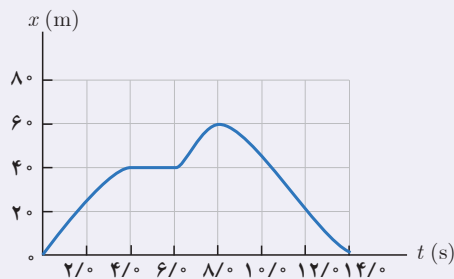
ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

ت) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟

ث) جابه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟

تمرین ۱-۲



شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

- الف) در کدام لحظه دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟
 ب) در کدام بازه‌های زمانی دوچرخه‌سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟
 پ) در کدام بازه زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟
 ت) در کدام بازه زمانی، دوچرخه‌سوار ساکن است؟
 ث) تندی متوسط و سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در هر یک از بازه‌های

زمانی $0/s$ تا $2/s$ ، $4/s$ تا $6/s$ ، $2/s$ تا $4/s$ ، $6/s$ تا $8/s$ ، $8/s$ تا $14/s$ ، $0/s$ تا $14/s$ حساب کنید.



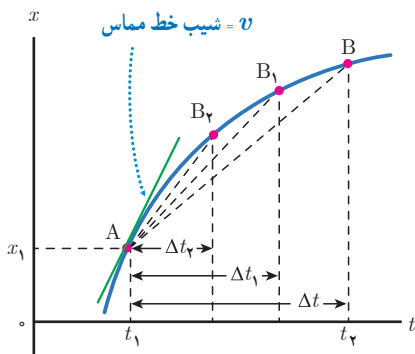
شکل ۱-۶ عقربه تندی سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد و هیچ گونه اطلاعی در خصوص جهت حرکت خودرو به ما گزارش نمی‌کند.

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای: تندی متحرک در هر لحظه از زمان را **تندی لحظه‌ای**

می‌نامند. اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، در واقع **سرعت لحظه‌ای** (\vec{v}) آن را، که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم. برای مثال وقتی درون خودرویی به طرف شمال در حال حرکت باشید و در نقطه‌ای از مسیر، عقربه تندی سنج خودروی شما روی 100 km/h باشد (شکل ۱-۶)، تندی لحظه‌ای خودرو برابر 100 km/h و سرعت لحظه‌ای آن 100 km/h به طرف شمال است. برای سادگی، بیشتر وقت‌ها سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای را به ترتیب به صورت سرعت و تندی بیان می‌کنند. از آنجا که در ادامه این فصل تنها حرکت اجسام بر خط راست بررسی می‌شود، سرعت لحظه‌ای متحرک را در حل مسئله‌ها به جای بردار \vec{v} به صورت v به کار می‌بریم. هر گاه متحرک در جهت مثبت محور x حرکت کند v مثبت است و هر گاه در جهت منفی محور حرکت کند v منفی است.

پوشش ۱-۴

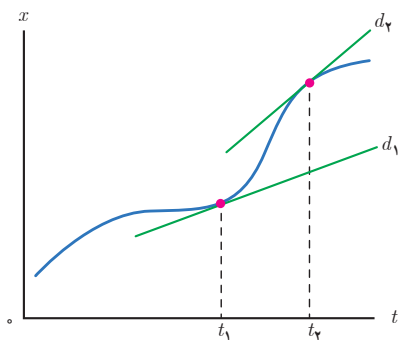
از روی نمودار مکان - زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.



شکل ۱-۷ با کوچک شدن تدریجی Δt ، نقطه B به نقطه A نزدیک می‌شود. در این صورت خط واصل بین این دو نقطه، در حالتی که بازه زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، به خط مماس بر منحنی در نقطه A میل می‌کند. به این ترتیب شیب این خط، برابر با سرعت متحرک در لحظه t_1 است.

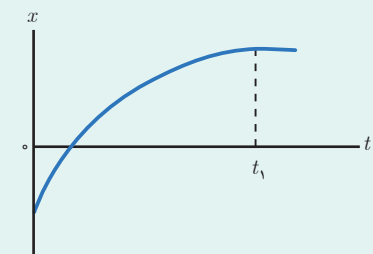
تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان - زمان: پیش از این دیدیم که سرعت متوسط متحرک بین هر دو لحظه دلخواه، برابر شیب خطی است که نمودار مکان - زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند. همان‌طور که در شکل ۱-۷ دیده می‌شود اگر Δt به تدریج کوچک و کوچک‌تر شود، نقطه B به نقطه A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؛ به طوری که اگر Δt به سمت صفر میل کند ($\Delta t \rightarrow 0$) نقطه B به نقطه A بسیار نزدیک می‌شود و سرانجام خط واصل بین این دو نقطه به خط مماس بر نمودار در نقطه A میل می‌کند. در این حالت، شیب خط مماس برابر سرعت متحرک در لحظه t_1 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که: **سرعت در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است.**

مثال ۱-۲



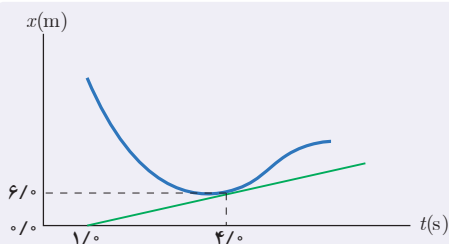
شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. d_1 و d_2 خط‌های مماس بر منحنی را در دو لحظه متفاوت نشان می‌دهند. در کدام لحظه سرعت متحرک بیشتر است؟
پاسخ: با توجه به شکل، شیب خط d_2 بیشتر از شیب خط d_1 است. بنابراین سرعت متحرک در لحظه t_2 بیشتر از سرعت آن در لحظه t_1 است ($v_2 > v_1$). توجه کنید که شیب هر دو خط مثبت است و بنابراین سرعت نیز در هر دو لحظه مثبت، یعنی در جهت محور x است.

پرسش ۱-۵



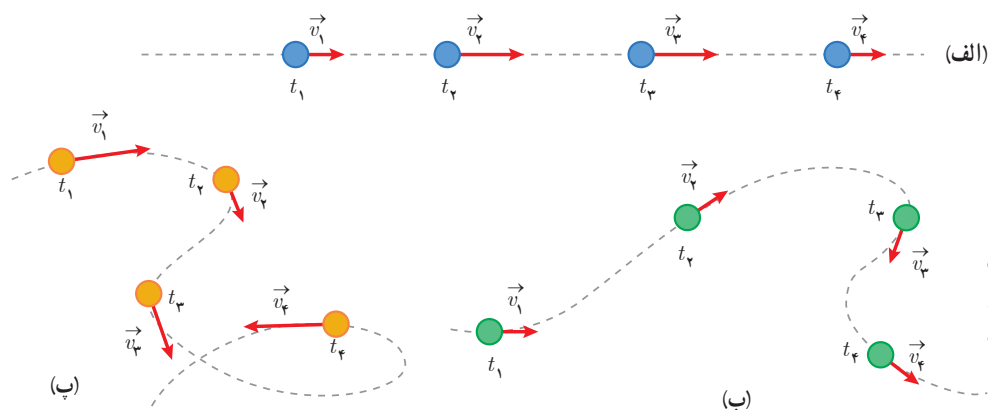
شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت است.
 الف) از لحظه صفر تا لحظه t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟
 ب) اگر در لحظه t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟

تمرین ۱-۳



شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد. خط مماس بر منحنی در لحظه $t = 4/10$ s، رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای: در علوم سال نهم دیدید که هرگاه سرعت جسمی تغییر کند حرکت آن شتاب‌دار است. با توجه به اینکه بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است^۱ تغییر سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر حرکت می‌تواند به دلیل تغییر در اندازه بردار سرعت (تندی) جسم باشد (شکل ۱-۸ الف)، یا می‌تواند به دلیل تغییر در جهت بردار سرعت آن باشد (شکل ۱-۸ ب)، یا همچنین می‌تواند به دلیل تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت متحرک باشد (شکل ۱-۸ پ).



شکل ۱-۸ وقتی سرعت جسمی (الف) به دلیل تغییر اندازه آن، (ب) به دلیل تغییر جهت آن و (پ) به دلیل تغییر اندازه و جهت آن تغییر کند، حرکت جسم شتاب‌دار است.

۱- توجه کنید که مماس بودن بردار سرعت بر مسیر حرکت متفاوت با برابری سرعت با شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان است که پیش از این دیدیم.

شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه t_1 تا t_2 به صورت رابطه ۵-۱ تعریف می‌شود که در آن v_1 سرعت متحرک در لحظه t_1 و v_2 سرعت متحرک در لحظه t_2 است. همان‌طور که دیده می‌شود شتاب متوسط (a_{av})، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت ($\Delta \vec{v}$) است^۱. یکای SI شتاب متوسط، متر بر مربع ثانیه (m/s^2) است.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (\text{شتاب متوسط}) \quad (5-1)$$

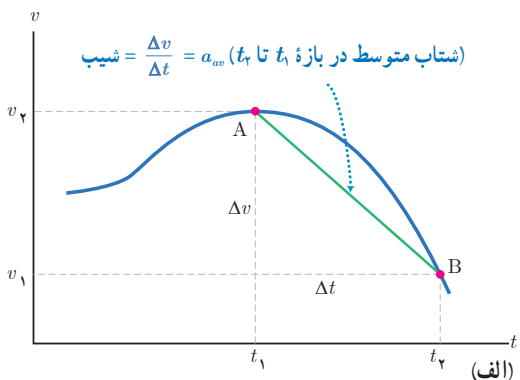
مثال ۸-۱

خودرویی از حال سکون در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. پس از $12s$ ، سرعت خودرو به $24m/s$ در جهت محور x می‌رسد. شتاب متوسط خودرو را در این بازه زمانی به دست آورید.

پاسخ: از رابطه ۵-۱، داریم:

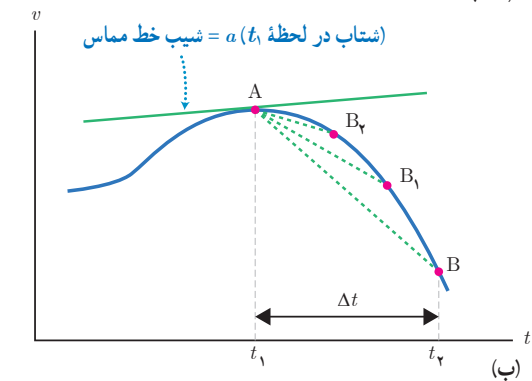
$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(24 \text{ m/s}) \hat{i} - (0 \text{ m/s}) \hat{i}}{12 \text{ s} - 0 \text{ s}} = (2 \text{ m/s}^2) \hat{i}$$

همان‌طور که دیده می‌شود، اندازه شتاب متوسط خودرو 2 m/s^2 و شتاب در جهت محور x است.



اگر متحرک در یک راستا حرکت کند رابطه ۵-۱ را می‌توان به صورت زیر به کار برد ولی با توجه به ماهیت برداری v_1 و v_2 باید به علامت‌های جبری آنها که نشان‌دهنده جهت آنهاست توجه کنیم.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\text{شتاب متوسط در حرکت بر خط راست}) \quad (6-1)$$

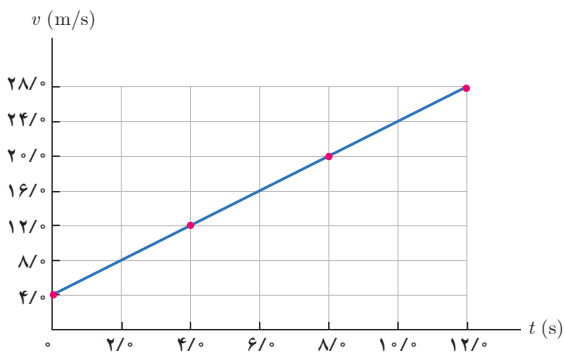


تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت - زمان: در شکل ۹-۱ الف، نمودار سرعت - زمان متحرکی نشان داده شده است که روی خط راست حرکت می‌کند. با توجه به تعریف شتاب متوسط، معلوم می‌شود، که شتاب متوسط بین دو لحظه برابر شیب خطی است که نمودار سرعت - زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند. همان‌طور که در شکل ۹-۱ ب دیده می‌شود، اگر Δt به سمت صفر میل کند ($\Delta t \rightarrow 0$) خط واصل بین نقطه‌های A و B ، به خط مماس بر نمودار در نقطه A میل می‌کند. در این حالت، شیب خط مماس برابر شتاب متحرک در لحظه t_1 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که: **شتاب در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه است.** در کتاب‌های فیزیک برای سادگی، شتاب لحظه‌ای را شتاب می‌نامند و آن را با نماد a نشان می‌دهند.

شکل ۹-۱ الف) شتاب متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2
ب) شتاب متحرک در لحظه t_1

۱- آموزش مسائلی که دانش‌آموزان را در محاسبه $\vec{a}_{av} = \Delta \vec{v} / \Delta t$ ، درگیر عملیات برداری دو یا سه بعدی، در صفحه xy یا فضای xyz می‌کند خارج از برنامه درسی این کتاب است و ارزشیابی از آن نباید انجام شود.

مثال ۱-۹



نمودار سرعت-زمان موتورسواری که در امتداد محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی $0/s$ تا $120/s$ ، مطابق شکل روبه‌رو است. شتاب متوسط موتورسوار و جهت آن را در هر یک از بازه‌های زمانی $0/s$ تا $20/s$ ، $20/s$ تا $40/s$ ، $40/s$ تا $80/s$ ، $80/s$ تا $120/s$ بیابید.

پاسخ: با توجه به داده‌های روی نمودار و بنا به رابطه ۱-۶، شتاب متوسط موتورسوار، برای هر یک از بازه‌های زمانی خواسته شده، برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{80 \text{ m/s} - 40 \text{ m/s}}{20 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

بازه زمانی $0/s$ تا $20/s$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{120 \text{ m/s} - 80 \text{ m/s}}{40 \text{ s} - 20 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

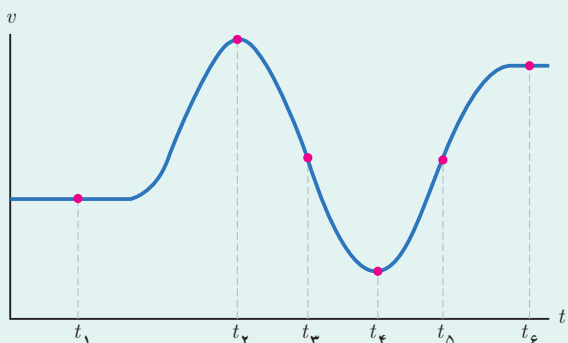
بازه زمانی $20/s$ تا $40/s$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{200 \text{ m/s} - 120 \text{ m/s}}{80 \text{ s} - 40 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

بازه زمانی $40/s$ تا $80/s$

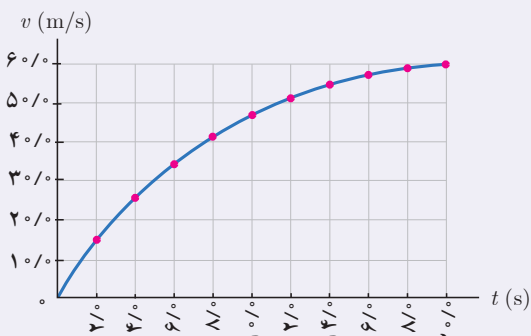
با توجه به علامت مثبت a_{av} در هر سه بازه زمانی، شتاب متوسط در جهت مثبت محور x است. اگر در هر بازه زمانی دلخواه دیگری نیز شتاب متوسط موتورسوار را حساب کنید با توجه به ثابت بودن شیب نمودار سرعت-زمان، اندازه و جهت یکسانی برای شتاب به دست می‌آید.

پرسش ۱-۶



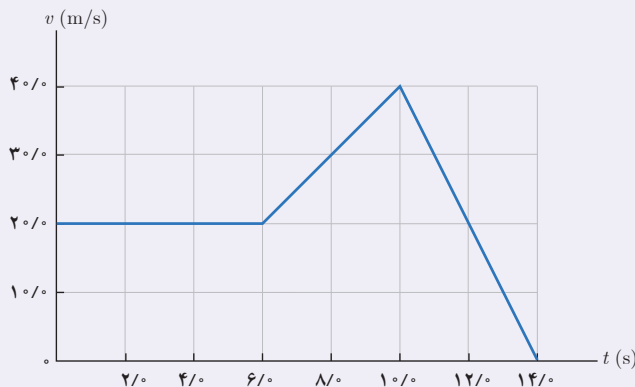
شکل روبه‌رو نمودار سرعت-زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. جهت شتاب دوچرخه‌سوار را در هر یک از لحظه‌های t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 و t_6 تعیین کنید.

تمرین ۱-۴



نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی $0/s$ تا $20/s$ مطابق شکل روبه‌رو است. الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟ ب) شتاب خودرو را در لحظه $t = 8/s$ به دست آورید.

تمرین ۵-۱



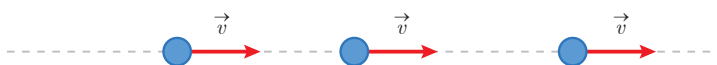
نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می کند در بازه زمانی صفر تا $14/s$ مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟
ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = 2/s$ ، $t = 8/s$ و $t = 11/s$ به دست آورید.

۲-۱ حرکت با سرعت ثابت

ساده‌ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است (شکل ۱-۱). پیش از این و در مثال ۵-۱، با نمونه‌ای از حرکت با سرعت ثابت آشنا شدیم. در این مثال شیب نمودار مکان - زمان متحرک در طول حرکت ثابت و در نتیجه سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است. در این صورت می توان نوشت :

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t$$



شکل ۱-۱ در حرکت با سرعت ثابت، هم جهت سرعت و هم اندازه آن (تندی) ثابت است.

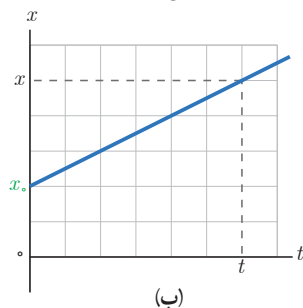
اگر مطابق شکل ۱-۱ متحرک در لحظه $t_1 = 0$ در مکان $x_1 = x_0$ و در لحظه $t_2 = t$ در مکان $x_2 = x$ باشد، رابطه اخیر را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد :

$$x - x_0 = v(t - 0)$$

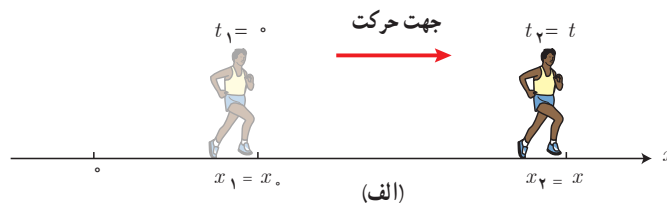
یا :

$$x = vt + x_0 \quad (7-1) \quad \text{(معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت)}$$

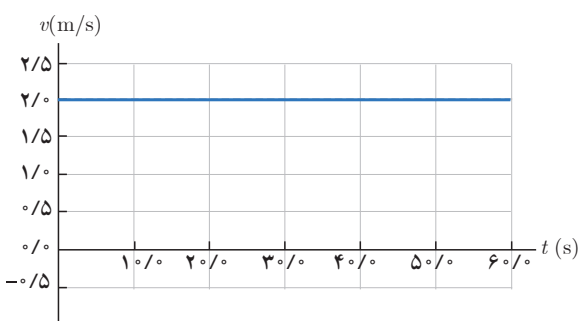
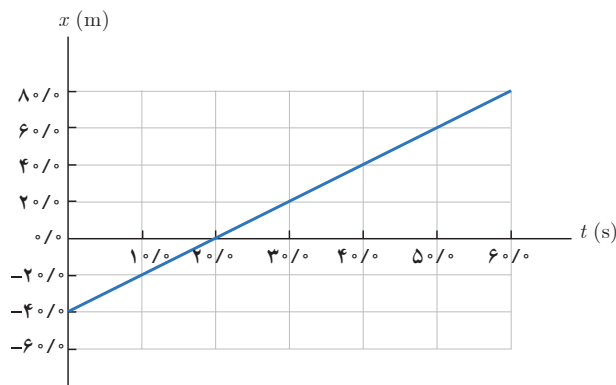
در معادله ۷-۱ معمولاً x_0 را که مکان متحرک در لحظه $t = 0$ است مکان اولیه متحرک می نامند. توجه کنید که مکان‌های x_0 و x می توانند مثبت، منفی یا صفر باشند. سرعت متحرک هم به دلیل ماهیت برداری آن، در صورتی که حرکت در جهت محور x باشد مثبت و در غیر این صورت منفی است.



شکل ۱-۱ الف) مکان یک دهنده در دو لحظه متفاوت. ب) نمودار مکان-زمان دهنده‌ای که در جهت محور x با سرعت ثابت می دود.



مثال ۱-۱۰



شکل روبه‌رو بخشی از نمودار مکان - زمان شخصی را نشان می‌دهد که با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

الف) شخص در مبدأ زمان ($t = 0/s$) در چه مکانی قرار دارد؟
ب) سرعت حرکت این شخص را به دست آورید و نمودار سرعت - زمان آن را رسم کنید.

پ) در چه لحظه یا لحظه‌هایی شخص در فاصله ۲۰ متری از مبدأ محور قرار دارد؟

ت) اگر شخص به مدت $5/min$ به همین صورت حرکت کند، جابه‌جایی وی را در این مدت به دست آورید.

پاسخ: الف) با توجه به نمودار مکان - زمان، در $t = 0/s$ شخص در مکان اولیه $x_0 = -40/m$ قرار دارد.

ب) با توجه به داده‌های روی نمودار و قرار دادن داده‌های یک لحظه دلخواه (برای مثال $t = 30/s$ و $x = 20/m$) در رابطه ۱-۷، داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 20\text{ m} = v(30\text{ s}) + (-40\text{ m})$$

در نتیجه $v = +2.0\text{ m/s}$ به دست می‌آید. علامت مثبت نشان

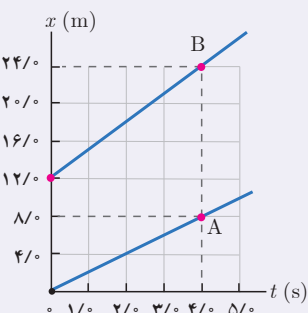
می‌دهد که شخص در جهت محور x حرکت می‌کند. نمودار سرعت - زمان مطابق شکل بالا است.

پ) در لحظه‌های $t = 10/s$ و $t = 30/s$. توجه کنید که فاصله از مبدأ مکان، $|x|$ است و نه خود x .

ت) با قرار دادن $t = 5/min = 300\text{ s}$ در رابطه $\Delta x = v\Delta t$ داریم:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = (2.0\text{ m/s})(300\text{ s}) = 600\text{ m}$$

تمرین ۱-۶



شکل مقابل نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند.

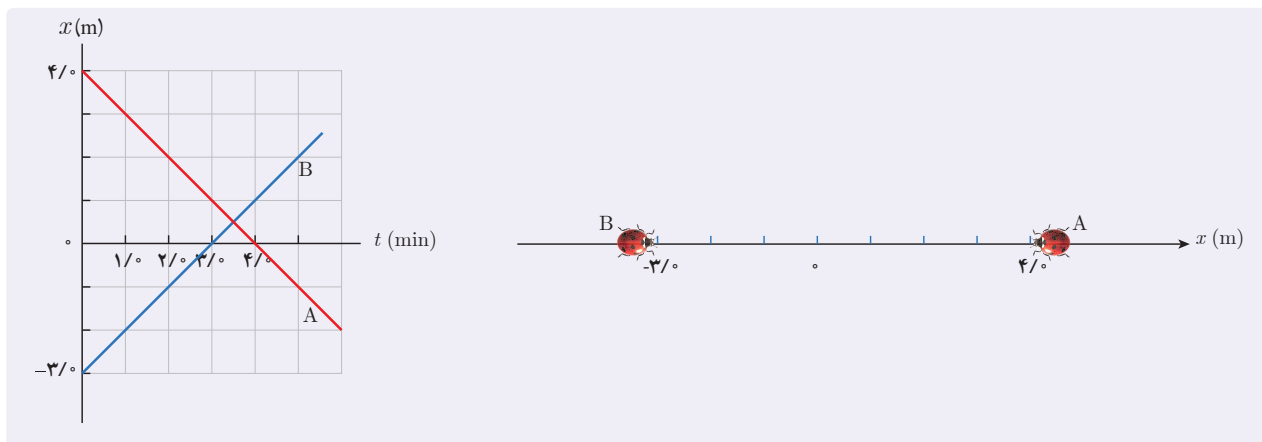
سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادله مکان - زمان آنها را بنویسید.

تمرین ۱-۷

شکل الف، مکان دو کفش دوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظه $t = 0\text{ s}$ نشان می‌دهد. نمودار مکان - زمان این کفش دوزک‌ها در شکل ب رسم شده است.

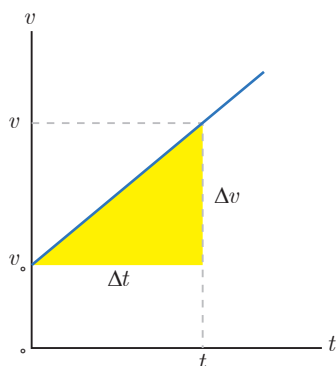
الف) از روی نمودار به‌طور تقریبی تعیین کنید کفش دوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.

ب) با استفاده از معادله مکان - زمان، زمان و مکان هم‌رسی کفش دوزک‌ها را پیدا کنید.



۳-۱ حرکت با شتاب ثابت

شکل ۱۲-۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد خط راست حرکت می‌کند. همان‌طور که دیده می‌شود سرعت متحرک با زمان به صورت خطی تغییر می‌کند و شیب نمودار سرعت - زمان ثابت است. پیش از این و در مثال ۸-۱ دیدیم در این شرایط، شتاب متوسط زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است، یعنی $a_{av} = a$. در چنین حرکتی شتاب متوسط در هر بازه زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است، یعنی $a_{av} = a$.



هر گاه شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم (شکل ۱۳-۱). حرکت با شتاب ثابت نوع خاصی از حرکت است و در زندگی روزمره، با حرکت اجسامی که شتاب آنها ثابت یا تقریباً ثابت است زیاد سروکار داریم. جسمی که روی سطح هموار یک سراشیبی در حال لغزیدن است، یا جسمی که در حال سقوط است و اثر مقاومت هوا بر آن ناچیز باشد دارای حرکت با شتاب ثابت است. همچنین خودرویی که پس از سبز شدن چراغ، شروع به حرکت می‌کند یا هواپیمایی که روی باند پرواز حرکت می‌کند تا به شرایط لازم برای برخاستن برسد مثال‌هایی از حرکت با شتاب تقریباً ثابت است. به دلیل اهمیت و رایج بودن حرکت‌های با شتاب ثابت، در ادامه با معادلات این نوع حرکت آشنا می‌شویم.

شکل ۱۲-۱ نمودار $v-t$ در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن v و a



شکل ۱۳-۱ نمودار $a-t$ در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن a

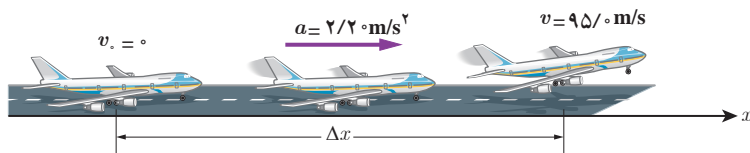
معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت: اگر مانند نمودار شکل ۱۲-۱ در $t = 0$ سرعت اولیه متحرک v_0 و در لحظه t ، سرعت متحرک برابر v باشد در این صورت معادله ۶-۱ را برای حرکت با شتاب ثابت ($a = a_{av}$) در امتداد خط راست می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$v = at + v_0 \quad (\text{معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت}) \quad (۸-۱)$$

همان‌طور که دیده می‌شود تغییرات v نسبت به t در معادله ۸-۱ به صورت یک تابع خطی است. به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \quad (\text{معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت}) \quad (۹-۱)$$

مثال ۱-۱۱



شکل روبه‌رو هواپیمایی را نشان می‌دهد که از حال سکون و با شتاب ثابت روی باند پرواز و در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند.

- (الف) چه مدت طول می‌کشد تا هواپیما به شرایط برخاستن برسد؟
- (ب) سرعت متوسط هواپیما در این بازه زمانی چقدر است؟
- (پ) جابه‌جایی هواپیما در این مدت چقدر است؟

پاسخ: (الف) با توجه به ثابت بودن شتاب حرکت هواپیما روی باند پرواز، داده‌های روی شکل را می‌توان در معادله ۱-۸ جای‌گذاری کرد. به این ترتیب داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 95 \text{ m/s} = (2/2 \text{ m/s}^2)t + 0 \text{ m/s} \Rightarrow t = 43/2 \text{ s}$$

در اولین فرصتی که سوار هواپیما شدید، نتیجه به‌دست آمده را وارسی کنید!

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 \text{ m/s} + 95 \text{ m/s}}{2} = 47/5 \text{ m/s}$$

(ب)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v_{av} \Delta t = (47/5 \text{ m/s})(43/2 \text{ s}) = 2/5 \times 10^3 \text{ m}$$

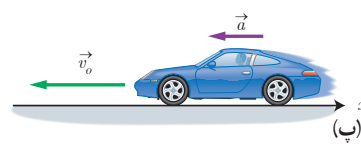
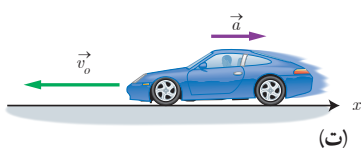
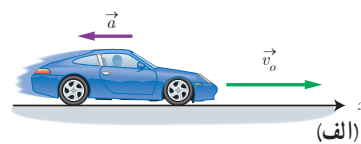
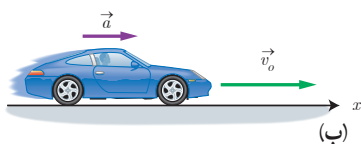
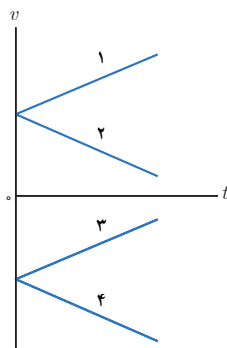
(پ) از رابطه ۱-۴ داریم:

تمرین ۱-۸

معادله سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -1/8t + 2/2$ است. (الف) سرعت متحرک در لحظه $t = 4 \text{ s}$ چقدر است؟ (ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازه زمانی صفر تا $t = 4 \text{ s}$ چقدر است؟ (پ) نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم کنید.

فعالیت ۲-۱

در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام یک از نمودارهای $v-t$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کندشونده) است.



معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت: اگر جسمی که با شتاب ثابت و در امتداد محور x حرکت می کند در $t=0$ در مکان x_0 و دارای سرعت v_0 باشد، در این صورت از رابطه های ۱-۴ و ۱-۹ داریم:

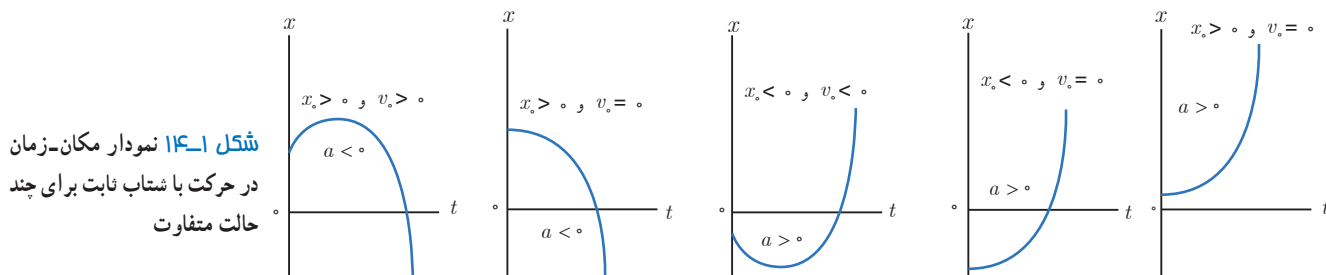
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v+v_0}{2} = \frac{x-x_0}{t-0} \Rightarrow x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)t + x_0$$

$$x = \left(\frac{at+v_0+v_0}{2}\right)t + x_0$$

با ساده سازی این رابطه خواهیم داشت:

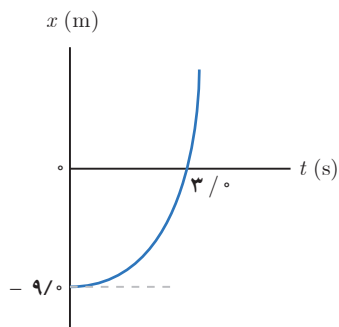
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad (1-10) \quad (\text{معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت})$$

همان طور که دیده می شود در این نوع حرکت، مکان متحرک تابعی درجه دوم از زمان است. با رسم تابع های درجه دوم در ریاضی ۱ پایه دهم آشنا شدید. شکل ۱-۱۴ نمودار $x-t$ را برای چند حالت مختلف نشان می دهد.



شکل ۱-۱۴ نمودار مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت برای چند حالت متفاوت

مثال ۱-۱۲



شکل روبه رو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می دهد که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می کند. الف) شتاب متحرک را پیدا کنید. ب) معادله سرعت - زمان متحرک را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید. پ) جابه جایی متحرک را در بازه زمانی صفر تا $3/s$ پیدا کنید. ت) با توجه به اینکه مساحت سطح بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان در هر بازه زمانی برابر جابه جایی در آن بازه است، جابه جایی متحرک را در بازه زمانی صفر تا $3/s$ حساب کنید و نتیجه را با قسمت پ مقایسه کنید. ث) سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی صفر تا $3/s$ پیدا کنید.

پاسخ: الف) شیب خط چین مماس بر منحنی در $t=0/s$ برابر صفر است و نشان دهنده این است که سرعت متحرک در این

لحظه صفر است ($v_0=0/s$). با توجه به داده های روی نمودار و معادله ۱-۱۰ داریم:

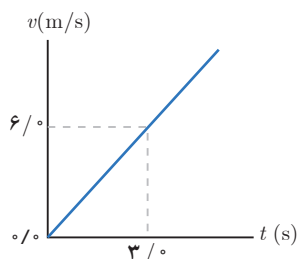
$$x_0 = -9/m, \quad t = 3/s \rightarrow x = 0/m, \quad v_0 = 0/m/s$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(3/s)^2 + 0 + (-9/m) \Rightarrow a = 2/m/s^2$$

ب) از معادله ۱-۸ داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (2/m/s^2)t + 0 \Rightarrow v = (2/m/s^2)t$$

نمودار این معادله در شکل روبه رو رسم شده است.



پ) با توجه به نمودار مکان-زمان، جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی $(0\text{ s}, 3\text{ s})$ برابر $9\text{ m} - (-9\text{ m}) = 18\text{ m}$ است. $\Delta x = 18\text{ m}$ است.
 ت) سطح بین منحنی سرعت و محور زمان در نمودار سرعت-زمان، برابر $9\text{ m} = (3\text{ s}) \times (6\text{ m/s})$ است که با نتیجه قسمت پ سازگار است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18\text{ m}}{3\text{ s}} = 6\text{ m/s}$$

ث) از رابطه ۱-۴ داریم:

توجه کنید که می‌توانستیم سرعت متوسط در این بازه زمانی را از رابطه $v_{av} = \frac{(v_0 + v)}{2}$ نیز حساب کنیم که به همین نتیجه می‌رسد.

تمرین ۹-۱

خودرویی با سرعت 18 km/h در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد تندی آن با شتاب 1 m/s^2 افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از 30 m جابه‌جایی چقدر است؟

معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت: اگر هنگام بررسی حرکت جسمی، زمان t معلوم نباشد، می‌توان از معادله سرعت - جابه‌جایی برای پیدا کردن یکی از کمیت‌های جابه‌جایی Δx ، سرعت اولیه v_0 ، سرعت v ، یا شتاب a متحرک استفاده کرد. برای به‌دست آوردن این معادله از رابطه‌های ۱-۴ و ۹-۱ شروع می‌کنیم. به این ترتیب مشابه آنچه هنگام به‌دست آوردن معادله مکان-زمان دیدیم می‌توان نوشت:

$$x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t + x_0$$

با به‌دست آوردن t از معادله ۱-۸ و قرار دادن آن در رابطه بالا داریم:

$$x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + x_0$$

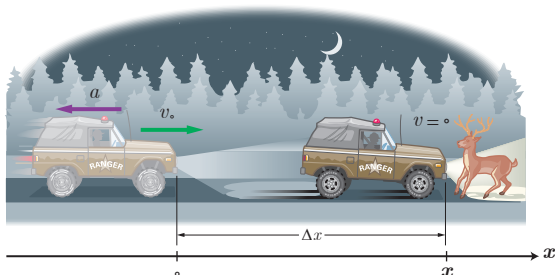
در این صورت داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (11-1) \quad (\text{معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت})$$

اگرچه این رابطه را برای بازه زمانی صفر تا t به‌دست آوردیم، برای هر بازه زمانی دلخواه t_1 تا t_2 نیز می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم که در آن x_1 و v_1 متناظر با لحظه t_1 و همچنین x_2 و v_2 متناظر با لحظه t_2 هستند.

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1)$$

مثال ۱۳-۱



محیطبان یک پارک حفاظت شده هنگام گشت شبانه، با تندی 40 km/h در جاده‌ای مستقیم در حرکت است که ناگهان گوزن بدون حرکتی را در جلوی خود می‌بیند و ترمز می‌گیرد (شکل روبه‌رو). حرکت خودرو با شتابی به اندازه $3/80\text{ m/s}^2$ کند می‌شود تا سرانجام متوقف شود. اگر لحظه‌ای که محیطبان ترمز می‌گیرد، گوزن در فاصله 22 m متری از خودرو باشد،

الف) خودرو در چه فاصله‌ای از گوزن متوقف می‌شود؟

ب) چه مدت طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود؟

پاسخ: الف) حرکت خودرو را در جهت محور x فرض می‌کنیم. همچنین برای سادگی، مبدأ زمان و مکان را جایی می‌گیریم که محیط‌بان ترمز گرفته و در نتیجه $x_0 = 0 \text{ m}$ و $v_0 = 40 \text{ km/h} = 11.1 \text{ m/s}$ است. از طرفی، چون سرعت خودرو در جهت محور x به تدریج در حال کاهش است، شتاب آن بر خلاف جهت محور x و در نتیجه منفی خواهد شد. به این ترتیب از معادله ۱۱-۱ داریم:

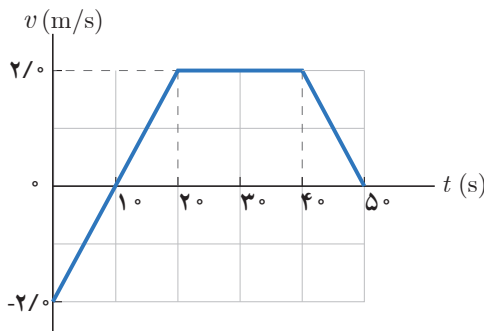
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 0 - (11.1 \text{ m/s})^2 = 2(-3/8 \text{ m/s}^2)(x - 0)$$

در نتیجه $x = 16/2 \text{ m}$ و خودرو در فاصله $5/8 \text{ m} = (22/0 \text{ m} - 16/2 \text{ m})$ از گوزن متوقف می‌شود و خوشبختانه برخوردی بین خودرو و گوزن صورت نمی‌گیرد.

ب) از رابطه ۸-۱ داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 \text{ m/s} = (-3/8 \text{ m/s}^2)t + 11.1 \text{ m/s} \Rightarrow t = 2/92 \text{ s}$$

مثال ۱-۱۴



متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند در لحظه $t = 0$ از مکان $x_0 = 0$ می‌گذرد. نمودار سرعت-زمان این متحرک مطابق شکل روبه‌رو است. الف) متحرک در کدام بازه زمانی، در جهت محور x و در کدام بازه زمانی در خلاف جهت محور x حرکت کرده است؟

ب) در چه لحظه یا لحظه‌هایی جهت متحرک تغییر کرده است؟

پ) با توجه به نمودار سرعت-زمان توضیح دهید در کدام بازه‌های زمانی

حرکت جسم تندشونده و یا کندشونده است.

ت) مکان متحرک را در هر یک از لحظه‌های $t_1 = 1 \text{ s}$ ، $t_2 = 2 \text{ s}$ ، $t_3 = 4 \text{ s}$ و $t_4 = 5 \text{ s}$ پیدا کنید و روی محور x نشان دهید.

ث) مسیر حرکت متحرک را رسم کنید و با توجه به آن، جابه‌جایی و مسافت طی شده را در کل زمان حرکت پیدا کنید.

ج) مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ را حساب کنید و مقدار آن را با جابه‌جایی متحرک در قسمت قبل مقایسه کنید. مساحت

بخشی از سطح را که زیر محور است منفی بگیرید.

پاسخ: الف) با توجه به نمودار، در بازه زمانی صفر تا $t_1 = 1 \text{ s}$ ، سرعت متحرک منفی است و بنابراین در جهت منفی محور

x حرکت کرده است. همچنین در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_4 = 5 \text{ s}$ ، سرعت متحرک مثبت است و بنابراین در جهت مثبت محور x حرکت کرده است.

ب) تنها در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ علامت سرعت و در نتیجه جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

پ) در بازه زمانی صفر تا $t_1 = 1 \text{ s}$ ، تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کندشونده است.

در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 2 \text{ s}$ ، تندی در حال افزایش و در نتیجه حرکت تندشونده است.

در بازه زمانی $t_2 = 2 \text{ s}$ تا $t_3 = 4 \text{ s}$ ، حرکت با سرعت ثابت است.

در بازه زمانی $t_3 = 4 \text{ s}$ تا $t_4 = 5 \text{ s}$ ، تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کندشونده است.

ت) در بازه زمانی صفر تا $t_2 = 2 \text{ s}$ حرکت با شتاب ثابت است. به این ترتیب از معادله ۸-۱ داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow (2/0 \text{ m/s}) = a(2 \text{ s}) + (-2/0 \text{ m/s}) \Rightarrow a = 0/2 \text{ m/s}^2$$

در این صورت با توجه به معادله ۱-۱، در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(0/2 \text{ m/s}^2)(1 \text{ s})^2 + (-2/0 \text{ m/s})(1 \text{ s}) + 0 \Rightarrow x_1 = -1 \text{ m}$$

در لحظه $t_1 = 2 \text{ s}$ داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(0/2 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s})^2 + (-2/0 \text{ m/s})(2 \text{ s}) + 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

در بازه زمانی 2 s تا 4 s ، حرکت با سرعت ثابت روی خط راست است. به این ترتیب با توجه به معادله $1-7$ ، جابه‌جایی در

این بازه زمانی برابر است با:

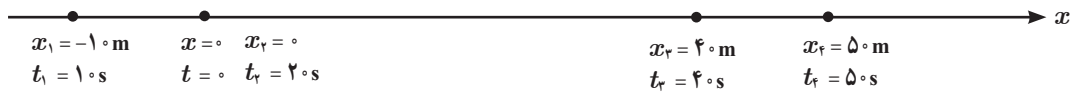
$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = (2/0 \text{ m/s})(4 \text{ s} - 2 \text{ s}) = 4 \text{ m}$$

در نتیجه متحرک در لحظه $t_2 = 4 \text{ s}$ در مکان $x_2 = x_1 + \Delta x = 0 + 4 \text{ m} = 4 \text{ m}$ قرار دارد.

در بازه زمانی 4 s تا 5 s ، حرکت با شتاب ثابت است. به این ترتیب داریم:

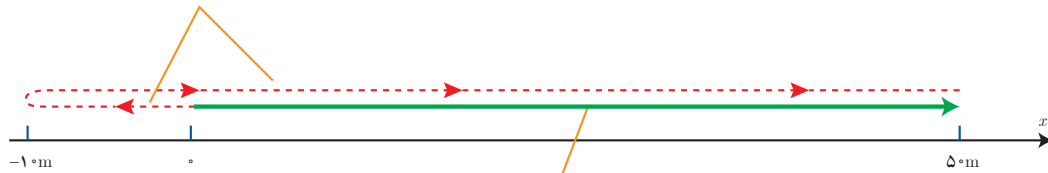
$$\Delta x = \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)\Delta t = \left(\frac{2/0 \text{ m/s} + 0}{2}\right)(1 \text{ s}) \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ m}$$

در نتیجه متحرک در لحظه $t_3 = 5 \text{ s}$ در مکان $x_3 = x_2 + \Delta x = 4 \text{ m} + 1 \text{ m} = 5 \text{ m}$ قرار دارد.

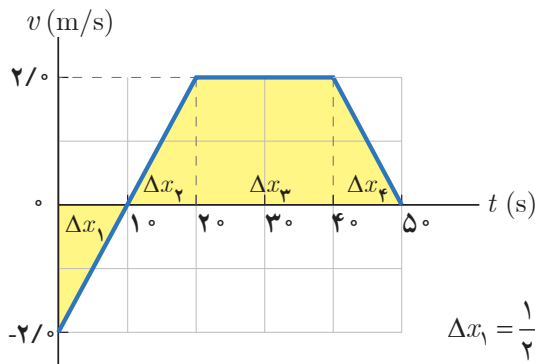


(ث) در شکل زیر جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک در کل زمان حرکت نشان داده شده است.

مسافت کل پیموده شده برابر $l = 1 \text{ m} + 1 \text{ m} + 4 \text{ m} + 1 \text{ m} = 7 \text{ m}$ است.



برداری جابه‌جایی کل که برابر $\vec{d} = (+5 \text{ m})\hat{i}$ است.



(ج) مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان که با رنگ زرد در شکل مشخص شده است، برابر جابه‌جایی متحرک است. به این ترتیب برای هر یک از بازه‌های زمانی داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}(-2/0 \text{ m/s})(1 \text{ s}) = -1 \text{ m} \quad \Delta x_2 = \frac{1}{2}(2/0 \text{ m/s})(1 \text{ s}) = 1 \text{ m}$$

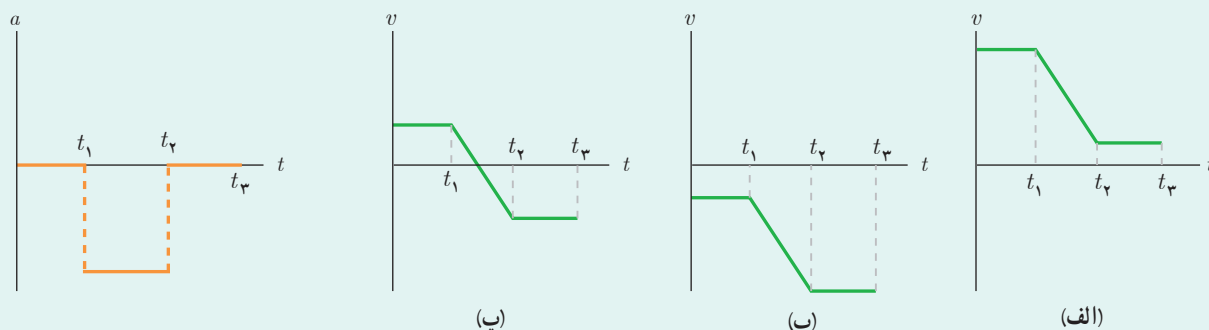
$$\Delta x_3 = (2/0 \text{ m/s})(2 \text{ s}) = 4 \text{ m} \quad \Delta x_4 = \frac{1}{2}(2/0 \text{ m/s})(1 \text{ s}) = 1 \text{ m}$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = -1 \text{ m} + 1 \text{ m} + 4 \text{ m} + 1 \text{ m} = 5 \text{ m}$$

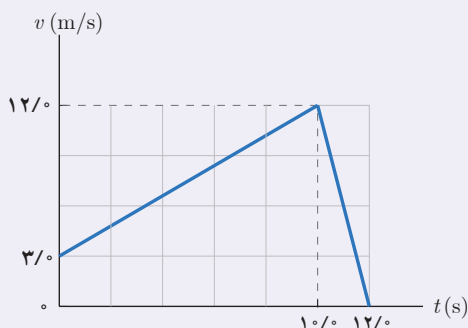
همان‌طور که از نتیجه بالا دیده می‌شود، مساحت سطح بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان در کل زمان حرکت، با جابه‌جایی متحرک برابر است.

پرسش ۱-۲

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت - زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب - زمان باشد.

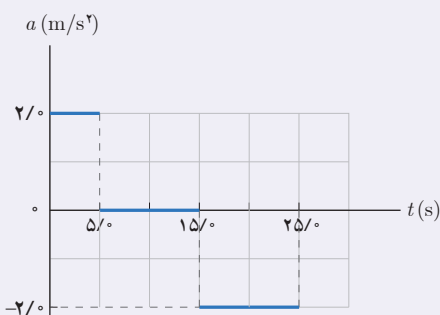


تمرین ۱-۱۰



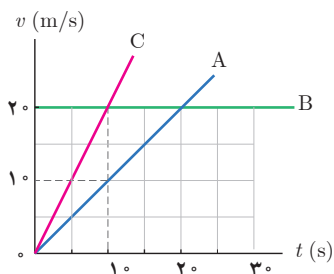
آهویی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت - زمان آهو در بازه زمانی صفر تا $120/s$ مطابق شکل است. در این بازه زمانی الف) مسافت کل پیموده شده توسط آهو را به دست آورید. ب) جابه‌جایی آهو را پیدا کنید. پ) نمودار شتاب - زمان آهو را رسم کنید.

تمرین ۱-۱۱



شکل مقابل نمودار شتاب - زمان یک ماشین اسباب بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $x_0 = 0$ و $v_0 = 0$ ، در بازه زمانی صفر تا $25/s$ ، الف) نمودارهای سرعت - زمان و مکان - زمان این ماشین را رسم کنید. ب) با توجه به نمودار سرعت - زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کندشونده یا با سرعت ثابت است. پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید. ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.

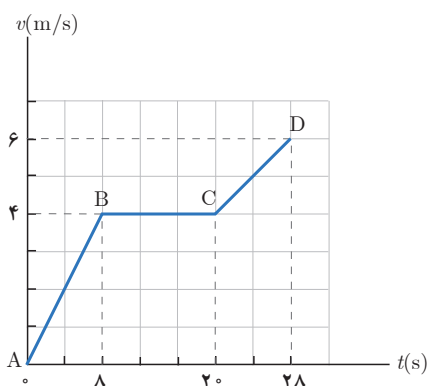
۱-۱ شناخت حرکت



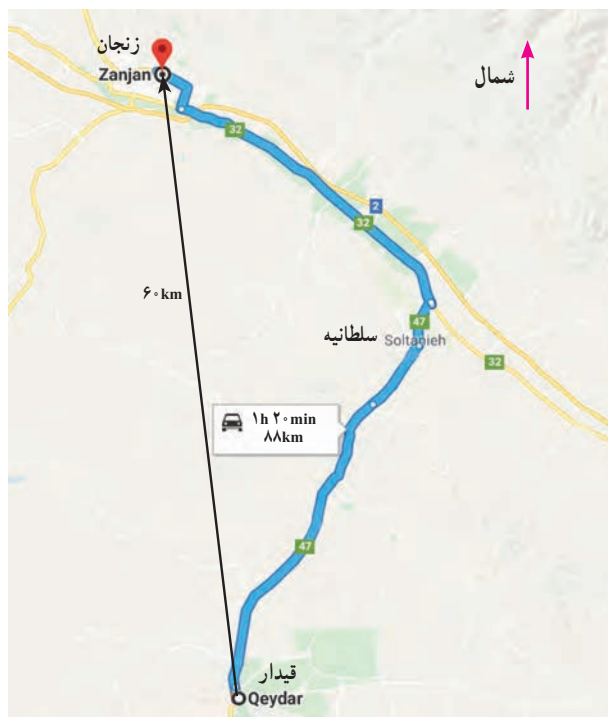
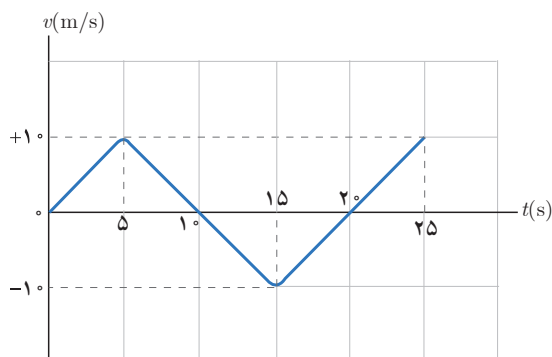
۱. با توجه به داده‌های نقشه‌ی شکل زیر،

- (الف) تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.
 (ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟
 (پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط می‌توانست تقریباً با یکدیگر برابر باشد؟

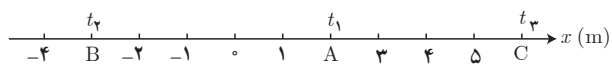
(پ) در بازه‌ی زمانی 0 s تا 10 s جابه‌جایی این سه متحرک را پیدا کنید.
۴. شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.



- (الف) شتاب در هر یک از مرحله‌های AB ، BC و CD چقدر است؟
 (ب) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چقدر است؟
 (پ) جابه‌جایی متحرک را در این بازه‌ی زمانی پیدا کنید.
۵. نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.
 (الف) نمودار شتاب - زمان این متحرک را رسم کنید.
 (ب) اگر $x_0 = -10\text{ m}$ باشد نمودار مکان - زمان متحرک را رسم کنید.



۶. متحرکی مطابق شکل در لحظه t_1 در نقطه A ، در لحظه t_2 در نقطه B و در لحظه t_3 در نقطه C قرار دارد.

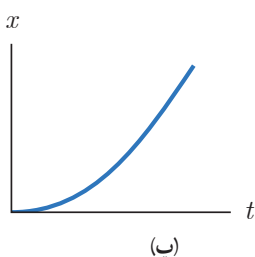
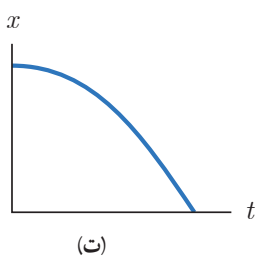
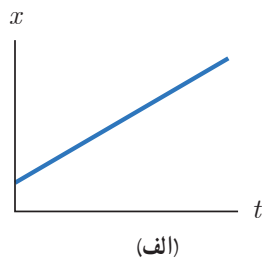
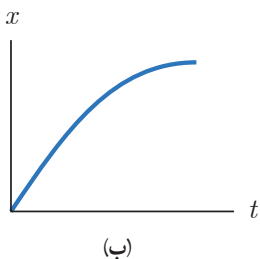


- (الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.
 (ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به دست آورید.

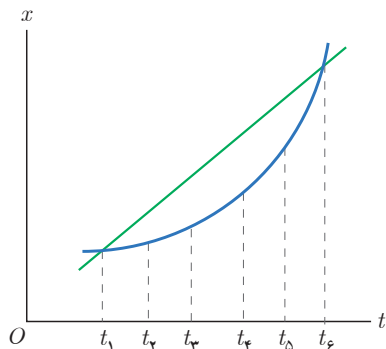
۷. در شکل زیر نمودار سرعت - زمان سه متحرک نشان داده شده است.

- (الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.
 (ب) شتاب هر متحرک را به دست آورید.

۸. توضیح دهید از نمودارهای مکان - زمان زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.

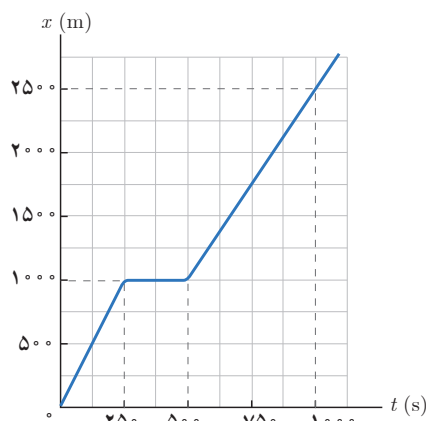


۹. شکل زیر نمودار مکان - زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که در جهت محور x در حرکت‌اند.



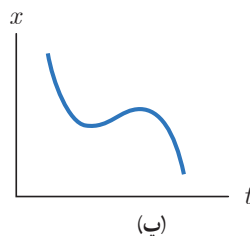
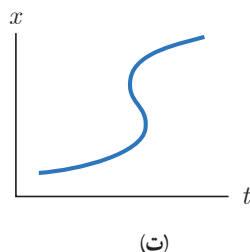
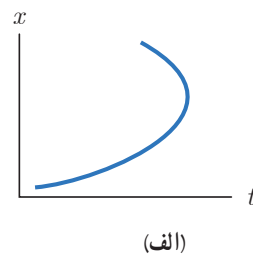
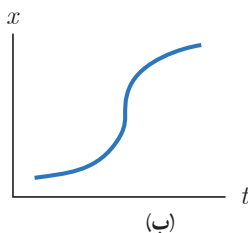
الف) در چه لحظه‌هایی دو خودرو از کنار یکدیگر می‌گذرند؟
 ب) در چه لحظه‌ای تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟
 پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازه زمانی t_1 تا t_6 با هم مقایسه کنید.

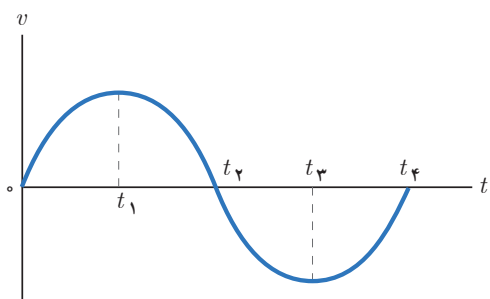
۴. شکل زیر نمودار مکان - زمان حرکت یک دوندۀ دوی نیمه‌استقامت را در امتداد یک خط راست نشان می‌دهد.



الف) در کدام بازه زمانی دوندۀ سریع‌تر دویده است؟
 ب) در کدام بازه زمانی، دوندۀ ایستاده است؟
 پ) سرعت دوندۀ را در بازه زمانی 0 s تا 250 s حساب کنید.
 ت) سرعت دوندۀ را در بازه زمانی 500 s تا 1000 s حساب کنید.
 ث) سرعت متوسط دوندۀ را در بازه زمانی 0 s تا 1000 s حساب کنید.

۷. توضیح دهید کدام یک از نمودارهای مکان - زمان زیر می‌تواند نشان‌دهندۀ نمودار $x-t$ یک متحرک باشد.





۲-۱ حرکت با سرعت ثابت

۱۱۴. جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است.

اگر جسم در لحظه $t_1 = 5/0 \text{ s}$ در مکان $x_1 = 6/0 \text{ m}$ و در لحظه

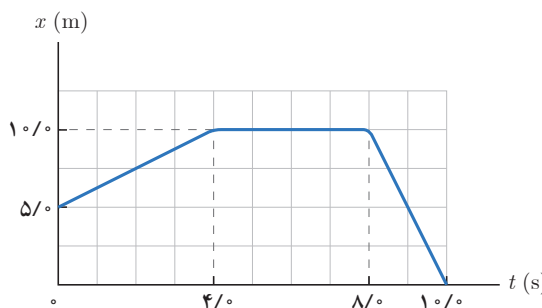
$t_2 = 20/0 \text{ s}$ در مکان $x_2 = 36/0 \text{ m}$ باشد،

الف) معادله مکان - زمان جسم را بنویسید.

ب) نمودار مکان - زمان جسم را رسم کنید.

۱۱۵. شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که

در امتداد محور x حرکت می‌کند.



الف) جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک در کل

زمان حرکت چقدر است؟

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی

$0/0 \text{ s}$ تا $4/0 \text{ s}$ ، $4/0 \text{ s}$ تا $8/0 \text{ s}$ ، $8/0 \text{ s}$ تا $10/0 \text{ s}$ و همچنین در کل

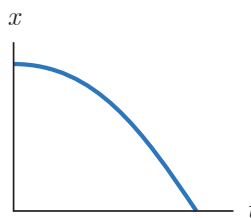
زمان حرکت به دست آورید.

پ) معادله حرکت متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی

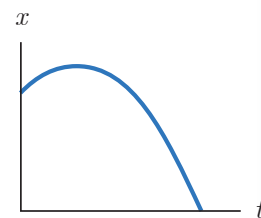
$0/0 \text{ s}$ تا $4/0 \text{ s}$ ، $4/0 \text{ s}$ تا $8/0 \text{ s}$ ، و $8/0 \text{ s}$ تا $10/0 \text{ s}$ بنویسید.

ت) نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید.

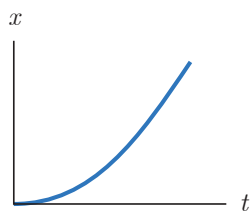
۱-۱. توضیح دهید کدام یک از نمودارهای مکان - زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیه آن در جهت محور x و شتاب آن بر خلاف جهت محور x است.



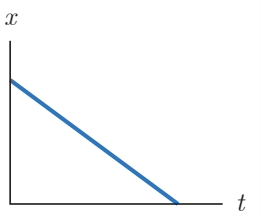
(ب)



(الف)



(ت)

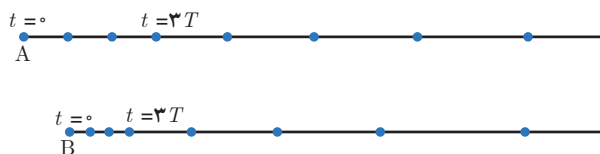


(پ)

۱۱۱. هر یک از شکل‌های زیر مکان یک خودرو را در لحظه‌های

$t = 0$ ، $t = T$ ، $t = 2T$ ، ... و $t = 7T$ نشان می‌دهد. هر دو

خودرو در لحظه $t = 3T$ شتاب می‌گیرند. توضیح دهید،



الف) سرعت اولیه کدام خودرو بیشتر است.

ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است.

پ) کدام خودرو شتاب بیشتری دارد.

۱۱۲. معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است.

الف) مکان متحرک را در $t = 2 \text{ s}$ و $t = 0 \text{ s}$ به دست آورید.

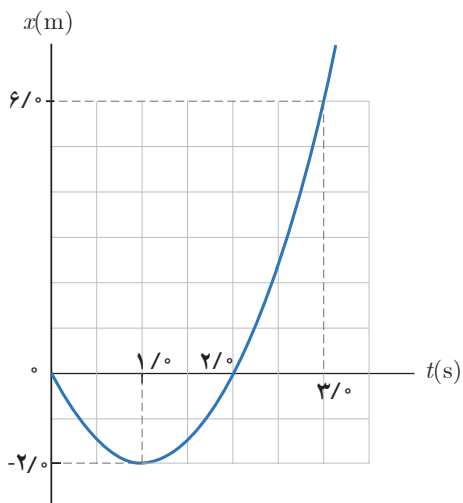
ب) سرعت متوسط جسم را در بازه زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

۱۱۳. نمودار سرعت - زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده

است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت

محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.

۱۹. شکل زیر نمودار مکان - زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.



الف) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا $3/0$ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

ب) معادله مکان - زمان متحرک را بنویسید.

پ) سرعت متحرک را در لحظه $t=3/0$ s پیدا کنید.

ت) نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید.

۲۰. متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x=+10$ m سرعت متحرک 4 m/s+ و در مکان $x=+19$ m سرعت متحرک 18 km/h+ است.

الف) شتاب حرکت آن چقدر است؟

ب) پس از چه مدتی سرعت متحرک از 4 m/s+ به سرعت 18 km/h+ می‌رسد؟

۲۱. خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب 2 m/s² شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت 36 km/h از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

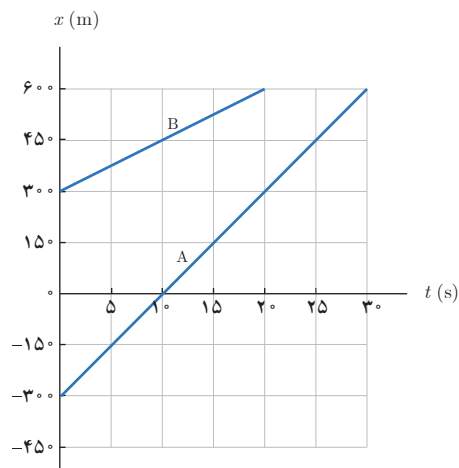
ب) نمودار مکان - زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

پ) نمودار سرعت - زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۱۷. شکل زیر نمودار مکان - زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کنند.

الف) معادله حرکت هر یک از آنها را بنویسید.

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟



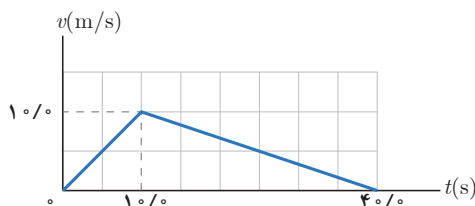
۱۷. دانستن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های

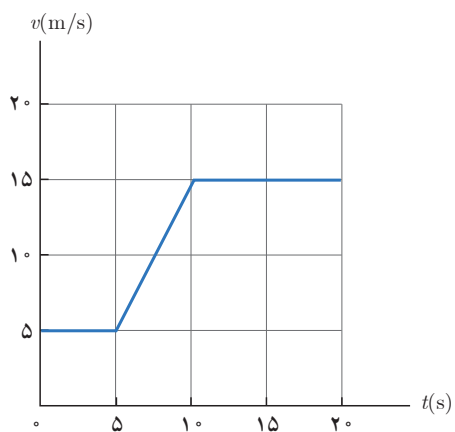
فضایی و اطمینان از اینکه ماهواره در مدار پیش‌بینی شده قرار گرفته، یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهواره مورد نظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ $24/0$ ثانیه باشد، فاصله ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چقدر است؟

۱-۳ حرکت با شتاب ثابت

۱۸. نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی

$0/0$ تا $5/0$ s چند برابر سرعت متوسط آن در بازه زمانی $25/0$ تا $40/0$ s است؟





۴۴. شکل نشان داده شده نمودار سرعت - زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند.
- الف) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t=3s$ ، $t=8s$ و $t=11s$ و $t=15s$ به دست آورید.
- ب) شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1=0s$ تا $t_2=20s$ را به دست آورید.
- پ) در هر یک از بازه‌های زمانی $t_1=5s$ تا $t_2=11s$ و $t_1=11s$ تا $t_2=20s$ خودرو چقدر جابه‌جا شده است؟
- ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌های $t_1=5s$ تا $t_2=11s$ و $t_1=11s$ تا $t_2=20s$ را به دست آورید.