فصل سوم

مشخص‌کننده‌های مرکزی (تمایل به مرکز)

هدفهای رفتاری: در پایان این فصل، فراگیر باید بتواند :

۱ــ دلایل به‌کار بردن مشخّصه‌های آماری را توضیح دهد.

۲ــ کاربرد و دلایل استفاده از مشخص کننده‌های مرکزی را بیان کند.

۳ــ مشخّصه‌های مرکزی مهم در توزیع فراوانیهای صفت را به‌صورت جدول، محاسبه نموده، آنها را تعبیر نماید.

۴ــ با استفاده از مشخّصه‌های مرکزی، جامعه‌های مختلف را مقایسه کند.

مشخص‌کننده‌های آماری

در فصل گذشته دربارهٔ توزیع صفت متغیّر درجامعه‌ها بحث شد و نحوهٔ ارایه نتایج مشاهدات، هم با جدول و هم با نمودار، در مورد صفات کمّی گسسته و پیوسته بیان گردید.

ولی برای یک محقق، آگاهی از توزیع صفت در جامعه برحسب تمامی اندازه‌های صفت متغیّر، چندان مفید نیست. اکثر اوقات داشتن اطلاعات اجمالی از خصوصیات صفت در جامعه، برای محقق مفیدتر خواهد بود.

کمیّتهایی که خصوصیات جامعه‌ها را به‌طوراجمال بیان می‌کنند، «مشخّصه‌های عددی» یا «مشخّصه‌های آماری[1]» توزیع صفت، نامیده می‌شوند.

بسته به‌اینکه، چه ویژگیهایی از توزیع صفت، موردنظر باشد، گروههای مختلف مشخّصه‌های آماری، تعریف می‌شوند و مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در این فصل دربارهٔ مشخّصه‌های مرکزی (مشخص‌کننده‌های مرکزی)، که نقطهٔ تمرکز توزیع صفت را منعکس می‌کنند، بحث خواهد شد.

مشخّصه‌های مرکزی، مشخّصه‌هایی هستند که مرکزیّت اندازهٔ صفت متغیّر را در جامعه نشان

۱ــ Statistical Charactristic

می‌دهند. مانند : میانگین حسابی (متوسط حسابی)، میانه و نما که جزو این مشخّصه‌ها، به‌حساب می‌آیند.

میانگین حسابی[1]

یکی از مهمترین مشخّصه‌های مرکزی در آمار، میانگین حسابی یا متوسط حسابی است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود :

میانگین حسابی N متغیّر $X_۱$ ، $X_۲$ ، $X_۳$ ، ...، X_N برابر است با :

حاصل جمع متغیّرهای $X_۱$ ، $X_۲$ ، ...، X_N تقسیم بر تعدادشان، یعنی Nکه آن‌را با نماد $\overline{X}$ (بخوانید ایکس‌بار) نشان می‌دهند. (توضیح اینکه غالباً میانگین کل جامعه را با علامت 1 و میانگین مقادیر نمونه را با $\overline{X}$ نشان می‌دهند. در این کتاب برای میانگین، به‌طور کلی از نماد $\overline{X}$ استفاده شده است.)

$$\overline{X} = \frac{X_۱ + X_۲ + X_۳ + \quad + X_N}{N} = \frac{.\ X_i}{N} \qquad (۱)$$

مثال ۱: فرض کنید ۱۰ نفر دانش‌آموز را وزن نموده‌ایم و نتیجه به‌صورت اعداد زیر به‌دست آمده است :

۴۱، ۴۴/۲، ۴۲/۸، ۴۵، ۴۷، ۴۳/۵، ۴۵، ۴۳، ۴۳، ۴۲/۵، ۴۳

می‌خواهیم متوسط وزن این ۱۰ دانش‌آموز را محاسبه کنیم.

اعداد بالا را باهم جمع کرده، نتیجه را بر ۱۰ (تعداد آنها) تقسیم می‌کنیم تا متوسط وزن آنها به‌دست آید :

$$\overline{X} = \frac{۴۳ + ۴۲/۵ + ۴۳ + ۴۵ + ۴۳/۵ + ۴۷ + ۴۵ + ۴۲/۸ + ۴۴/۲ + ۴۱}{۱۰} = \frac{۴۳۷}{۱۰} = ۴۳/۷$$

بنابراین متوسط وزن دانش‌آموزان، ۴۳/۷ کیلوگرم می‌باشد.

درصورتی‌که حجم جامعه زیاد باشد و نتایج مشاهدات صفت متغیّر را در جدول توزیع فراوانی بیان کرده باشیم، چون از هرکدام از مقادیر صفت، ممکن است بیش از یک فراوانی داشته باشیم، ابتدا مقادیر صفت را در فراوانی متناظرشان ضرب کرده، نتیجه را در یک ستون در ادامه جدول می‌نویسیم. سپس مقادیر این ستون را باهم جمع کرده، حاصل را بر N تقسیم می‌کنیم. بدین ترتیب، میانگین صفت به‌دست می‌آید، (جدول ۱)، درنتیجه فرمول محاسبه میانگین به‌صورت زیر در می‌آید :

$$\overline{X} = \frac{F_۱X_۱ + F_۲X_۲ + \quad + F_kX_k}{.\ F_i} = \frac{.\ F_iX_i}{N} \qquad (۲)$$

۱ـ Arithmetic Mean

جدول ۱

X_i	F_i	F_iX_i
$X_{۱}$	$F_{۱}$	$F_{۱}X_{۱}$
$X_{۲}$	$F_{۲}$	$F_{۲}X_{۲}$
$X_{۳}$	$F_{۳}$	$F_{۳}X_{۳}$
X_k	F_k	F_kX_k
–	N	. F_iX_i

تمامی محاسبات در جدول ۱ نشان داده شده است.

مثال ۲: توزیع سنی ۵۰ نفر در جدول زیر بیان شده است (جدول ۲). مطلوب‌است میانگین سن برای جامعهٔ فوق :

جدول ۲

سن X	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶	۲۸	–
فراوانی F_i	۴	۶	۳۰	۷	۳	. $F_i =$ ۵۰

برای محاسبهٔ میانگین، جدول زیر را تشکیل می‌دهیم (جدول۳) :

جدول ۳

X_i	F_i	F_iX_i
۲۰	۴	۸۰
۲۲	۶	۱۳۲
۲۴	۳۰	۷۲۰
۲۶	۷	۱۸۲
۲۸	۳	۸۴
_	۵۰	۱۱۹۸

$$\overline{X} = \frac{\sum F_i X_i}{N} = \frac{۱۱۹۸}{۵۰} = ۲۳/۹۶$$

بنابراین متوسط سن برای هریک از اعضای این گروه، ۲۳/۹۶ سال می‌باشد. گفتنی است که هرچند سن، یک صفت کمّی گسسته است[1]، ولی متوسط آن می‌تواند یک عدد غیرصحیح باشد، بنابراین نباید هیچ‌گونه تغییری در آن داده شود.

همانطور که از فرمول میانگین حسابی، دانسته می‌شود، فراوانیهای صفت در آن، مانند وزنه‌هایی هستند که به مقادیر صفت اثر می‌کنند، بدین‌معنی که اگر فراوانی یک مقدار صفت را بزرگ کنیم، متوسط حسابی، به آن مقدار، نزدیک خواهد شد. از این‌رو، میانگین حسابی که طبق فرمول ۲ محاسبه می‌شود، «میانگین حسابی وزنی» نامیده می‌شود.

اگر توزیع صفت متغیّر، با جدول توزیع فراوانیهای نسبی بیان شده باشد، میانگین حسابی از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{X} = \sum_{i=۱}^{k} f_i X_i \qquad (۳)$$

خودآزمایی: نشان دهید که دو فرمول زیر معادل هستند:

$$\frac{\sum F_i X_i}{N} = \sum f_i X_i$$

نحوهٔ محاسبه میانگین با فراوانی نسبی در جدول ۴ نشان داده شده است:

جدول ۴

X_i	f_i	$f_i X_i$
$x_۱$	$f_۱$	$f_۱ x_۱$
$x_۲$	$f_۲$	$f_۲ x_۲$
x_k	f_k	$f_k x_k$
–	۱	$\sum f_i x_i$

مثال ۳: مجموعه‌ای از ۲۰۰ سند حسابداری مربوط به خریدهای کوچک، برحسب تعداد

۱ــ سن در تعریف آمار دموگرافیک، عبارت از سالهای تمام شدهٔ عمر انسان؛ بنابراین فقط می‌تواند اعداد صحیح را اختیار کند و یک صفت کمّی گسسته است.

نقصها در این اسناد، گروه‌بندی و نتایج مشاهدات به‌وسیلهٔ جدول توزیع فراوانیهای نسبی زیر، بیان شده است :

X تعداد نقص	۰	۱	۲	۳	۴	–
f_i فراوانی نسبی	۰/۵	۰/۲	۰/۲	۰/۰۵	۰/۰۵	۱

مطلوب است : متوسط تعداد نقصها، برای یک سند.
برای محاسبهٔ متوسط تعداد نقصها، جدول زیر را تشکیل می‌دهیم (جدول ۵) :

جدول ۵

X	f_i	f_iX_i
۰	۰/۵	۰
۱	۰/۲	۰/۲
۲	۰/۲	۰/۴
۳	۰/۰۵	۰/۱۵
۴	۰/۰۵	۰/۲۰
–	۱	۰/۹۵

$\overline{X} = . \ f_iX_i =$ ۰/۹۵

بنابراین متوسط تعداد نقصها برای یک سند، ۰/۹۵ می‌باشد. یعنی به‌طور متوسط در هر سند ۰/۹۵ نقص یا تقریباً یک نقص وجود دارد.

گاهی ممکن است حجم نتایج مشاهدات کوچک باشد. در چنین شرایطی، گروه‌بندی برای صفت انجام نمی‌شود و در این‌صورت میانگین حسابی به‌صورت ساده بیان می‌گردد و همانطورکه قبلاً گفته شد، آن‌را با استفاده از فرمول ۱ محاسبه می‌کنند.

مثال ۴: طول سابقهٔ خدمت ۱۰ نفر مراجعه‌کننده برای اشتغال دریک مؤسّسه (برحسب سال) به‌قرار زیر است :

۱۱, ۷, ۱۰, ۵, ۶, ۸, ۷, ۱۰, ۴, ۸

متوسط حسابی سابقهٔ خدمت را برای یک مراجعه کننده، محاسبه کنید.

دراین حالت به‌علت اینکه نتایج مشاهدات، گروه‌بندی نشده است، میانگین را طبق فرمول ۱

محاسبه می‌کنیم :

$$\overline{X} = \frac{۸+۴+۱۰+۷+۸+۶+۵+۱۰+۷+۱۱}{۱۰} = \frac{۷۶}{۱۰} = ۷/۶$$

بنابراین، متوسط سابقه خدمت برای یک مراجعه کننده ۷/۶ سال می‌باشد.

در بسیاری موارد، فراوانیها در توزیع صفت، برحسب فاصله‌های مقادیر صفت بیان می‌شوند. در این‌حالت توزیع صفت را «توزیع فاصله‌ای» می‌نامند.

در محاسبهٔ میانگین برای توزیعهای فاصله‌ای، ابتدا وسط فاصله‌ها را به‌دست آورده، فرض می‌کنند که این اعداد، خود مقادیر مشاهده شده صفت هستند. (یعنی صفت متغیّر را به‌صورت گسسته درنظر می‌گیرند) و سپس میانگین این توزیع جدید را طبق فرمول ۲ یا ۳ محاسبه می‌کنند. روش محاسبهٔ میانگین در چنین حالتی در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول ۶

فاصله گروه‌ها	F_i	X_i	F_iX_i
$X_۱ - X_۲$	$F_۱$	$X_۲$	$F_۱X_۲$
$X_۲ - X_۳$	$F_۲$	$X_۲$	$F_۲X_۲$
$X_k - X_{k+۱}$	F_k	X_k	F_kX_k
–	N	–	. F_iX_i

که در اینجا X_i ها، نقاط میانی فاصله گروه‌هایند و از میانگین کرانهٔ پایین و کرانهٔ بالای هر گروه به‌دست می‌آیند، مثلاً $X_۲$ از $X_۲ = \frac{X_۱ + X_۲}{۲}$ به‌دست می‌آید.

مثال ۵: مزد و حقوق ماهانهٔ کارکنان یک مؤسسه خدماتی به‌صورت جدول صفحه بعد گروه‌بندی شده است (جدول ۷).

مطلوب است : متوسط مزد و حقوق ماهانهٔ کارکنان این مؤسّسه :

جدول ۷

فراوانی F_i	فاصله طبقات X مزد و حقوق ماهانه برحسب هزار تومان
۴	۴۰–۵۰
۷	۵۰–۶۰
۱۲	۶۰–۷۰
۱۵	۷۰–۸۰
۸	۸۰–۹۰
۴	۹۰–۱۰۰
۵۰	–

برای محاسبهٔ میانگین مزد و حقوق ماهانه، ابتدا وسط فاصله‌ها یعنی X_i هرطبقه را محاسبه کرده، در ستون سوم جدول ۸ می‌نویسیم و سپس محاسبات را طبق فرمول ۲ انجام می‌دهیم :

جدول ۸

F_iX_i	X_i وسط فاصله‌ها	F_i	X فاصله طبقات
۱۸۰	۴۵	۴	۴۰–۵۰
۳۸۵	۵۵	۷	۵۰–۶۰
۷۸۰	۶۵	۱۲	۶۰–۷۰
۱۱۲۵	۷۵	۱۵	۷۰–۸۰
۶۸۰	۸۵	۸	۸۰–۹۰
۳۸۰	۹۵	۴	۹۰–۱۰۰
۳۵۳۰	–	۵۰	–

$$\overline{X} = \frac{\sum F_iX_i}{N} = \frac{۳۵۳۰}{۵۰} = ۷۰/۶$$

بنابراین، متوسط مزد و حقوق ماهانهٔ یک نفر در مؤسسه فوق، ۷۰۶۰۰ تومان است.

مثال ۶: روزهای غیبت کارگران در یک کارگاه ساختمانی به‌صورت جدول زیر است :

X روزهای‌غیبت	۴–۰	۹–۵	۱۴–۱۰	۱۹–۱۵	۲۴–۲۰	۲۹–۲۵	–
F_i فراوانی	۵	۸	۱۰	۶	۷	۴	۴۰

متوسط روزهای غیبت کارگران را محاسبه کنید.

برای محاسبهٔ میانگین روزهای غیبت کارگران جدول زیر را تشکیل می‌دهیم (جدول ۹) :

جدول ۹

X فاصله طبقات	F_i	$X_.$ وسط فاصله‌ها	F_iX_i
۴–۰	۵	۲	۱۰
۹–۵	۸	۷	۵۶
۱۴–۱۰	۱۰	۱۲	۱۲۰
۱۹–۱۵	۶	۱۷	۱۰۲
۲۴–۲۰	۷	۲۲	۱۵۴
۲۹–۲۵	۴	۲۷	۱۰۸
–	۴۰	–	۵۵۰

$$\overline{X} = \frac{\sum F_iX_i}{N} = \frac{۵۵۰}{۴۰} = ۱۳/۷۵ \text{ روز}$$

میانگین حسابی روزهای غیبت کارگران ۱۳/۷۵ روز می‌باشد.

ــ بعضی خواص ریاضی میانگین حسابی

۱ــ میانگین حسابی N کمیّت ثابت برابر است با خود آن کمیّت :

فرض کنید $X = a$ باشد، در این‌صورت

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\sum F_ia}{\sum F_i} = \frac{a\sum F_i}{\sum F_i} = a}$$

۲ــ اگر فراوانیهای مقادیر صفت را چند برابر بزرگ یا کوچک کنیم، میانگین حسابی تغییری نمی‌کند. برای مثال اگر تمام فراوانیها را K برابر کوچک کنیم، خواهیم داشت :

$$\overline{X}=\frac{\sum \frac{F_i}{k}X_i}{\sum \frac{F_i}{k}}=\frac{\frac{1}{k}\sum F_iX_i}{\frac{1}{k}\sum F_i}=\frac{\sum F_iX_i}{\sum F_i}$$

۳ـ حاصل جمع انحرافهای (تفاضلهای) مقادیر صفت از میانگین خود، همواره مساوی صفر است، یعنی :

$$\boxed{\sum (X_i-\overline{X})=0}\Rightarrow \sum X_i-\sum \overline{X}=\sum X_i-N\overline{X}=\sum X_i-\sum X_i=0$$

و به‌همین ترتیب $\boxed{\sum F_i(X_i-\overline{X})=0}$

۴ـ اگر از تمامی مقادیر صفت، یک عدد ثابت کم شود و یا یک عدد ثابت به آنها اضافه گردد، از میانگین این کمیتّهای جدید نیز ، همان مقدار ثابت کاسته، یا به آن افزوده خواهد شد.

$$(\overline{X+a})=\overline{X}+a$$
$$(\overline{X-a})=\overline{X}-a$$

۵ـ اگر تمامی مقادیر صفت را، b برابر بزرگ یا کوچک کنیم، متوسط حسابی آنها نیز b برابر بزرگ یا کوچک خواهد شد :

$$(\overline{bX})=b\overline{X}$$
$$(\overline{\frac{X}{b}})=\frac{1}{b}\overline{X} \qquad b\neq 0$$

محاسبه میانگین به روش کوتاه: خواص بالا می‌توانند برای ساده کردن محاسبهٔ میانگین به‌کار روند که «روش کوتاه» نامیده می‌شوند. در کاربرد این خواص، فرمول محاسبهٔ میانگین را به‌صورت زیر می‌توان بیان کرد :

$$\overline{X}=b\overline{Y}+a \qquad (۴)$$

که در آن $\overline{Y}=\frac{\sum F_iY_i}{N}$

و $Y_i=\frac{X_i-a}{b}$

a و b اعداد دلخواه هستند (درجدول توزیع فراوانیها با فاصله‌های مساوی، برای سهولت کار، a را حدّ وسط یکی از طبقات میانی جدول و b را فاصلهٔ طبقات درنظر می‌گیرند). چون از تمامی X_i ها عدد a کم شده است، بنابراین متوسط کمیّت جدید به اندازهٔ عدد a کوچک خواهد شد (خاصیّت ۴) و چون اعداد $(X_i - a)$ بر عدد b تقسیم شده‌اند، متوسط این اعداد نیز، b برابر کوچکتر خواهد شد (خاصیّت ۵). از این‌رو، متوسط به‌دست آمده برای مقادیر Y_i ها (یعنی $\overline{Y}$) باید در عدد b ضرب و به حاصل، عدد a اضافه شود.

مثال ۷: قد دانش‌آموزان یک کلاس دبیرستانی را اندازه‌گیری کرده‌ایم و نتایج مشاهدات به‌صورت جدول توزیع فراوانی زیر به‌دست آمده است (جدول ۱۰) :

جدول ۱۰

X فاصله طبقات	F_i
۱۴۰–۱۴۵	۳
۱۴۵–۱۵۰	۴
۱۵۰–۱۵۵	۱۰
۱۵۵–۱۶۰	۱۶
۱۶۰–۱۶۵	۸
۱۶۵–۱۷۰	۶
۱۷۰–۱۷۵	۳
–	۵۰

متوسط قد دانش‌آموزان این کلاس را با استفاده از روش کوتاه محاسبه می‌کنیم.

برای این‌منظور، ابتدا وسط فاصله‌ها را به‌دست می‌آوریم (این اعداد در ستون سوم جدول ۱۱ قرار داده شده‌اند).

جدول ۱۱

X_i	F_i	X_i	$X_i - ۱۵۷/۵$	$Y_i = \frac{X_i - ۱۵۷/۵}{۵}$	F_iY_i
۱۴۰–۱۴۵	۳	۱۴۲/۵	–۱۵	–۳	–۹
۱۴۵–۱۵۰	۴	۱۴۷/۵	–۱۰	–۲	–۸
۱۵۰–۱۵۵	۱۰	۱۵۲/۵	–۵	–۱	–۱۰
۱۵۵–۱۶۰	۱۶	۱۵۷/۵	۰	۰	۰
۱۶۰–۱۶۵	۸	۱۶۲/۵	۵	۱	۸
۱۶۵–۱۷۰	۶	۱۶۷/۵	۱۰	۲	۱۲
۱۷۰–۱۷۵	۳	۱۷۲/۵	۱۵	۳	۹
–	۵۰	–	–	–	۲

به‌منظور ساده کردن محاسبات، عدد دلخواه a را، مساوی با ۱۵۷/۵ درنظر می‌گیریم. از تمامی مقادیر وسطی X_iها، عدد دلخواه a را کم کرده، تفاضلها را در ستون ۴ جدول فوق قرار داده‌ایم. سپس تفاضلهای ستون ۴ را بر عدد ۵ = b تقسیم کرده، حاصل را در ستون ۵ جدول می‌نویسیم که این اعداد را با Y_i نشان داده‌ایم. حال آنها را در فراوانیهای متناظر ضرب کرده (که حاصل در ستون ۶ جدول نوشته شده است). حاصل جمع را برای محاسبهٔ میانگین Y_iها به‌دست می‌آوریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$\overline{Y} = \frac{\cdot\ F_iY_i}{N} = \frac{۲}{۵۰} = ۰/۰۴$$

حال، متوسط صفت X را طبق فرمول ۴ محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{X} = b\overline{Y} + a$$

$$= ۵ \times ۰/۰۴ + ۱۵۷/۵ = ۱۵۷/۷$$

ـــ مقایسهٔ توزیعهای فراوانی به‌وسیلهٔ میانگین و نتیجه‌گیری نسبت به یکسان بودن آنها: از تعریف میانگین ملاحظه می‌شود که میانگین حسابی صفت متغیّر، تابعی از توزیع صفت است، یعنی هم از مقادیر صفت و هم از فراوانیهای آن مقادیر، تبعیّت می‌کند. بنابراین، اگر دو توزیع (دو جامعه)، دو میانگین حسابی متفاوت داشته باشند، آنگاه دو توزیع متفاوت خواهند بود. ولی اگر میانگینهای دو توزیع یکسان باشند، نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد که دو توزیع یکسان هستند، زیرا ممکن است دو توزیع

یکسان باشند و نیز ممکن است یکسان نباشند. به‌عبارت دیگر، دو توزیع یکسان، میانگینهای حسابی یکسانی را مشخص می‌نمایند، ولی دو میانگین حسابی یکسان، دو توزیع یکسان را مشخص نمی‌کنند. به‌عنوان مثال، دو توزیع زیر را می‌توان درنظر گرفت (جداول ۱۲ و ۱۳) :

جدول ۱۲

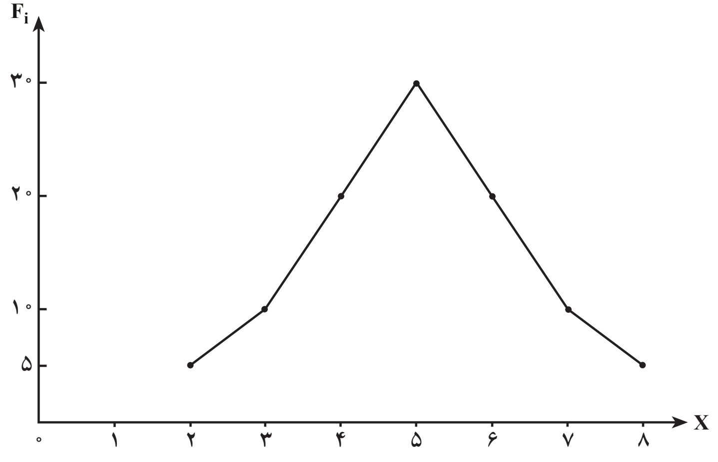
X_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	–
F_i	۵	۱۰	۲۰	۳۰	۲۰	۱۰	۵	۱۰۰

جدول ۱۳

X	۳	۴	۵	۶	۷	–
F_i	۲	۳	۹۰	۳	۲	۱۰۰

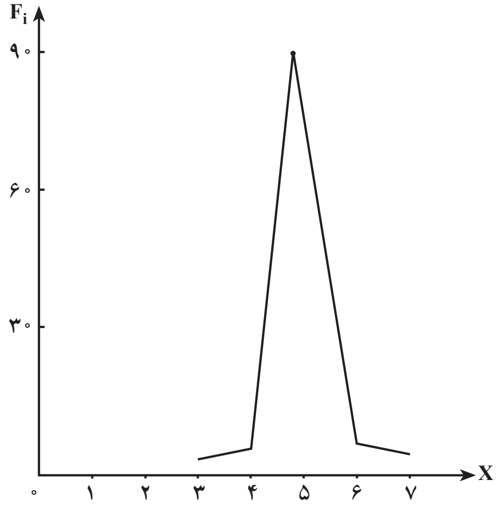
متوسط حسابی برای هر دو توزیع یکسان می‌باشد. $\overline{X}_۱ = \overline{X}_۲ = ۵$

ولی به‌وضوح دیده می‌شود که این دو جدول، دو توزیع متفاوت را بیان می‌کنند. برای روشن شدن این تفاوت، می‌توان دو توزیع را با چندگوش نیز، نمایش داد (شکلهای ۱ و ۲) :



شکل ۱ــ چندگوش توزیع صفت متغیّر جدول ۱۲

بنابراین، همان‌گونه که از مثال فوق برمی‌آید، برای پی‌بردن به یکسان بودن توزیعهای صفت متغیّر، همواره نمی‌توان تنها به مشخّصه‌های مرکزی، مانند میانگین حسابی، اکتفا نمود.



شکل ۲ــ چند گوش صفت متغیّر (جدول ۱۳)

میانه[1]

هم‌ردیف با میانگین، به عنوان مشخّصه آماری توزیع صفت، کمیتهای دیگری وجود دارند که در توزیع صفت متغیّر به عنوان مشخّصه مرکزی مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از چنین مشخّصه‌هایی، میانه می‌باشد که آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم :

میانه، مقدار صفتی است که جامعه را به ۲ گروه با حجم یکسان تقسیم می‌کند.

بر طبق معمول، میانه را با نماد Me نشان می‌دهیم.

از تعریف دقیق میانه برای متغیرهای گسسته در اینجا صرفنظر می‌کنیم[2].

اگر مقادیر صفت متغیّر گسسته را به طور صعودی مرتب کنیم، در صورتی که تعداد اعضای جامعه، عدد فرد باشد، یعنی اگر $(N = ۲m + ۱)$ باشد، آنگاه میانه، مقداری است که با شماره $X_{m+۱}$ مشخص می‌شود.

و در صورتی که تعداد اعضای جامعه عدد زوج باشد یعنی $(N = ۲m)$ باشد، آنگاه میانه، متوسط حسابی عضو X_m و $X_{m+۱}$ خواهد بود، یعنی :

۱ــ Median

۲ــ به کتابهای آمار ریاضی مراجعه شود.

$$Me = \frac{X_m + X_{m+۱}}{۲}$$

مثلاً اگر مقادیر مشاهدات به‌صورت زیر به‌دست آمده باشد :

۵،۲،۳،۳،۴،۳،۲،۶،۴،۲،۳

برای تعیین میانه، ابتدا این مقادیر را به‌طور صعودی مرتب می‌کنیم.

۲،۲،۲،۳،۳،۳،۳،۴،۴،۵ ،۶

چون در اینجا $N = ۲m + ۱ = ۱۱$ می‌باشد در نتیجه $m = ۵$ خواهد بود در این صورت عدد وسطی یعنی عضو $X_{m+۱} = X_{۵+۱} = X_۶ = ۳$ میانه می‌باشد.

مثال دیگر ــ اگر مجموعه مشاهدات به‌صورت زیر باشد :

۳،۴،۴،۶،۸،۹

چون در اینجا $N = ۲m = ۶$ و $m = ۳$ ، در نتیجه میانه مقدار صفتی است که با میانگین حسابی X_m و $X_{m+۱}$ مشخص می‌شود. یعنی :

$$Me = \frac{X_m + X_{m+۱}}{۲} = \frac{X_۳ + X_۴}{۲} = \frac{۴+۶}{۲} = ۵$$

خواهد بود.

اگر حجم مشاهدات (N)، بزرگ باشد و مقادیر صفت گروه‌بندی شده باشند، دیگر نوشتن تمامی مشاهدات، به صورت دنباله، مشکل و گاهی غیرممکن می‌شود. در چنین حالتی، عضو وسطی را برای توزیع، به وسیلهٔ فراوانیهای انباشته، جستجو می‌کنیم.

مثال ۸: فرض کنید، توزیع صفت متغیّر به‌وسیلهٔ جدول فراوانیهای زیر بیان شده باشد :

جدول ۱۴

X_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	–
F_i	۲	۲	۳	۵	۴	۴	۲۰

برای به‌دست آوردن میانهٔ صفت، ابتدا فراوانیهای انباشته را، محاسبه می‌کنیم :

جدول ۱۵

X_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	–
F_i	۲	۲	۳	۵	۴	۴	۲۰
FC_i	۲	۴	۷	۱۲	۱۶	۲۰	–

حال چنین استدلال می‌کنیم :

حجم مشاهدات $N = ۲۰$ است. باز هم ردیف میانه را مشخص می‌کنیم :

$$Me = \frac{X_m + X_{m+۱}}{۲} = \frac{X_{۱۰} + X_{۱۱}}{۲}$$

یعنی در دنبالهٔ مقادیر صفت، عضو دهم و عضو یازدهم، اعضای وسطی هستند. می‌خواهیم ببینیم این اعضای وسطی (شماره ۱۰ و ۱۱) در کدام گروه قرار دارند. با توجه به فراوانیهای انباشته، مشاهده می‌شود، عضو یکم و دوم در گروه $X = ۲$ هستند.

عضو سوم و چهارم در گروه $X = ۳$ هستند.

عضو پنجم، ششم و هفتم در گروه $X = ۴$ هستند.

عضو هشتم، نهم، دهم، یازدهم و دوازدهم در گروه $X = ۵$ قرار دارند.

بنابراین اعضای وسطی، یعنی عضو دهم و یازدهم، در گروه $X = ۵$ ، یعنی از صفت متغیّر، مقدار $X = ۵$ را دارند و طبق تعریف بالا، خواهیم داشت :

$$Me = \frac{X_{۱۰} + X_{۱۱}}{۲} = \frac{۵ + ۵}{۲} = ۵$$

اگر توزیع صفت، برحسب فاصله‌ها بیان شده باشد (اغلب در حالت صفت متغیّر پیوسته)، پس از محاسبه فراوانیهای انباشته در جدول، فاصله‌ای که $\frac{N}{۲}$ در آن فراوانی انباشته قرار گرفته باشد، آن فاصله را «فاصلهٔ میانه» یا طبقهٔ میانه‌دار می‌نامند و توسط فرمول زیر مقدار میانه را به‌دست می‌آورند :

$$Me = X_i + \frac{\frac{N}{۲} - FC_i}{F_i} \times I \qquad (۵)$$

که در آن :

X_i ــ حد پایین «فاصلهٔ میانه» یا طبقه میانه‌دار

FC_i ــ فراوانی انباشته طبقهٔ قبل از طبقه میانه‌دار

F_i ــ فراوانی مطلق طبقهٔ میانه‌دار

I ــ فاصله طبقهٔ میانه‌دار

می‌باشند.

مثال۹: فرض کنید می‌خواهیم میانهٔ حجم تولید مؤسّسات تولیدکنندهٔ مواد شیمیایی (X) را به‌دست آوریم (جدول ۱۶)، ابتدا ستون فراوانیهای انباشته را تشکیل می‌دهیم :

جدول ۱۶

مقدار محصول X	تعداد مؤسسات F_i	فراوانی انباشته FC_i
۱۱–۱۳	۷	۷
۱۳–۱۵	۹	۱۶
۱۵–۱۷	۱۰	۲۶
۱۷–۱۹	۸	۳۴
۱۹–۲۱	۶	۴۰
–	۴۰	–

سپس نصف حجم مشاهدات را تعیین می‌کنیم : $\frac{N}{۲}=\frac{۴۰}{۲}=۲۰$

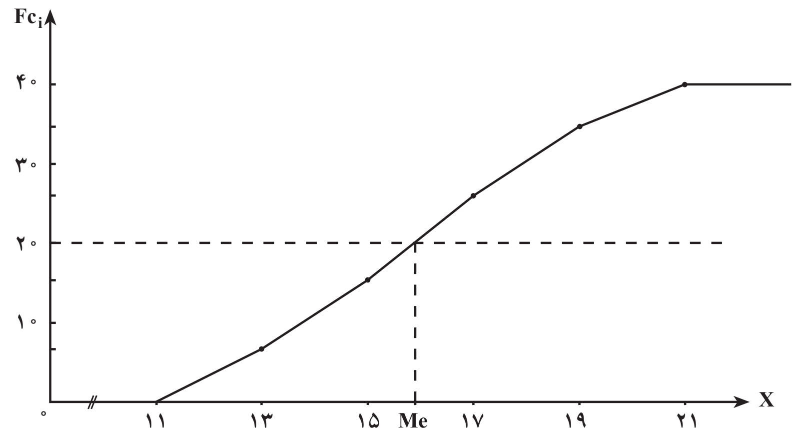
چون نصف حجم جامعه، در فاصله ۱۷ـ۱۵ قرار گرفته، بنابراین، طبقهٔ میانه‌دار، طبقه ۱۷ـ۱۵ می‌باشد، طبق فرمول ۵، میانه را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم :

$$Me = X_i + \frac{\frac{N}{۲} - FC_i}{F_i} \times I$$

$$= ۱۵ + \frac{۲۰ - ۱۶}{۱۰} \times ۲$$

$$= ۱۵ + \frac{۸}{۱۰} = ۱۵/۸$$

میانه را می‌توان به‌طور هندسی نیز با استفاده از چندگوش فراوانیهای انباشته، به‌دست آورد (شکل ۳).



شکل ۳ــ تعیین مقدار میانه برای مقدار محصول درمثال (۹)

ــ خواص میانه

۱ــ محاسبهٔ میانه از محاسبهٔ میانگین آسان‌تر است.

۲ــ برای توزیعهای صفت که مقادیر آن در دامنه‌های توزیع، نامعین باشد، میانگین به‌عنوان مقدارمتوسط، نمی‌تواند محاسبه گردد، در صورتی‌که، میانه را برای چنین توزیعهایی، می‌توان محاسبه کرد.

مثلاً، اگر نمایهٔ (لیست) حقوق کارگران یک مؤسسه به‌صورت جدول زیر در دست باشد :

جدول ۱۷

حقوق کارگران (برحسب هزارتومان) X	**تعداد کارگران F_i**
کمتر از ۳۰هزارتومان	۱۰
۳۰ – ۴۰	۲۰
۴۰ – ۵۰	۴۰
۵۰ – ۶۰	۱۵
۶۰ – ۷۰	۱۰
۷۰ هزارتومان‌به‌بالا	۵
–	۱۰۰

برای چنین توزیعی، محاسبهٔ میانگین حسابی، امکان‌پذیر نیست، زیرا باید وسط فاصله‌ها را برای هرگروه محاسبه کرد، که چون گروه اول و گروه آخر، حدود معینی ندارند، بنابراین وسط فاصله آنها را نمی‌توان به‌دست آورد. ولی برای این توزیع، میانه را می‌توان محاسبه نمود، چون میانه با طبقات میانی جدول محاسبه می‌شود و به طبقات اول و آخر جدول کاری ندارد.

۳ـ میانه، حاصل جمع قدرمطلق انحرافات مقادیر صفت را از خودش به حداقل می‌رساند :

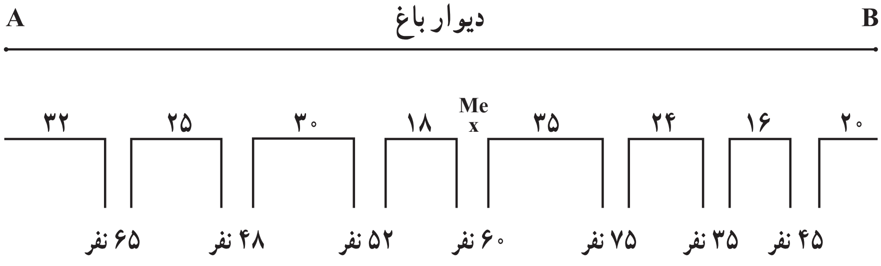
(۶) $$|X_i - Me| = \min .$$

یا

(۷) $$F_i|X_i - Me| = \min .$$

از این خاصیت برای نصب یا ایجاد وسایلی که استفاده همگانی دارند، استفاده می‌کنند. مثلاً برای نصب باجه تلفن عمومی در یک معبر و یا تعیین محل مناسب برای ایستگاه اتوبوس در یک خیابان و مواردی از این قبیل، از نقطهٔ میانه این مکانها استفاده می‌شود.

مثال ۱۰: شرکت مخابرات درنظر دارد یک باجه تلفن عمومی در خیابان معینی نصب کند. موقعیّت خیابان و فاصله مکانها و تعداد افراد ساکن در این مکانها در شکل زیر نشان داده شده است :



برای تعیین جای مناسب نصب باجهٔ تلفن، جدول توزیع فراوانی فاصله‌ها را از نقطهٔ A به‌دست آورده، سپس با تشکیل فراوانیهای انباشته، میانهٔ توزیع را تعیین می‌کنیم :

جدول ۱۸

فاصله مکانها تانقطهٔ A X	تعداد نفرات مکانها F_i	فراوانی انباشته FC_i
۳۲	۶۵	۶۵
۵۷	۴۸	۱۱۳
۸۷	۵۲	۱۶۵
۱۰۵	۶۰	۲۲۵
۱۴۰	۷۵	۳۰۰
۱۶۴	۳۵	۳۳۵
۱۸۰	۴۵	۳۸۰
–	۳۸۰	–

نصفِ حجم جامعه $\left(\frac{N}{۲}\right)$ را محاسبه می‌کنیم :

$$\frac{N}{۲}=\frac{۳۸۰}{۲}=۱۹۰$$

با مقایسهٔ $\left(\frac{N}{۲}\right)$، ۱۹۰ با ستون فراوانیهای انباشته، معلوم می‌شود که در فراوانی انباشته ۲۲۵ قرار دارد و گروه X متناظر آن فاصله ۱۰۵ می‌باشد، بنابراین میانهٔ این خیابان نقطهٔ ۱۰۵ متری از نقطهٔ A می‌باشد که در شکل خیابان نشان داده شده است.

چنانچه میانهٔ این خیابان را از نقطهٔ B محاسبه کنیم، میانه، فاصله ۹۵ متری از نقطه B به‌دست خواهد آمد که دقیقاً روی نقطه قبلی خواهد افتاد.

نما (مُد)[1]

یکی‌دیگر از مشخّصه‌های مرکزی «نما» است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود :

> «مقدار صفتی که بزرگترین فراوانی یا بزرگترین چگالی فراوانی را در توزیع فراوانی، دارا باشد، «نما» نامیده می‌شود.»

نمای صفت را بعد از این با Mo نشان خواهیم داد.

۱ــ Mode

مثال ۱۱: فرض کنید توزیع صفت متغیّر، به‌وسیلهٔ جدول زیر بیان شده باشد :

جدول ۱۹

X	۲	۳	۴	۵	۶	–
F_i	۱۰	۲۵	۴۰	۲۰	۵	۱۰۰

چون بزرگترین فراوانی در جدول، ۴۰ است و این فراوانی به مقدار ۴ تعلق دارد، بنابراین، نما در این توزیع ۴ خواهد بود، یعنی :

$$Mo = ۴$$

در توزیعهای فاصله‌ای، ابتدا می‌توان، طبقه یا فاصله‌ای را که شامل نما می‌شود، تعیین کرد. این فاصله را «فاصلهٔ نما» یا «طبقهٔ نمادار» می‌نامند. در توزیعهای با فاصله‌های مساوی، فاصلهٔ نما، از روی بزرگترین فراوانی تعیین می‌گردد. ولی در توزیعهای با فاصله‌های نامساوی، فاصلهٔ نما، به‌وسیلهٔ بزرگترین چگالی فراوانی، تعیین می‌شود.

برای به‌دست آوردن نما در توزیعهای با فاصله‌های مساوی، از فرمول زیر استفاده می‌شود :

$$Mo = X_i + \frac{F_i - F_{(i-۱)}}{(F_i - F_{(i-۱)}) + (F_i - F_{(i+۱)})} \times I \qquad (۸)$$

که در آن

X_i ــ حد پایین فاصلهٔ نما

I ــ طول فاصلهٔ نما

F_i ــ فراوانی مطلق متعلق به فاصلهٔ نما (بزرگترین فراوانی در جدول)

$F_{(i-۱)}$ ــ فراوانی متعلق به فاصلهٔ مجاور ماقبل نما

$F_{(i+۱)}$ ــ فراوانی متعلق به فاصلهٔ مجاور بعد از نما

می‌باشند. برای ساده نمودن فرمول ۷ می‌توان از تبدیلهای زیر استفاده نمود :

$$F_i - F_{(i-۱)} = d_۱$$

$$F_i - F_{(i+۱)} = d_۲$$

در این‌صورت فرمول ۸ به‌صورت زیر نوشته می‌شود :

$$Mo = X_i + \frac{d_۱}{d_۱ + d_۲} \times I \qquad (۹)$$

مثال ۱۲: توزیع قد دانش‌آموزان یک کلاس دبیرستانی در جدول ۲۰ آورده شده است. نمای قد دانش‌آموزان را محاسبه نمایید.

جدول ۲۰

X قد دانش‌آموزان	F_i
۱۴۰–۱۴۵	۳
۱۴۵–۱۵۰	۶
۱۵۰–۱۵۵	۱۵
۱۵۵–۱۶۰	۱۸
۱۶۰–۱۶۵	۱۰
۱۶۵–۱۷۰	۸
–	۶۰

چون بزرگترین فراوانی ۱۸ است، گروه متناظر آن، فاصلهٔ ۱۶۰ـ۱۵۵ است. بنابراین مطابق فرمول ۸، نما را محاسبه می‌کنیم :

$$Mo = ۱۵۵ + \frac{۱۸-۱۵}{(۱۸-۱۵)+(۱۸-۱۰)} \times ۵$$

$$= ۱۵۵ + \frac{۱۵}{۱۱} = ۱۵۵ + ۱/۳۵ = ۱۵۶/۳۵$$

نکته: در هر توزیع، به بیش‌از یک میانگین و یک میانه، نمی‌توان دست یافت ولی می‌توان بیش از یک نما به‌دست آورد.

نما را نیز می‌توان با استفاده از شکل توزیع صفت در جامعه، تعیین نمود.

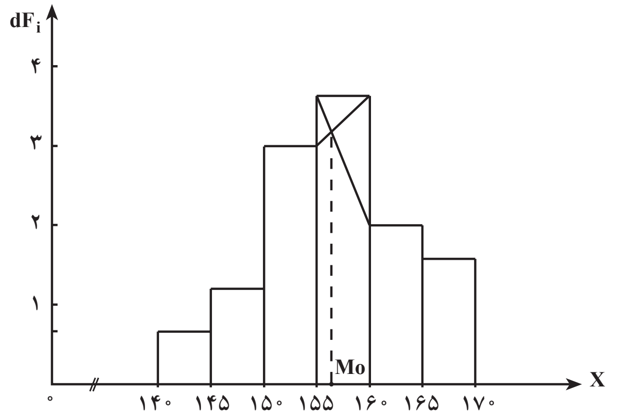
نما را برای صفت متغیّر (قد دانش‌آموزان) درمثال ۱۲ با شکل (هیستوگرام) توزیع به‌دست می‌آوریم.

جدول ۲۱

X	F_i	dF_i
۱۴۰–۱۴۵	۳	۰/۶
۱۴۵–۱۵۰	۶	۱/۲
۱۵۰–۱۵۵	۱۵	۳
۱۵۵–۱۶۰	۱۸	۳/۶
۱۶۰–۱۶۵	۱۰	۲
۱۶۵–۱۷۰	۸	۱/۶
–	۶۰	–

ابتدا چگالی فراوانیها را برای گروههای X در جدول توزیع فراوانی محاسبه می‌کنیم (جدول ۲۱).

سپس هیستوگرام توزیع را رسم می‌کنیم :



شکل ۴ــ تعیین نما با استفاده از هیستوگرام توزیع

در هیستوگرام توزیع، در داخل بلندترین ستون، از ستونهای مجاور، دو خط را مطابق شکل۴ رسم می‌کنیم، سپس از نقطهٔ تقاطع این دو خط، عمودی بر محور طولها، ترسیم می‌کنیم. مقدار صفتی که با طول نقطهٔ عمود بر روی محور طولها، متناظر است، نمای صفت خواهد بود.

در بعضی موارد، نما برای توزیع صفت، یک مشخّصه مرکزی برتر است که بیشترین مقادیر

صفت در حول آن متمرکز می‌گردد. از این‌رو، در توصیف جامعه، در چنین حالاتی به عنوان مشخّصه مرکزی، نما نسبت به میانگین برتری دارد.

مثلاً درمورد تقاضا نسبت به یک اندازه معیّن کفش یا لباس، «نما» نسبت به میانگین یک مشخّصهٔ بهتر است. به‌طور کلی، میانگین در اینجا ارزشی ندارد.

باید متذکر شد که برای توزیعهای کاملاً قرینه، مقادیر میانگین حسابی $(\overline{X})$، میانه (Me) و نما (Mo) برهم منطبق می‌شوند، یعنی :

$$\overline{X} = Me = Mo$$

ولی اگر توزیع قرینه نباشد (البته اگر از حالت قرینگی انحراف بسیار نداشته باشد)، بین این سه مشخّصه‌مرکزی، می‌توان رابطهٔ تقریبی زیر را نوشت :

$$\overline{X} - Mo = ۳(\overline{X} - Me)$$

یا

$$Mo = ۳Me - ۲\overline{X}$$

از تساوی تقریبی فوق، می‌توان برای تعیین مقدار یکی از ۳ مشخّصهٔ مرکزی، وقتی که ۲ تای دیگر معلوم باشد، استفاده کرد.

مثلاً برای یک توزیع تقریباً غیرقرینه، اگر میانگین برابر ۴۲ و میانه برابر ۴۰ باشد، با استفاده از رابطهٔ بالا، مقدار نما را محاسبه می‌کنیم :

$$Mo = \overline{X} - ۳(\overline{X} - Me) = ۴۲ - ۳(۴۲ - ۴۰) = ۳۶$$

یا

$$Mo = ۳Me - ۲\overline{X} = ۳ \times ۴۰ - ۲ \times ۴۲ = ۳۶$$

؟ سؤالها و تمرینها

۱ــ مشخّصه‌های آماری چه مشخّصه‌هایی هستند؟ لزوم وارد کردن آنها در آمار چیست؟

۲ــ مشخّصه‌های مرکزی، چه ویژگی از صفت متغیّر را بیان می‌کنند؟

۳ــ میانگین حسابی را تعریف کنید.

۴ــ توزیع میزان فروش یک شرکت بازرگانی درماه گذشته در جدول زیر بیان شده است، میانگین حسابی فروش روزانهٔ این شرکت را محاسبه کنید.

X (میزان فروش برحسب هزار تومان)	۱۰۰–۳۰۰	۳۰۰–۵۰۰	۵۰۰–۷۰۰	۷۰۰–۹۰۰	۹۰۰–۱۱۰۰	۱۱۰۰–۱۳۰۰	–
F_i تعداد روز	۳	۷	۱۰	۳	۲	۱	۲۶

۵ــ میانگین حسابی ساده چیست؟ در چه مواردی از آن استفاده می‌کنند؟

۶ــ میانگین حسابی برای توزیعهای فاصله‌ای، چگونه محاسبه می‌شود؟

۷ــ توزیع سن کارگران یک واحد تولیدی، در جدول زیر بیان شده است :

X سن کارگران	۱۸ – ۲۲	۲۳ – ۲۷	۲۸ – ۳۲	۳۳ – ۳۷	۳۸ – ۴۲	۴۳ – ۴۷	–
F_i فراوانی	۴	۱۴	۲۰	۱۶	۱۶	۱۰	۸۰

متوسط حسابی سن کارگران را محاسبه کنید.

۸ــ جدول زیر، توزیع خانوارهای یک منطقهٔ مسکونی را برحسب تعداد افراد خانوار نشان می‌دهد :

X تعداد افراد خانوار	۳	۴	۵	۶	۷	۸	–
f_i فراوانی نسبی	۰/۰۵	۰/۱۴	۰/۳۰	۰/۲۵	۰/۱۶	۰/۱۰	۱

متوسط تعداد افراد خانوار را در این منطقه محاسبه کنید.

۹ــ خواص میانگین حسابی را بیان کنید. این خواص چه اهمیّتی دارند و کاربردشان چیست؟

۱۰ــ اگر در توزیعهای فاصله‌ای، فاصلهٔ طبقات نامساوی باشد، می‌توان از روش کوتاه، میانگین را محاسبه نمود؟ چرا؟

۱۱ــ میانگین تمرین ۷ را با استفاده از روش کوتاه، محاسبه نمایید.

۱۲ــ میانه را تعریف کنید.

۱۳ــ اگر حجم مشاهدات در جامعه، زوج باشد، میانه را چگونه تعیین می‌کنند؟

۱۴ــ یکی از خواص میانه که لزوم آن‌را در آمار، اجباری می‌سازد، کدام است؟

۱۵ــ اگر توزیع صفت، به وسیلهٔ جدول توزیع فراوانیها، بیان شده باشد، میانه را چگونه محاسبه می‌کنند؟

۱۶ــ تعداد تصادفات اتومبیل در روز، در یک شهر، طی دو ماه گذشته به‌صورت جدول زیر گروه‌بندی شده است :

X تعداد تصادف	۱۰	۱۲	۱۵	۱۶	۱۸	۲۰	ــ
F_i روز	۳	۱۵	۱۸	۱۴	۷	۳	۶۰

میانه را برای تعداد تصادفات اتومبیل به‌دست آورید.

۱۷ــ مبلغ اضافه‌کار پرداختی دریک شرکت تولیدی در ماه گذشته به‌صورت جدول زیر گروه‌بندی شده است :

X مبلغ اضافه‌کارپرداختی برحسب هزارتومان	۲۰ ــ ۳۰	۳۰ ــ ۳۵	۳۵ ــ ۴۰	۴۰ ــ ۴۵	۴۵ ــ ۵۰	ــ
F_i فراوانی	۸	۱۸	۲۵	۱۲	۷	۷۰

میانه، اضافه کار پرداختی در این شرکت، چقدر است؟

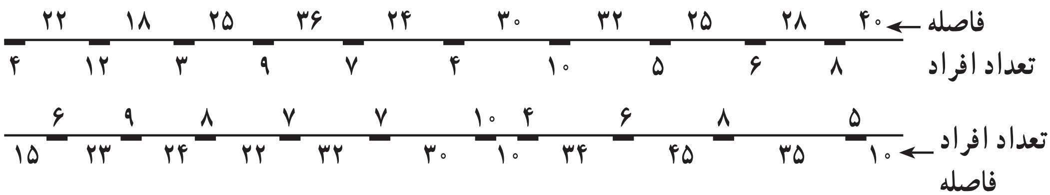
۱۸ــ میزان پارچه‌های تولید شده درکارخانه‌های بافندگی کشور در سال گذشته به‌صورت جدول صفحه بعد گروه‌بندی شده است : (واحد میلیون متر پارچه)

تعداد کارخانه F_i	پارچه تولیدشده برحسب میلیون متر X
۵	۱۰ و کمتر
۱۷	۱۰–۲۰
۲۸	۲۰–۴۰
۳۵	۴۰–۶۰
۲۵	۶۰–۱۰۰
۱۰	۱۰۰ و بیشتر
۱۲۰	–

میانه پارچه تولید شده در کارخانه‌های بافندگی کشور را محاسبه کنید.

۱۹ــ یکی از خواص مهم میانه، که در برنامه‌ریزیها مورد استفاده قرار می‌گیرد، کدام است؟

۲۰ــ فرض کنید شرکت اتوبوسرانی تصمیم دارد در یک خیابان به‌طول ۲۸۰ متر، یک ایستگاه اتوبوس دایر کند، باتوجّه به مشخّصات شکل زیر و با استفاده از خاصیّت میانه، نقطهٔ مناسب محل ایستگاه را مشخص کنید.



(اعداد خارج از معبر فاصله‌ها را و اعداد داخل معبر تعداد افراد ساکن در خانه‌ها را نشان می‌دهد.)

۲۱ــ نما را تعریف کنید.

۲۲ــ نمرات درس ریاضی برای دانش‌آموزان یک کلاس به‌صورت زیر گروه‌بندی شده است :

X نمره ریاضی	۶	۷	۸	۱۰	۱۱	۱۲	۱۴	۱۶	–
F_i فراوانی	۳	۲	۵	۱۲	۶	۱۵	۷	۴	۵۴

نما برای نمرات درس ریاضی، چه نمره‌ای است؟

۲۳ــ نما را برای تمرین ۸، به‌دست آورید.

۲۴ــ نما را برای تمرین ۷ (سن کارگران یک واحد تولیدی) محاسبه کنید.

۲۵ــ نما را برای تمرین ۱۷ (اضافه‌کار پرداختی) محاسبه کنید.

۲۶ــ نما را برای تمرین ۱۶ (تعداد تصادفات اتومبیل) به‌دست آورید.

۲۷ــ نما را برای تمرین ۱۷ با استفاده از شکل هیستوگرام به‌دست آورید.

۲۸ــ در توزیعهای قرینه، چه رابطه‌ای بین مشخّصه‌های مرکزی (میانگین، میانه و نما)، وجود دارد؟

۲۹ــ در توزیعهای غیر قرینه (که انحراف آنها کم است)، چه رابطه‌ای بین میانگین، میانه و نما وجود دارد؟ آن‌را بنویسید.

خودآزمونهای چهارگزینه‌ای

۱ــ کدام‌یک از گزینه‌های زیر، یکی از خواص میانگین را نشان می‌دهد؟

الف ــ $(X_i - \overline{X}) = $ ۰ .　　ب ــ $(X_i - \overline{X}) = \max$.

ج ــ $(X_i - \overline{X}) \#$ ۰/۵ .　　د ــ $(X_i - \overline{X}) = \min$.

۲ــ میانگین ۱۰ عدد برابر ۸ می‌باشد، X_i . کدام است؟

الف ــ ۴۰　　ب ــ ۱۶۰　　ج ــ ۸۰　　د ــ ۱۶

۳ــ اگر به تمامی مقادیر صفت متغیّر، یک عدد ثابت مانند ۵ $= a$ اضافه کنیم،

الف ــ میانگین به اندازه ۵ واحد کم می‌شود.

ب ــ میانگین تغییری نمی‌کند.

ج ــ میانگین به اندازهٔ ۵ واحد زیاد می‌شود.

د ــ میانگین دو برابر می‌شود.

۴ــ میانه ۳۲ عضو برابر ۱۶ می‌باشد، اگر فراوانی مطلق طبقهٔ میانه ۶ و فاصله طبقه میانه ۴ و فراوانی انباشته طبقه ماقبل $\frac{N}{۲}$ ، ۱۰ باشد، کرانه پایین طبقه میانه، کدام است؟

الف ــ ۱۰　　ب ــ ۸　　ج ــ ۱۲　　د ــ ۶

۵ــ کدام یک از گزینه‌های زیر یکی از خواصّ میانه می‌باشد؟

الف ــ $(X_i - Me) = ۰$.　　　ب ــ $|X_i - Me| = ۰$.

ج ــ $|X_i - Me| = max$.　　　د ــ $|X_i - Me| = min$.

۶ــ کدام‌یک از گزینه‌های زیر تعریف میانه است؟

الف ــ مقدار صفتی که بیشترین فراوانی را دارد.

ب ــ مقداری از صفت که در وسط توزیع مرتب شده قرار دارد.

ج ــ حاصل‌جمع مقادیر صفت تقسیم بر تعدادشان

د ــ بزرگترین اندازهٔ صفت در جامعه

۷ــ هر توزیع صفت متغیّر

الف ــ فقط یک میانگین و یک نما دارد.

ب ــ فقط یک میانه و یک نما دارد.

ج ــ فقط یک میانگین و یک میانه دارد.

د ــ بیش از یک میانه دارد.

۸ــ نهضت سوادآموزی، زمان پخش برنامه تلویزیونی را از زنان روستایی، نظرخواهی نموده است، کدام مشخّصه مرکزی برای تعیین زمان پخش برنامهٔ نهضت مناسب است؟

الف ــ میانگین　　　ب ــ میانه　　　ج ــ نما　　　د ــ هیچکدام

۹ــ در توزیعهای قرینه، کدام‌یک از روابط زیر صحیح است؟

الف ــ $\overline{X} \# Me \# Mo$　　　ب ــ $\overline{X} < Me < Mo$

ج ــ $\overline{X} = Me = Mo$　　　د ــ $\overline{X} = ۳Me - ۲Mo$

۱۰ــ در توزیع‌های تقریباً غیرقرینه کدام رابطه بین سه مشخّصه مرکزی وجود دارد؟

الف ــ $\overline{X} = ۳Me - ۲Mo$　　　ب ــ $Mo = ۳Me - ۲\overline{X}$

ج ــ $Me = ۳\overline{X} - ۲Mo$　　　د ــ $Mo = ۳\overline{X} - ۲Me$