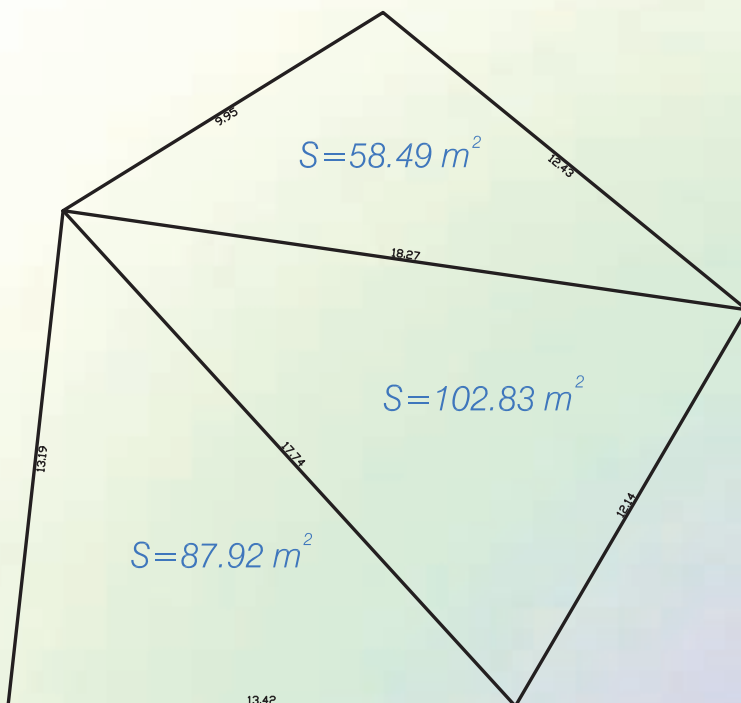


# فصل پنجم

## محاسبه سطح



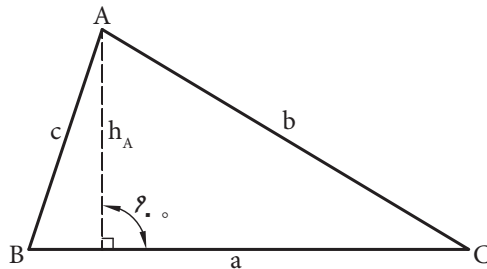
## هدف‌های رفتاری

- پس از آموزش این فصل از فراگیر انتظار می‌رود بتواند:
- ۱- مساحت مثلث را به روش‌های مختلف محاسبه کند.
  - ۲- مساحت چهارضلعی‌ها را محاسبه کند.
  - ۳- مساحت چندضلعی‌ها را محاسبه کند.
  - ۴- مساحت دایره و حلقه را محاسبه کند.
  - ۵- سطح جانبی و سطح کل احجام منشوری و احجام مرکب منشوری را محاسبه کند.

### ۱-۵ محاسبه مساحت مثلث

مساحت مثلث نامشخص  $ABC$  (شکل ۱) را می‌توانیم به روش‌های مختلف محاسبه

کنیم.



شکل ۱

الف) مساحت مثلث با داشتن اندازه قاعده و ارتفاع آن، برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_A$$

یک‌دوم قاعده ضرب در ارتفاع

ب) مساحت مثلث با داشتن دو ضلع و زاویه بین آن‌ها، برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C$$

یک‌دوم حاصل ضرب دو ضلع ضرب در سینوس زاویه بین آن‌ها.

ج) مساحت مثلث با داشتن سه ضلع، برابر است با:

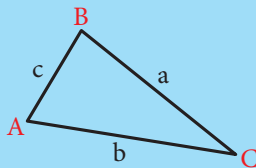
جذر حاصل ضرب نصف محیط مثلث ضرب در نصف محیط مثلث، منهای هر یک از اضلاع آن.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad , \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

آیا می‌دانید که ... (مطالعه آزاد)



برای محاسبه مساحت در حالتی که سه ضلع آن معلوم است یوزجانی دانشمند مسلمان ایرانی در قرن چهارم هـ. ق فرمول آن را به شکل زیر بیان کرده است.

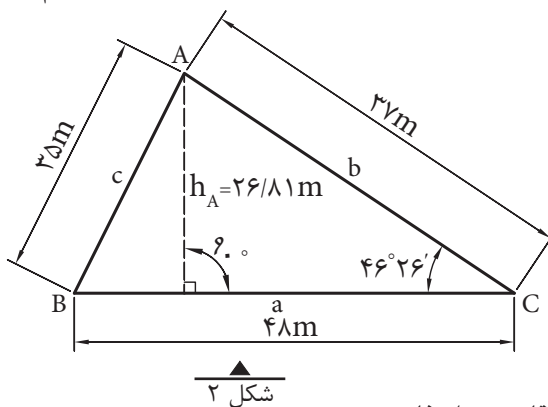


$$S = \sqrt{\left[\left(\frac{c+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{c-b}{2}\right)^2\right]} = S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

(که امروزه به فرمول هرون معروف شده است.)

تذکر: این فرمول در حقیقت با تغییراتی که روی آن انجام می‌شود فرمول محاسبه مساحت به روش هرون (دانشمند یونانی) به دست می‌آید.

مثال: در شکل ۲ مساحت ABC را به سه روش فوق محاسبه می‌کنیم.



با استفاده از اندازه قاعده و ارتفاع:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_A = \frac{1}{2} \times 48m \times 26.81m = 643.44m^2$$

با استفاده از اندازه دو ضلع و زاویه بین آنها:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 48 \times 37 \times \sin 46^\circ 26'$$

$$S = \frac{1}{2} \times 48 \times 37 \times 0.7246 = 643.44 \text{ m}^2$$

با استفاده از اندازه سه ضلع:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{48+37+35}{2} = 60$$

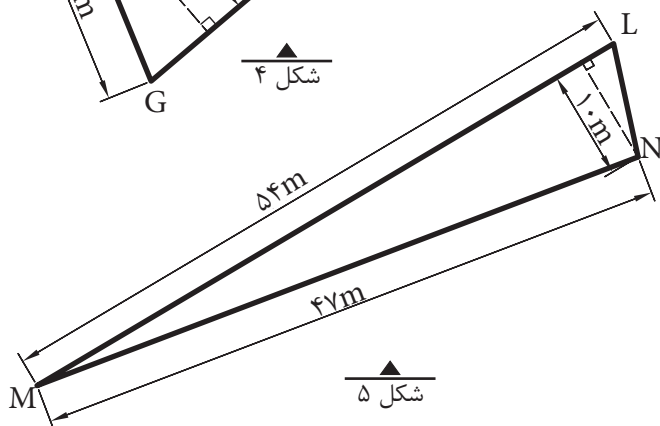
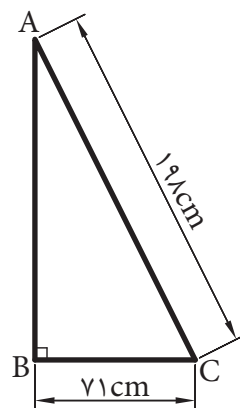
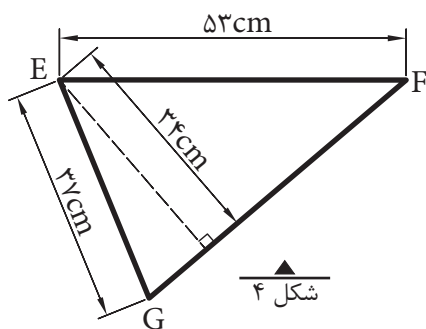
$$S = \sqrt{60(60-48)(60-37)(60-35)}$$

$$S = \sqrt{60(12)(23)(25)} = \sqrt{414000} = 643.43 \text{ m}^2$$

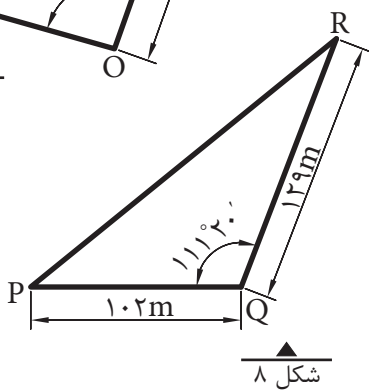
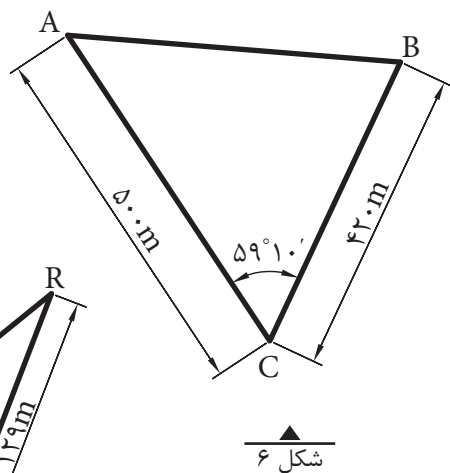
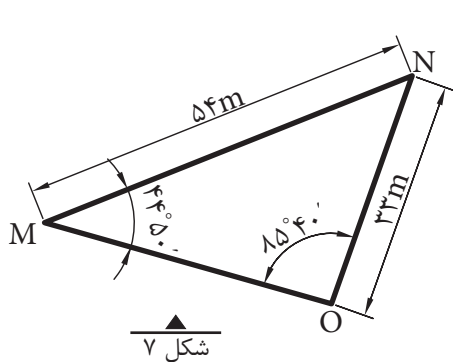
نکته: اختلاف حاصل در محاسبه مساحت به دلیل گرد کردن اعداد در محاسبات به وجود آمده است.

تمرین:

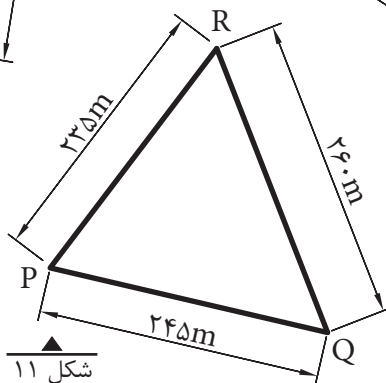
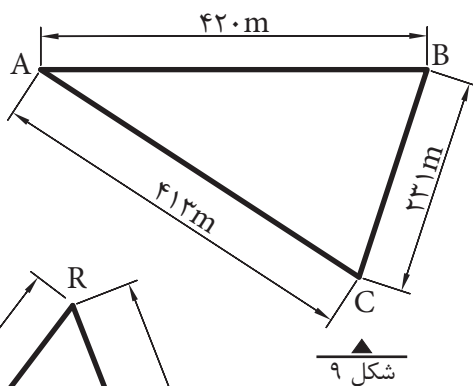
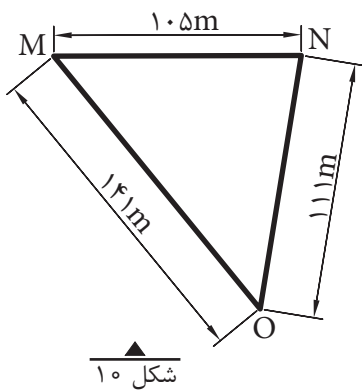
۱- مساحت مثلث‌های شکل‌های ۳، ۴ و ۵ را بر حسب متر مربع حساب کنید.



۲- مساحت مثلث‌های شکل‌های ۶، ۷ و ۸ را بر حسب متر مربع محاسبه کنید.

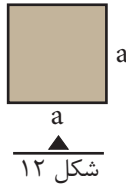


۳- مساحت مثلث‌های شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ را بر حسب هکتار محاسبه کنید.



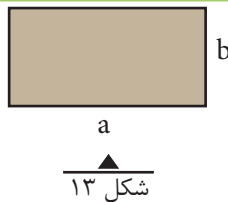
الف) مساحت مربع به ضلع  $a$  برابر است با:

$$S = a^2$$



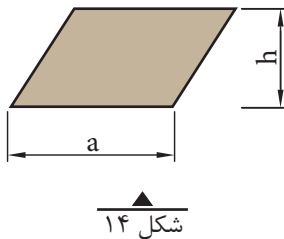
ب) مساحت مستطیل به طول  $a$  و عرض  $b$  برابر است با:

$$S = a.b$$



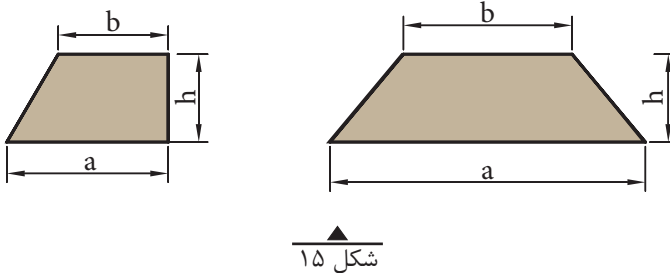
ج) مساحت متوازی الاضلاع به قاعده  $a$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:

$$S = a.h$$



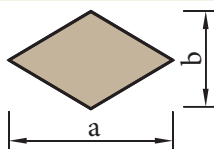
د) مساحت ذوزنقه با قاعده‌های  $a$  و  $b$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(a+b).h$$



ه) مساحت لوزی با قطرهای  $a$  و  $b$  برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} a.b$$

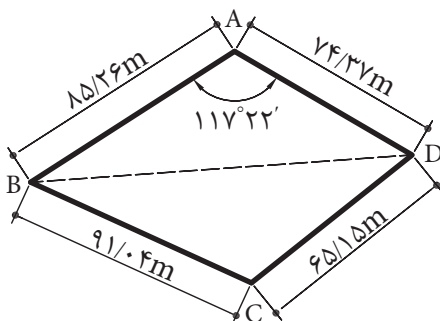


شکل ۱۶

### ۳-۵ محاسبه مساحت چهارضلعی نامشخص

برای تعیین مساحت یک چهارضلعی نامنظم باید علاوه بر اندازه گیری چهار ضلع آن، یک قطر یا یکی از زوایای آن را نیز اندازه گیری کنیم.

مثال ۱: در شکل ۱۷ مساحت چهارضلعی ABCD چند متر مربع است؟



شکل ۱۷

حل: با رسم قطر BD چهارضلعی ABCD را به دو مثلث تبدیل می کنیم.

مساحت مثلث  $S_{ABC} = \frac{1}{2} (85/26m)(74/37m) \sin 117^\circ 22' = 2815/57$

طول قطر BD

$$(BD)^2 = (85/26)^2 + (74/37)^2 - 2(85/26)(74/37) \cos 117^\circ 22'$$

$$(BD)^2 = 18629/67 \Rightarrow BD = 136/49m$$

مساحت مثلث BDC

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad , \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$p = \frac{91/04 + 65/15 + 136/49}{2} = 146/34$$

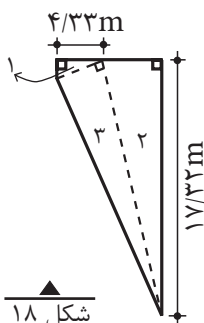
$$S_{BDC} = \sqrt{146/34(146/34 - 91/54)(146/34 - 65/15)(146/34 - 136/49)}$$

$$S_{BDC} = \sqrt{6471827/81} = 2543/98$$

مساحت چهارضلعی ABCD

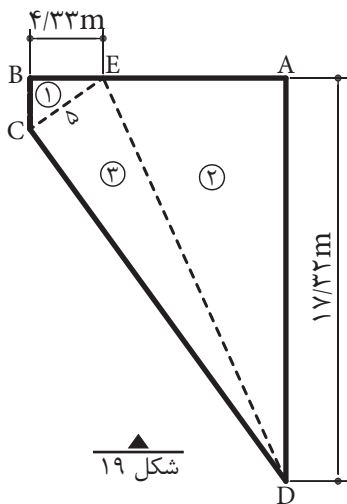
$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = 2815/57 + 2543/98$$

$$S_{ABCD} = 5359/55 \text{ m}^2$$



شکل ۱۸

مثال ۲: قطعه زمینی به شکل ذوزنقه قائم الزاویه را به سه قطعه زمین به صورت مثلث قائم الزاویه تفکیک کرده ایم. در صورتی که مساحت ذوزنقه برابر ۱۴۲/۰۱ متر مربع و مساحت مثلث (۱) برابر ۵/۴۱ متر مربع باشد، مساحت و طول اضلاع مثلث های (۲) و (۳) چقدر است؟ (بر حسب متر مربع و متر).



شکل ۱۹

حل: برای حل این تمرین، ابتدا شکل آن را می کشیم و بعد گوشه ها را اسم گذاری می کنیم. طبق صورت مسأله، مساحت مثلث (۱) ۵/۴۱ متر مربع و اندازه ضلع BE ۴/۳۳ متر است. پس با توجه به قائم الزاویه بودن مثلث، ضلع دیگر آن نیز قابل محاسبه است.

$$S_1 = \frac{BE}{2} \times BC \quad 5/41 = \frac{4/33}{2} \times BC$$

$$5/41 = 2/165 \times BC \Rightarrow BC = \frac{5/41}{2/165} = 2/4988 \approx 2/50 \text{ m}$$

شکل کلی این زمین، ذوزنقه است که اضلاع BC و AD قاعده های کوچک و بزرگ آن و ضلع AB هم ارتفاع ذوزنقه هستند (اندازه AD در صورت مسأله داده شده و اندازه BC را هم برابر ۲/۵۰ متر به دست آورده ایم).



چون مساحت دوزنقه را داریم، می توانیم طول AB را به دست بیاوریم:

$$S = \frac{AD + BC}{2} \times AB$$

$$۱۴۲/۰۱ = \frac{۱۷/۳۲ + ۲/۵۰}{۲} \times AB$$

$$۱۴۲/۰۱ = ۹/۹۱ \times AB \Rightarrow AB = \frac{۱۴۲/۰۱}{۹/۹۱} = ۱۴/۳۳ \text{ m}$$
 ارتفاع دوزنقه

حال اندازه ضلع AE (از مثلث ۲) را می توانیم حساب کنیم:

$$AE = AB - BE = ۱۴/۳۳ - ۴/۳۳ = ۱۰ \text{ m}$$

$$S_۲ = \frac{۱۰ \times ۱۷/۳۲}{۲} = ۸۶/۶۰ \text{ m}^2$$
 و مساحت مثلث (۲) می شود:

طول ضلع ED (ضلع سوم یا وتر مثلث ۲) را به دست می آوریم:

$$ED^2 = AD^2 + AE^2$$

$$ED^2 = ۱۷/۳۲^2 + ۱۰^2 = ۲۹۹/۹۹ + ۱۰۰ = ۳۹۹/۹۹ \approx ۴۰۰$$

$$ED = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰ \text{ m}$$
 وتر مثلث (۲)

با توجه به شکل، مشاهده می کنیم که وتر به دست آمده، در واقع یک ضلع مثلث (۳) هم می باشد. برای به دست آوردن ضلع EC (از مثلث ۳)، باید از مثلث (۱) کمک بگیریم؛ زیرا این ضلع در هر دو مثلث مشترک است. چون دو ضلع از مثلث (۱) را داریم، پس ضلع سوم را حساب می کنیم:

$$EC^2 = BC^2 + BE^2$$

$$EC^2 = ۲/۵۰^2 + ۴/۳۳^2 = ۶/۲۵ + ۱۸/۷۵ = ۲۵$$

$$EC = \sqrt{۲۵} = ۵ \text{ m}$$

با داشتن قاعده و ارتفاع مثلث (۳)، مساحت آن می شود:

$$S_۳ = \frac{۵ \times ۲۰}{۲} = ۵۰ \text{ m}^2$$
 مساحت مثلث (۳)

بالاخره اندازه وتر مثلث (۳) (طول CD) می شود:

$$CD^2 = ۵^2 + ۲۰^2 = ۲۵ + ۴۰۰ = ۴۲۵$$

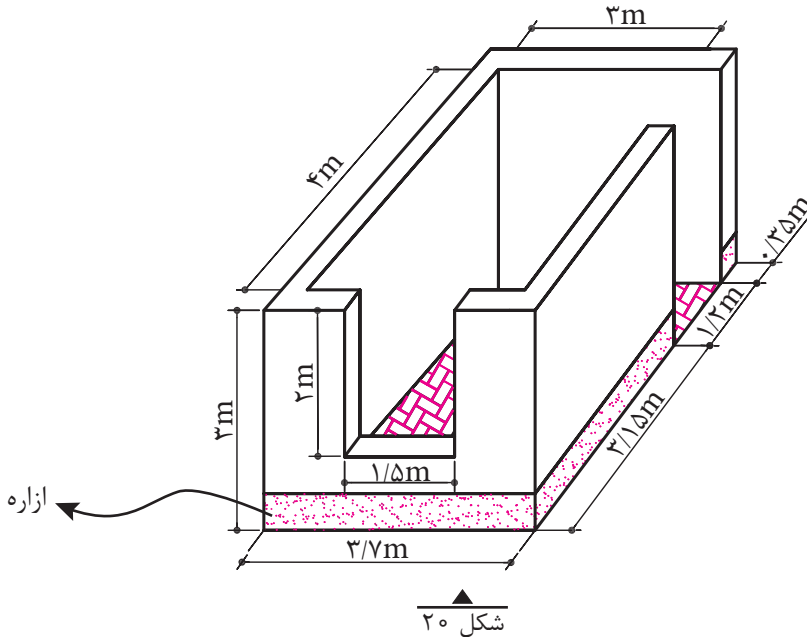
$$CD = \sqrt{۴۲۵} = ۲۰/۶۱ \text{ m}$$

$$۵/۴۱ + ۸۶/۶۰ + ۵۰ = ۱۴۲/۰۱$$

کنترل صحت مساحت ها:

عملیات انجام شده صحیح است.

مثال ۳: ابعاد یک اتاق مطابق شکل ۲۰ است:



الف - اگر بخواهیم کف اتاق را با موزاییک فرش کنیم، چند متر مربع موزاییک لازم است؟

ب - در صورتی که بخواهیم دیوارهای اتاق را کاغذدیواری کنیم، چند متر مربع کاغذدیواری لازم است؟

پ - در صورتی که برای ازاره (سنگ پای دیوار) دیوارهای خارجی این ساختمان از سنگ تیشه‌ای استفاده شود، چند متر سنگ تیشه‌ای لازم است؟

حل: ابعاد مندرج روی شکل عبارت‌اند از:

۳ متر عرض داخلی اتاق، ۳ متر ارتفاع آن،  $2/80 + 1/20 = 4$  متر طول داخلی اتاق،  $2 \times 1/50$  متر اندازه پنجره و  $1/20$  متر عرض در (ارتفاع در برابر ۳ متر است).

الف - کف اتاق به شکل مستطیل است؛ پس مساحت آن که همان مساحت موزاییک کاری است برابر می‌شود با:

$$S = 3 \times 4 = 12 \text{m}^2 \quad \text{مقدار موزائیک لازم}$$

ب - برای حل این قسمت، سطوح دیوارهای اتاق (سطح جانبی مکعب) را محاسبه و سطوح پنجره و در را از آن کم می‌کنیم.

برای محاسبه سطوح دیوارها می‌توان هر سطح را جداگانه حساب کرد و آن‌ها را با هم جمع نمود. روش ساده‌تر آن‌است که محیط مستطیل را به دست آوریم و در ارتفاع ضرب کنیم. بنابراین:

$$۳+۴+۳+۴=۱۴\text{m}$$

محیط مستطیل

$$۱۴ \times ۳ = ۴۲\text{m}^2$$

سطح دیوارها با در و پنجره

$$۱/۵۰ \times ۲ = ۳\text{m}^2$$

سطح پنجره

$$۱/۲۰ \times ۳ = ۳/۶۰\text{m}^2$$

سطح در

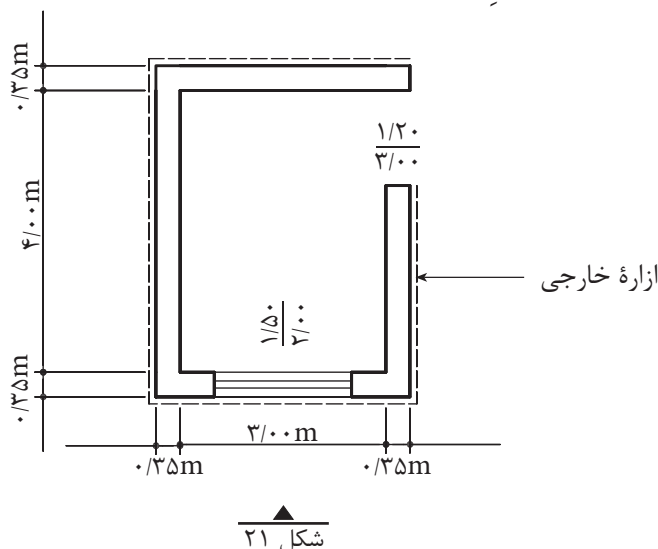
$$۳+۳/۶۰=۶/۶۰\text{m}^2$$

سطح در و پنجره

$$۴۲-۶/۶۰=۳۵/۴۰\text{m}^2 \quad \text{سطح خالص دیوار یا سطح کاغذدیواری}$$

(باید توجه داشت که کناره‌های داخلی در و پنجره هم کاغذدیواری می‌شوند، ولی ما در حل این تمرین، آن قسمت‌ها را منظور نکردیم.)

پ - طول سنگ تیشه‌ای که در شکل ۲۱، با خط چین نشان داده شده، برابر است با محیط خارجی اتاق، منهای در ورودی.



شکل ۲۱

$$۴+۰/۳۵+۰/۳۵=۴/۷۰\text{m}$$

اندازه طول خارجی اتاق

$$۳+۰/۳۵+۰/۳۵=۳/۷۰\text{m}$$

اندازه عرض خارجی اتاق

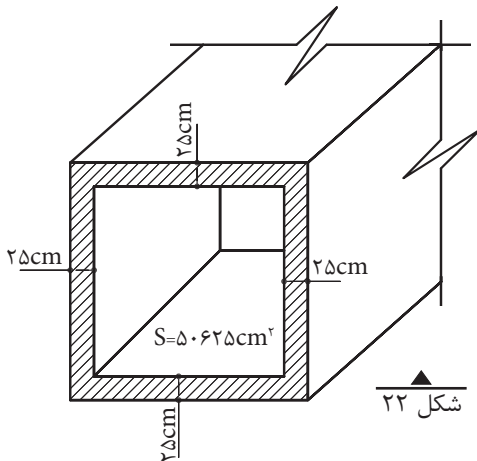
$$۴/۷۰+۳/۷۰+۴/۷۰+۳/۷۰=۱۶/۸۰\text{m}$$

طول محیط خارجی اتاق

$$۱۶/۸۰-۱/۲۰=۱۵/۶۰\text{m}$$

طول سنگ رگی

تمرین:



- ۱- شکل ۲۲ یک آب‌روی بتنی را با مقطع مربع نشان می‌دهد. ابعاد داخلی و خارجی آن را بر حسب متر محاسبه کنید. (S مساحت مقطع داخلی آب‌رو می‌باشد.)

۲- تعداد ۹۰۰ عدد موزاییک  $30 \times 30$  سانتی‌متر برای فرش کردن سالنی مورد نیاز است.

الف - در صورتی که سالن به شکل مربع باشد، ابعاد آن چند متر است؟

ب - در صورتی که سالن به شکل مستطیل و طول آن  $1/44$  برابر عرض آن باشد، ابعاد سالن

چند متر است؟



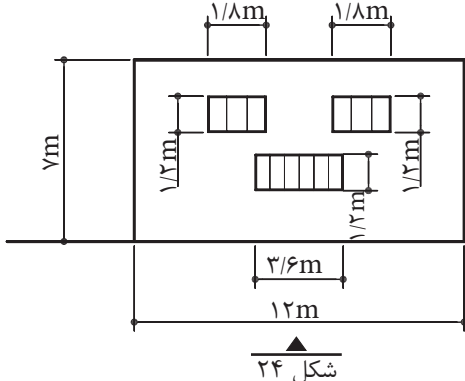
- ۳- شکل ۲۳ پی بتنی و قالب آن را نشان می‌دهد. در صورتی که طول و عرض و ارتفاع قالب برابر ۴ متر، ۲ متر و ۶۰ سانتی‌متر باشد، سطح این قالب چند متر مربع است؟



۴- سطح یک پی با مقطع مربع، ۵۰ متر مربع

است. طول ضلع مربع را بر حسب متر، با دقت دو رقم اعشار محاسبه کنید.

۵- دیوارهای مستطیل‌شکل یک آشپزخانه  $3m \times 4m$  و  $3m \times 6m$  و  $3m \times 5/5m$  است.



در صورتی که بخواهیم این دیوارها را با کاشی  $15cm \times 15cm$  کاشی‌کاری کنیم و این کار ۷٪

پرت داشته باشد، تعداد کاشی‌های لازم را حساب کنید.

۶- شکل ۲۴ نمای یک ساختمان را نشان

می‌دهد. در صورتی که بخواهیم نما را

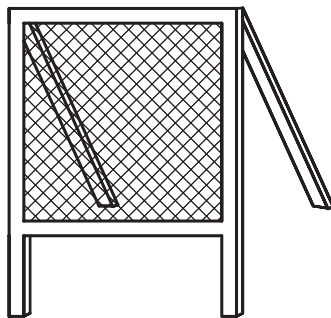
سیمان‌کاری کنیم، چند متر مربع سیمان‌کاری

خواهیم داشت؟ (ابعاد به متر است.)

۷- سطح قابل استفاده سرند مربعی شکل (مطابق شکل ۲۵) باید  $116/48$  دسی متر مربع باشد:

الف - ابعاد سرند را بر حسب سانتی متر حساب کنید.

ب - اگر بخواهیم ۶ عدد از این سرندها بسازیم، چند متر مربع توری لازم است؛ با در نظر گرفتن این که برای میخ کردن توری، از هر طرف ۴ سانتی متر اضافه در نظر گرفته شود.



شکل ۲۵

۸- کف انباری به شکل مستطیل با طول  $8/20$  m و عرض  $4/70$  m باید آجرفرش شود.

الف - مساحت انبار را بر حسب متر مربع حساب کنید.

ب - در صورتی که برای هر متر مربع ۴۸ عدد آجر لازم باشد، تعداد آجر مورد نیاز چقدر است؟

۹- مطابق شکل ۲۶ اگر ارتفاع اتاقی ۳ متر و ارتفاع پنجره  $1/70$  متر، ارتفاع در ۲ متر

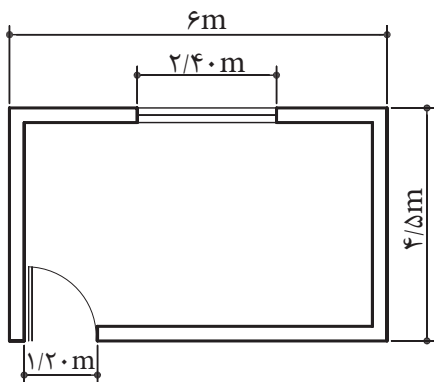
و ضخامت دیوارها ۲۲ سانتی متر باشد، تعیین کنید:

الف - مساحت موزاییک فرش کف را بر حسب متر مربع.

ب - سطح سفیدکاری دیوارها و سقف را بر حسب متر مربع.

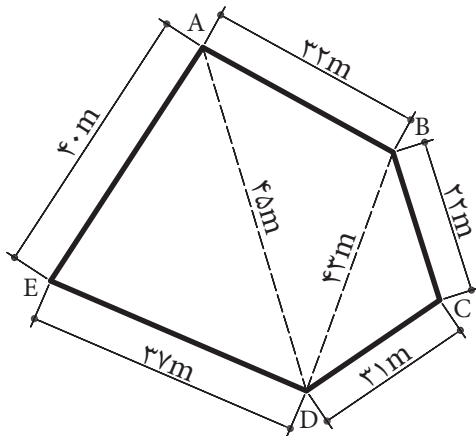
پ - سطح رنگ آمیزی دیوارها را به متر مربع.

توجه: در و پنجره در سطح داخلی دیوارها (هم رو) نصب شده اند.



شکل ۲۶

۴-۵-۱- مساحت چندضلعی غیرمنتظم را از تبدیل کردن آن به مساحت چند مثلث یا چهارضلعی‌های مشخصی به دست می‌آوریم.



مثال: یک زمین به شکل پنج ضلعی غیرمنتظم ABCDE (شکل ۲۷) داریم. طول اضلاع و طول دو قطر آن اندازه گیری شده است. مساحت این چندضلعی چند متر مربع است؟

شکل ۲۷

حل: مساحت این پنج ضلعی برابر است با:

$$S_{ABCDE} = S_{ADE} + S_{ADB} + S_{BDC}$$

$$S_{ADE} = \sqrt{p(p-40)(p-37)(p-45)} \quad , \quad p = \frac{37+40+45}{2} = 61$$

$$S_{ADE} = \sqrt{61(61-40)(61-37)(61-45)} = \sqrt{491904}$$

$$S_{ADE} = 701 / 36 m^2$$

$$S_{ADB} = \sqrt{p(p-45)(p-43)(p-32)} \quad , \quad p = \frac{45+43+32}{2} = 60$$

$$S_{ADB} = \sqrt{60(60-45)(60-43)(60-32)} = \sqrt{428400}$$

$$S_{ADB} = 654 / 52 m^2$$

$$S_{BDC} = \sqrt{p(p-43)(p-31)(p-22)} \quad , \quad p = \frac{43+31+22}{2} = 48$$

$$S_{BDC} = \sqrt{48(48-43)(48-31)(48-22)} = \sqrt{106080}$$

$$S_{BDC} = 325 / 70 m^2$$

مساحت پنج ضلعی

$$S_{ABCDE} = 701 / 36 m^2 + 654 / 52 m^2 + 325 / 70 m^2 = 1681 / 58 m^2$$

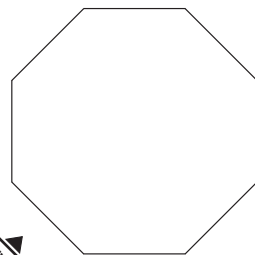
۵-۴-۲- مساحت  $n$  ضلعی غیرمنتظم که اندازه ضلع آن  $a$  باشد برابر است با

$$S = \frac{na^2}{4 \tan \frac{180^\circ}{n}}$$

مثال: طول ضلع یک ۸ ضلعی منتظم ۴۵m است. مساحت آن چند متر مربع است؟

$$S = \frac{na^2}{4 \tan \frac{180^\circ}{n}}, \quad n = 8, \quad a = 45m$$

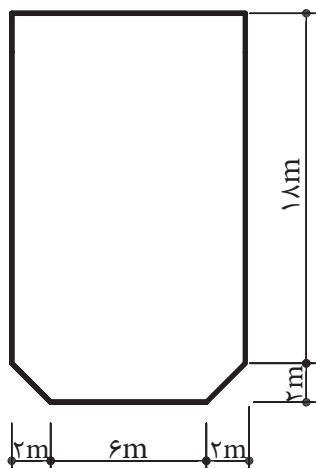
$$S = \frac{8 \times 45^2}{4 \times \tan \frac{180^\circ}{8}} = \frac{2 \times 45^2}{\tan 22.5^\circ} = \frac{4050}{0.4142} = 9777.885m^2$$



شکل ۲۸

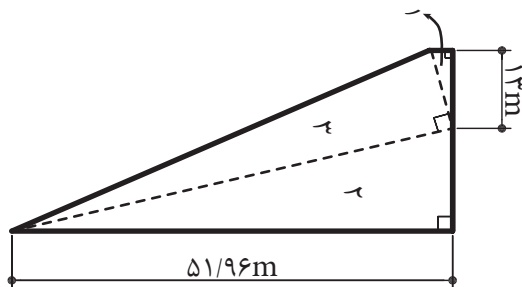
تمرین:

۱- شکل ۲۹ پلان بام یک ساختمان مسکونی را نشان می‌دهد. سطح زیربنای آن چند متر مربع است؟

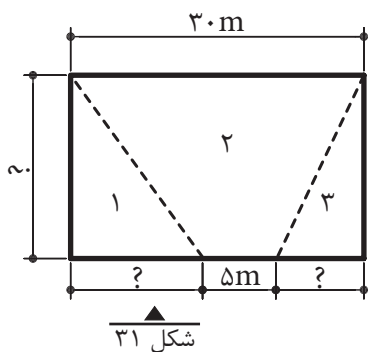


شکل ۲۹

۲- قطعه زمینی به شکل ذوزنقه قائم‌الزاویه را به سه قطعه زمین به صورت مثلث قائم‌الزاویه تفکیک کرده‌ایم. در صورتی که مساحت ذوزنقه برابر ۱۲۷۸/۳۹ متر مربع و مساحت مثلث (۱) برابر ۴۸/۷۵ متر مربع باشد، مساحت و طول اضلاع مثلث‌های (۲) و (۳) را بر حسب متر مربع و متر محاسبه کنید. (شکل ۳۰).

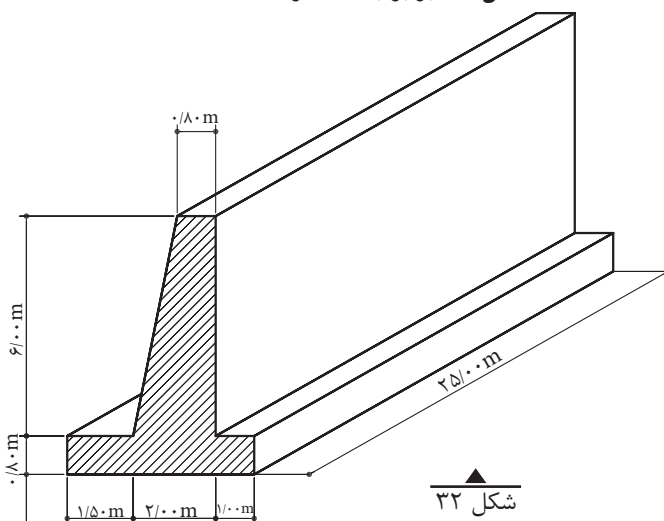


شکل ۳۰



۳- زمینی مطابق شکل ۳۱ باید بین ۳ نفر تقسیم شود. اگر مساحت قطعه (۲) برابر ۳۵۰ متر مربع و مساحت قطعه (۱)،  $\frac{1}{5}$  برابر مساحت قطعه (۳) باشد، اندازه‌های مجهول روی شکل را بر حسب متر به دست آورید.

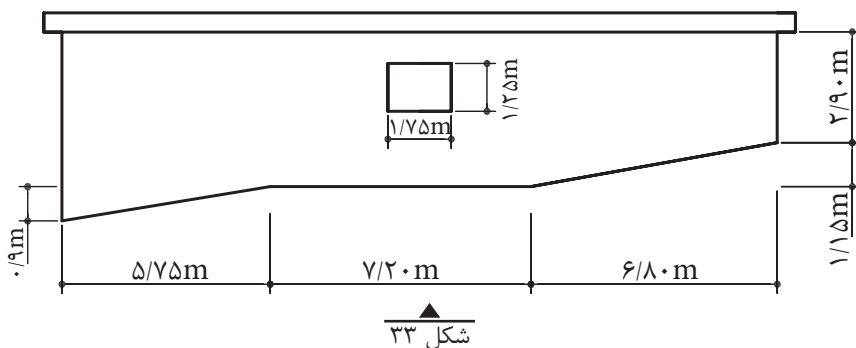
۴- طول دیوار حایل نشان داده شده در شکل ۳۲ برابر با ۲۵ متر است.



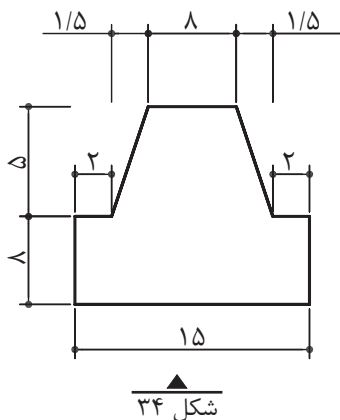
الف - سطح مقطع دیوار را بر حسب متر مربع محاسبه کنید. ب - نظر به این که تاکنون حجم‌شناسی را نگذرانده‌اید؛ آیا می‌توانید حجم دیوار را محاسبه کنید؟

۵- شکل ۳۳ دیوار ساختمانی را نشان می‌دهد که باید اندود شود. مساحت اندودکاری

دیوار را بر حسب متر مربع تعیین کنید.







۶- شکل ۳۴ سقف بالکن یک رستوران را

نشان می‌دهد که باید اندود شود:

الف - سطح اندودکاری را به متر مربع تعیین

کنید.

ب - در صورتی که هر متر مربع اندود، ۱۵

کیلوگرم گچ لازم داشته باشد، مقدار گچ مورد نیاز

چند کیلوگرم است؟

۷- قرار است نمای ساختمانی مطابق شکل ۳۵

دوباره اندود شود. قسمت کرسی (مسنی)، اندود سیمان

لیسه‌ای می‌شود. تعیین کنید:

الف - مساحت اندودکاری را بر حسب متر مربع

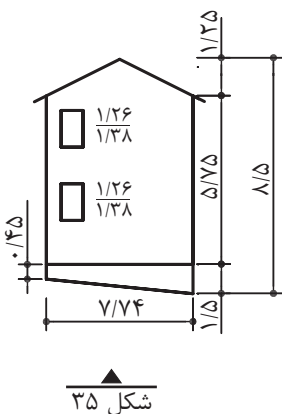
(بدون کرسی).

ب - مساحت اندودکاری را بر حسب متر مربع.

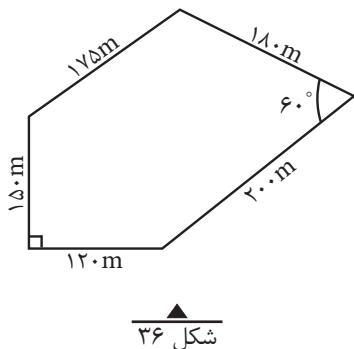
پ - مقدار مصالح لازم را برای کرسی بر حسب

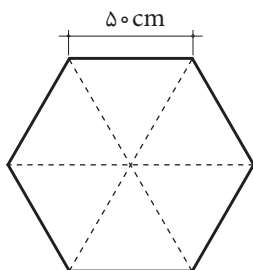
کیلوگرم. (برای اندود لیسه‌ای، ۷ کیلوگرم سیمان و ۳۵

کیلوگرم ماسه در هر متر مربع مصرف می‌شود).



۸- مساحت زمینی مطابق شکل ۳۶ را بر حسب هکتار به دست آورید.





۹- مقطع یک ستون بتن آرمه مطابق شکل ۳۷ به صورت یک شش ضلعی منتظم به طول هر ضلع ۵۰ سانتی متر است. سطح مقطع ستون را بر حسب سانتی متر مربع و متر مربع به دست آورید.

شکل ۳۷

### آیا می دانید که ... (مطالعه آزاد)



روش محاسبه عدد  $\pi$  توسط غیاث الدین جمشید کاشانی: محاسبات به کمک دو کثیرالاضلاع منتظم محاطی و محیطی که عده اضلاع هر یک از آن‌ها ضلعی است  $3 \times (2)^{18} = 805306368$  و از تقسیم محیط این کثیرالاضلاع بر قطر دایره آن عدد پی را محاسبه کرده است و کاشانی مقدار تقریبی را در دستگاه شصتگانی مساوی  $2\pi = 6,16,59,28,1,34,51,46,14,5$  و سپس آن را به کسره‌های اعشاری که اختراع نوینی بوده تبدیل کرد:

$$2\pi = 6/2831853071795865$$

$$\pi = 3/1415922653589793$$

### ۵-۵ محاسبه مساحت دایره

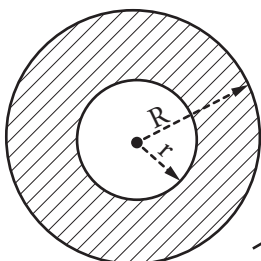
$$S = \pi r^2$$

مساحت دایره به شعاع  $r$  برابر است با:

### ۶-۵ محاسبه مساحت حلقه

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

مساحت حلقه بین دو دایره به شعاع‌های  $R$  و  $r$  برابر است با:

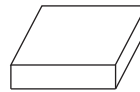
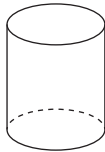


شکل ۳۸

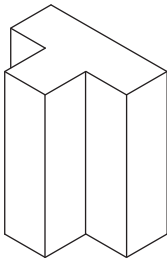
یادآوری: حلقه دایره عبارت است از سطح محصور بین دو دایره هم‌مرکز با شعاع‌های مختلف (شکل ۳۸).

## ۷-۵ محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی و احجام مرکب

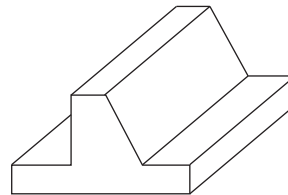
احجام منشوری: اجسامی هستند که سطح مقطع آنها در ارتفاع (یا طول) ثابت باشد؛ مانند احجام زیر:



مقطع در طول و ارتفاع ثابت است

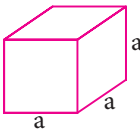


مقطع در ارتفاع ثابت است



مقطع در طول ثابت است

شکل ۳۹

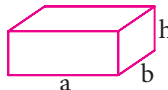


شکل ۴۰

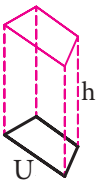
سطح جانبی احجام منشوری = محیط قاعده  $\times$  ارتفاع

سطح جانبی مکعب به ضلع  $a$  برابر است با:  $4a^2$

سطح جانبی یک مکعب مستطیل به ابعاد قاعده  $a$  و  $b$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:  $2(a+b)h$



شکل ۴۱



شکل ۴۲

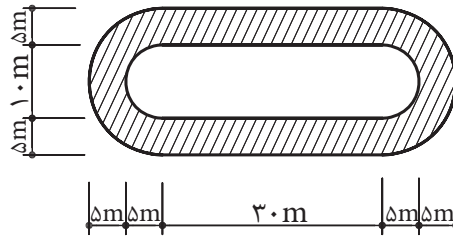
سطح جانبی منشور با محیط قاعده  $U$  و ارتفاع  $h$  برابر است با:  $Uh$

سطح کل احجام برابر است با: سطح جانبی + سطح قاعده‌ها

سطح جانبی احجام مرکب برابر است با: مجموع سطوح جانبی اجزای تشکیل دهنده آنها.

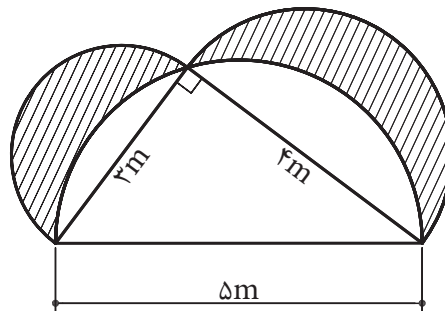
تمرین:

- ۱- در شکل ۴۳ قسمت‌های هاشور خورده زمین دو و میدانی یک استادیوم نشان داده شده است. در صورتی که بخواهیم در قسمت‌های میانی این زمین چمن بکاریم:  
 الف - مساحت کل زمین را به متر مربع حساب کنید.  
 ب - مساحت قسمت چمن کاری چند متر مربع است؟  
 پ - چند درصد کل زمین چمن کاری می‌شود؟  
 ت - در صورتی که بخواهیم پیرامون قسمت چمن کاری را جدول نصب کنیم، چند متر جدول لازم داریم؟



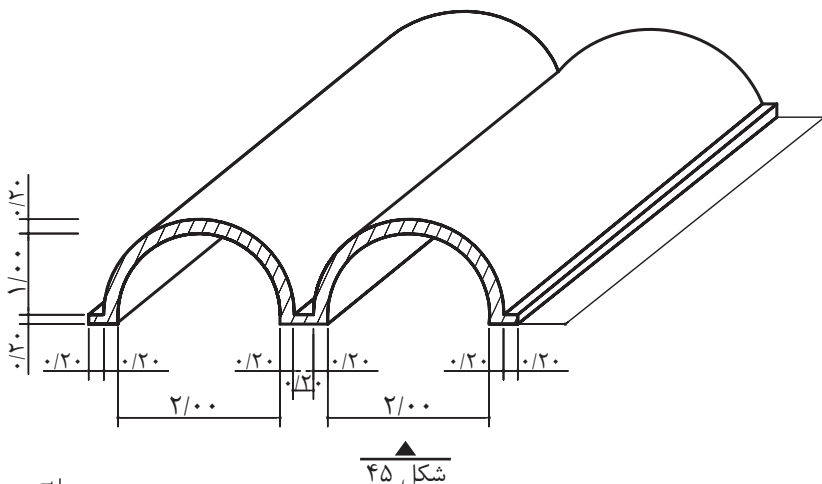
شکل ۴۳

- ۲- در شکل ۴۴ مساحت قسمت هاشور خورده را که آب‌نمای قسمتی از یک محوطه‌سازی را نشان می‌دهد، به دست آورید. (نیم‌دایره‌ها هر کدام به قطر یکی از اضلاع مثلث هستند.)

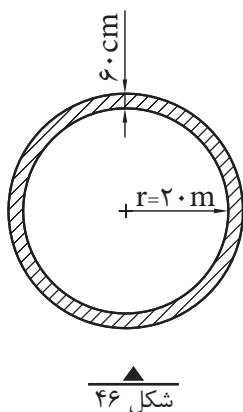


شکل ۴۴

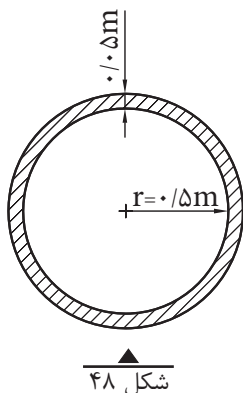
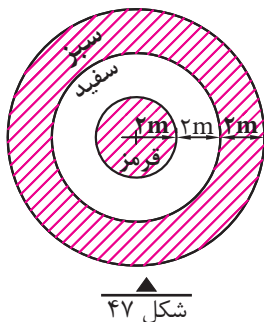
- ۳- شکل ۴۵ یک سقف پوسته‌ای بتن آرمه را نشان می‌دهد. سطح مقطع بتن قسمت هاشور خورده را بر حسب متر مربع به دست آورید.



۴- استخری دایره‌ای شکل به شعاع ۲۰ متر (شکل ۴۶) موجود است. می‌خواهیم لبه استخر را به عرض ۶۰ سانتی متر سنگ فرش کنیم؛ مساحت سنگ مورد نیاز چند متر مربع است؟



۵- قرار است یک سایه بان دایره‌ای شکل به صورت پرچم ایران رنگ آمیزی شود (شکل ۴۷)؛ سطح هر کدام از رنگ‌ها را بر حسب متر مربع به دست آورید.



۶- شکل ۴۸ مقطع یک لوله بتنی را نشان می‌دهد.

الف - سطح مقطع داخل لوله چند سانتی متر مربع است؟

ب - سطح مقطع بتن مصرفی چند سانتی متر مربع است؟

پ - نسبت سطح مقطع بتن مصرفی به سطح مقطع داخل لوله

چند درصد است؟

الف - مساحت کل زیربنا را (به غیر از تراس) بر حسب متر مربع.

پ - مساحت تراس (صرف نظر از سطح زیر در به طرف تراس) را بر حسب متر مربع.

ت - در صورتی که ۴٪ افت محسوب شود، باید چند متر مربع سنگ خریداری شود؟

