

مدارهای L-C جریان متناوب

هدف‌های رفتاری

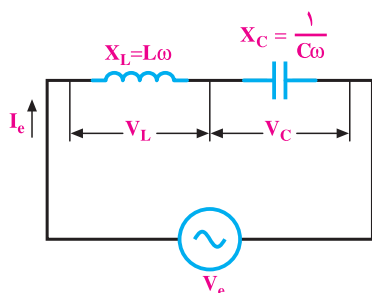
- در پایان این فصل، از هنرجو انتظار می‌رود:
- ۱- منحنی‌ها و دیاگرام برداری جریان، ولتاژ و مقاومت ظاهری در مدار L-C سری و موازی را رسم کند.
 - ۲- مقادیر مقاومت ظاهری، اختلاف فاز، جریان-ولتاژ و توان‌ها را در مدارهای L-C سری و موازی محاسبه کند.
 - ۳- مفهوم رزنانس را شرح دهد و فرکانس رزنانس را در مدارهای L-C سری و موازی محاسبه کند.
 - ۴- منحنی تغییرات امپدانس Z و جریان I، مدارهای L-C سری و موازی را در تغییرات فرکانس رسم کند.
 - ۵- معادلات زمانی ولتاژ و جریان عناصر در مدارهای L-C سری و موازی را به دست آورد.

۱-۵- مقدمه

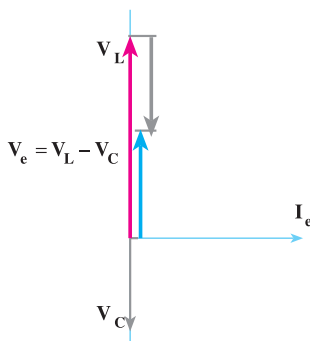
تولید امواج الکتریکی در نوسان‌سازها، تنظیم ایستگاه‌های رادیویی و تلویزیونی بر روی موج فرستنده‌ها، تصحیح ضریب توان شبکه‌های قدرت از جمله موارد کاربرد مدارهای L-C است. در بررسی مدار یک سلف و یک خازن آموختیم که این عناصر رفتار متقابل دارند؛ زیرا در سلف جریان از ولتاژ 90° عقب‌تر است؛ در صورتی که جریان در خازن از ولتاژ 90° جلوتر است. این امر باعث می‌شود رفتار خازن نسبت به رفتار سلف 180° الکتریکی اختلاف فاز پیدا کند و با هم رفتار متقابل

داشته باشند. از آن جا که هر دو عنصر در شبکه توان را کتیو مبادله می کنند، به دلیل اثر متقابل آن ها می توان توان را کتیو شبکه را کاهش داد و مقدار آن را به صفر رساند. مدارهای L-C در شبکه ها به صورت اتصال سری، موازی یا اتصال سری موازی به کار گرفته می شوند. در این فصل، اتصال سری و موازی مدارهای L-C را به طور جداگانه بررسی می کنیم.

۵-۲- مدار L-C سری



شکل ۵-۱- مدار L-C سری



شکل ۵-۲- دیگرام برداری مدار L-C

سری ($V_L > V_C$)

مدار الکتریکی L-C سری که از یک عنصر خالص خازنی و یک عنصر خالص سلفی تشکیل می شود، مطابق شکل ۵-۱ است. در این مدار، جریان هر دو عنصر یکسان است. اگر برای رسم دیگرام برداری، جریان را مبنا قرار دهیم ولتاژ دو سر سلف از جریان 90° جلوتر و ولتاژ دو سر خازن از جریان 90° عقب تر خواهد بود. دیگرام برداری ولتاژ با فرض $V_L > V_C$ مطابق شکل ۵-۲ رسم می شود.

۵-۲-۱- محاسبه ای امپدانس مدار L-C

سری: از شکل ۵-۱ می توان مقادیر ولتاژهای V_L و V_C را به دست آورد.

$$V_L = I_e \cdot X_L = I_e \cdot L\omega \quad (5-1)$$

$$V_C = I_e \cdot X_C = I_e \times \frac{1}{C\omega} \quad (5-2)$$

از شکل ۵-۲ دیگرام برداری ولتاژها و شکل ۵-۱ مدار L-C سری می توان نوشت:

$$\vec{V}_e = \vec{V}_L + \vec{V}_C, \quad V_e = I_e \cdot Z$$

$$V_e = V_L - V_C \quad (5-3)$$

با جایگزین کردن روابط ۵-۱ و ۵-۲ در رابطه‌ی ۵-۳ خواهیم داشت :

$$I_e \times Z = X_L \cdot I_e - X_C \cdot I_e$$

$$Z = X_L - X_C \quad (5-4)$$

در صورتی که $V_C > V_L$ باشد رابطه‌ی ۵-۳ و ۵-۴ به صورت زیر می‌شود :

$$V_e = V_C - V_L$$

$$Z = X_C - X_L$$

۵-۲-۲-۵- محاسبه‌ی توان‌ها: همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در دیاگرام شکل ۵-۲ اختلاف

فاز جریان و ولتاژ همواره 90° خواهد بود؛ یعنی، اگر $X_L > X_C$ باشد $\varphi = 90^\circ$ و مدار پس فاز و اگر $X_L < X_C$ باشد، $\varphi = -90^\circ$ و مدار پیش فاز خواهد بود. پس ضریب توان مؤثر و غیر مؤثر به ترتیب $\cos \varphi = 0$ و $\sin \varphi = \pm 1$ است. وقتی ضریب توان مؤثر صفر شد، در مدار L-C هیچ‌گونه توان اکتیو مصرف نمی‌شود. بنابراین :

$$P_e = V_e I_e \cos \varphi = 0 \quad (5-5)$$

برای تعیین توان راکتیو می‌توان نوشت :

$$P_{dL} = I_e^2 X_L \quad \text{برای سلف}$$

$$P_{dC} = -I_e^2 X_C \quad \text{برای خازن}$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dC} = I_e^2 X_L - I_e^2 X_C$$

$$P_d = I_e^2 (X_L - X_C) \quad (5-6)$$

رابطه‌ی ۵-۶ را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$P_d = \pm V_e I_e \sin \varphi = \pm V_e I_e \sin 90^\circ = \pm V_e I_e \quad \text{V.A.R} \quad (5-7)$$

نتیجه: به ازای $X_L > X_C$ توان راکتیو با علامت + و به ازای $X_C > X_L$ توان راکتیو با علامت - مشخص می‌شود.

از آن‌جا که $P_s = V_e I_e$ است، بنابراین :

$$P_s = |P_d| = V_e \cdot I_e \quad (5-8)$$

۳-۲-۵ - رسم منحنی‌های مدارهای L-C سری: فرض می‌کنیم جریان متناوبی با

معادله‌ی $i = I_m \sin(\omega t)$ از مدار شکل ۵-۱ عبور می‌کند.

معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر سلف به صورت $v_L(t) = X_L \cdot I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ و ولتاژ دو سر

خازن به صورت $v_C = X_C \cdot I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ خواهد شد. ولتاژ منبع همواره از جمع جبری دو

ولتاژ لحظه‌ای v_L و v_C به دست می‌آید. بنابراین، ولتاژ کل برابر است با:

$$v(t) = X_L \cdot I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + X_C \cdot I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (5-9)$$

با توجه به این که $\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos \alpha$ و $\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\cos \alpha$ است. رابطه‌ی ۵-۹ به

صورت زیر بیان می‌شود:

$$v = X_L I_m \cos \omega t - X_C I_m \cos \omega t$$

$$v = (X_L - X_C) I_m \cos \omega t$$

با توجه به قانون اهم $v_m = (X_L - X_C) I_m$ می‌باشد. اگر $X_L > X_C$ باشد رابطه‌ی ولتاژ ۵-۹

به صورت زیر در می‌آید:

$$v = +v_m \cos \omega t = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (5-10)$$

و در صورتی که اگر $X_L < X_C$ باشد، رابطه‌ی ولتاژ ۵-۱۰ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$v = V_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

مثال ۱: یک مدار L-C سری با $L = 0.05 \text{ H}$ و خازن C مفروض است. اگر معادله‌ی

ولتاژ $v(t) = 100 \sin(500t - 90^\circ)$ و معادله‌ی جریان $i(t) = 2 \sin(500t)$ باشد، ظرفیت خازن C

چه قدر است؟

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{100}{2} = 50 \Omega$$

راه حل:

$$\varphi = \theta_V - \theta_I = (-90^\circ) - 0^\circ = -90^\circ$$

چون جریان از ولتاژ پیش فاز است، مدار در مجموع خاصیت خازنی دارد و راکتانس X_C از راکتانس X_L بزرگ تر است.

$$X_L = L\omega = 0.05 \times 5000 = 25\Omega$$

$$Z = X_C - X_L$$

$$50 = X_C - 25 \Rightarrow X_C = 75\Omega$$

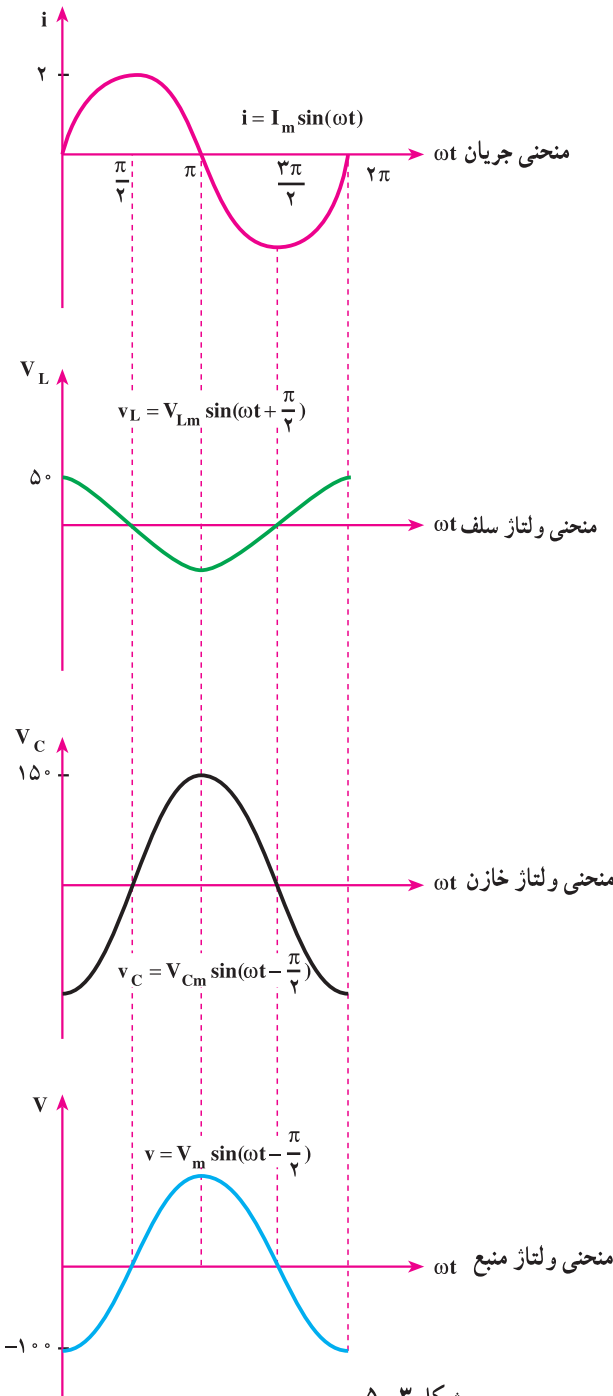
$$X_C = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C}$$

$$C = \frac{1}{5000 \times 75} = 2.66 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$C = 2.66 \mu\text{F}$$

در شکل ۳-۵ منحنی تغییرات

ولتاژها و جریان رسم شده است.



شکل ۳-۵

۴-۲-۵- تشدید (رزنانس) در مدار L-C سری: در رابطه‌ی ۴-۵، امپدانس یک

مدار L-C سری را به صورت $Z = L\omega - \frac{1}{C\omega}$ محاسبه کردیم. چون $\omega = 2\pi f$ است،

بنابراین $Z = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fc}$ نیز بیان می‌شود. مقدار امپدانس Z با تغییر فرکانس (f) شبکه و مقادیر

L و C تغییر می‌کند. از آنجا که ظرفیت خازن $C = \frac{\epsilon A}{d}$ و اندوکتانس یک سلف $L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l}$

است، با تغییر فاصله‌ی دو صفحه‌ی خازن، تغییر مقدار سطح مؤثر صفحات خازن یا تغییر ضریب

دی‌الکتریک می‌توان ظرفیت خازن را تغییر داد. در اندوکتانس یک سلف، تغییر دور و سطح مقطع

حلقه‌ها و طول مؤثر بوبین (سلف) و ضریب نفوذ مغناطیسی، مقدار L را تغییر می‌دهد. در هر

صورت، با تغییر کمیت‌های f و L و C می‌توان وضعیتی ایجاد کرد که $2\pi fL$ برابر $\frac{1}{2\pi fc}$ شود. در

این حالت، اندازه‌ی کمیت Z برابر صفر می‌شود و حداکثر جریان در مدار L-C سری جاری خواهد

شد. این جریان، با جریان اتصال کوتاه مدار L-C برابر است و سلف و خازن با هم مدار را به اتصال

کوتاه می‌کشانند. این حالت از وضعیت مدار L-C سری را که $Z = 0$ یا $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ می‌شود،

حالت تشدید یا رزنانس گویند. در حالت تشدید خواهیم داشت:

$$Z = L\omega - \frac{1}{C\omega} = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fc} = 0 \quad (5-11)$$

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow L\omega^2 C = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ rad s} \quad (5-12)$$

اگر در مدار L-C سری L و C ثابت باشند، با تغییرات فرکانس f وضعیت تشدید ایجاد

می‌شود. به فرکانسی که وضعیت تشدید را ایجاد می‌کند، **فرکانس رزنانس** یا **فرکانس تشدید** می‌گویند

و آن را با f_r نشان می‌دهند. از رابطه‌ی ۱۲-۵ فرکانس تشدید به صورت روابط زیر محاسبه می‌شود:

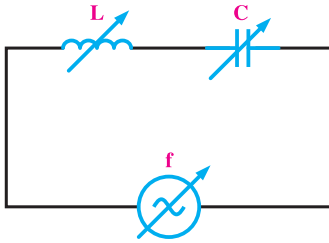
$$L\omega^2 C = 1, \quad \omega = 2\pi f_r$$

$$L(2\pi f_r)^2 C = 1 \Rightarrow (2\pi f_r)^2 = \frac{1}{LC}$$

$$2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5-13)$$

در رابطه‌ی ۵-۱۳، C بر حسب فاراد و L بر حسب هانری و f_r بر حسب هرتز است.



شکل ۵-۴

مثال ۲: مدار L-C سری، مطابق شکل ۵-۴

مفروض است. همان طور که مشاهده می‌کنید، هر سه کمیت f و C و L در مدار قابل تغییر است. مطلوب است:

۱- مقدار اندوکتانس L در صورتی که در

$f = 100 \text{ Hz}$ تشدید ایجاد کند و ظرفیت خازن برابر با

$C = 100 \mu\text{F}$ باشد.

۲- اندازه‌ی ظرفیت خازن C در فرکانس رزونانس $f = 100 \text{ Hz}$ در صورتی که $L = 10 \text{ mH}$

باشد.

۳- در صورتی که $L = 10 \text{ mH}$ و $C = 100 \mu\text{F}$ باشد، فرکانس رزونانس چقدر است؟

راه‌حل:

$$X_C = X_L \Rightarrow 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fc} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 c} \quad -1$$

$$L = \frac{1}{4 \times \pi^2 \times 100^2 \times 100 \times 10^{-6}} = 25 / 35 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \times 100^2 \times 10 \times 10^{-3}} = 253 / 5 \mu\text{F} \quad -2$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-6}}} = 159 / 23 \text{ Hz} \quad -3$$

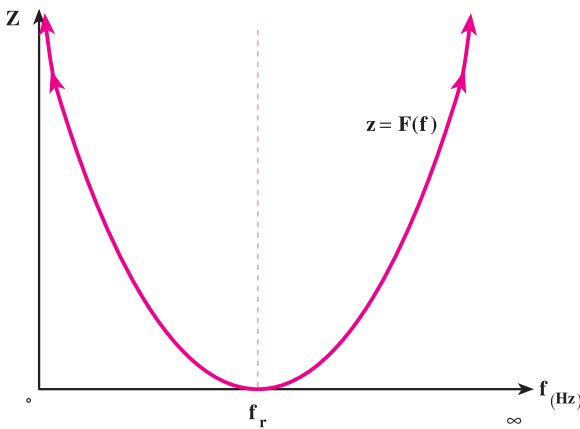
۵-۲-۵- تأثیر فرکانس در امپدانس و جریان مدار L-C سری: در مدار L-C، با

توجه به رابطه‌ی $Z = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fc}$ اگر فرکانس $f = 0$ شود، امپدانس Z بی‌نهایت می‌شود؛ زیرا

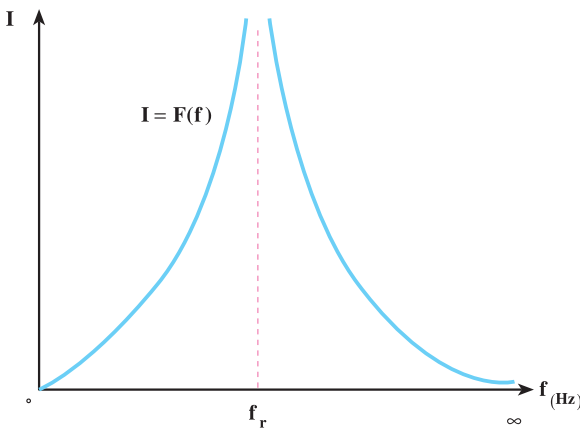
مقدار $2\pi fL = 0$ و $\frac{1}{2\pi fc} = \infty$ خواهد شد. به عبارت دیگر، وقتی فرکانس برابر صفر است، یعنی

مدار از جریان DC تغذیه می‌کند و خازن در جریان DC در حالت پایدار نقش مدار باز را خواهد داشت. اگر امپدانس $Z = \infty$ شود، هیچ نوع جریانی از مدار عبور نمی‌کند و $I = 0$ خواهد شد.

وقتی فرکانس برابر f_r فرکانس تشدید می‌شود، $Z = 0$ شده و جریان I به مقدار ∞ (جریان اتصال کوتاه) می‌رسد. اگر $f = \infty$ شود، تغییرات بار الکتریکی در صفحات خازن خیلی شدید می‌شود و خازن عملاً به اتصال کوتاه کشانده شده و $\frac{1}{\omega C} = 0$ خواهد شد. در عوض، ωL به مقدار خیلی زیاد - یعنی ∞ میل کرده و مدار L-C را عملاً باز می‌کند. در این حالت، امپدانس L-C مجدداً بی‌نهایت می‌شود. چون $I = \frac{U}{Z}$ است، جریان صفر خواهد شد. نمودار تغییرات $Z = F(f)$ و $I = F(f)$ در شکل ۵-۵ رسم شده است.



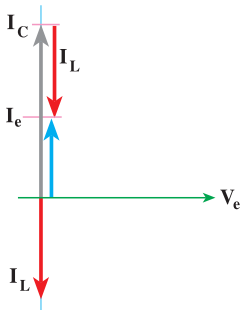
$f_{(Hz)}$	0	f_r	∞
$Z_{(\Omega)}$	∞	0	∞
$I_{(A)}$	0	∞	0



شکل ۵-۵ - منحنی‌های تغییرات $Z = F(f)$ و $I = F(f)$ در مدار L-C سری

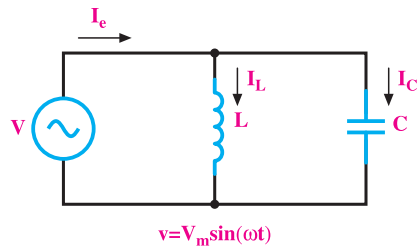
۳-۵- مدار L-C موازی

مدار الکتریکی L-C موازی در شکل ۵-۶ نشان داده شده است. در این مدار، ولتاژ دو سر هر دو عنصر C و L با هم برابرند. جریان در داخل مقاومت سلفی (I_L) از ولتاژ منبع به اندازه 90° عقب‌تر و جریان خازنی (I_C) از ولتاژ منبع 90° جلوتر است. جریان کل I_e از جمع برداری دو جریان \vec{I}_C و \vec{I}_L به دست می‌آید. چون دو جریان \vec{I}_C و \vec{I}_L دارای یک راستا هستند و 180° درجه اختلاف فاز دارند، می‌توان جریان I_e (جریان کل) را از رابطه‌ی $I_e = I_C - I_L$ یا $I_e = I_L - I_C$ به دست آورد. دیاگرام برداری جریان‌های مدار L-C موازی در مبنای ولتاژ در شکل ۵-۷ با فرض $X_L > X_C$ رسم شده است.



$$(X_L > X_C)$$

شکل ۵-۷



شکل ۵-۶

۱-۳-۵- محاسبه‌ی امپدانس مدار L-C موازی: از شکل‌های ۵-۶ و ۵-۷ برای

محاسبه‌ی امپدانس می‌توان نوشت:

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} \quad , \quad I_C = \frac{V_e}{X_C} \quad , \quad Z = \frac{V_e}{I_e} \quad , \quad I_e = \frac{V_e}{Z}$$

$$I_e = I_C - I_L \Rightarrow \frac{V_e}{Z} = \frac{V_e}{X_C} - \frac{V_e}{X_L}$$

با فرض $X_L > X_C$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \rightarrow \text{یا } Z = \frac{X_L \cdot X_C}{X_L - X_C} \quad (5-14)$$

در صورتی که $X_C > X_L$ باشد، در رابطه‌ی ۵-۱۴ جای X_C و X_L در مخرج کسر با هم

عوض می‌شود و به صورت رابطه‌ی ۵-۱۵ نوشته می‌شود.

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \quad \text{یا} \quad Z = \frac{X_L \cdot X_C}{X_C - X_L} \quad (5-15)$$

۲-۳-۵- فرکانس تشدید در مدار L-C موازی:

در شکل ۷-۵، دیاگرام برداری اگر $I_C = I_L$ باشد، اندازه‌ی جریان I_e برابر صفر می‌شود. خاصیت سلفی به وسیله‌ی خاصیت خازنی مدار کاملاً خنثی شده و حالت تشدید (رزنانس) برقرار می‌شود. در حالت تشدید می‌توان نوشت:

$$I_L = I_C$$

$$\frac{V_e}{X_L} = \frac{V_e}{X_C} \Rightarrow \frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_C} \Rightarrow X_L = X_C$$

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow L\omega^2 C = 1, \quad \omega = 2\pi f_r$$

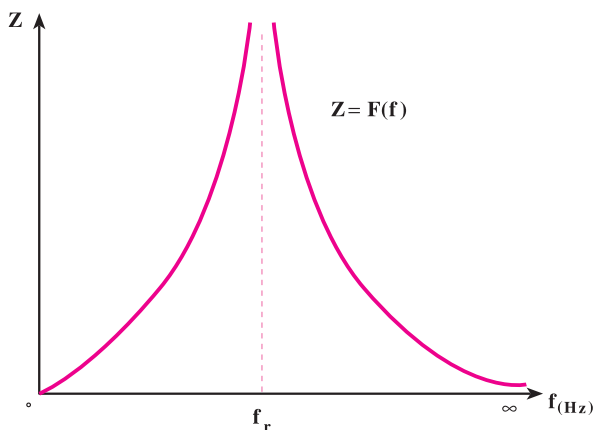
$$L(2\pi f_r)^2 C = 1 \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5-16)$$

۳-۳-۵- منحنی تغییرات امپدانس و جریان در فرکانس‌های متغیر: امپدانس مدار

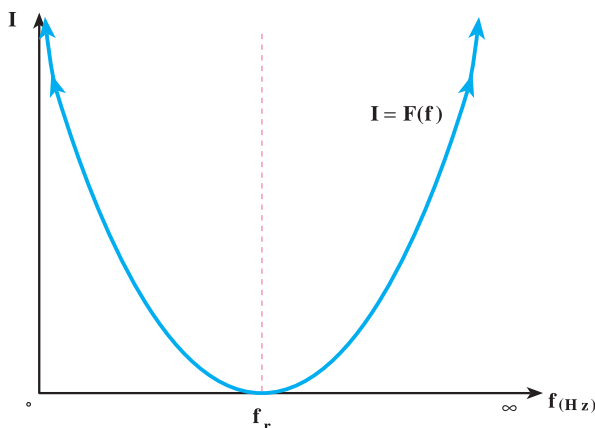
L-C با توجه به رابطه‌ی $\frac{1}{Z} = \frac{1}{2\pi fL} - \frac{1}{2\pi fc}$ وقتی فرکانس مدار صفر است (زمانی که از جریان

DC تغذیه می‌شود) برابر صفر خواهد شد؛ زیرا $X_L = 2\pi fL = 0$ است و مدار را به اتصال کوتاه می‌کشاند. در این حالت، از مدار جریان $I_{S,C}$ (جریان اتصال کوتاه) عبور خواهد کرد. در فرکانس $f = f_r$ (یعنی فرکانس تشدید) $X_L = X_C$ شده و $\frac{1}{Z} = 0$ می‌شود. به عبارت دیگر، امپدانس مدار

بی‌نهایت می‌شود و به عنوان مدار باز عمل می‌کند. در فرکانس‌های خیلی زیاد، زمانی که فرکانس به بی‌نهایت میل می‌کند، خازن به علت تغییرات شدید بار، اتصال کوتاه شده و مدار را به اتصال کوتاه می‌کشاند و $Z = 0$ می‌شود. مجدداً جریان مدار به جریان $I_{S,C}$ می‌رسد. نمودار تغییرات امپدانس و جریان در شکل ۸-۵ رسم شده است.



$f(\text{Hz})$	\circ	f_r	∞
$Z(\Omega)$	\circ	∞	\circ
$I(\text{A})$	∞	\circ	∞



شکل ۸-۵- منحنی‌های تغییرات $Z = F(f)$ و $I = F(f)$ در مدار L-C موازی

نتیجه: در حالت رزونانس دو سر مدار L-C سری اتصال کوتاه و دو سر مدار L-C موازی، مدار باز می‌شود.

مثال ۳: در یک مدار L-C موازی، ولتاژ و جریان مدار به صورت $v = 50\sqrt{2} \sin(3000t - 45^\circ)$ و $i = 2\sqrt{2} \sin(3000t + 45^\circ)$ است. اگر شدت جریان در شاخه‌ی C پنج برابر شدت جریان شاخه‌ی

L باشد، مطلوب است :

الف - مقادیر C و L.

ب - فرکانس تشدید.

راه حل:

$$\text{الف: } I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2A \text{ و } V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50V \text{ و } I_C = 5I_L$$

$I_C > I_L$ است و مدار پیش فاز می باشد جریان منبع برابر است با

$$I_e = I_C - I_L \quad \text{به جای } I_C \text{ معادل آن } 5I_L \text{ را قرار می دهیم}$$

$$I_e = 5I_L - I_L$$

$$I_e = 4I_L \Rightarrow I_L = \frac{I_e}{4} = \frac{2}{4} = 0.5A$$

$$I_C = 5I_L \Rightarrow I_C = 5 \times 0.5 = 2.5A$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{50}{0.5} = 100\Omega$$

$$X_C = \frac{V_e}{I_C} = \frac{50}{2.5} = 20\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{100}{3000} = 0.033H$$

$$C = \frac{1 \times 10^6}{X_C \omega} = \frac{1 \times 10^6}{20 \times 3000} = 16.6 \mu F$$

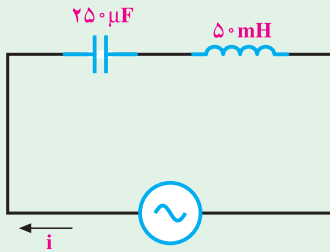
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.033 \times 16.6 \times 10^{-6}}} = 215.1Hz$$

ب:



- ۱- در مدار شکل زیر اگر $i = 5 \sin 40^\circ t$ باشد، مطلوب است :
- الف : معادله ولتاژ دو سر L و C ب : معادله ولتاژ منبع
 پ : توان های مدار ت : فرکانس رزونانس
 ث : رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

جواب :



$$v_{L(t)} = 100 \sin(40^\circ t + 90^\circ)$$

$$v_{C(t)} = 50 \sin(40^\circ t - 90^\circ)$$

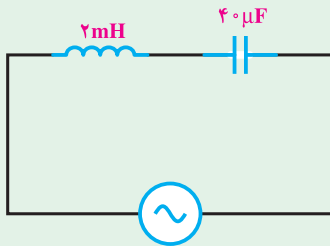
$$v(t) = 50 \sin(40^\circ t + 90^\circ)$$

$$P_e = 0, P_d = P_s = 125, f_r = 45 \text{ Hz}$$

- ۲- در مدار شکل زیر اگر $v = 10\sqrt{2} \sin 250^\circ t$ باشد، مطلوب است :

- الف : معادله جریان منبع ب : معادله ولتاژ دو سر L و C
 پ : توان های مدار ت : فرکانس رزونانس
 ث : رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

جواب :



$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(250^\circ t + 90^\circ)$$

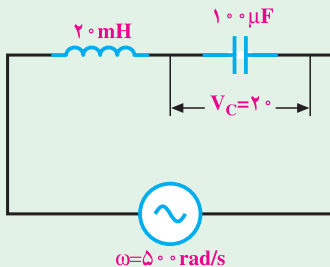
$$v_{L(t)} = 10\sqrt{2} \sin(250^\circ t + 180^\circ)$$

$$v_{C(t)} = 20\sqrt{2} \sin(250^\circ t + 0^\circ)$$

$$P_e = 0, |P_d| = P_s = 20, f_r = 563 \text{ Hz}$$

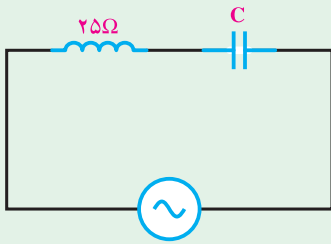
- ۳- در مدار شکل مقابل معادله ولتاژ و جریان منبع را به دست آورید. ($\theta_V = 0^\circ$ در نظر گرفته شود)

جواب :



$$v(t) = 10\sqrt{2} \sin(50^\circ t + 0^\circ)$$

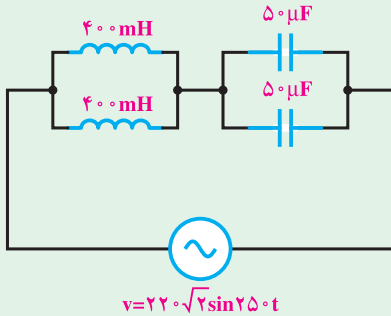
$$i(t) = \sqrt{2} \sin(50^\circ t + 90^\circ)$$



۴- در مدار شکل مقابل اگر معادله ولتاژ و جریان منبع به ترتیب $v = 100 \sin 50^\circ t$ و $i = 2 \sin(50^\circ t + \frac{\pi}{2})$ باشد، مقدار C را محاسبه کنید.

جواب :

$$C = 26.6 \mu\text{F}$$



۵- در مدار شکل مقابل مطلوب است :

الف : معادله‌ی جریان منبع

ب : معادله‌ی ولتاژ دو سر هر المان

جواب :

$$i(t) = 22\sqrt{2} \sin(25^\circ t - 9^\circ)$$

$$V_{L(t)} = 110\sqrt{2} \sin(25^\circ t + \dots)$$

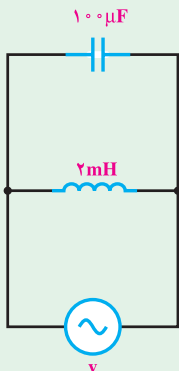
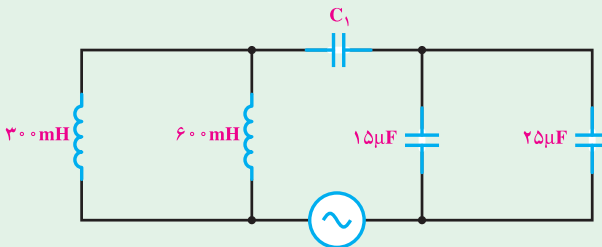
$$V_{C(t)} = 88\sqrt{2} \sin(25^\circ t - 18^\circ)$$

۶- در مدار شکل زیر با $\omega = 50^\circ \text{rad/s}$ مدار در حالت تشدید است. ظرفیت C_1 چند

میکروفاراد است؟

جواب :

$$C_1 = 40 \mu\text{F}$$



۷- در مدار شکل زیر اگر $v = 100 \sin 250^\circ t$ باشد، مطلوب است :

الف : معادله‌ی جریان هر شاخه

ب : معادله‌ی جریان منبع

پ : توان‌های مدار

ت : فرکانس رزونانس

ج : رسم دیاگرام برداری جریان‌ها

جواب :

$$i_C(t) = 25 \sin(250 \cdot t + 90^\circ)$$

$$i_L(t) = 20 \sin(250 \cdot t - 90^\circ)$$

$$P_e = 0$$

$$P_d = -250 \text{ VAR} \quad P_s = 250 \text{ VA} \quad i = 5 \sin(250 \cdot t + 90^\circ)$$

$$f_r = 356 \text{ Hz}$$

۸- در مدار شکل زیر اگر $i = 5 \sin 40 \cdot t$ باشد، مطلوب است :

الف : معادله‌ی ولتاژ منبع

ب : جریان هر شاخه و معادله‌ی آن

پ : توان‌های مدار

ت : فرکانس رزونانس

جواب :

$$V(t) = 100 \sin(40 \cdot t + 90^\circ)$$

$$i_L(t) = 10 \sin(40 \cdot t + 0)$$

$$i_C(t) = 5 \sin(40 \cdot t + 180^\circ)$$

$$P_e = 0$$

$$P_d = 250 \text{ VAR} \quad P_s = 250 \text{ V.A} \quad f_r = 90 \text{ Hz}$$

۹- در مدار شکل مقابل اگر $i_c = 2\sqrt{2} \sin 250 \cdot t$ باشد مطلوب است :

الف : معادله‌ی ولتاژ منبع

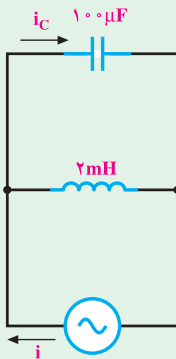
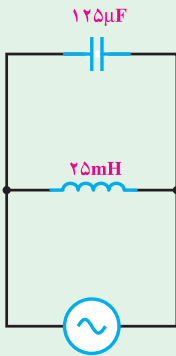
ب : معادله‌ی جریان منبع

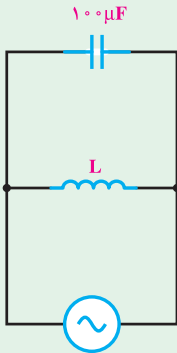
پ : رسم دیاگرام برداری مدار

جواب :

$$V(t) = 8\sqrt{2} \sin(250 \cdot t - 90^\circ)$$

$$i(t) = 0 / 4\sqrt{2} \sin(250 \cdot t + 0)$$





۱۰- مدار شکل مقابل به ازای $\omega = 4000 \text{ rad/s}$ به حالت

تشدید می‌رود. مقدار L چند میلی‌هائری است؟

جواب:

$$L = 0.625 \text{ mH}$$

۱۱- در یک مدار L - C موازی $I_C = 5I_L$ و معادله‌ی ولتاژ و جریان به ترتیب

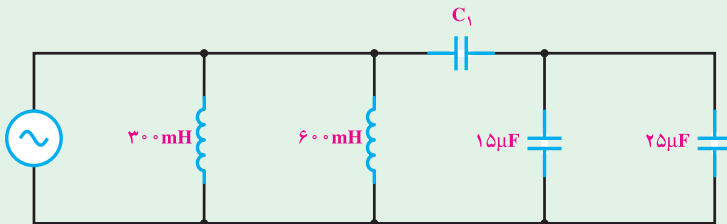
$$v = 100 \sin 2500t \text{ و } i = 8 \sin(2500t + \frac{\pi}{4}) \text{ است. اندازه‌ی } L \text{ و } C \text{ چه قدر است؟}$$

$$L = 2 \text{ mH}, C = 4 \mu\text{f}$$

۱۲- مدار شکل زیر به ازای $\omega = 500 \text{ rad/s}$ به حالت رزونانس می‌رود. ظرفیت C_1 را محاسبه

کنید.

$$\text{جواب: } C_1 = 4 \mu\text{f}$$



۱۳- مدار معادل یک مدار L - C موازی را در دو حالت زیر رسم کنید.

$$\text{الف: } X_L > X_C$$

$$\text{ب: } X_C > X_L$$

۱۴- دو عنصر $L = 1 \text{ mH}$ و $C = 10 \mu\text{F}$ مفروض‌اند. مطلوب است رسم منحنی تابع

تغییرات امپدانس و جریان این دو عنصر در محدوده‌ی فرکانس 5 Hz تا 5 kHz و ولتاژ

$$V_e = 100 \text{ V}$$