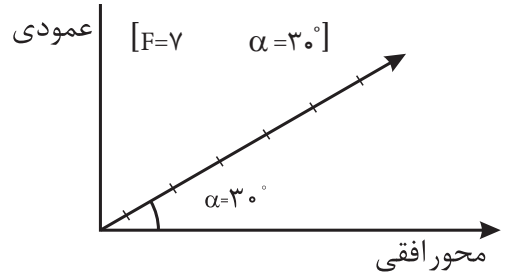
فصل دوم
بردار
روش هندسی
مقاومت القایی
مولفه‌های افقی
معادلات ولتاژ و جریان
تجزیه بردار
اختلاف فاز
توان ظاهری
توان اکتیو
ضرب بردارها
مثلث توان
تفاضل بردارها
پس فاز
مدار خازنی خالص
Apparent power
اسیلوسکوپ
سرعت زاویه‌ای
تحلیلی
برآیند
اسکالر

خلاصه درس

بردار

۲-۱- بردار پاره خطی است که دارای اندازه (طول) و جهت است. از بردار در مدارهای الکتریکی به عنوان وسیله‌ای جهت نمایش و محاسبه کمیت‌های الکتریکی مثل ولتاژ و جریان و ... استفاده می‌شود. شکل (۲-۴).



شکل (۲-۱)

۲-۲- **عملیات ریاضی روی بردارها:** به روی بردارها می‌توان عملیات ریاضی زیر را انجام داد:

الف) جمع یا برآیند بردارها ب) تفاضل بردارها

ج) ضرب بردارها

۲-۳- **جمع بردارها:** به دو روش هندسی و تحلیلی انجام می‌شود که خلاصه روابط آن‌ها چنین است:

۱) **روش هندسی:** این روش برای محاسبه جمع دو بردار به کار می‌رود:

$$R=F=\sqrt{F_1^{۲}+F_2^{۲}+۲F_1F_2\ Cos\alpha}$$

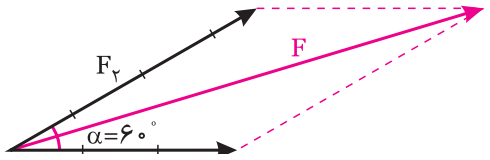
F_1: مقدار عددی بردار اول

F_2: مقدار عددی بردار دوم

α: زاویه بین دو بردار

مثال ۱

دو بردار $F_1=۳$ و $F_2=۴$ با زاویه ۶۰ درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند، مطلوبست جمع یا برآیند آن‌ها به روش هندسی: شکل (۲-۲).



شکل (۲-۲)

حل

$\alpha = ۶۰^\circ$ و $F_2=۴$ ، $F_1=۳$

$$R=\sqrt{F_1^{۲}+F_2^{۲}+۲F_1F_2.Cos\alpha}=\sqrt{۳^{۲}+۴^{۲}+(۲\times۳\times۴\times Cos۶۰^\circ)}$$

$$R=\sqrt{۹+۱۶+۱۲}\Longrightarrow R=\sqrt{۳۷}\Longrightarrow \boxed{R=۶/۰۸}$$

بیشتر بدانید

چنانچه دو بردار F_1 و F_2 معلوم باشد و برآیند آن‌ها (F) نیز معلوم باشد، برای تعیین زاویه بین دو بردار می‌توان از این رابطه استفاده کرد.

$$Cos\ \alpha=\frac{F^{۲}-F_1^{۲}-F_2^{۲}}{۲F_1F_2}$$

مثال ۲

دو بردار $F_1=۶$ و $F_2=۸$ نسبت به هم با چه زاویه‌ای قرار گیرند تا برآیند آن‌ها برابر ۱۲ شود؟

حل

براساس رابطه بالا:

$F_1=۶$ $F_2=۸$ $F=۱۲$ $\alpha=?$

$$Cos\ \alpha=\frac{F^{۲}-F_1^{۲}-F_2^{۲}}{۲F_1F_2}=\frac{۱۲^{۲}-۶^{۲}-۸^{۲}}{۲\times۶\times۸}$$

$$Cos\ \alpha=۰/۴۵\Longrightarrow \alpha=Cos^{-۱}۰/۴۵ \qquad \boxed{\alpha=۶۳^\circ}$$

$Cos^{-۱}\ ۰/۴۵$: یعنی چه زاویه‌ای است که، کسینوس آن برابر ۰/۴۵ می‌شود.

بیشتر بدانید

بررسی چند حالت خاص:

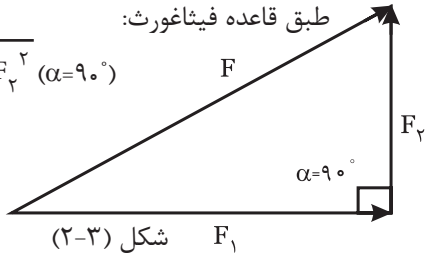
الف) اگر دو بردار F_1 و F_2 هم جهت و هم راستا باشند یعنی $\alpha=۰$ باشد:

$$\underbrace{\vec{F۱}+\vec{F۲}}_{\text{جمع برداری}}=\underbrace{F۱+F۲}_{\text{جمع عددی}}\quad(\alpha=۰)$$

ب) اگر دو بردار F_1 و F_2 بر هم عمود باشند:

طبق قاعده فیثاغورث:

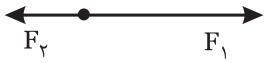
$$\vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{F_1^{۲}+F_2^{۲}}\ (\alpha=۹۰^\circ)$$



شکل (۲-۳)

ج) اگر دو بردار F_1 و F_2 در خلاف جهت هم باشند:

$$\vec{F_1}+\vec{F_2}=F_1-F_2 \quad (\alpha=180^\circ)$$



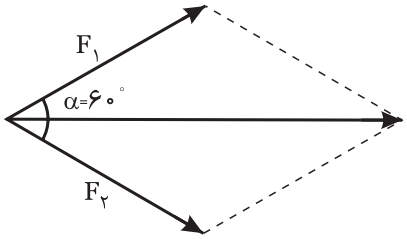
«بردار برآیند در جهت بردار بزرگتر است»

د) اگر دو بردار برابر باشند و نسبت به یکدیگر با زاویه ۶۰ درجه قرار گیرند، بردار برآیند نیمساز زاویه بین دو بردار می‌باشد: شکل (۴-۲).

$$\left.\begin{matrix}F_1+F_2\\ \alpha=60^\circ\end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2.\cos 60^\circ}$$

$\cos 60^\circ = 0/5$

$$\vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1$$



شکل (۴-۲)

از طرف دیگر تفاضل این دو بردار برابر است با:

$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=F_1$$

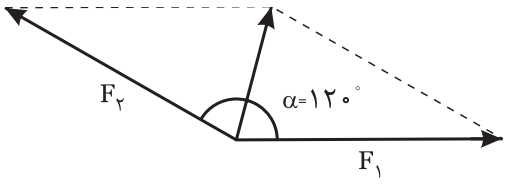
هـ) اگر دو بردار برابر باشند و با زاویه ۱۲۰ درجه نسبت به هم قرار گیرند شکل (۵-۲) طبق روابط قبلی خواهیم داشت:

$$\left.\begin{matrix}F_1=F_2\\ \alpha=120^\circ\end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=F_1$$

جمع بردارها:

$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1$$

تفاضل بردارها:



شکل (۵-۲)

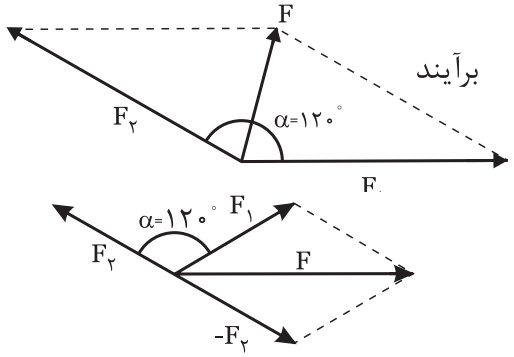
دو بردار مساوی با $F_1=F_2=20N$ هم زاویه ۶۰ درجه دارند، برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید:

$F_1=F_2=20N$

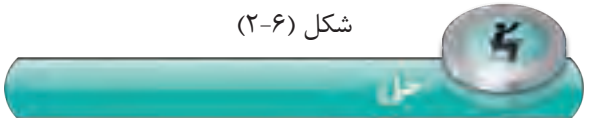
$$\vec{F_1}+\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1 \Rightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=20\sqrt{3}$$

$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=F_1 \Rightarrow \vec{F_1}-\vec{F_2}=20$$

دو بردار $F_1=F_2=30N$ با زاویه ۱۲۰ درجه نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، برآیند و تفاضل آن‌ها را بدست آورید. شکل (۶-۲).

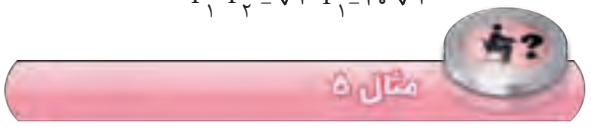


شکل (۶-۲)



$$\left.\begin{matrix}F_1=F_2\\ \alpha=120^\circ\end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{F_1}+\vec{F_2}=F_1=30N$$

$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{3}\,F_1=30\sqrt{3}$$



برآیند دو بردار عمود بر هم ۱۰ است، اگر یکی از بردارها مقدارش برابر ۶ باشد، بردار دیگر چه اندازه اش خواهد داشت؟

$F=10$

$F_1=6$, $F_2=?$

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \Rightarrow F_2=\sqrt{F^2-F_1^2}$$

$$F_2=\sqrt{10^2-6^2} \Rightarrow F_2=8$$

خلاصه درس

۲-۴- جمع بردارها به روش تحلیلی

این روش معمولا برای جمع بیشتر از ۲ بردار بکار می‌رود.

برای جمع بردارها به این روش:

الف) ابتدا بردارها را به مولفه‌های افقی تجزیه کرده و سپس جمع آنها (ΣF_x) را بدست می‌آوریم:

$$\Sigma F_x = \pm F_1.\cos\alpha_1 \pm F_2.\cos\alpha_2 \pm F_3.\cos\alpha_3$$

ب) سپس مولفه‌های عمودی بردارها را نیز بدست آورده و آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

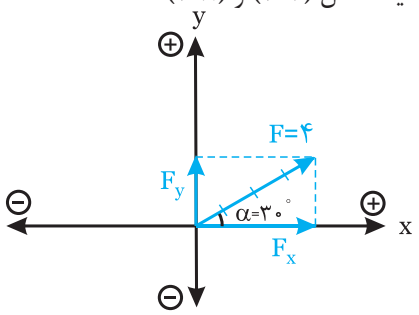
$$\Sigma F_y = \pm F_1.\sin\alpha_1 \pm F_2.\sin\alpha_2 \pm F_3.\sin\alpha_3$$

ج) جمع بردار از این رابطه به دست می‌آید.

$$F=\sqrt{(\Sigma F_x)^2+(\Sigma F_y)^2}$$

مثال ۶

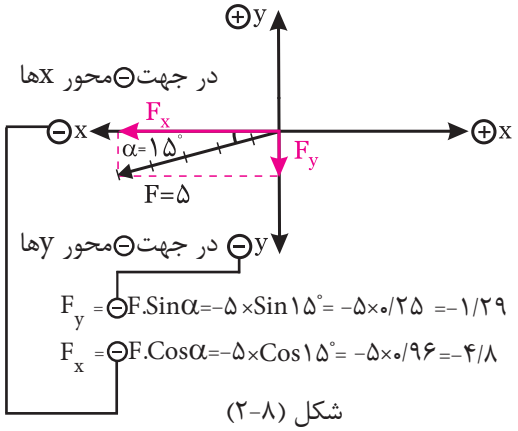
بردارهای شکل‌های زیر را به مولفه‌های افقی و عمودی تجزیه کنید. شکل (۷-۲) و (۸-۲).



شکل (۷-۲)

مولفه افقی: $F_x=F.\cos\alpha=۴\times\cos۳۰^\circ=۴\times۰/۸۶=۳/۴۴$

مولفه عمودی: $F_y=F.\sin\alpha=۴\times\sin۳۰^\circ=۴\times۰/۵=۲$



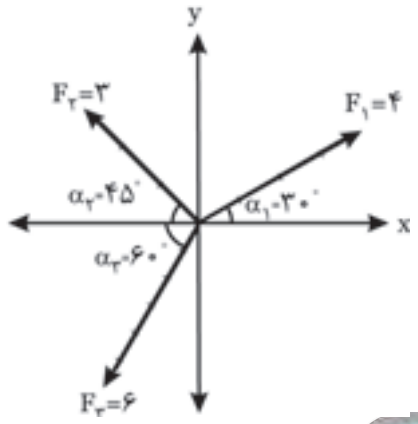
$F_y = \ominus F.\sin\alpha = -۵\times\sin۱۵^\circ = -۵\times۰/۲۵ = -۱/۲۹$

$F_x = \ominus F.\cos\alpha = -۵\times\cos۱۵^\circ = -۵\times۰/۹۶ = -۴/۸$

شکل (۸-۲)

مثال ۷

پس از تجزیه بردارهای شکل (۹-۲) به مولفه‌های افقی و عمودی، برآیند آن‌ها را از روشی تحلیلی محاسبه کنید:



شکل (۹-۲)

حل

با توجه به وضعیت قرارگرفتن بردارها می توان از الگوی شکل زیر برای علامتگذاری مولفه‌ها استفاده کرد:

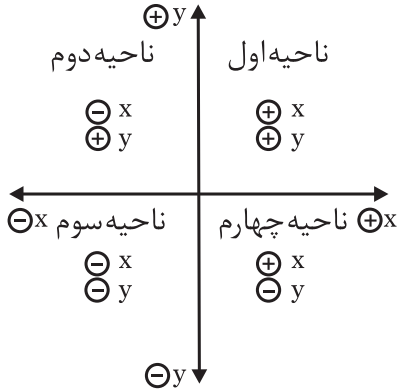
الف) تجزیه بردارها به مولفه‌های افقی و عمودی

F_1 در ناحیه اول است: بنابراین F_{1X} و F_{1Y} مثبت است:

$F_{1x}=۴\times\cos۳۰^\circ=۴\times۰/۸۶=۳/۴۶$

$F_{1y}=۴\times\sin۳۰^\circ=۴\times۰/۵=۲$

F_2 در ناحیه دوم است: بنابراین F_{2X} منفی و F_{2y} مثبت است:



شکل (۱۰-۲)

$F_{2x}=-۳\times\cos۴۵^\circ=-۳\times۰/۷۰۷=-۲/۱۲$

$F_{2y}=+۳\times\sin۴۵^\circ=۳\times۰/۷۰۷=+۲/۱۲$

F_3 در ناحیه سوم است.

$F_{3x}=-۶\times\cos۶۰^\circ=-۶\times۰/۵=-۳$

$F_{3y}=-۶\times\sin۶۰^\circ=-۶\times۰/۸۶=-۵/۱۶$

ب) جمع مولفه‌های افقی و عمودی

$\Sigma Fx = +F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} = ۳/۴۶ - ۲/۱۲ - ۳ \Rightarrow \boxed{\Sigma Fx = -۱/۶۶}$

$\Sigma Fy = +F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} = ۲ + ۲/۱۲ - ۵/۱۶ \Rightarrow \boxed{\Sigma Fy = -۱/۰۴}$

منفی نشان دهنده آن است که مجموع مولفه‌ها در ناحیه منفی قرار می‌گیرند.

ج) برآیند بردارها

$F = \sqrt{(\Sigma Fx)^۲ + (\Sigma Fy)^۲}$

$F = \sqrt{(-۱/۶۶)^۲ + (-۱/۰۴)^۲} \Rightarrow F = \sqrt{۲/۷۵ + ۱/۰۸} = \sqrt{۳/۸۳}$

$\boxed{F = ۱/۹۵}$

هر عدد منفی اگر به توان ۲ برسد، مثبت می‌شود.

فعالیت ۱

روابط زیر را کامل کنید:

- رابطه جمع دو بردار از روش هندسی:

$R = \sqrt{(F_۱)^۲ + (.....)^۲ + ...}$

- جمع مولفه‌های افقی:

$\Sigma F_x = \pm F_۱ . Cos\ \alpha_۱ \pm F_۲ \times .....$

- جمع مولفه‌های عمودی:

$\Sigma F_y = \pm ..... \times Sin\ \alpha_۱ \pm F_۲ \times .....$

- جمع بردارها (روش تحلیلی)

$F = \sqrt{(\Sigma F_x)^۲ + (.....)^۲}$

فعالیت ۲

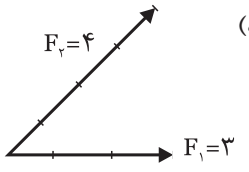
دو بردار $F_۱=۳$ و $F_۲=۴$ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به هم قرار دارند، مطلوبست:

الف) جمع بردارها ب) ترسیم بردارها

الف) $\vec{F_۱} + \vec{F_۲} = R = \sqrt{(F_۱)^۲ + (F_۲)^۲ + (۲F_۱F_۲ . Cos\alpha)}$

$R = \sqrt{(۳)^۲ + (.....)^۲ + ...} \Rightarrow \boxed{R = ...}$

ب) ترسیم بردارها: (بردار برآیند را از جمع دو بردار به روش متوازی الاضلاع بدست آورید)



شکل (۲-۱۱)

فعالیت ۳

دو بردار $F_۱=۶$ و $F_۲=۸$ باید با چه زاویه ای نسبت به هم قرارگیرند تا برآیند آن ها برابر ۱۰ شود؟

$\vec{F_۱}=۶ , \vec{F_۲}=۸ , F=۱۰, \alpha=?$

$Cos\ \alpha = \dfrac{F^۲ - F_۱^{\ ۲} - F_۲^{\ ۲}}{۲F_۱F_۲}$

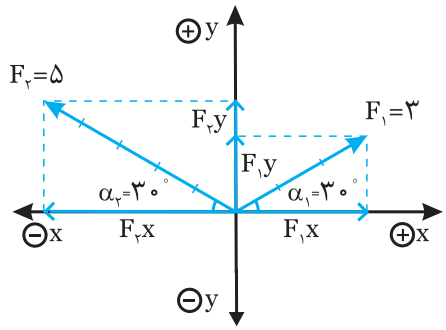
$Cos\ \alpha = \dfrac{(۱۰)^۲ - (.....)^۲ - (.....)^۲}{.....}$

$Cos\ \alpha = ۰ \Rightarrow \boxed{\alpha = ...}$

فعالیت ۴

جمع بردارهای شکل (۲-۱۲) را از روش تحلیلی بدست آورید:

ابتدا بردارها را تجزیه کنید:



شکل (۲-۱۲)

$\oplus F_{1x} = ۳ \times Cos۳۰^\circ = ۲/۶$

$\oplus F_{1y} = ... \times ..... \Rightarrow F_{1y} = ۱/۵$

$F_{2x} = -۵ \times Cos..... \Rightarrow \boxed{F_{2x} = -۴/۳۳}$

$F_{2y} = ... \times ..... \Rightarrow \boxed{F_{2y} = ۲/۵}$

$\Sigma Fx = F_{1x} - F_{2x} = ... \Rightarrow \boxed{\Sigma Fx = -۱/۷۳}$

$\Sigma Fy = F_{1y} + ... = ... \Rightarrow \boxed{\Sigma Fy = ...}$

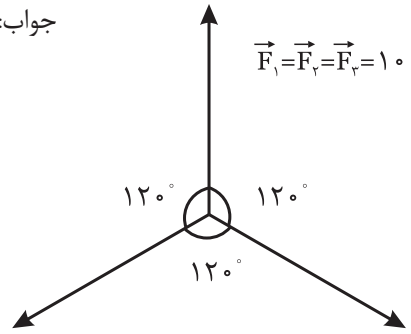
$F = \sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲} \Rightarrow F = \sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲}$

$\boxed{F = ...}$

«تمرین ها ارائه شده نمونه‌هایی از سوالات امتحانات نهایی است»

۱- سه بردار مساوی مطابق شکل (۱۳-۲) با یکدیگر زاویه ۱۲۰ می‌سازند، برآیند این سه بردار را از روشی تحلیلی بدست آورید.

جواب: F=۰

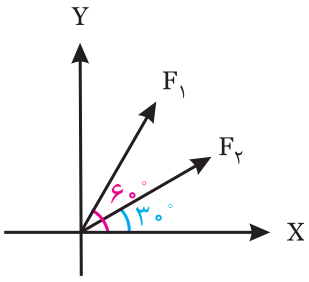


شکل (۱۳-۲)

۲- در شکل (۱۴-۲) مطلوبست:

۱) برآیند دو نیروی F_1 و F_2

۲) چه نیرویی و با چه جهتی به برآیند این دو نیرو وارد شود تا برآیند کل صفر شود.



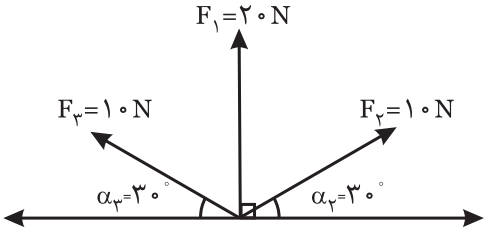
$F_1=10$

$F_2=10$

شکل (۱۴-۲)

۳- برآیند سه بردار F_1، F_2 و F_3 شکل (۱۵-۲) را بدست آورید.

جواب: F=۳۰ N



شکل (۱۵-۲)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

توجه: مطالب مربوط به سوالاتی که به جواب نرسیده است، مجددا مطالعه و سپس به تمرینات پاسخ دهید.

خلاصه درس

۵-۲- تفاضل بردارها

برای تفریق بردارها، به روش هندسی می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2\ominus 2F_1F_2.\cos\alpha}$$

مشاهده می‌شود که در این رابطه، تنها یک علامت منفی با جمع بردارها تفاوت دارد.

مثال ۱

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه ۶۰ درجه نسبت به یکدیگر قرار دارند؛ مطلوبست:

الف) $F_1-F_2=?$

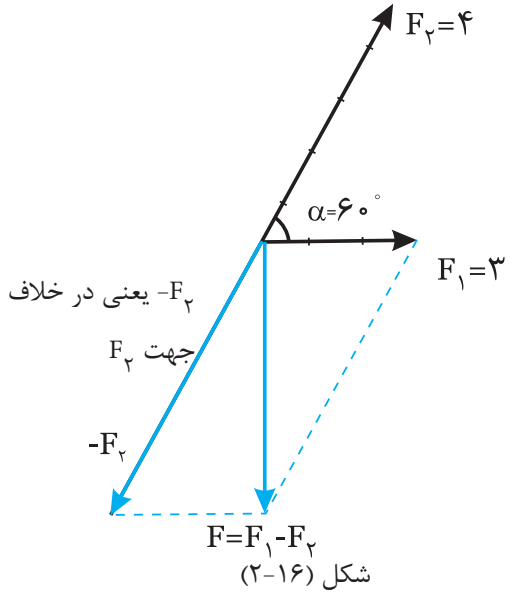
$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2-2F_1F_2.\cos\alpha}$$

$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{3^2+4^2-(2\times3\times4\times\cos 60^\circ)}$$

$$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{9+16-(24\times0/5)}\Rightarrow\boxed{\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{13}=3/6}$$

ب) رسم بردارها:

چون $F_1-F_2=F_1+(-F_2)$ می‌باشد، لذا بردار F_2 را در خلاف آن امتداد داده و با بردار F_1 جمع می‌کنیم.



شکل (۱۶-۲)

مثال ۹

در چه حالتی جمع دو بردار با تفاضل آن دو بردار برابر است؟

پاسخ: در روابط مربوط به جمع و تفاضل بردارها، چنانچه زاویه برابر ۹۰° درجه باشد.

چون $\cos 90^\circ = 0$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

اگر $\alpha = 90^\circ$ $\quad F_1 + F_2 = F_1 - F_2 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

خلاصه درس

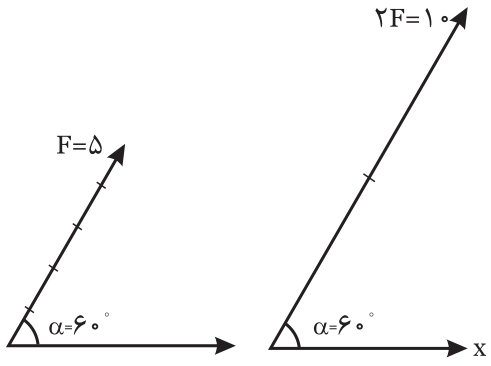
۶-۲- ضرب بردارها

الف) ضرب یک بردار در یک کمیت عددی :

اگر عددی مثبت مثل K را در یک بردار ضرب کنیم، حاصل ضرب آن برداری است که قدر مطلق آن K برابر می‌شود. چنانچه K عددی منفی باشد، جهت بردار ۱۸۰ درجه تغییر می‌کند.

مثال ۱۰

بردار F=۵ با محور X ها زاویه ۶۰ درجه می‌سازد، مقادیر ۲F و ۲F- را محاسبه کنید

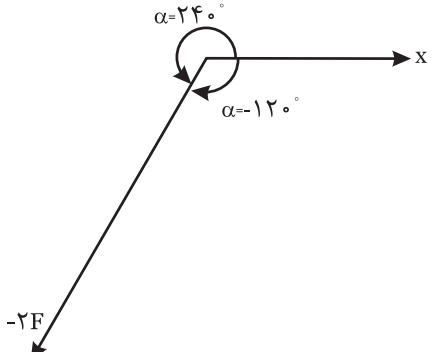


شکل (۲-۱۷)

راه حل)

$$\begin{cases} F=5\ ,\ \alpha = 60^\circ \\ \vec{2F}=2\times 5=10 \quad \alpha = 60^\circ \end{cases}$$

یا: $-\vec{2F}=-2\times 5=-10 \Rightarrow \alpha = 60^\circ \pm 180^\circ = \begin{matrix} +240^\circ \\ -120^\circ \end{matrix}$



شکل (۲-۱۸)

ب) ضرب نقطه‌ای:

حاصل این ضرب یک کمیت عددی یا اسکالر است و به همین خاطر ضرب اسکالر یا نقطه‌ای نیز نامیده می‌شود، و از این رابطه بدست می‌آید: $\vec{F_1}.\vec{F_2} = F_1.F_2.\cos\alpha$

مثال ۱۱

دو بردار $F_1=5$ و $F_2=10$ با زاویه ۴۵ نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند، مطلوبست: $\vec{F_1}.\vec{F_2}=?$

$$\vec{F_1}.\vec{F_2} = F_1.F_2.\cos\alpha = 5\times 10\times \cos 45^\circ \Rightarrow \vec{F_1}.\vec{F_2} = 50\times 0/707$$

$$\boxed{\vec{F_1}.\vec{F_2} = 38/5}$$

فعالیت ۵

روابط زیر را کامل کنید:

رابطه تفاضل بردارها

$$\vec{F_1}-\vec{F_2} = \sqrt{(.....)^2+(.....)^2-(.....)}$$

ضرب اسکالر(عددی)

$$\vec{F_1}.\vec{F_2} = ...\times.....\times.....$$

فعالیت ۶

دو بردار $F_1=3$ و $F_2=4$ با زاویه ۴۵ درجه نسبت به هم قرار دارند. مطلوبست:

الف) تفاضل بردارها $\quad$ ب) ضرب داخلی آن‌ها

الف) تفاضل: $\vec{F_1}-\vec{F_2} = \sqrt{F_1^2+F_2^2-2F_1F_2.\cos\alpha}$

$$\vec{F_1}-\vec{F_2} = \sqrt{(3)^2+(4)^2-(.....)} \Rightarrow \boxed{\vec{F_1}-\vec{F_2} = ...}$$

ب) ضرب اسکالر(داخلی)

$\vec{F_1}.\vec{F_2}=$ .....×.....×.....

$\vec{F_1}.\vec{F_2}=۳\times$.....×..... $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{F_1}.\vec{F_2}=\text{.....}}$

فعالیت ۷

دو بردار $F_1=۶$ و $F_2=۸$ با زاویه ۹۰ درجه نسبت به هم قرار دارند. مطلوبست:

الف) تفاضل بردارها

ب) ضرب داخلی آن‌ها

ج) رسم بردارها و تعیین تفاضل آن‌ها

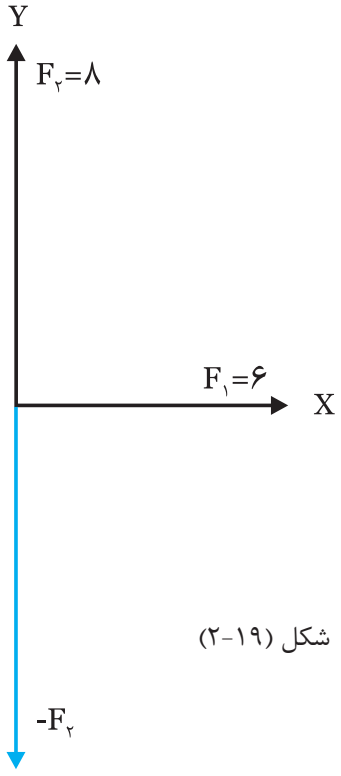
$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2-(.....)}$ $\alpha=۹۰^\circ$

$\cos ۹۰^\circ=۰$

$\vec{F_1}-\vec{F_2}=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}\Rightarrow \boxed{F_1-F_2=\text{.....}}$

$\vec{F_1}-\vec{F_2}=F_1+-F_2$

$\vec{F_1}.\vec{F_2}=$



شکل (۱۹-۲)

جواب بدست آمده از طریق محاسبه را با نتیجه بدست آمده از طریق اندازه گیری بردار تفاضل مقایسه کنید.

تمرین

۱- دو بردار $F_1=۵\sqrt{۲}$ و $F_2=۵$ با هم زاویه ۴۵ درجه می‌سازند، مطلوبست: $\vec{F_1}.\vec{F_2}$ و $\vec{F_1}-\vec{F_2}$

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۲- دو بردار $F_1=۶$ و $F_2=۶$ اگر با زوایای زیر نسبت به هم قرار گیرند، تفاضل آن ها را محاسبه کنید:

الف) $\alpha=۳۰$ ب) $\alpha=۶۰$ ج) $\alpha=۱۲۰$

حل

.....

.....

.....

.....

.....

تحقیق کنید

۱) با مراجعه به سایت‌های اینترنتی مطالبی را در خصوص بردار "Vector" و روش‌های جمع و تفریق و ضرب آن تهیه کنید.

۲) به صورت کار گروهی مقایسه‌ای بین کمیت‌های برداری و عددی انجام دهید.

معرفی سایت: www.Wikipedia.com
www.Roshd.ir

خلاصه درس

۲-۸- معادلات ولتاژ و جریان

در جریان متناوب سینوسی در اثر اعمال ولتاژ به مدار جریان از آن عبور می‌کند.

معادله ولتاژ از رابطه: $V_{(t)}=Vm.Sin(\omega t+\theta v)$ و معادله جریان از رابطه $i_{(t)}=Im.Sin(\omega t+\theta i)$ بدست می‌آید. در این روابط:

Vm و Im: مقادیر ماکزیمم یا پیک ولتاژ و جریان،

ω: سرعت زاویه‌ای (rad/s)

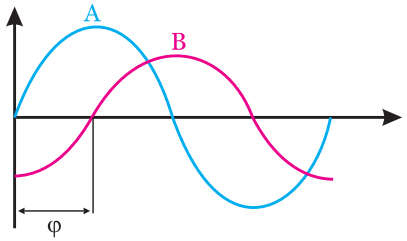
$V_{(t)}$ و $i_{(t)}$: مقادیر لحظه‌ای ولتاژ و جریان،

θv : زاویه بردار ولتاژ و θi : زاویه بردار جریان است.

۲-۹- اختلاف فاز:

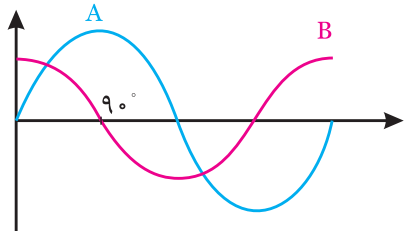
برای تعیین میزان اختلاف فاز بین دو شکل موج، ابتدا دو نقطه مشابه (صفر – ماکزیمم – مینیمم) از شکل موج‌ها را روی محور افقی با هم مقایسه می‌کنیم. در صورتی که موجی از موج دیگر زودتر شروع شده باشد، اصطلاح **پیش فاز** و در صورتی که عقب‌تر (دیرتر) شروع شده باشد. کلمه **پس فاز** و چنانچه دو شکل کاملا مشابه باشد، کلمه **هم فاز** را بکار می‌بریم.

الف) موج A نسبت به B ، φ درجه پیش فاز است.



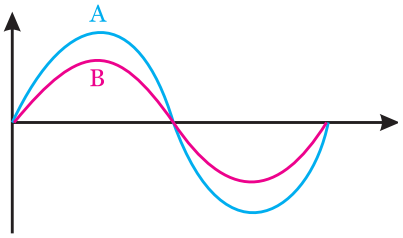
شکل (۲-۱۹ الف)

ب) موج A نسبت به B ، ۹۰ درجه پس فاز است.



شکل (۲-۱۹ ب)

ج) موج A و B هم فاز است.



شکل (۲-۲۲ ج)

زاویه اختلاف فاز از این رابطه به دست می‌آید.

$$\varphi=\theta_v-\theta_i$$

۲-۱۰- انواع حالت‌های مدار

با توجه به زاویه اختلاف فاز φ می‌توان کلید مدارات را در پنج حالت زیر طبقه بندی کرد:

۱) مدار اهمی خالص:

در این مدار ولتاژ و جریان هم فاز است یعنی $\theta_v=\theta_i$

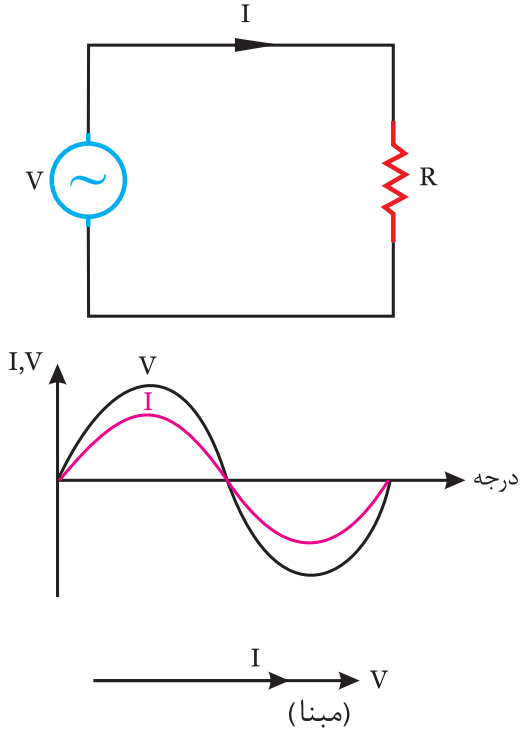
معادله ولتاژ $V_{(t)}=Vm.Sin(\omega t+\theta_v)$

معادله جریان $i_{(t)}=Im.Sin(\omega t+\theta_i)$

یعنی زاویه اختلاف فاز برابر صفر است:

$\theta v=\theta i$

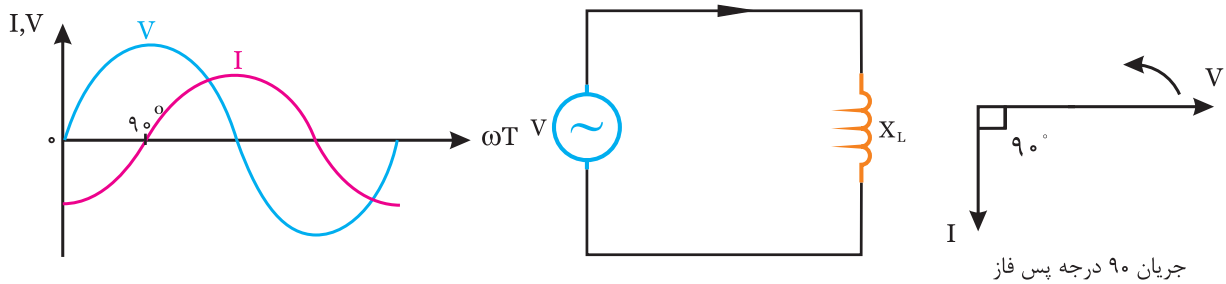
$\varphi=\theta v-\theta i=0$



شکل (۲-۲۰)

۲) مدار سلفی خالص

جریان نسبت به ولتاژ ۹۰ درجه پس فاز است.شکل (۲۱-۲)



جریان ۹۰ درجه پس فاز

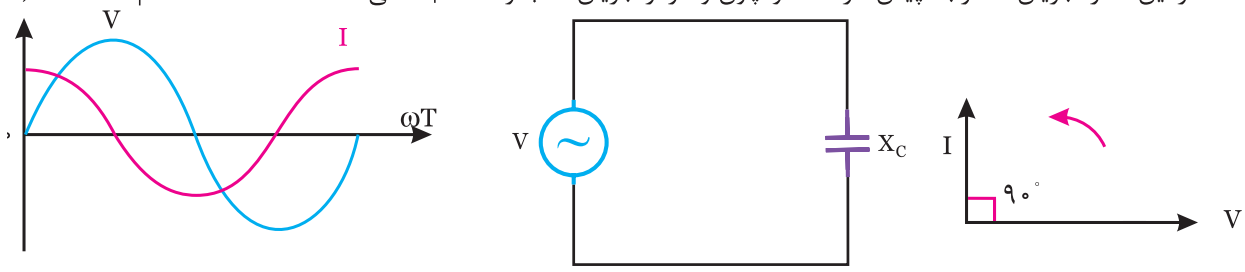
شکل (۲۱-۲)

$$\begin{cases} V_{(t)} = Vm \ .Sin\ \omega t \\ i_{(t)} = Im.Sin\ (\omega t - ۹۰^{\circ}) \end{cases}$$

چون ولتاژ ۹۰ درجه از جریان جلوتر است، علامت φ مثبت است. $\varphi=\theta v-\theta i=+۹۰^{\circ}$

۳) مدار خازنی خالص

در این مدار. جریان ۹۰ درجه پیش فاز است و چون ولتاژ از جریان عقب‌تر است φ منفی است. $\varphi=\theta v-\theta i=-۹۰^{\circ}$

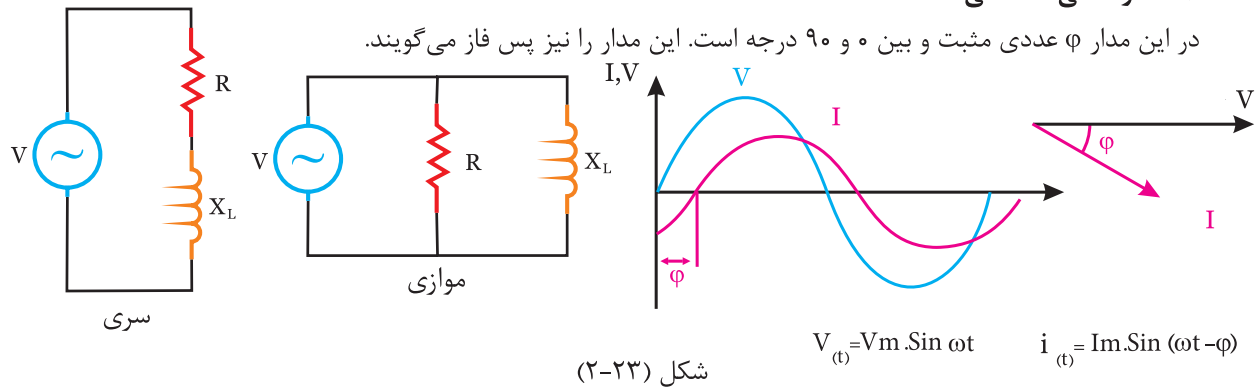


شکل (۲۲-۲)

$$\begin{cases} V_{(t)} = Vm \ .Sin\ \omega t \\ i_{(t)} = Im.Sin\ (\omega t + ۹۰^{\circ}) \end{cases}$$

۴-مدار اهمی – سلفی

در این مدار φ عددی مثبت و بین ۰ و ۹۰ درجه است. این مدار را نیز پس فاز می‌گویند.

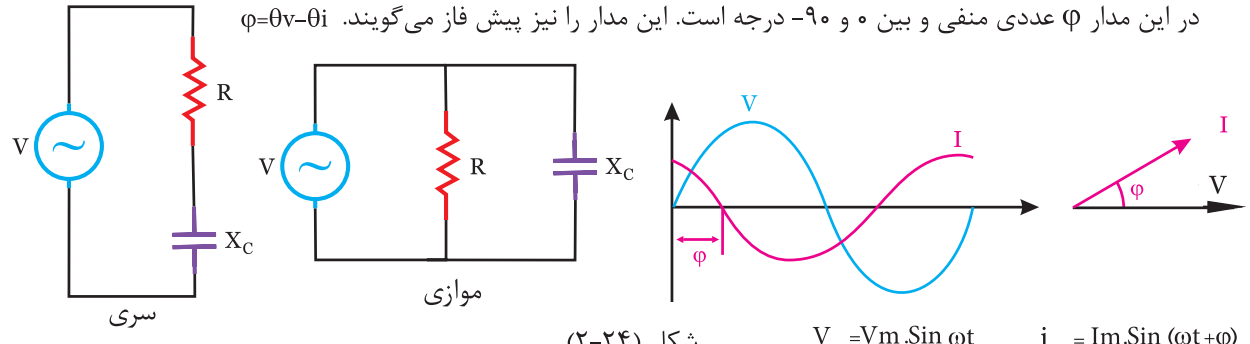


$V_{(t)}=Vm.Sin\ \omega t$ $\quad i_{(t)}=Im.Sin\ (\omega t-\varphi)$

شکل (۲۳-۲)

۵) مدار اهمی – خازنی

در این مدار φ عددی منفی و بین ۰ و ۹۰- درجه است. این مدار را نیز پیش فاز می‌گویند. $\varphi=\theta v-\theta i$



$V_{(t)}=Vm.Sin\ \omega t$ $\quad i_{(t)}=Im.Sin\ (\omega t+\varphi)$

شکل (۲۴-۲)

مثال ۱۲

در یک مدار الکتریکی ،

معادله ولتاژ

$$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۶۰^\circ)$$

و معادله جریان

$$i_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$$

است. مطلوبست:

الف) مقادیر ماکزیمم ولتاژ و جریان

ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان

ج) تعیین θv و θi و φ و حالت مدار.

حل

با توجه به معادلات ولتاژ و جریان:

$$V_{(t)}= Vm\ .\ Sin(\omega t + \theta v)$$

$$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۶۰^\circ)$$

$$Vm=۱۰۰۰\sqrt{۲}\ (V)$$

$$\omega=۱۰۰۰\ Rad/S$$

$$\theta v=۶۰^\circ$$

با توجه معادله جریان نیز می‌توان نوشت:

$$i_{(t)}= Im\ .\ Sin(۱۰۰۰t+\theta)$$

$$i_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$$

$$Im=۲۰\sqrt{۲}$$

$$\omega=۱۰۰\ Rad/S$$

$$\theta i=۹۰^\circ$$

ب) مقادیر موثر ولتاژ و جریان:

مقدارموثر ولتاژ:

$$Ve=\frac{Vm}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}\Rightarrow \boxed{Ve=۱۰۰\ V}$$

مقدارموثرجریان:

$$Ie=\frac{Im}{\sqrt{۲}}=\frac{۲۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}\Rightarrow \boxed{Ie=۲۰\ A}$$

ج) زاویه اختلاف فاز و حالت مدار:

$$\varphi=\theta_v-\theta_i \Rightarrow \varphi=۶۰-۹۰ \Rightarrow \boxed{\varphi=-۳۰^\circ}$$

چون φ منفی است، مدار اهمی ـ خازنی (پیش فاز) است.
یعنی جریان به اندازه ۳۰ درجه نسبت به ولتاژ جلوتر است.

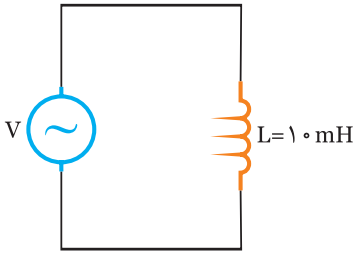
مثال ۱۳

در مدار الکتریکی شکل (۲-۲۵) اگر معادله ولتاژ $V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t)$ باشد، مطلوبست:

الف) معادله جریان

ب) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان



شکل (۲-۲۵)

حل

از معادله ولتاژ داریم:

$$Vm=۱۰۰\sqrt{۲}\ (V)$$

$$\omega=۱۰۰۰\ Rad/S$$

$$\theta v=۰^\circ$$

ابتدا مقاومت القایی X_L را محاسبه می‌کنیم:

$$X_L=\omega L \Rightarrow X_L=۱۰۰۰\times۱۰\times۱۰^{-۳} \Rightarrow \boxed{X_L=۱۰\ \Omega}$$

برای محاسبه Im قانون اهم را بکار می‌بریم:

$$Im=\frac{Vm}{X_L}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۱۰}\Rightarrow \boxed{Im=۱۰\sqrt{۲}\ A}$$

در این مدار چون سلفی خالص است:

$$\varphi=+۹۰^\circ$$

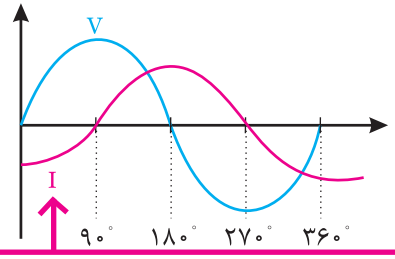
$$\varphi=\theta_v-\theta_i \Rightarrow \theta_i=\theta_v-\varphi \Rightarrow \theta_i=۰-۹۰ \Rightarrow \boxed{\theta_i=-۹۰}$$

جریان ۹۰ درجه پس فاز است.

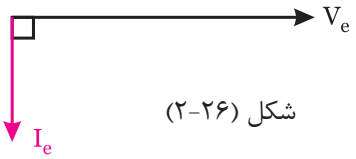
$i(t)= Im.Sin(\omega t+\theta i)$

$i(t)= ۱۰\sqrt{۲}\ .Sin(۱۰۰۰t-۹۰)$

ب) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان: چون زاویه بردار ولتاژ $\theta v=۰$ است، آن را مبنا در نظر می‌گیریم: شکل (۲۶-۲).



جریان ۹۰درجه پس فاز است یعنی از نیم سیکل ⊖ شروع می شود.

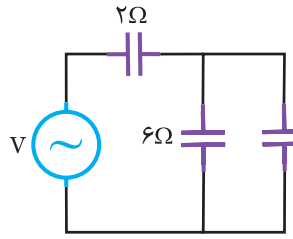


شکل (۲۶-۲)

مثال ۱۴

در مدار الکتریکی شکل (۲۷-۲)، اگر معادله جریان $i(t)=۱۰\sqrt{۲}\ .Sin(۱۰۰۰t)$ باشد، مطلوبست:

الف) ظرفیت خازن معادل ب) معادله ولتاژ



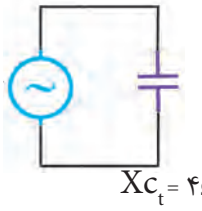
شکل (۲۷-۲)

حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: خازن های ۳ و ۶ با هم موازی شده و با خازن ۲ سری می‌شود.

الف) $X_{C_T}=\underbrace{\frac{۶\times۳}{۶+۳}}_{\text{موازی}}+\underbrace{۲}_{\text{سری}} \Rightarrow \boxed{X_{C_T}=۴\ \Omega}$

$X_{C_T}=\frac{۱}{\omega C} \Rightarrow C_T=\frac{۱}{\omega X_C} \Rightarrow C=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۴} \Rightarrow C_T=۲/۵\times۱۰^{-۴}F$



شکل (۲۸-۲)

ب) با توجه به رابطه قانون اهم:

$Vm= X_{C_T} \times Im \Rightarrow Vm=۴\times۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow Vm=۴۰\sqrt{۲}$

چون مدار خازنی خالص است: $\varphi=-۹۰^\circ$

$\varphi=\theta v-\theta i \Rightarrow \theta v=\varphi+\theta i \Rightarrow \theta v=-۹۰+۰ \Rightarrow \theta v=-۹۰^\circ$

با معلوم بودن Vm و θi معادله ولتاژ را می‌توان نوشت:

$V(t)= Vm\ .Sin(\omega t+\theta v)$

$V(t)=۴۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$

فعالیت ۸

در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ

$V(t)=۲۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۶۰^\circ)$

است، چنانچه جریان دارای مقدار موثر ۱۰ آمپر باشد و نسبت به ولتاژ ۳۰ درجه تقدم فاز (پیش فاز) باشد، معادله جریان را بنویسید.

حل

با توجه به معادله ولتاژ:

$Vm=۲۰۰\sqrt{۲}$

$\omega=$ .....

$\theta v=$ .....

چون $Ie=۱۰A$ بنابراین مقدار ماکزیمم جریان

$Im=$ .....

چون جریان ۳۰ درجه پیش فاز است یعنی $\varphi=-۳۰$

$\varphi=-۳۰^\circ$

$\varphi=\theta v-\theta i \Rightarrow \theta i=\theta v-$ .....

$\theta i=$ .....

بنابراین با معلوم بودن Im و θi معادله جریان:

$i(t)= Im\ .Sin(\omega t+$ .....$)$

$i(t)=$ ..... $Sin($.....t.....$)$

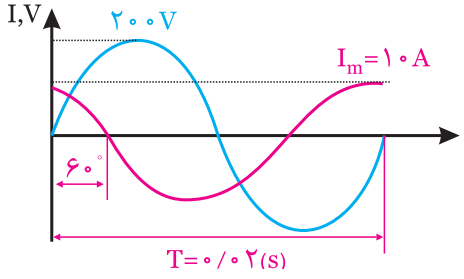
فعالیت ۹

منحنی‌های ولتاژ و جریان یک موج سینوسی، مطابق شکل (۲۹-۲) است. مطلوبست: معادلات ولتاژ و جریان

با توجه به منحنی ولتاژ:

$Vm=$.....$[V]$

با توجه به منحنی جریان: Im =.....[A]



شکل (۲-۲۹)

زاویه اختلاف فاز: φ = ...

زمان تناوب T= ۰/۰۲ ثانیه است. بنابراین فرکانس:

$$F = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۰/۰۲} = ۵۰Hz$$

$$\omega = ۲ \times \text{.....} \Rightarrow \omega = \text{.....} \ \frac{rad}{s}$$

ولتاژ مبنا Vm = ... Sin (.....)

Im = ... Sin (.....)

تحقیق کنید

۱) با کمک شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مطالبی را در خصوص لغات زیر تهیه کنید.

- اختلاف فاز Phase difference
- بردار فاز Phasor
- تقدم فاز Phase leading
- جریان متناوب Altemating current

۲) در آزمایشگاه، انواع مدارات اهمی ـ سلفی و خازنی را بسته و به کمک اسیلوسکوپ زاویه اختلاف فاز را در آن‌ها اندازه‌گیری کنید.

«به جای اسیلوسکوپ می‌توان از کارت اسیلوسکوپ نیز که بر روی کامپیوتر نصب می‌شود، استفاده کرد.»

۳) با کمک نرم‌افزار مولتی سیم، به صورت مجازی انواع مدارات اهمی ـ سلفی و خازنی را بسته و مقادیر ولتاژ، جریان، زاویه اختلاف فاز را در آن‌ها اندازه‌گیری کنید.

تمرین

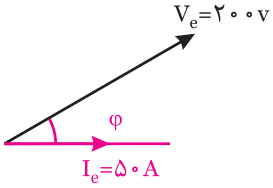
۱) در یک مدار الکتریکی، بردارهای ولتاژ و جریان مطابق شکل (۲-۳۵) است. مطلوبست:

الف) معادله ولتاژ

ب) معادله جریان

(جریان مبنا است)

ج) رسم منحنی‌های ولتاژ و جریان



شکل (۲-۳۰)

حل

.....

.....

.....

.....

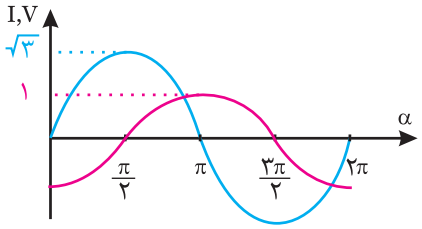
.....

.....

.....

.....

۲) منحنی تغییرات دو موج سینوسی مطابق شکل (۲-۳۱) است، اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج چقدر است؟



شکل (۲-۳۱)

حل

.....

.....

.....

۳) در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ

$V(t) = ۵۰\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t + ۶۰^\circ)$

است، چنانچه مقدار موثر جریان ۴ آمپر باشد و ولتاژ نسبت به جریان ۴۵ درجه پیش فاز باشد، معادله جریان را بنویسید.

۲-۱۱- انواع توان‌ها

در مدارهای جریان متناوب، انواع توان‌های الکتریکی عبارتند:

۱- توان ظاهری: طبق تعریف به حاصل ضرب ولتاژ و جریان موثر توان ظاهری گفته می‌شود و آن را با S یا Ps نمایش می‌دهند:

$$Ps = Ve \times Ie = \frac{Vm}{\sqrt{۲}} \times \frac{Im}{\sqrt{۲}} \Rightarrow Ps = \frac{Vm \cdot Im}{۲}$$

واحد این توان ولت ـ آمپر V-A است.

۲- توان حقیقی ـ مفید ـ اکتیو

توانی است که از طرف بار الکتریکی مورد استفاده قرار گرفته و کار موثر انجام می‌دهد. این توان مربوط به مصرف کننده‌های اهمی است و از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$Pe = Ve \times Ie \times Cos\varphi \Rightarrow Pe = Ps \cdot Cos\varphi$$

Cosφ: ضریب قدرت اکتیو است.

$$Pe = R \cdot Ie^{۲}$$

$$Pe = \frac{Ve^{۲}}{R}$$

واحد توان حقیقی بر حسب (وات W) است و همیشه مقدار آن مثبت است.

۳- توان راکتیو ـ غیرحقیقی ـ غیرموثر:

مقدار توانی که در مقاومت‌های سلفی و خازنی ظاهر می‌شود ولی نمی‌تواند به کار مفید تبدیل گردد را توان راکتیو می‌نامند. این توان به صورت تناوبی بین مصرف کننده و شبکه رفت و برگشت می‌کند.

این توان از روابط زیر بدست می‌آید:

$$P_d = \oplus\ominus Ve \times Ie \times Sin\varphi \Rightarrow P_d = \oplus\ominus P_s \cdot Sin\varphi$$

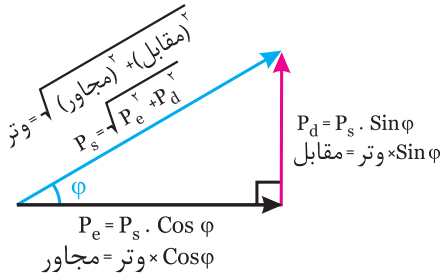
چون در مدارات سلفی (پس فاز) φ عددی مثبت است، بنابراین در این مدارات ⊕Pd و در مدارات خازنی⊖Pd است.

۲-۱۲- مثلث توان:

رابطه بین توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری را با مثلث توان نمایش می‌دهند. در این مثلث Pe (ضلع مجاور) توان اکتیو، توان راکتیو Pd (ضلع مقابل) و توان ظاهری Ps (وتر) می‌باشد که در دو حالت سلفی و خازنی ترسیم شده است.

«مدارسلفی» φ مثبت است.

Cos φ: ضریب قدرت اکتیو Sin φ: ضریب قدرت راکتیو

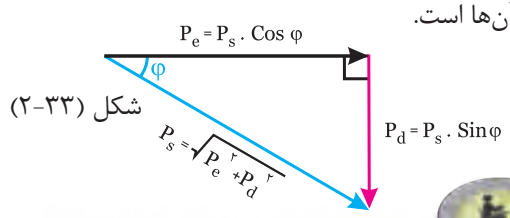


شکل (۲-۳۲)

مدار خازنی (پیش فاز)

φ و Pd منفی است.

مشاهده می‌شود که Pe و Pd بر هم عمود می‌باشد و Ps برآیند آن‌ها است.

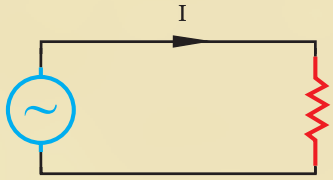


شکل (۲-۳۳)

به خاطر داشته باشید

بررسی چند حالت خاص:

۱) اگر مدار اهمی خالص باشد.

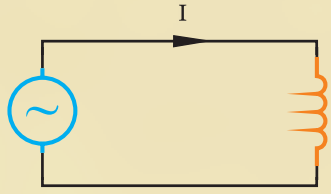


شکل (۲-۳۴)

می توان نوشت:

$$\begin{cases} \varphi = \theta v - \theta i = 0 \\ Cos\varphi = Cos0 = 1 \Rightarrow Pe = Ps \\ Sin\varphi = Cos0 = 0 \quad Pd = 0 \end{cases}$$

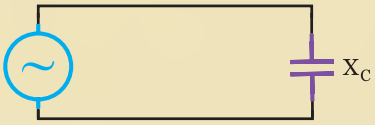
۲) اگر مدار سلفی خالص باشد:



شکل (۲-۳۵)

$$\begin{cases} \varphi = \theta v - \theta i = +90^\circ \\ Cos90^\circ = 0 \Rightarrow Pe = 0 \\ Sin90^\circ = 1 \Rightarrow Pd = +Ps \end{cases}$$

۳) اگر مدار خازنی خالص باشد:



$$\begin{cases} \varphi = \theta v - \theta i = -90^\circ \\ Cos-90^\circ = 0 \Rightarrow Pe = 0 \\ Sin-90^\circ = -1 \Rightarrow Pd = -Ps \end{cases}$$

مثال ۱۵

در یک مدار الکتریکی معادله ولتاژ $V_{(t)} = 100\sqrt{2}\ Sin(1000t + 60^\circ)$ و معادله جریان $i_{(t)} = 20\sqrt{2}\ Sin(1000t + 30^\circ)$ است. مطلوبست:

الف) محاسبه انواع توان‌ها ب)رسم مثلث توان

حل

از معادلات ولتاژ و جریان داریم:

$Vm = 100\sqrt{2}$ $\theta v = 60^\circ$

$Im = 20\sqrt{2}$ $\theta i = 30^\circ$

$$Ve = \frac{Vm}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ve = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ve = 100v$$

$$Ie = \frac{Im}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ie = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow Ie = 20A$$

مدار سلفی و پس فاز است:

$\varphi = \theta v - \theta i \Rightarrow \varphi = 60 - 30 \Rightarrow \varphi = 30^\circ$

توان ظاهری:

$Ps = Ve \times Ie = 100 \times 20 \Rightarrow$ $\boxed{Ps = 2000V.A}$

توان اکتیو:

$Pe = Ps \times Cos\varphi \Rightarrow Pe = 2000 \times Cos30^\circ$

$Pe = 2000 \times 0/86 \Rightarrow$ $\boxed{Pe = 1730\ W}$

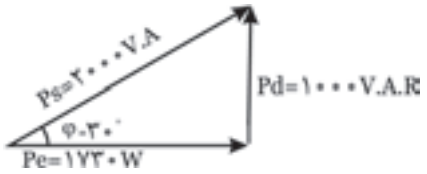
توان راکتیو:

$Pd = Ps \times Sin\varphi \Rightarrow Pd = 2000 \times Sin30^\circ$

$Pd = 2000 \times 0/5 \Rightarrow$ $\boxed{Pd = 1000V.AR}$

رسم مثلث توان:

با توجه به سلفی بودن (پس فاز) مدار Pd مقداری مثبت دارد، بنابراین آن را در جهت بالا رسم می‌کنیم.



شکل (۲-۴۱)

مثال ۱۶

در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۱ کیلو ولت آمپر و جریان ۶۰ درجه پیش فاز است. اگر جریان مدار ۲۰ آمپر باشد.

الف) ولتاژ موثر چند ولت است؟

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو چقدر است؟

ج) مثلث توان را رسم کنید.

حل

$Ps = ۱۰۰۰V.A$

پیش فاز $\varphi = -۶۰^\circ$ $Ie = ۲۰A$

الف) با معلوم بودن Ps و Ie می‌توان Ve را محاسبه کرد:

$$Ps = Ve \times Ie \Rightarrow Ve = \frac{Ps}{Ie} \Rightarrow Ve = \frac{۱۰۰۰}{۲۰}$$

$$\Rightarrow \boxed{Ve = ۵۰V}$$

ب)توان‌های اکتیو و راکتیو:

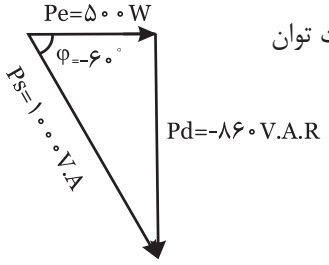
$$Pe = Ps \times \cos\varphi \Rightarrow Pe = ۱۰۰۰ \times \cos(۶۰^\circ)$$

$$\Rightarrow Pe = ۱۰۰۰ \times ۰/۵ \quad \boxed{Pe = ۵۰۰W}$$

$$Pd = Ps \times \sin\varphi \Rightarrow Pd = ۱۰۰۰ \times \sin(-۶۰^\circ)$$

$$\Rightarrow Pd = ۱۰۰۰ \times ۰/۸۶ \quad \boxed{Pd = -۸۶۰V.A.R}$$

ج) مثلث توان

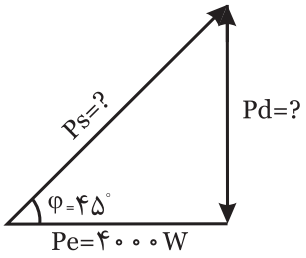


شکل (۲-۳۸)

با توجه به خازنی بودن مدار، مقدار Pd را منفی در نظر می‌گیریم.

مثال ۱۷

با توجه به مثلث توان شکل (۲-۳۹)، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۳)

$$Pe = Ps \times \cos\varphi \Rightarrow Ps = \frac{Pe}{\cos\varphi}$$

$$Ps = \frac{۴۰۰۰}{\cos ۴۵^\circ} \Rightarrow Ps = \frac{۴۰۰۰}{۰/۷۰۷} \Rightarrow Ps = ۴۰۰۰\sqrt{۲}\ V.A$$

$$Ps = \sqrt{Pe^۲ + Pd^۲} \Rightarrow Pd = \sqrt{Ps^۲ - Pe^۲}$$

$$Pd = \sqrt{(۴۰۰۰\sqrt{۲})^۲ - (۴۰۰۰)^۲} \Rightarrow \boxed{Pd = ۴۰۰۰V.A.R}$$

روش دیگر: برای محاسبه Pd می‌توان نوشت:

$$\sin\varphi = \sqrt{۱ - \cos\varphi^۲} = \sqrt{۱ - ۰/۷۰۷^۲} = ۰/۷۰۷$$

$$Pd = Ps \times \sin\varphi = ۴۰۰۰\sqrt{۲} \times ۰/۷۰۷ \Rightarrow \boxed{Pd = ۴۰۰۰\ V.A.R}$$

فعالیت ۱۰

۱) در یک مدار الکتریکی، ولتاژ موثر مدار ۲۰۰ ولت و جریان موثر مدار ۱۰ آمپر است. اگر جریان ۳۰ درجه پیش فاز باشد، مطلوبست: الف) Ps ب) Pe ج) Pd

$Ps = Ve \times Ie \Rightarrow Ps = \ldots\ldots \times \ldots\ldots \Rightarrow \boxed{Ps = \quad VA}$

$Pe = \ldots\ldots \times \ldots\ldots \Rightarrow Pe = \ldots\ldots \times \ldots\ldots \Rightarrow \boxed{Pe = ۱۷۳۲W}$

$Pd = \ldots\ldots \times \ldots\ldots \Rightarrow Pd = \ldots\ldots \times \ldots\ldots$

$\Rightarrow \boxed{Pd = -۱۰۰۰V.A.R}$

فعالیت ۱۱

در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V_{(t)}=۱۰۰\sin(۱۰۰۰t+۶۰)$ است. اگر توان ظاهری مدار $Ps=۲۰۰۰VA$ باشد و جریان مدار ۳۰ درجه پیش فاز باشد، مطلوبست:

الف) معادله جریان مدار

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

حل

از معادله ولتاژ داریم :

$Vm=۱۰۰V$ $\quad \omega=۱۰۰۰$ $\quad \theta v=۶۰$

$Ps=\frac{Vm.Jm}{۲} \Rightarrow Im=\frac{۲\times Ps}{.....}$ $\boxed{Im=۴۰A}$

$\varphi=-۳۰$ پیش فاز $\Rightarrow \theta i=.....- \varphi \Rightarrow$ $\boxed{\theta i=.....}$

$i(t)=.....\times\sin(۱۰۰۰t+.....)$

$Pe=.....\times..... \Rightarrow Pe=۲۰۰۰.....\times..... \Rightarrow$ $\boxed{Pe=۱۷۳۲w}$

$Pd=.....\times..... \Rightarrow Pd=.....\times.....$

$\Rightarrow$ $\boxed{Pd=-۱۰۰۰V.A.R}$

فعالیت ۱۲

با معلوم بودن مقادیر Pe، Pd و Ps مثلث توان‌ها را رسم کنید:

$Pe=۱۰۰۰w$

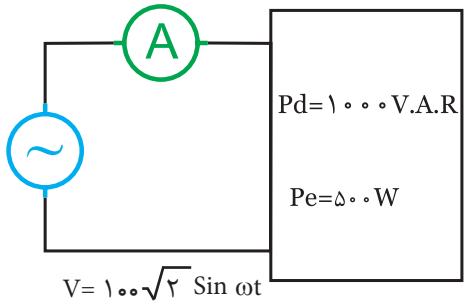
$Pd=-۱۷۳۰V.A.R$

$Ps=?$

$Pe=۱۰۰۰w$ ⟶

فعالیت ۱۳

در شکل (۴۰-۲)، آمپرمتر چه جریانی را نشان می‌دهد؟



شکل (۴۰-۲)

حل

راهنمایی: آمپرمتر جریان موثر را نشان می‌دهد بنابراین ابتدا با داشتن Pe و Pd مقدار Ps را بدست آورید. سپس Ie را از رابطه $Ie=\frac{Ps}{Ve}$ محاسبه کنید.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرین

۱- در یک مدار الکتریکی، توان اکتیو با توان راکتیو برابر است. اگر توان ظاهری مدار $Ps=۱۰۰۰\sqrt{۲}\ V.A$ باشد.

الف) هر یک از توان‌ها را محاسبه کنید.

ب) ضریب قدرت مدار چقدر است؟

حل

۲- در یک مدار الکتریکی، معادله جریان مدار $I_{(t)}=۵\sqrt{۳}\ Sin(۱۰۰۰t+۶۰^\circ)$ است. اگر توان ظاهری مدار $Ps=۲۰۰\ V.A$ باشد و ضریب قدرت ۰/۵ پس فاز باشد. مطلوبست:

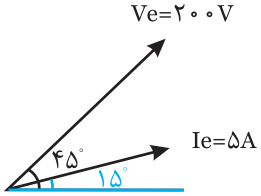
الف)معادله ولتاژ ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

ج) رسم مثلث توان‌ها

حل

۳- بردارهای ولتاژ و جریان در یک مدار، مطابق شکل (۴۱-۲) است. مطلوبست:

توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری



شکل (۴۱-۲)

حل

تحقیق کنید

۱) در شبکه جهانی اینترنت، مطالبی را در خصوص لغات کلیدی زیر تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

ضریب توان Power factor

توان ظاهری Apparent power

توان راکتیو Reactive power

خلاصه درس

محاسبه توان ظاهری Ps و ضریب قدرت Cos φ در یک شبکه:

چنانچه مداری شامل چند مصرف کننده باشد. محاسبه Ps و Cos φ طی مراحل زیر صورت می گیرد:

۱) با توجه به روابط موجود Pe ها را محاسبه کرده و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$\Sigma Ps = Pe_1 + Pe_2 + \ldots\ldots$ (Pe همیشه مثبت است)

۲) با توجه به روابط Pd ها را نیز محاسبه کرده و با توجه به حالت مدار یعنی سلفی Pd مثبت و خازنی Pd منفی، آن ها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم: $\Sigma Pd = \pm Pd_1 \pm Pd_2 \pm Pd_3$

۳) توان ظاهری کل و ضریب قدرت کل مدار از روابط زیر بدست می‌آید:

$$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2}$$

$$Cos\varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps}$$

مثال ۱۸

در یک مدار الکتریکی، دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد، مطلوبست: Cos φ , Ps

۱) پس فاز $Pe_1 = 4KW$ $Cos\varphi_1 = 0/6$

۲) پیش فاز $Ps_2 = 3K\ V.A$ $Sin\varphi_2 = 0/8$

حل

با توجه به معلوم بودن Pe_1 و $Cos\varphi_1$ ابتدا Ps_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$Ps_1 = \frac{Pe_1}{Cos\varphi_1} = \frac{4}{0/6} \Rightarrow \boxed{Ps_1 = 6/66K\ V.A}$$

$$Pd_1 = \sqrt{Ps_1^2 - Pe_1^2} \Rightarrow Pd_1 = \sqrt{(6/66)^2 - 4^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{Pd_1 = 5/33KV.A.R}$$

با توجه به معلوم بودن Ps_2 و $Sin\varphi_2$ باید Pe_2 و Pd_2 را محاسبه کرد:

$$Pd_2 = Ps_2 \times Sin\varphi_2 \Rightarrow Pd_2 = 3 \times 0/8$$

$$\Rightarrow \boxed{Pd_2 = -2/4\ K\ V.A.R}$$

Pd ⊖ است، زیرا مدار حالت خازنی (پیش فاز) دارد.

$$Cos\varphi_2 = \sqrt{1 - Sin\varphi_2^2} \Rightarrow Cos\varphi_2 = \sqrt{1 - 0/8^2}$$

$$\Rightarrow Cos\varphi_2 = 0/6$$

$$Pe_2 = Ps_2 \times Cos\varphi_2 \Rightarrow Pe_2 = 3 \times 0/6$$

$$\Rightarrow Pe_2 = 1/8\ KW$$

با توجه به مقدار توان‌های اکتیو و راکتیو ΣPe و ΣPd را محاسبه می‌کنیم:

$$\Sigma Pe = Pe_1 + Pe_2 \Rightarrow \Sigma Pe = 4 + 1/8 \Rightarrow \Sigma Pe = 5/8\ KW$$

$$\Sigma Pd = +Pd_1 - Pd_2 \Rightarrow \Sigma Pd = 5/33 - 2/4$$

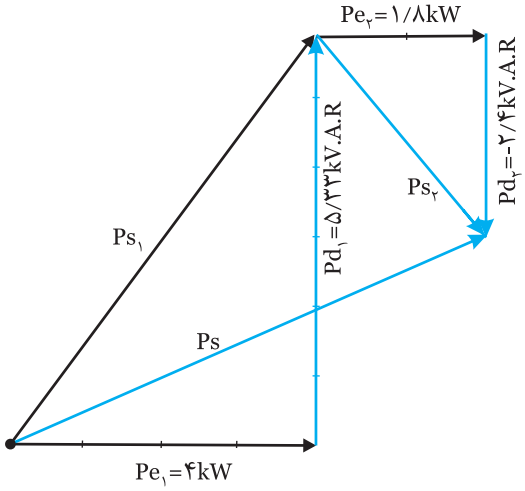
$$\boxed{\Sigma Pd = 2/93\ KVAR}$$

$$Ps = \sqrt{(5/8)^2 + (2/93)^2} \Rightarrow Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2}$$

$$\boxed{Ps = 6/5\ KVAR}$$

$$Cos\varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} = \frac{5/8}{6/5} \Rightarrow Cos\varphi = 0/89$$

رسم مثلث توان‌ها: با توجه به مقادیر بدست آمده و با مقیاس مناسب مثلث توان‌ها رسم می‌شود:



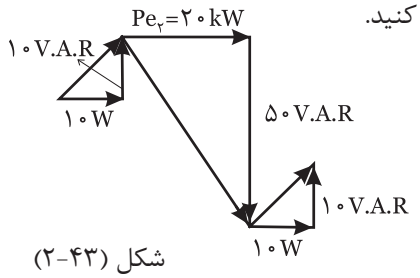
شکل (۲-۴۲)

$$\begin{cases} Pe_1 = 4\ KW \\ Pd_1 = 5/33\ KVAR \end{cases} \quad \oplus \quad \text{سلفی}$$

$$\begin{cases} Pe_2 = 4\ KW \\ Pd_2 = -2/4\ KVAR \end{cases} \quad \ominus \quad \text{خازنی}$$

مثال ۱۹

شبکه‌ای دارای سه مصرف کننده به صورت شکل (۲-۴۳) می‌باشد. توان ظاهری و ضریب قدرت کل شبکه را محاسبه کنید.



شکل (۲-۴۳)

حل

با توجه به مثلث‌های توان ابتدا ΣPe را محاسبه می‌کنیم:

$\Sigma Pe = Pe_1 + Pe_2 + Pe_3 = ۱۰ + ۲۰ + ۱۰ = ۴۰\ W$

$\Sigma Pd = +Pd_1 - Pd_2 + Pd_3 = ۱۰ - ۵۰ + ۱۰ = -۳۰\ VAR$

شبکه در مجموع پیش فاز است زیرا Pd منفی است.

$Ps = \sqrt{(\Sigma Pe)^2 + (\Sigma Pd)^2} = \sqrt{۴۰^2 + ۳۰^2} = ۵۰ V.A$

$Cos\varphi = \frac{\Sigma Pe}{Ps} = \frac{۴۰}{۵۰} = ۰/۸$

فعالیت ۱۴

۱- در یک شبکه الکتریکی $\Sigma Pe=۶۰۰\ W$ و $Ps=۱۰۰۰\ V.A$ است. مقدار ΣPd و ضریب قدرت شبکه را محاسبه کنید.

$Ps = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2} \Rightarrow \Sigma Pd = \sqrt{(\quad)^2 - (\quad)^2}$

$\Sigma Pd = \sqrt{(۱۰۰۰)^2 - (\quad)^2}$

$Cos\varphi = \frac{\quad}{\quad} \Rightarrow Cos\varphi = \frac{\quad}{\quad} \Rightarrow$ Cosφ = ...

۲- در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده وجود دارد. اگر $\Sigma Pe=۳۰۰$ و ضریب قدرت مدار ۰/۸ پس فاز باشد. مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) زاویه اختلاف فاز φ

ج) توان راکتیو کل

$Ps = \frac{\Sigma Pe}{\quad} \Rightarrow Ps = \frac{\quad}{\quad} \Rightarrow Ps =$ .....

$Cos\varphi = ۰/۸ \Rightarrow \varphi = Cos^{-1}$ ..... $\Rightarrow \varphi =$ .....

$\Sigma Pd = \sqrt{(\quad)^2 - (\quad)^2}$

$\Sigma Pd = \sqrt{(\quad)^2 - (\quad)^2}$

Pd = ...

۳- یک شبکه الکتریکی دارای مصرف کننده‌های شکل (۲-۴۴) می‌باشد. مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل شبکه

ب) رسم مثلث توان بارها

مصرف کننده دوم	مصرف کننده اول
$Pe_1 = ۴۰\ W$ $Pd_1 = ۴۰\ VAR$ پیش فاز	$Ps_1 = ۲۰۰\ VA$ $Cos\varphi_1 = ۰/۶$ پس فاز

شکل (۲-۴۴)

$Pe_1 = \quad \times Cos\varphi_1 \Rightarrow Pe_1 = ۲۰۰ \times \quad \Rightarrow Pe_1 =$ .....

$Sin\varphi_1 = \sqrt{۱^2 - Cos\varphi_1^2} \Rightarrow Sin\varphi_1 = \sqrt{۱ - (\quad)^2}$

$\Rightarrow Sin\varphi_1 =$ .....

$Pd_1 = Ps_1 \times Sin\varphi_1 \Rightarrow Pd_1 = \quad \times \quad \Rightarrow Pd_1 =$ .....

$\Sigma Pe =$ ..... + ... $\Rightarrow \Sigma Pe =$ ..... + ... $\Rightarrow \Sigma Pe =$ .....

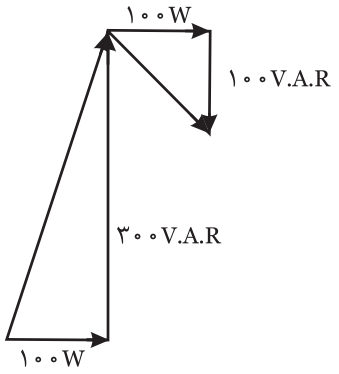
$\Sigma Pd = Pd_1 -$ ..... $\Rightarrow \Sigma Pd =$ ..... − ..... $\Rightarrow \Sigma Pd =$ .....

$Ps = \sqrt{(\Sigma P_e)^2 + (\quad)^2} \Rightarrow Ps = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$

Ps = ...

$Cos\varphi = \frac{\quad}{\quad} \Rightarrow Cos\varphi = \frac{\quad}{\quad} \Rightarrow$ Cosφ = ...

۴- توان ظاهری مداری که مثلث توان‌های آن در شکل (۲-۴۵) آمده است، چند ولت ـ آمپر است؟



شکل (۲-۴۵)

$\sum Pe = Pe_1 + \ldots\ldots$ $\quad\quad$ $\sum Pe = \ldots\ldots + \ldots\ldots$

$\sum Pd = Pd_1 - \ldots\ldots$ $\quad\quad$ $\sum Pd = \ldots\ldots - \ldots\ldots$

$Ps = \sqrt{(\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots)^2}$ $\quad\quad$ $Ps = ۲۰۰\sqrt{۲}$ V.A

مثال

۱- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در مداری وجود دارد:

بار شماره ۱)

پس فاز $\quad Pe_1 = ۵۰۰w \quad , \quad \cos\varphi_1 = ۰/۸$

پیش فاز $\quad Pe_2 = ۱۰۰۰w \quad , \quad Ps_2 = ۲۰۰۰$

مطلوبست: الف) محاسبه ΣPd ، ΣPe و Ps

ب)رسم مثلث توان‌ها براساس مقادیر محاسبه شده

حل

.....

.....

.....

.....

.....

۲- دو مصرف کننده با مشخصات زیر در شبکه وجود دارد:

۱) $Ie_1 = ۲۰\ A \quad Ve_1 = ۲۰۰\ V \quad \varphi = +۳۰$

۲) پیش فاز $\quad Ps_2 = ۱۰۰۰V.A \quad Cos\varphi_2 = ۰/۵$

مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) ضریب قدرت

ج) رسم مثلث توان‌ها

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقیق کنید

۱- با کمک نرم افزار مولتی سیم، دو مصرف کننده را در مداری ایجاد کنید، با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری وات متر، وارمتر و $\cos\varphi$ متر مقادیر ΣPe ، ΣPd و Ps و $\cos\varphi$ را محاسبه کنید.

۲- چنانچه در مداری ضریب قدرت $\cos\varphi$ کاهش یابد، چه اتفاقی می‌افتد؟ چگونه می‌توان ضریب قدرت را اصلاح کرد؟ (آن را به حدود ۱ رساند)

۳- چه موقع در مداری که شامل دو مصرف کننده است، بیشترین توان اکتیو را داریم؟ در این حالت ضریب قدرت کل مدار چقدر می‌باشد؟

۱) گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید:

- برآیند بردار از روش هندسی از رابطه محاسبه می‌شود. $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1.F_2.\cos\alpha}$

صحیح ☐ غلط ☐

- اگر $F_1 = F_2$ باشد و زاویه بین دو بردار ۶۰ درجه باشد، برآیند آن‌ها $F = \sqrt{3}\ F$ است.

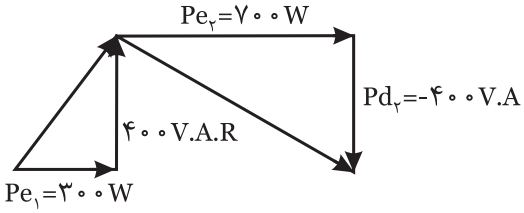
صحیح ☐ غلط ☐

- در یک مدار الکتریکی، معادله ولتاژ $V_{(t)} = 100\sqrt{2}\ \sin 1000t$ است اگر معادله جریان $i_{(t)} = 20\sqrt{2}\ \sin(1000t + 60^\circ)$ باشد، مدار اهمی ـ سلفی است.

صحیح ☐ غلط ☐

- مثلث توان‌ها در یک شبکه مطابق شکل (۲-۴۶) است. توان ظاهری کل برابر ۱۰۰۰ ولت آمپر است.

صحیح ☐ غلط ☐



شکل (۲-۴۶)

۲) گزینه‌های مربوط به هر سوال را انتخاب کنید و شماره مربوط را در جای خالی بنویسید.

۱- رابطه توان اکتیو

۲- رابطه ضریب قدرت اکتیو در یک شبکه

۳- رابطه زاویه اختلاف فاز

۴- رابطه توان راکتیو

۵- سرعت زاویه‌ای

$\cos\varphi = \frac{\sum Pe}{Ps}$ ☐

$Pe = Ps \cdot \cos\varphi$ ☐

$Pd = Ps \cdot \sin\varphi$ ☐

$\varphi = \theta v - \theta i$ ☐

$\omega = 2\pi f$ ☐

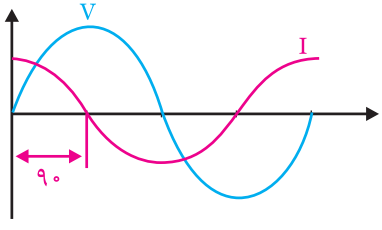
$Ps = Ve \cdot Ie$ ☐

۳) چنانچه دو بردار عمود بر هم، با هم برابر باشد، زاویه بین دو بردار ..... است. زیرا .....

۴) اگر در مداری زاویه اختلاف فاز منفی باشد، مدار را ..... گویند. زیرا .....

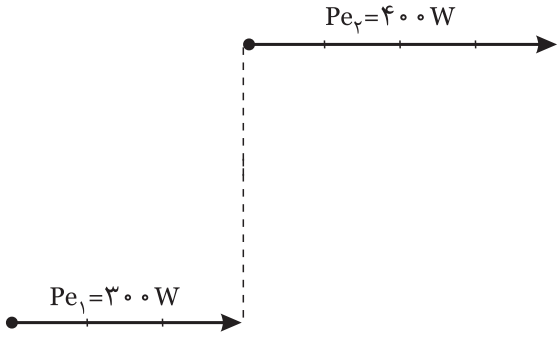
۵) توان اکتیو با توان راکتیو زمانی برابر می‌شود که ضریب قدرت برابر ..... باشد. زیرا .....

۶) در منحنی‌های شکل (۲-۴۷)، توان اکتیو برابر ..... است. زیرا .....



شکل (۲-۴۷)

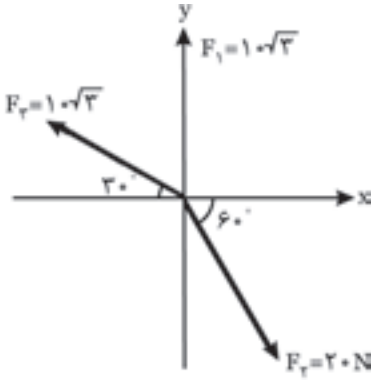
۷) در یک شبکه، $Pe_1=300w$ و $Pd_1=400V.A.R$ (پس فاز)، $Pe_2=400w$ ، $Pd_2=500V.A.R$ (پیش فاز) است. مثلث توان‌ها را کامل کنید و توان ظاهری و ضریب قدرت مدار محاسبه کنید.



۸) زمانی که مقادیر Pe، Pd با هم برابر باشد، .....=Ps می‌باشد.

۹) در یک شبکه با دو مصرف کننده، زمانی ضریب قدرت شبکه برابر یک است که توان‌های ..... با هم برابر باشد و یکی از مصرف کننده‌ها ..... فاز و دیگری ..... فاز باشد.

۱۰) برآیند سه بردار شکل (۴۹-۲) را به روش تحلیلی محاسبه کنید.



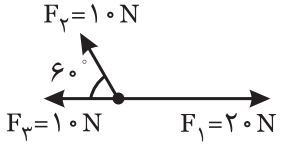
شکل (۴۹-۲)

۱۱) دو بردار $F_1=15N$ و $F_2=5N$ با زاویه $\alpha=60^\circ$ مفروض است. مطلوبست: (شهریور ۸۷)

الف) F_1+F_2 ب) F_1-F_2

ج) $F_1.F_2$

۱۲) برآیند سه بردار شکل (۵۵-۲) را بدست آورید. (خرداد ۸۶)
ضمنا مقدار تفاضل F_1-F_2 چقدر است؟



شکل (۵۰-۲)

۱۳) دو بردار $F_1=5$ و $F_2=5\sqrt{2}$ مفروض است. اگر زاویه بین دو بردار $\alpha=45$ باشد. مطلوبست: (شهریور۸۵)

الف) F_1+F_2 ب) F_1-F_2 ج) $F_1.F_2$

۱۴) در یک مدار الکتریکی توان اکتیو با توان راکتیو برابر است و هر کدام برابر Pe=Pd=۵۰۰ مطلوبست:

الف) توان ظاهری کل

ب) ضریب قدرت مدار

ج) جریان مدار اگر ولتاژ ۱۰۰ ولت باشد.

(خرداد ۸۲)

۱۵) در یک مدار الکتریکی، توان ظاهری ۲۰۰۰ ولت آمپر است. اگر زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان ۳۰ درجه پس فاز باشد. مطلوبست: (دی ۸۳)

الف) توان‌های اکتیو و راکتیو

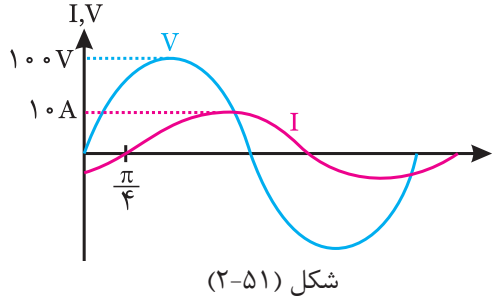
ب) ضریب قدرت مدار

۱۶) دریک مدار الکتریکی، منحنی‌های ولتاژ و جریان مطابق شکل (۵۱-۲) است. مطلوبست: (خرداد۸۸)

الف) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری

ب) رسم مثلث توان

ج) رسم دیاگرام برداری V و I



شکل (۵۱-۲)

۱۷) معادله ولتاژ در یک مدار الکتریکی $V_{(t)} = ۱۲۰\sqrt{۲}\ Sin۵۰۰t$ است. اگر جریان ۳۰ درجه پیش فاز باشد و توان ظاهری مدار Ps=۲۴۰۰ ولت ـ آمپر باشد. مطلوبست: (شهریور ۸۴)

الف) معادله جریان مدار

ب) توان‌های اکتیو و راکتیو

ج) رسم مثلث توان

۱۸) در یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده با مشخصات زیر وجود دارد: (شهریور۸۵)

۱) پس فاز $Ve_۱=۲۰۰\ V$, $Ie_۱=۱۰\ A$ $\varphi_۱=۶۰$

۲) پیش فاز $Pe_۲=۶۰۰\ W$, $Pd_۲=۸۰۰\ V.A.R$

مطلوبست:

الف) تعیین توان ظاهری کل $P_s = ?$

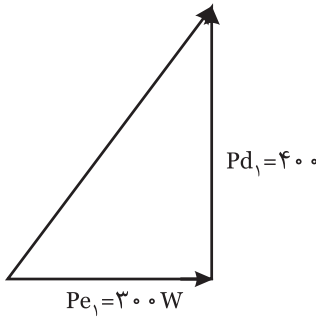
ب) ضریب قدرت کل مدار $\cos\varphi = ?$

ج) رسم مثلث‌های توان

۱۹) مثلث توان یکی از دو مصرف کننده موجود در یک مدار الکتریکی ترسیم شده است. شکل (۵۲-۲). اگر بخواهیم ضریب قدرت مدار به یک برسد، مصرف کننده دوم باید چه خصوصیاتی داشته باشد. در این حالت توان ظاهری کل مدار Ps=۵۰۰V.A است.

$Pe_۲=?$

$Pd_۲=?$

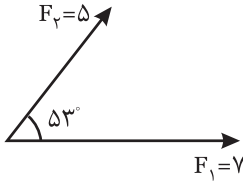


شکل (۵۲-۲)

سوالات چند گزینه‌ای

۲۰) تفاضل دو بردار F_1 و F_2 شکل (۲-۵۳) کدام است؟(Cos ۵۳=۰/۶)

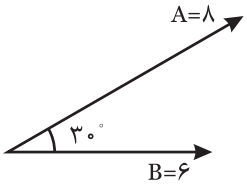
الف) ۵/۶ ب) ۴/۹ ج) ۴/۲ د) ۲



شکل (۲-۵۳)

۲۱) حاصل ضرب داخلی دو بردار شکل (۲-۵۴) کدام است؟ (Sin ۳۰=۰/۵) (کنکور)

الف) ۱۰ ب) ۱۷/۳ ج) ۲۴ د) ۴۱/۵



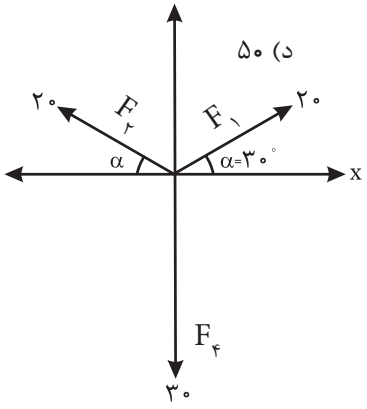
شکل (۲-۵۴)

۲۲) زاویه بین دو بردار F_1 و F_2 را باید چند درجه انتخاب کرد تا برآیند دو بردار با تفاضل همان دو بردار، برابر شود؟

الف) صفر ب) ۳۰ ج) ۹۰ د) ۱۸۰

۲۳) برآیند بردارهای شکل (۲-۵۵) کدام است؟

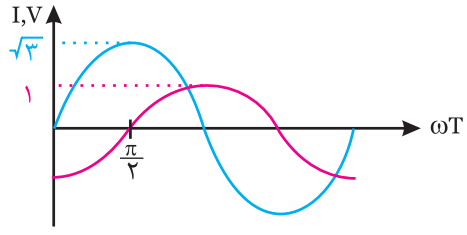
الف) صفر ب) ۱۰ ج) ۲۰ د) ۵۰



شکل (۲-۵۵)

۲۴) منحنی تغییرات دو موج سینوسی جریان متناوب مطابق شکل (۲-۵۶) است. اندازه ماکزیمم بردار فاز برآیند این دو موج کدام است؟

الف) ۰/۸ ب) $\sqrt{۳}$ ج) ۲ د) ۲/۷

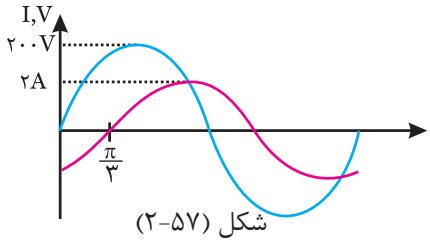


شکل (۲-۵۶)

۲۵) توان مصرفی توابع شکل (۲-۵۷) چند وات است؟

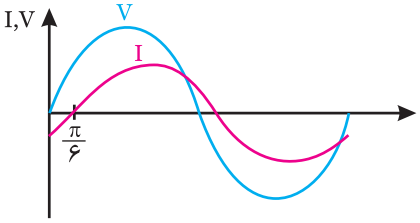
الف) ۱۰۰ ب) $۱۰۰\sqrt{۲}$

ج) ۲۰۰ د) ۲۰۰

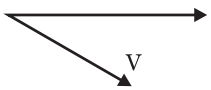


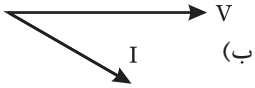
شکل (۲-۵۷)

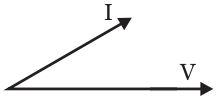
۲۶) بردار فاز شکل (۲-۵۸) کدام است؟ «کنکور»

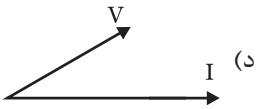


شکل (۲-۵۸)

الف)


ب)


ج)


د)


۲۷) معادله ولتاژ و جریان یک مدار الکتریکی به صورت $V=۵۰Sin(۵۰۰t+۳۰)$ و معادله جریان $I=۴\ Sin(۵۰۰t-۳۰)$ می‌باشد. توان غیر موثر مدار چند VAR است؟

الف) $۱۰۰\sqrt{۳}$ ب) $۵۰\sqrt{۳}$ ج) ۲۰۰ د) ۱۰۰

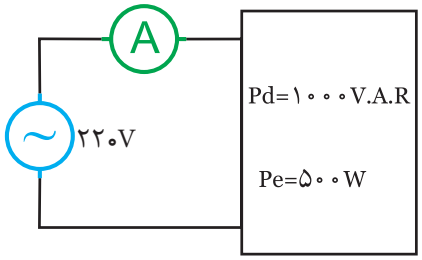
۲۸) در شکل (۲-۵۹) آمپرمتر، چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟

الف) ۵

ب) ۶

ج) ۴

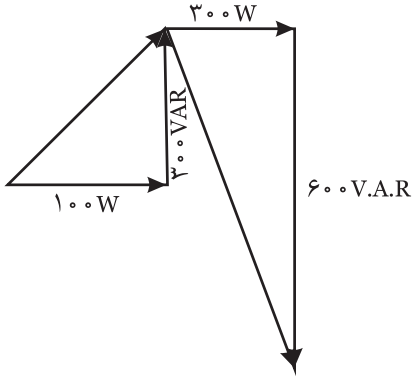
د) ۲



شکل (۲-۵۹)

۲۹) در یک شبکه توان‌ها مطابق شکل (۲-۶۰) است. توان ظاهری شبکه چند ولت آمپر است؟

الف) ۵۰۰ ب) ۷۰۰ ج) ۹۰۰ د) ۴۰۰



شکل (۲-۶۰)

۳۰) در یک شبکه با دو مصرف کننده: $Pe_۱=۳۰۰W$ و $Pd_۱=۴۰۰V.A.R$ ، $Pe_۲=۵۰۰W$ پس فاز می باشد. اگر بخواهیم، ضریب قدرت برابر ۱ باشد، باید $Pd_۲$ چه مقدار و چه حالتی داشته باشد؟

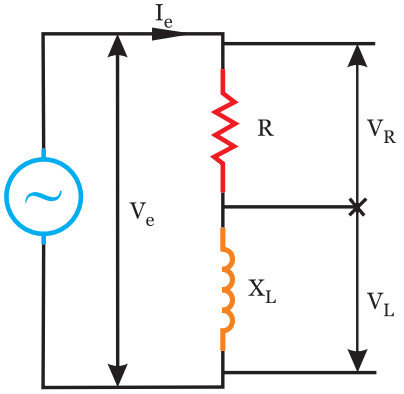
الف) $Pd_۲=۴۰۰VAR$ و پیش فاز ب) $Pd_۲=۴۰۰VAR$ و پس فاز

ج) $Pd_۲=۳۰۰VAR$ و هم فاز د) $Pd_۲=۳۰۰VAR$ و پیش فاز

فرکانس
هم فاز
ضریب خودالقایی
مقاومت سلفی
Parallel RL Circuits
مثلث امپدانس
نسبت های مثلثاتی
ضریب توان مدار
میلی هانری
سیگنال ژنراتور
مدارهای مختلط
تبدیل به حالت سری
مقاومت
جریان متناوب
RL-Filter
اندوکتانس
ادمیتانس
راکتیو
فصل سوم
مدار RL سری و RL موازی

۳-۱- مدار R-L سری

در کلیه مدارهای سری، **جریان در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است.** بنابراین ولتاژ دو سر عناصر R و X_L را با V_R و V_L و ولتاژ کل را با V_e نمایش می‌دهند.



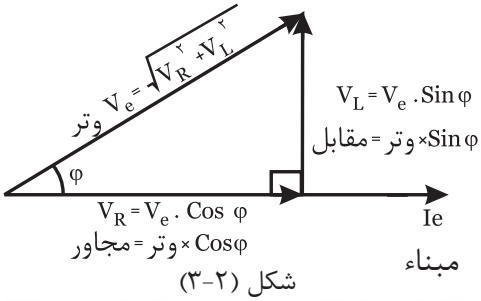
شکل (۳-۱)

۳-۲- مثلث ولتاژ: اضلاع این مثلث عبارتند از:

V_R: هم فاز با I_e

V_L: ۹۰ درجه پیش فاز(به خاطر سلفی بودن)

V_e: φ درجه پیش فاز



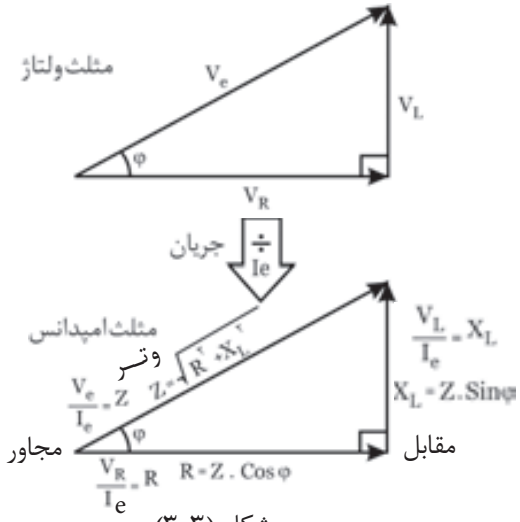
شکل (۳-۲)

در مدار R_L سری، همیشه ولتاژ نسبت به جریان پیش فاز است $\theta v > \theta i$ بنابراین زاویه اختلاف فاز $\varphi = \theta v - \theta i$ عددی بین ۰ و ۹۰+ درجه است.

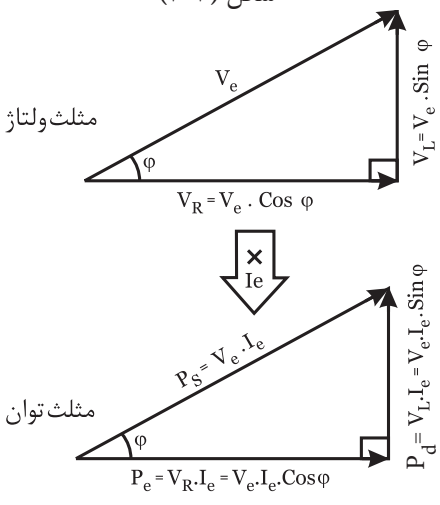
۳-۳- مثلث امپدانس: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را بر عامل مشترک یعنی I_e تقسیم کنیم، اضلاع مثلث امپدانس بدست می‌آید. (شکل ۳-۳)

۳-۴- مثلث توان: مثلث توان که اضلاع آن را P_e، P_d و P_s تشکیل می‌دهد، از دو روش بدست می‌آید:

روش اول: اگر اضلاع مثلث ولتاژ را در عامل مشترک یعنی (Ie) ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید شکل (۳-۴):

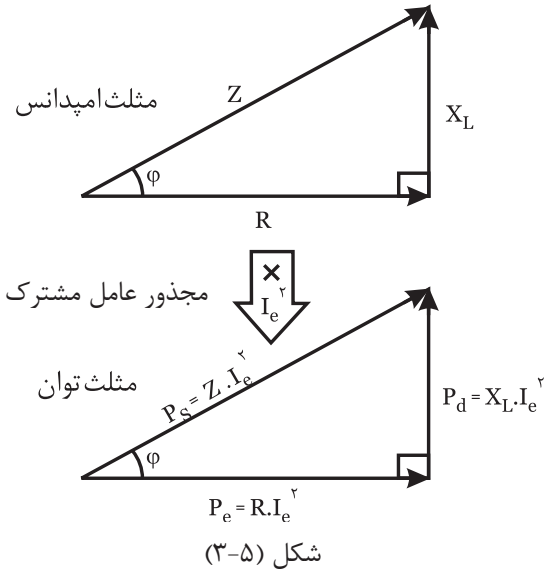


شکل (۳-۳)



شکل (۳-۴)

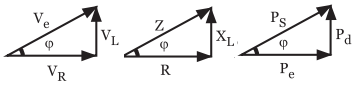
روش دوم: اگر اضلاع مثلث امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی (Ie^2) ضرب کنیم، مثلث توان بدست می‌آید:



شکل (۳-۵)

۵-۳- ضرائب مهم:

مثلث توان | مثلث امپدانس | مثلث ولتاژ



$$\text{Sin}\varphi=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{V_L}{V_e}=\frac{X_L}{Z}=\frac{P_d}{P_s}$$

ضریب قدرت راکتیو

$$\text{Cos}\varphi=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{V_R}{V_e}=\frac{R}{Z}=\frac{P_e}{P_s}$$

ضریب قدرت اکتیو

عددی بین ۰ تا ۱ است.

$$\text{tg}\varphi=Q=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{V_L}{V_R}=\frac{X_L}{R}=\frac{P_d}{P_e}$$

ضریب کیفیت

روابط فرعی:

$$\text{Sin}\varphi=\sqrt{1-\text{Cos}\,\varphi^2}$$

$$\text{Sin}\varphi=\sqrt{1-\text{Cos}\,\varphi^2}\qquad \text{tg}\varphi=\frac{\text{Sin}\varphi}{\text{Cos}\varphi}$$

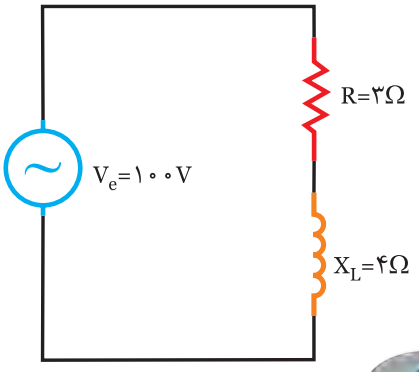
مثال ۱

در مدار شکل (۶-۳) مطلوب است:

الف) امپدانس مدار (z)

ب) جریان مدار (I_e)

ج) ولتاژ دو سر مقاومت (V_R) و ولتاژ دو سر سلف (V_L)



شکل (۶-۳)

حل

با توجه به معلوم بودن R و X_L، ابتدا z را از مثلث امپدانسی بدست می‌آوریم:

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}\Rightarrow Z=\sqrt{۳^2+۴^2}\Rightarrow Z=\sqrt{۲۵}=۵\Omega$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۵}=۲۰A$$

$$V_R=R.Le=۳\times۲۰=۶۰V$$

$$V_L=X_L.Ie=۴\times۲۰=۸۰V$$

مثال ۲

در یک مدار R-L سری، اگر معادله ولتاژ $V(t)=۱۰۰\sqrt{۲}\,\text{Sin}(۱۰۰۰t+۳۰)$ و معادله جریان $i_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\,\text{Sin}\,(۱۰۰۰t)$ باشد، مطلوب است: مقادیر R و L

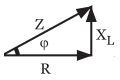
حل

در معادلات ولتاژ و جریان مقادیر $Vm=۱۰۰\sqrt{۲}$, $\omega=۱۰۰۰$, $Im=۲۰\sqrt{۲}$, $\theta V=۳۰$ و $\theta i=۰$ می‌باشد بنابراین ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$$Z=\frac{Vm}{Im}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۵\sqrt{۲}}\Rightarrow \boxed{Z=۵\Omega}$$

با توجه به اضلاع مثلث امپدانس:

$$\varphi=\theta v-\theta i=۳۰-۰=۳۰^\circ$$



$$R=Z.\text{Cos}\varphi=۳۰^\circ=۵\times\text{Cos}۳۰^\circ=۵\times۰/۸۶=۴/۳۳\Omega$$

$$X_L=Z.\text{Sin}\varphi=۳۰^\circ=۵\times\text{Sin}۳۰^\circ=۵\times۰/۵=۲/۵\Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲/۵}{۱۰۰۰}=۲/۵mH$$

فعالیت ۱

۱- در مدار R-L سری، امپدانس از رابطه $Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$ بدست می‌آید.

۲- در مدار RL سری، ..... در تمام مدار یکسان است و از رابطه‌های زیر بدست می‌آید:

$$Ie=\frac{Ve}{.....}\qquad Ie=\frac{.....}{Z}\qquad Ie=\sqrt{\frac{Pe}{.....}}$$

۳- در مدار RL سری، ضریب قدرت اکتیو از رابطه‌های زیر بدست می‌آید:

$$\text{Cos}\,\varphi=\frac{.....}{Z}\qquad \text{Cos}\,\varphi=\frac{VR}{.....}\qquad \text{Cos}\,\varphi=\frac{Pe}{.....}$$

۴- توان اکتیو در این مدار از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$Pe=V_R\times.....$$

$$Pe=R\times(.....)^2$$

$$Pe=\sqrt{(Ps)^2-(.....)^2}\qquad Pe=Ve.....\times\text{Cos}\,\varphi$$

۵- توان راکتیو از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$Pd=\ldots\ldots\ldots\times Ie$

$Pe=\ldots\ldots\times(Ie)^{۲}$

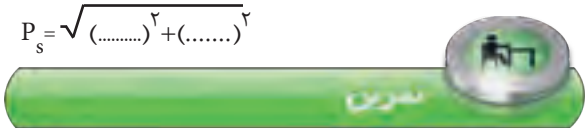
$Pd=\ldots\ldots\ldots\times Ie\times\ldots\ldots\ldots$

۶- توان ظاهری از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$Ps=\ldots\ldots\ldots\times Ie$

$Ps=\ldots\ldots\times(Ie)^{۲}$

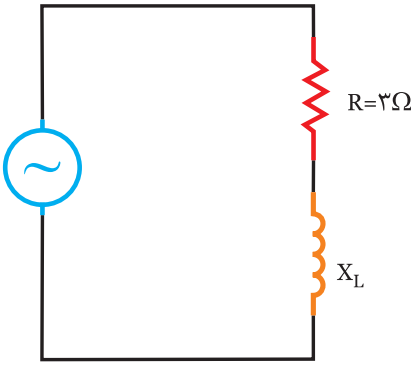
$P_s=\sqrt{(\ldots\ldots\ldots)^{۲}+(\ldots\ldots\ldots)^{۲}}$



۱) در یک مدار RL سری، مطابق شکل (۷-۳) اگر زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان ۳۰ درجه باشد، مطلوبست:

الف) ضریب خودالقایی L

ب) مقادیر ولتاژهای موثر دو سر مقاومت و سلف و ولتاژ کل



$I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t)$

شکل (۷-۳)

.....

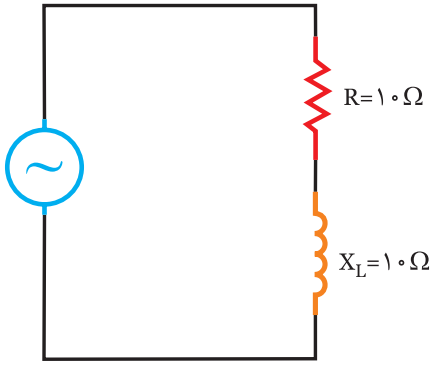
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار RL سری، مطابق شکل (۸-۳) توان ظاهری مدار، ۱۰۰۰ ولت آمپر است، مطلوبست:



شکل (۸-۳)

الف) توان‌های اکتیو و راکتیو مدار

ب) ضریب کیفیت مدار ?=Q

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

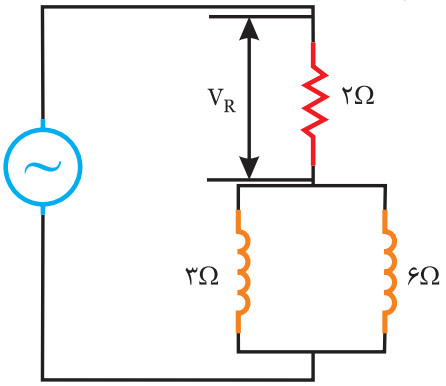
.....

.....

.....

مثال ۳

در مـدار شکل (۹-۳)، اگر ولتاژ دو سر مقاومت اهمی $V_R=۱۰V$ باشد، مطلوبست:



شکل (۹-۳)

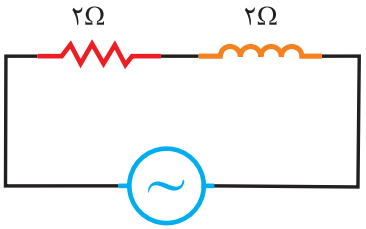
الف)جریان مدار ?=Ie

ب) امپدانس مدار ?=z

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو، ظاهری

حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم: شکل (۱۰-۳)



شکل (۱۰-۳)

$$X_L=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=\frac{۱۸}{۹}=۲\Omega$$

با معلوم بودن V_R و R ، جریان مدار که در تمام مدار یکسان است محاسبه می‌شود:

$$Ie=\frac{V_R}{R}=\frac{۱۰}{۲}=۵A$$

ب) برای محاسبه امپدانس z:

$$Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲}=\sqrt{۲^۲+۲^۲}$$

$$\boxed{Z=۲\sqrt{۲}}$$

ج) توان‌های مدار:

$$Pe=R.Ie^۲=۲\times۵^۲=۵۰\omega$$

$$Pd=X_L.Ie^۲=۲\times۵^۲=۵۰VAR$$

$$Ps=Z.Ie^۲=۲\sqrt{۲}\times۵^۲=۵۰\sqrt{۲}\ V.A$$

روشی دیگر: برای محاسبه توان‌های مدار می‌توانیم از روابط زیر نیز استفاده کنیم:

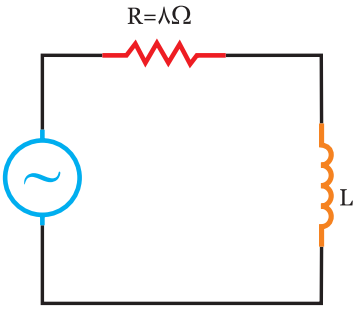
$$Pe=V_R.Ie=Ve.Ie.Cos\varphi$$

$$Pd=VL.Ie=Ve.Ie.Sin\varphi$$

$$Ps=Ve.Ie=\sqrt{Pe^۲+Pd^۲}$$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۱۱-۳) ضریب قدرت می‌باشد، مطلوب است:



$$V_{(t)}=۱۰۰Sin(۱۰۰۰\pi t+\frac{\pi}{۶})$$

شکل (۱۱-۳)

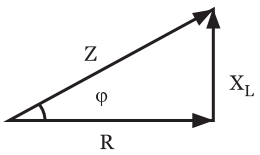
الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن

راهنمایی: چون $Sin\ \varphi=\frac{X_L}{Z}$ می‌باشد، ابتدا آن را بدست می‌آوریم:

$$Sin\ \varphi=\sqrt{۱-Cos\ \varphi^۲}=\sqrt{۱-۰/۸^۲}=۰/۶$$

$$Cos\ \varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow\boxed{Z=\frac{R}{Cos\ \varphi}=\frac{۸}{۰/۸}=۱۰\Omega}$$



مثلث امپدانس

$$X_L=Z.Sin\ \varphi=.....\times.....\Rightarrow\boxed{X_L=۶\Omega}$$

ب) جریان منبع و معادله آن:

$$Im=\frac{V_m}{Z}=\text{——}\Rightarrow Im=۱۰A$$

$$Cos\ \varphi=۰/۸\Rightarrow\varphi=Cos^{-۱}۰/۸=۳۷^\circ$$

$$\theta i=.....-.....\Rightarrow\boxed{\theta i=-۷^\circ}$$

$$i(t)=Im.Sin(\omega t+\theta i)\Rightarrow\boxed{i(t)=.....}$$

چون معادله جریان خواسته شده است، منظور از جریان منبع، مقدار ماکزیمم آن یعنی Im است.

تمرین

در یک مدار R_L سری، توان اکتیو نصف توان ظاهری است، اگر در این مدار $R=۳\ \Omega$ باشد، مطلوبست:

الف) ضریب قدرت مدار $\cos\varphi=?$

ب) مقادیر امپدانس و مقاومت القایی $Z=?$ و $X_L=?$

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

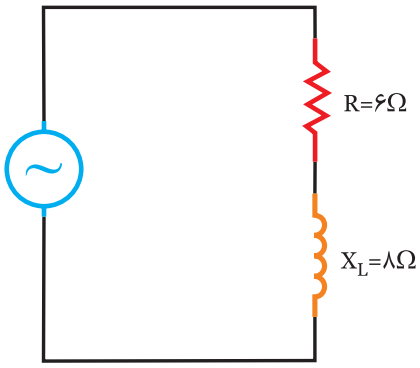
مثال ۴

در مدار شکل (۱۲-۳) معادله جریان $I(t)=۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t)$ می‌باشد. مطلوبست:

الف) معادله ولتاژ کل $V_{(t)}$

ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت $VR_{(t)}$

ج) معادله ولتاژ دو سر سلف $VL_{(t)}$



شکل (۱۲-۳)

حل

با توجه به این که معادله جریان را داریم مقادیر : $\theta i=۰$ و $\omega=۱۰۰۰$ و $I_m=۲۰\sqrt{۲}$ معلوم است. بنابراین باید ابتدا: z ، سپس Vm و به دنبال آن φ و θv را بدست آوریم:

$$Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲}=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=\sqrt{۳۶+۶۴}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰\Omega]$$

$$Im=\frac{Vm}{Z}\Rightarrow Vm=z.Im=۱۰\times۲۰\sqrt{۲}=۲۰۰\sqrt{۲}\ V$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$$

$$\varphi=\cos^{-۱}۰/۶=۵۳^\circ\Rightarrow \boxed{\varphi=۵۳^\circ}$$

$$\varphi=\theta v-\theta i\Rightarrow \varphi v=\theta+\theta i=۵۳+۰\Rightarrow \boxed{\theta v=۵۳^\circ}$$

ولتاژ ۵۳° درجه جلوتر از جریان است:

$$V(t)=Vm.\sin(\omega t+\theta v)$$

$$V(t)=۲۰۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t+۵۳^\circ)$$

ب) معادله ولتاژ دو سر مقاومت VR(t):

ولتاژ دو سر مقاومت با جریان «هم فاز» است:

یعنی زاویه این ولتاژ با جریان یکسان است:

$$VR_m=R.Im=۶\times۲۰\sqrt{۲}=۱۲۰\sqrt{۲}$$

$$VR_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰)$$

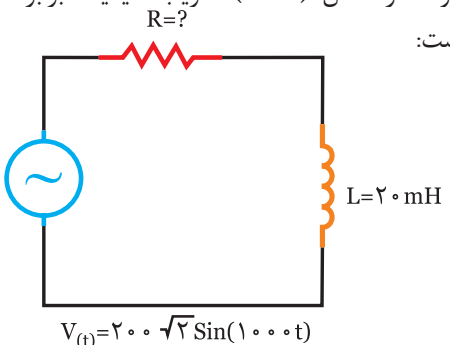
ج) ولتاژ دو سر سلف ۹۰ درجه نسبت به جریان پیش فاز است:

$$Vl(m)=X_L.Im=۸\times۲۰\sqrt{۲}=۱۶۰\sqrt{۲}$$

$$Vl(t)=۱۶۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۱۳-۳) ضریب کیفیت برابر ۱ است، مطلوبست:



شکل (۱۳-۳)

الف) مقدار مقاومت R

ب) معادله زمانی جریان منبع

راهنمایی:

$X_L = \omega.L = \ldots\ldots\times\ldots\ldots \Rightarrow$ $X_L = ۲۰\Omega$

$Q = \frac{X_L}{R} \Rightarrow R = \frac{X_L}{Q} = \ldots\ldots \Rightarrow$ $R = \ldots\ldots$

$Z = \sqrt{R^۲ + X_L^{\ ۲}} = \sqrt{(\ldots.)^۲ + (\ldots.)^۲} \Rightarrow$ $Z = ۲۰\sqrt{۲}\ \Omega$

$Im = \frac{Vm}{Z} = _____ \Rightarrow$ $Im = ۱۰A$

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۰/۷۰۷$ $\varphi = ۴۵$

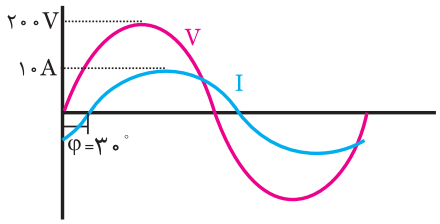
جریان ۴۵ درجه پس فاز است : $\theta i = \theta v - \varphi = ۰ - ۴۵$ $\theta i = -۴۵$

با معلوم بودن Im و θi :

$I_{(t)} = Im.\sin(\omega t + \theta i) \Rightarrow$ $I(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

فعالیت ۴

در یک مدار RL سری، تابع تغییرات ولتاژ و جریان مطابق شکل (۱۴-۳) است، اندازه R و X_L چقدر است؟



شکل (۱۴-۳)

حل

مراحل حل مسئله:

۱) با معلوم بودن Vm و Im :Z را محاسبه می‌کنیم:

$Z = _____$ $Z = ۲۰\Omega$

۲) با توجه به زاویه اختلاف فاز $\varphi = ۳۰^\circ$ مقادیر R و X_L را محاسبه می‌کنیم:

$R =$ $R = ۱۷/۳\ \Omega$

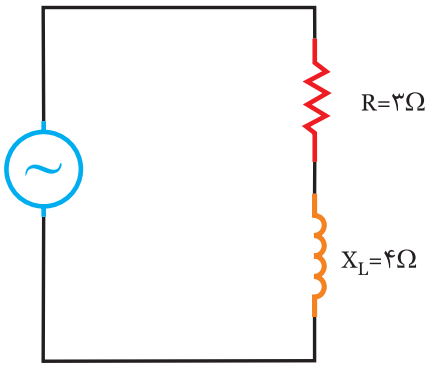
$X_L =$ $X_L = ۱۰\ \Omega$

تمرین: جدول زیر را که مربوط به یک مدار R_L سری است، کامل کنید.

$R = ۳\ \Omega$	$X_L = ۴\ \Omega$	$Z = \ldots\ldots\ldots$
$R = \ldots\ldots$	$X_L = ۸\ \Omega$	$Z = ۱۰\ \Omega$
$R = ۶\ \Omega$	$\cos\varphi = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$X_L = \ldots\ldots\ldots$
$R = ۱۰\ \Omega$	$Q = ۱$	$Z = \ldots\ldots\ldots$

مثال ۵

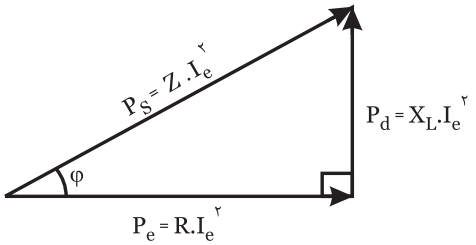
در مدار شکل (۱۵-۳)، توان اکتیو مدار $Pe = ۳۰۰\ W$ است. توان‌های راکتیو و ظاهری را تعیین کنید و مثلث توان را رسم کنید.



شکل (۱۵-۳)

حل

با توجه به اضلاع مثلث توان:



شکل (۱۶-۳)

با معلوم بودن Pe و R می‌توانیم جریان مدار (Ie) را محاسبه کنیم:

$Pe = R.Ie^۲ \Rightarrow Ie^۲ = \frac{Pe}{R} \Rightarrow Ie = \sqrt{\frac{Pe}{R}} \Rightarrow$

$Ie = \sqrt{\frac{Pe}{R}} = \sqrt{\frac{۳۰۰}{۳}} \Rightarrow \sqrt{۱۰۰} \Rightarrow Ie = ۱۰A$

در مرحله بعدی می‌توانیم Pd و Ps را محاسبه کنیم:

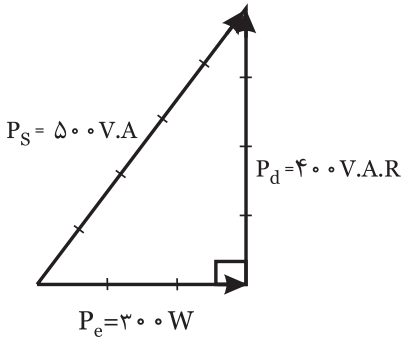
$Pd=X_L.Ie^2=۴\times(۱۰)^2 \Rightarrow Pd=۴۰۰V.A.R$

$Ps=Z.Ie^2=۵\times(۱۰)^2 \Rightarrow Ps=۵۰۰V.A$

لازم است یا ابتدا Z را محاسبه کنیم:

$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{۳^2+۴^2}=۵\Omega$

رسم مثلث توان: با معلوم بودن Pe، Pd و Ps و با توجه به سلفی (پس فاز بودن) مدار Pd مقداری مثبت را دارد.



شکل (۳-۱۷)

روشی دیگر: توان‌ها اکتیو و راکتیو و ظاهری را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد:

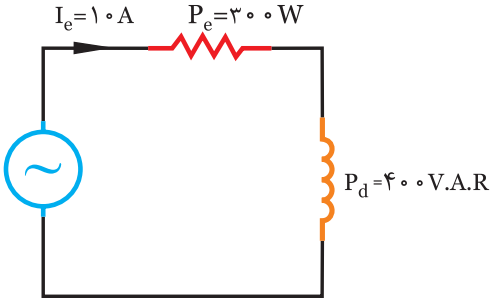
$P_e=Ve.Ie.\cos\varphi$

$P_d=Ve.Ie.\sin\varphi$

$P_s=Ve.Ie$

فعالیت ۵

در مدار شکل (۳-۱۸) مطلوبست:



شکل (۳-۱۸)

الف) مقدار R و X_L

ب) ولتاژ منبع

ج) ضریب قدرت و توان ظاهری و ضریب کیفیت

حل

راهنمایی: با معلوم بودن P_e و I_e و همچنین P_d و I_e مقادیر R و X_L بدست می‌آید:

$P_e=R.I_e^2 \Rightarrow Ie=\sqrt{\frac{P_e}{R}}$ $\quad R=۳\Omega$

$P_d=X_L.Ie^2=$ $\quad X_L=۴\Omega$

ب) برای ولتاژ منبع به z نیاز داریم:

$Z=\sqrt{\quad} \Rightarrow Z=۵\Omega$

با داشتن z و Ie:

$Ve= \Rightarrow$

ج) با کمک روابط مربوطه می‌توان ضریب توان و توان ظاهری و ضریب کیفیت را محاسبه کرد:

ضریب قدرت:

$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\longrightarrow \Rightarrow$ $\quad \cos\varphi=۰/۶$

توان ظاهری:

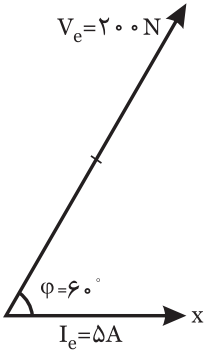
$Ps=$ $\quad Ps=۵۰۰\ V.A$

ضریب کیفیت:

$Q=$ $\quad Q=۰/۸$

مثال ۶

در یک مدار R-L سری بردارهای ولتاژ و جریان به صورت شکل (۳-۱۹) است. مطلوبست:



شکل (۳-۱۹)

الف) مقادیر R و X_L

ب) مقادیر V_R و V_L

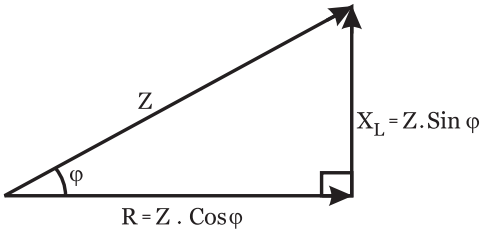
ج) مقادیر P_d و P_s

حل

با معلوم بودن V_e و I_e می‌توانیم z را به دست آوریم:

$$Z=\frac{V_e}{I_e}=\frac{۲۰۰}{۵}=۴۰\Omega$$

مقادیر R و X_L را می‌توانیم از روابط مربوط به مثلث امپدانس بدست آوریم:



شکل (۳-۲۰)

$$R=Z.\cos\varphi \Rightarrow R=۴۰\times\cos۶۰^\circ \Rightarrow R=۴۰\times۰/۵=۲۰\Omega$$

$$X_L=Z.\sin\varphi \Rightarrow X_L=۴۰\times\sin۶۰^\circ \Rightarrow X_L=۴۰\times۰/۸۶=۳۴/۴\ \Omega$$

ب) محاسبه V_R و V_L: با معلوم بودن R و I_e می توان نوشت:

$$V_R=R.I_e=۲۰\times۵=۱۰۰V$$

$$V_L=X_L.I_e=۳۴/۴\times۵=۱۷۲V$$

$$V_e=Z.I_e=۴۰\times۵=۲۰۰V$$

ج) Pd

$$P_d=X_L.Ie^۲=۳۴/۴\times(۵)^۲=۸۶۰\ VAR$$

$$P_s=z.I_e^{\ ۲}=۴۰\times(۵)^۲=۱۰۰۰\ V.A$$

روشی دیگر:

$$P_s=V_e.I_e=۲۰۰\times۵=۱۰۰۰\ V.A$$

$$P_d=P_s.\sin\varphi=۱۰۰۰\times۰/۸۶=۸۶۰\ VAR$$

فعالیت ۶

در یک مدار R_L سری، توان‌های اکتیو و راکتیو برابر است. اگر توان ظاهری مدار $P_s=۱۰۰۰\sqrt{۲}$ V.A باشد.مطلوبست:

الف) مقادیر P_e=? و P_d=?

ب) اگر معادله ولتاژ $V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t)$ باشد، معادله جریان را بنویسید:

حل

فرض شده است:

$$P_e=Pd \Rightarrow P_s=\sqrt{P_e^{\ ۲}+P_d^{\ ۲}} \Rightarrow P_s=\sqrt{۲}\ P_e$$

توان‌های اکتیو و راکتیو:

$$P_e=\frac{P_s}{\sqrt{۲}} \Rightarrow P_e=\text{——} \Rightarrow P_e=P_d=\ ۱۰۰۰$$

$$Q=\frac{P_d}{P_e} \Rightarrow Q= \Rightarrow Q=\text{tg}\varphi=۱ \Rightarrow \varphi=۴۵^\circ$$

$$Ie=\frac{\cdots\cdots}{Ve} \Rightarrow \quad Ie=۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow Im=\sqrt{۲}\ Ie \Rightarrow$$

جریان ماکزیمم:

$$Im=\sqrt{۲}\times۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow \boxed{Im=۲۰A}$$

زاویه جریان:

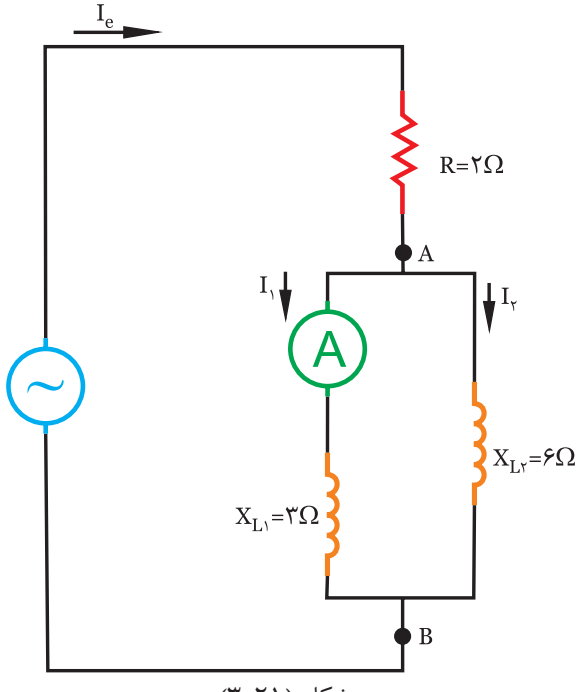
$$\theta i=\theta v-\varphi= \qquad \boxed{\theta i=-۴۵^\circ}$$

جریان ۴۵ درجه پس فاز است:

معادله جریان $\boxed{I_{(t)}=\cdots\cdots}$

فعالیت ۷

در مدار شکل (۳-۲۱) آمپرمتر جریان ۴ آمپر را نشان می‌دهد. مطلوبست:



شکل (۳-۲۱)

الف) جریان کل مدار

ب) امپدانس مدار

ج) توان اکتیو

د) توان ظاهری

با داشتن I_1 و X_{L1}، VAB را محاسبه می‌کنیم:

$$VAB=X_{L1}.I_1=۳\times۴ \Rightarrow VAB=۱۲\ V$$

$$I_۲=\frac{VAB}{X_{L۲}}=\frac{۱۲}{۶}=۲A \Rightarrow Ie=I_1=I_۲=۴+۲ \Rightarrow Ie=۶A$$

ب) سپس مدار را ساده می‌کنیم و z را محاسبه می‌کنیم:

X_LT=.....

Z=.....

ج) توان اکتیو: با معلوم بودن R و I_e، P_e را محاسبه می‌کنیم:

P_e=..... $\Rightarrow P_e$=.....×..... $\Rightarrow P_e$=.....W

توان راکتیو:

$P_d=X_L\times$..... $\Rightarrow P_d$=.....×..... $\Rightarrow P_d$=.....VAR

توان ظاهری:

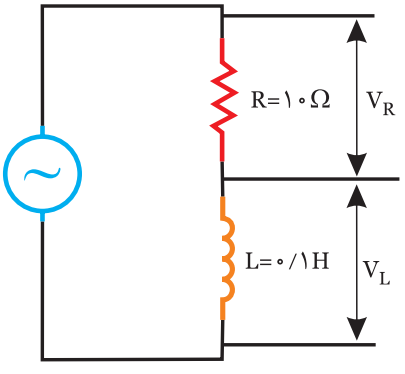
$P_s=\sqrt{.....+.....} \Rightarrow P_s=\sqrt{.....+.....} \Rightarrow P_d$=.....V.A

د) با معلوم بودن Ps و Ie می‌توان، Ve را محاسبه کرد:

$V_e=\frac{.....}{.....} \Rightarrow V_e=\frac{.....}{.....} \Rightarrow V_e$=.....V

تحقیق کنید

۱- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری ببندید. ولتاژهای دو سر مقاومت و سلف را اندازه‌گیری کنید. رابطه $V_e=\sqrt{V_R^۲+V_L^۲}$ را تحقیق کنید.



شکل (۳-۲۲)

۲- مداری شامل یک سلف و یک مقاومت به صورت سری اتصال دهید. با کمک نرم افزار مولتی سیم، ولتاژ، جریان و زاویه اختلاف فاز مدار را اندازه گیری کنید.

۳- با کمک شبکه جهانی اینترنت، مطالبی را در خصوص واژه های زیر تهیه کنید و در کلاس ارائه نمائید.

مقاومت ظاهری	ImPedance
قانون اهم	ohm's law
مدار سری	series circuit

خلاصه درس

۳-۶- تاثیر فرکانس بر مقادیر Z و I در مدار R_L سری

در مدار R_L سری، با افزایش فرکانس پارامترهای R و L ثابت است، در حالیکه پارامترهای X_L و Z افزایش می‌یابد:

$$X_L=۲\pi f\uparrow L$$

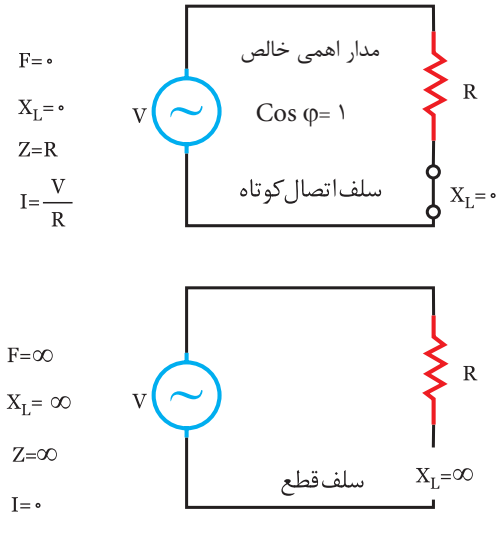
$$\uparrow Z=\sqrt{R^۲+X_L^{\ ۲}}\uparrow$$

بدین ترتیب جریان مدار و ضریب قدرت کاهش می‌یابد:

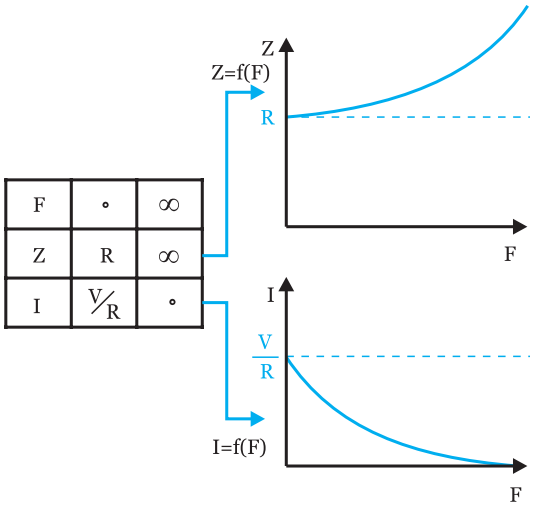
$$\downarrow Ie=\frac{Ve}{Z\uparrow}$$

$$\downarrow Cos\ \varphi=\frac{R}{Z\uparrow}$$

جدول و منحنی‌های این تغییرات در شکل (۳-۲۳) نشان داده شده است:



شکل (۳-۲۳ الف)



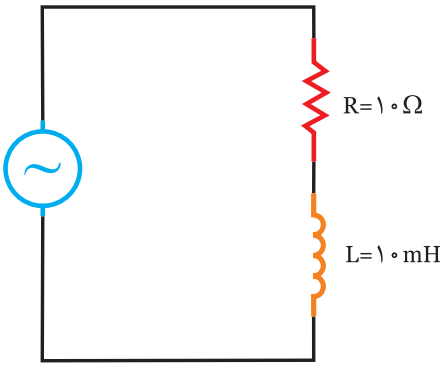
F	۰	∞
Z	R	∞
I	V/R	۰

شکل (۲۴-۳ ب)

خلاصه تغییرات Z، I، Cos φ را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.

فرکانس F ↑	
مقاومت سلفی	$\uparrow X_L=2\pi\uparrow f.L$
امپدانس	$\uparrow Z=\sqrt{R^2+X_L^2}\uparrow$
جریان	$\downarrow Ie=\frac{Ve}{Z\uparrow}$
ضریب قدرت	$\downarrow \cos\varphi=\frac{R}{Z\uparrow}$
زاویه اختلاف فاز φ	افزایش می یابد
حالت مدار	مدار سلفی تر می شود

در مدار R_L سری، شکل (۲۵-۳) مطلوبست:



شکل (۲۵-۳)

الف)مقادیر I و Z در فرکانس‌های f=۱۰۰KHz و f=۱Hz

ب) ضریب قدرت Cos φ در هر دو فرکانس

ابتدا X_L را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} X_L=2\pi f.L \quad 2\times3/14\times1\times10\times10^{-3}=0/0628\Omega \\ f=1Hz \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_L=2\pi f.L \quad 2\times3/14\times1000\times10\times10^{-3}=6280\Omega \\ f=100000Hz \end{cases}$$

نتیجه: با افزیش فرکانس مقاومت القایی X_L افزایش می‌یابد.

سپس z را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{10^2+(0/0628)^2} \Rightarrow \boxed{Z=10\Omega} \\ f=1Hz \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z=\sqrt{10^2+6280^2} \Rightarrow Z=6280\Omega \\ f=100KHz \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس، امپدانس (z)، افزایش می‌یابد.

سپس جریان را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} I=\frac{V_e}{Z}=\frac{100}{10}=10A) \\ f=1Hz \end{cases}$$

$$\begin{cases} I=\frac{V_e}{Z}=\frac{100}{6280}=0/015A) \\ f=100KHz \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس جریان، کاهش می‌یابد.

ضریب قدرت در هر دو فرکانس چنین است:

$$\begin{cases} \cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{10}{10}=1 \\ f=1Hz \end{cases}$$

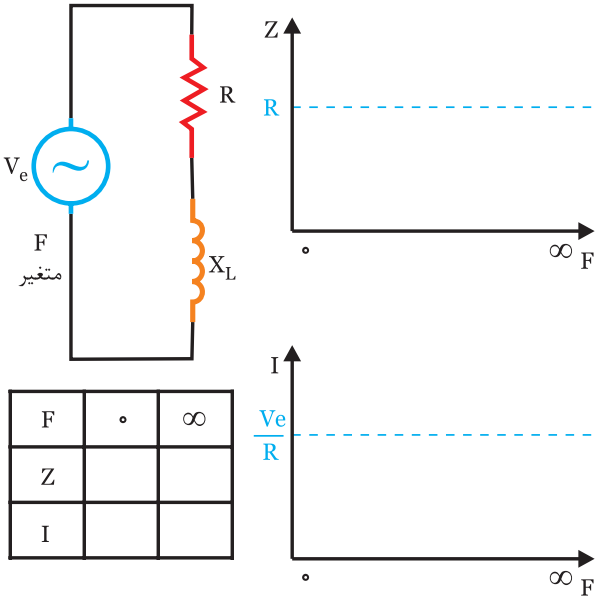
$$\begin{cases} \cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{10}{6280}=0/014 \\ f=100KHz \end{cases}$$

نتیجه: با افزایش فرکانس ضریب قدرت (Cos φ) کاهش می‌یابد.

بنابراین با محاسبه نیز، نتایج جدول مورد تایید قرار می‌گیرد.

فعالیت ۸

در مدار شکل (۲۶-۳)، جدول تغییرات z و I را کامل کنید، سپس منحنی تغییرات z و I را ترسیم نمایید.



F	∘	∞
Z		
I		

شکل (۲۶-۳)

حل

جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس بر روی پارامترهای یک مدار RL سری است، را کامل کنید:

فرکانس↑		
مقاومت سلفی X_L	☐ افزایش ☐ کاهش	X_L=۲×.....
امپدانس (Z)	☐ افزایش ☐ کاهش	$Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$
جریان (Ie)	☐ افزایش ☐ کاهش	$Ie=\frac{Ve}{.....}$
ضریب قدرت Cos φ	☐ افزایش ☐ کاهش	$Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....}$
اختلاف φ فاز	☐ افزایش ☐ کاهش	$\varphi=Cos^{-1}=\frac{.....}{.....}$

تحقیق کنید

۱- در یک مدار R_L سری، با استفاده از شبکه جهانی اینترنت و موتورهای جستجوگر مثل Yahoo یا Google در مورد کلید واژه‌های زیر مطالبی را تحقیق و در کلاس ارائه نمایید.

Phase different	اختلاف فاز
RL filter	فیلتر R_L
ImPedance in RL circuit	امپدانس در مدار R_L

۲- با کمک اسیلوسکوپ، سیگنال ژنراتور و یک مقاومت اهمی و یک سلف اختلاف فاز را در یک مدار R_L سری، در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری نمایید.

« به جای اسیلوسکوپ می توانید از کارت اسیلوسکوپ استفاده کنید»

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم یا نرم افزارهای مشابه، یک مدار R_L سری را بسته و با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری مثل ولت متر، آمپرمتر، فرکانس متر، وات متر و اسیلوسکوپ پارامترهای ولتاژ، جریان، فرکانس، توان و اختلاف فاز را فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید.

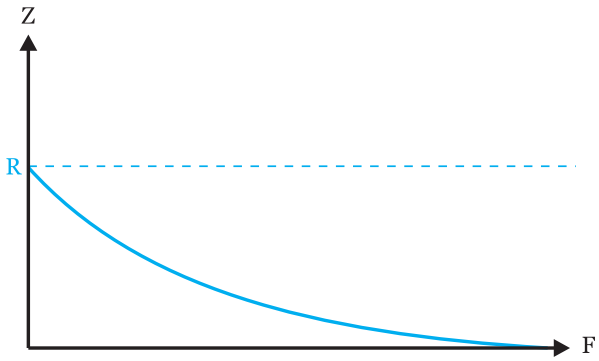
۱) در یک مدار R_L سری، واحد هر یک از کمیت‌های زیر را با توجه به پارامتر مربوطه، تعیین کنید.

۱- امپدانس
۲- ضریب قدرت اکتیو
۳- توان ظاهری
۴- توان اکتیو
۵- توان راکتیو

ولت-آمپر	
اهم	
بدون واحد	
وات	
ولت-آمپر راکتیو	
درجه یا رادیان	

۲) در یک مدار RL سری، گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید.

- امپدانس از رابطه $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$ بدست می‌آید. ☐ صحیح ☐ غلط
- با تغییر فرکانس R و X_L تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط
- ضریب قدرت (Cos φ)، متناسب با ولتاژ مدار تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط
- منحنی تغییرات z نسبت به F مطابق شکل (۳-۲۷) است. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳-۲۷)

- توان اکتیو متناسب با مجذور جریان تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط

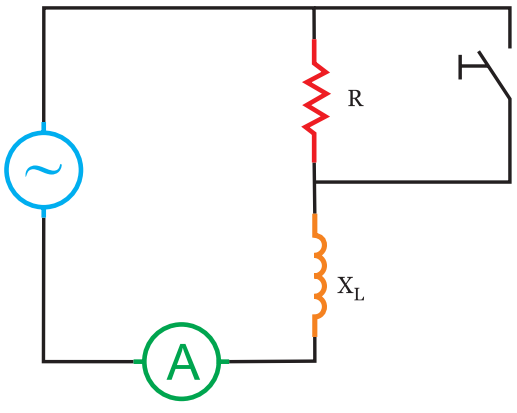
۳) در مدار R-L سری جاهای خالی را پر کنید:

- امپدانس مدار را می‌توان از رابطه $Z=\frac{R}{.....}$ بدست آورد.
- توان راکتیو از رابطه $Pd=.....\times Ie^2$ محاسبه می‌شود.
- با افزایش فرکانس، مقادیر Z و Cos به ترتیب ..... و ..... می‌یابد.
- اختلاف فاز φ و توان ..... ، مقداری مثبت را خواهد داشت.

۴) در مدار شکل (۳-۲۸) با بستن کلید:

آمپرمتر مقدار ..... را نشان می دهد زیرا:

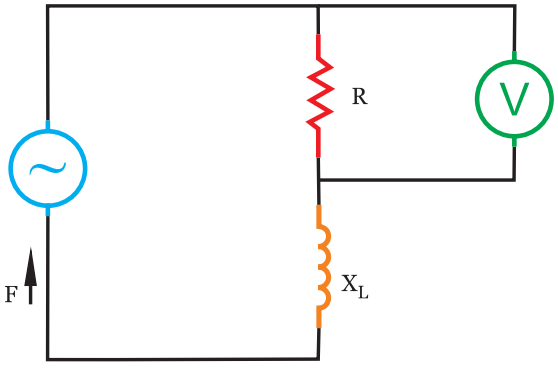
.....



شکل (۳-۲۸)

۵) در مدار شکل (۲۹-۳)، با افزایش فرکانس ولت متر مقدار ..... را نشان می دهد:

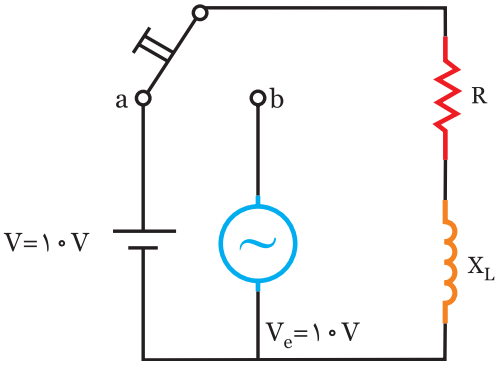
زیرا:.....



شکل (۲۹-۳)

۶) در مدار شکل (۳۰-۳)، با تغییر وضعیت کلید توان اکتیو Pe ..... می‌یابد.

زیرا:.....



شکل (۳۰-۳)

۷) در مدار R_L سری، مقاومت اهمی R با مقاومت سلفی X_L برابر است. اگر $Z=۲۰\sqrt{۲}$ اهم باشد، مطلوبست:

الف) R، X_L

ب) زاویه اختلاف فاز φ

۸) در مدار R_L سری، زاویه اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۳۰ درجه است. اگر توان ظاهری Ps=۲۰۰۰V.A باشد و جریان مدار ۱۰ آمپر باشد، مطلوبست:

الف) امپدانس z

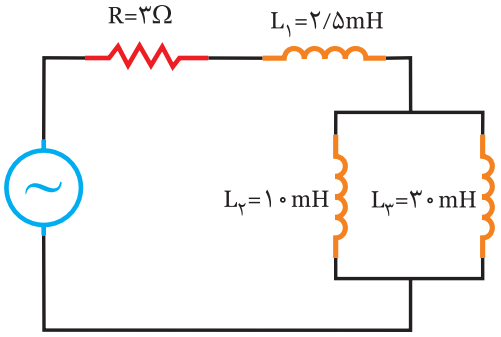
ب) ولتاژ کل Ve=?

ج) مقادیر R و X_L

۹) در مدار شکل (۳-۳۱) مطلوبست:

الف) ضریب توان Cos φ

ب) درچه فرکانس ضریب قدرت نصف حالت قبل می شود؟

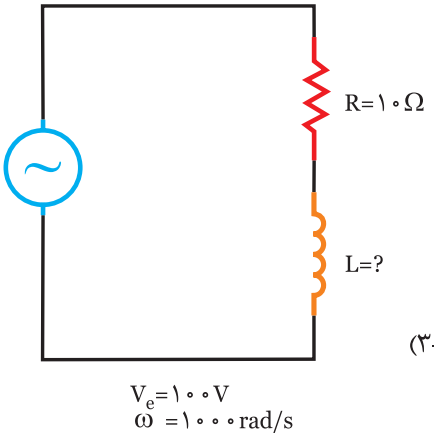


شکل (۳-۳۱)

۱۰) در مدار شکل (۳-۳۲) ولتاژ ۴۵ درجه از جریان جلوتر است. مطلوبست مقادیر:

الف) Ie ب) Pe ج) Ps

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

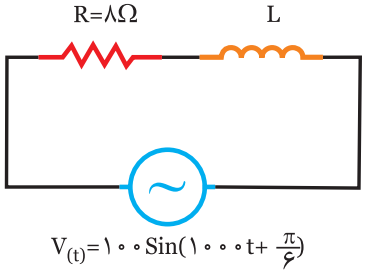


شکل (۳-۳۲)

۱۱) در مدار شکل (۳-۳۳) Cos=۰/۸ است، مطلوبست:

الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن



شکل (۳-۳۳)

۱۲) در یک مدار R_L سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۶۰ درجه است، مقاومت سلفی چند اهم است؟

الف) ۱۴/۴ ب) ۱۴/۸

ج) ۴۱/۲ د) ۴۳/۳

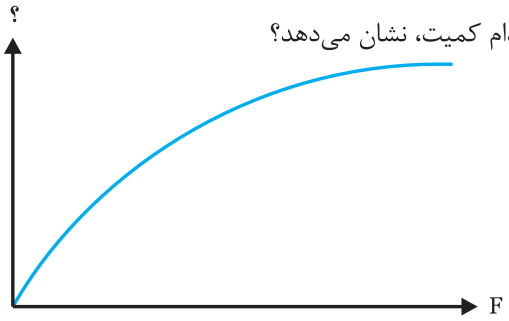
۱۳) منحنی شکل (۳۴-۳) اثر فرکانس را در کدام مدار R_L و روی کدام کمیت، نشان می‌دهد؟

الف) موازی – جریان

ب) سری – مقاومت

ج) موازی – مقاومت

د) سری – جریان



شکل (۳۴-۳)

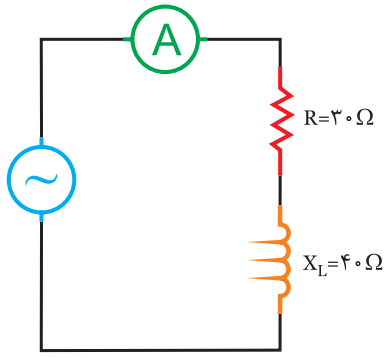
۱۴) در مدار شکل (۳۵-۳) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ ..... درجه و ولتاژ ورودی برابر ..... ولت است. آمپرمتر ۲A را نشان می‌دهد.

الف) ۱۰۰ – ۵۳/۱

ب) ۱۰۰ – ۳۶/۹

ج) ۱۴۰ – ۵۳/۱

د) ۱۴۰ – ۳۶/۹

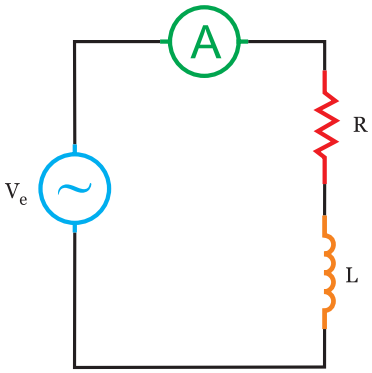


شکل (۳۵-۳)

۱۵) در مدار شکل (۳۶-۳) R چند اهم است؟

الف) ۳ ب) ۴

ج) ۶ د) ۱۰



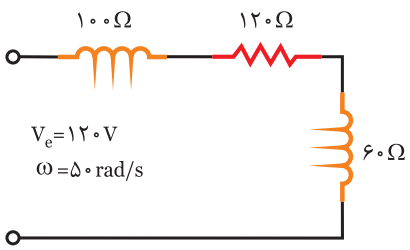
P_e=۱۲۰۰ W
P_d=۱۶۰۰ VAR
$V=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin\omega t$

شکل (۳۶-۳)

۱۶) ضریب توان مدار شکل (۳۷-۳) چقدر است؟

الف) ۰/۶ ب) ۰/۷

ج) ۰/۸ د) ۱

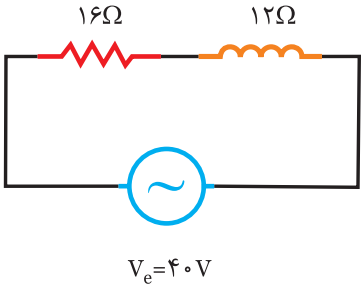


شکل (۳۷-۳)

۱۷) در مدار شکل (۳-۳۸) توان مصرفی چند وات است؟

الف) ۴۰ ب) ۴۸

ج) ۶۴ د) ۸۰

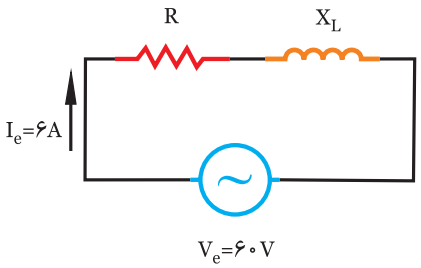


شکل (۳-۳۸)

۱۸) در مدار شکل (۳-۳۹) اگر توان موثر ۱۸۰ وات باشد، مقدار X_L چند اهم است؟

الف) ۵ ب) $۵\sqrt{۲}$

ج) $۵\sqrt{۳}$ د) $۶\sqrt{۳}$

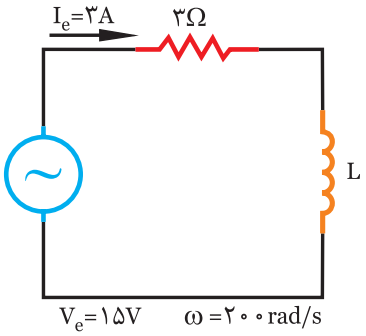


شکل (۳-۳۹)

۱۹) در مدار شکل (۳-۴۰) اندوکتانس (L) چند میلی هانری است؟

الف) ۲۰ ب) ۱۰

ج) ۲ د) ۱



شکل (۳-۴۰)

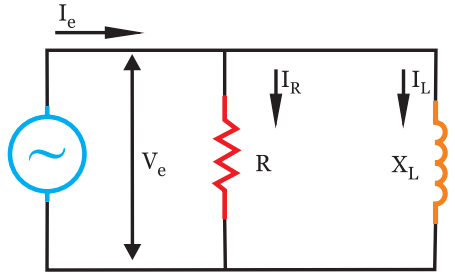
۲۰) ضریب کیفیت یک مدار R_L سری، برابر $\frac{۴}{۳}$ است، این مدار متوسط ولتاژی به معادله $V_{(t)}=۲۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰\pi t)$ تغذیه می‌شود. اگر R=۶ Ω باشد، جریان موثر چند آمپر است؟

الف) ۱ ب) ۲۲

ج) $۲۲\sqrt{۲}$ د) $\frac{۱۱\sqrt{۲}}{۲}$

۳-۷- مدار RL موازی

در این مدار مقاومت اهمی (R) با مقاومت سلفی X_L به صورت موازی به منبعی با ولتاژ (Ve) قرار گرفته است. شکل (۳-۴۱) **مانند کلیه مدارهای موازی، ولتاژ در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است.**



شکل (۳-۴۱)

۳-۸- مثلث جریان

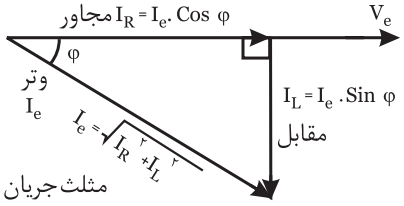
جریان در هر شاخه از این مدار متناسب با عکس مقاومت آن شاخه تغییر می‌کند. جریان‌های هر شاخه عبارتند از:

الف) IR که هم فاز با Ve می‌باشد. (اهمی خالص)

ب) IL که ۹۰ درجه پس فاز است. (سلفی خالص)

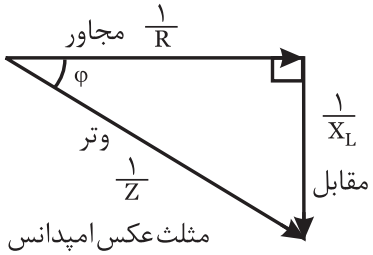
ج) Ie که برآیند برداری IR و IL است و φ درجه پس فاز می‌باشد.

بنابراین می‌توان مثلثی را به نام مثلث جریان ترسیم کرد. شکل (۳-۴۲)



شکل (۳-۴۲)

تقسیم بر عامل مشترک ÷ Ve



شکل (۳-۴۳)

۳-۹- مثلث عکس امپدانس (ادمیتانس)

چنانچه اضلاع مثلث جریان را بر عامل مشترک یعنی Ve تقسیم کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. شکل (۳-۴۳)

ضلع مجاور $\frac{I_R}{Ve} = \frac{1}{R}$ (عکس مقاومت اهمی)

ضلع مقابل $\frac{I_L}{Ve} = \frac{1}{X_L}$ (عکس مقاومت سلفی)

وتر $\frac{Ie}{Ve} = \frac{1}{Z}$ (عکس امپدانس)

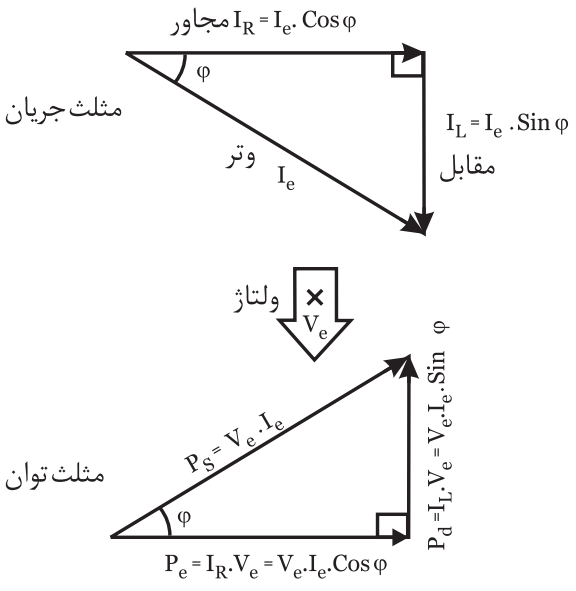
$(\frac{1}{Z})^2 = (\frac{1}{R})^2 = (\frac{1}{X_L})^2 \Rightarrow Z = \frac{R.X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ اثبات می شود

۳-۱۰- مثلث توان

اضلاع مثلث توان، عبارتند از Pe، Pd، Ps مثلث توان را می‌توان به دو روش بدست آورد:

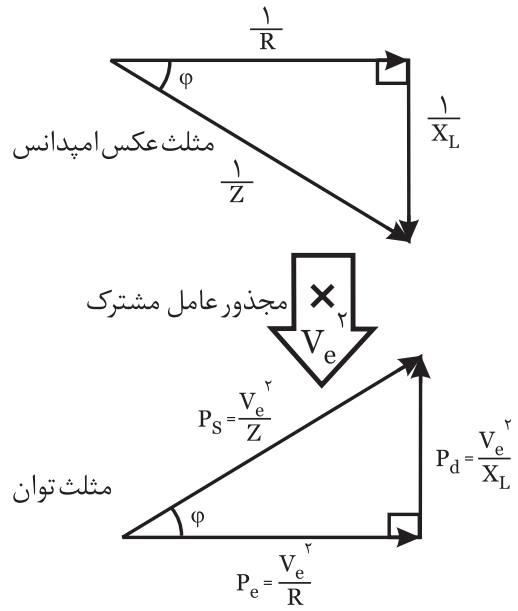
الف) چنانچه اضلاع مثلث جریان را در عامل مشترک یعنی Ve ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید.

این مدار چون خاصیت سلفی دارد. جریان پس فاز، φ⊕ و Pd نیز⊕است. شکل (۳-۴۴)



شکل (۳-۴۴)

ب) اگر اضلاع مثلث عکس امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی $(Ve)^2$ ضرب کنیم، اضلاع مثلث توان بدست می‌آید. شکل (۳-۴۵)



شکل (۳-۴۵)

بررسی لغات:

۱- امپدانس: مخالفت یک مدار در برابر عبور جریان Ac که آن را مقاومت ظاهری نیز نامیده و با حرف z نمایش می‌دهند.

۲- ادمیتانس: عکس مقاومت ظاهری است و آن را با حرف Y نمایش می‌دهند.

نسبت‌های مثلثاتی

در مثلث‌های جریان، عکس امپدانس و توان نسبت‌های مثلثاتی بین اضلاع مجاور، مقابل و وتر برقرار است که می‌توان نوشت:

ضریت قدرت راکتیو

$$\text{Sin } \varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{I_L}{Ie}=\frac{1/X_L}{I/Z}=\frac{Z}{X_L}=\frac{Pd}{Ps}$$

ضریت قدرت اکتیو

$$\text{Cos } \varphi=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{I_R}{Ie}=\frac{1/R}{1/X_L}=\frac{Z}{R}=\frac{Pe}{Ps}$$

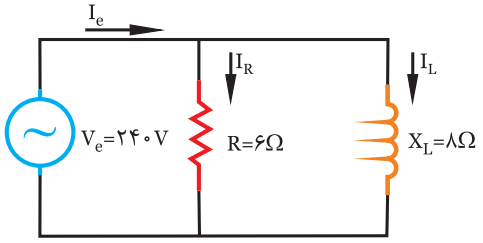
ضریب کیفیت

$$Q=\text{tg } \varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{I_L}{IR}=\frac{1/L}{I/R}=\frac{R}{X_L}=\frac{Pd}{Pe}$$

مثلث توان	مثلث عکس امپدانس	مثلث جریان

مثال ۱

در مدار شکل (۳-۴۶) مطلوبست:



شکل (۳-۴۶)

الف) جریان‌های هر شاخه و جریان کل

ب) امپدانس مدار

ج) توان اکتیو، راکتیو و ظاهری

حل

الف) با معلوم بودن Ve، R و X_L جریان‌های هر شاخه محاسبه می‌شود:

$$I_R=\frac{Ve}{R}=\frac{۲۴۰}{۶}=۴۰A$$

$$I_L=\frac{Ve}{X_L}=\frac{۲۴۰}{۸}=۳۰A$$

$$Ie=\sqrt{I_R^2+I_L^2}=\sqrt{۴۰^2+۳۰^2}\Rightarrow \boxed{Ie=۵۰A}$$

ب) امپدانس را می‌توان با معلوم بودن Ve و Ie محاسبه کرد:

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۲۴۰}{۵۰}=۴/۸\Omega$$

*امپدانس را می‌توان از رابطه زیر نیز محاسبه کرد:

$$Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}=\frac{۶\times۸}{\sqrt{۶^2+۸^2}}=\frac{۴۸}{۱۰}\Rightarrow \boxed{Z=۴/۸\Omega}$$

ج) توان اکتیو:

$$Pe=\frac{Ve^2}{R}=\frac{۲۴۰^2}{۶}=۹۶۰۰w$$

$$Pd=\frac{Ve^2}{X_L}=\frac{۲۴۰^2}{۸}=۷۲۰۰VA.R$$

$$Ps=Ve\times Ie=۲۴۰\times۵۰=۱۲۰۰۰V.A$$

توان اکتیو و راکتیو را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد:

$$Pe=Ps\times\text{Cos }\varphi=۱۲۰۰۰\times۰/۸=۹۶۰۰w$$

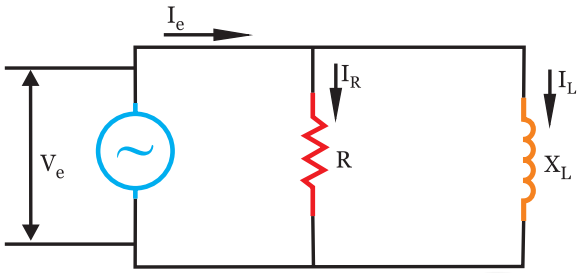
$$Pd=Ps\times\text{Sin }\varphi=۱۲۰۰۰\times۰/۶=۷۲۰۰VAR$$

$$\text{Cos }\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۴/۸}{۶}=۰/۸$$

$$\text{Sin }\varphi=\frac{Z}{X_L}=\frac{۴/۸}{۸}=۰/۶$$

فعالیت ۹

با توجه به شکل (۳-۴۷) روابط زیر را کامل کنید:



شکل (۳-۴۷)

حل

$I_R=\frac{Ve}{.....}$ $I_L=\frac{Ve}{.....}$ $Ie=\frac{Ve}{.....}$

$Ie=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$

$Z=\frac{Ve}{.....}$ $Z=\frac{R\times.....}{\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}}$

$\cos\varphi=\frac{.....}{Ie}=\frac{Z}{.....}=\frac{Pe}{.....}$

$\sin\varphi=\frac{.....}{Ie}=\frac{Z}{.....}=\frac{Pd}{.....}$

$tg\,\varphi=Q=\frac{.....}{Ie}=\frac{.....}{X_L}=\frac{Pd}{.....}$

$Pe=Ve\times.....=\frac{Ve^2}{.....}=Ve\times.....\times.....$

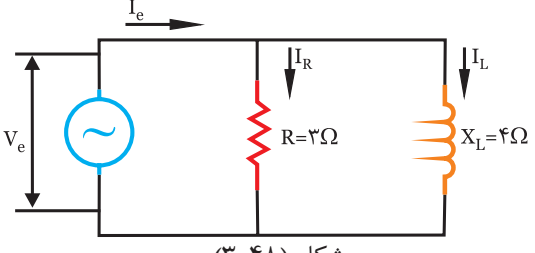
$Pd=.....\times IL=\frac{Ve^2}{.....}=.....\times Ie\times.....$

$Ps=Ve\times.....=\frac{Ve^2}{.....}\sqrt{(.....)^2+(Pd)^2}$

با مراجعه به متن درس، روابطی را که درست ننوشته‌اید، مجددا مطالعه و بازنویسی کنید.

تمرین

در مدار شکل (۳-۴۸) اگر معادله جریان $I_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t)$ باشد:



شکل (۳-۴۸)

الف) معادله ولتاژ کل را بنویسید.

ب) معادله جریان را در هر شاخه بنویسید.

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها را رسم کنید.

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

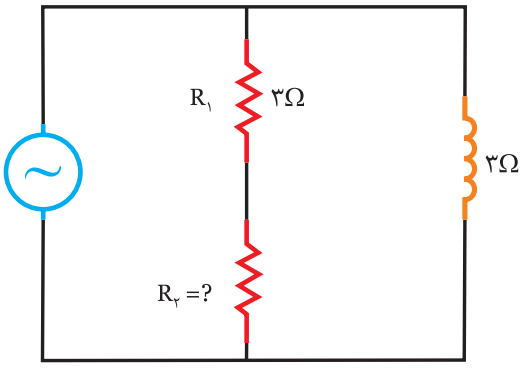
مثال ۹

در مدار شکل (۳-۴۹) توان راکتیو مدار Pd=۳۰۰VAR است. اگر ضریب قدرت مدار ۰/۶ باشد. مطلوبست:

الف) ولتاژ مدار Ve=?

ب) مقدار مقاومت R۲

ج) توان‌های اکتیو و ظاهری Pe=? و Ps=?



شکل (۳-۴۹)

حل

توان راکتیو مربوط به سلف یا خازن است. با معلوم بودن P_d و X_L می‌توان نوشت:

$$Pd=\frac{Ve^2}{X_L} \Rightarrow Ve=\sqrt{Pd\times X_L}=\sqrt{۳۰۰\times ۳} \Rightarrow \boxed{Ve=۳۰V}$$

$$\cos\varphi=۰/۶ \Rightarrow \sin\varphi=\sqrt{۱-\cos\varphi^2} \Rightarrow \sin\varphi=\sqrt{۱-۰/۶^2}=۰/۸$$

ب) برای تعیین مقاومت R_2، ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_L} \Rightarrow Z=X_L\times\sin\varphi \Rightarrow Z=۳\times۰/۸ \Rightarrow \boxed{Z=۲/۴\Omega}$$

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R} \Rightarrow R_T=\frac{Z}{\cos\varphi}=\frac{۲/۴}{۰/۸} \Rightarrow \boxed{R_T=۶\Omega}$$

$$R_t=R_1+R_2 \Rightarrow R_2=R_t-R_1 \Rightarrow R_2=۶-۳ \Rightarrow R_2=۳\Omega$$

ج) توان‌های اکتیو و ظاهری:

$$Pe=\frac{Ve^2}{R} \Rightarrow Pe=\frac{(۳۰)^2}{۶} \Rightarrow \boxed{Pe=۱۵۰W}$$

$$Ps=\frac{Ve^2}{Z} \Rightarrow Ps=\frac{(۳۰)^2}{۲/۴}=\frac{۹۰۰}{۲/۴} \Rightarrow \boxed{Ps=۳۷۵V.A}$$

برای محاسبه توان‌های ظاهری و اکتیو می‌توان از راه حل دیگری نیز استفاده کرد:

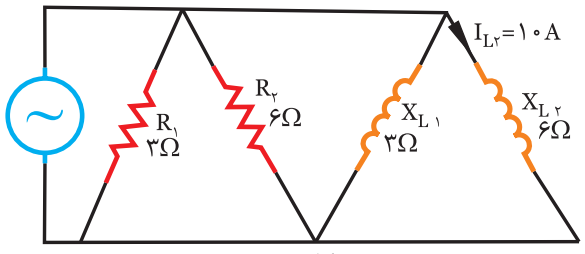
$Ps=Ve\times Ie=۳۰\times۱۲/۵=۳۷۵V.A$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۳۰}{۲/۴}=۱۲/۵A$$

$Pe=Ps\times\cos\varphi=۳۷۵\times۱۲/۵=۱۵۰W$

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۵۰-۳)، مطلوبست:



شکل (۵۰-۳)

الف) ولتاژ مدار (Ve)

ب) امپدانس کل (z)

ج) جریان مدار (Ie)

حل

برای محاسبه ولتاژ، چون مقاومت‌های اهمی و سلفی به صورت موازی قرار دارد، با معلوم بودن جریان یکی از شاخه‌ها و مقاومت سلفی می‌توان نوشت:

$Ve=X_{L_2}\times\ldots\ldots \Rightarrow \boxed{Ve=۱۰\times\quad=۶۰V}$

ب) برای محاسبه امپدانس (z)، ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

$$Rt=\frac{R_1\times R_2}{\ldots\ldots+\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots+\ldots\ldots} \Rightarrow \boxed{Rt=\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

$$X_Lt=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots+\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots+\ldots\ldots} \Rightarrow \boxed{X_Lt=\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

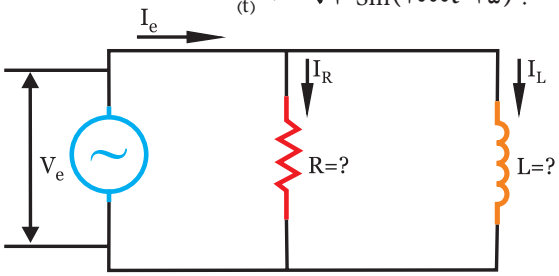
$$Z=\frac{R\times\ldots\ldots\ldots\ldots}{\sqrt{(\quad)^2+(\quad)^2}} \Rightarrow Z=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\sqrt{(\ldots\ldots)^2+(\ldots\ldots)^2}} \Rightarrow \boxed{Z=\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

ج) با معلوم بودن ولتاژ کل و امپدانس، جریان مدار محاسبه می‌شود:

$$Ie=\frac{Ve}{\ldots\ldots} \Rightarrow Ie=\frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} \Rightarrow \boxed{Ie=\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

تمرین

در مدار R_L موازی شکل (۵۱-۳) معادله ولتاژ $V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t)$ و معادله جریان مساوی است با $I_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t-۴۵)$



شکل (۵۱-۳)

الف) مقادیر R و L را محاسبه کنید.

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار را رسم کنید.

.....

.....

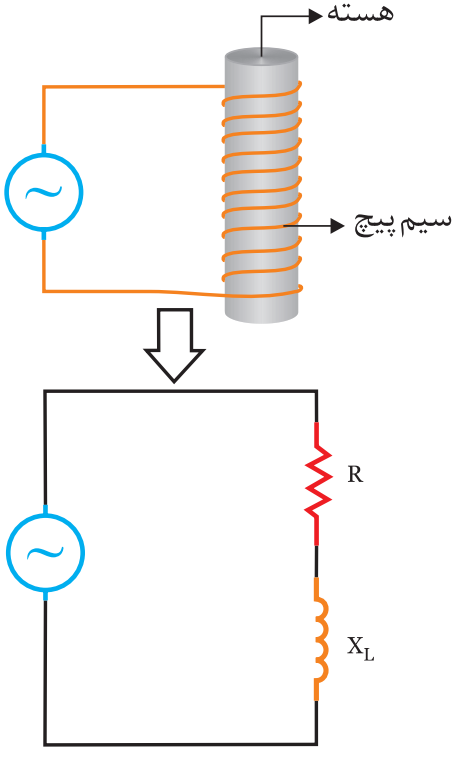
.....

.....

.....

بیشتر بدانید

چنانچه چند دور سیم روکش‌دار را روی یک هسته بپیچیم، یک بوبین یا سلف ساخته می‌شود. هر بوبین یا سلف دارای یک مقاومت اهمی (R) و ضریب خودالقایی (L) می‌باشد. در اثر عبور جریان متناوب این سیم پیچ یک مقاومت سلفی (X_L) از خود نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان هر سیم پیچ را ترکیبی از یک مقاومت اهمی (R) و یک مقاومت سلفی (X_L) در نظر گرفت که با هم سری شده است. شکل (۳-۵۲)



مدار معادل

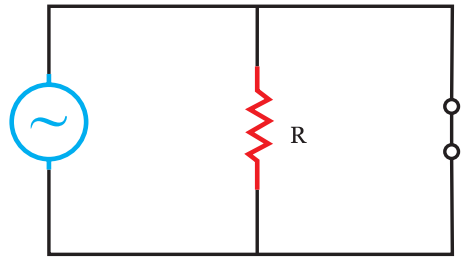
شکل (۳-۵۲)

بنابراین سیم پیچ‌های ترانسفورماتورها و موتورهای الکتریکی را می‌توان به عنوان یک مدار RL سری در نظر گرفت.

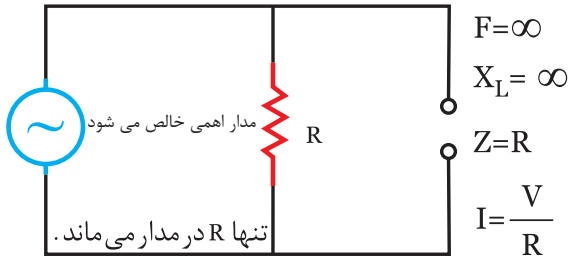
خلاصه درس

۳-۱۱- تاثیر فرکانس روی مدار RL موازی

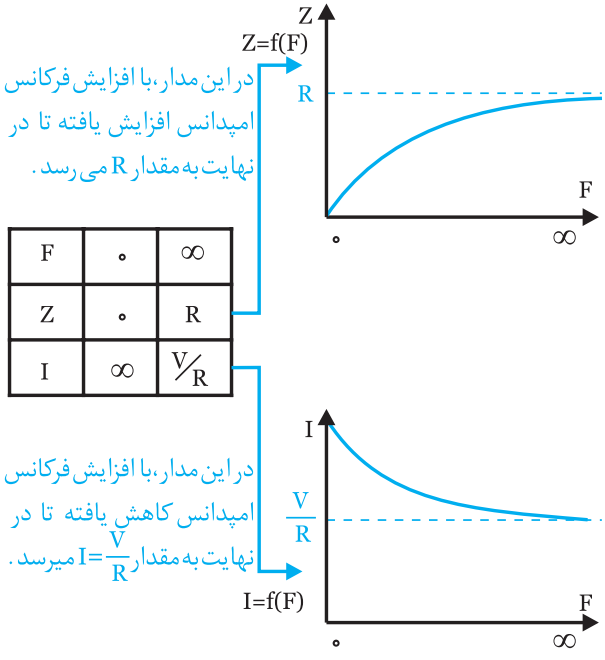
در این مدار، با افزایش فرکانس R ثابت است، ولی X_L افزایش می‌یابد. اگر فرکانس از کوچکترین مقدار یعنی F=۰ تا فرکانس‌های بسیار بالا F= ∞ افزایش یابد. تغییرات امپدانس و جریان را می‌توان چنین بررسی کرد. شکل (۳-۵۳)



سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.



سلف مدار را قطع می‌کند.



شکل (۳-۵۳)

۳-۱۲-تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت (Cos φ)

در این مدار با افزایش فرکانس، ضریب قدرت افزایش می‌یابد. در فرکانس‌های بسیار بالا، ضریب قدرت به حداکثر

مقدار خود یعنی ۱ می‌رسد و مدار حالت اهمی خالص می‌یابد.

جدول زیر تاثیر فرکانس را روی پارامترهای مدار نشان می‌دهد.

↑F	
X_L مقاومت سلفی	$\uparrow X_L = ۲\pi \uparrow f L$
(Z) امپدانس	$\uparrow Z \Leftarrow \frac{۱}{Z^۲} = \frac{۱}{R^۲} = \frac{۱}{\uparrow X_L^{۲}}$
(Ie) جریان	$\downarrow Ie = \frac{Ve}{Z\uparrow}$
$\cos\varphi$ ضریب قدرت	$\uparrow \cos\varphi = \frac{Z\uparrow}{R}$
φ زاویه اختلاف فاز	$\downarrow \varphi$
حالت مدار	اهمی تر میشود

تحقیق کنید

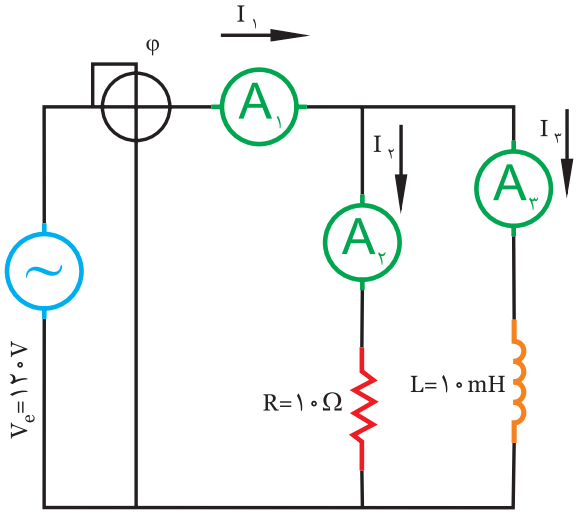
۱- با کمک سایت‌های اینترنتی و موتورهای جستجوگر مثل Google و Yahoo درباره لغات کلیدی زیر مطالبی را تهیه کرده و در کلاس ارائه کنید.

- Parallel RL Circuits (مدارات RL موازی)
- ImPedance (امپدانس) - Phase Angle (زاویه فاز)
- Real Power (توان حقیقی) - R-L-filter (فیلترهای RL)

۲- با کمک اسیلوسکوپ و سیگنال ژنراتور، در مورد یک مدار RL موازی زاویه اختلاف فاز و دامنه ولتاژ و جریان را در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید.

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم، مدار الکتریکی شکل (۳-۵۴) را بسته و پارامترهایی مثل جریان هر شاخه، ضریب قدرت و زاویه اختلاف فاز را در فرکانس‌های مختلف اندازه‌گیری کنید و نتایج را در جدول زیر بنویسید.

F	
$I_۱$	
$I_۲$	
$I_۳$	

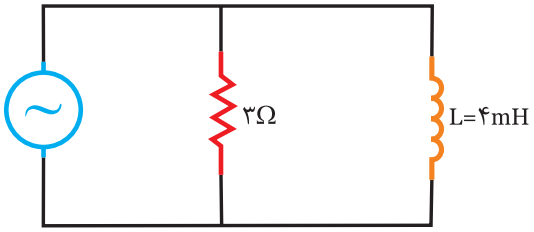


شکل (۳-۵۴)

۴- در مورد کاربرد مدار R_L موازی (مثلا به عنوان فیلتر) مطالبی را تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

مثال ۱۰

در مدار الکتریکی شکل (۳-۵۵) مطلوبست:



$\omega = ۱۰۰۰ rad/s$

شکل (۳-۵۵)

الف) ضریب قدرت مدار در $\omega = ۱۰۰۰ rad/s$

ب) در چه فرکانسی ضریب قدرت نصف می‌شود؟

حل

ابتدا مقاومت سلفی را محاسبه می کنیم:

$X_L = \omega . L \Rightarrow X_L = ۱۰۰۰ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \boxed{X_L = ۴\Omega}$

با معلوم بودن X_L و R، z و سپس $\cos\varphi$ را محاسبه می‌کنیم:

$Z = \frac{R . X_L}{\sqrt{R^۲ + X_L^{۲}}} = \frac{۳ \times ۴}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow \boxed{Z = ۲/۴\ \Omega}$

$\cos\varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{۲/۴}{۳} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi = ۰/۸}$

ب)

$\cos\varphi_2=\frac{1}{2}\cos\varphi_1=\frac{1}{2}\times 0/8 \Rightarrow \boxed{\cos\varphi_2=0/4}$

$\cos\varphi_2=\frac{Z_2}{R}\Rightarrow Z_2=R.\cos\varphi_2=3\times 0/4\Rightarrow \boxed{Z_2=1/2\ \Omega}$

$\sin\varphi_2=\sqrt{1-\cos\varphi_2^2}=\sqrt{1-0/4^2}\Rightarrow \sin\varphi_2=0/91$

$\sin\varphi_2=\frac{Z}{X_{L2}}\Rightarrow X_{L2}=\frac{Z}{\sin\varphi_2}=\frac{1/2}{0/91}\Rightarrow \boxed{X_{L2}=1/31\ \Omega}$

$F_2=\frac{X_{L2}}{2\pi\times L}=\frac{1/31}{2\times 3/14\times 4\times 10^{-3}}\Rightarrow \boxed{F_2=52Hz}$

مشاهده می‌شود با کاهش فرکانس، ضریب قدرت و امپدانس کاهش می‌یابد.

فعالیت ۱۱

در یک مدار R-L موازی، که $R=6\ \Omega$ و $L=8\ mH$ و $Ve=100\ V$ است. فرکانسی را از $F_1=1\ HZ$ به $F_2=10\ KHZ$ می‌رسانیم. امپدانس (z) و ضریب قدرت ($\cos\varphi$) و جریان (Ie) را در هر دو فرکانس محاسبه کنید.

حل

ابتدا مقاومت القایی و سپس امپدانس (z) و جریان Ie را در هر دو فرکانس محاسبه کنید:

F=۱ Hz

$X_L=2\pi f\times\ldots\ldots\Rightarrow X_L=2\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots\Rightarrow \boxed{X_L=\ldots\ldots}$

$Z=\frac{R\times\ldots\ldots}{\sqrt{(\ldots\ldots)^2+(\ldots\ldots)^2}}\Rightarrow Z=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\sqrt{(\ldots\ldots)^2+(\ldots\ldots)^2}}\Rightarrow \boxed{Z=\ldots\ldots}$

$Ie=\frac{Ve}{\ldots\ldots}\Rightarrow Ie=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\Rightarrow \boxed{Ie=\ldots\ldots}$

F= ۱۰ KHz

$X_L=2\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots\times L\Rightarrow X_L=2\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots\times\ldots\ldots\Rightarrow \boxed{X_L=\ldots\ldots}$

$Z=\frac{R\times\ldots\ldots}{\sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots}}\Rightarrow Z=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots}}\Rightarrow \boxed{Z=\ldots\ldots}$

$Ie=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\Rightarrow Ie=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\Rightarrow \boxed{Ie=\ldots\ldots}$

در نهایت می‌توان ضریب قدرت ($\cos\varphi$) را نیز برای هر دو فرکانس محاسبه کرد:

F=۱ Hz

$\cos\varphi=\frac{\ldots\ldots}{R}\Rightarrow\cos\varphi=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\Rightarrow \boxed{\cos\varphi=\ldots\ldots}$

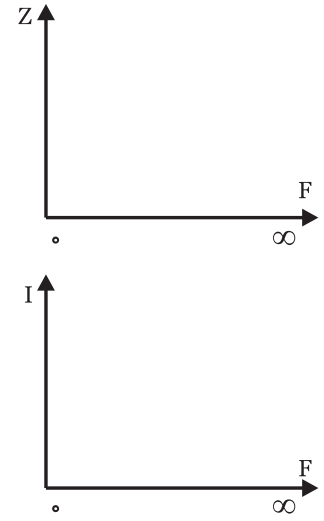
F= ۱۰ KHz

$\cos\varphi=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\Rightarrow\cos\varphi=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\Rightarrow \boxed{\cos\varphi=\ldots\ldots}$

تمرین

۱- منحنی‌های تغییرات امپدانس نسبت به فرکانس Z=f(f) و جریان نسبت به فرکانس I=f(f) را رسم کنید. جدول مربوط به آن را نیز کامل کنید. شکل (۵۶-۳)

F	۰	∞
Z		
I		



شکل (۵۶-۳)

۲- جدول زیر را که مربوط به تاثیر فرکانس روی پارامترهای مختلف مدار می‌باشد را کامل کنید.

↑F	
مقاومت سلفی XL	مثال $\uparrow X_L=2\pi\uparrow f.L$
امپدانس (Z)	
جریان (Ie)	
ضریب قدرت Cos φ	
زاویه اختلاف فاز φ	
حالت مدار	

تمرین

گزینه‌های صحیح و غلط را در مورد مدار R-L موازی انتخاب کنید:

۱- در این مدار، افزایش فرکانس تاثیری در مقاومت اهمی (R) ندارد. ☐ صحیح ☐ غلط

۲- در این مدار، توان اکتیو (Pe) متناسب با مقدار مقاومت القایی X_L تغییر می‌کند.

☐ صحیح ☐ غلط

۳- ضریب قدرت از رابطه $\cos\varphi=\frac{Z}{R}$ بدست می‌آید.

☐ صحیح ☐ غلط

۴- با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ثابت می‌ماند.

☐ صحیح ☐ غلط

۵- جریان در شاخه سلفی، متناسب با مقاومت اهمی مدار تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط

۶- جریان کل مدار، از رابطه $Ie=I_1+I_2$ بدست می‌آید.

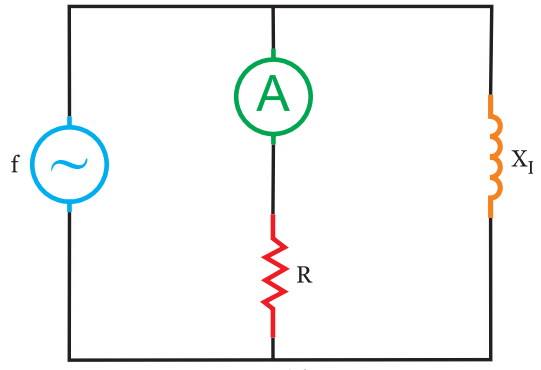
☐ صحیح ☐ غلط

۷- امپدانس مدار از رابطه $Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$ بدست می‌آید.

☐ صحیح ☐ غلط

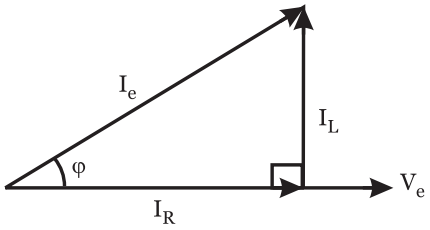
۸- در مدار شکل (۳-۵۷) ، افزایش فرکانس موجب افزایش جریان آمپرمتر می‌شود.

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳-۵۷)

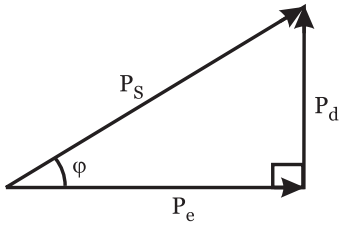
۹- دیاگرام برداری جریان‌ها و ولتاژ مطابق شکل (۳-۵۸) است. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳-۵۸)

۱۰- مثلث توان‌ها در این مدار مطابق شکل (۳-۵۹) است.

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳-۵۹)

خلاصه درس

۳-۱۳- تبدیل مدار R-L سری به R-L موازی

در بسیاری از موارد خصوصا در مدارهای سری – موازی (مختلط) که در فصول آینده مورد بررسی قرار می‌گیرد، لازم است تا یک مدار R-L سری به یک مدار R-L موازی تبدیل شود. در این تبدیل باید: اولا امپدانس و ضریب قدرت در هر دو حالت یکسان باشد، ثانیا خاصیت مدار در هر دو حالت یکسان باشد. برای این تبدیل مراحل زیر انجام می‌شود:

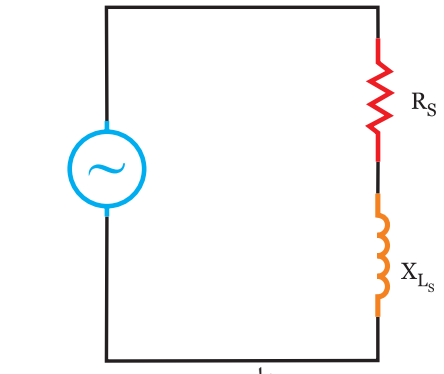
۱- ابتدا امپدانس را در حالت سری از رابطه $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$ محاسبه می‌کنیم.

۲- ضرایب Sin φ و Cos φ را از رابطه‌های $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$ و $\sin\varphi=\frac{X_L}{Z}$ در حالت سری محاسبه می‌کنیم.

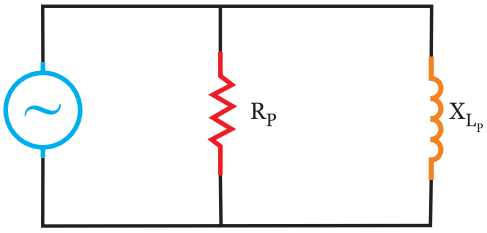
۳- برای تبدیل به حالت موازی، چون مقادیر Z، Cos φ و Sin φ باید در هر دو مدار یکسان باشد. می‌توان نوشت:

$$\cos\varphi=\frac{Z}{R}\Rightarrow Rp=\frac{Z}{\cos\varphi}\Rightarrow Rp=\frac{Z}{\frac{R_S}{Z}}\Rightarrow \boxed{Rp=\frac{Z^2s}{Rs}}$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{X_L}\Rightarrow X_Lp=\frac{Z}{\sin\varphi}\Rightarrow X_Lp=\frac{Z}{\frac{X_{LS}}{Z}}\Rightarrow \boxed{X_Lp=\frac{Z^2s}{X_{Ls}}}$$



مدار سری

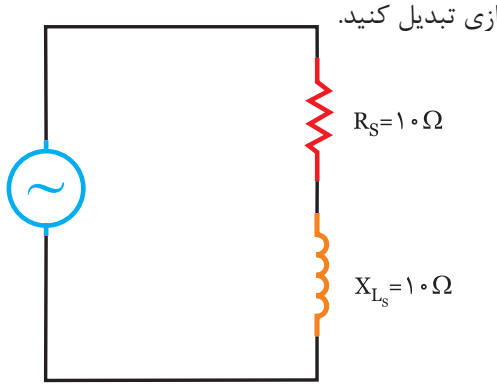


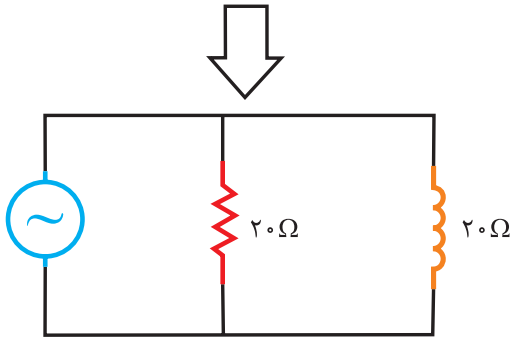
مدار معادل موازی

شکل (۳-۶۰)

مثال ۱۱

مدار شکل (۳-۶۱) را از حالت مدار سری به حالت مدار موازی تبدیل کنید.





شکل (۳-۶۱)

حل

$$Z=\sqrt{R^{۲}+X_L^{۲}} \Rightarrow Z=\sqrt{۱۰^{۲}+۱۰^{۲}} \Rightarrow \boxed{Z=۱۰\sqrt{۲}}$$

$$\text{Cos } \varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\text{Sin } \varphi=\frac{X_L}{Z} \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$Rp=\frac{Z}{\text{Cos } \varphi}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \Rightarrow \boxed{Rp=۲۰\Omega}$$

$$X_Lp=\frac{Z}{\text{Cos } \varphi}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \Rightarrow \boxed{X_Lp=۲۰\Omega}$$

خلاصه درس

۳-۱۴- تبدیل مدار R-L موازی به R-L سری

برای این تبدیل عکس مراحل قبلی را انجام می‌دهیم:

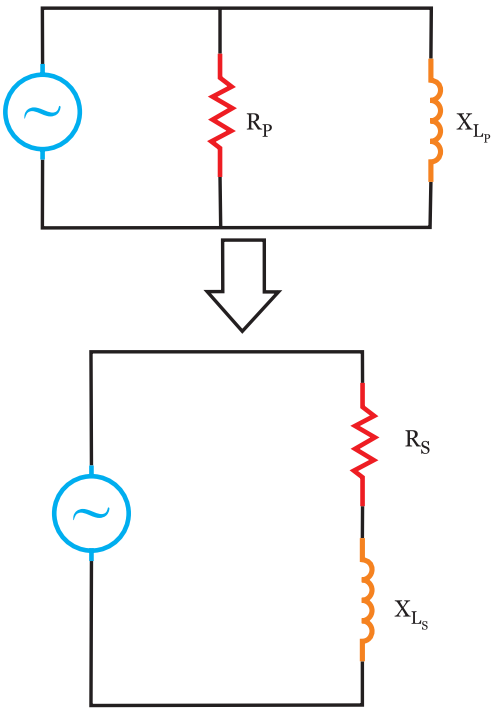
۱- ابتدا امپدانس را در حالت موازی از رابطه $Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^{۲}+X_L^{۲}}}$ محاسبه می‌کنیم.

۲- ضرایب Sinφ و Cosφ را از رابطه‌های $\text{Sin } \varphi=\frac{Z}{X_L}$ و $\text{Cos } \varphi=\frac{Z}{R}$ محاسبه می‌کنیم.(شکل ۳-۶۲)

۳- برای تبدیل به حالت سری، مقادیر $Z, \text{Cos } \varphi$ و $\text{Sin } \varphi$ باید در هر دو حالت یکسان باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{Cos } \varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow Rs=Z.\text{Cos } \varphi \Rightarrow Rs=Z\times\frac{Z}{Rp} \Rightarrow \boxed{Rs=\frac{Z^{۲}p}{Rp}}$$

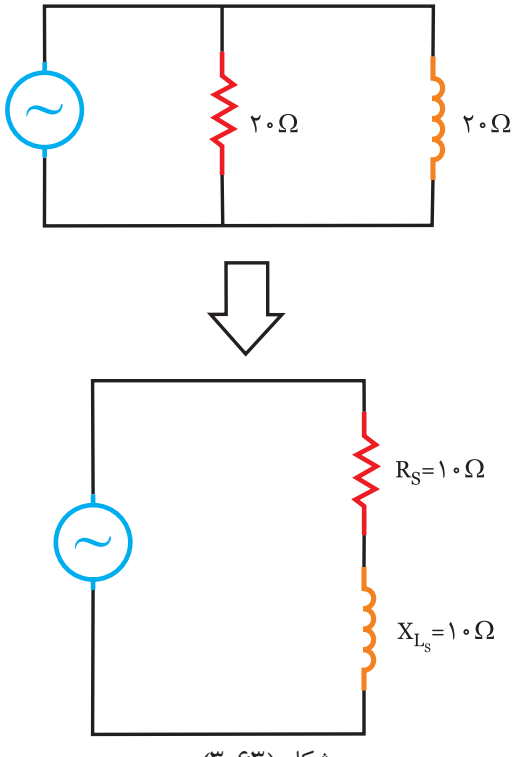
$$\text{Sin } \varphi=\frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_Ls=Z.\text{Sin } \varphi \Rightarrow X_Ls=Z\times\frac{Z}{X_Lp} \Rightarrow \boxed{X_Ls=\frac{Z^{۲}p}{X_Lp}}$$



شکل (۳-۶۲)

مثال ۱۲

مدار شکل (۳-۶۳) را از حالت مدار موازی به حالت سری تبدیل کنید.



شکل (۳-۶۳)

حل

$$Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}} \Rightarrow Z=\frac{۲۰\times۲۰}{\sqrt{۲۰^2+۲۰^2}}=\frac{۴۰۰}{۲۰\sqrt{۲}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}$$

$$Z=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \boxed{Z=۱۰\sqrt{۲}}$$

$$\text{Cos }\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۱۰} \Rightarrow \text{Cos }\varphi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

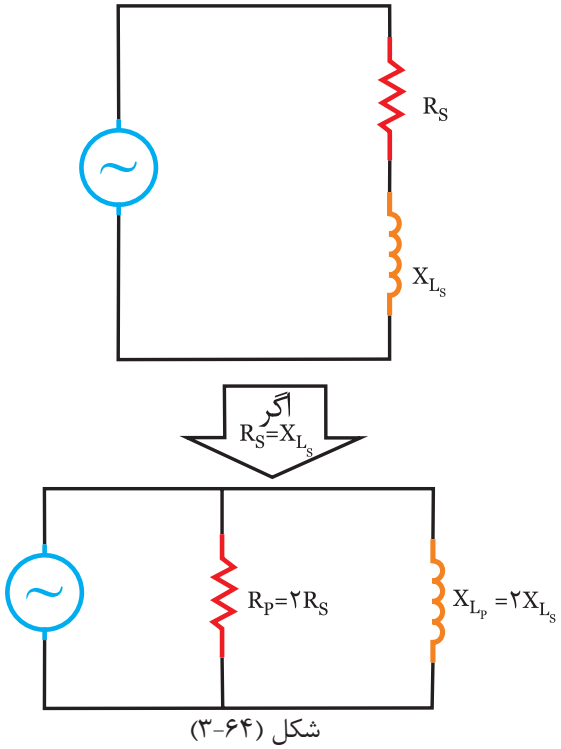
$$\text{Sin }\varphi=\frac{Z}{X_L}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۱۰} \Rightarrow \text{Sin }\varphi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\text{Cos }\varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow Rs=Z.\text{Cos }\varphi=۱۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \boxed{Rs=۱۰\Omega}$$

$$\text{Sin }\varphi=\frac{X_L}{Z} \Rightarrow X_Ls=Z.\text{Sin }\varphi=۱۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \boxed{X_Ls=۱۰\Omega}$$

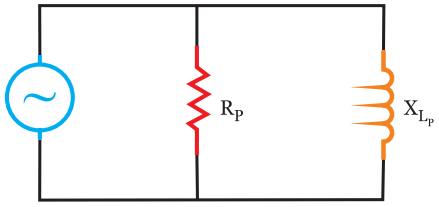
بیشتر بدانید

در تبدیل مدارات از حالت سری به موازی، اگر مقادیر R و X_L مساوی باشد، مقدار مقاومت X_L و R در حالت موازی دو برابر مقاومت‌ها در حالت سری است. شکل (۳-۶۴)

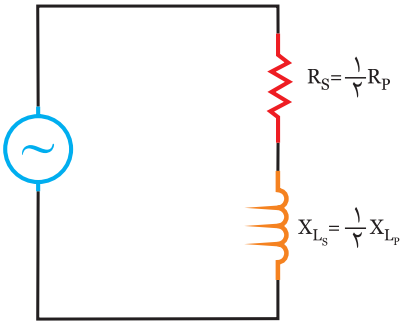


شکل (۳-۶۴)

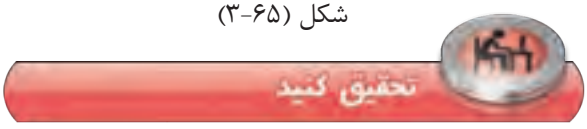
بنابراین در تبدیل موازی به سری، مقادیر Rs و X_L نصف حالت موازی می‌باشد: شکل (۶۵-۳)



اگر $R_P=X_{L_P}$ باشد.



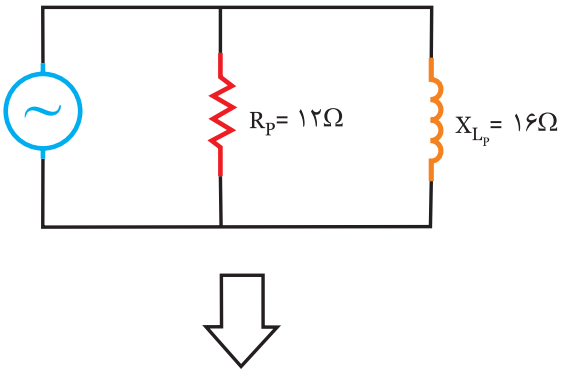
شکل (۶۵-۳)



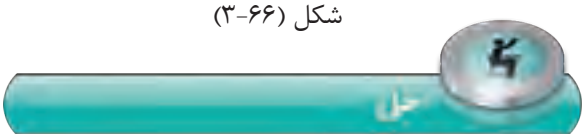
کاربرد تبدیل مدارات از سری به موازی و یا موازی به سری را بررسی کنید.

در مدار شکل (۶۶-۳) ابتدا امپدانس (Z)، Cos φ و Sin φ را در حالت موازی محاسبه کنید.

سپس پارامترهای Rs و $X_L s$ را در حالت سری محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت سری رسم کنید.



شکل (۶۶-۳)



ابتدا، امپدانس (Z) و ضریب قدرت (Cos φ) و Sin φ را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$Z=\frac{R\times.....}{\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}}\Rightarrow$$

$$\text{Cos }\varphi=\frac{.....}{R}\Rightarrow\text{Cos }\varphi=\frac{.....}{.....}\Rightarrow\boxed{\text{Cos }\varphi=.....}$$

$$\text{Sin }\varphi=\frac{Z}{.....}\Rightarrow\text{Sin }\varphi=\frac{.....}{.....}\Rightarrow\boxed{\text{Sin }\varphi=.....}$$

برای تبدیل به حالت سری و تعیین Rs و $X_L s$ از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{Cos }\varphi=\frac{Rs}{Z}\Rightarrow Rs=.....\times\text{Cos }\varphi\ Rs=.....\times.....\Rightarrow\boxed{Rs=.....}$$

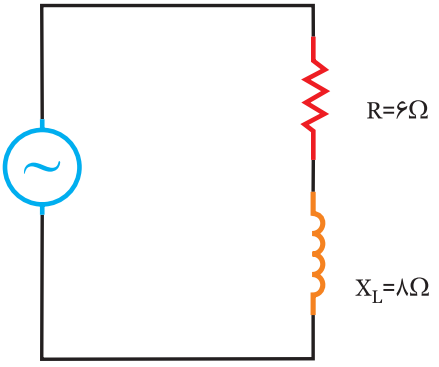
$$\text{Sin }\varphi=\frac{X_L s}{Z}\Rightarrow X_L s=.....\times\text{Sin }\varphi=X_L s=.....\times.....$$

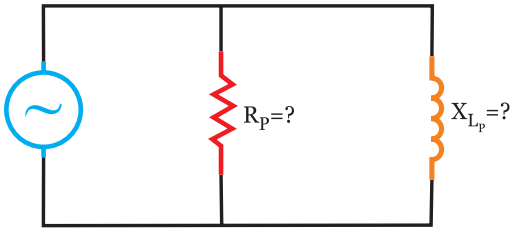
$$\Rightarrow\boxed{X_L s=.....}$$

فعالیت ۱۳

در مدار شکل (۳-۶۷) ابتدا،امپدانس (Z)، Cos φ و Sin φ را در حالت سری محاسبه کنید.

- سپس پارامترهای Rp و X_Lp را در حالت موازی محاسبه کرده و معادل مدار را در حالت موازی رسم کنید.





شکل (۳-۶۷)

حل

ابتدا، امپدانس (z) و ضریب قدرت (Cos φ) و Sin φ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:

$Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2} \Rightarrow Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$

$\Rightarrow$ Z=..... Ω

$\text{Cos } \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \text{Cos } \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Cos φ=.....

$\text{Sin } \varphi=\frac{X_L}{.....} \Rightarrow \text{Sin } \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Sin φ=.....

سپس مقادیر Rp و X_Lp را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

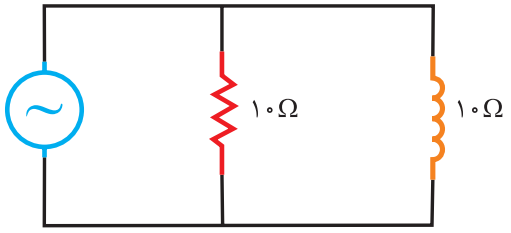
$\text{Cos } \varphi=\frac{.....}{Rp} \Rightarrow Rp=\frac{.....}{\text{Cos } \varphi} \Rightarrow Rp=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Rp=.....

$\text{Sin } \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow X_Lp=\frac{.....}{.....} \Rightarrow X_Lp=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ X_Lp=.....

تمرین

در مدار شکل (۳-۶۸) ابتدا معادل مدار را در حالت سری بدست آورید.

سپس توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری را هم در حالت سری و هم موازی محاسبه کنید.



شکل (۳-۶۸)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

پرسش‌های صحیح و غلط:

در یک مدار R_L موازی موارد صحیح یا غلط را تعیین کنید:

۱- در این مدار، در فرکانس F=۰ مدار به صورت اتصال کوتاه در می‌آید.

۲- در جریان dc، این مدار دارای ضریب قدرت واحد می‌شود. (Cos φ=۱)

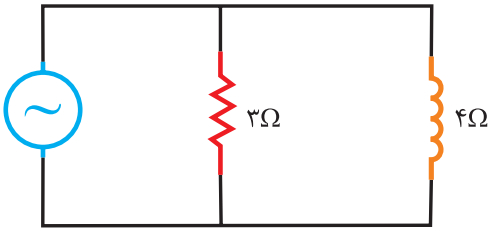
۳- در مدار شکل (۶۹-۳)، ضریب قدرت مدار برابر ۰/۶ است.

☐ صحیح ☐ غلط

☐ صحیح ☐ غلط

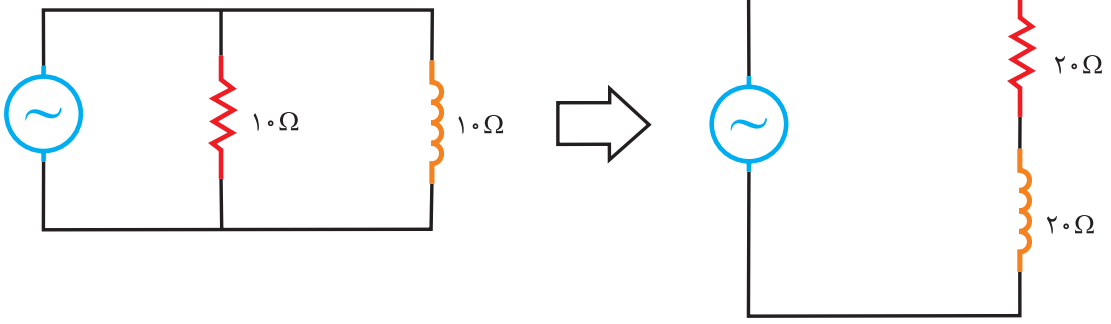
☐ صحیح ☐ غلط

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۶۹-۳)

۴- مدار معادل سری در این مدار مطابق شکل (۷۰-۳) است.

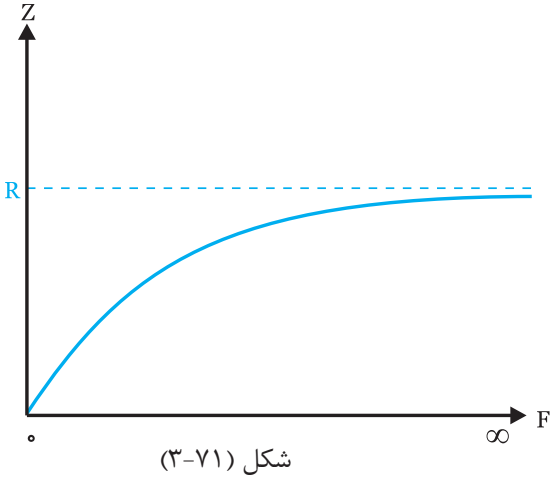


شکل (۷۰-۳)

☐ صحیح ☐ غلط

۵- منحنی در این مدار، مطابق شکل (۷۱-۳) است.

☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۷۱-۳)

۶- با توجه به پارامتر مورد نظر، رابطه مربوطه را مشخص کنید: «دو مورد اضافی است»

شماره هر رابطه را در محل مشخص شده بنویسید

۱- امپدانس ☐

۲- ضریب قدرت ☐

۳- توان اکتیو ☐

۴- توان ظاهری ☐

۵- ضریب کیفیت ☐

۱) $\cos\varphi=\frac{Z}{R}$

۲) $Z=\frac{R.X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$

۳) $tg\,\varphi=\frac{R}{X_L}$

۴) $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$

۵) $Pe=\frac{Ve^2}{R}$

۶) $Pd=\frac{Ve^2}{X_L}$

۷) $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$

۷- در مدار RL موازی، با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ..... می‌یابد.

۸- در این مدار، با افزایش فرکانس امپدانس ..... می‌یابد.

۹- در این مدار، افزایش مقاومت اهمی باعث می‌شود تا مدار حالت ..... یابد.

۱۰- در این مدار، توان اکتیو متناسب با مجذور ..... تغییر می‌کند.

۱- در مدار شکل (۷۲-۳) معادله ولتاژ $V_{(t)}=100\ Sin(400t)$ می‌باشد. مطلوبست محاسبه:

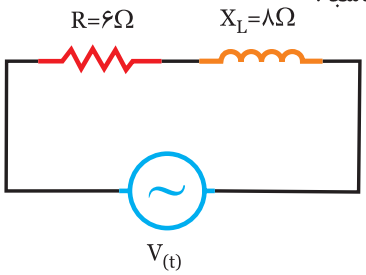
«دی ۸۴»

الف) امپدانس مدار

ب) معادله زمانی جریان

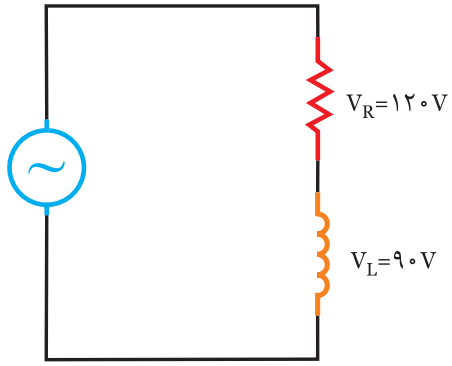
ج) ضریب خودالقایی سلف

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار



شکل (۷۲-۳)

۲- در مدارشکل (۷۳-۳) معادله زمانی جریان به صورت $I_{(t)}=۴\sqrt{۲}\ Sin\ ۵۰۰t$ است. مطلوبست: «خرداد ۸۵»



شکل (۷۳-۳)

الف) ولتاژ کل مدار

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

ج) مقادیر R و L

د) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

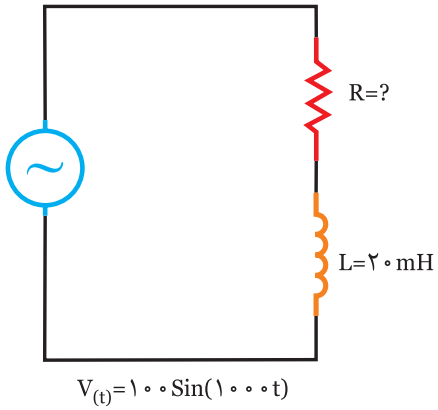
.....

.....

.....

.....

۳- در مدار شکل (۷۴-۳) ضریب کیفیت برابر ۱ است. مطلوبست: «دی ۸۵»



شکل (۷۴-۳)

الف) مقدار مقاومت R

ب) معادله زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

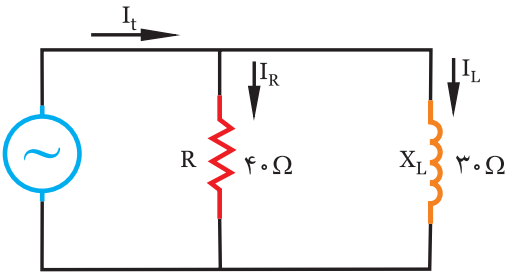
.....

۴- در مدار شکل (۳-۷۵) معادله زمانی ولتاژ به صورت $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ Sin\ ۲۵۰t$ است. مطلوبست: «شهریور ۸۶»

الف) امپدانس مدار

ب) معادلات زمانی جریان‌های مقاومت و سلف

ج) معادله زمانی جریان منبع



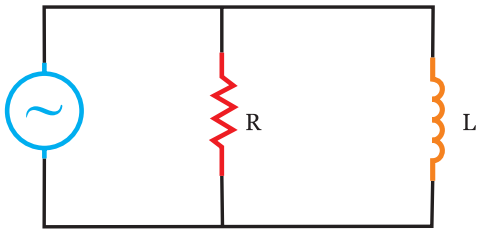
شکل (۳-۷۵)

۵- در مدار شکل (۳-۷۶) معادله ولتاژ و جریان منبع به ترتیب $V_{(t)}=۵۰۰\ Sin\ ۵۰۰t$ و $I=۵\ Sin(۴۰۰t-\frac{\pi}{۶})$ است. مطلوبست: «دی ۸۳»

الف) امپدانس کل مدار

ب) اندازه R

ج) اندازه L

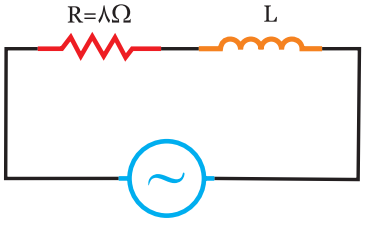


شکل (۳-۷۶)

۶- در مدار شکل (۷۷-۳) ضریب قدرت ۰/۸ =Cos φ می‌باشد. مطلوبست: «خرداد۸۷»

الف) مقدار L

ب) جریان منبع و معادله آن



$V_{(t)}=۱۰۰Sin(۱۰۰۰t+\frac{\pi}{۶})$

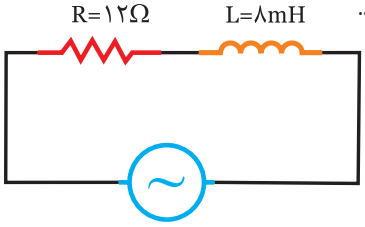
شکل (۷۷-۳)

۷- در مدار شکل (۷۸-۳) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) ضریب کیفیت مدار

ج) معادله زمانی جریان منبع



$V_{(t)}=۱۰۰Sin(۲۰۰۰t)$

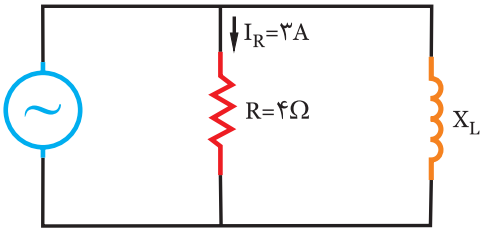
شکل (۷۸-۳)

۸- در مدار شکل (۷۹-۳) ضریب قدرت برابر ۰/۶ است، تعیین کنید: «دی ۸۶»

الف) امپدانس مدار

ب) معادلات جریان شاخه‌ها

راهنمایی: ابتدا با توجه به IR و R ولتاژ مدار و سپس Ie را محاسبه کنید:



شکل (۷۹-۳)

۹- با رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان در یک مدار RL سری رابطه $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$ را اثبات کنید.«شهریور ۸۱»

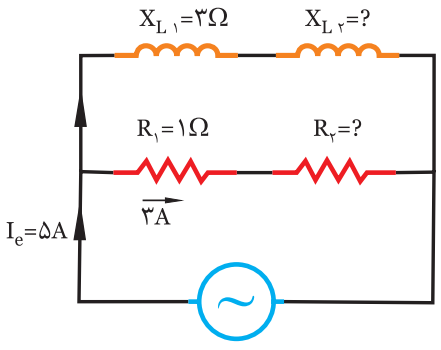
۱۰- در مدار شکل (۸۰-۳) مطلوبست: «خرداد ۸۳»

الف) امپدانس مدار

ب) مقدار $X_{L۲}$

ج) مقدار $R_۲$

راهنمایی: با توجه به معلوم بودن Ve و Ie، z را محاسبه کنید:



شکل (۸۰-۳)

سوالات چند گزینه ای

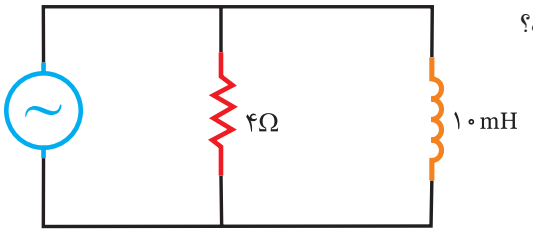
۱- امپدانس کل مدار جریان متناوب شکل (۸۱-۳) چند اهم است؟

الف) ۲

ب) $۴\sqrt{۲}$

ج) $۲\sqrt{۲}$

د) ۵



شکل (۸۱-۳)

۲- در یک مدار RL سری، مقاومت اهمی ۲۵ اهم و اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۶۰ درجه است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

($\cos ۶۰^\circ=۰/۵$, $\sin ۶۰^\circ=۰/۸۶$)

الف) ۱۴/۴

ب) ۱۴/۸

ج) ۴۱/۲

د) ۴۳/۳

۳- در یک مدار RL موازی مقاومت اهمی ۲۰ و ضریب قدرت ۰/۸ است. مقاومت سلفی چند اهم است؟

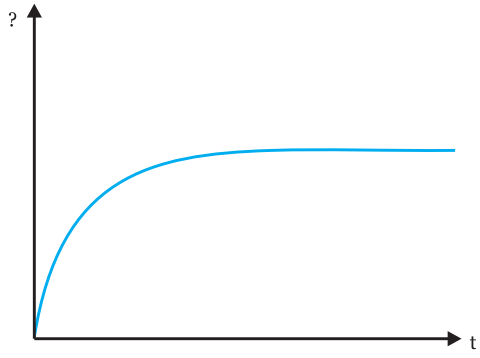
الف) ۱۲

ب) ۱۵

ج) ۲۳/۳

د) ۲۶/۶

۴- منحنی شکل (۸۲-۳) اثر فرکانس را در کدام مدار RL و روی کدام کمیت می‌باشد؟



شکل (۸۲-۳)

الف) موازی – جریان

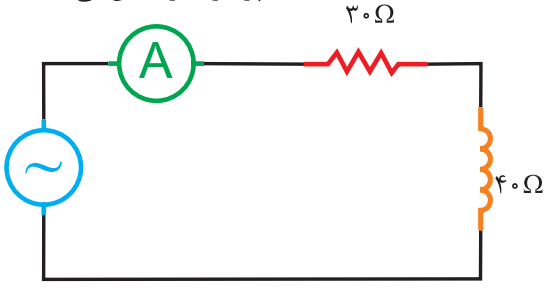
ب) سری – مقاومت

ج) موازی – مقاومت

د) سری – جریان

۵- در مدار شکل (۸۳-۳)، اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ ..... درجه و ولتاژ ورودی برابر ..... است.

آمپرمتر ۲A را نشان می‌دهد.



شکل (۸۳-۳)

$\text{Sin}^{-1}(۰/۶)=۳۷^\circ$

$\text{Sin}^{-1}(۰/۸)=۵۳^\circ$

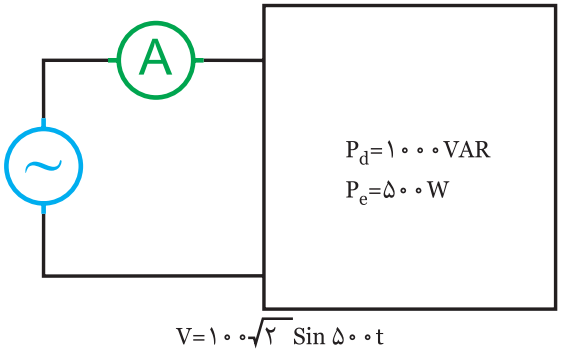
الف) ۵۳/۱ – ۱۰۰

ب) ۳۷ – ۱۰۰

ج) ۵۳/۱ – ۱۴۰

د) ۳۶/۹ – ۱۴۰

۶- در مدار شکل (۸۴-۳)، آمپرمتر چند آمپر جریان را نشان می‌دهد؟



شکل (۸۴-۳)

الف) ۱۱/۸

ب) ۱۵

ج) ۱۶/۶۷

د) ۲۰

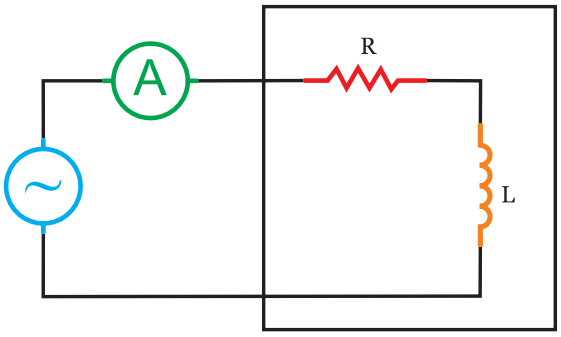
۷- در مدار شکل (۸۵-۳) R چند اهم است؟

الف) ۳

ب) ۴

ج) ۶

د) ۱۰



P_e=۱۲۰۰W P_d=۱۶۰۰VAR

شکل (۸۵-۳)

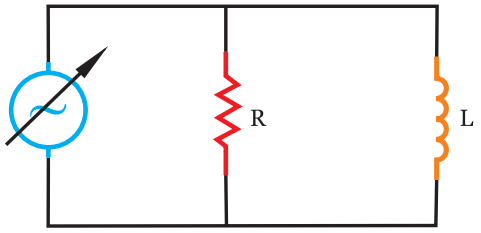
۸- درمدار شکل (۸۶-۳) با افزایش فرکانس کدام اتفاق می‌افتد؟

الف) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ زیاد می‌شود.

ب) اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ کم می‌شود.

ج) امپدانس ورودی مدار به سمت صفر میل می‌کند.

د) امپدانس ورودی مدار به سمت بی‌نهایت میل می‌کند.



شکل (۸۶-۳)

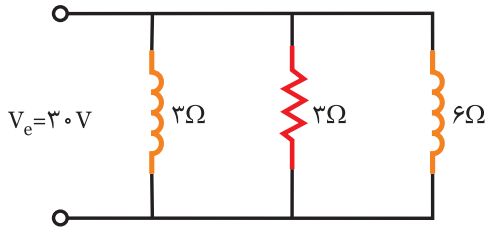
۹- در مدار شکل (۸۷-۳) توان ظاهری چند VA می‌باشد.

الف) ۷۵۰

ب) ۶۳۰

ج) ۵۴۰

د) ۱۵۰



شکل (۸۷-۳)

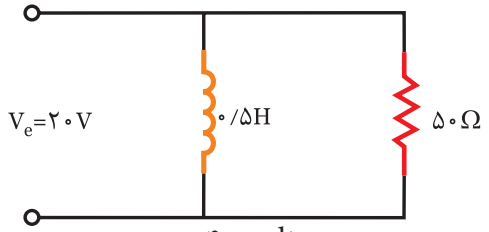
۱۰- ضریب کیفیت مدار شکل (۸۸-۳) کدام است؟

الف) ۰/۰۱

ب) ۰/۴

۳) ۲/۵

د) ۱۰۰



ω=۴۰(rad/s)

شکل (۸۸-۳)

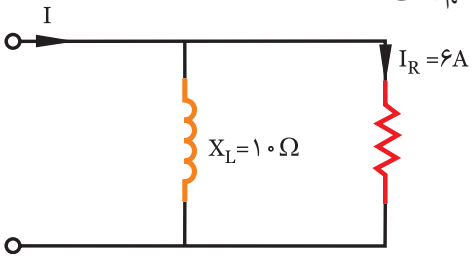
۱۱- در مدار شکل (۸۹-۳) اگر توان موثر ۳۶۰ وات باشد، امپدانس چند اهم است؟

الف) ۶

ب) $۵\sqrt{۲}$

ج) ۸

د) $۱۰\sqrt{۲}$



شکل (۸۹-۳)

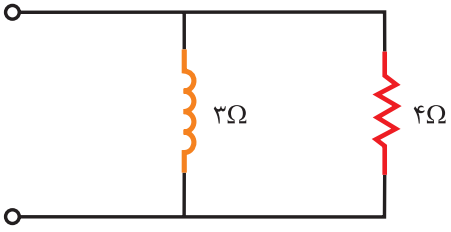
۱۲- در مدار شکل (۹۰-۳) ضریب قدرت چقدر است؟

الف) ۰/۵

ب) ۰/۶

ج) ۰/۸

د) ۱/۶۶



شکل (۹۰-۳)