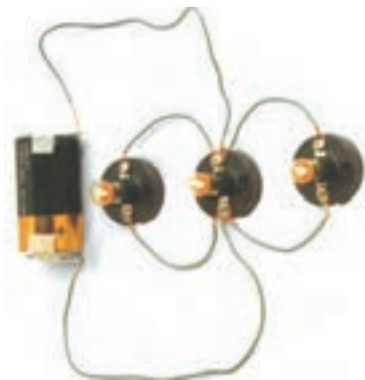


اتصال مقاومت ها به طور موازی

هدف های رفتاری

- در پایان این فصل، از هنرجو انتظار می رود :
 - ۱- اتصال موازی مقاومت ها را تعریف کند.
 - ۲- مقاومت معادل مدار موازی را تعریف کند.
 - ۳- مقاومت معادل چند مقاومت موازی را محاسبه کند.
 - ۴- توزیع جریان را در مدار موازی شرح دهد.
 - ۵- قانون جریان های کیرشهف را توضیح دهد.
 - ۶- توان را در مدار موازی شرح دهد و آن را محاسبه کند.
 - ۷- مشخصات و قوانین مدارهای موازی را نام ببرد.
 - ۸- جریان ها را در مدار موازی محاسبه کند.
 - ۹- مقاومت معادل را در مدار ترکیبی محاسبه کند.
 - ۱۰- جریان ها و ولتاژها را در مدار ترکیبی محاسبه کند.



۱۱-۱- اتصال مقاومت ها به طور موازی

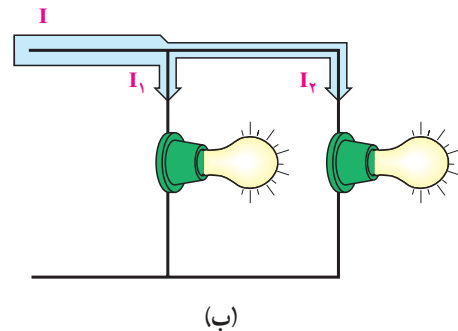
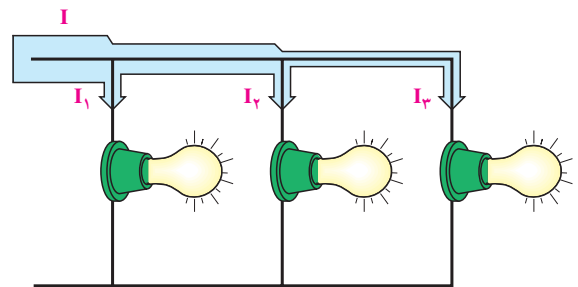
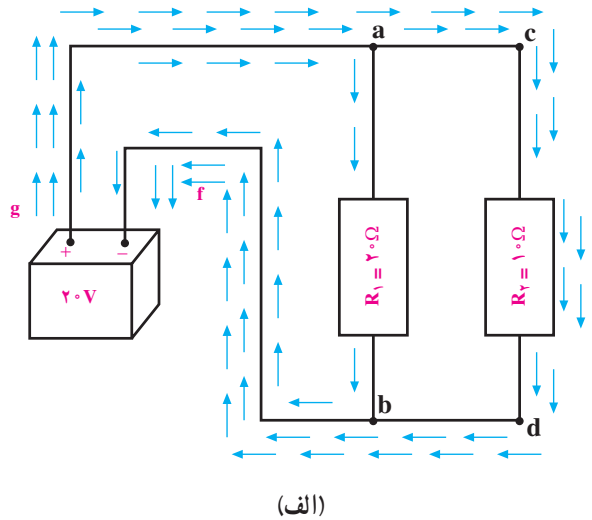
اگر بخواهند چند مصرف کننده با ولتاژ مساوی را هم زمان به یک منبع ولتاژ اتصال دهند، آن ها را به صورت موازی به دو سر منبع ولتاژ اتصال می دهند.

اتصال موازی بدین صورت است که یک طرف همه ی مصرف کننده ها به یک قطب منبع و طرف دیگر همه ی آن ها به قطب دیگر منبع وصل می شود (شکل ۱۱-۱).

شکل ۱۱-۱- اتصال لامپ ها به باتری به طور موازی

۱۱-۲- ولتاژ در مدار موازی

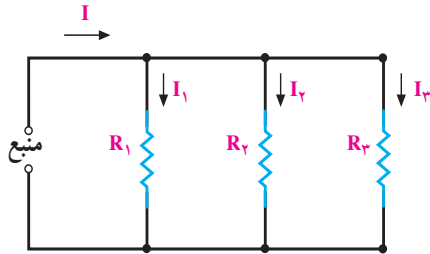
ولتاژ دو سر همه‌ی مصرف‌کننده‌ها در اتصال موازی، یکسان و برابر ولتاژ منبع تغذیه است ولی در صورت متفاوت بودن مقاومت آن‌ها جریان مصرف‌کننده‌ها متفاوت‌اند. در شکل ۱۱-۲ الف این موضوع نشان داده شده است.



شکل ۱۱-۲- مسیرهای جریان و اندازه‌ی آن‌ها

۱۱-۳- جریان در مدار موازی

در مدار موازی، بیش از یک مسیر برای عبور جریان وجود دارد. هریک از مسیرهای موازی را **شاخه** می‌گویند. در شکل ۱۱-۱ چهار مسیر موازی را مشاهده می‌کنید که شمای فنی آن‌ها در شکل ۱۱-۳ رسم شده است.



شکل ۱۱-۳

در مدارهای شکل ۱۱-۳، شدت جریان کل، با مجموع شدت جریان‌های شاخه‌های موازی برابر است؛ در صورتی که ولتاژ دو سر هر شاخه با شاخه‌های دیگر و دو سر منبع برابر می‌باشد. از این رو با استفاده از روابط قانون اهم، شدت جریان هر شاخه و شدت جریان کل را می‌توان به صورت زیر به دست آورد.

$$I_n = \frac{E}{R_n} \quad \leftarrow \text{شدت جریان شاخه‌ی } n\text{ام}$$

$$I_t = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad \leftarrow \text{شدت جریان کل مدار}$$

در صورت مساوی بودن مقاومت‌های شاخه‌های مدار، از هر شاخه شدت جریان مساوی با دیگر شاخه‌ها می‌گذرد اما اگر مقدار مقاومت‌های هر شاخه متفاوت باشد، هر شاخه‌ای که مقاومت کم‌تری دارد، شدت جریان بیش‌تری را عبور می‌دهد.

نتیجه: مقدار جریان عبوری از هر شاخه در مدار موازی نسبت عکس با مقدار مقاومت آن شاخه دارد.

این حالت در روابط زیر نشان داده شده است.

$$I \uparrow = \frac{E}{R \downarrow} \quad \text{یا} \quad I \downarrow = \frac{E}{R \uparrow}$$

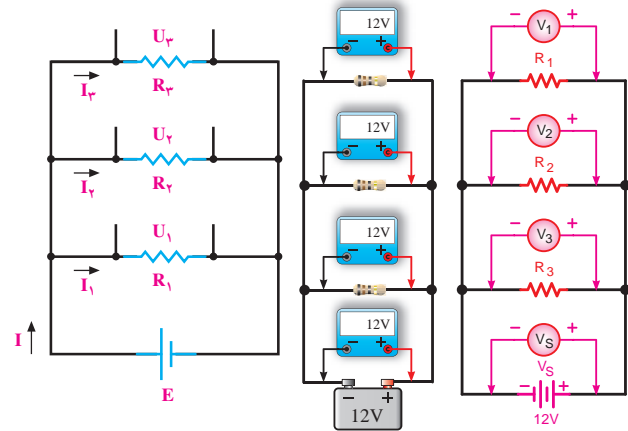
۱۱-۴- مقاومت در مدار موازی

مقاومت معادل: مقاومت کل (معادل) در مدار موازی، مقاومتی است که اگر به جای مقاومت‌های موازی قرار گیرد، شدت جریان کل مدار را تغییر ندهد. در مدار موازی، با افزایش

شاخه‌های مدار تعداد مسیرهای جریان زیادتر می‌شود و شدت جریان کل افزایش می‌یابد. افزایش شدت جریان بدین معناست که مقاومت معادل، کاهش یافته است. در شکل ۱۱-۳ جریان کل و جریان شاخه‌ها مشخص شده است.

مدار شکل ۱۱-۴ را با سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3

در نظر می‌گیریم.



شکل ۱۱-۴

در مدار موازی ولتاژ منبع با ولتاژ دو سر شاخه‌ها برابر است و جریان کل از مجموع جریان‌های شاخه‌ها به دست می‌آید. روابط ۱ و ۲ این معنی را نشان می‌دهد.

$$E = U_1 = U_2 = U_3 \quad (1)$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (2)$$

طبق قانون اهم می‌توان نوشت:

$$I = \frac{E}{R_t^*}, \quad I_1 = \frac{E}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E}{R_2}, \quad I_3 = \frac{E}{R_3}$$

مقادیر مساوی جریان‌ها را در رابطه ۲ قرار می‌دهیم.

$$\frac{E}{R_t} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

با فاکتورگیری و حذف مقادیر مساوی E از طرفین تساوی،

به رابطه ۳ می‌رسیم.

$$\frac{E}{R_t} = E \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (3)$$

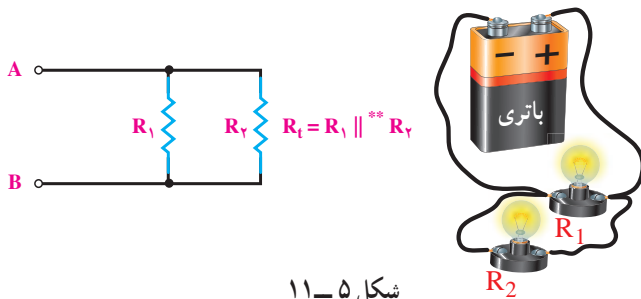
حالات خاص

I- رابطه‌ی مقاومت معادل بین دو مقاومت موازی شکل

۱۱-۵ چنین محاسبه می‌شود.

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



شکل ۱۱-۵

II- در صورتی که مقاومت‌های موازی شده با هم مساوی

باشند، مقاومت معادل چنین به دست می‌آید:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} (1 + 1 + \dots + 1)$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} \times n = \frac{n}{R}$$

$$R_t = \frac{R}{n}$$

n تعداد مقاومت‌های موازی شده و R یکی از آن‌هاست.

* - معمولاً مقاومت معادل در مدار موازی را با R_{eq} نشان می‌دهند. eq مخفف کلمه‌ی equivalent به معنای معادل است ولی در این کتاب جهت سادگی،

مقاومت معادل در مدار موازی نیز با R_t نمایش داده شده است.

** - علامت دو خط موازی (||) را برای اختصار در به کار بردن کلمه‌ی موازی به کار می‌برند؛ مثلاً $R_1 || R_2$ یعنی موازی R_1 و R_2 است.

$$E = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

حال اگر مقدار E را در رابطه‌ی ۵ جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$I_1 = \frac{I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_1}$$

$$I_1 = I \frac{R_1 R_2}{R_1 (R_1 + R_2)} \Rightarrow I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

نتیجه: جریان کل در شاخه‌های موازی، به نسبت عکس مقاومت‌های شاخه‌ها تقسیم می‌شود.

I_1 نیز به ترتیب زیر به دست می‌آید.

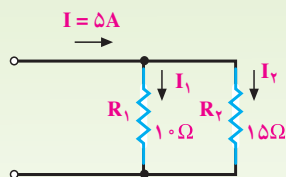
$$I_2 = \frac{E}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} = I \frac{R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_2)}$$

با حذف R_2 از صورت و مخرج داریم:

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

مثال ۲: شدت جریان هر شاخه از مدار شکل ۱۱-۸ را به دست آورید.

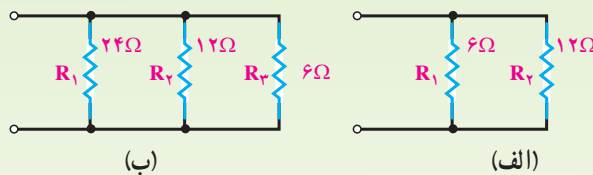


شکل ۱۱-۸

رابطه‌ی جریان شاخه‌ی R_1 : $I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

$$I_1 = \frac{5 \times 15}{15 + 10}$$

مثال ۱: مقاومت معادل مدارهای شکل ۱۱-۶ را به دست آورید.



شکل ۱۱-۶

مقاومت معادل مدار الف برابر است با

$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4 \Omega$$

هم‌چنین، در مدار ب مقاومت معادل برابر است با

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1+2+4}{24} = \frac{7}{24}, \quad R_t = \frac{24}{7} = 3 \frac{3}{7} \Omega$$

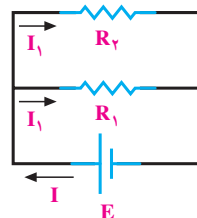
III - با توجه به مدار شکل ۱۱-۷ و به کارگیری قانون

اهم برای هر شاخه، به این نتیجه می‌رسیم:

رابطه‌ی (۱) $E = I_1 R_1$

رابطه‌ی (۲) $E = I_2 R_2$

رابطه‌ی (۳) $E = I R_t$



شکل ۱۱-۷

مقاومت معادل مدار فوق برابر است با

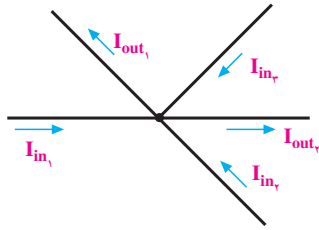
$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4)$$

از رابطه‌ی ۱ جریان I_1 را به دست می‌آوریم.

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \quad (5)$$

رابطه‌ی ۴ را در رابطه‌ی ۳ قرار می‌دهیم:

در شکل ۱۱-۱۰ جریان‌هایی که وارد گره شده‌اند با I_{in} و جریان‌هایی که از گره دور یا خارج شده‌اند با I_{out} نمایش داده شده است.



شکل ۱۱-۱۰- جریان‌های وارد شونده و خارج شونده از یک گره

با توجه به قانون جریان کیرشهف، برای شکل ۱۱-۱۰ رابطه‌ی زیر را می‌توان نوشت:

$$I_{in_1} + I_{in_2} + I_{in_3} = I_{out_1} + I_{out_2}$$

قانون گفته شده را این گونه نیز می‌توان تعریف کرد: جمع

جبری جریان‌ها در یک گره برابر صفر است؛ یعنی: $\sum I = 0$

$$I_{in_1} + I_{in_2} + I_{in_3} - I_{out_1} - I_{out_2} = 0$$

در این رابطه، جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند مثبت و جریان‌های خارج شده از گره منفی در نظر گرفته شده‌اند. عکس این حالت نیز صادق است.

$$-I_{in_1} - I_{in_2} - I_{in_3} + I_{out_1} + I_{out_2} = 0$$

رابطه‌ی کلی جریان کیرشهف:

$$\sum I_{in} = \sum I_{out}$$

یا

$$\sum I = 0$$

مثال ۴: در مدار شکل ۱۱-۱۱:

۱- تعیین تعداد نقطه‌ی گره،

۲- تعیین تعداد شاخه،

۳- رابطه‌ی جریان در گره‌های A و B را تعیین کنید.

راه حل:

۱- دو گره A و B

$$I_1 = \frac{V_5}{R_1} = 3A \quad \text{جریان شاخه‌ی } R_1$$

$$\text{جریان شاخه‌ی } R_2$$

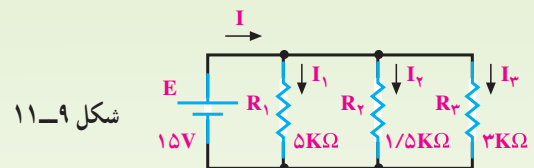
$$I_2 = I - I_1 = 5 - 3 = 2A$$

یا

$$I_2 = I \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 5 \times \frac{1}{25} = 2A$$

مثال ۳: در مدار شکل ۱۱-۹ شدت جریان هر شاخه و

شدت جریان کل را به دست آورید.



شکل ۱۱-۹

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{15V}{5 \times 10^3} = 3mA$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{15V}{1/5 \times 10^3} = 10mA$$

$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{15V}{3 \times 10^3} = 5mA$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = 3 + 10 + 5 \quad I = 18mA$$

۱۱-۵- قانون جریان کیرشهف^۱

در هر شبکه^۲ انشعاب‌های زیادی وجود دارد. محل اتصال

بیش از دو شاخه از مدار را **نقطه‌ی گره** یا **نقطه‌ی انشعاب** و

فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی گره را **شاخه** گویند.

بر اساس قانون جریان کیرشهف، مجموع جریان‌های وارد

شده به هر نقطه‌ی گره با مجموع جریان‌های خارج شده از آن

نقطه برابر است.

۱- Kirchhoff's Current law

۲- شبکه شامل مجموعه‌ای از مقاومت‌های سری، موازی یا ترکیبی، همراه با منابع تغذیه است.

در حالت کلید باز، توانی که منبع تولید می کند برابر با توانی است که مقاومت R_1 مصرف می کند.

(ب) با بستن کلید، جریان کل افزایش می یابد (سه برابر می شود. چرا؟) و از مقاومت معادل کاسته می شود ($\frac{1}{3}$ می شود.

چرا؟). بنابراین، جریان منبع برابر است با

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_t = 100 + 100 + 100 = 3 \times 100 = 300 \text{ mA}$$

$$P_t = I_t \cdot U = 300 \times 10^{-3} \times 12 = 3/6 \text{ W}$$

توان مصرفی هر مقاومت برابر است با

$$P_1 = U \cdot I_1 = 12 \text{ V} \times 100 \times 10^{-3} = 1/2 \text{ W}$$

$$P_2 = U \cdot I_2 = 12 \text{ V} \times 100 \times 10^{-3} = 1/2 \text{ W}$$

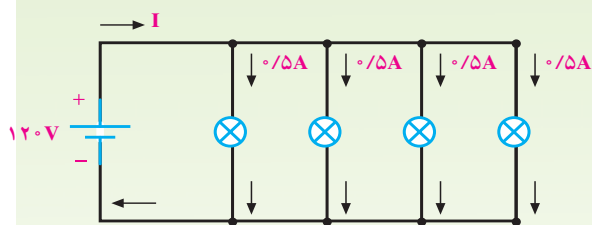
$$P_3 = U \cdot I_3 = 12 \text{ V} \times 100 \times 10^{-3} = 1/2 \text{ W}$$

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/6 \text{ W}$$

نتیجه: توان تولید شده توسط منبع، با مجموع توان های مصرفی شاخه های موازی برابر است.

مثال ۶: برای تغذیه ی لامپ های مشابه شکل ۱۱-۱۳

که به طور موازی بسته شده اند، چه توانی از منبع به لامپ ها منتقل می شود؟



شکل ۱۱-۱۳

راه حل:

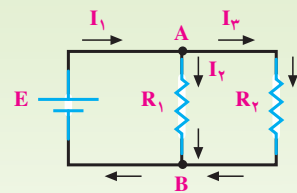
$$P_1 = U \cdot I_1 = 120 \times 0/5 = 60 \text{ (W)}$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 60 \text{ (W)}$$

$$P_t = 4 \times 60 \text{ W} = 240 \text{ (W)}$$

$$I_t = 4 \times 0/5 = 2 \text{ A} \quad \text{یا}$$

$$P_t = U \cdot I_t = 120 \times 2 = 240 \text{ (W)}$$



شکل ۱۱-۱۱

۲- سه شاخه یعنی فاصله ی بین دو گره A و B از سه

مسیر یعنی مسیر منبع، مسیر R_1 و مسیر R_2 تشکیل شده است.

در گره A $\sum I = 0 \Rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ۳-

در گره B $\sum I = 0 \Rightarrow I_2 + I_3 - I_1 = 0$

۱۱-۶- توان مصرفی در مدار موازی

پیش از این با توان مجاز و توان مصرفی یک مقاومت

آشنا شده اید. اگر چند مقاومت، موازی با منبع بسته شوند توان

تولید شده توسط منبع با جمع توان های مصرفی شده در مقاومت ها

برابر است. چرا؟

با استفاده از روابط محاسبه ی توان - که قبلاً ذکر شده

است - می توان مقدار توان را در مدارهای موازی به دست آورد.

این روابط عبارتند از:

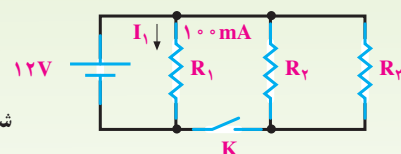
$$P = U \cdot I, \quad P = RI^2, \quad P = \frac{U^2}{R}$$

مثال ۵: توان مصرفی کل شبکه در شکل ۱۱-۱۲ در دو حالت

الف و ب چه قدر است؟ در صورتی که $R_1 = R_2 = R_3$ باشد،

الف: کلید K باز است.

ب: کلید K بسته است.



شکل ۱۱-۱۲

راه حل:

(الف)

$$P_{R1} = U \cdot I_1$$

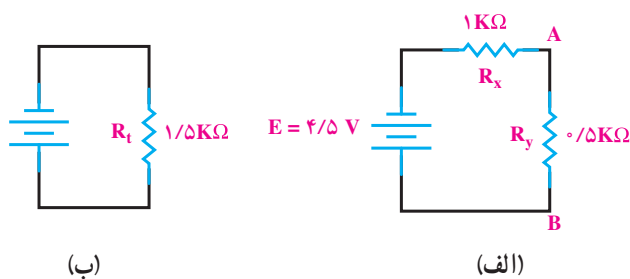
$$P_{R1} = 12 \text{ V} \times 100 \times 10^{-3} = 1/2 \text{ (W)}$$

$$P_t = E \cdot I$$

$$P_t = 12 \text{ V} \times 100 \times 10^{-3} = 1/2 \text{ (W)}$$

۱۱-۷ مدارهای ترکیبی (سری - موازی)

مدار سری - موازی به مداری گفته می‌شود که در آن ترکیبی از مقاومت‌های سری و موازی وجود داشته باشد. در شکل ۱۱-۱۴ شمای فنی مدار سری - موازی اهمی را مشاهده می‌کنید.



شکل ۱۱-۱۵ - مدار معادل شکل ۱۱-۱۴

جریان کل از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{4/5V}{1/5k\Omega} = 3mA$$

در شکل ۱۱-۱۵ الف شدت جریان کل از R_1 و R_2 ، (R_x) عبور می‌کند. با داشتن جریان عبوری از R_x می‌توان افت ولتاژ دو سر آن را حساب کرد.

$$U_{R_x} = I \cdot R_x$$

$$U_{R_x} = 3mA \times 1k\Omega = 3V$$

طبق قانون ولتاژ کیرشهف، ولتاژ دو سر بخش موازی (R_y) یعنی U_{AB} برابر است با

$$U_{AB} = E - U_{R_x}$$

$$U_{AB} = U_{R_y} = 4/5V - 3V = 1/5V$$

جریان کل، بعد از عبور از مقاومت‌های R_1 و R_2 در نقطه‌ی A تقسیم می‌شود. جریان هر شاخه را از دوراه می‌توان محاسبه کرد.

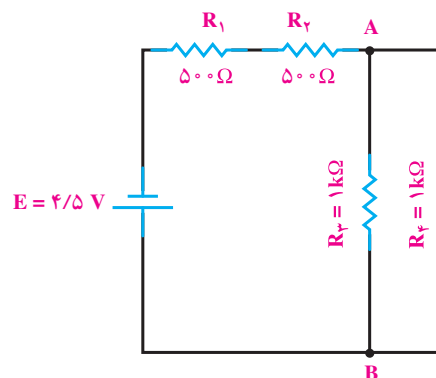
راه اول:

$$I_{R_3} = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{1/5V}{1k\Omega} = 1/5mA$$

$$I_{R_4} = \frac{U_{AB}}{R_4} = \frac{1/5V}{1k\Omega} = 1/5mA$$

راه دوم:

$$I_{R_3} = I \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 3A \frac{1k\Omega}{1k\Omega + 1k\Omega} = 1/5mA$$



شکل ۱۱-۱۴ - مدار مختلط (سری - موازی)

مدارهای سری - موازی از قوانین مربوط به مدار سری و موازی تبعیت می‌کنند. مثلاً در شکل ۱۱-۱۴ مقاومت‌های R_1 و R_2 به‌طور سری و مقاومت‌های R_3 و R_4 به‌طور موازی بسته شده‌اند.

مقاومت معادل قسمت سری (R_x) برابر است با:

$$R_x = R_1 + R_2$$

$$R_x = 500 + 500 = 1000\Omega = 1k\Omega$$

مقاومت معادل قسمت موازی (R_y) برابر است با

$$R_y = R_3 \parallel R_4$$

$$R_y = \frac{1000}{2} = 500\Omega = 0.5k\Omega$$

مقاومت R_x ، $(R_1 + R_2)$ و $(R_3 \parallel R_4)$ ، R_y با هم

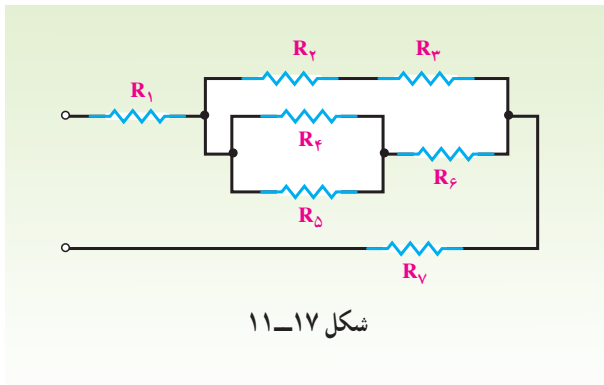
سری هستند و معادل آن دو - یعنی R_t - برابر است با

$$R_t = R_x + R_y$$

$$R_t = 1 + 0.5 = 1.5k\Omega$$

مدارهایی که برای مراحل گفته شده می‌توان رسم کرد، در

شکل‌های ۱۱-۱۵ الف و ۱۱-۱۵ ب آمده است.

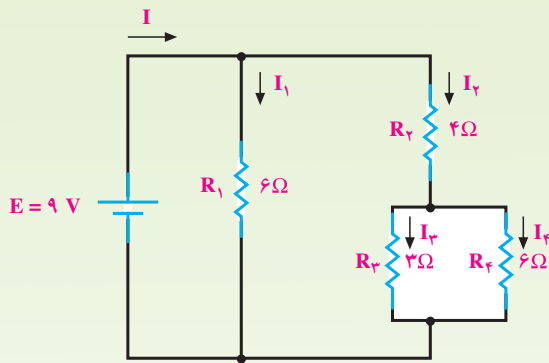


شکل ۱۱-۱۷

راه حل:

$$R_t = R_1 + \left\{ (R_2 + R_3) \parallel [(R_4 \parallel R_5) + R_6] \right\} + R_7$$

مثال ۹: مقاومت معادل، جریان کل و جریان هر شاخه از مدار شکل ۱۱-۱۸ را به دست آورید.



شکل ۱۱-۱۸

راه حل:

$$R_{3,4} = R_4 \parallel R_3 = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Omega$$

$$R_{3,4} + R_2 = 2 \Omega + 4 \Omega = 6 \Omega$$

$$R_t = R_1 \parallel R_{2,3,4} = \frac{6 \Omega}{2} = 3 \Omega \quad \text{مقاومت کل}$$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{9V}{3 \Omega} = 3A \quad \text{شدت جریان کل}$$

شدت جریان I_1 از تقسیم کردن ولتاژ منبع بر R_1 به دست می آید.

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{9V}{6 \Omega} = 1.5A$$

شدت جریان I_2 پس از عبور از R_2 به I_3 و I_4 تقسیم

$$I_{R_2} = I \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 3A \frac{1k\Omega}{1k\Omega + 1k\Omega} = 1.5mA$$

در هر مدار، توان کل از مجموع توان های جزء مصرف شده در آن مدار به دست می آید.

$$P_T = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4}$$

توان مصرفی R_1

$$P_{R_1} = R_1 I^2 = 6k\Omega \times (3mA)^2 = 4.5mW$$

$$P_{R_2} = P_{R_1} = 4.5mW \quad \text{توان مصرفی } R_2$$

توان مصرفی R_3

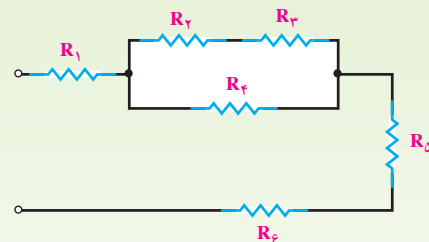
$$P_{R_3} = R_3 I_3^2 = 1k\Omega \times (1.5mA)^2 = 2.25mW$$

توان مصرفی R_4

$$P_{R_4} = P_{R_3} = 2.25mW$$

$$P_T = 4.5mW + 4.5mW + 2.25mW + 2.25mW = 13.5mW \quad \text{توان کل}$$

مثال ۷: در مدار شکل ۱۱-۱۶ مشخص کنید کدام مقاومت ها با هم سری و کدام مقاومت ها با هم موازی اند؟



شکل ۱۱-۱۶

راه حل: R_2 و R_3 با هم سری، R_2, R_3 با R_4 موازی و R_1 و (R_2, R_3, R_4) و R_5 و R_6 با هم سری اند. خلاصه ی این توضیح را به صورت زیر می توان نوشت:

$$R_t = R_1 + [(R_2 + R_3) \parallel R_4] + R_5 + R_6$$

مثال ۸: در مدار شکل ۱۱-۱۷ مقاومت های سری و موازی را به صورت نمادین (سمبلیک) بنویسید.

عبوری از آن در مقدار R_1 به دست می آید.

$$U_{R_1} = R_1 I_1$$

$$I = I_1 = 1A$$

$$U_{R_1} = 15\Omega \times 1A = 15V$$

$$U_{R_2,3} = U_{R_2} = U_{R_3} = E - U_{R_1} = 40 - 15 = 25V \quad \text{یا}$$

چون R_2 و R_3 با هم مساوی اند، شدت جریان کل به نسبت مساوی بین آن دو تقسیم می شود؛ یعنی:

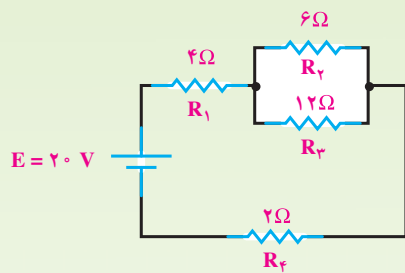
$$I_2 = \frac{I}{2} = \frac{1A}{2} = 0.5A$$

$$U_{R_2} = I_2 R_2$$

$$U_{R_2} = 0.5A \times 50\Omega = 25V$$

مثال ۱۱: توان کل و توان R_2 را در مدار شکل

۱۱-۲۰ حساب کنید.



شکل ۱۱-۲۰

راه حل: ابتدا مقاومت معادل را حساب می کنیم.

$$R_t = R_1 + (R_2 \parallel R_3) + R_4$$

$$R_2 \parallel R_3 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{12\Omega}{3} = 4\Omega$$

$$R_t = 4\Omega + 4\Omega + 2\Omega$$

$$R_t = 10\Omega$$

با به دست آوردن R_t و داشتن ولتاژ کل، توان کل از

رابطه‌ی زیر به دست می آید.

$$P_t = \frac{(E)^2}{R_t}$$

$$P_t = \frac{(20)^2}{10} = 40(W)$$

می شود؛ بنابراین، جریان I_2 برابر است با

$$I_2 = I_{2,3,4} = \frac{E}{R_{2,3,4}} = \frac{9V}{6\Omega} = 1.5A$$

شدت جریان I_3 را از تقسیم کردن جریان I_2 بین R_2 و

R_3 محاسبه می کنیم.

$$I_3 = I_2 \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$I_3 = \frac{1.5A \times 6\Omega}{(6+3)\Omega} = 1A$$

با داشتن شدت جریان I_2 و I_3 می توان با عمل تفریق،

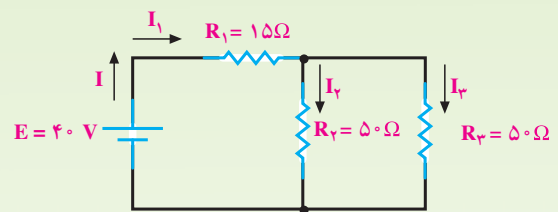
شدت جریان I_4 را به دست آورد.

$$I_4 = I_2 - I_3$$

$$I_4 = 1.5A - 1A = 0.5A$$

مثال ۱۰: افت ولتاژ دو سر R_1 و R_2 را در مدار شکل

۱۱-۱۹ حساب کنید.



شکل ۱۱-۱۹

راه حل: با محاسبه‌ی مقاومت معادل، شدت جریان کل

را به دست می آوریم.

$$R_2 \parallel R_3 = \frac{50\Omega}{2} = 25\Omega$$

$$R_t = R_1 + R_{2,3}$$

$$R_t = 15\Omega + 25\Omega = 40\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{40V}{40\Omega}$$

$$I = 1A$$

افت ولتاژ دو سر R_1 از حاصل ضرب شدت جریان

۸-۱۱- مشخصات مدار موازی

۱- ولتاژ دو سر هر شاخه از مدار موازی برابر ولتاژ منبع است.

$$E = U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

۲- جریان عبوری از هر شاخه با مقدار مقاومت آن شاخه نسبت عکس دارد.

$$\uparrow I = \frac{U}{\downarrow R} \quad \text{و} \quad \downarrow I = \frac{U}{R \uparrow}$$

۳- جریان کل از مجموع جریان‌های شاخه‌ها به دست می‌آید.

$$I_T = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

۴- مقاومت کل مدار از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

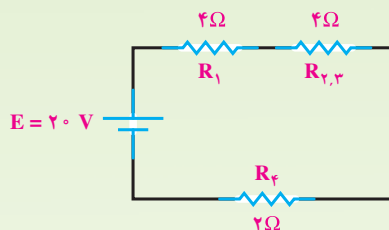
۵- مقدار مقاومت کل (معادل) از کم‌اهم‌ترین مقاومت‌های مدار نیز کم‌تر است.

۶- توان کل برابر مجموع توان مقاومت‌های مدار است.

$$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

۷- قطع (باز) شدن یک شاخه نقشی در جریان سایر شاخه‌ها ندارد اما جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

برای محاسبه‌ی توان مصرفی R_f ابتدا مدار شکل ۱۱-۲۰ را ساده کرده و به مدار سری تبدیل می‌کنیم (مطابق شکل ۱۱-۲۱).



شکل ۱۱-۲۱

اکنون با استفاده از تقسیم ولتاژها در مدار سری، افت ولتاژ دو سر R_3 و R_2 را به دست می‌آوریم.

$$U_{R_{2,3}} = E \frac{R_{2,3}}{R_t} = E \frac{R_{2,3}}{R_1 + R_{2,3} + R_f}$$

$$U_{R_{2,3}} = \frac{20V \times 4\Omega}{4 + 4 + 2} = 8V$$

چون R_2 با R_3 موازی است، پس $U_{R_2} = U_{R_3}$ خواهد بود.

مقدار توان R_2 با استفاده از رابطه‌ی توان چنین می‌شود:

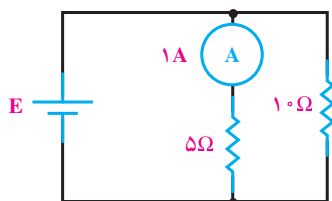
$$P_{R_2} = \frac{(U_{R_2})^2}{R_2}$$

$$P_{R_2} = \frac{(8V)^2}{6\Omega} = \frac{64V}{6\Omega}$$

$$P_{R_2} = \frac{32}{3} (W)$$

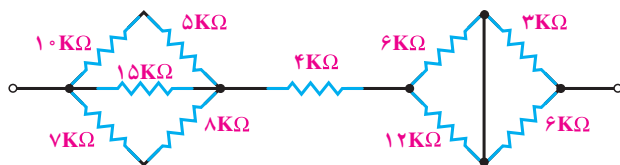


- ۱- چرا مقاومت‌ها را موازی می‌بندند؟
- ۲- مقاومت معادل مدار موازی را تعریف کنید.
- ۳- حالت‌های خاص را در محاسبه‌ی مقاومت معادل توضیح دهید.
- ۴- در مدار موازی، جریان کل چگونه بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود؟
- ۵- در مدار موازی از کدام قانون کیرشهف کمک می‌گیرید؟
- ۶- مدار ترکیبی از چه قوانینی پیروی می‌کند؟
- ۷- مصرف‌کننده‌های برقی به چه صورت به شبکه بسته می‌شوند؟



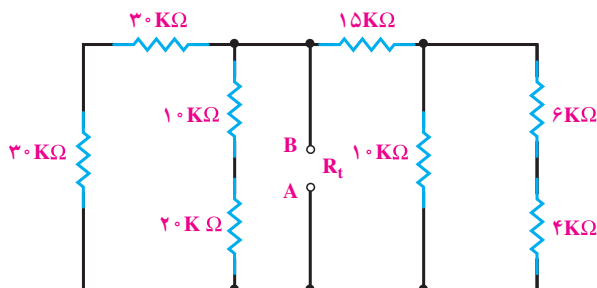
شکل ۱۱-۲۲

- ۱- در شکل ۱۱-۲۲ ولتاژ باتری (E) و جریان کل چه قدر است؟
(جواب: $5V$ $1/5A$)



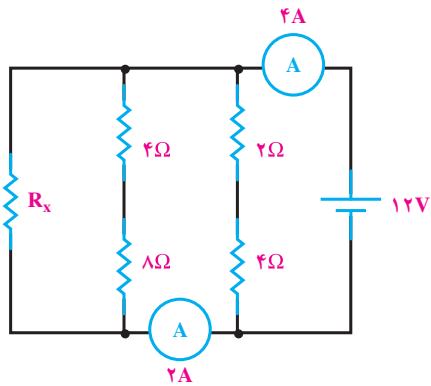
شکل ۱۱-۲۳

- ۲- مقاومت معادل مدار شکل ۱۱-۲۳ چه قدر است؟
(جواب: $15k\Omega$)



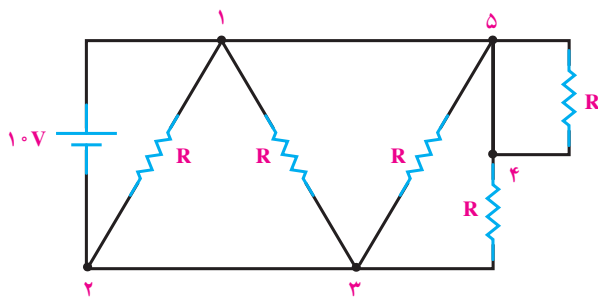
شکل ۱۱-۲۴

- ۳- مقاومت معادل مدار R_t بین دو نقطه‌ی A و B در مدار شکل ۱۱-۲۴ چه قدر است؟ اگر بین دو نقطه‌ی A و B منبع ولتاژ $100V$ ولتی وصل شود، جریان کل چه قدر است؟
(جواب: $10mA$ - $10k\Omega$)



شکل ۱۱-۲۵

۴- مقدار مقاومت در مدار R_x در مدار شکل ۱۱-۲۵ چه قدر است؟
(جواب: 12Ω)



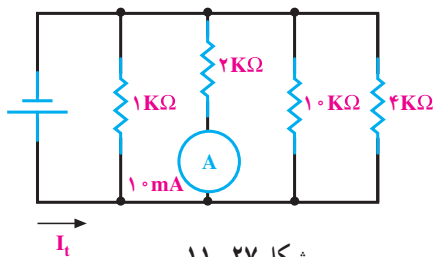
شکل ۱۱-۲۶

۵- در شکل ۱۱-۲۶ اختلاف پتانسیل های U_{54} , U_{53} , U_{13} , U_{12} , U_{43} , U_{23} و U_{15} را به دست آورید.
جواب:

$$U_{12} = U_{13} = U_{53} = 10V$$

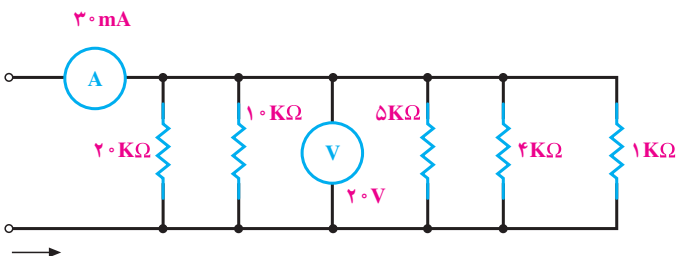
$$U_{54} = 0, U_{43} = 10V$$

$$U_{15} = U_{23} = 0$$



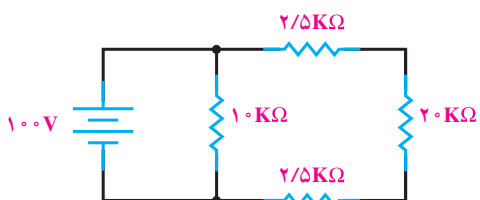
شکل ۱۱-۲۷

۶- در مدار شکل ۱۱-۲۷، I_t چه قدر است؟
(جواب: $37mA$)



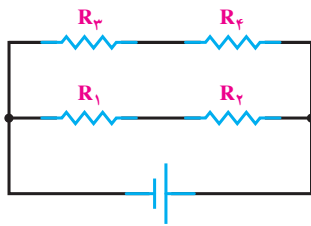
شکل ۱۱-۲۸

۷- در مدار شکل ۱۱-۲۸ کدام مقاومت باز شود تا دستگاه های اندازه گیری مقدار داده شده در شکل را نشان دهند؟
(جواب: $10k\Omega$)



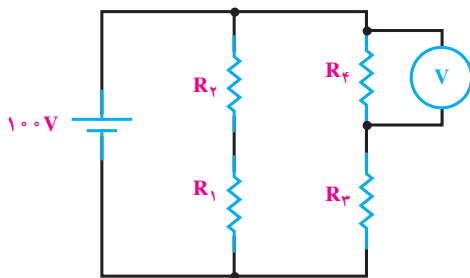
شکل ۱۱-۲۹

۸- توان کل مدار شکل ۱۱-۲۹ چه قدر است؟
(جواب: $1/4W$)



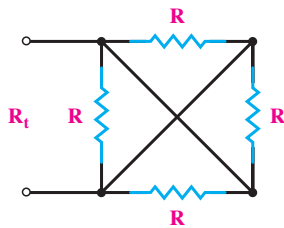
شکل ۱۱-۳۰

۹- در مدار شکل ۱۱-۳۰ اگر R_f را قطع یا دو سر آن را به وسیله سیمی به هم وصل کنیم، در توان R_f چه تغییری حاصل می شود؟



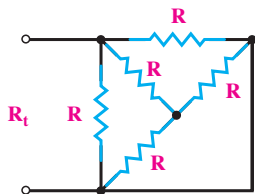
شکل ۱۱-۳۱

۱۰- در مدار شکل ۱۱-۳۱ در چه صورت ولت متر عدد صفر را نشان می دهد؟ (جواب: $R_f = 0$ یا در قسمت های $CD-AB$ یا DE قطع شدگی باشد.)



شکل ۱۱-۳۲

۱۱- در شکل ۱۱-۳۲ مقدار R_f چه قدر است؟ (جواب: $\frac{R}{4}$)



شکل ۱۱-۳۳

۱۲- مقاومت معادل شکل ۱۱-۳۳ چه قدر است؟ (جواب: $\frac{3}{8}R$)

۱۳- در مداری با یک فیوز ۶ آمپری، چند لامپ 40° واتی، 220° ولتی می توانند روشن باشند، بدون این که جریان برق قطع شود؟ اگر از یک اتوی برقی 75° واتی استفاده شود، چند عدد از لامپ ها را می توان روشن کرد؟

(جواب: ۳۳ لامپ و ۱۴ لامپ)