

## سیمای فصل هفتم

۷- سیستم راهگاهی

۷-۱- قانون برنولی

۷-۲- قانون تریچلی

۷-۳- قانون تداوم یا پیوستگی

۷-۴- قانون پاسکال

۷-۵- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب)

۷-۶- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاهی

۷-۷- سرعت خطی مذاب

۷-۸- تعیین زمان بارریزی

## ۷- سیستم راهگاهی

برای تولید یک قطعه ریختگی سالم نیاز به یک سیستم راهگاهی مناسب می‌باشد. بنابراین طراحی سیستم راهگاهی بسیار مهم است. برای طراحی سیستم راهگاهی مناسب نیاز است که قوانین مربوط به جریان مذاب در سیستم راهگاهی و درون قالب را مطالعه شود. برای این منظور می‌توان از قوانین مربوط به مکانیک سیالات استفاده نمود، لذا باید مذاب را یک سیال کامل (ایده‌آل) در نظر گرفت. در صورتی که در واقع در هنگام بارریزی و نیز قرار گرفتن فلز مذاب در قالب، سیالیت، گرانروی و دیگر خواص مذاب در حال تغییر است. بنابراین برای فهمیدن بهتر اصول محاسبه سیستم‌های راهگاهی باید قوانین و اصول مهم علمی آنها را مطالعه نمود.

### ۷-۱- قانون برنولی :

سیستم بسته عبارت است از محیطی که کاملاً مستقل از اطراف آن است و با محیط اطراف آن مبادله کار و گرما نمی‌کند.

براساس قانون برنولی در یک سیستم بسته، مجموع انرژی برای مایعات ایده‌آل مقدار ثابتی است. به طوری که در سیستم بسته انرژی از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند، اما مجموع آن همیشه ثابت است. معمولاً هر مایعی که در یک سیستم بسته در حال جریان است دارای سه نوع انرژی می‌باشد.

**الف - انرژی پتانسیل (U):** اگر جسمی با جرم (m) معین در یک ارتفاع مشخص مانند h از سطح زمین قرار گرفته باشد. انرژی پتانسیل برابر است با حاصلضرب وزن جسم در ارتفاع آن از سطح زمین.

$$\left. \begin{array}{l} \text{ارتفاع از سطح زمین} \times \text{وزن جسم} \\ (h) \times (w) \end{array} \right\} \Rightarrow U = mgh \quad (7-1) \text{ رابطه}$$

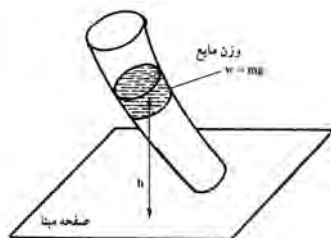
$$(g) \text{ شتاب ثقل} \times (m) \text{ جرم جسم} = w$$

که در آن :

U : انرژی پتانسیل بر حسب ژول (j)

h : ارتفاع جسم بر حسب متر (m)

g : شتاب جاذبه زمین بر حسب متر بر مجذور ثانیه  $(\frac{m}{s^2})$



شکل (۷-۱)

بنابراین اگر این جسم، مذاب فلز باشد و در فاصله معینی از سطح مشخصی مثلاً کف قالب قرار گرفته باشد، انرژی پتانسیل آن برابر  $U$  است، حال در صورتی که وزن مذاب برابر یک نیوتن (واحد وزن) باشد انرژی پتانسیل آن برابر خواهد بود با :

$$W = 1 \text{ N}$$

در این صورت انرژی پتانسیل مذاب برابر خواهد بود با :

$$U = W \times h = 1 \times h$$

$$U = h$$

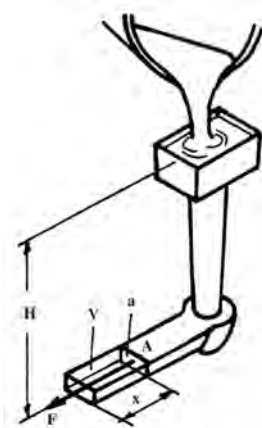
رابطه (۷-۲)

که در آن :

$U$  : انرژی پتانسیل به ازای واحد وزن بر حسب متر (m)

$h$  : ارتفاع مذاب بر حسب متر (m)

**ب - انرژی فشاری ( $E_{pr}$ ):** مذاب درون قالب سبب نیروی فشاری ستونی از مایع (به ارتفاع  $H$ ) که به سطح مقطع حجم معینی وارد و سبب ایجاد انرژی می شود که این انرژی باعث جابجایی و حرکت این ستون مایع می شود. این انرژی در هنگام بارریزی حجم معین مذاب در داخل راهبار باعث جابجایی و حرکت مذاب می شود مطابق شکل (۷-۲).



شکل ۷-۲- محاسبه انرژی فشاری

مذاب وارد راهبار به ارتفاع  $H$  می شود و در اثر فشاری که در ستون مذاب به ارتفاع  $H$  ایجاد می شود مذاب درون راهبار حرکت می کند که این فشار برابر است با :

$$P_A = \rho Hg$$

رابطه (۷-۳)

که در آن :

$\rho$  : چگالی مذاب

A: ارتفاع ستون مذاب

g : شتاب ثقل

این فشار سبب ایجاد نیروی F در نقطه a راهبار به سطح مقطع می‌شود که امتداد نیروی F عمود بر سطح مقطع است که برابر است با :

$$F = P_A \cdot a \quad \text{رابطه (۷-۴)}$$

که در آن :

F : نیروی وارد بر سطح مقطع a

$P_A$  : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

این نیرو سبب جابجایی مذاب از نقطه A به اندازه X می‌شود که انرژی حاصل از این جابجایی برابر است با :

$$E_{pr} = F \cdot X = P_A \cdot a \cdot x \quad \text{رابطه (۷-۵)}$$

که در آن :

$P_A$  : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

X : فاصله جابجایی مذاب

در این حالت حجم مذاب جابجا شده برابر است با حجم مکعب مستطیل با سطح مقطع و طول یعنی :

$$V = a \cdot x \quad \text{رابطه (۷-۶)}$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$\left. \begin{array}{l} E_{pr} = P_A \cdot a \cdot x \\ V = a \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow E_{pr} = P_A \cdot V \quad \text{رابطه (۷-۷)}$$

که در آن :

$E_{pr}$  : انرژی فشاری

$P_A$  : فشار ستون مذاب

V : حجم مذاب جابجا شده

از طرف دیگر داریم :

$$\left. \begin{array}{l} w = mg \\ m = \rho v \end{array} \right\} \Rightarrow w = \rho v g \Rightarrow \frac{w}{\rho g} = \frac{\rho v g}{\rho g}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{w}{\rho g}}$$

رابطه (۷-۸)

که در آن :

وزن :  $w$

حجم :  $V$

چگالی :  $\rho$

شتاب ثقل :  $g$

بنابراین با جای گذاری مقدار  $V$  در رابطه  $E_{pr}$  خواهیم داشت:

$$E_{pr} = P_A \cdot \frac{w}{\rho \cdot g} = \frac{P_A \cdot w}{\rho \cdot g}$$

حال اگر وزن مایع برابر  $1 \text{ N}$  یک نیوتن (واحد وزن) در نظر گرفته شود خواهیم داشت :

$$w = 1 \text{ N}$$

بنابراین انرژی فشاری  $E_{pr}$  برای واحد وزن برابر خواهد بود با :

$$E_{pr} = \frac{P_A \times 1}{\rho \cdot g} = \frac{P_A}{\rho \cdot g}$$

رابطه (۷-۹)

که در آن :

$E_p$  : انرژی فشاری به ازای واحد وزن بر حسب متر

$P_A$  : فشار مذاب بر حسب نیوتن بر متر  $\left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$

$\rho$  : چگالی مذاب بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$

$g$  : شتاب جاذبه بر حسب نیوتن بر کیلوگرم  $\left(\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

**ج - انرژی جنبشی ( $k$ ) :** با توجه به اینکه مذاب با یک سرعت خطی در داخل سیستم راهگاهی حرکت

می کند، بنابراین دارای یک انرژی جنبشی است، این انرژی جنبشی برابر است با :

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \quad \text{رابطه (۷-۱۰)}$$

که در آن :

$k$  : انرژی جنبشی

$m$  : جرم

$V$  : سرعت خطی مذاب

از طرف دیگر داریم :

$$w = mg \Rightarrow \frac{w}{g} = \frac{m}{g} \Rightarrow m = \frac{w}{g}$$

بنابراین با جای گذاری  $m = \frac{w}{g}$  در رابطه انرژی جنبشی خواهیم داشت :

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \frac{w}{g} V^2 \Rightarrow K = \frac{w V^2}{2g}$$

در صورتی که وزن مذاب یک نیوتن (واحد وزن) باشد، خواهیم داشت: ( $w = 1 \text{ N}$ )

$$K = \frac{1 \times V^r}{\rho g} \Rightarrow \boxed{K = \frac{V^r}{\rho g}} \quad \text{رابطه (۷-۱۱)}$$

که در آن:

$k$ : انرژی جنبشی به ازای واحد وزن بر حسب متر

$V$ : سرعت خطی مذاب بر حسب متر بر ثانیه  $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$g$ : شتاب جاذبه برابر با  $9.8 \text{ m/s}^2$

بنابراین با توجه به اینکه در قانون برنولی جمع جبری انرژی‌ها در سیستم بسته مقداری ثابت است، این انرژی

در ریخته‌گری مذاب به داخل قالب برابر با مجموع انرژی پتانسیل، فشاری و جنبشی است که همواره مقداری

مقدار ثابت  $E = U + E_{pr} + K =$

$U = h$

$E_{pr} = \frac{P_A}{\rho g}$

$K = \frac{V^r}{\rho g}$

$$\Rightarrow E = h + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^r}{\rho g} = \text{مقداری ثابت است} \quad \text{رابطه (۷-۱۲)}$$

بنابراین در دو حالت مختلف خواهیم داشت:

$$h_1 + \frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^r}{\rho_1 g} = h_2 + \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^r}{\rho_2 g} \quad \text{رابطه (۷-۱۳)}$$

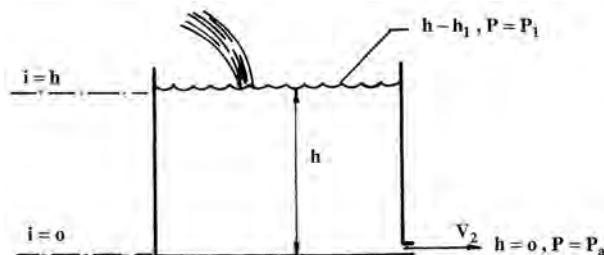
## ۷-۲- قانون تریچلی:

این قانون در واقع کاربرد خاصی از قانون برنولی است. اگر ظرفی مطابق شکل ۷-۳ در نظر گرفته شود که در

آن مایعی به ارتفاع  $h_1$  در آن قرار دارد. در ته ظرف ( $h = 0$ ) سوراخی برای خروج مایع وجود دارد. در صورتی که

مایع خارج شده از این ظرف به طور مداوم از قسمت بالا به آن اضافه شود، می‌توانید انرژی را در  $h = h_1$  و  $h = 0$

بنویسید.



شکل ۷-۳

$$h = h_1 \Rightarrow \begin{cases} P = P_A \\ V = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = U + E_{pr} + K = h + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^r}{2g} \\ E = h_1 + \frac{P}{\rho g} + 0 \end{cases}$$

$$h = 0 \Rightarrow \begin{cases} P = P_A \\ V = V_r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = U + E_{pr} + K \\ E = 0 + \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_r^r}{2g} \end{cases}$$

با توجه به اینکه ارتفاع ظرف کم است،  $P_a$  را برابر  $P_1$  (فشار اتمسفر) بر حسب نیوتن بر مترمربع در نظر می گیرند. با مساوی قرار دادن دو انرژی خواهیم داشت :

$$P_1 = P_a$$

$$h_1 + \frac{P}{\rho g} = \frac{P}{\rho g} + \frac{V_r^r}{2g}$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{V_r^r}{2g} \Rightarrow h_1 \times 2g = \frac{V_r^r}{2g} \times 2g$$

$$\Rightarrow V_r^r = 2gh_1 \Rightarrow \boxed{V_r = \sqrt{2gh_1}} \quad \text{رابطه (۷-۱۴)}$$

که در آن :

$$\begin{aligned} V_r &: \text{سرعت خروج مایع از ته ظرف بر حسب متر بر ثانیه } \left(\frac{m}{s}\right) \\ g &: \text{شتاب ثقل بر حسب متر بر مجذور ثانیه } \left(\frac{m}{s^2}\right) \\ h_1 &: \text{ارتفاع مایع از ته ظرف بر حسب متر (m)} \end{aligned}$$

\* این رابطه بیان کننده رابطه تریچلی است.

### ۷-۳- قانون تداوم یا پیوستگی :

براساس این قانون، حجم مایع یا مذابی که در هر مقطع (دایره‌ای، مربعی و...) جریان دارد در واحد زمان مقدار ثابتی است به عبارت دیگر:

$$Q = \frac{V}{t} = \text{مقداری ثابت} \quad \text{رابطه (۷-۱۵)}$$

که در آن :

$$\begin{aligned} Q &: \text{دبی مایع یا مذاب بر حسب مترمکعب بر ثانیه } \left(\frac{m^3}{s}\right) \\ V &: \text{حجم مذاب یا مایع بر حسب مترمکعب } (m^3) \end{aligned}$$

t : زمان عبور حجم مذاب V بر حسب ثانیه (s)

حجم (V) را می‌توان به صورت حاصلضرب مساحت سطح مقطع (A) در طول مقطع (L) بیان کرد بنابراین

$$\left. \begin{array}{l} V = A.L \\ A = \frac{V}{t} \end{array} \right\} Q = \frac{AL}{t} \Rightarrow Q = A \cdot \frac{L}{t}$$

خواهیم داشت :

رابطه (۷-۱۶)

نسبت  $\frac{L}{t}$  برابر است با فاصله طولی طی شده در واحد زمان توسط مذاب که برابر با سرعت خطی مذاب یا مایع

$$\left. \begin{array}{l} \frac{L}{t} = V \\ Q = A \cdot \frac{L}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = A \cdot V$$

است، بنابراین داریم :

رابطه (۷-۱۷)

که در آن :

V : سرعت خطی مایع یا مذاب بر حسب متر بر ثانیه

A : مساحت سطح مقطعی که مذاب با سرعت V از آن عبور می‌کند بر حسب مترمربع

با توجه به مسائل ذکر شده و قانون تداوم در یک سیستم بسته برای دو نقطه مختلف از سیستمی که مذاب از

آن عبور می‌کند دبی (Q) جریان ثابت است بنابراین :

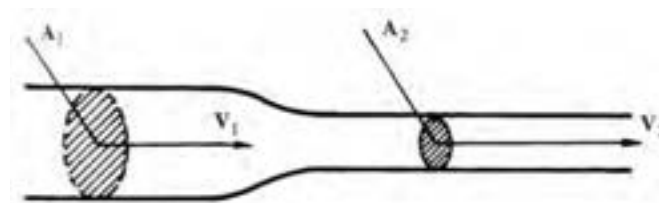
$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

رابطه (۷-۱۸)

با توجه به اینکه در یک سیستم بسته، دبی جریان ثابت است، بنابراین با توجه به رابطه دبی که حاصلضرب

سطح مقطع (A) در سرعت جریان (V) است، سطح مقطع با سرعت جریان مایع رابطه عکس دارد. به عبارت

دیگر هرچه قدر سطح مقطع کاهش یابد، سرعت جریان مایع یا سیال افزایش می‌یابد.



شکل ۷-۴- سرعت سیلان مایع در یک کانال با سطوح مقاطع غیریکنواخت

با استفاده از قوانین تریچلی و تداوم می‌توان با توجه به ارتفاع ریختن مذاب، سرعت پر شدن قالب و در نتیجه

زمان ریختن بار را محاسبه نمود. مطابق شکل ۷-۵ کتاب به طور شماتیک پاتیل و راهگاه بارریز در نظر گرفته

می‌شود. فرض می‌شود مقدار مذابی که از پاتیل خارج می‌شود برابر مقدار مذاب خروجی از انتهای راهگاه بارریز

است.





از طرفی براساس قانون تریچلی داریم :

$$V_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}}$$

$h_s - h_p$  ارتفاع مذاب از پاتیل سطح فوقانی حوضچه بارریز

$$V_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \quad \text{بنابراین}$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$Q_o = Q_p = V_p A_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \cdot A_p$$

با قرار دادن معادل  $Q_o$  خواهیم داشت :

$$Q_o = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_p}} \times A_o = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \times A_p = Q_p$$

$$\Rightarrow \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_p}} \times A_o = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}} \times A_p$$

طرفین رابطه را بر  $\sqrt{h_s - h_p}$  تقسیم می کنیم

$$\Rightarrow \sqrt{h_p} \times A_o = \sqrt{h_s - h_p} \times A_p$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_o = \frac{\sqrt{h_s - h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_p \Rightarrow \frac{\sqrt{h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_o = A_p$$

$$\Rightarrow A_p = A_o \sqrt{\frac{h_p}{h_s - h_p}} \quad \text{رابطه (۷-۲۲)}$$

که در آن  $h_s - h_p$  برابر فاصله بین دهانه پاتیل تا سطح فوقانی حوضچه بارریز است.

در شکل ۵-۷ فشار در تمام سطوح صفر (انتهای راهگاه بارریز) سطح ۲ (ورودی به حوضچه بارریز) و سطح ۳

(دهانه پاتیل) مساوی و برابر فشار اتمسفر است چون در ارتباط با هوا است.

#### ۷-۴ - قانون پاسکال :

براساس این قانون داخل ظروف مرتبط مانند قالب پر از مذاب، فشار در همه نقاط ظرف که دارای ارتفاع یکسان

یا به عبارت دیگر روی یک سطح افقی قرار دارند، یکسان است.

از طرف دیگر فشار در هر نقطه از مایع برابر است با فاصله آن نقطه تا سطح آزاد مایع ضربدر وزن مخصوص

مایع (جرم حجمی ضربدر شتاب ثقل) به اضافه فشار خارجی که بر مایع اعمال می شود. معمولاً فشار خارجی روی

مایع فشار اتمسفر است، بنابراین رابطه به صورت زیر می باشد :

$$P = P_a + \rho \cdot g \cdot h \quad \text{رابطه (۷-۲۳)}$$

که در آن :

$P$  : فشار در هر نقطه از یک سطح افقی با ارتفاع یکسان برحسب نیوتن برمتر مربع  $\left(\frac{N}{m^2}\right)$

$$P_a: \text{فشار اتمسفر بر حسب نیوتن بر مترمربع} \left( \frac{N}{m^2} \right)$$

$$\rho: \text{چگالی مذاب بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب} \left( \frac{kg}{m^3} \right)$$

$$h: \text{ارتفاع یا فاصله عمودی نقطه تا سطح آزاد مایع بر حسب متر (m)}$$

با توجه به اینکه در تمام نقاط قالب فشار هوای خارجی برابر فشار اتمسفر است، بنابراین فشار مطلق که بر یک

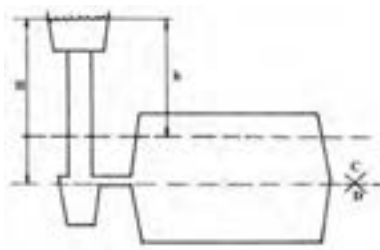
$$\text{نقطه در درون مایع در تمام جهات وارد می شود برابر است با: } P = \rho \cdot g \cdot h$$

اگر یک قالب را مطابق شکل ۶-۷ در نظر بگیریم فشار هیدرواستاتیکی وارد بر هر نقطه درون مذاب در بعضی نقاط قالب و راهگاه بر حسب ارتفاع مذاب نشان داده شده است. فشار در هر نقطه از قالب که در ارتفاع دلخواه  $h$  نسبت به سطح آزاد مذاب قرار دارد برابر است با:

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

بر همین اساس با توجه به اینکه فاصله عمودی سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر  $H$  است فشار وارد بر هر نقطه در مذاب در سطح جدایش برابر است با:

$$P = \rho g H$$



شکل ۶-۷- نمایش شماتیکی قطعه ریختگی / راهگاه‌هایی که از فلز مذاب پرگردیده‌اند.

### ۵-۷- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب):

جریان هر مایعی درون یک کانال می‌تواند به دو صورت آرام یا اغتشاشی انجام شود. جریان آرام، جریانی است که سرعت آن در یک کانال از دیواره کانال تا مرکز آن به تدریج افزایش یابد.

براین اساس می‌توان سرعت جریان مذاب در دیواره‌های راهگاه به علت اصطکاک با دیواره راهگاه بسیار کم در نظر گرفت، در صورتی که در مرکز سطح مقطع راهگاه این سرعت حداکثر مقدار خود است در این صورت لایه‌های مایع در حال جریان باید با سرعت‌های متفاوتی روی یکدیگر لغزش کنند در حقیقت چنین جریانی از مایع با حداقل اصطکاک انجام می‌شود.

در صورتی که سرعت متوسط مایع افزایش یابد از یک سرعت معین به بالا افزایش لایه‌های مایع روی یکدیگر از

مقدار استحکام برشی مایع تجاوز نمی‌کند. در این حالت جریان آرام و در یک جهت مایع ادامه نمی‌یابد و جریان مایع به صورت چند جهتی و در نتیجه به صورت اغتشاشی ادامه خواهد یافت. کیفیت جریان مایع از لحاظ آرام بودن یا ناآرام بودن (اغتشاشی) توسط عدد بدون بُعد رینولدز،  $Re$  مطابق ذیل مشخص می‌شود.

$$Re = \rho \cdot D \cdot V \cdot \frac{1}{\eta} \quad \text{رابطه (۷-۲۴)}$$

که در آن :

$Re$  : عدد رینولدز بدون واحد

$\rho$  : جرم مخصوص مایع بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب  $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

$D$  : قطر کانال عبور مایع بر حسب متر (m)

$V$  : سرعت جریان مایع بر حسب متر بر ثانیه  $\left(\frac{m}{s}\right)$

$\eta$  : ویسکوزیته (چسبندگی) دینامیکی بر حسب کیلوگرم بر (متر  $\times$  ثانیه)  $\left(\frac{kg}{m \cdot s}\right)$

برای مقاطع کانال‌های غیردایره  $D$  ، قطر معادل است که از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}} \quad \text{رابطه (۷-۲۵)}$$

معمولاً در ریخته‌گری برای اینکه به قطعات سالم و بدون تخلخل گازی و ذرات سرباره‌ای دست پیدا کنیم باید

سیستم راهگاهی طوری طراحی شود که جریان مذاب آرام و با حداقل آشفتگی باشد. شکل ۷-۷-الف

براساس آزمایشات انجام شده اگر عدد رینولدز از ۳۰۰۰ کمتر باشد جریان سیال کاملاً آرام و بدون حرکت

اغتشاشی و به صورت لایه‌های موازی انجام می‌گیرد. در صورتی که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ باشد، تلاطم و

اغتشاش شروع می‌شود. اگر در ریخته‌گری عدد رینولدز در حد آرام در نظر گرفته شود سرعت خطی مذاب و قطر

راهبره‌ها به اندازه‌ای کوچک خواهد بود که عملاً ریخته‌گری غیرممکن است.

<p>تمرین ۷-۱ مذابی از فولاد آرام (<math>R_e = 2000</math>) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع دایره به قطر ۵ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۵ پواز و چگالی آن <math>7/8 \text{ g/cm}^3</math> باشد سرعت خطی مذاب را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۷-۱ مذابی از فولاد آرام (<math>R_e = 1800</math>) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع دایره به قطر ۳ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۴ پواز و چگالی آن <math>7/8 \text{ g/cm}^3</math> باشد سرعت خطی مذاب را محاسبه کنید.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p> <table border="1" data-bbox="843 594 1313 936"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده‌ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4"><math>V = ?</math></td><td><math>D = 3 \text{ cm}</math></td></tr> <tr> <td><math>R_e = 1800</math></td></tr> <tr> <td><math>\eta = 0.04 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right)</math></td></tr> <tr> <td><math>\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3</math></td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله</p> $V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D}$ <p>مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $V = \frac{0.04 \times 1800}{7/8 \times 3} \Rightarrow V = 3.077 \text{ cm/s}$	خواسته	داده‌ها	$V = ?$	$D = 3 \text{ cm}$	$R_e = 1800$	$\eta = 0.04 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right)$	$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$
خواسته	داده‌ها							
$V = ?$	$D = 3 \text{ cm}$							
	$R_e = 1800$							
	$\eta = 0.04 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right)$							
	$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$							
<p>تمرین ۷-۲ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام (<math>R_e = 2500</math>) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۴۸ پواز و چگالی آن <math>7/5 \text{ g/cm}^3</math> باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۷-۲ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام (<math>R_e = 3000</math>) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن ۰/۰۳۸ پواز و چگالی آن <math>7/6 \text{ g/cm}^3</math> باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :</p>							

خواسته	داده‌ها
$V = ?$	$a = 2 \text{ cm}$ $(R_e = 3000)$ $\eta = 0.038 \text{ g/cm.s}$ $\rho = 7/6 \text{ g/cm}^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای حل مسأله

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}}$$

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

مرحله ۳) محاسبه قطر موثر

$$\text{مساحت مقطع} = a \times a = 2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$\text{محیط مقطع} = 4 \times a = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$$

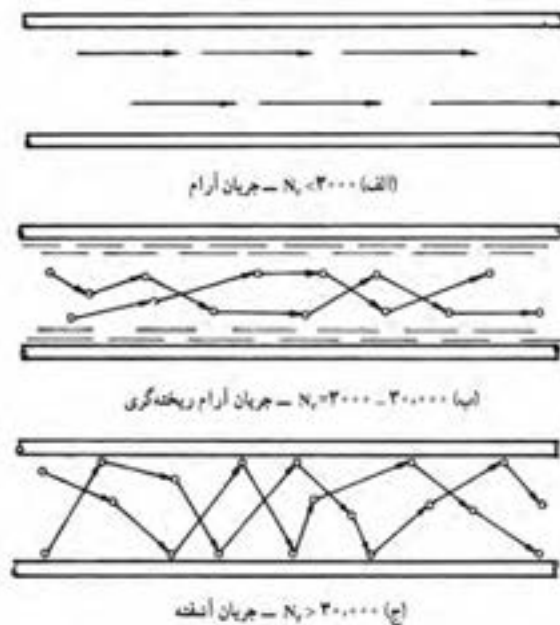
$$D_e = \frac{4 \times 4}{8} = \frac{16}{8} \Rightarrow D_e = 2 \text{ cm}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

سرعت خطی

$$V = \frac{0.038 \times 3000}{7/6 \times 2} \Rightarrow V = 7/5 \text{ cm/s}$$

از نظر ریخته‌گری و همچنین تفاوت زیاد بین دمای مذاب و قالب مشخص شده که اگر عدد رینولدز کمتر از ۳۰۰۰ باشد، در فصل مشترک مذاب و قالب یک لایه نسبتاً غیرآشفته و آرام به وجود می‌آید. براساس مطالعات انجام شده این جریان غیر مضر است و امکان داخل شدن هوا کاهش می‌یابد، چنین حالتی را جریان آرام سطحی با جریان آرام ریخته‌گری گویند شکل ۷-۷-ب. در حالی که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ شود جریان کاملاً آشفته و قطعات ناسالم با مک‌های گازی و آخال ایجاد می‌شود. شکل ۷-۷-ج.



شکل ۷-۷- رابطه میان عدد رینولدز و میزان آشفتگی جریان مذاب

#### ۷-۶- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاهی : (طراحی و محاسبه مقطع تنگه)

اصول طراحی سیستم راهگاهی معمولاً بر محاسبه سطح مقطع تنگه استوار است. تنگه، کوچک‌ترین سطح مقطع در یک سیستم راهگاهی می‌باشد که با توجه به قانون تداوم و ثابت بودن دبی جریان معمولاً سرعت خطی مذاب در این مقطع از تمام مقاطع سیستم راهگاهی بیشتر است. در صورتی که سرعت جریان مذاب در تنگه از حد معینی کمتر باشد قبل از اینکه مذاب بتواند قالب را پر نماید ممکن است در اجزا سیستم راهگاهی و قالب منجمد شود و منجر به ناقص شدن قطعه شود. از طرف دیگر اگر سرعت جریان مذاب در تنگه از یک حد معینی افزایش پیدا کند جریان به صورت ناآرام شده که همین مسئله سبب جذب گاز در مذاب و ایجاد سرباره خواهد شد. بنابراین محاسبه سطح مقطع تنگه بسیار مهم است، که از این قسمت به آن پرداخته می‌شود. حجم مذابی که (V) با سرعت V از تنگه‌ای به مقطع  $A_c$  در مدت زمان t می‌گذرد برابر است با :

$$V = A_c \cdot v \cdot t$$

رابطه (۷-۲۶)

از طرفی مطابق قانون چگالی می‌توان نوشت :

$$\frac{\rho}{1} = \frac{m}{v} \Rightarrow \rho \times v = m \times 1$$

طرفین رابطه به  $\rho$  تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\rho \times v}{\rho} = \frac{m \times 1}{\rho} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

حال با جای گذاری در رابطه فوق خواهیم داشت :

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{m}{\rho} \\ V &= A_c \cdot v \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \frac{A_c \cdot v \cdot t}{1} \Rightarrow m = \rho \cdot A_c \cdot v \cdot t$$

طرفین رابطه را بر  $\rho \cdot v \cdot t$  تقسیم می کنیم

$$\frac{m}{\rho \cdot v \cdot t} = \frac{\rho \cdot A_c \cdot v \cdot t}{\rho \cdot v \cdot t} \Rightarrow \boxed{A_c = \frac{m}{\rho \cdot v \cdot t}}$$

رابطه (۷-۲۷)

که در آن :

$A_c$  : سطح مقطع تنگه بر حسب سانتی متر مربع ( $\text{cm}^2$ )

$m$  : جرم مذاب بر حسب گرم (g)

$\rho$  : چگالی مذاب بر حسب گرم بر سانتی متر مکعب ( $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

$V$  : سرعت مذاب بر حسب سانتی متر بر ثانیه ( $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ )

$t$  : زمان عبور مذاب (بارریزی) بر حسب ثانیه (s)

با توجه به این رابطه برای به دست آوردن سطح مقطع تنگه باید سرعت مذاب و زمان بارریزی را داشته باشیم.

## ۷-۷- تعیین سرعت خطی مذاب :

سرعت خطی مذاب در حالت واقعی از سرعت تئوری به دست آمده از قانون تریچلی کمتر است. علت این مسئله اصطکاک بین ذرات (اتمها) مذاب و اصطکاک مذاب با دیواره قالب است. همچنین شکل کانالها و اجزاء سیستم راهگاهی، محل تقاطع آنها، وجود فیلتر مذاب، وجود گازها و هوا در قالب، باعث کاهش سرعت مذاب در سیستم راهگاهی می شود. در عمل رابطه بین سرعت تئوری و سرعت واقعی مذاب به صورت زیر بیان می شود :

$$V = \mu \cdot v_{\text{تئوری}} = \mu \sqrt{2gh} \quad \text{رابطه (۷-۲۸)}$$

که در این رابطه  $\mu$  ضریبی بدون واحد است که به عنوان ضریب تلفات، ضریب تخلیه یا ضریب ریختگی نامیده می شود. نحوه به دست آوردن این ضریب به این صورت است که ابتدا دبی واقعی مذاب با توجه به حجم محفظه قالب ( $V$ ) و زمان بارریزی ( $t$ ) به دست آورده می شود، سپس دبی واقعی بر دبی تئوری حاصل از قانون تریچلی تقسیم می شود، و ضریب  $\mu$  به دست می آید.

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{V(\text{حجم محفظه قالب})}{t(\text{زمان بارریزی})} \quad \text{دبی واقعی} \\ Q &= A \sqrt{2gh} \quad \text{دبی تئوری} \end{aligned} \right\} \mu = \frac{Q_{\text{واقعی}}}{Q_{\text{تئوری}}} = \frac{\frac{V}{t}}{\frac{A \sqrt{2gh}}{1}}$$

دور در دور و نزدیک در نزدیک



$$\Rightarrow \mu = \frac{V \times 1}{A.t.\sqrt{2}gh} \Rightarrow \mu = \frac{V}{At\sqrt{2}gh}$$

رابطه (۷-۲۹)

که در آن :

$h$  : ارتفاع بار یا ارتفاع استاتیکی مذاب

$A$  : سطح مقطع تنگه

این ضریب ( $\mu$ ) در ریخته‌گری بسیار مهم است. زیرا در صورتی که این ضریب از یک حد معین بیشتر شود چون دبی واقعی مذاب افزایش می‌یابد بنابراین سبب ایجاد جریان آرام مذاب و در نهایت سبب ورود مک‌گازی و سرباره بر مذاب و در نتیجه تولید قطعه ناسالم می‌شود. از طرف دیگر، اگر ضریب  $\mu$  از یک حدی کمتر باشد، دبی واقعی مذاب کاهش یافته در نتیجه سبب طولانی شدن زمان پر شدن قالب و در نتیجه امکان انجماد زودرس مذاب در سیستم راهگاهی و قالب پیش می‌آید که می‌تواند سبب معیوب شدن قطعه ریختگی شود. ضرایب ریختگی تقریبی برای آلیاژهای مختلف در جدول ۷-۱ ذکر شده است.

جدول ۷-۱- حدود تقریبی ضریب ریختگی برای آلیاژهای مختلف

آلیاژ	ضریب ریختگی ( $\mu$ )
چدن‌ها	۰/۲۷-۰/۵۵
فولادها	۰/۳-۰/۴۵
فلزات و آلیاژهای غیرآهنی	۰/۶-۰/۷

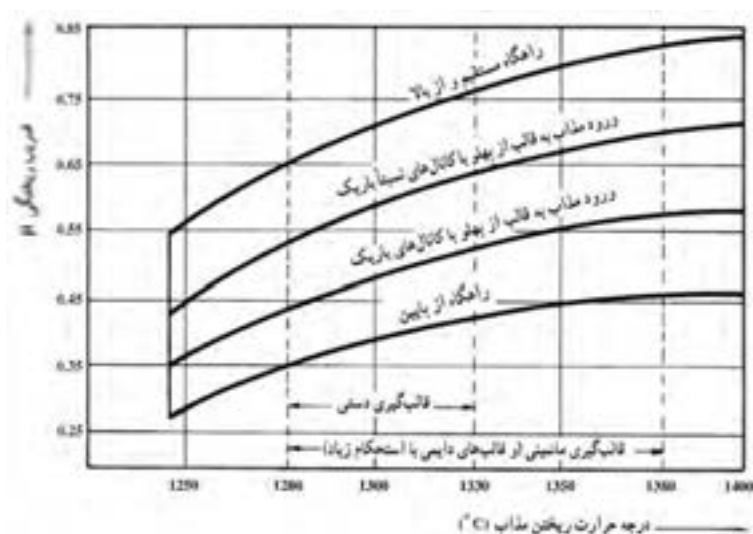
عوامل دیگری همچون نحوه ریختن مذاب و درجه حرارت ریخته‌گری نیز در تعیین ضریب ریختگی مؤثر هستند که در جدول ۷-۲ و شکل ۷-۸ نشان داده شده است.

مطابق جدول ۷-۲ ضریب  $\mu$  برای فولادهای ریختگی هنگامی از سیستم راهگاهی ساده به طرف معمولی و متوسط و در نهایت درهم و پیچیده می‌رویم، کاهش می‌یابد یعنی هرچه قدر سیستم راهگاهی پیچیده تر می‌شود دبی داخل مذاب کمتر خواهد شد، چون موانع بر سر حرکت مذاب زیاد است.

جدول ۷-۲- ضریب  $\mu$  برای فولادهای ریختگی نسبت به نوع سیستم راهگاهی

نوع سیستم راهگاهی	ضریب ریختگی ( $\mu$ )
ساده (شامل یک یا دو کانال در سطح جدایش)	۰/۴-۰/۵
معمولی و متوسط (با راهگاه‌های پله‌ای یا انشعابی)	۰/۳-۰/۴
درهم و پیچیده (شامل صافی‌ها، تغذیه‌ها، راهگاه‌های گردابی و غیره)	۰/۲۵-۰/۳

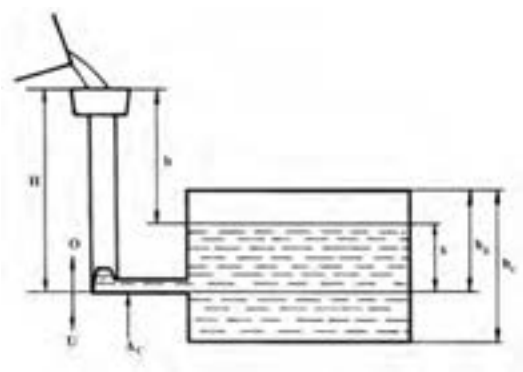
با توجه به شکل ۷-۸ مشخص می‌شود که هرچه درجه حرارت ریختن مذاب در چدن افزایش می‌یابد ضریب  $\mu$  افزایش می‌یابد که علت آن افزایش دبی واقعی به سمت افزایش سیالیت مذاب است.



شکل ۷-۸- تعیین ضریب ریختگی چدن برحسب درجه حرارت ریختن و نوع سیستم راهگاهی

با توجه به قانون تریچلی، سرعت واقعی مذاب خارج شده از تنگه، به ارتفاع ( $h$ ) که مذاب تحت آن به درون قالب ریخته می‌شود، بستگی دارد. با توجه به اینکه در محاسبات سیستم راهگاهی دبی ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین سرعت مذاب و در نتیجه ارتفاع ( $h$ ) ثابت در نظر گرفته می‌شود. این حالت زمانی امکان پذیر است که تمام محفظه قالب در درجه پایین باشد تا ارتفاع مذاب ( $h$ ) که برابر ارتفاع درجه بالایی است ثابت بماند. اما در همه قطعات قالب ریخته‌گری به این گونه نمی‌باشد و همواره قسمتی از محفظه قالب در درجه بالایی می‌باشد

شکل ۷-۹.



شکل ۷-۹- نمایش شماتیکی یا قالب در برش

در این حالت با توجه به شکل ۷-۹ تا زمانی که قسمت پایین محفظه قالب پر نشده سرعت مذاب از تنگه  $A_C$  ثابت است اما زمانی که سطح مذاب از سطح جدایش قالب بالاتر رفت با ادامه مذاب ریزی با توجه به اینکه فاصله بین سطح مذاب در حوضچه بارریز و سطح مذاب داخل قالب در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه  $A_C$  به تدریج کاهش می‌یابد. در چنین حالتی سرعت لحظه‌ای مذاب را در تنگه می‌توان از رابطه زیر به دست آورد :

$$V = \mu \sqrt{2g(H-x)} \quad \text{رابطه (۷-۳۰)}$$

که در آن :

$V$  : سرعت لحظه‌ای مذاب

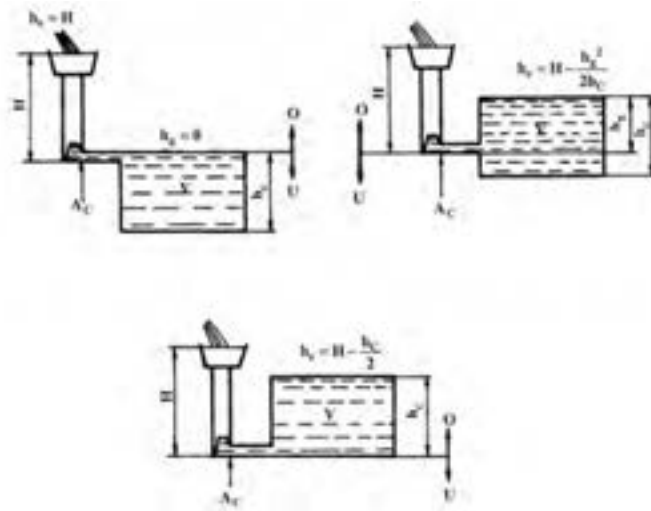
$\mu$  : ضریب ریختگی

$H$  : ارتفاع سطح مذاب از حوضچه بارریز تا تنگه  $A_C$  (سطح جدایش)

$X$  : فاصله لحظه‌ای سطح مذاب از سطح جدایش (تنگه  $A_C$ )

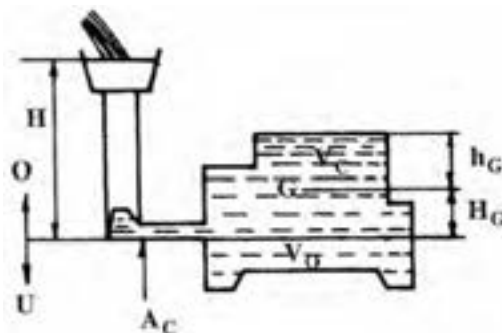
$H-X$  : ارتفاع لحظه‌ای سطح مذاب درون محفظه قالب تا سطح مذاب در حوضچه بارریز

با توجه به اینکه ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون محفظه قالب به تدریج در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه ثابت نخواهد ماند بنابراین در هر لحظه این ارتفاع تغییر یافته و سرعت مذاب کاهش خواهد یافت. بنابراین با توجه به اینکه ارتفاع لحظه‌ای تغییر می‌کند می‌توان متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای را که مقدار ثابتی خواهد بود ( $h_c$ ) در نظر گرفت و با قرار دادن در رابطه تریچلی سرعت مؤثر و ثابتی به دست آورد. در شکل ۷-۱۰ ارتفاع مؤثر  $h_c$  برای قطعات ریختگی با سطح مقطع یکنواخت با توجه به مشخصات قطعه و شرایط ریخته‌گری نشان داده شده است.



شکل ۷-۱۰- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت‌های مختلف از تعبیه راهگاه

در حالتی شکل ۷-۱۰ سطح مقطع افقی قطعات ریختگی در قسمت‌های مختلف ارتفاع قطعه متفاوت باشد. ارتفاع مؤثر به ارتفاع ثقل قسمت فوقانی قالب بستگی دارد.



شکل ۷-۱۱- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت کلی

در چنین حالتی ارتفاع مؤثر به صورت زیر محاسبه می‌شود :

مطابق آنچه که در قبل گفته شد، ارتفاع مؤثر برای قسمت پایینی قالب ارتفاع سطح مذاب در حوضچه بارریز تا تنگه یعنی  $H$  (ارتفاع استاتیکی مذاب) می‌باشد. اما در قسمت بالایی قالب ثابت شده است که ارتفاع مؤثر (ارتفاع متوسط ثابت) برابر ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح بالایی قطعه ( $h_G$ ) می‌باشد. با توجه به نسبت حجم قسمت بالایی قالب ( $V_C$ ) و قسمت پایینی قالب ( $V_D$ ) به حجم کل محفظه قالب خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times h_G + \frac{V_D}{V} \times H$$

از طرف دیگر داریم :  $V_D = V - V_C$  و  $h_G = H - H_G$  که در آن  $H_G$  ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح جدایش قالب است. لذا خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times (H - H_G) + \frac{V - V_C}{V} \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times H - \frac{V_C}{V} \times H_G + \left( \frac{V}{V} - \frac{V_C}{V} \right) \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} H - \frac{V_C}{V} H_G + \left( 1 - \frac{V_C}{V} \right) H$$

$$h_e = \cancel{\frac{V_C}{V}} H - \frac{V_C}{V} H_G + H - \cancel{\frac{V_C}{V}} H$$

$$h_e = H - \frac{V_C}{V} H_G$$

رابطه (۷-۳۱)

که در آن :

$h_e$ : ارتفاع مؤثر (متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای سطح مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون قالب)

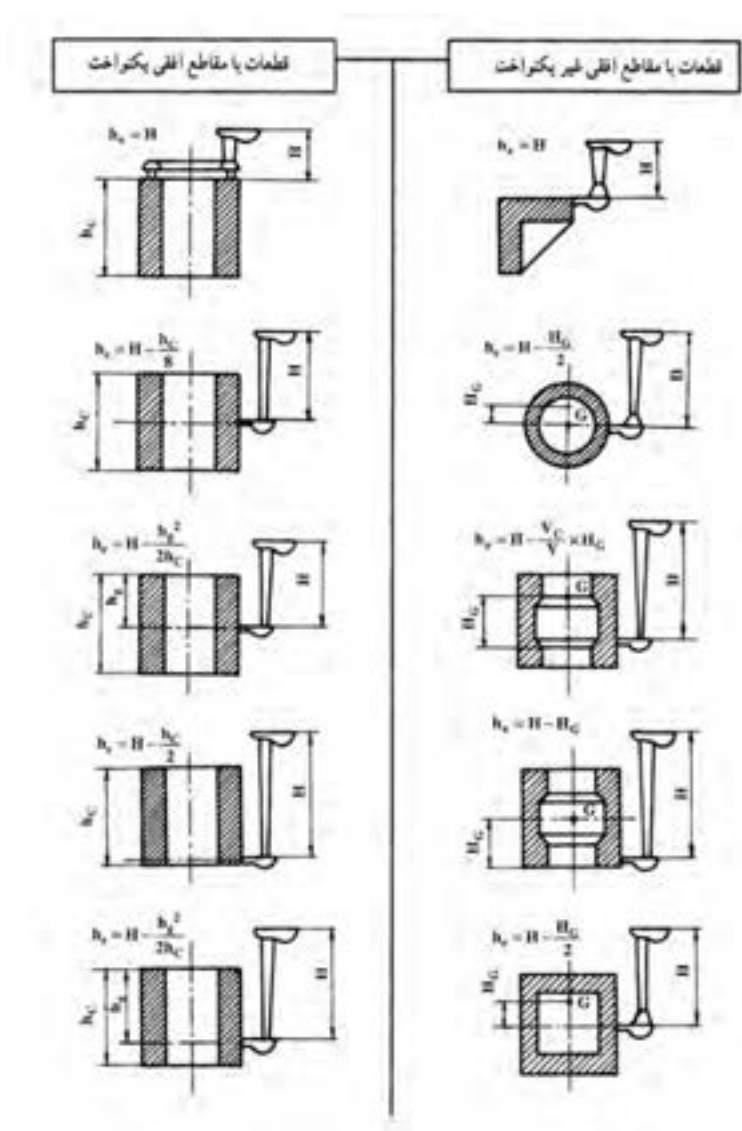
$H$ : ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح جدایش

$V_C$ : حجم قسمت بالایی محفظه قالب

$V$ : حجم کل محفظه قالب

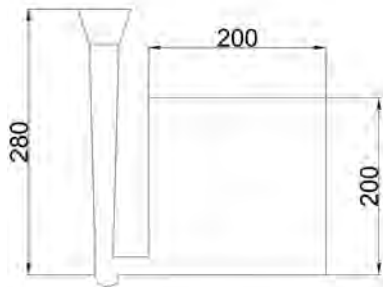
$H_G$ : مرکز ثقل قسمت بالایی قالب

رابطه محاسبه مرکز ثقل چند قطعه متداول در شکل ۷-۱۲ نشان داده شده است.



شکل ۷-۱۲- روابط مربوط به ارتفاع مؤثر برای چند نوع شکل ساده و متداول

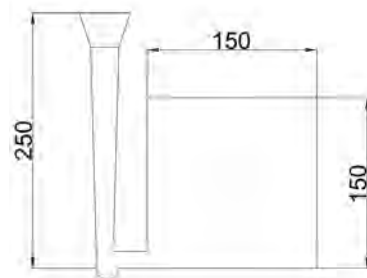
تمرین ۷-۳ قطعه مکعبی به ضلع ۲۰ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۸ cm و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را حساب کنید.



شکل (۷-۱۴)

حل (توسط هنجو):

مثال ۷-۳ قطعه مکعبی شکل به ضلع ۱۵ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۵ cm و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد، ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۳)

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$h_e = ?$	$a = 15 \text{ cm}$ $H = 25 \text{ cm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

مرحله (۳) تعیین  $H_G$  و  $V_c$  و  $h_c$



با توجه به این‌که راهبار در قسمت پایین مکعب واقع شده لذا  $h_c = 15 \text{ cm}$  ، از طرف دیگر چون قطعه مکعبی شکل است و متقارن می‌باشد بنابراین:

$$H_G = \frac{a}{2} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ cm}$$

	<p>با توجه به این که راهگاه از پایین است لذا خواهیم داشت :</p> $V_c = V = \text{مکعب} = 15 \times 15 \times 15 = V_c = V = 3375 \text{ cm}^3$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه و محاسبه :</p> $h_e = 25 - \frac{3375}{3375} \times 7 / 5$ $h_e = 25 - 7 / 5 \Rightarrow h_e = 17 / 5 \text{ cm}$						
<p>تمرین ۴-۷ در صورتی که در تمرین قبل، ضریب ریختگی ۰/۴ باشد، سرعت مؤثر مذاب را حساب کنید. حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۴-۷ در صورتی که در مثال قبل، ضریب ریختگی ۰/۴ باشد، سرعت مؤثر مذاب را به دست آورید.</p> <p>حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها</p> <table border="1" data-bbox="874 801 1281 1050"> <thead> <tr> <th>خواسته</th><th>داده ها</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3"><math>V = ?</math> مؤثر</td><td><math>\mu = 0 / 4</math></td></tr> <tr> <td><math>h_e = 17 / 5 \text{ cm}</math></td></tr> <tr> <td><math>g = 10 \text{ m/s}^2</math></td></tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) تبدیل واحد. واحد شتاب ثقل را از m به cm تبدیل می کنیم</p> $g = 10 \text{ m/s}^2 = 10 \times 100 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow g = 1000 \text{ cm/s}^2$ <p>مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله</p> $V = \mu \sqrt{2gh_e}$ $V = 0 / 4 \sqrt{2 \times 1000 \times 17 / 5} \Rightarrow V = 74 / 8 \text{ cm/s}$	خواسته	داده ها	$V = ?$ مؤثر	$\mu = 0 / 4$	$h_e = 17 / 5 \text{ cm}$	$g = 10 \text{ m/s}^2$
خواسته	داده ها						
$V = ?$ مؤثر	$\mu = 0 / 4$						
	$h_e = 17 / 5 \text{ cm}$						
	$g = 10 \text{ m/s}^2$						
<p><b>۷-۲-۲- تعیین زمان بارریزی :</b></p> <p>زمان بارریزی معمولاً به صورت تجربی به دست می آید و در حقیقت مدت زمان معینی است که اگر تحت آن محفظه قالب از مذاب پر شود قطعه سالم از لحاظ کیفیت تولید می شود که اگر زمان بارریزی از آن زمان بیشتر یا کمتر باشد قطعه دارای عیب و نقص تولید خواهد شد. برای این منظور روابط تجربی با توجه به نوع قالب و آلیاژ ریختگی وجود دارد که در جداول ۷-۳ و ۷-۴ و ۷-۵ برای قالب ماسه ای و تعدادی از آلیاژهای متداول روابط تجربی زمان بارریزی آمده است.</p>							

با تعیین زمان بارریزی مطابق جدول ۷-۳ می‌توان با توجه به روابط قبلی مساحت تنگه  $A_c$  را به‌دست آورد.

$$\left. \begin{aligned} A_c &= \frac{m}{\rho \cdot t \cdot v} \\ V &= \mu \sqrt{rg h_e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{rg h_e}} \quad \text{رابطه (۷-۳۲)}$$

که در آن :

$m$  : جرم مذاب برحسب گرم

$\rho$  : چگالی مذاب برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب

$t$  : زمان بارریزی برحسب ثانیه

$g$  : شتاب ثقل برابر ۹۸۱ سانتی‌متر بر مجذور ثانیه

$h_e$  : ارتفاع مؤثر برحسب سانتی‌متر

$A_c$  : سطح مقطع تنگه برحسب سانتی‌متر مربع

حال برای فلزات آهنی در صورتی که جرم مذاب برحسب کیلوگرم و زمان بارریزی ( $t$ ) برحسب ثانیه انتخاب شوند. با در نظر گرفتن چگالی تقریبی  $\gamma \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  رابطه به شکل زیر خواهد بود :

$$A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{rg h_e}}$$

$$m = 1000 \text{ gr}$$

$$\rho = \gamma \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$g = 98 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

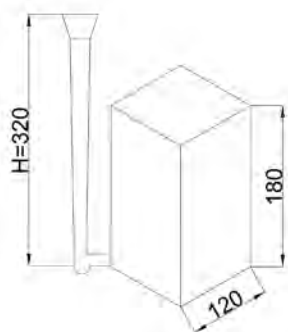
$$A_c = \frac{1000m}{\rho t \mu \sqrt{rg} \times \sqrt{h_e}}$$

صورت و مخرج به ۱۰۰۰ تقسیم می‌شود

$$A_c = \frac{\frac{1000m}{1000}}{\frac{\gamma \sqrt{rg}}{1000} t \mu \sqrt{h_e}} = \frac{m}{0.31 t \mu \sqrt{h_e}}$$



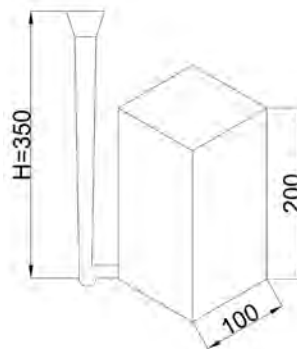
تمرین ۷-۵ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم  $12\text{ kg}$  با قاعده مربعی به ضلع  $12\text{ cm}$  و ارتفاع  $18\text{ cm}$  در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب  $32\text{ cm}$  و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی  $18\text{ s}$  و چگالی  $\gamma\text{ g/cm}^3$  باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. ( $\mu = 0.38$ )



شکل (۷-۱۶)

حل (توسط هنجرو):

مثال ۷-۵ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم  $10\text{ kg}$  با قاعده مربعی به ضلع  $10\text{ cm}$  و ارتفاع  $20\text{ cm}$  در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب  $35\text{ cm}$  و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی  $20\text{ s}$  و چگالی  $\gamma\text{ g/cm}^3$  باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. ( $\mu = 0.45$ )



شکل (۷-۱۵)

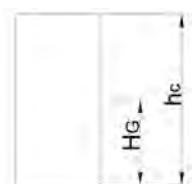
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$m = 10\text{ kg}$ $a = 10\text{ cm}$ $H = 35\text{ cm}$ $t = 20\text{ s}$ $h_c = 20\text{ cm}$ $\rho = \gamma\text{ g/cm}^3$ $\mu = 0.45$ $g = 10\text{ m/s}^2$	$h_e = ?$ $A_c = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

	$A_c = \frac{m}{\rho \cdot t \cdot \mu \sqrt{2gh_e}}$ <p>مرحله ۳) به دست آوردن <math>h_e</math>:</p> <p>با توجه به این که راهبار از کف است <math>h_c = 20 \text{ cm}</math> و <math>V_c = V</math> از طرف دیگر با توجه به این که قطعه به شکل متقارن است.</p>  <p>شکل (۱۷-۷)</p> $H_G = \frac{1}{2} h_c = \frac{1}{2} \times 20$ $H_G = 10 \text{ cm}$ $h_e = 35 - \frac{V_c}{V} \times 10 = 35 - (1 \times 10)$ $h_e = 35 - 10 \Rightarrow h_e = 25 \text{ cm}$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه <math>A_c</math> برای به دست آوردن مساحت مقطع.</p> $m = 10 \text{ kg} = 10 \times 1000 \Rightarrow m = 10000 \text{ gr}$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \times 100 \Rightarrow g = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ $A_c = \frac{10000}{7 \times 10 \times 0.45 \sqrt{2 \times 1000 \times 25}} = \frac{10000}{7043.61}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <math>A_c = 1/42 \text{ cm}^2</math> </div>
<p>تمرین ۶-۷ در یک سیستم راهگای برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه <math>4 \text{ cm}^2</math> و جرم قطعه ریختگی <math>74 \text{ kg}</math> می باشد در صورتی که زمان بارریزی <math>20 \text{ s}</math> و ضریب ریختگی <math>0.4</math> باشد مطلوبست:</p> <p>الف - ارتفاع مؤثر بر حسب سانتی متر</p> <p>ب - سرعت واقعی مذاب در تنگه بر حسب سانتی متر بر ثانیه</p>	<p>مثال ۶-۷ در یک سیستم راهگای برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه <math>5 \text{ cm}^2</math> و جرم قطعه ریختگی <math>84 \text{ kg}</math> می باشد در صورتی که زمان بارریزی <math>24 \text{ s}</math> و ضریب ریختگی <math>0.5</math> باشد مطلوبست:</p> <p>الف - ارتفاع مؤثر <math>(h_e)</math> بر حسب سانتی متر</p> <p>ب - سرعت واقعی مذاب در تنگه بر حسب سانتی متر بر ثانیه</p>

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$h_e = ?$	$m = ۸۴ \text{ kg}$
$V = ?$	$t = ۲۴ \text{ s}$
	$A_c = ۵ \text{ cm}^۲$
	$\mu = ۰/۵$
	$\rho = ۷ \text{ g/cm}^۳$
	$g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$

مرحله (۲) تبدیل واحد.

$$m = ۸۴ \text{ kg} = ۸۴ \times (\text{kg}) = ۸۴ \times ۱۰۰۰ \text{ gr} \Rightarrow m = ۸۴۰۰۰ \text{ gr}$$

$$g = ۱۰ \text{ m/s}^۲ = ۱۰ \times (۱ \text{ m/s}^۲) = ۱۰ \times (۱۰۰ \text{ cm/s}^۲) \Rightarrow g = ۱۰۰۰ \text{ cm/s}^۲$$

مرحله (۳) نوشتن روابط لازم برای حل مسأله

$$A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{2gh_e}}$$

$$V = \mu \sqrt{2gh_e}$$

مرحله (۴) محاسبه  $h_e$

$$\frac{۵}{۱} = \frac{۸۴۰۰۰ \times ۱}{۷ \times ۲۴ \times ۰/۵ \sqrt{۲ \times ۱۰۰۰ \times h_e}}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$۵ \times ۷ \times ۲۴ \times ۰/۵ \sqrt{۲ \times ۱۰۰۰ \times h_e} = ۸۴۰۰۰ \times ۱$$

$$۴۲۰ \sqrt{۲۰۰۰ h_e} = ۸۴۰۰۰$$

طرفین رابطه را بر ۴۲۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\cancel{۴۲۰} \sqrt{۲۰۰۰ h_e}}{\cancel{۴۲۰}} = \frac{۸۴۰۰۰}{۴۲۰}$$

طرفین رابطه را به توان ۲ می‌رسانیم

$$(\sqrt{۲۰۰۰ h_e})^۲ = (۲۰۰)^۲$$

$$۲۰۰۰ h_e = ۴۰۰۰۰$$

حل (توسط هنجو):

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{2000 h_e}{2000} = \frac{40000}{2000} \Rightarrow h_e = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۵) محاسبه سرعت

$$V = 0.5 \times \sqrt{2 \times 1000 \times 20}$$

$$V = 0.5 \times \sqrt{40000} \Rightarrow V = 0.5 \times 200 \Rightarrow V = 100 \text{ cm/s}$$

تمرین ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مستطیل شکل به طول و عرض ۳ و ۲ سانتی متر به طور نیمه آرام  $R_e = 1200$  حرکت می کند. در صورتی که ویسکوزیته مذاب  $0.07$  کیلوگرم بر متر ثانیه و جرم مخصوص آن  $7000$  کیلوگرم بر سانتی متر مکعب باشد سرعت مذاب در این کانال بر حسب سانتی متر بر ثانیه حساب کنید.

حل (توسط هنجو):

مثال ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مؤثر  $1/2 \text{ cm}$  به طور نیمه آرام  $R_e = 1200$  حرکت می کند. در صورتی که ویسکوزیته مذاب  $0.07$  پواز و جرم مخصوص آن  $7 \text{ g/cm}^3$  باشد سرعت مذاب در این کانال بر حسب سانتی متر بر ثانیه حساب کنید.

حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها

خواسته	داده ها
$V = ?$	$D_e = 1/2 \text{ cm}$ قطر مؤثر
	$R_e = 1200$
	$\eta = 0.07 \text{ gr/cm.s}$
	$\rho = 7 \text{ g/cm}^3$

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه

$$V = \frac{0.07 \times 1200}{7 \times 1/2} \Rightarrow V = 100 \text{ cm/s}$$

تمرین ۷-۸ مطلوبست تعیین نسبت سرعت جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد  $40 \times 12$  میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. ( $\pi = 3$ )  
حل: (توسط هنرجو)

مثال ۷-۸ مطلوبست تعیین نسبت سرعت‌های جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد  $48 \times 15$  میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره، جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. ( $\pi = 3$ )

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده
$\frac{V_1}{V_2} = ?$	$A_1 = A_2$

مرحله (۲) نوشتن رابطه سرعت در کانال

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

برای مقاطع غیردایره‌ای  $D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}}$

مرحله (۳) محاسبه قطر مؤثر کانال با مقطع مستطیل

$$\text{مساحت مقطع مستطیل} = 48 \times 15 = 720 \text{ mm}^2$$

$$\text{محیط مقطع مستطیل} = (48 + 15) \times 2 = 126 \text{ mm}$$

$$D_e = \frac{4 \times 720}{126} \Rightarrow D_e = 22.86 \text{ mm}$$

مرحله (۴) محاسبه سرعت در کانال مستطیل

$$V_1 = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot 22.86}$$

مرحله (۵) محاسبه قطر کانال دایره‌ای با سطح مقطع

برابر کانال با سطح مقطع مستطیل

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت دایره} = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$48 \times 15 = 3 \times \frac{D^2}{4} \Rightarrow 720 = 3 \times \frac{D^2}{4}$$

$$720 \times 4 = 3D^2 \Rightarrow 2880 = 3D^2$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{2880}{3} \Rightarrow D^2 = 960$$

$$\Rightarrow \boxed{D = 30/98 \text{ mm}}$$

مرحله ۶) محاسبه سرعت در کانال با مقطع دایره

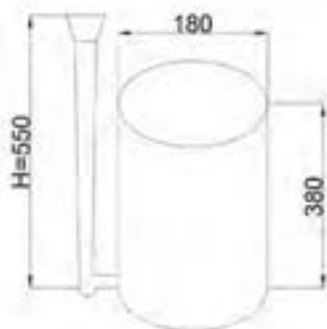
$$V_p = \frac{\eta R_e}{\rho \times 30/98}$$

مرحله ۷) نسبت سرعت در کانال با مقطع مستطیلی به کانال با مقطع دایره‌ای

$$\frac{V_1}{V_p} = \frac{\frac{\eta R_e}{\rho \times 22/68}}{\frac{\eta R_e}{\rho \times 30/98}} = \frac{\cancel{\eta R_e} \times \rho \times 30/98}{\cancel{\eta R_e} \times \rho \times 22/68}$$

$$\frac{V_1}{V_p} = 1/355$$

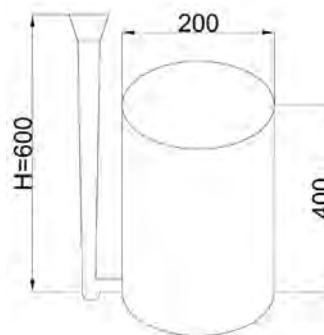
تمرین ۷-۹ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۱۸ cm و ارتفاع ۳۸ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۵۵ cm و راهبار در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۹)

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۹ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۲۰ cm و ارتفاع ۴۰ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۶۰ cm و راهبار در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۸)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته	داده‌ها
$h_e = ?$	$D = 20 \text{ cm}$ $h_c = 40 \text{ cm}$ $H = 60 \text{ cm}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$H_G = \frac{h_c}{2}$$

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

مرحله ۳) به دست آوردن  $H_G$

$$H_G = \frac{h_c}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow H_G = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۴) محاسبه  $h_e$  با استفاده از رابطه.

با توجه به این که راهباره در پایین ترین قسمت قطعه است حجم قسمت بالایی قطعه (بالتر از تنگه) برابر است با حجم کل قطعه یعنی  $V_c = V$  بنابراین خواهیم داشت :

$$h_e = 60 - \frac{V_c}{V} \times 20$$

$$h_e = 60 - 20 \Rightarrow \boxed{h_e = 40 \text{ cm}}$$

تمرین ۷-۱۰ مذابی از آلومینیم با جریان آرام ( $R_e = 2500$ ) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۴ و ۵ سانتی متر جاری شده است با توجه به این که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر  $\eta = 0.004 \text{ kg/m.s}$  و  $\rho = 2460 \text{ kg/m}^3$  می باشد. سرعت خطی مذاب را بر حسب  $\text{m/s}$  و  $\text{cm/s}$  به دست

مثال ۷-۱۰ مذابی از آلومینیم با جریان آرام ( $R_e = 2000$ ) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاهی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۲ و ۳ سانتی متر جاری شده است با توجه به این که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر  $\eta = 0.003 \text{ kg/m.s}$  و  $\rho = 2450 \text{ kg/m}^3$  می باشد. سرعت خطی مذاب را بر حسب  $\text{m/s}$  و  $\text{cm/s}$  به دست

آورید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$D_e = ?$ $V = ? (m/s), (cm/s)$	$3 \times 2 \text{ cm} = \text{مقطع سیستم}$ راهگهی $R_e = 2000$ $\eta = 0.003 \text{ kg/m.s}$ $\rho = 2450 \text{ kg/m}^3$

مرحله (۲) رابطه‌های مورد نیاز برای حل مسأله نوشته می‌شود.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}}$$

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot R_e}$$

مرحله (۳) محاسبه قطر مؤثر

$$\text{مساحت مستطیل} = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$$

$$\text{محیط مستطیل} = (2 + 3) \times 2 = 10 \text{ cm}$$

$$D_e = \frac{4 \times 6}{10} = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ cm} = 2.4 \times \left( \frac{1}{100} \text{ m} \right)$$

$$D_e = 0.024 \text{ m}$$

مرحله (۴) محاسبه سرعت  $V$

$$V = \frac{0.003 \times 2000}{2450 \times 0.024} = \frac{6}{58.8} = 0.1 \text{ m/s}$$

$$V = 0.1 (100 \text{ cm/s}) = 10 \text{ cm/s}$$

آورید.

حل (توسط هنجرو):



