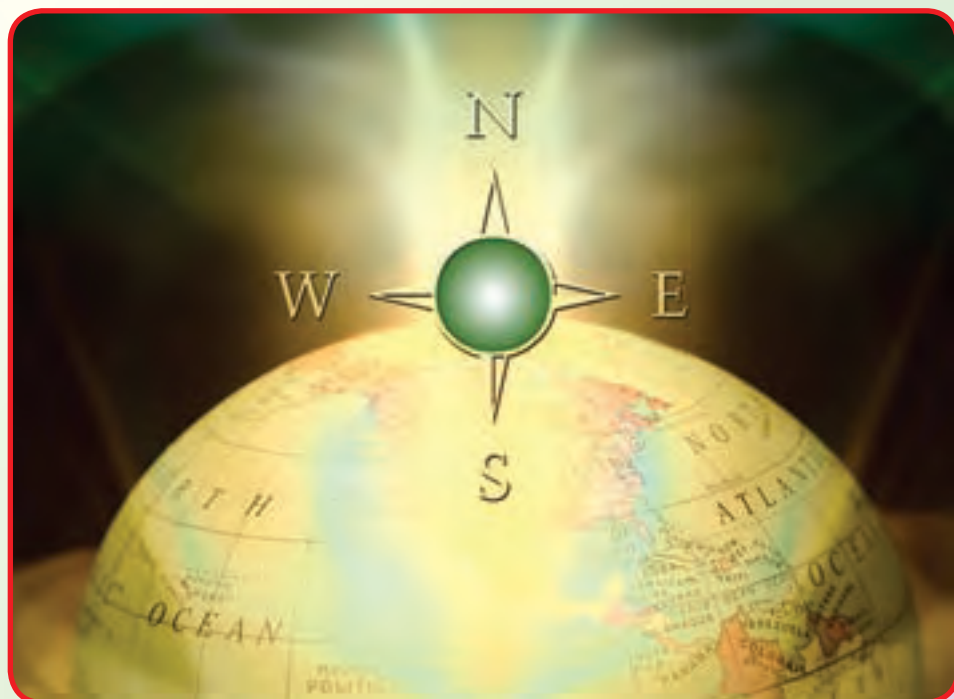


فصل  
چهارم

# تعیین موقعیت و امتدادهای مبنا



## هدف‌های رفتاری

پس از آموزش و مطالعه این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود بتواند:

- ۱- سطوح مبنایی زمینی را نام برده، تفاوت آنها را بیان کند.
- ۲- تعیین موقعیت جهانی را تعریف کند.
- ۳- نقاط کنترل و شبکه نقاط کنترل را تعریف کند.
- ۴- انواع امتدادهای مبنا در نقشه برداری را نام برده، تفاوت آنها را بیان نماید.
- ۵- ژیزمان یک امتداد را تعریف نموده، رابطه آن با ژیزمان معکوس را بنویسد.
- ۶- زاویه حامل یک امتداد را تعریف نماید.
- ۷- ژیزمان یک امتداد را که مختصات دو سر آن معلوم است، محاسبه نماید.
- ۸- با معلوم بودن ژیزمان یک ضلع چند ضلعی با زوایای معلوم، ژیزمان بقیه اضلاع را محاسبه نماید.

## مطالب پیش نیاز

قبل از مطالعه این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود با مطالب زیر آشنا باشد:

- ۱- آشنایی با فصول ۱، ۲ و ۳ کتاب «روش‌های تعیین موقعیت»
- ۲- آشنایی با فصل پنجم کتاب «هندسه»
- ۳- آشنایی با دایره مثلثاتی و ربع‌های آن در کتاب «ریاضی ۲ و ۳»

## تعیین موقعیت



### مفاهیم کلیدی

امتداد مبنا
Reference Line
سطح مبنا
Datum
تعیین موقعیت
Positioning
تعیین موقعیت محلی
Local Positioning
تعیین موقعیت جهانی
Global Positioning
سیستم مختصات
Coordinate System
ژیزمان
Gisement
آزیموت
Azimuth
زاویه حامل
Bearing

### مقدمه

همه ما در زندگی روزمره برای نشان دادن موقعیت یک نقطه، از مطالب ریاضی استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال بر دیوارهای کلاس هنرستانی که در آن هستید، اجسامی نصب یا آویخته شده‌اند که هر کدام در موقعیت مخصوص قرار دارند و هنگام نصب آنها به این موقعیت‌ها توجه شده است. به فرض در نصب تخته سیاه کلاس فاصله کناره‌ها با کف یا سقف و دیوارهای جانبی و قرار داشتن در جلوی کلاس و مقدار فاصله آن تا نیمکت‌ها اندازه‌گیری شده تا در موقعیت مناسب نصب گردد.

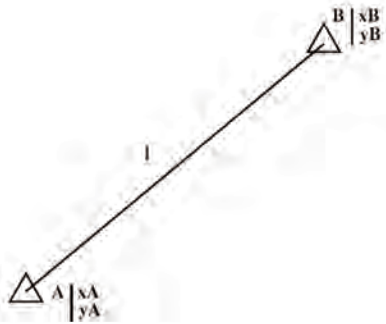
البته ممکن است قبلاً وضعیت نصب یا آویختن اجسام را بر روی کاغذ نشان دهیم که این کار مستلزم اندازه‌گیری و ترسیم ابعاد دیوار بر روی کاغذ است. بنابراین برای تعیین موقعیت هر جسم و یا یک محیط مشخص کافی است با تعریف یک سری نقاط مختصات دار در یک سیستم مختصات معین آنها را تعیین مکان و مشخص کنیم.

### بیشتر بدانیم

Surveying can be defined as the acquiring and/or accumulation of qualitative information and quantitative data by observing, counting, classifying, and recording to need

نقشه برداری یعنی: به دست آوردن و جمع‌آوری داده‌های کمی و کیفی از طریق اندازه‌گیری، برآورد، طبقه‌بندی و ثبت مختصات مورد نیاز.

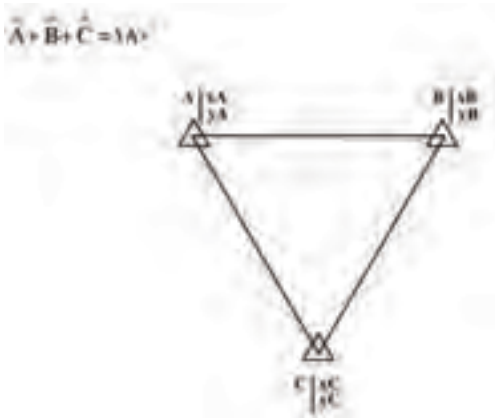
سطوح مبنای زمین: از نظر ریاضی هر تابع، فرمول و مدل ریاضی مکانی در یک فضای مناسب تعریف می‌شود که به آن سطح مبنای (دیتوم datum) می‌گویند. به عنوان مثال فاصله بین دو



نقطه مختصات دار از معادله زیر محاسبه می شود. این رابطه به عنوان یک مدل ریاضی فقط برای نقاط موجود در یک صفحه صادق است بنابراین در اینجا صفحه، سطح مبنای محاسباتی معادله فاصله نقاط می باشد :

$$L_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

شکل ۴-۱- مدل ریاضی طول بین دو نقطه



شکل ۴-۲- مدل ریاضی مجموع زوایای داخلی یک مثلث

یا در حالتی که می گوییم جمع زوایای داخلی یک مثلث برابر  $180^\circ$  درجه یک مدل ریاضی است که فقط روی یک صفحه افقی صادق است. زیرا بر روی سطوح منحنی شکل (مثل سطوح کروی و بیضوی) می توان مثلی در نظر گرفت که جمع زوایای آن کمتر و یا بیشتر از  $180^\circ$  درجه و یا حتی  $270^\circ$  درجه باشد. بنابراین قبل از تعریف هر رابطه یا فرمول ریاضی بایستی سطح مبنا یا دیتوم آن مشخص گردد.

در نقشه برداری تمام اندازه گیری ها و مشاهدات در روی سطح طبیعی زمین (و یا نزدیک آن) انجام می گیرد اما سطح زمین یک صفحه افقی نیست و حتی به شکل یک کره هم نیست، به عبارتی دارای شکل هندسی خاصی نیست و فرمول ریاضی ندارد. بنابراین قبل از انجام هرگونه محاسبه ای بر روی مشاهدات و اندازه گیری های حاصل از نقشه برداری باید برای زمین سطح مبنایی را مشخص کرد، به طوری که روابط و فرمول هایی که برای محاسبات به کار می بریم در این سطح مبنا صدق کند.

برای زمین سطوح مبنای مختلفی تعریف شده است. از جمله سطوح مبنایی زمین و مهم ترین آنها می توان به سطح مستوی (صفحه) افقی، سطح ژئوئید و سطح بیضوی اشاره کرد. که سطح مستوی



شکل ۳-۴- شکل طبیعی سطح زمین (چپ)، سطح متوسط آبهای آزاد یا ژئوئید به عنوان سطح مبنای ارتفاعی (وسط)، و بیضوی دورانی به عنوان سطح مبنای مسطحاتی (راست)

و سطح بیضوی را سطح مبنای مسطحاتی و ژئوئید را سطح مبنای ارتفاعی در نظر گرفته اند، مثلاً در نقشه برداری در زمین های کم وسعت می توان سطح زمین را یک سطح افقی در نظر گرفت و در نتیجه موقعیت مسطحاتی نقاط را با توجه به روابط ریاضی و هندسی حاکم بر یک صفحه افقی محاسبه نمود. اما در حالت کلی تر و در نقشه برداری از زمین های وسیع تر، دیگر نمی توان از این سطح مبنای برای محاسبه موقعیت مسطحاتی نقاط استفاده کرد، سطح مبنایی که در این حالت در نظر گرفته می شود یک بیضوی است که با ابعاد مشخص برای منطقه مورد نظر تعریف می شود و از آن جایی که بیضوی نیز دارای روابط ریاضی مشخص است می توان با استفاده از آن، روابط موقعیت مسطحاتی نقاط را تعیین کرد.

### بیشتر بدانیم

بر اساس همایش نقشه برداری و سیستم تصویر انجمن نقشه برداری در سال ۱۹۸۴، نقشه برداری این گونه تعریف شده است :  
 به دست آوردن و جمع آوری اطلاعات کیفی و داده های کمی از طریق اندازه گیری، برآورد، طبقه بندی و ثبت مختصات مورد نیاز.  
 این تعریف دارای دو فعالیت اساسی است. یکی اندازه گیری داده های بین عوارض موجود (مثل اندازه گیری طول و زاویه در پیمایش) و دیگری پیاده کردن عوارض روی زمین (مثل پیاده کردن مسیر محور اصلی یک بزرگراه و یا پیاده کردن پلان یک ساختمان)

**تعیین موقعیت جهانی:** منظور از تعیین موقعیت جهانی (Global positioning) در نقشه برداری عبارت است از مشخص کردن مختصات هر نقطه دلخواه روی زمین در یک سیستم مختصات معلوم، اما قبل از تعیین مختصات یک نقطه، ابتدا باید یک سیستم مختصات تعریف کنیم. به عبارت دیگر اعتبار مختصات یک نقطه از وجود سیستم مختصات آن است.

اما برای تعریف یک سیستم مختصات لازم است که به سؤالاتی از این قبیل پاسخ داده شود:

– مبدأ سیستم کجاست؟

– محورهای سیستم نسبت به هم چگونه اند؟

– محورهای سیستم مستقیم الخط هستند و یا منحنی الخط؟

– پارامترهای تعیین موقعیت هر نقطه در این سیستم کدامند؟

– سیستم مختصات راست گرد است و یا چپ گرد؟

با پاسخ دادن به سؤالات فوق سیستم مختصات تعریف می شود و با توجه به هدفی که از مختصات دنبال می شود، سیستم مورد نظر تعریف می شود. مثلاً چنانچه هدف تعیین مختصات جهانی نقاط باشد باید سیستم مختصات را طوری تعریف کرد که برای تمام نقاط واقع در سطح کره زمین بتوان مختصات نقاط را در این سیستم مشخص نمود. به عبارتی منظور از تعیین موقعیت جهانی این است که مختصات همه نقاط واقع در سطح زمین را در یک سیستم مختصات واحد تعیین کنیم که مبدأ این سیستم را معمولاً در مرکز زمین در نظر می گیرند.

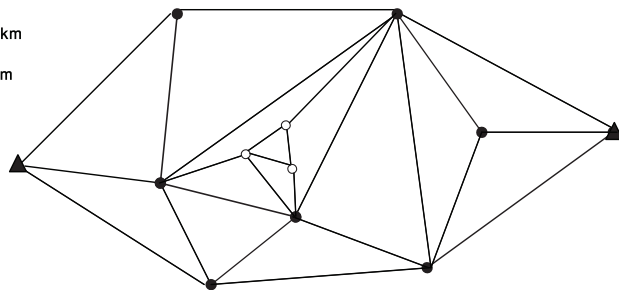
**شبکه نقاط مبنایی:** منظور از نقاط کنترل در نقشه برداری نقاطی است که مختصات مسطحاتی و یا ارتفاعی آنها و یا مختصات سه بعدی (مسطحاتی و ارتفاعی) آنها نسبت به یک سیستم مختصات مشخص دقیقاً معلوم باشد. و به مجموعه ای از این نقاط که تشکیل خطوط و زوایایی را می دهند، شبکه نقاط کنترل، مبنایی یا کانونا می گویند. شبکه نقاط کنترل در واقع اسکلت اصلی یک پروژه نقشه برداری است.

چنانچه در یک شبکه فقط  $x$  و  $y$  نقاط تعیین شده باشد به آن شبکه کنترل افقی و یا شبکه کنترل دو بعدی می گویند. اگر فقط ارتفاع نقاط تعیین شده باشد به آن شبکه کنترل ارتفاعی یا شبکه ترازبایی و بالاخره اگر طول، عرض و ارتفاع  $(x, y, z)$  هر سه معلوم شده باشد به آن شبکه سه بعدی می گویند. البته معمولاً شبکه های ارتفاعی منطبق بر شبکه نقاط کنترل مسطحاتی است ولی در برخی پروژه ها که صرفاً تعیین موقعیت ارتفاعی نقاط مورد نظر است تنها شبکه ارتفاعی را طراحی می کنند.

بر حسب وسعت منطقه شبکه هایی با درجات متفاوت در زمین احداث می کنند. اولین شبکه که

اصطلاحاً شبکه درجه یک نامیده می‌شود کل کشور را پوشش می‌دهد. درون شبکه‌های درجه یک، شبکه‌های فرعی کوچکتری به نام شبکه‌های درجه دو و سه ایجاد می‌کنند. شبکه‌های درجه دو متکی به نقاط شبکه درجه یک و شبکه درجه سه متکی به نقاط درجه یک و دو می‌باشد. شکل (۴-۴)

▲ شبکه درجه یک 250km  
● شبکه درجه دو 50km  
○ شبکه درجه سه 5km



شکل ۴-۴- شبکه

همانطور که در کتاب مسّاحی خواندید، برای تعیین دقیق موقعیت ارتفاعی نقاط در زمین‌های نسبتاً هموار از ترازیبی هندسی و در زمین‌های ناهموار با شیب زیاد از ترازیبی مثلثاتی استفاده می‌گردد. همچنین برای تعیین دقیق موقعیت دو بعدی نقاط یک شبکه از روش‌های مختلفی از قبیل پیمایش، مثلث بندی، تقاطع، ترفیع و نقشه برداری ماهواره‌ای استفاده می‌شود که با روش پیمایش و نقشه برداری ماهواره‌ای در فصل بعدی آشنا خواهید شد.

### بیشتر بدانیم



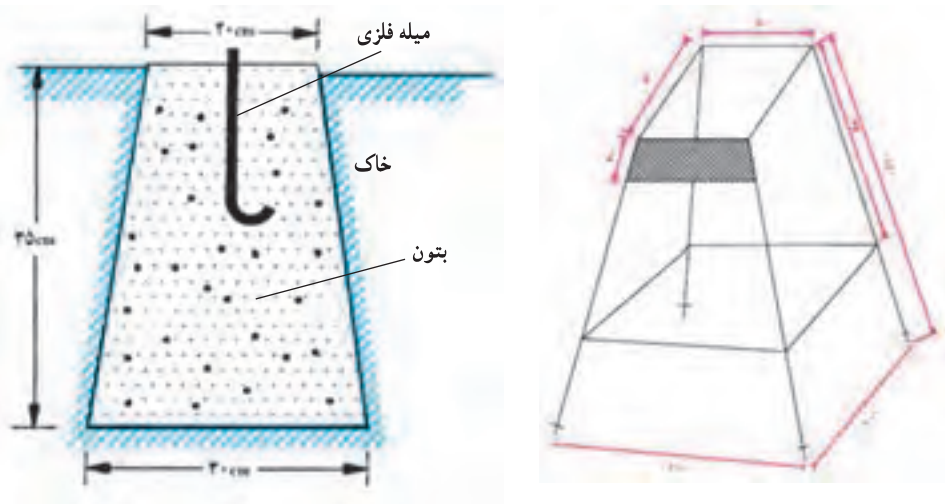
نقشه برداری و کمی خنده!!!

ساختمان شبکه نقاط کنترل: چون این نقاط نقش کنترل کننده را دارند باید طوری انتخاب شوند که:

– با روش‌های مناسب بتوان مختصات آنها را تعیین کرد؛

– برای مدت طولانی تثبیت و حفظ گردند؛

به منظور تثبیت نقاط کنترل و جلوگیری از جابه‌جایی محل این نقاط در روی زمین و همچنین دوام و ماندگاری آنها در طول پروژه، نقاط کنترل را در روی زمین معمولاً توسط یک سکوی بتنی مشخص می‌کنند و برای تعیین محل دقیق نقطه از یک میله آهنی که در وسط این سکوی بتنی کار گذاشته می‌شود استفاده می‌کنند. مطابق استاندارد تعریف شده این سکوی بتنی باید ساختمانی مشخص و محکم داشته باشد. علاوه بر آن ایستگاه‌های کنترل بایستی به ترتیبی مناسب شماره گذاری گردند تا در صورت خرابی و از بین رفتن، امکان شناسایی و بازسازی آنها وجود داشته باشد.



شکل ۴-۵- نمونه‌ای از استاندارد ساختمان نقاط BM

#### ۴-۱- امتدادهای مبنا در نقشه برداری

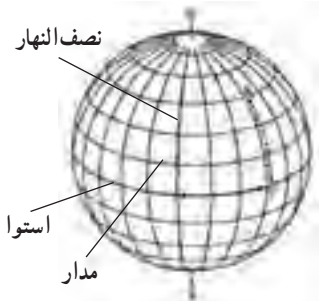
به منظور توجیه نقشه در منطقه و یا برای مشخص نمودن موقعیت یک امتداد هنگام نقشه برداری در منطقه لازم است که زاویه بین امتدادهای زمینی را با یک امتداد مبنا (Reference line) به دست آورد. از امتدادهایی که در نقشه برداری به عنوان امتداد مبنا (مقایسه) در نظر گرفته می‌شوند، می‌توان امتداد نصف النهار جغرافیایی محل، امتداد نصف النهار مغناطیسی محل و امتداد



شمال شبکه یا محور Yها در صفحه نقشه را نام برد.

### انواع امتداد مبنا:

در نقشه برداری معمولاً با سه نوع امتداد مبنا سروکار داریم: شمال حقیقی، شمال مغناطیسی و شمال شبکه. در زیر با تعاریف و کاربرد هر یک آشنا می شویم.



شکل ۴-۶- کره زمین به همراه نصف النهارات و جهت شمال حقیقی

**الف) شمال حقیقی (جغرافیایی):** هرگاه هر یک از نقاط روی سطح زمین را به سوی مرکز قطب شمال کره زمین امتداد دهیم، سمتی پدید می آید که به آن شمال حقیقی یا جغرافیایی می گویند. به عبارت دیگر شمال جغرافیایی هر نقطه روی سطح زمین امتداد نصف النهار گذرنده از آن نقطه به سمت قطب شمال می باشد. شمال جغرافیایی را معمولاً روی نقشه با (TN (True North مشخص می سازند.

### بیشتر بدانیم



تعیین قبله مسجد جامع اصفهان یکی از کارهای شیخ بهایی مهندس ایرانی قرن یازدهم هجری قمری است.

می توانید توضیح دهید که او چگونه جهت قبله را تعیین کرده است؟

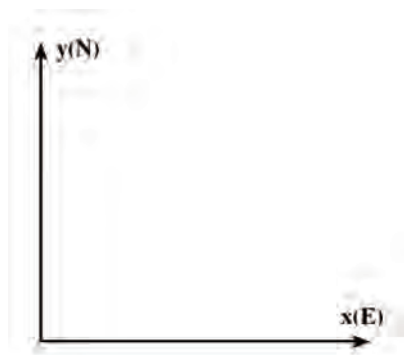
**ب) شمال مغناطیسی:** جهتی را که عقربه قطب نما در یک نقطه نشان می دهد جهت شمال مغناطیسی گویند. به عبارت دقیق تر زمین به دلیل حرکت دورانی دائم به دور محورش یک میدان مغناطیسی ایجاد می کند که باعث انحراف عقربه قطب نما به سمت شمال - جنوب می شود. دلیل این امر

آن است که در آهن ربا قطب‌های غیر همنام یکدیگر را جذب می‌کنند. شمال مغناطیسی را با علامت (MN) نشان می‌دهند.



شکل ۴-۷- قطب‌نما

ج) شمال شبکه: جهت مثبت محور Yها را در نقشه شمال شبکه گویند. به عبارت دیگر امتداد شمالی شبکه متعامد روی نقشه را شمال شبکه می‌نامند. در روی نقشه شمال شبکه را با علامت (GN (Grid North نشان می‌دهند.



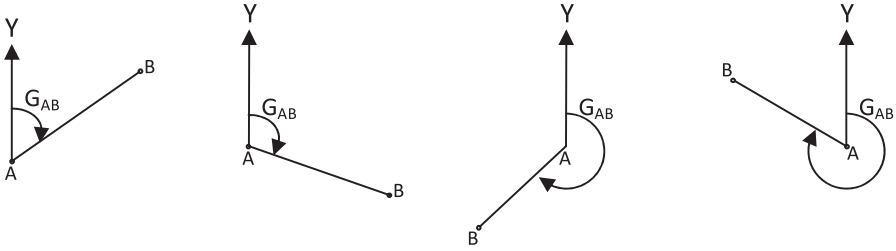
شکل ۴-۸- شمال شبکه

## ۴-۲- ژیزمان

همانطور که گفتیم برای تعیین جهت (سمت) یک امتداد در روی زمین باید زاویه بین این امتداد و یک امتداد مبنا را اندازه‌گیری کرد. چنانچه امتداد مبنا را شمال شبکه در نظر گرفته و زاویه بین شمال شبکه و امتداد زمینی را در جهت عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری کنیم به زاویه ژیزمان

(Gisement) گویند. بنابراین :

ژیزمان عبارت است از زاویه‌ای که هر امتداد با امتداد شمال شبکه و در جهت عقربه ساعت می‌سازد. که با  $G$  نمایش می‌دهند.



۴-۹- ژیزمان امتداد AB را در چهار وضعیت مشاهده می‌کنید

بنابراین در تعریف ژیزمان سه نکته اساسی را باید در نظر گرفت :

- ۱- ژیزمان یک زاویه افقی بین یک امتداد مبنا و امتداد مورد نظر است؛
- ۲- مبدأ اندازه‌گیری (امتداد مبنا) ژیزمان همواره شمال شبکه (محور Y نقشه) است؛
- ۳- ژیزمان در جهت حرکت عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری می‌شود.

### بیشتر بدانیم

**اسطرلاب:** این دستگاه به معنی آینه نجوم است و ستاره‌یاب نام دارد.

از اسطرلاب برای مطالعات و محاسبات کارهای نجومی و نقشه‌برداری از قبیل :

- ۱- پیدا کردن ارتفاع و زاویه خورشید
- ۲- تعیین محل ستارگان و سیارات
- ۳- به دست آوردن طول و عرض جغرافیایی محل
- ۴- به دست آوردن ارتفاع کوه‌ها و پهنای رودخانه‌ها

و ...

۵- تعیین ساعت طلوع و غروب ستارگان و تعیین

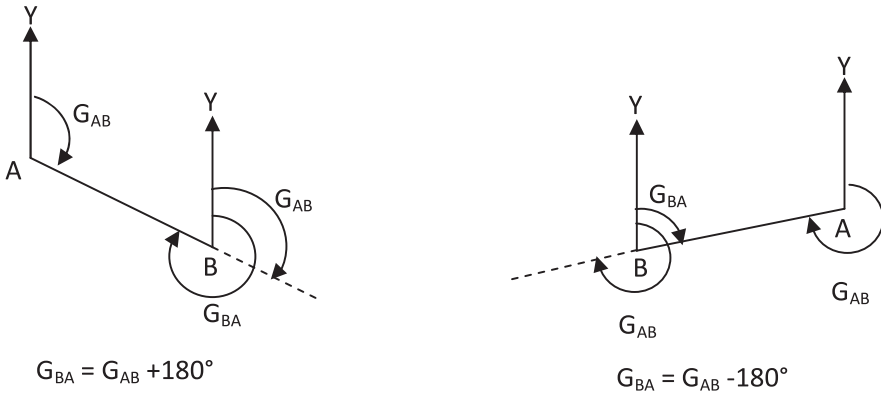
ساعات نماز استفاده می‌شده است.



ژیزمان معکوس: در صورتی که ژیزمان امتدادی چون AB معلوم فرض شود ( $G_{AB}$ ) ژیزمان معکوس آن را به صورت ژیزمان BA خوانده و به شکل  $G_{BA}$  نشان می‌دهیم که مقدار آن از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$G_{AB} = G_{BA} \pm 180^\circ$$

که در این رابطه چنانچه  $G_{AB}$  کوچکتر از  $180^\circ$  باشد از علامت + و در صورتیکه  $G_{AB}$  مساوی و یا بزرگتر از  $180^\circ$  باشد از علامت - استفاده می‌شود.



شکل ۴-۱۰- ژیزمان معکوس

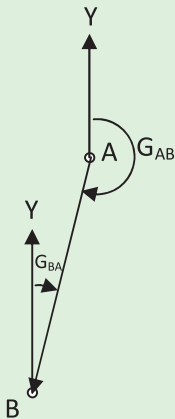
مثال ۴-۱: محاسبه ژیزمان معکوس یک امتداد با معلوم بودن ژیزمان امتداد  
ژیزمان امتداد AB برابر  $187^\circ 25' 30''$  می‌باشد، ژیزمان معکوس امتداد AB چند  
درجه است؟

راهکار کلی: از رابطه گفته شده در بالا استفاده کرده و  
با توجه به اینکه ژیزمان امتداد AB از  $180^\circ$  درجه بیشتر است از  
علامت منفی در این رابطه استفاده می‌شود.  
روش حل:

$$G_{AB} > 180^\circ \rightarrow$$

$$G_{BA} = G_{AB} - 180^\circ \rightarrow$$

$$G_{BA} = 187^\circ - 25' 30'' - 180^\circ = 7^\circ 25' 30'' \rightarrow$$



بحث و بررسی: در مثال بالا چنانچه زاویه بر حسب گراد باشد باید در رابطه به جای  $18^\circ$  از  $200$  استفاده نمود به عبارتی در حالت گراد داریم:

$$G_{BA} = G_{AB} \pm 200$$

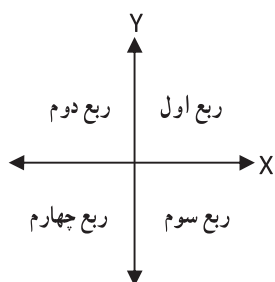
### بیشتر بدانیم

#### نکات مهم کاربرد اسطرلاب:

- ۱- از مزایای این دستگاه این است که در هنگام استفاده از آن هیچ احتیاجی به دانستن فرمول‌های ریاضی نیست.
- ۲- تعیین حدود اراضی و نقشه برداری و پیاده کردن مسیر راه قنات‌ها و حفر معادن و تعیین مسیر درونی آنها از جمله کارهایی است که اسطرلاب را برای آن می‌ساختند.
- ۳- اسطرلاب راهنمای بسیار مفید و با ارزشی در عمل مسیریابی در بیابان‌ها بوده و مخصوصاً برای جهت‌یابی در دریانوردی به کار می‌رفته است.

محاسبه ژیزمان از مختصات مسطحاتی: تا اینجا با مفهوم ژیزمان و ژیزمان معکوس یک امتداد آشنا شدید، در این قسمت محاسبه مقدار ژیزمان یک امتداد از مختصات مسطحاتی دو نقطه - که روی این امتداد قرار دارند - شرح داده می‌شود.

ابتدا مطالبی پیش نیاز که برای فهم مطلب نیاز است بیان می‌شود:



همانطور که در شکل مشاهده می‌کنید محورهای مختصات

فضای صفحه را به چهار قسمت تقسیم می‌کنند که در نقشه برداری

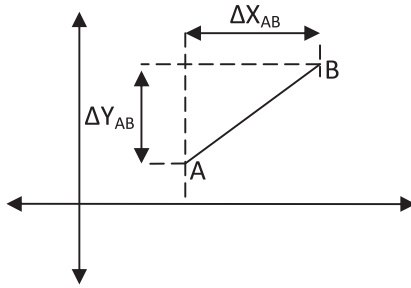
به نام ربع یک تا چهار نام گذاری می‌شود. بنابراین هر امتداد با توجه

به مختصات نقاط ابتدا و انتهای آن در یک ناحیه قرار می‌گیرد:

مطابق شکل فرض کنید مختصات دکارتی (کارترین) دو

بعدی دو نقطه  $A$  و  $B$  معلوم باشد و آنها را با  $(X_A, Y_A)$  و  $(X_B, Y_B)$

$(Y_B)$  نمایش دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Delta X_{AB} = X_B - X_A$$

$$\Delta Y_{AB} = Y_B - Y_A$$

بنابراین می‌توان چهار حالت زیر را در نظر گرفت :

(الف) چنانچه  $\Delta x > 0, \Delta y > 0$ ، امتداد در ربع اول قرار دارد.

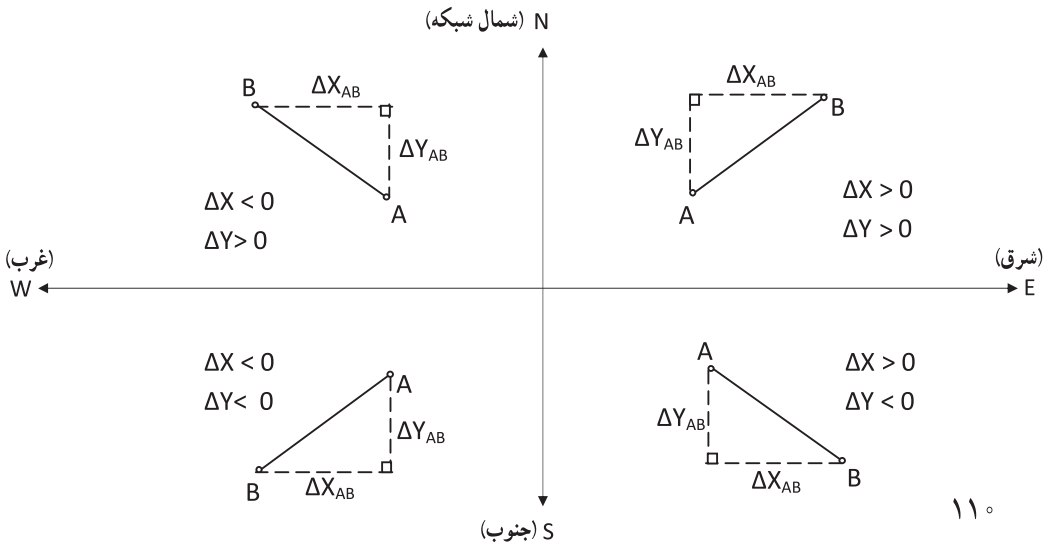
(ب) چنانچه  $\Delta x > 0, \Delta y < 0$ ، امتداد در ربع دوم قرار دارد.

(ج) چنانچه  $\Delta x < 0, \Delta y < 0$ ، امتداد در ربع سوم قرار دارد.

(د) چنانچه  $\Delta x < 0, \Delta y > 0$ ، امتداد در ربع چهارم قرار دارد.

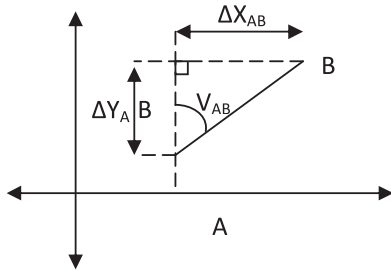
و یا به طور خلاصه :

علامت $\Delta Y$	علامت $\Delta X$	ربع مختصات
+	+	اول
-	+	دوم
-	-	سوم
+	-	چهارم



تعیین جهت شمال با ساعتِ مچی (در روز): ساعت مچی معمولی (آنالوگ، عقربه‌ای) را به حالت افقی طوری در کف دست نگه می‌داریم که عقربه ساعت‌شمار به سمت خورشید اشاره کند. در این حالت، نیمسازِ زاویه‌ای که عقربه ساعت‌شمار با عدد ۱۲ ساعت می‌سازد (زاویه کوچکتر، نه بزرگتر)، جهت جنوب را نشان می‌دهد. یعنی مثلاً اگر چوب‌کبریتی را [به طور افقی] در نیمه راه میان عقربه ساعت‌شمار و عدد ۱۲ ساعت قرار دهید، به طور شمالی - جنوبی قرار گرفته‌است.

ابتدا کوچکترین زاویه‌ای را که یک امتداد با محور Yها می‌سازد محاسبه می‌کنیم به این زاویه اصطلاحاً زاویه حامل (Bearing) می‌گویند و آن را با  $V$  نمایش می‌دهند. برای محاسبه زاویه حامل بدون در نظر گرفتن علامت  $\Delta X_{AB}$  و  $\Delta Y_{AB}$  مقادیر آنها را در رابطه زیر قرار داده و زاویه حامل امتداد را محاسبه می‌کنیم:



با توجه به شکل مقابل داریم:

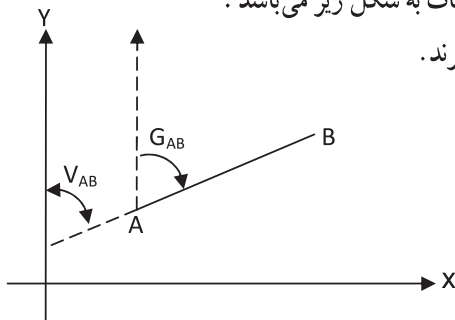
$$\tan V_{AB} = \left| \frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}} \right| \rightarrow$$

$$V_{AB} = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}} \right|$$

سپس با توجه به اینکه امتداد مورد نظر در چه ربعی واقع شده (با توجه به علامت  $\Delta x$  و  $\Delta y$ ) و با در نظر گرفتن رابطه زاویه حامل و ژیزمان در آن ربع، می‌توان ژیزمان امتداد را مطابق موارد زیر به دست آورد:

رابطه ژیزمان و زاویه حامل در چهار ربع مختصات به شکل زیر می‌باشد:

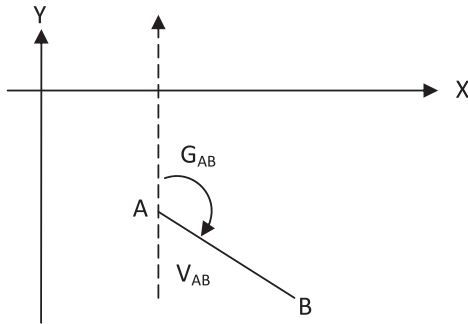
۱- در ربع اول ژیزمان و زاویه حامل با هم برابرند.



$$\left. \begin{array}{l} \Delta X_{AB} > 0 \\ \Delta Y_{AB} > 0 \end{array} \right\} \text{ امتداد در ربع اول قرار دارد}$$

$$G_{AB} = V_{AB}$$

۲- اگر امتدادی در ربع دوم باشد، بین ژیزمان و زاویه حامل رابطه زیر برقرار است :

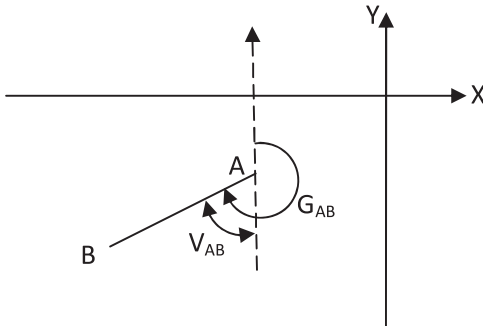


$$\left. \begin{array}{l} \Delta X_{AB} > 0 \\ \Delta Y_{AB} < 0 \end{array} \right\} \text{امتداد در ربع دوم قرار دارد}$$

$$G_{AB} = 180^\circ - V_{AB}$$

۳- اگر امتدادی در ربع سوم باشد، بین ژیزمان و زاویه حامل در این حالت رابطه زیر برقرار

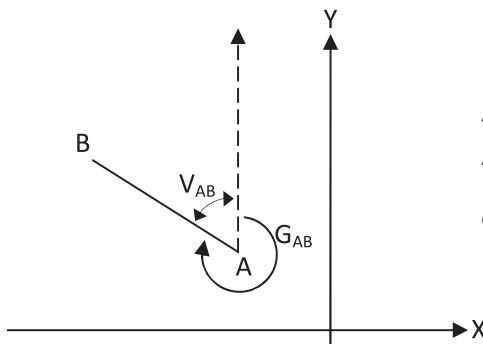
است :



$$\left. \begin{array}{l} \Delta X_{AB} < 0 \\ \Delta Y_{AB} < 0 \end{array} \right\} \text{امتداد در ربع سوم قرار دارد}$$

$$G_{AB} = 180^\circ + V_{AB}$$

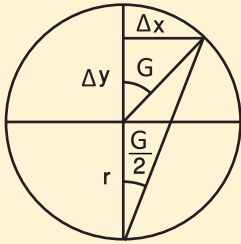
۴- اگر امتدادی در ربع چهارم باشد، بین ژیزمان و زاویه حامل رابطه زیر برقرار است :



$$\left. \begin{array}{l} \Delta X_{AB} < 0 \\ \Delta Y_{AB} > 0 \end{array} \right\} \text{امتداد در ربع چهارم قرار دارد}$$

$$G_{AB} = 360^\circ - V_{AB}$$





تعیین جهت شمال با ستاره قطبی (در شب):  
 یک راه دیگر محاسبه ژیزمان بدون نیاز به روش  
 زاویه حامل، رابطه زیر می باشد.

$$G = \tau \operatorname{tag}^{-1} \left( \frac{\Delta x}{\Delta y + r} \right)$$

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

#### مثال ۴-۲: محاسبه ژیزمان یک امتداد از روی مختصات

دو نقطه A (۱۰۰۰, ۱۰۰۰) و B (۱۵۰۰, ۲۰۰) در روی امتدادی قرار دارند،

مطلوب است محاسبه

الف) ناحیه (ربعی) که امتداد گذرنده از AB در آن قرار دارد

ب) زاویه حامل امتداد AB

ج) ژیزمان امتداد AB

راهکار کلی: همانطور که گفتیم برای تعیین ناحیه (ربعی) که یک امتداد در آن

قرار دارد کافی است به علامت‌های  $\Delta X$  و  $\Delta Y$  توجه کنید.

علامت $\Delta Y$	علامت $\Delta X$	ربع مختصات
+	+	اول
-	+	دوم
-	-	سوم
+	-	چهارم

زاویه حامل را از رابطه زیر می توان بدست آورد:

$$V_{AB} = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}} \right|$$

پس از محاسبه که زاویه حامل و همچنین ربعی که امتداد در آن قرار دارد را مشخص کردید می توان به راحتی ژیزمان را مطابق جدول زیر به دست آورد.

رابطه ژیزمان و زاویه حامل	ربع مختصات
$G_{AB}=V_{AB}$	اول
$G_{AB}=180^{\circ}-V_{AB}$	دوم
$G_{AB}=180^{\circ}+V_{AB}$	سوم
$G_{AB}=360^{\circ}-V_{AB}$	چهارم

روش حل :

(الف)

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_{AB} &= X_B - X_A = 1500 - 1000 = 500 \\ \Delta Y_{AB} &= Y_B - Y_A = 200 - 1000 = -800 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \Delta X &> 0 \quad \text{امتداد در ربع دوم} \\ \Delta Y &< 0 \quad \text{مختصات قرار دارد} \end{aligned}$$

(ب)

$$V_{AB} = \tan^{-1} |(XB-XA)/(YB-YA)|$$

$$V_{AB} = \tan^{-1} |(1500-1000)/(200-1000)| =$$

$$\tan^{-1} |500/-800| = 32^{\circ} 00' 19.38''$$

(ج) همانطور که دیدید امتداد در ربع دوم قرار دارد پس داریم :

$$G_{AB} = 180^{\circ} - V_{AB} =$$

$$180^{\circ} - 32^{\circ} 00' 19.38'' = 147^{\circ} 59' 40.62''$$

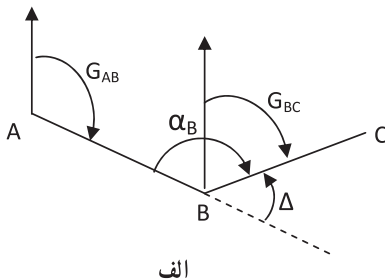
بحث و بررسی : برای محاسبه زاویه حامل و ژیزمان بر حسب گراد کافی است قبل از محاسبات، ماشین حساب خود را در حالت گراد قرار داده و سپس محاسبات را انجام دهید، البته لازم است که به جای عدد  $180^{\circ}$  از  $200^{\circ}$  و به جای عدد  $360^{\circ}$  از  $400^{\circ}$  در رابطه ژیزمان استفاده کنید.



مسلمان‌ها برای خواندن نمازهای روزانه خود، نیازمند یافتن قبله‌اند. خانه کعبه، در شهر مکه و در کشور عربستان است به همین دلیل مسلمان‌های تمام کشورهای دنیا می‌بایست جهت قبله را بیابند. روش‌های مختلفی برای یافتن این جهت وجود دارد؛ مثل استفاده از نور آفتاب و قبله‌نما. قبله‌نما دستگاهی است که جهت قبله را نشان می‌دهد.

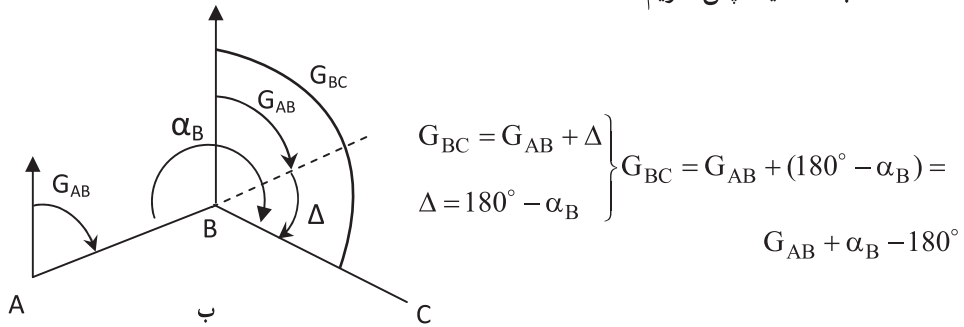
معمولاً قبله‌نما بر اساس قطب‌نما ساخته می‌شود. با این تفاوت که به گونه‌ای درجه‌بندی و تنظیم شده است که علاوه بر نشان دادن جهت شمال، جهت قبله را هم نشان می‌دهد. باید گفت که یافتن قبله توسط قبله‌نما به سادگی یافتن شمال و جنوب جغرافیایی نیست. برای قبله، علاوه بر داشتن یک قبله‌نما، به یک جدول هم نیاز داریم که دارای مشخصات شهری باشد که ما در آن هستیم، چون جهت قبله نسبت به جهت شمال، در نقطه‌های مختلف کره زمین، زاویه یکسانی نمی‌سازد.

**انتقال ژیزمان :** دو امتداد AB و BC را مطابق شکل (الف) در نظر بگیرید در صورتی که ژیزمان امتداد AB و همچنین زاویه رأس B یعنی  $\alpha_B$  معلوم باشد ژیزمان امتداد BC به راحتی محاسبه می‌گردد. همانطور که در شکل مشاهده می‌کنید امتداد AB که با خط چین مشخص شده است از نقطه B به اندازه زاویه انحراف  $\Delta$  و در خلاف جهت عقربه‌های ساعت از جهت خود منحرف شده تا به امتداد BC تبدیل شود بنابراین کافی است که زاویه  $\Delta$  را از ژیزمان AB کم کنیم تا ژیزمان امتداد BC به دست آید. زاویه انحراف  $\Delta$  به راحتی از روی زاویه رأس B قابل محاسبه است به عبارتی می‌توان نوشت :



$$\left. \begin{aligned} G_{BC} &= G_{AB} + \Delta \\ \Delta &= 180^\circ - \alpha_B \end{aligned} \right\} \begin{aligned} G_{BC} &= G_{AB} + (180^\circ - \alpha_B) = \\ &G_{AB} + \alpha_B - 180^\circ \text{ (یا } 200\text{grad)} \end{aligned}$$

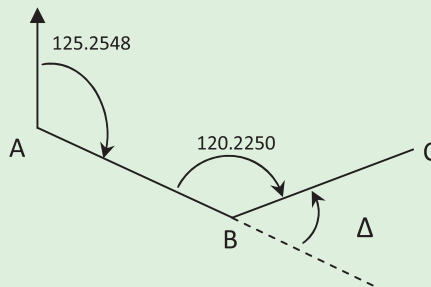
حال به شکل (ب) دقت کنید در این حالت امتداد AB که با خط چین مشخص شده است در نقطه B به اندازه زاویه  $\Delta$  و در جهت عقربه‌های ساعت از جهت اولیه خود منحرف شده است تا امتداد BC حاصل شود. پس در این حالت کافی است که زاویه  $\Delta$  را با ژیزمان امتداد AB جمع کنیم تا ژیزمان امتداد BC بدست آید. پس داریم:



همانطور که دیدید در هر حالت به سادگی می‌توان ژیزمان امتداد BC را از امتداد معلوم AB به دست آورد. کافی است زاویه انحراف  $\Delta$  و همچنین جهت انحراف (ساعتگرد یا پادساعتگرد) را مشخص کنید.

### مثال ۳-۴: تعیین ژیزمان امتداد BC با معلوم بودن ژیزمان امتداد AB:

چنانچه  $G_{AB}$  برابر  $125/2548$  گراد و زاویه رأس B راستگرد و برابر  $120/2250$  (تذکر: منظور از زاویه راستگرد یعنی اینکه هنگام مشاهده زاویه B با تتودولیت پس از صفر صفر کردن به نقطه A، در جهت عقربه‌های ساعت زاویه اندازه‌گیری شده است)



راهکار کلی : ابتدا یک کروکی برای این مثال رسم می‌کنیم و با توجه به آن  
 ژیزمان را محاسبه می‌کنیم  
 همانطور که ملاحظه می‌کنید این مثال شبیه حالت (الف) است  
 که در آن زاویه انحراف  $\Delta$  در جهت خلاف عقربه‌ها می‌باشد  
 پس می‌توان نوشت :

$$G_{BC} = G_{AB} - \Delta$$

زاویه  $\Delta$  هم که به راحتی از روی زاویه رأس B قابل محاسبه است، از آنجا که  
 واحد زاویه گراد است داریم :

$$\Delta = 200 - \alpha_B$$

روش حل :

$$\Delta = 200 - \alpha_B = 200 - 120.2250 = 79.7750 \text{ grad}$$

$$G_{BC} = G_{AB} - \Delta = 125.2548 - 79.7750 = 45.4798 \text{ grad}$$

$$\rightarrow G_{BC} = 45.4798 \text{ grad}$$

بحث و بررسی : آیا می‌دانید می‌توان یک رابطه کلی برای محاسبه ژیزمان یک امتداد  
 از روی ژیزمان امتداد قبل آن بدست آورد ؟  
 در این مورد نظرات خود را ارائه دهید.

## خلاصه فصل

● از نظر ریاضی هر تابع، فرمول و مدل ریاضی مکانی در یک فضای مناسب تعریف می‌شود که به آن سطح مبنا (دیتوم) می‌گویند.

● برای زمین، سطوح مبنای مختلفی تعریف شده است. از جمله سطوح مبنایی زمین و مهم‌ترین آنها می‌توان به سطح مستوی (سطح افقی و صاف)، سطح ژئوئید و سطح بیضوی اشاره کرد که سطح مستوی و سطح بیضوی را سطح مبنای مسطحاتی و ژئوئید را سطح مبنای ارتفاعی در نظر گرفته‌اند.

● منظور از تعیین موقعیت در نقشه برداری عبارت است از مشخص کردن مختصات نقاط در یک سیستم مختصات معلوم، اما قبل از تعیین مختصات یک نقطه، ابتدا باید یک سیستم مختصات تعریف کنیم. به عبارت دیگر اعتبار مختصات یک نقطه، از وجود سیستم مختصات آن است.

● برای تعریف یک سیستم مختصات لازم است که به سؤالاتی از این قبیل پاسخ داده شود:

– مبدأ سیستم کجاست؟

– محورهای سیستم نسبت به هم چگونه‌اند؟

– محورهای سیستم، مستقیم‌الخط هستند یا منحنی‌الخط؟

– پارامترهای تعیین موقعیت هر نقطه در این سیستم کدامند؟

– سیستم مختصات، راستگرد است یا چپ‌گرد؟

● منظور از نقاط کنترل در نقشه برداری، نقاطی است که مختصات مسطحاتی و یا ارتفاعی آنها و یا مختصات سه بعدی (مسطحاتی و ارتفاعی) آنها نسبت به یک سیستم مختصات مشخص دقیقاً معلوم باشد. به مجموعه‌ای از این نقاط که تشکیل خطوط و زوایایی را می‌دهند، شبکه نقاط کنترل می‌گویند. شبکه نقاط کنترل در واقع اسکلت اصلی یک پروژه نقشه برداری می‌باشد.

● چنانچه در یک شبکه، فقط  $x$  و  $y$  نقاط تعیین شده باشد، به آن شبکه کنترل افقی و یا شبکه کنترل دو بعدی می‌گویند. اگر فقط ارتفاع نقاط تعیین شده باشد به آن شبکه کنترل ارتفاعی یا شبکه ترازبایی و بالاخره اگر طول، عرض و ارتفاع  $(x,y,z)$  هر سه معلوم شده باشد، به آن شبکه سه بعدی می‌گویند.

● از انواع امتدادهای مبنا در نقشه برداری می‌توان شمال حقیقی، شمال مغناطیسی و شمال شبکه را نام برد.

● ژیزمان عبارت است از زاویه‌ای که هر امتداد با امتداد شمال شبکه و در جهت عقربه ساعت

می‌سازد و آن را با  $G$  نمایش می‌دهند.

- در تعریف ژیزمان سه نکتهٔ اساسی را باید در نظر گرفت :
  - ژیزمان، یک زاویهٔ افقی بین یک امتداد مبنا و امتداد مورد نظر است.
  - مبدأ اندازه‌گیری (امتداد مبنا) ژیزمان همواره شمال شبکه (محور  $Y$  نقشه) است.
  - ژیزمان در جهت حرکت عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری می‌شود.
- در صورتیکه ژیزمان امتدادی چون  $AB$  معلوم فرض شود ( $G_{AB}$ ) ژیزمان معکوس آن را به صورت ژیزمان  $BA$  خوانده و به شکل ( $G_{BA}$ ) نشان می‌دهیم که مقدار آن از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است :

$$G_{BA} = G_{AB} \pm 180^\circ$$

- که در این رابطه، چنانچه  $G_{AB}$  کوچکتر از  $180^\circ$  باشد، از علامت  $+$  و در صورتی که  $G_{AB}$  مساوی و یا بزرگتر از  $180^\circ$  باشد، از علامت  $-$  استفاده می‌شود.
- به کوچکترین زاویه‌ای که هر امتداد با محور  $Y$ ها می‌سازد، زاویهٔ حامل آن امتداد می‌گویند که با  $V$  نمایش داده می‌شود. برای محاسبهٔ زاویهٔ حامل از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود :

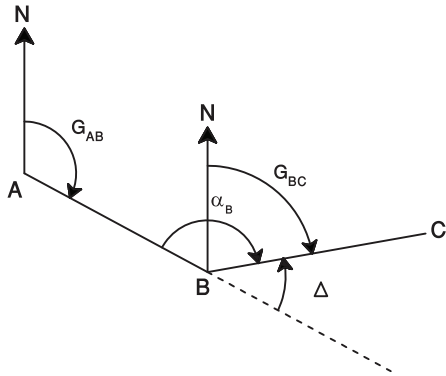
$$V_{AB} = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}} \right|$$

- ژیزمان هر امتداد را از روی مختصات دو نقطه از آن امتداد می‌توان محاسبه کرد. البته زاویهٔ حامل امتداد را مشخص کرده و سپس با توجه به اینکه امتداد در کدام ربع مختصات قرار دارد، ژیزمان را بدست می‌آوریم.
- جدول زیر ارتباط بین ژیزمان و زاویهٔ حامل را در چهار ربع مختصاتی نشان می‌دهد :

رابطه ژیزمان و زاویه حامل	ربع مختصات
$G_{AB} = V_{AB}$	ربع اول
$G_{AB} = 180^\circ - V_{AB}$	ربع دوم
$G_{AB} = 180^\circ + V_{AB}$	ربع سوم
$G_{AB} = 360^\circ - V_{AB}$	ربع چهارم

- برای انتقال ژیزمان و به عبارتی برای محاسبهٔ ژیزمان یک امتداد از روی ژیزمان امتداد

قبل، مطابق شکل زیر کافی است که ابتدا زاویه انحراف  $\Delta$  را محاسبه کرده و سپس از رابطه زیر مقدار ژیزمان امتداد را مشخص کرد.



$$G_{AB} = \text{معلوم}$$

$$\left. \begin{array}{l} G_{BC} = G_{AB} - \Delta \\ \Delta = 180^\circ \text{ یا } (200\text{grad}) - \alpha_B \end{array} \right\} G_{BC} = G_{AB} - (180^\circ - \alpha_B) = G_{AB} + \alpha_B - 180^\circ$$



## خودآزمایی

### سوالات تشریحی

- ۱- سطوح مبنایی زمین را نام برده، تفاوت آنها را بیان کنید.
- ۲- تعیین موقعیت جهانی را تعریف کنید.
- ۳- نقاط کنترل و شبکه نقاط کنترل را تعریف کنید.
- ۴- انواع امتدادهای مبنا در نقشه برداری را نام برده، تفاوت آنها را بیان نمایید.
- ۵- ژیزمان یک امتداد را تعریف نموده، رابطه آن با ژیزمان معکوس را بنویسید.
- ۶- زاویه حامل یک امتداد را تعریف نمایید.
- ۷- نحوه محاسبه ژیزمان یک امتداد را که مختصات دو سر آن معلوم است، شرح دهید.
- ۸- با معلوم بودن ژیزمان یک ضلع چندضلعی با زوایای معلوم، نحوه محاسبه ژیزمان بقیه اضلاع را شرح دهید.

### سوالات چهارگزینه‌ای

- ۹- زاویه حامل امتداد CD برابر با  $S4^\circ \text{grad} W$  می‌باشد، ژیزمان DC کدام گزینه است؟  
(توضیح:  $S4^\circ \text{grad} W$  یعنی زاویه حامل  $4^\circ$  گرادی در ربعی که شامل S (جنوب) و W (غرب) می‌باشد یعنی ربع سوم)

(۱)  $24^\circ$  گراد

(۲)  $22^\circ$  درجه

(۳)  $4^\circ$  گراد

(۴)  $2^\circ$  درجه

۱۰- اگر  $A(18^\circ, 12^\circ)$  و  $B(29^\circ, 8^\circ)$ ، ژیزمان AB چند گراد است؟

(۱)  $277/8$

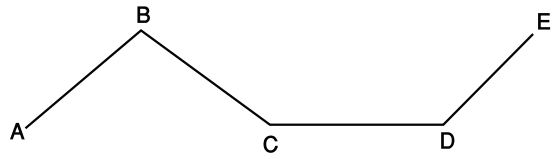
(۲)  $122/2$

(۳)  $322/2$

(۴)  $222/2$

### مسأله عددی

- ۱۱- در شکل صفحه بعد زوایای B و C و ژیزمان‌های AB و DE داده شده‌اند. زاویه  $\hat{CDE}$  چند گراد است؟



$$\hat{CBA} = 84.283\text{g}$$

$$\hat{BCD} = 141.208\text{g}$$

$$G_{AB} = 54.365\text{g}$$

$$G_{DE} = 58.641\text{g}$$