

۴ فصل

دینامیک ماشین‌ها

هدف کلی

تحلیل‌های هندسی و حرکتی قطعات مکانیکی

هنرجو پس از آموزش این فصل قادر خواهد بود :

- ۱- سرعت دورانی را تعریف کند.
- ۲- سرعت زاویه‌ای را تعریف کند.
- ۳- سرعت دورانی را به زاویه‌ای و بالعکس تبدیل کند.
- ۴- سرعت زاویه‌ای و دورانی را در دستگاه‌ها به سرعت خطی تبدیل نماید.
- ۵- بر اساس نیروهای خارجی گشتاور مورد نیاز دستگاه را محاسبه کند.
- ۶- برخی قطعات مکانیکی پرکاربرد و هندسه آنها را بشناسد.
- ۷- درجه آزادی را تعریف کند.

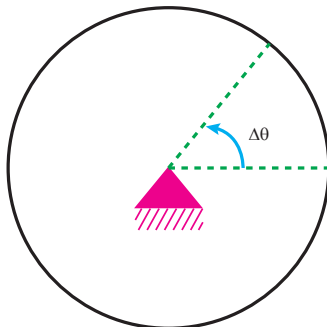
۴-۱- حرکت دورانی

در درس فیزیک سال‌های گذشته کمیتی برداری به نام سرعت برای جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند تعریف شد. این کمیت برداری از تقسیم بردار جابه‌جایی بر واحد زمان (یا تغییرات زمان) به‌دست می‌آید. اما گاهی اجسام حرکت دارند اما نه از نوع مستقیم، بلکه حول محور خود دوران می‌کنند. در این حالت نیز می‌توان برای جسم، سرعتی در نظر گرفت. این سرعت بسته به نوع تعریف «سرعت دورانی» یا «سرعت زاویه‌ای» نام دارد.

۴-۱-۱- سرعت زاویه‌ای : فرض کنید جسمی در زمان Δt به اندازه $\Delta\theta$ (دقت کنید که این تغییرات زاویه در دستگاه SI برحسب رادیان است.) حول محور خود دوران کند (شکل ۴-۱). سرعت زاویه‌ای آن طبق رابطه ۴-۱ تعریف می‌شود :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

(۴-۱)



شکل ۴-۱- دوران یک جسم حول محورش

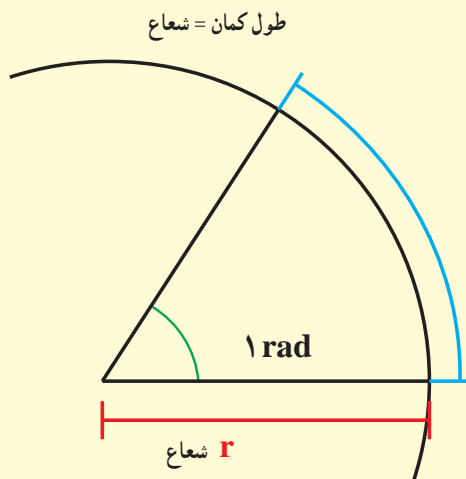
در واقع ω (امگا) حاصل تقسیم تغییرات زاویه بر تغییرات زمان است. البته فراموش نشود که سرعت زاویه‌ای یک بردار است. راستای این بردار عمود بر صفحه دوران است و جهتش از قانون دست راست به دست می‌آید.

یادآوری

اگر دایره‌ای رسم کنیم و کمانی را به اندازه (طول) شعاع از آن جدا کنیم و از دو انتهای کمان به مرکز دایره وصل کنیم، زاویه‌ای تشکیل می‌شود. این زاویه برابر یک رادیان است. یک نیم دایره (180°) برابر π رادیان و یک دایره کامل (360°) برابر 2π رادیان است. هر رادیان برابر $\frac{180^\circ}{\pi}$ درجه است. از این نسبت برای تبدیل واحد زوایا می‌توان استفاده کرد.

جدول زیر برخی تبدیل‌های معروف را ارائه می‌کند.

درجه	$^\circ$	3°	45°	6°	9°	18°	27°	36°
رادیان	$^\circ$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{2\pi}{3}$	2π

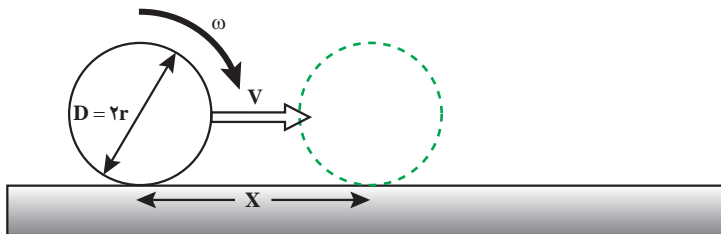


۴-۱-۲ سرعت دورانی: اگر بخواهیم تعداد دوری را که یک جسم حول محورش می‌زند، بیان کنیم از سرعت دورانی استفاده می‌کنیم. در کاربردهای مهندسی معمولاً از سرعت دورانی به صورت دور بر دقیقه یا rpm^1 استفاده می‌شود. سرعت دورانی و سرعت زاویه‌ای به راحتی به یکدیگر تبدیل می‌شوند. در این کتاب سرعت دورانی را با حرف N نمایش می‌دهیم. هر دور برابر 2π رادیان تغییرات زاویه‌است. همچنین هر دقیقه برابر 60° ثانیه است. لذا می‌توان با استفاده از رابطه (۴-۲) به راحتی این دو واحد را به یکدیگر تبدیل کرد. از آنجا که این واحد یک واحد SI نیست نمی‌توان در محاسبات SI از این واحد استفاده کرد.

$$N = \omega \times \frac{60}{2\pi} \quad (4-2)$$

$$N \cong \omega \times 10$$

۴-۱-۳ رابطه سرعت خطی و زاویه‌ای: فرض کنید یک استوانه (مثلاً چرخ یک گاری) در زمان Δt یک دور روی زمین بچرخد. در این حالت استوانه به اندازه محیطش حرکت کرده (شکل ۴-۲) و به اندازه $x = 2\pi r$ به جلو رفته است. از اینجا می‌توان به رابطه (۴-۳) و (۴-۴) دست یافت.



شکل ۴-۲ جابه‌جایی مرکز جرم در اثر دوران

$$v = \frac{2\pi r}{t} \quad (4-3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t} \quad (4-4)$$

با داشتن (۴-۳) و (۴-۴) و مشاهده مشترکات آنها، رابطه (۴-۵) که مهم‌ترین موضوع این قسمت از درس است حاصل می‌شود.

$$v = r\omega \quad (4-5)$$

^۱ Round per minute

مثال ۱: یک گاری با سرعت 3° سانتی متر در هر ثانیه، حرکت می کند. اگر شعاع چرخ های آن برابر 15 سانتی متر باشد، سرعت زاویه ای و سرعت دورانی چرخ ها را بیابید.
حل: ابتدا باید تبدیل واحدهای لازم برای حل مسئله را محاسبه کنیم.

$$v = 3^\circ \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 0/3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r = 15 \text{ cm} = 0/15 \text{ m}.$$

حال داده های مسئله را در معادله (۴-۵) جای گذاری می کنیم.

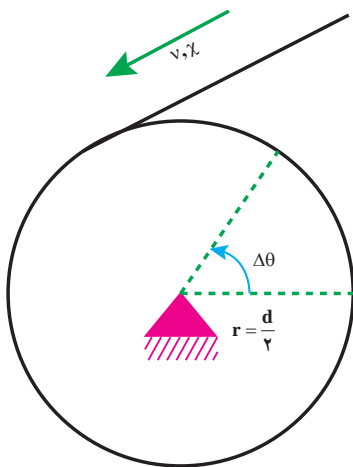
$$v = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{0/3}{0/15} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{سرعت زاویه ای}$$

با استفاده از رابطه (۴-۲) سرعت زاویه ای به سرعت دورانی تبدیل می شود.

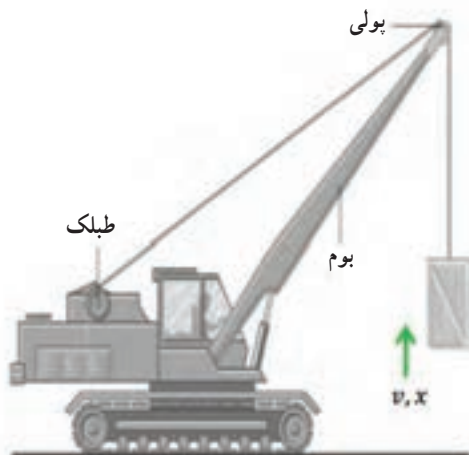
$$N \cong \omega \times 10 = 20 \text{ rpm}$$

مثال ۲: طبلک یک جرثقیل با سرعت 5° rpm می چرخد. اگر قطر این طبلک 4° سانتی متر باشد سرعت بالابری این جرثقیل چقدر خواهد بود؟

حل: هر بار که طبلک به دور خود می پیچد کابل جرثقیل را به اندازه یک محیط، به دور خود می پیچد. بولی بالای بوم نیز صرفاً جهت تغییر جهت است. پس با هر مقدار کشیده شدن کابل، جسم به همان مقدار بالا کشیده می شود. در واقع با هر دور پیچیدن طبلک، جسم به اندازه یک محیط طبلک جابه جا می شود.



شکل ۳-۴ - ب - طبلک جرثقیل



شکل ۳-۴ - الف - جرثقیل

برای هر دور دوران طول جابه‌جایی برابر است با : $x = 2\pi r = 2\pi \frac{d}{2} = \pi d = 125 / 6 \text{ cm}$
 از طرفی در هر دقیقه، طول جابه‌جایی طناب در یک دقیقه کار جرثقیل برابر خواهد بود با : $x_{\text{دقیقه}} = x \times 5^\circ = 628^\circ \text{ cm} = 62 / 8 \text{ m}$
 سرعت خطی v را برای جسم محاسبه کرد.

$$v = \frac{x_{\text{دقیقه}}}{6^\circ} = 10.5 \text{ m.s}^{-1}$$

سرعت خطی جسمی که جرثقیل بلند می‌کند :

فعالیت ۴-۱

با استفاده از رابطه ۴-۲ و ۴-۵ مثال ۲ را دوباره حل کنید و پاسخ خود را با پاسخ حل مثال ۲ مقایسه کنید.

۴-۱-۴- گشتاور : در فصل ۳ کتاب خواندید که اگر نیرویی روی بازویی وارد شود، بسته به فاصله محل اثر نیرو تا محل تکیه‌گاه تأثیر متفاوتی ایجاد می‌کند و این تأثیر را گشتاور نامیدیم. گشتاور، چیزی است که می‌خواهد اجسام را به حرکت دورانی وادارد. قوانین نیوتن که برای تعریف رابطه نیرو و حرکت خطی اجسام کاربرد داشت، در مورد گشتاور و حرکت دورانی اجسام نیز کاربرد دارد. جهت بردار گشتاور از قانون دست راست تعیین می‌شود. به این شکل که ابتدا انگشتان دست راست را در جهت بازوی گشتاور قرار می‌دهیم و به سمت بردار نیرو خم می‌کنیم. انگشت شست دست راست جهت بردار گشتاور را نشان می‌دهد.

برای مطالعه

همان‌طور که در حرکت خطی برای اجسام، شتاب خطی، تعریف می‌شد در حرکت دورانی نیز شتاب دورانی تعریف می‌شود. شتاب دورانی برابر است با تغییرات سرعت دورانی بر تغییرات زمان یعنی :

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} (\text{rad.s}^{-2})$$

همچنین در قانون اول و دوم نیوتن برای اجسام در حرکت خطی یک لختی تعریف می‌شد. لختی به معنی مقاومت جسم در برابر تغییر سرعت تعریف می‌شد. در

حرکت دورانی نیز لختی دورانی تعریف می‌شود. لختی دورانی به معنی مقاومت جسم در برابر تغییرات سرعت دورانی (یا زاویه‌ای) جسم است. رابطه قانون دوم نیوتن برای گشتاور، لختی دورانی و شتاب دورانی به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}$$

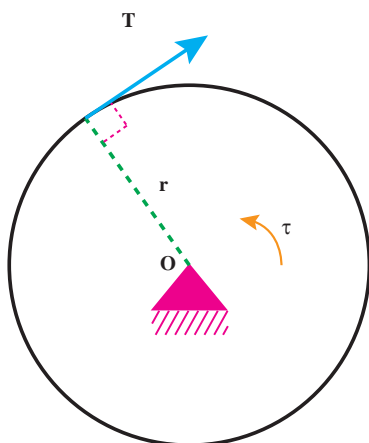
معمولاً دو مشخصه برای هر موتور، اعم از الکتریکی، پنوماتیکی، هیدرولیکی یا احتراقی بسیار حائز اهمیت است و همواره به همراه اطلاعات موتور ارائه می‌شود. اولین مؤلفه سرعت دورانی و دومین آن، گشتاور تولیدی موتور است.

در کاربردهای مسائل این کتاب، از تغییرات سرعت دورانی و وجود لختی دورانی برای اجسام صرف نظر شده است. اما فراموش نشود که در مسائل حساس و مهم مهندسی باید این پارامترها لحاظ شوند. چیزی که در اینجا بیشتر مد نظر است، محاسبه گشتاور لازم برای یک موتور برای ایجاد حرکت در اجسام در ماشین‌ها می‌باشد.

برای بهتر فهمیدن مبحث گشتاور، از چند مثال ساده استفاده می‌کنیم.

مثال ۳: اگر جرثقیل مثال ۲ قرار باشد وزنه‌ای به جرم ۱۰۰۰۰ کیلوگرم را بالا بکشد، حداقل گشتاور ورودی طبک باید چقدر باشد؟

حل: ابتدا نمودار جسم آزاد وزنه و طبک را رسم می‌کنیم (شکل ۴-۴).



شکل ۴-۴ ب- نمودار آزاد طبک



شکل ۴-۴ الف- نمودار آزاد وزنه

دقت کنید که در این گونه مسائل اگر اشاره‌ای به حرکت شتاب‌دار نشده باشد به این معنی است که حرکت با سرعت ثابت مفروض است. پس می‌توان شرایط ایستایی را برای وزنه و طبلیک به صورت جداگانه نوشت.

با توجه به نمودار آزاد وزنه داریم :

$$\sum F = 0 \Rightarrow W - T = 0, W = Mg \Rightarrow T = Mg = 10 \times 10^4 \text{ N}$$

از طرفی برای طبلیک داریم :

$$\sum M_c = 0 \Rightarrow \tau - rT = 0 \Rightarrow \tau = 10 \times 10^4 \text{ N} \times 0.2 \text{ m} = 2 \times 10^4 \text{ N.m}$$

مقدار گشتاور به دست آمده، حداقل گشتاور مورد نیاز در طبلیک را نشان می‌دهد. معمولاً این گشتاور توسط یک موتور الکتریکی مجهز به جعبه دنده تأمین می‌شود. اما در جرثقیل‌های سیار موتور خودرو، می‌تواند منبع تأمین این گشتاور باشد.

در ادامه با مثالی پیچیده‌تر مفهوم تأمین گشتاور برای حرکت ارائه می‌شود. دقت کنید که در این مثال نیز از شتاب‌گیری خطی و زاویه‌ای صرف‌نظر شده است. همچنین برای ساده‌سازی از اصطکاک غلتشی نیز چشم‌پوشی شده است.

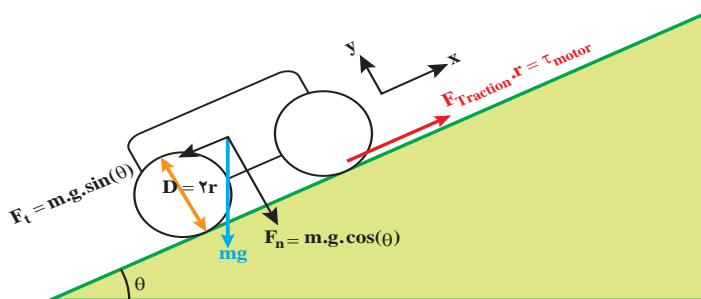
اصطکاک غلتشی نیروی مقاومی است که در برابر چرخیدن اجسام روی سطوح مختلف ظاهر می‌شود. مقدار این اصطکاک معمولاً به مراتب کمتر از اصطکاک لغزشی (جنبشی یا ایستایی) است.

مثال ۴: یک روبات نظامی جستجوگر به جرم ۱۵ کیلوگرم و با چرخ‌هایی به قطر ۳۰ سانتی‌متر قرار است از تپه‌ای با حداکثر شیب ۳۷ درجه بالا رود. این روبات چهار چرخ دارد که هر کدام از این چرخ‌ها مستقلاً از یک موتور و گیربکس الکتریکی نیرو می‌گیرد. حداقل گشتاور خروجی هر یک از این موتور و گیربکس‌های الکتریکی چقدر باشد تا روبات قادر به بالا رفتن از تپه باشد؟ (شکل ۵-۴ مثالی از این نوع روبات را نشان می‌دهد).



شکل ۵-۴ - یک روبات جستجوگر آزمایشی ایرانی

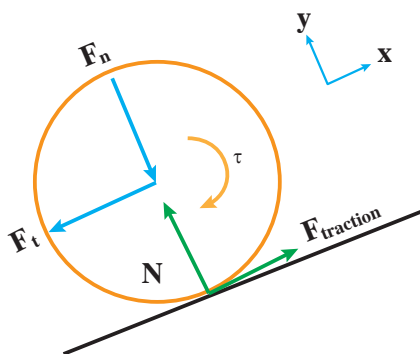
حل: ابتدا شکل شماتیک و نیروهای وارده را رسم می‌کنیم. به دلیل استفاده از لاستیک‌های آجدار و زبری بالای محل عبور، ضریب اصطکاک در حدود یک فرض می‌شود. در واقع گشتاور تولیدی موتورها به دلیل وجود اصطکاک لغزشی از نوع ایستایی، باعث حرکت رو به جلوی روبات می‌شود (نمودار آزاد روبات در شکل ۴-۶ رسم شده است).



$$\text{بیشینه } (F_{\text{Traction}}) = N \cdot \mu$$

شکل ۴-۶- شماتیک حرکت روبات روی تپه

برای ساده‌سازی، محاسبات را فقط روی یک چرخ اعمال می‌کنیم. به این شکل که گشتاور موتورها، نیروی عمود بر سطح و نیروی مماسی که روبات را به پایین می‌راند بر روی یک چرخ در نظر می‌گیریم و در انتها بر تعداد چرخ‌ها تقسیم می‌کنیم. پس نمودار آزاد را می‌توان به شکل زیر ساده‌سازی کرد (شکل ۴-۷).



شکل ۴-۷- نمودار آزاد روبات (با فرض یک چرخ)

همان‌طور که در بالا گفته شد، نیروی چسبندگی تایر (F_{Traction}) از جنس نیروی اصطکاک لغزشی است. یعنی بیشینه آن برابر بیشینه اصطکاک ایستایی است، اما وجود آن به دلیل گشتاور موجود در چرخ‌ها و تمایل آنها به حرکت است. از طرفی مقادیر نیروهای عمودی و مماسی نیز که

مؤلفه‌های نیروی وزن در مختصات جدید هستند نیز مشخص است. در نتیجه داریم:

$$F_{\text{Traction}} \cdot r = \tau_{\text{motors}}$$

$$F_t = m \cdot g \cdot \sin(\theta) = 15 \times 9/8 \times 0/6 = 88/2 \text{ N} \text{ و } F_n = 15 \times 9/8 \times 0/8 = 117/6 \text{ N}$$

حال با نوشتن معادلات تعادل از روی شکل ادامه می‌دهیم.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{\text{traction}} - F_t = 0 \Rightarrow F_{\text{traction}} = F_t = m \cdot g \cdot \sin(\theta) \Rightarrow F_{\text{traction}} = 88/2 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_n - N = 0 \Rightarrow N = mg \cdot \cos(\theta) \Rightarrow N = 117/6 \text{ N}$$

$$(F_{\text{traction}})_{\text{بیشینه}} = N \cdot \mu_s$$

به دلیل استفاده از چرخ‌های مناسب و بالا بودن اصطکاک چرخ‌ها با سطح تپه، ضریب اصطکاک ایستایی μ_s بیشینه برابر ۱ فرض می‌شود.

$$(F_{\text{traction}})_{\text{بیشینه}} = 117/6 \text{ N}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که نیروی چسبندگی تایر از حداکثر مجاز آن تجاوز نمی‌کند.

$$\sum M = 0 \Rightarrow \tau - F_{\text{traction}} \cdot r = 0 \Rightarrow \tau = 13/23 \text{ N.m}$$

با تقسیم گشتاور به دست آمده بر چهار (تعداد چرخ‌ها) پاسخ تقریبی مسئله به دست می‌آید. گشتاور مورد نیاز برای هر موتور برابر است با:

$$\tau_{\text{motor}} = \frac{\tau}{4} = 3/3 \text{ N.m}$$

۵-۱-۴- موتورهای دیزل و الکتریکی: معمولاً موتورهای دیزل رنج سرعتی در حدود ۵۰۰ تا ۲۵۰۰ دور بر دقیقه دارند و گشتاور آنها نیز بسته به ابعاد و توان در رنج بسیار متنوعی قرار می‌گیرد. البته گشتاور خروجی مستقیم از موتور، معمولاً از مقدار دلخواه طراحان پایین‌تر است. در مورد موتورهای الکتریکی نیز همین موضوع صحت دارد. دور موتورهای الکتریکی از ۱۰۰۰ دور بر دقیقه تا چندین هزار دور بر دقیقه متغیر است که به نوع و کاربرد موتور بستگی دارد (موتور AC/DC و ...). و نسبتاً گشتاور پایینی را تولید می‌کنند. از این موارد می‌توان نتیجه گرفت که لازم است با روشی دور موتورها کاهش یافته و گشتاور خروجی آنها افزایش یابد.

۲-۴- چرخ‌دنده

۱-۲-۴- چرخ‌دنده‌های صاف یا ساده^۱: این چرخ‌دنده‌ها ساده‌ترین چرخ‌دنده‌هایی هستند که مورد استفاده قرار می‌گیرند. آنها دنده‌های مستقیم دارند و محور دو چرخ نیز موازی با یکدیگر قرار

^۱ spur gears

گرفته‌اند. گاهی تعداد زیادی از آنها را در کنار هم قرار می‌دهند تا سرعت را کاهش و قدرت را افزایش دهند. در تعداد زیادی از وسایل از این چرخ‌دنده‌ها استفاده می‌شود. مثلاً در ساعت‌های کوکی، ساعت‌های اتوماتیک، ماشین لباسشویی، پنکه و... اما این چرخ‌دنده‌ها در خودرو و وسایل نقلیه به کار نمی‌آیند، چون سر و صدای زیادی دارند. هر بار که دندانه یک چرخ‌دنده به دندانه چرخ روبرو می‌رسد، صدای کوچکی در اثر برخورد ایجاد می‌شود. می‌توانید مجسم کنید وقتی تعداد زیادی از این چرخ‌دنده‌ها با هم کار کنند، چه سر و صدایی راه می‌اندازند؟ نکته دیگر اینکه این برخوردها در درازمدت، باعث شکستن دندانه‌ها می‌شود. برای کاهش سر و صدا و افزایش عمر چرخ‌دنده‌ها در بیشتر اتومبیل‌ها از چرخ‌دنده‌های مارپیچ استفاده می‌کنند.

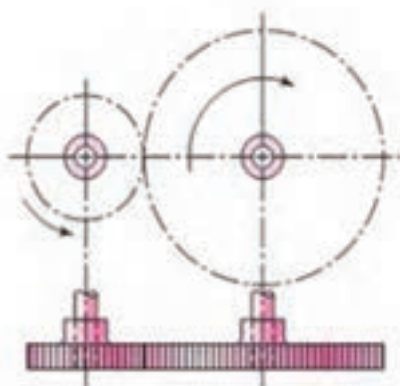
از چرخ‌دنده‌های ساده برای انتقال حرکت از یک میله محور به میله محور موازی آن استفاده می‌شود و دنده‌های آنها با محورشان موازی است. (به شکل ۴-۸ و ۴-۹ مراجعه کنید).



شکل ۴-۸ ب — یک چرخ‌دنده ساده



شکل ۴-۸ الف — یک جفت چرخ‌دنده ساده



شکل ۴-۹ — چرخ‌دنده صاف برای انتقال حرکت دورانی بین میل محور موازی به کار می‌رود.

۴-۲-۲ چرخ دنده‌های مارپیچ^۱: دندانه این چرخ دنده‌ها مایل است. وقتی یکی از آنها می‌چرخد، ابتدا نوک دندانه‌ها با هم تماس پیدا می‌کنند سپس به تدریج دو دندانه کاملاً در هم جفت می‌شوند. این درگیری تدریجی همان چیزی است که هم سر و صدا را کم می‌کند و هم باعث می‌شود که این چرخ دنده‌ها نرم‌تر کار کنند (شکل ۴-۱).



شکل ۴-۱- یک جفت چرخ دنده مارپیچ

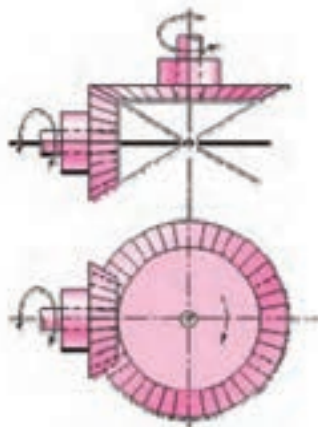
در وسایل نقلیه تعداد زیادی چرخ دنده مارپیچ وجود دارد. به خاطر مایل بودن دندانه‌ها، هنگام درگیری نیروی زیادی به آنها وارد می‌شود. به همین علت در وسایلی که از چرخ دنده‌های مارپیچی استفاده می‌کنند بلبرینگ‌هایی تعبیه شده است تا این فشار را تحمل کند. اگر زاویه دندانه‌ها را به دقت تنظیم کنیم، می‌توان دو چرخ دنده را به دو محور عمود بر هم وصل کرد تا جهت چرخش 90° درجه تغییر کند یعنی برای انتقال دو محور ناموازی (متنافر) نیز به کار می‌روند. این خاصیت در شکل ۴-۱۱ به نمایش درآمده است.



شکل ۴-۱۱- یک جفت چرخ دنده مارپیچ با محور موازی و متنافر

^۱ helical gears

۳-۲-۴- چرخ دنده‌های مخروطی^۱: این چرخ دنده‌ها، دنده‌هایی روی سطوح مخروطی دارند و بیشتر برای انتقال حرکت بین میل محورهای متقاطع به کار می‌روند (شکل ۱۲-۴). شکل ۱۳-۴ انواع این چرخ دنده را به تصویر کشیده است. در دیفرانسیل بسیاری از خودروها از این چرخ دنده‌ها استفاده می‌شود.



شکل ۱۲-۴- چرخ دنده مخروطی برای انتقال حرکت بین میله محورهای متقاطع به کار می‌رود.



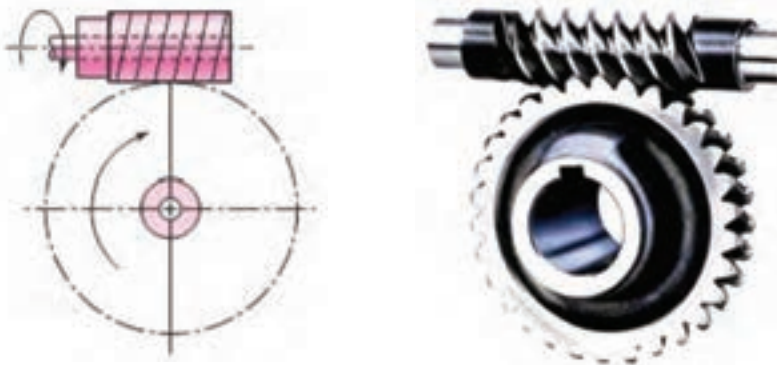
شکل ۱۳-۴- الف- چرخ دنده مخروطی با دنده‌های مارپیچ ب- چرخ دنده مخروطی با دنده‌های ساده

۴-۲-۴- چرخ دنده‌های حلزونی^۲: این چرخ دنده‌ها زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که بخواهیم در سرعت یا قدرت تغییر زیادی ایجاد کنیم. معمولاً نسبت شعاع دو چرخ دنده ۱:۲۰ است و گاهی حتی به ۱:۳۰۰ و بیشتر نیز می‌رسد (در ادامه با نسبت تبدیل آشنا خواهید شد (شکل ۱۴-۴).

۱- bevel gears

۲- worm gears

این چرخ دنده‌ها خاصیت جالبی هم دارند که در هیچ چرخ دنده دیگری پیدا نمی‌شود. چرخ بالایی (حلزون) می‌تواند به راحتی چرخ دیگر (چرخ دنده حلزونی) را حرکت دهد، ولی اکثراً چرخ پایینی نمی‌تواند حلزون را بچرخاند. زاویه دنده‌های روی حلزون آن قدر کوچک است که وقتی چرخ پایینی بخواهد آن را بچرخاند، اصطکاک آن چنان زیاد می‌شود که از حرکت حلزون جلوگیری می‌کند. این ویژگی استفاده از این چرخ دنده‌ها را در جاهایی که به یک قفل خودکار نیاز داریم ممکن می‌سازد. فرض کنید از این چرخ دنده در یک بالابر استفاده کرده‌ایم؛ وقتی موتور بالابر از کار بیافتد، چرخ دنده‌ها قفل می‌شوند و نمی‌گذارند بار پایین بیاید. به این خاصیت «خوددق‌لی» می‌گویند. معمولاً در دیفرانسیل کامیون‌ها و خودروهای سنگین از این چرخ دنده‌ها استفاده می‌شود. همچنین در جرثقیل‌ها و بالابر‌ها نیز از آن بهره می‌گیریم.



شکل ۴-۱۴ الف - یک جفت چرخ دنده مارپیچ حلزون شکل ۴-۱۴ ب - نحوه گردش در چرخ دنده مارپیچ حلزون

۴-۲-۵ - چرخ دنده شانه‌ای^۱: این چرخ دنده‌ها برای تبدیل حرکت دورانی به حرکت خطی استفاده می‌شوند. یک مثال خوب برای این چرخ دنده‌ها فرمان اتومبیل است. فرمان، چرخ دنده‌ای را می‌چرخاند که با میله شانه‌ای در تماس است. وقتی شما فرمان را می‌چرخانید، با توجه به جهت چرخش فرمان، شانه به سمت چپ و یا راست حرکت می‌کند و باعث حرکت چرخ‌ها می‌شود. در برخی از ترازوها نیز برای چرخاندن عقربه از سامانه مشابهی استفاده می‌شود (شکل ۴-۱۵).



شکل ۴-۱۵ - چرخ دنده میله شانه‌ای با دندانه‌های ساده

^۱ - pinion and rack

۶-۲-۴- محاسن چرخ دنده‌ها: محاسن چرخ دنده‌ها را می‌توان به شکل زیر برشمرد.

۱- انتقال نیروی زیاد: در مقایسه با چرخ تسمه و چرخ زنجیر و محرک‌های (درايوهای مشابه دیگر، در صورت استفاده از چرخ دنده می‌توان سرعت یا قدرت زیادی (بیشتر از روش‌های دیگر) را انتقال داد. همچنین هنگام استفاده از چرخ دنده اتلاف نیرو کمتر است و در نهایت دوام و عمر مجموعه بیشتر خواهد بود.

۲- انتقال نیرو در جهت‌های مختلف: از چرخ دنده‌ها می‌توان برای انتقال نیرو در محورهای موازی و متناظر و متقاطع تحت زوایای مختلف استفاده نمود.

۳- شکستن نسبت‌ها: یعنی می‌توان برای نسبت‌های بالا از چند جفت چرخ دنده کمک گرفت و همچنین نسبت‌هایی با ضریب عدد غیر صحیح به دست آورد.

۴- تبدیل حرکت دورانی به خطی و بالعکس با استفاده از چرخ دنده شانه‌ای.

۷-۲-۴- معایب چرخ دنده‌ها: از معایب چرخ دنده‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

۱- حرارت/ایجاد شده بین دو چرخ دنده: به علت رعایت نکردن لقی استاندارد بین دو چرخ دنده وعدم روغن کاری مناسب پیش می‌آید.

۲- صداهای ناهنجار: در چرخ دنده‌های ساده صدا بیشتر و در چرخ دنده‌های مارپیچ و جناغی صدا کمتر است.

۳- ترک خوردن و پوسته پوسته شدن: اغلب در چرخ دنده‌های آبکاری شده به وجود می‌آید.

۴- سائیدگی دنده‌ها: در اغلب مواردی که دو چرخ دنده با هم درگیر می‌شوند چرخ دنده‌ای که قطرش کوچک‌تر است زودتر سائیده می‌شود. به همین دلیل چرخ دنده کوچک‌تر باید سخت‌تر انتخاب شود.

۸-۲-۴- شرایط فیزیکی لازم در چرخ دنده‌ها: برای عملکرد موفقیت‌آمیز چرخ دنده‌ها چند شرط زیر باید اعمال شود:

۱- مقطع حقیقی دنده‌ها باید با مقطع تئوری یکی باشد (ساخت و طراحی باید یکسان باشد).

۲- فاصله دنده‌ها باید یکسان و درست باشد.

۳- دایره گام حقیقی باید بر دایره گام تئوری منطبق و با محور چرخش چرخ دنده هم‌مرکز باشد. همچنین نقطه تماس دو چرخ دنده درگیر، در دایره گام (قطر متوسط چرخ دنده) باشد.

۴- سطح پیشانی و دامنۀ دنده‌ها باید برای مقاومت در مقابل سایش و جلوگیری از ایجاد صدا در هنگام چرخش، صاف و دارای سختی کافی باشند.

۵- محورهای مرکزی و یاتاقان‌ها دارای استحکام کافی باشند تا در اثر بارهای وارد شده، هنگام کار بتوانند فاصله مرکز تا مرکز مطلوب را حفظ کنند.

۹-۲-۴- روش ساخت چرخ‌دنده‌ها: روش‌های مختلفی برای ساخت چرخ‌دنده وجود دارد که هر کدام دارای معایب و مزایایی هستند و باید با توجه به نوع چرخ‌دنده، جنس، دقت مورد نیاز، امکانات موجود و هزینه ساخت بهترین روش را انتخاب کرد.

تعدادی از این روش‌ها عبارت‌اند از:

۱- توسط فرزهای افقی وعمودی (به کمک دستگاه تایکوف)؛

۲- توسط دستگاه‌های هابینگ؛

۳- توسط دستگاه‌های مخصوص دنده زنی؛

۴- توسط دستگاه‌های صفحه تراش و کله زنی؛

۵- توسط دستگاه‌های اسپارک؛

۶- توسط دستگاه‌های خانکشی؛

۷- توسط ریخته‌گری؛

۸- توسط قالب‌ها.

فعالیت کلاسی ۱

به کمک هنرآموز خود و با استفاده از کتب مرجع و اینترنت در مورد روش‌های بالا مطالبی را جمع‌آوری کنید و در کلاس ارائه دهید.

۱۰-۲-۴- هندسه چرخ‌دنده‌ها

دایره گام^۱: دایره فرضی است که همه محاسبات همیشه بر پایه قطر آن، که قطر گام باشد، انجام می‌شود. دوایر گام یک جفت چرخ‌دنده به هنگام کار با یکدیگر مماس هستند. از دو چرخ‌دنده درگیر آن، که کوچک‌تر است، چرخ کوچک^۲ و آن، که بزرگ‌تر است را معمولاً چرخ‌دنده^۳ گویند.

۱- pitch circle

۲- pinion

۳- gear

مدول m' : نسبت قطر گام به تعداد دنده‌هاست. واحد طولی که در اینجا به کار می‌رود میلی‌متر است. مدول همان مشخصه اندازه دنده در دستگاه استاندارد بین‌المللی SI (اس‌آی) است.

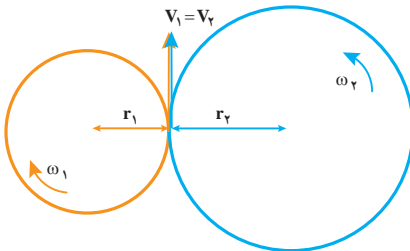
$$m = \frac{d}{N} \quad (4-6)$$

که در آن :

m = مدول به میلی‌متر

d = قطر دایره گام به میلی‌متر

نسبت تبدیل سرعت : هنگامی که دو چرخ دنده درگیرند، دواير گام آنها نسبت به یکدیگر بدون لغزش می‌غلتند. شعاع و دواير گام را به ترتیب r_1 و r_2 و سرعت زاویه‌ای آنها را ω_1 و ω_2 در نظر می‌گیریم (شکل ۴-۱۶).



شکل ۴-۱۶ - نسبت سرعت در چرخ دنده‌ها

بنابراین سرعت خطی دایره گام آنها برابر است با :

$$V_1 = V_2 \Rightarrow r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2 \quad (4-7)$$

پس رابطه بین شعاع‌ها و سرعت‌های زاویه‌ای برابر است با :

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (4-8)$$

مثال ۵ : فرض کنید بخواهیم در یک جعبه دنده سرعت ورودی 18°rpm و سرعت خروجی 12°rpm باشد. نسبت آنها ۳:۲ است و نسبت قطر گام نیز همین است، مثلاً اگر قطر چرخ کوچک 10° میلی‌متر باشد، قطر چرخ دنده بزرگ 15° میلی‌متر خواهد بود. ابعاد دیگر چرخ دنده نیز همیشه بر مبنای دواير گام است.

حال اگر تعداد دنده‌های چرخ دنده چرخ کوچک را ۱۸ دنده و چرخ دنده بزرگ درگیر با آن را ۳۰ دنده تعیین کنیم طوری که مدول این ارتباط چرخ دنده‌ای ۱۲ میلی‌متر باشد. سپس از رابطه (۴-۶) اقطار گام کوچک و چرخ بزرگ به ترتیب چنین می‌شود :

$$d_1 = mN_1 = 12(18) = 216 \text{ mm} \quad d_2 = mN_2 = 12(30) = 360 \text{ mm}$$

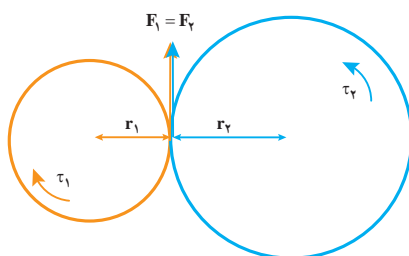
یک چرخ دنده صاف کوچک ۱۷ دنده با مدول ۳ میلی متر، با سرعت ۱۱۲0° دور در دقیقه می چرخد و چرخ دنده بزرگ را با سرعت ۵۴۴° دور در دقیقه می گرداند. تعداد دنده های چرخ بزرگ و فاصله تئوریک مرکزین را پیدا کنید؟
فاصله تئوریک جمع بین قطرهای گام خواهد بود.

نسبت تبدیل گشتاور: از آنجا که حرکت دندانه ها شتاب دار نیست، طبق قانون سوم نیوتن نیروی بین دندانه های دو جفت چرخ دنده با هم برابر است، پس می توان نوشت:

$$\tau_1 = F_1 \cdot r_1 \quad \text{و} \quad \tau_2 = F_2 \cdot r_2 \quad (۴-۹)$$

و $F_1 = F_2$ در نتیجه:

$$\frac{\tau_1}{r_1} = \frac{\tau_2}{r_2} \quad (۴-۱۰)$$



شکل ۱۷-۴- نسبت گشتاور در چرخ دنده ها

مثال ۶: در مثال ۵ اگر گشتاور ورودی ۱0° نیوتن متر باشد گشتاور خروجی چقدر خواهد بود؟
حل: کافی است رابطه $(۴-۱۰)$ را بازنویسی کنیم:

$$\frac{\tau_1}{r_1} = \frac{\tau_2}{r_2} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tau_2 = ۱۵ \text{ N.m}$$

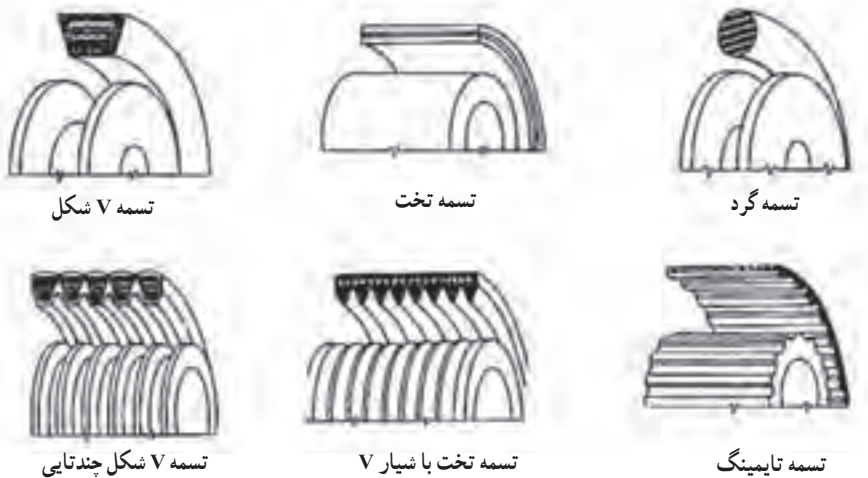
۴-۳- اجزای مکانیکی انعطاف پذیر

تسمه ها، طناب ها، زنجیرها و دیگر اجزای انعطاف پذیر برای دستگاه های تسمه نقاله مواد و انتقال توان در فواصل نسبتاً زیاد به کار می روند. اغلب پیش می آید که این اجزا را می توان به جای چرخ دنده ها، میله محورها و دیگر وسایل انتقال توان به کار برد. در بسیاری موارد کاربرد آنها طرح

ماشین را ساده و هزینه ساخت را کاهش می‌دهند. در کنار اینها، این اجزا کشسان و به‌طور معمول بلند هستند و در جذب بارهای تکان‌دار و فرو نشاندن اثرات لرزش وظیفه مهمی دارند که این خود یک مزیت مهم برای عمر دستگاه محسوب می‌شود.

توجه! بیشتر اجزای انعطاف‌پذیر، عمر دائمی ندارند و هر جا که به کار روند برای پیشگیری از سایش، فرسودگی و کاهش راندمان باید آنها را پس از مدت زمان معینی، تعویض کرد.

۱-۳-۴- تسمه و پولی : شش گونه اصلی تسمه‌ها را در شکل ۱۸-۴ می‌بینید. وسیله‌ای را که تسمه روی آن قرار می‌گیرد و به همراه آن به چرخش درمی‌آید پولی، طبلک یا قرقره می‌نامند. از پولی‌های تاجدار برای تسمه‌های تخت و پولی‌های شیاردار برای تسمه‌های V شکل و از پولی یا چرخ دندانه‌دار (تایمینگ) برای گروه تسمه‌های دندانه‌دار (تایمینگ) استفاده می‌شود.



شکل ۱۸-۴- انواع تسمه و پولی

ویژگی‌های تسمه‌ها : برای استفاده از تسمه می‌توان مزایای زیر را نام برد :

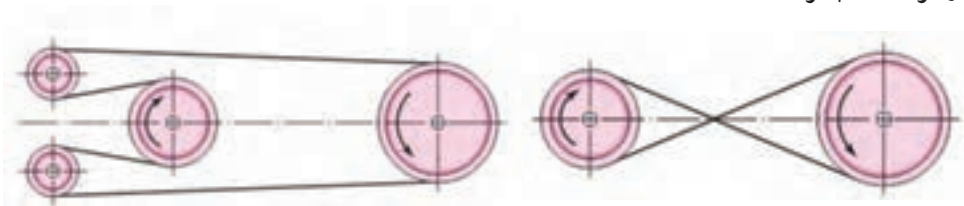
- ۱- می‌توان از آنها برای فواصل زیاد استفاده نمود.
- ۲- به‌جز تسمه‌های دندانه‌دار بقیه آنها روی قرقره مقداری لغزش خواهند داشت.
- ۳- در برخی از موارد برای دوری جستن از تنظیم فاصله بین قرقره‌ها که به علت شل شدن تسمه ضمن کار یا هنگام سوار کردن تسمه تازه ضرورت دارد، می‌توان از یک قرقره‌هرزگرد استفاده نمود.

شکل زیر یک گرداننده تسمه‌ای باز معمولی را نشان می‌دهد. برای تسمه تخت همان‌طور که در شکل می‌بینید مقدار کشش چنان است که هنگام کار، سمت شل تسمه آشکار است (شکل ۱۹-۴). اگرچه بهتر است که طرف شل در بالا باشد ولی برای گونه‌های دیگر تسمه می‌توان بالا یا پایین را به کار برد زیرا معمولاً کشش آغازین در آنها بیشتر است. در واقع سمتی که تحت کشش است کاملاً سفت می‌شود و سمت دیگر شل می‌شود و شکم می‌دهد. حتی اگر تسمه را خوب سفت کرده باشید باز هم این اتفاق می‌افتد. پولی‌ای که به تولیدکننده توان متصل است پولی محرک و دیگری را متحرک می‌نامند. پولی‌هایی را که برای سفت کردن تسمه به کار می‌روند «پولی هرزگرد» می‌نامند.



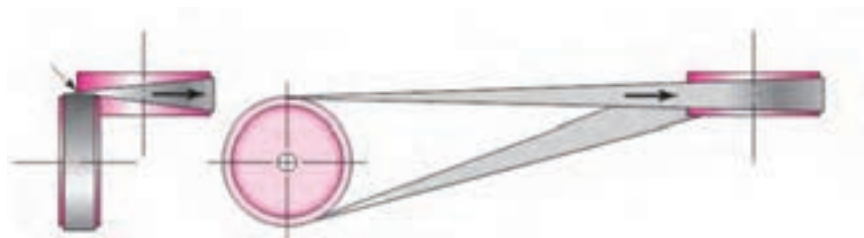
شکل ۱۹-۴ — پولی محرک و متحرک و شل شدن تسمه

دو شیوه تعویض جهت دوران را در شکل‌های پایین می‌بینید. این کار فقط با تسمه‌های تخت و گرد امکان‌پذیر است.



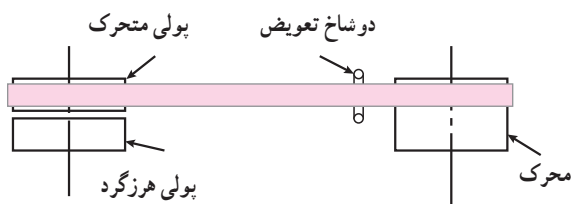
شکل ۲۰-۴ — تعویض جهت گردش به کمک تسمه تخت

در هر دو شکل دو طرف تسمه (زیر و روی آن) با پولی در تماس است. پس نتیجه می‌گیریم که تسمه‌های V شکل یا دندانه‌دار را نمی‌توان برای چنین طرح‌هایی به کار برد. در شکل پایین یک محرک تسمه تخت را می‌بینیم که برای پولی‌های ناهم‌صفحه (یا محور ناموازی) به کار رفته است (اجباری به متعامد بودن میل محورها آن‌چنان که در شکل می‌بینید، نیست). جای پولی‌ها باید چنان باشد که تسمه هر پولی را در وسط سطح پولی دیگر ترک کند طرح‌های دیگری نیز می‌توان به کار برد ولی احتمالاً به پولی‌های راهنما یا هرزگرد نیاز باشد.



شکل ۲۱-۴- تسمه و پولی با محور غیرموازی

خوبی دیگر تسمه های تخت در شکل زیر دیده می شود که در آن عمل کلاچ گیری با جابه جا کردن تسمه ها از یک طبک شل به یک طبک سفت یا رانده به دست می آید. شکل ۲۲-۴ نمونه ای از این روش را به تصویر کشیده است.

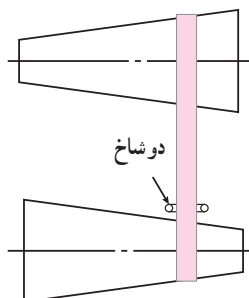


شکل ۲۲-۴- کلاچ گیری به کمک تسمه و پولی

در شکل زیر دو گرداننده با سرعت متغیر می بینیم که اولی فقط برای تسمه تخت به کار می رود و دومی که نمونه آن را در دریل عمودی می توان مشاهده کرد، به کمک پولی های شیاردار و با استفاده از تسمه V شکل یا گرد به کار می رود. این خاصیت یکی از مزایای تسمه و پولی نسبت به گیربکس های چرخ دنده ای است. در خودروهای جدید از این مزیت برای تعویض دنده پیوسته (یا نسبت تبدیل پیوسته) استفاده می شود.

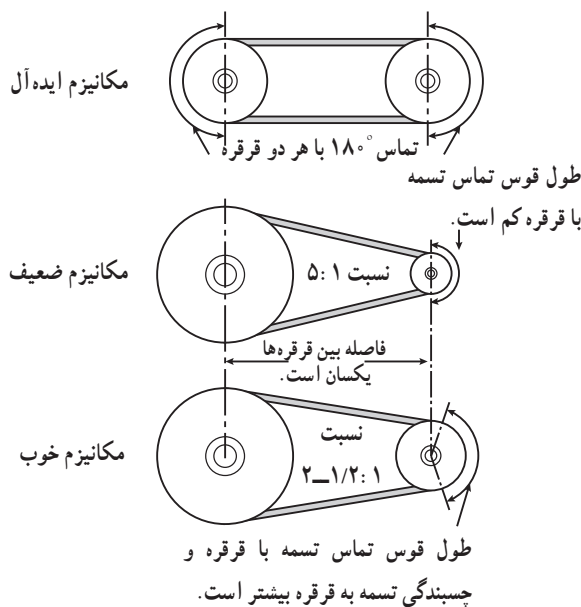


شکل ۲۳-۴- ب- نسبت تبدیل گسسته



شکل ۲۳-۴- الف- نسبت تبدیل پیوسته

چگونه ابعاد قرقره بر بازده توان تأثیر می‌گذارد: برای به دست آوردن حداکثر توان از تسمه، نسبت بین قرقره‌ها باید حداکثر ۳ به ۱ یا کمتر باشد (شکل ۴-۲۴).



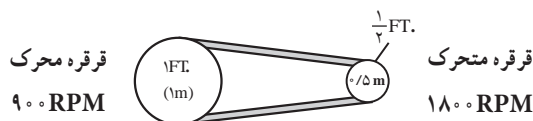
شکل ۴-۲۴- سطح تماس در پولی‌ها

نسبت‌های بیشتر طول قوس تماس را کاهش می‌دهد و موجب بکسوات (لغزش) تسمه و کاهش بازده توان خواهند شد. در قرقره‌های کوچک می‌توان با دور کردن محور قرقره‌ها از یکدیگر طول قوس تماس را اندکی افزایش داد. اگر قرقره بزرگی نیاز باشد بهترین روش استفاده از یک مکانیزم دو مرحله‌ای (با محور واسطه) است، تا از مکانیزم‌های یک مرحله‌ای با نسبت قرقره خیلی بزرگ یا یک قرقره بسیار کوچک اجتناب شود.

سرعت خروجی نسبی در مکانیزم‌های تسمه‌ای: اگر قطر دو قرقره یکی باشد هر دو با سرعت یکسان خواهند چرخید.

اگر قطر قرقره متحرک کوچک‌تر از قطر قرقره محرک باشد قرقره متحرک سریع‌تر خواهد چرخید (شکل ۴-۲۵).

اگر قطر قرقره متحرک کوچک‌تر از قطر قرقره متحرک باشد قرقره متحرک کندتر خواهد چرخید.



شکل ۲۵-۴- نسبت تبدیل دور در تسمه و پولی

رابطه زیر برای نسبت سرعت قرقره‌ها وجود دارد :

سرعت دوران قرقره متحرک \times قطر قرقره متحرک = سرعت دوران قرقره محرک \times قطر قرقره محرک

در شکل ۲۵-۴ نسبت سرعت، به ترتیب زیر است (از بالا به پایین) :

$$1 \times 900 = 1 \times 900$$

$$1 \times 900 = 1/2 \times 1800$$

$$1/2 \times 900 = 1 \times 450$$

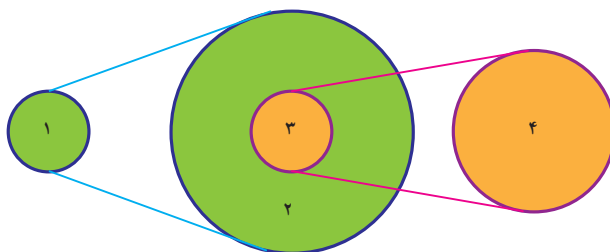
مثال ۷: یک سامانه تسمه و پولی با پولی محرک به قطر ۱۵ سانتی متر ($D_1 = 15 \text{ cm}$) و دور ورودی ۲۴۰۰ دور بر دقیقه داریم، سیستم را به گونه‌ای طراحی کنید که دور خروجی ۴۰۰ دور بر دقیقه باشد.

حل: همان‌طور که گفته شد بهتر است نسبت تبدیل از ۱:۳ فراتر نرود. اما در اینجا با تقسیم ۲۴۰۰ بر ۳ نسبت تبدیل ۱:۶ به دست می‌آید. برای اینکه بتوان به این نسبت دست یافت از دو سری پولی و تسمه استفاده می‌کنیم. در واقع ۴ پولی نیاز داریم. که در آنها: $N_1 = 2400 \text{ rpm}$ و $N_4 = 400 \text{ rpm}$ و $N_2 = N_3$ باشد.

مرحله اول را با نسبت ۱:۳ و مرحله دوم را با نسبت ۲:۱ در نظر می‌گیریم. پس:

$$N_3 = N_2 = \frac{1}{3} \times N_1 = 800 \text{ rpm}$$

قطر پولی دوم برابر خواهد شد با : $D_2 = D_1 \times 3 = 45 \text{ cm}$
 پولی سوم را می توان هم قطر پولی اول در نظر گرفت. بنابراین داریم :
 $D_2 = D_1 = 15 \text{ cm}$ و با توجه به نسبت تبدیل مرحله دوم قطر پولی چهارم می شود با :
 $D_4 = D_2 \times 2 = 30 \text{ cm}$
 شکل ۴-۲۶ به صورت نمادین این سامانه را نشان می دهد.



شکل ۴-۲۶ — سامانه تسمه و پولی دو مرحله ای

۴-۴- درجه آزادی مکانیکی

درجه آزادی یعنی حداقل تعداد متغیرهای یک سامانه، که با دانستن آنها حالت کلی آن سامانه مشخص شود.

هر ذره آزاد در فضا ۳ درجه آزادی مکانیکی دارد. طول، عرض و ارتفاع متغیرهایی هستند که دانستن آنها برای دانستن موقعیت و وضعیت دقیق ذره لازم است. اما اگر بخواهیم موقعیت دقیق همان ذره را در یک صفحه بدانیم (مثلاً صفحه XY) دیگر نیازی برای دانستن هر ۳ بعد احساس نمی شود (مثلاً Z) و تنها داشتن دو متغیر برای دانستن وضعیت آن لازم و کافی است. به تعداد متغیر مکانی (و حتی سرعت) لازم برای دانستن موقعیت یک جسم در فضا یا در صفحه، درجات آزادی مکانیکی آن می گویند.

مثال ۸: یک ذره بر روی یک خط در حال حرکت است. تعداد درجات آزادی آن را بیان کنید.

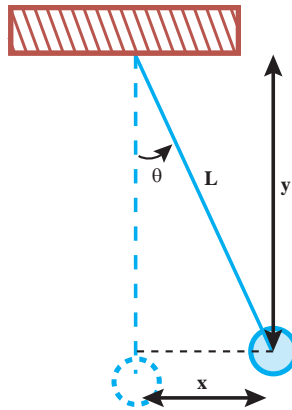
حل: این ذره یک درجه آزادی دارد زیرا در حرکت روی یک خط، هندسه خط حرکت را محدود می کند و فقط دانستن موقعیت ذره نسبت به مبدأ حرکت برای دانستن حالت آن ذره کافی است.

مثال ۹: با توجه به شکل ۴-۲۷، یک آونگ چند درجه آزادی دارد؟

حل: با توجه به شکل ممکن است فکر کنید که این آونگ سه درجه آزادی دارد. اما با دقت

بیشتر می‌توان فهمید که این آونگ تنها یک درجه آزادی دارد. زیرا:

$$x = L \cdot \sin(\theta) \text{ و } y = L \cdot \cos(\theta)$$



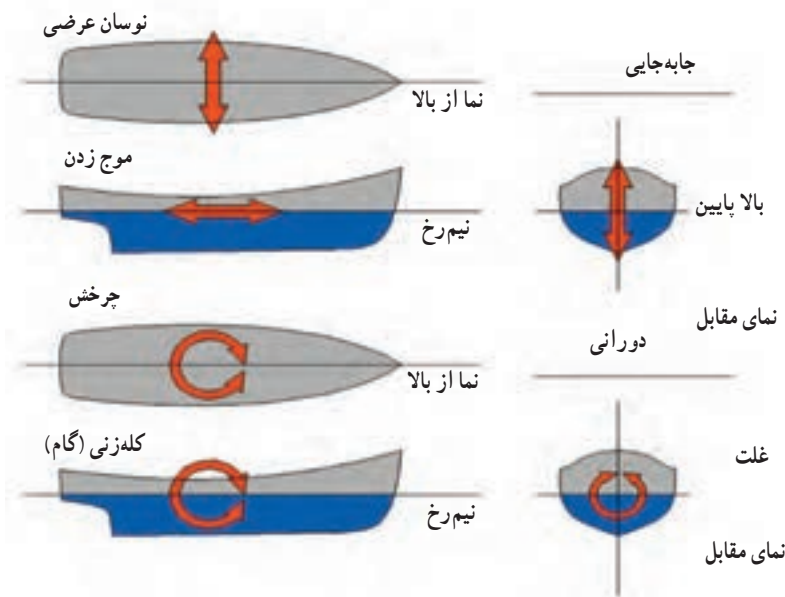
شکل ۴-۲۷- یک آونگ ساده

از معادله بالا می‌توان دریافت که تنها با دانستن موقعیت زاویه‌ای (θ) آونگ می‌توان x و y آن را نیز محاسبه کرد. پس این آونگ یک درجه آزادی دارد.

۴-۴-۱- درجات آزادی اجسام صلب: اجسام صلب بر خلاف ذرات حجم دارند یعنی اینکه فقط دانستن موقعیت مکانی برای توصیف حالت آنها کافی نیست بلکه لازم است موقعیت‌های زاویه‌ای آنها نیز در دسترس باشد. برای مثال یک جعبه مکعب مستطیل در فضا شش درجه آزادی دارد. یعنی هم باید موقعیت مکانی آن (x و y و z) آن مشخص باشد و هم زاویه‌ای که هر وجه آن با یکی از صفحات مختصات می‌سازد.

۴-۴-۲- درجات آزادی کشتی: برای یک کشتی می‌توان ۶ درجه آزادی در نظر گرفت. درجات آزادی کشتی در شکل ۴-۲۸ نشان داده شده است. این درجات براساس تعریف انجمن طراحان کشتی و مهندسان دریا^۱ ارائه شده است.

^۱- Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME)



شکل ۲۸-۴ درجات آزادی شناور

سه عدد از این درجات آزادی مربوط به جابه جایی کشتی و ۳ تای دیگر مربوط به دوران کشتی حول محورهای جابه جایی می باشد.

فعالیت کلاسی ۲

این درجات آزادی در مورد شناورها را در کلاس به بحث بگذارید و آنها را با درجات آزادی در خودرو و وسایل پرنده مقایسه کنید. این وسایل برای ناوبری به چند ابزار نیاز دارند؟ هر کدام از این وسایل ناوبری بر روی کدام درجه آزادی تأثیر دارد؟

فعالیت ۳-۴

یک جرثقیل دروازه ای بیابید و بگویید که این جرثقیل چند (فاصله space) درجه آزادی دارد و کاربر این وسیله برای راهبری آن به چند اهرم یا وسیله راهبری نیاز دارد. این وسایل راهبری را با تعداد درجات آزادی مقایسه کنید. نتیجه را در گروه های ۲ نفره به بحث بگذارید و به کلاس ارائه دهید.

در یک قایق که از نظر فیزیکی ۶ درجه آزادی دارد، کنترل چند درجه آزادی می‌تواند به‌دست شما باشد؟ آیا تعداد کنترل‌ها بیشتر است یا تعداد درجات آزادی غیرقابل کنترل؟

۴-۵- سرعت نسبی

در حرکت اجسام نسبت به هم، همان‌طور که جابه‌جایی نسبی سنجیده می‌شود، تغییرات آن نیز نسبی است. یعنی اگر دو جسم با سرعت‌های مختلف به هم نزدیک شوند و سرعتی که ناظر خارجی از آنها می‌بیند برای جسم اول V_1 و برای جسم دوم V_2 باشد، سرعتی که آنها نسبت به هم می‌بینند (یعنی ناظر روی جسم اول نسبت به جسم دوم و بالعکس) $V_1 + V_2$ (و در صورت هم جهت بودن $V_1 - V_2$) خواهد بود. با یک مثال این موضوع را روشن می‌کنیم.

مثال ۱۰: یک یدک کش با سرعت 30° گره دریایی به سمت شمال و یک نفت کش با سرعت 20° گره دریایی به سمت جنوب و در همان مسیر یدک کش در حرکت است. ملوانان روی کشتی نفت کش می‌بینند که یدک کش با سرعت به آنها نزدیک می‌شود. سرعت نزدیک شدن یدک کش به نفت کش را بیابید.

حل: حل این مسئله بسیار ساده است. از دید ناظر روی کشتی نفت کش (جسم شماره ۲) سرعت نزدیک شدن یدک کش (جسم شماره ۱) برابر خواهد بود با :

$$V_{1/2} = V_1 + V_2 = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ \text{ knot}$$

مثال ۱۱: در مثال قبل اگر این کشتی دوم نیز به سمت شمال در حرکت باشد، کارکنان این کشتی سرعت یدک کش را چقدر می‌بینند؟

حل: وقتی که هر دو کشتی در یک جهت در حرکت باشند، کارکنان کشتی ۲ می‌بینند که کشتی ۱ با سرعتی برابر سرعت نسبی بین آنها از کنارشان می‌گذرد. از آنجا که هر دو هم جهت هستند سرعت نسبی که آنها می‌بینند از مثال قبل خیلی کمتر است و برابر است با :

$$V_{1/2} = V_1 - V_2 = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ \text{ knot}$$

فراموش نکنید که سرعت یک کمیت برداری است و سرعت نسبی نیز یک خاصیت برداری خواهد بود. رابطه ۱۱-۴ یک رابطه کلی برای سرعت به‌صورت برداری است.

$$\vec{V}_{1/2} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \quad (4-11)$$

مثال ۱۲: یک کشتی یدک کش با سرعت 30° گره دریایی به سمت شمال شرق و یک ناوشکن نظامی با همان سرعت ولی در جهت شمال غرب در حرکت هستند (شکل ۴-۲۹). سرعت نسبی آنها نسبت به هم چقدر است؟ (یعنی سرعت دور شدن یا نزدیک شدن آنها نسبت به هم)

حل: ابتدا یک شکل نمادین رسم می‌کنیم تا مسئله را بهتر درک کنیم. سپس رابطه ۴-۷ را بازنویسی می‌کنیم. دقت کنید که شمال غرب و شمال شرق به معنی زاویه 45° درجه با محور شمال است.

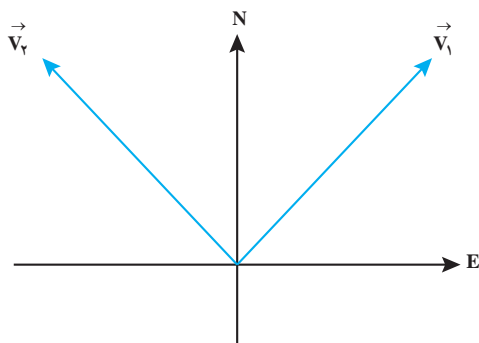
$$\vec{V}_1 = 30 \sin(45^\circ) \mathbf{i} + 30 \cos(45^\circ) \mathbf{j}$$

$$\vec{V}_2 = -30 \sin(45^\circ) \mathbf{i} + 30 \cos(45^\circ) \mathbf{j}$$

$$\vec{V}_{1/2} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \mathbf{i} + 60 \cos(45^\circ) \mathbf{j} = 42.43 \mathbf{j}$$

۴-۵-۱- تأثیر جریان آب بر سرعت و راه: اگر کشتی‌ای که در آب آرام حرکت می‌کند وارد محیطی با «جریان آب» شود سرعت و راه کشتی تغییر می‌کند. به این صورت که سرعت و راه جدید کشتی برآیند کار پروانه و تیغه سکان در آب آرام به علاوه سرعت جریان آب می‌باشد.

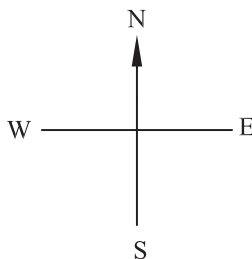
واژه «سرعت» دارای دو مشخصه تندی و جهت است. این دو مشخصه قابل اندازه‌گیری بوده و در نتیجه «سرعت» یک کمیت برداری است (در فصل قبل نیز به این مطلب اشاره شده است) و با بردار نشان داده می‌شود. طول «بردار سرعت» طوری اندازه‌گیری می‌شود که تندی را نشان دهد. در واقع نمودار بردار سرعت مانند نمودار بردار نیرو رسم می‌شود.



شکل ۴-۲۹- شکل مثال ۱۲

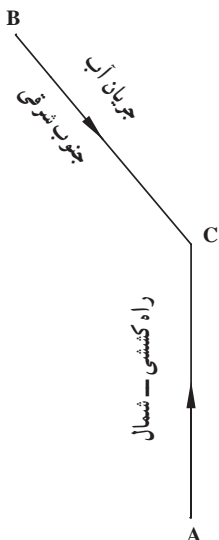
مثال ۱۳: یک کشتی با سرعت ۱۶ گره دریایی در جهت شمال وارد محیطی با جریان آب به سرعت ۴ گره دریایی به سمت جنوب شرقی می‌شود (شکل ۴-۳). مطلوب است برآیند سرعت و راه کشتی.

حل: مطلب مهم در این مثال جهت جریان آب است. وقتی گفته شود جهت جریان جنوب شرقی است به این معنی است که جهت جریان با محور افقی در ناحیه SE دارای زاویه ۴۵ درجه است (البته چون زاویه ۴۵ درجه نصف زاویه ۹۰ درجه است در این مثال زاویه جریان با محور عمودی هم ۴۵ درجه می‌باشد). بنابراین نمودار فضایی مطابق شکل ۴-۳ رسم می‌شود.



شکل ۴-۳- شکل مثال ۱۳

نمودار برداری مطابق شکل ۴-۳۱ قابل رسم است. نمودار برداری سرعت و جهت اولیه کشتی (یعنی سرعت و جهت در آب آرام) و سرعت و جهت جریان آب که کشتی وارد آن می‌شود را نشان می‌دهد.



در نمودار برداری دو ضلع مثلث و زاویه بین آنها معلوم و معین هستند. با استفاده از قانون کسینوس اندازه ضلع سوم و با استفاده از قانون سینوس جهت (زاویه بین بردار برآیند و محور عمودی) محاسبه می‌شوند. مطابق قانون کسینوس می‌توان نوشت:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

شکل ۴-۳۱

قانون کسینوس و سینوس ها برای مثلث شکل ۴-۳۲ به صورت زیر نوشته می شود :

$$(ac)^2 = (ab)^2 + (bc)^2 - 2(ab)(bc)\cos\beta$$

$$= 16^2 + 4^2 - 2 \times 16 \times 4 \cos 45^\circ \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{\sin} = \frac{13}{\sin 45} \Rightarrow \sin \alpha = 0.21 \\ \alpha = 12^\circ 7' \end{cases}$$

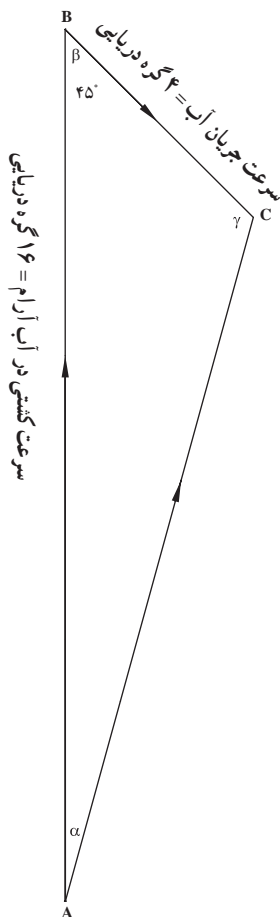
$$= 256 + 16 - 90.51 = \sqrt{181.49}$$

$$\Rightarrow ac = 13.47 \text{ گره دریایی}$$

بنابراین تندی (سرعت کشتی در جریان آب) و راه کشتی به شرح زیر می باشد :

گره دریایی ۱۳/۴۷ = تندی کشتی در جریان آب

۱۲°۷' = راه کشتی در جریان آب



شکل ۴-۳۲- شکل مثال ۱۳



خودآزمایی فصل چهارم

- ۱- سرعت زاویه‌ای را تعریف کنید.
- ۲- دو واحد مختلف سرعت دورانی چیست؟
- ۳- انواع چرخ‌دنده را نام ببرید.
- ۴- شکل ۳۳-۴ چه نوع چرخ‌دنده‌ای را نشان می‌دهد.



شکل ۳۳-۴

- الف) چرخ‌دنده ساده
- ب) چرخ‌دنده مارپیچ
- ج) چرخ‌دنده حلزونی
- د) چرخ‌دنده مخروطی

۵- جاهای خالی را پر کنید.

الف) چرخ‌دنده‌ها ————— زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که بخواهیم تغییر زیادی در سرعت و یا قدرت ایجاد کنیم.

ب) خاصیت مهم چرخ‌دنده‌های حلزونی نسبت تبدیل ————— و ————— است.

ج) کاربرد اصلی چرخ‌دنده‌های مخروطی در ————— خودروها است.

د) سامانه چرخ‌دنده شانه‌ای برای تبدیل حرکت ————— به حرکت ————— استفاده می‌شود.

هـ) ————— ها، ————— ها و ————— ها از اجزای انعطاف پذیر هستند.

و) اجزای مکانیکی انعطاف پذیر در دستگاه‌های ————— و انتقال توان در فواصل نسبتاً ————— به کار می‌روند.

ز) به جز تسمه‌های ————— بقیه آنها روی قرقره مقداری لغزش خواهند داشت.

ح) در برخی از موارد برای دوری جستن از تنظیم فاصله بین قرقره‌ها که به علت شل شدن تسمه

ضمن کار یا هنگام سوار کردن تسمه تازه ضرورت دارد، می‌توان از یک _____ استفاده نمود.

ط) یک آونگ _____ درجه آزادی دارد.

۶- درجات آزادی یک کشتی را نام ببرید.

۷- یک جرثقیل یک تنی وزنه یک تنی را با سرعت ۱ متر بر ثانیه به بالا می‌کشد. اگر جعبه دنده آن شامل ۳ جفت چرخ دنده و یک تسمه و پولی به شرح زیر باشد، سرعت و گشتاور موتور لازم برای جرثقیل را حساب کنید.

تسمه و پولی: قطر پولی کوچک ۱۰ سانتی‌متر و قطر پولی بزرگ ۲۵ سانتی‌متر

چرخ دنده حلزونی (جفت اول): با نسبت ۱:۱۵

جفت دوم: چرخ دنده ساده قطر گام چرخ دنده کوچک ۵ سانتی‌متر قطر گام چرخ دنده بزرگ

۸ سانتی‌متر

جفت سوم: چرخ دنده ساده با مدول ۵، چرخ دنده اول ۲۰ دنده و چرخ دنده دوم ۳۵ دنده.

قطر طبلیک: ۲۰ سانتی‌متر

۸- تندی زاویه‌ای میانگین پروانه یک موتور برون نصب را که در عرض ۲۰ دقیقه ۱۰۰۰ دور

می‌چرخد بر حسب rad/s تعیین کنید.

۹- یک شبانه‌روز در سیاره زهره تقریباً ۳۰ ساعت است. در صورتی که قطر سیاره ۱۲۳۹۰

کیلومتر باشد تندی زاویه‌ای و سرعت خطی نقطه‌ای روی دایره مرکزی آن را محاسبه کنید.

۱۰- قطر سیاره مشتری (بزرگ‌ترین سیاره منظومه شمسی) ۹۱۶۰۰ کیلومتر است. این سیاره هر

۹/۹ ساعت یک مرتبه دور خود می‌گردد. سرعت خطی یک نقطه روی خط استوای آن را تعیین کنید.

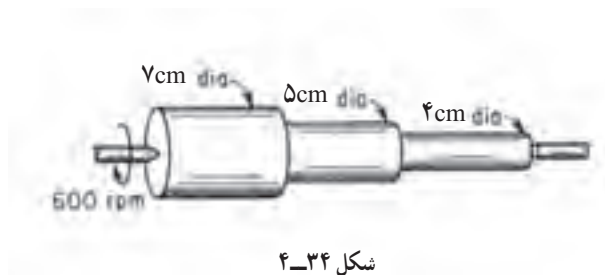
۱۱- میله پله‌دار شکل ۳۴-۴ با سرعت ۶۰۰ RPM در یک دستگاه تراش می‌چرخد. تندی

خطی یک نقطه را بر حسب متر بر ثانیه در موارد زیر محاسبه کنید:

(۱) نقطه‌ای روی قسمتی که قطر آن ۷ سانتی‌متر است.

(۲) نقطه‌ای روی قسمتی که قطر آن ۵ سانتی‌متر است.

(۳) نقطه‌ای روی قسمتی که قطر آن ۴ سانتی‌متر است.



۱۲- چرخ دنده A در مجموعه انتقال نیروی شکل ۴-۳۵ با تندی زاویه ای ۶۰۰ RPM می چرخد. تندی زاویه ای چرخ دنده های B و C را تعیین کنید.

