

فصل

کاربرد ریاضی در مکانیک

هدف کلی

بهره‌برداری از ریاضیات در مکانیک

- هنرجو پس از آموزش این فصل قادر خواهد بود :
- ۱- هدف‌های کلی علم مکانیک را بیان کند.
 - ۲- ایستایی را توضیح دهد.
 - ۳- حرکت شناسی را توضیح دهد.
 - ۴- برای تعیین اندازه اضلاع و زوایا، دانش مثلثات را به کارگیرد.

۱-۱-۱- مکانیک

دانشمندان مسلمان ایرانی، از جمله ابولوفاء بوزجانی و خواجه نصیرالدین طوسی از اولین دانشمندانی بودند که مثلثات و ریاضیات را در علوم دیگر به کار گرفتند و توسعه دادند. اینان در بسیاری از موارد با الهام از آموزه‌های اسلامی و فرهنگ غنی ایرانی توانستند به ریاضیات چهره‌ای کاربردی ببخشند و از آن در علم طراحی سازه‌ها و دستگاه‌های آن زمان استفاده کردند.

مکانیک به وسیلهٔ ریاضیدان‌ها و فیزیک‌دان‌ها توسعه یافت. این گروه از دانشمندان عمدتاً به توضیح منطقی مشاهده‌های خود پرداختند و به مطالعهٔ اهرم، قرقه، سقوط آزاد و حرکت سیاره‌ها اقدام کردند. نتیجهٔ کار هر محقق در قالب یک تئوری جدید یا تصحیح تئوری پیشینیان به گنجینهٔ دانش بشر افزوده شد. در سال ۱۶۸۷ میلادی با کشف نیروی جاذبه و اعلام قوانین حرکت به وسیلهٔ اسحاق نیوتون دانش مکانیک در موقعیتی جدید قرار گرفت.

اهمیت علوم را می‌توان با نوع کاربرد آنها ارزیابی کرد. ملاحظه می‌شود طراحی و ساخت ساختمان، پل، خودرو، هواپیما و کشتی با تحلیل‌های اولیه بر مبنای اصول مکانیک انجام می‌شود. بنابراین نقش مکانیک و کاربرد آن در زندگی بشر بسیار مؤثر است. ایستایی و حرکت شناسی دو شاخهٔ مکانیک هستند که در این کتاب معرفی می‌شوند و کاربرد آنها به طور مجزا و توأم بررسی می‌شود.

استاتیک^۱ یا ایستایی شاخه‌ای از علم مکانیک و علوم مهندسی است که به بحث و مطالعهٔ پیرامون سامانه‌های فیزیکی در حال تعادل ایستا (تعادل استاتیکی) می‌پردازد. تعادل ایستا حالتی است که در آن، مکان نسبی اجزاء سامانه‌ها نسبت به هم تغییر نکند، یا آنکه اجزاء و سازه‌ها در اثر اعمال نیروهای خارجی در حالت ایستایی یا سکون باقی بمانند. برای مثال ایستایی به سؤالات زیر پاسخ می‌دهد :

✓ چه مقدار بار بر یک ستون وارد می‌شود؟

✓ نیروی کششی در کابل‌های یک پل چقدر است؟

✓ توزیع نیروها در اجزاء یک جرثقیل چگونه است؟

✓ مزیت مکانیکی مجموعه طناب و قرقره چه میزان است؟

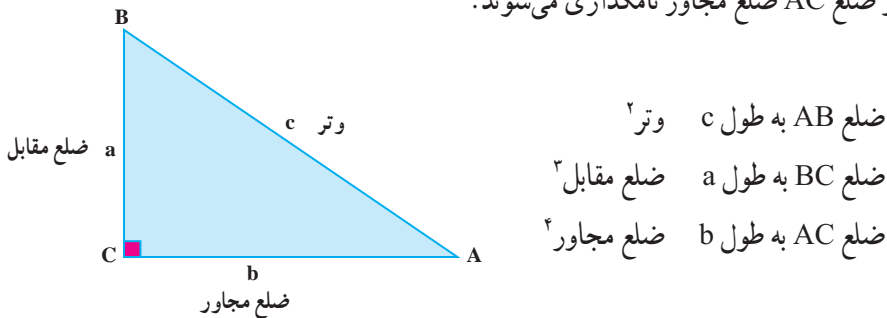
حرکت شناسی^۱ شامل مطالعهٔ هندسی حرکت (سینماتیک) و نیروهای لازم برای ایجاد حرکت (سینتیک) است. هدف نهایی حرکت شناسی تعیین نیروهای لازم برای ایجاد حرکت و تغییر حرکت است. به عنوان مثال می‌توان به مطالعهٔ حرکت یک شناور در آب یا یک خودروی روی جاده اشاره کرد. برای فهم این حرکت‌ها لازم است معادلات حرکت شناسی (دینامیکی) این سامانه‌ها استخراج و تحلیل شود.

۲-۱- استفاده از ریاضیات در مکانیک

مکانیک موضوعی تحلیلی است. در مکانیک از شاخه‌های مختلف ریاضیات مانند جبر، هندسه و مثلثات استفادهٔ بسیار می‌شود. هدف این کتاب آموختن ریاضیات نیست ولی یک شاخهٔ آن، یعنی مثلثات کاربرد فراوانی در این کتاب دارد. در واقع علوم ریاضی مانند الفبای آموزش علم مکانیک است.

۱-۲-۱- مثلث‌های راست گوشه: مثلث راست گوشه شکل سه ضلعی بسته‌ای است که

یک زاویهٔ نود درجه دارد، ضلعی که مقابل زاویهٔ نود درجه است وتر نامیده می‌شود. دو ضلع دیگر با توجه به سایر زوایا نامگذاری می‌شوند. مثلاً اگر \hat{A} زاویهٔ مورد نظر باشد ضلع BC در شکل ۱-۱ ضلع مقابل و ضلع AC ضلع مجاور نامگذاری می‌شوند.



شکل ۱-۱- مثلث راست گوشه و تعاریف آن

برای اضلاع این مثلث راست گوشه شش نسبت می‌توان نوشت. این نسبت‌ها روابط مثلثاتی

نام دارند و برای زاویه \hat{A} در جدول ۱-۱ نشان داده می‌شوند:

۱- Dynamic

۲- Hypotenuse

۳- Opposite side

۴- Adjacent side

جدول ۱-۱- تعاریف نسبت‌های مثلثاتی

$\cos(\hat{A}) = \frac{b}{c} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$ کسینوس	$\sin(\hat{A}) = \frac{a}{c} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$ سینوس
$\cot(\hat{A}) = \frac{b}{a} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$ کتانژانت	$\tan(\hat{A}) = \frac{a}{b} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$ تانژانت
$\operatorname{cosec}(\hat{A}) = \frac{c}{b} = \frac{\text{وتر}}{\text{ضلع مجاور}}$ کسکانت	$\sec(\hat{A}) = \frac{c}{a} = \frac{\text{وتر}}{\text{ضلع مقابل}}$ سکانت

از این شش رابطهٔ مثلثاتی مشخص می‌شود که برای یک زاویهٔ معین θ ، نسبت‌های طولی اضلاع در یک مثلث راست گوشه مقادیری ثابت هستند. مقادیر سینوس، کسینوس و تانژانت زوایایی که کاربرد بیشتری نسبت به سایر زوایا دارند (زوایای صفر، 30° ، 45° ، 60° و 90° درجه) در جدول ۱-۲ درج شده است. مقادیر مثلثاتی زوایا (1° درجه تا 90° درجه) در جدول پایانی کتاب (پیوست الف) وجود دارد.

جدول ۱-۲- مقادیر نسبت‌های مثلثاتی

tan	Cos	Sin	زاویه (درجه)
۰	۱	۰	۰
$\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	$\frac{1}{2} = 0,5$	30°
۱	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$	45°
$\sqrt{3} = 1,732$	$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	60°
بی‌نهایت	۰	۱	90°
۰	-۱	۰	180°
منفی بی‌نهایت	۰	-۱	270°
۰	۱	۰	360°

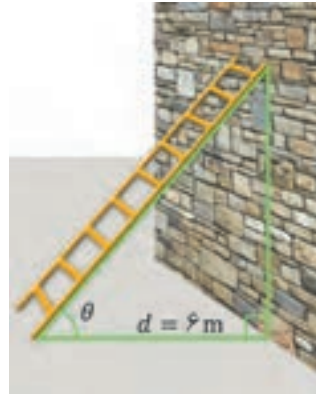
یک مثلث راست گوشه دارای پنج متغیر است (سه ضلع و دو زاویه). اگر مقدار دو متغیر معین باشد سه متغیر دیگر به آسانی قابل تعیین است.

مثال ۱: یک نردبان ۶ متری مطابق شکل ۱-۲ قرار داده شده است. اگر θ برابر ۴۵ درجه باشد، فاصله d (از پایه نردبان تا دیوار) چند متر است؟
حل: سینوس ۴۵ درجه نسبت طول d و وتر را تعیین می کند.

$$\sin\theta = \sin 45^\circ = \frac{d}{6}$$

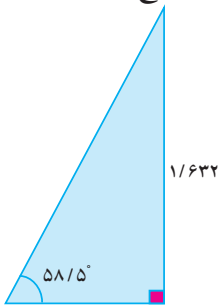
$$d = 6 \times \sin 45^\circ = 4.242$$

با استفاده از جدول ۱-۲ مقدار $\sin 45^\circ$ به دست می آید و در نتیجه فاصله d برابر ۴.۲۴۲ متر است.



شکل ۱-۲ - نردبانی که به دیوار تکیه کرده است.

مثال ۲: با استفاده از قوانین مثلثاتی، دو پاره خط رسم کنید که با هم زاویه $58/5$ درجه بسازند.
حل: از رابطه تانژانت برای رسم و یا اندازه گیری دقیق زوایا استفاده می شود. مثلاً برای رسم زاویه $58/5$ درجه، ابتدا مقدار تانژانت زاویه $58/5$ درجه از جداول مثلثات یادداشت می شود (برابر $1/632$) و سپس یک مثلث راست گوشه (مانند شکل ۱-۳) رسم می شود، طوری که نسبت ضلع مقابل به ضلع مجاور برابر با تانژانت زاویه $58/5$ درجه باشد (در این مثال نسبت عدد $1/632$ به عدد یک). دقت زاویه رسم شده به دقت رسم طول اضلاع بستگی دارد. مثلاً دقت زاویه مثلثی که اضلاع آن به ترتیب برابر با $1/632$ و 1° می باشد بسیار بیشتر از زاویه مثلثی است که اضلاع آن به ترتیب برابر $1/63$ و یک است.



شکل ۱-۳ - مثلث مثال ۲

۱-۲-۲ روابط مثلثاتی کمکی: روابط مختلفی بین نسبت‌های مثلثاتی برقرار است که می‌توان برای ساده‌سازی محاسبات از آن استفاده کرد. در رابطه (۱-۱) رابطه‌ای برای مجموع زوایا آمده است که می‌توان از آن روابط (۱-۲) و (۱-۳) را نیز به دست آورد.

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta \pm \cos \alpha \times \sin \beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta \mp \sin \alpha \times \sin \beta$	(۱-۱)
$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$ $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$	(۱-۲)
$\sin^2 x = 2 \sin x \times \cos x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ $\cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	(۱-۳)

فعالیت کلاسی ۱

به همراه دوستان و با کمک هنرآموزتان، سعی کنید از رابطه (۱-۱) روابط (۱-۲) و (۱-۳) را استخراج کنید.

مثال ۳: با استفاده از مقادیر جدول ۱-۱ نسبت‌های مثلثاتی و روابط بالا، زوایای زیر را به دست آورید.

$$\theta = 15^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ - 30^\circ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin(15) = \sin(45 - 30) = \sin 45 \cos 30 - \\ \sin 30 \cos 45 = 0.258 \\ \cos(15) = \cos(45 - 30) = \cos 45 \cos 30 + \\ \sin 45 \sin 30 = 0.969 \end{array} \right.$$

$$\theta = 135^\circ \Rightarrow \theta = 180^\circ - 45^\circ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin(135) = \sin(180 - 45) = \sin 45 = 0.707 \\ \cos(135) = \cos(180 - 45) = -\cos 45 = 0.707 \end{array} \right.$$

فعالیت ۱-۱

شما در نزدیکی یک برج بلند ایستاده‌اید. اگر فاصله شما تا برج 10 متر باشد و ارتفاع چشمان شما از سطح زمین $1/7$ متر باشد و خط دید شما با افق زاویه 83 درجه بسازد، ارتفاع برج را محاسبه کنید.

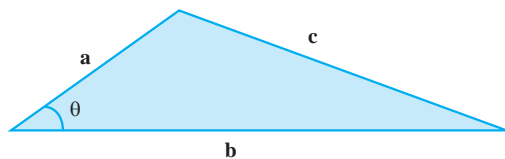
فعالیت کلاسی ۲

به همراه دوستان و با کمک هنرآموزتان، و با استفاده از ابزارهای ترسیمی، مانند نقاله، خط کش، پرگار، متر و ...، ارتفاع ساختمان‌های مدرسه و همسایه را تخمین بزنید.

۳-۲-۱ قانون کسینوس ها: در مکانیک کاربردی در اکثر موارد اندازه دو ضلع یک مثلث و زاویه بین آنها مشخص است و ضرورت دارد اندازه ضلع سوم محاسبه شود. مناسب‌ترین روش برای محاسبه ضلع سوم استفاده از قانون کسینوس است. مطابق این قانون اگر a و b اندازه دو ضلع معین و θ زاویه بین آنها باشد، می‌توان اندازه ضلع سوم (c) را با استفاده از رابطه $(1-4)$ به دست آورد.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - ab \times \cos \theta} \quad \text{یا} \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \cos \theta \quad (1-4)$$

مثال ۴: اندازه ضلع c در مثلث شکل ۵-۱ چقدر است؟



شکل ۴-۱- یک مثلث با دو ضلع و یک زاویه معلوم

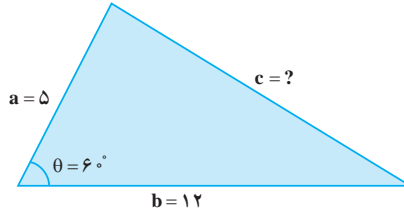
حل: از رابطه $(1-4)$ یا همان قانون کسینوس‌ها می‌توان به‌سادگی این مسئله را حل نمود:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \times \cos \theta}$$

$$c = \sqrt{5^2 + 12^2 - 2(5)(12) \times \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{25 + 144 - 2(5)(12) \times 0.5} = \sqrt{109}$$

$$= 10.4$$



شکل ۱-۵

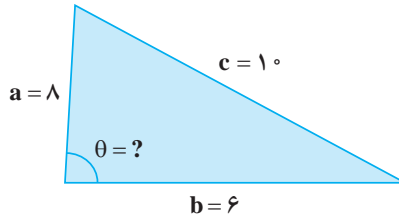
مثال ۵: اندازه اضلاع در شکل ۱-۶ مشخص شده است، زاویه θ را بیابید.
 حل: از رابطه (۱-۴) یا همان قانون کسینوس‌ها می‌توان به‌دست آورد که:

$$\cos \theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

در نتیجه:

$$\cos \theta = \frac{36 + 64 - 100}{2 \times 6 \times 8} \Rightarrow \cos \theta = 0 \Rightarrow$$

$$\theta = 90^\circ$$



شکل ۱-۶

توجه! اگر در قانون کسینوس‌ها مقدار زاویه بین دو ضلع 90° درجه باشد، قانون

کسینوس‌ها معادل قضیه فیثاغورث خواهد بود زیرا می‌دانیم: $\cos 90^\circ = 0$

پس:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \times \cos \theta} \xrightarrow{\cos 90^\circ = 0} c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \times 0} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

در واقع قضیه فیثاغورث شکل خاصی از قانون کسینوس‌ها است. هر جا که یکی از زوایا

90° درجه باشد می‌توان به‌جای استفاده از روابط (۱-۴) از قضیه فیثاغورث بهره جست.

مثال ۶: اندازه ضلع c در مثلث شکل ۱-۷ چند متر است؟

حل: با کمک از رابطه (۱-۴) و رابطه (۱-۲) می توان این مسئله را حل نمود:

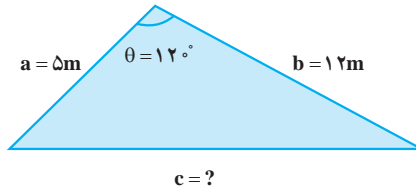
$$\cos 12^\circ = -\cos 6^\circ = -0.5$$

$$c = \sqrt{5^2 + 12^2 - 2(5)(12) \times \cos 12^\circ}$$

$$= \sqrt{25 + 144 - 2(5)(12) \times (-0.5)}$$

$$= \sqrt{25 + 144 + 60} = \sqrt{229} = 15.1 \text{ m}$$

یعنی طول ضلع سوم برابر ۱۵/۱ متر خواهد بود.



شکل ۱-۷

مثال ۷: دو یدک کش به پهنای ۸ متر یک کشتی بزرگ را یدک می کنند. طول کابل هر یدک کش برابر ۲۰ متر است. برای اینکه یدک کش ها با هم برخورد نکنند باید با فاصله ایمن ۱۲ متر از یکدیگر حرکت کنند. زاویه به وجود آمده بین کابل ها را حساب کنید (شکل ۱-۸).

حل: ابتدا باید با توجه به شکل فاصله واقعی انتهای کابل ها را بیابیم.

$$c = 12 + 2 \times \frac{8}{2} = 20 \text{ m}$$

a و b هم که ۲۰ متر هستند:

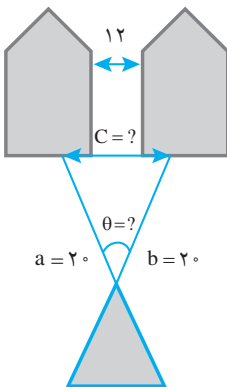
$$a = b = 20 \text{ m}$$

از مثال ۵ داریم:

$$\cos \theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

در نتیجه:

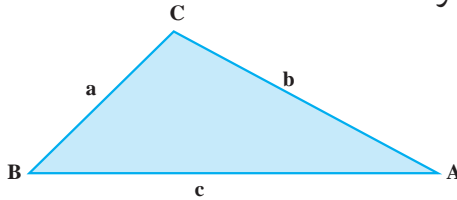
$$\cos \theta = \frac{4000 + 4000 - 4000}{2 \times 20 \times 20} = 0.5 \xrightarrow{\text{با استفاده از جدول ۱-۱}} \theta = 60^\circ$$



۴-۲-۱ قانون سینوس‌ها: این قانون کاربرد وسیعی در مکانیک دارد. مطابق این قانون در مثلثی مانند مثلث شکل ۹-۱ ارتباط و تناسب اندازه اضلاع و زوایا به شرح زیر (رابطه ۵-۱) می‌باشد.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \quad (۱-۵)$$

از قانون سینوس‌ها برای تعیین اندازه ضلع سوم یک مثلث وقتی که اندازه دو ضلع دیگر و یک زاویه مقابل معین هستند استفاده می‌شود. همچنین وقتی که دو زاویه و یک ضلع معین هستند اندازه ضلع سوم را می‌توان تعیین کرد.



شکل ۹-۱- مثلث

مثال ۸: در شکل ۹-۱ با فرض اینکه اندازه b برابر ۱۲ متر، $\hat{A} = 42^\circ$ و $\hat{C} = 35^\circ$ باشد، اندازه اضلاع a و c چند متر است؟

حل: مجموع زوایای یک مثلث برابر با 180° درجه است. یعنی $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ ، پس $\hat{B} = 102^\circ$ است. لذا مطابق قانون سینوس‌ها:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$\frac{a}{\sin 42} = \frac{12}{\sin 102} \quad \text{و} \quad \frac{c}{\sin 35} = \frac{12}{\sin 102}$$

در صورتی که اندازه زاویه \hat{B} بین 9° و 180° درجه باشد مقدار \sin آن از رابطه (۲-۱) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta \Rightarrow \sin 102 = \sin(180^\circ - 78) = \sin 78$$

مقادیر سینوس زاویه ۷۸ و ۴۲ درجه از جداول مثلثات یادداشت می‌شود، که به ترتیب برابر با ۰/۹۷۸ و ۰/۶۸۲ هستند.

$$\frac{a}{0.682} = \frac{12}{0.978} \Rightarrow a = \frac{12 \times 0.682}{0.978} = 8.37 \text{ m}$$

با تکرار همین روش برای محاسبه c خواهیم داشت :

$$\frac{c}{\sin 35} = \frac{12}{\sin 102} \Rightarrow c = \frac{12 \times \sin 35}{0.978} = 7.04 \text{ m}$$

مثال ۹: در مثلث متساوی الساقین شکل ۱-۱ زاویه بین دو ساق ۳۰ درجه و طول قاعده مثلث ۲ متر است. ارتفاع مثلث را به دست آورید.

حل: ابتدا با توجه به متساوی الساقین بودن مثلث زوایای \hat{B} و \hat{C} را می‌یابیم.

$$\hat{C} = \hat{B} \text{ و } \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180 \Rightarrow 180 = 2\hat{B} + 30$$

$$\hat{B} = \frac{180 - 30}{2} = 75^\circ$$

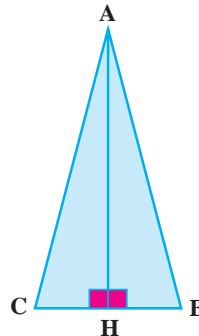
با استفاده از قانون سینوس‌ها داریم: $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}}$
با ساده سازی داریم:

$$b = \frac{a \sin \hat{B}}{\sin \hat{A}} = \frac{2 \times \sin 75}{\sin 30} = 3.86 \text{ m} \Rightarrow c = 3.86 \text{ m}$$

می‌دانیم که در مثلث متساوی الساقین ارتفاع و میانه قاعده برابرند پس $CH=BH=1 \text{ m}$ است. حال می‌توانیم با استفاده از قضیه فیثاغورث در مثلث AHB اندازه ضلع AH را به دست آوریم.

$$b^2 = AH^2 + CH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{b^2 - CH^2}$$

$$AH = \sqrt{3.86^2 - 1} = 3.73$$



شکل ۱-۱

یادآوری (برای مطالعه)

این بخش از کتاب در سایر مسائل بسیار پرکاربرد است. پس فراموش نکنید که این بخش را به خوبی فراگیرید.

۳-۱- دستگاه بین المللی یکاها

دستگاه بین المللی یکاها با علامت اختصاری SI به طور کامل در کتاب درسی فیزیک مکانیک معرفی شده است. ولی با توجه به کاربردهای آن در این کتاب مواردی به طور مختصر توضیح داده می شود.

در این دستگاه از حاصل ضرب یا تقسیم کمیت دو یکا، کمیت سوم در یکای دیگر حاصل می شود. این دستگاه بر مبنای شش یکای اصلی ایجاد شده است که به ترتیب عبارت اند از: متر (واحد طول)، کیلوگرم (واحد جرم)، ثانیه (واحد زمان)، کلونین (واحد دما)، آمپر (واحد شدت جریان برق) و شمع (واحد شدت روشنایی). (در این کتاب پیرامون دما، شدت جریان برق و شدت روشنایی بحث نمی شود ولی به منظور شرح کامل دستگاه بین المللی یکاها به طور خلاصه معرفی شدند.)

از حاصل ضرب یک واحد طول (یک متر) در یک واحد طول (یک متر)، واحد سطح (یک مترمربع) حاصل می شود.

$$1\text{m} \times 1\text{m} = 1\text{m}^2$$

از تقسیم یک واحد طول یا فاصله (یک متر) بر یک واحد زمان (یک ثانیه) یک واحد سرعت (یک متر بر ثانیه) حاصل می شود.

$$1\text{m} \div 1\text{s} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از حاصل ضرب یک واحد جرم (یک کیلوگرم) با یک واحد شتاب (یک متر بر مجذور ثانیه) یک واحد نیوتون (یک نیوتون) حاصل می شود.

$$1\text{Kg} \times 1\text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1\text{N}$$

از نتیجه اعمال یک واحد نیرو (یک نیوتون) در یک واحد فاصله (یک متر) یک واحد کار (یک ژول) حاصل می شود.

$$1\text{N} \times 1\text{m} = 1\text{J}$$

یکاهای مورد استفاده در این کتاب اعم از یکاهای اصلی و یکاهای مشتق و مرتبط با یکاهای اصلی در جدول ۱-۳ معرفی می‌شوند.

یکاهایی که یادآور اشخاص معروف هستند با حروف بزرگ لاتین نشان داده می‌شوند (مانند N برای نیوتون، W برای وات، Hz برای هرتز، J برای ژول) و سایر یکاها با حروف کوچک لاتین نشان داده می‌شوند.

۱-۴- توان‌های ۱۰

گاهی مقادیر مربوط به یک کمیت بسیار کوچک و یا بزرگ هستند، به نحوی که نمایش کامل آنها به دلیل زیاد بودن تعداد ارقام مطلوب نیست و باعث ایجاد خطا در زمان خوانش آنها می‌شود. برای ساده‌سازی نمایش آنها از پیشنهادهایی استفاده می‌شود که نماینده توان‌های ۱۰ است.

جدول ۱-۳

علامت	پیشوند	استاندارد نگارش	ضرب عامل
T	tera (ترا)	10^{12}	$1/000/000/000/000$
G	giga (گیگا)	10^9	$1/000/000/000$
M	mega (مگا)	10^6	$1/000/000$
K	kilo (کیلو)	10^3	$1/000$
h	hecto (هکتو)	10^2	100
da	deca (دکا)	10^1	10
d	deci (دسی)	10^{-1}	0.10
c	centi (سانتی)	10^{-2}	$0/01$
m	milli (میلی)	10^{-3}	$0/001$
μ	micro (میکرو)	10^{-6}	$0/000001$
n	nano (نانو)	10^{-9}	$0/000000001$
p	picco (پیکو)	10^{-12}	$0/000000000001$

مثال ۱۰: نیروی وارد بر یک تیر برابر $235 \times 10^3 \text{ N}$ است که نمایش این عدد را می توان به شکل $23/5 \times 10^2 \text{ KN}$ یا $23/5 \text{ KN}$ نمایش داد.

۵-۱- مقایسه کمیت ها در دستگاه های مختلف

با وجود گسترش تجهیزات و سیستم های متریک هنوز در برخی کشتی ها تجهیزاتی وجود دارند که بر مبنای واحدهای اندازه گیری غیر متریک طراحی و ساخته شده اند. بسیاری از اوقات ضرورت دارد واحدهای اندازه گیری به یکدیگر تبدیل شوند. برخی مقایسه ها و تبدیل ها به شرح زیر است.

نیرو:	طول:
$1 \text{ lbf} = 4/448 \text{ N}$ (پوند نیرو)	$1 \text{ in} = 2/54 \text{ cm} = 25/4 \text{ mm}$ (اینچ)
$1 \text{ tonf} = 9/964 \text{ KN}$ (تن نیرو)	$1 \text{ ft} = 30/48 \text{ m}$ (فوت)
فشار:	$1 \text{ yd} = 9144/100 \text{ m}$ (یارد)
$1 \text{ lbf. ft}^{-2} = 47/88 \text{ N. m}^{-2}$ (پاسکال Pa)	$1 \text{ mile} = 1609/100 \text{ km}$ (مایل)
$1 \text{ bar} = 100 \text{ KN. m}^{-2}$	$1 \text{ mile دریایی} = 1852/100 \text{ km}$ (بین المللی)
$1/0.13 \text{ bar} = 1 \text{ atm}$ (اتمسفر)	

تحقیق: با استفاده از منابع مکتوبی که هنرآموزان معرفی می کند سایر تبدیل ها را به دست آورید و آنها را در جدولی که به همین منظور در ادامه قرار دارد، بنویسید.

جدول تحقیقی ۴-۱- تبدیل واحدهای متریک به سایر واحدهای عرف در کشتی!

	جرم
	حجم
	توان
	انرژی

خودآزمایی فصل اول



۱- جاهای خالی را پر کنید.

الف) سینوس یک زاویه برابر است با نسبت ضلع _____

به _____.

ب) _____ یک زاویه برابر است با نسبت ضلع مقابل زاویه بر ضلع مجاور زاویه.

ج) ۱ اینچ برابر _____ میلی‌متر است.

۲- گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) طول وتر یک مثلث راست گوشه 20° سانتی‌متر و یک زاویه آن 60° درجه است. طول ضلع

مجاور این زاویه چقدر است؟

۱- $17/3$ ۲- 10 ۳- 20 ۴- 30

ب) در مثال قبل طول ضلع مقابل زاویه را بیابید.

۱- $17/3$ ۲- 10 ۳- 20 ۴- 30

ج) دو ضلع یک مثلث راست گوشه به ترتیب ۶ و ۴ واحد است. زاویه بین وتر و ضلع کوتاه‌تر

چند درجه است؟

۱- $32/7$ ۲- 30 ۳- $56/3$ ۴- 70

د) در یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه طول ساق‌ها ۱۲ واحد است. طول وتر تقریباً چقدر

است؟

۱- 144 ۲- 288 ۳- 17 ۴- 12

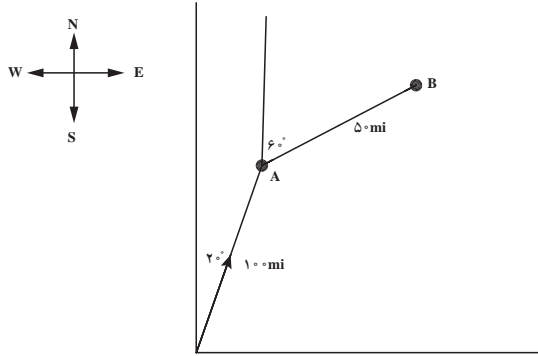
۴- یک نردبان ۵ متری با زاویه 35° درجه نسبت به دیوار قرار داده شده است. فاصله نقطه

بالایی نردبان تا کف زمین چقدر است؟

۵- یک کشتی فاصله 100 مایل را در مسیر 20° درجه شمال شرقی و سپس فاصله 50 مایل را

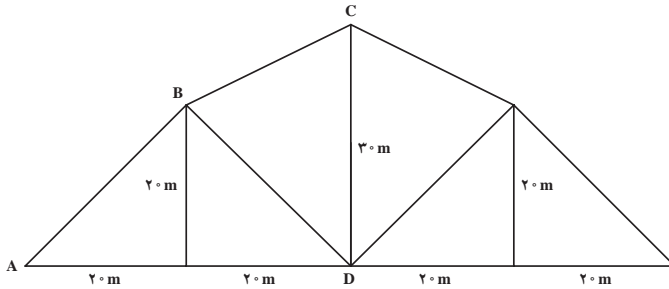
در مسیر 60° درجه شمال شرقی مطابق شکل ۱۱-۱ دریاوردی می‌کند. فاصله کشتی از نقطه شروع

چقدر است؟



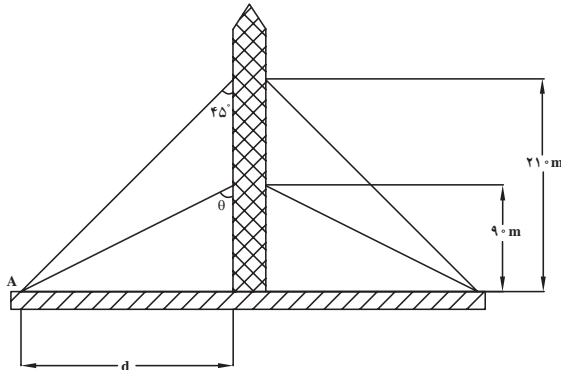
شکل ۱-۱۱

۶- خرپای یک سقف دارای اعضای با اندازه‌های شکل ۱-۱۲ است. اندازه زوایای DBC و BCD چقدر است؟ طول ضلع BC چقدر است؟



شکل ۱-۱۲

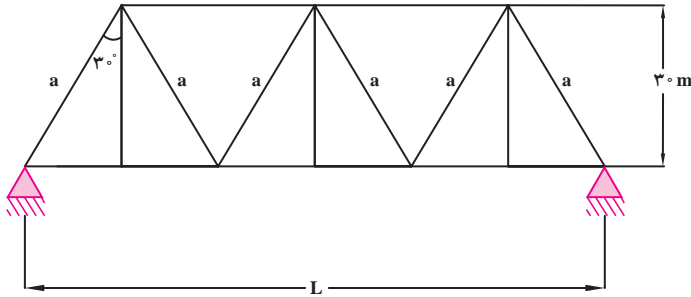
۷- یک آنتن فرستنده تلویزیون به ارتفاع 300 متر مطابق شکل ۱-۱۳ با کابل‌های فلزی مهار شده است. فاصله تکیه گاه A تا آنتن (فاصله d) و اندازه زاویه θ (زاویه بین کابل‌های مهار تحتانی و آنتن) چقدر است؟



شکل ۱-۱۳

۸- ارتفاع یک مثلث راست گوشه 40° سانتی متر و قاعده آن 90° سانتی متر است. طول وتر و زاویه بین وتر و قاعده چقدر است؟

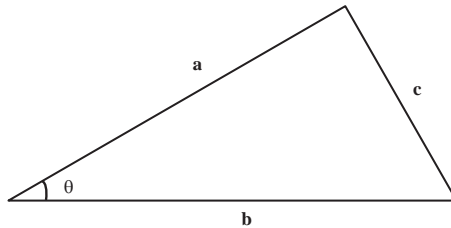
۹- چنانچه ارتفاع یک مثلث متساوی الساقین 50° سانتی متر و اندازه قاعده آن 25 سانتی متر باشد اندازه دو ضلع مساوی و زاویه آنها با قاعده چقدر است؟
 ۱۰- فاصله L در شکل ۱-۱۴ چقدر است؟



شکل ۱-۱۴

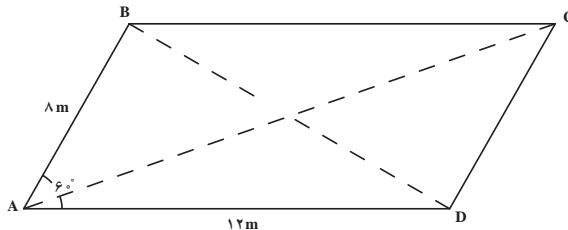
۱۱- با استفاده از روش تانژانت خطی رسم کنید که با یک خط افقی مبنا زاویه $57/2^\circ$ درجه تشکیل دهد.

۱۲- در شکل ۱-۱۵ در صورتی که $a = 5\text{cm}$ ، $b = 10\text{cm}$ و $\theta = 30^\circ$ درجه باشد اندازه ضلع c چقدر است؟



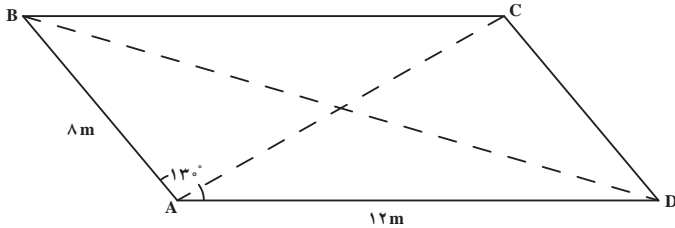
شکل ۱-۱۵

۱۳- اندازه قطرهای BD و AC در متوازی الاضلاع شکل ۱-۱۶ چقدر است؟

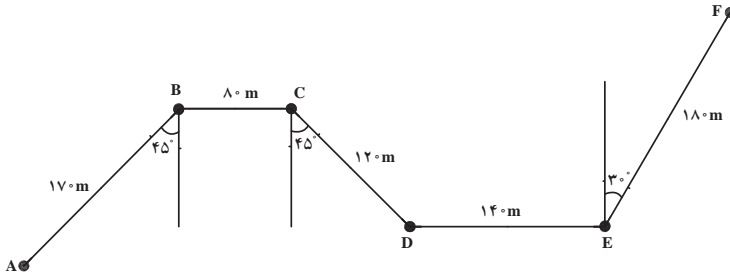


شکل ۱-۱۶

۱۴- اندازه قطرهای AC و BD در متوازی الاضلاع شکل ۱۷-۱ چقدر است؟
 ۱۵- یک فایق مسیر زیگزاگ را از نقطه A تا نقطه F مطابق شکل ۱۸-۱ می‌بینید. خط AF را رسم کرده و اندازه آن را تعیین کنید.



شکل ۱۷-۱



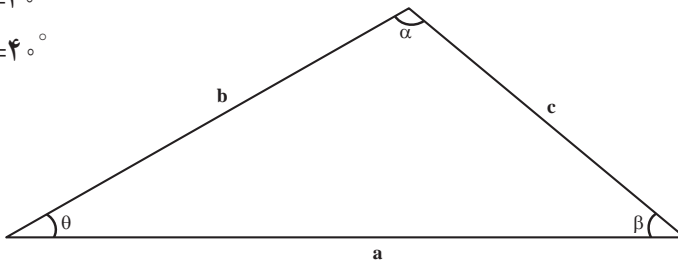
شکل ۱۸-۱

۱۶- در مثلث شکل ۱۹-۱ اندازه ضلع و زوایای معین نشده، چقدر است؟

$$a = 100 \text{ cm}$$

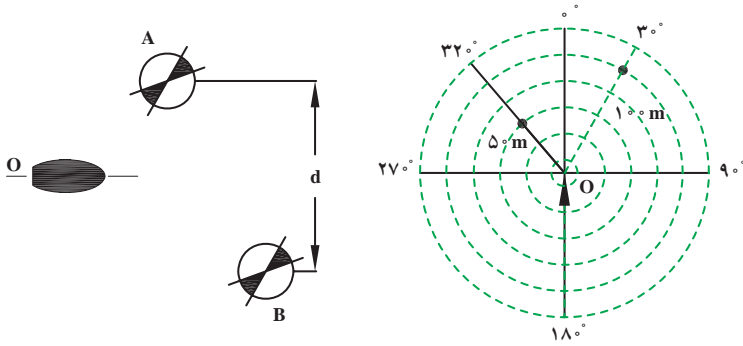
$$\theta = 3^\circ$$

$$\beta = 4^\circ$$



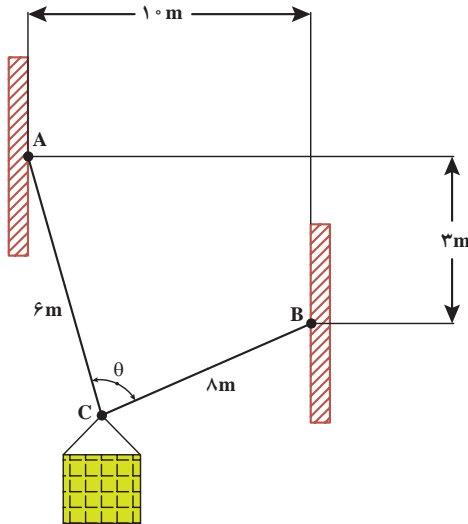
شکل ۱۹-۱

۱۷- یک کشتی مطابق شکل ۲۰-۱ باید از بین دو بویه A و B بگذرد. فواصل A و B از کشتی به ترتیب 5° و 10° متر است. اندازه d چقدر است؟



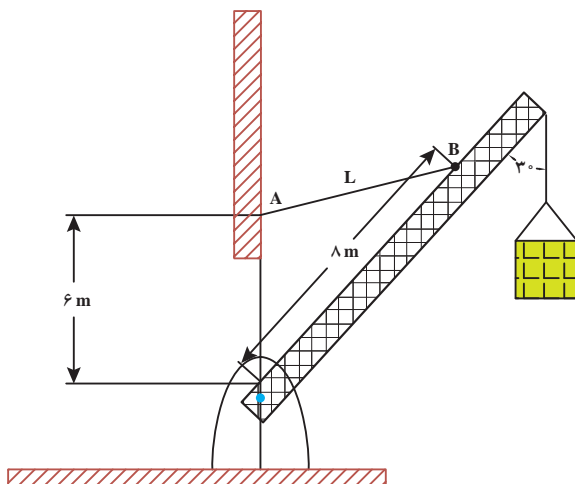
شکل ۱-۲۰

۱۸- وزنه‌ای مطابق شکل ۱-۲۱ از کابل‌های AC و BC آویزان است. زاویه θ بین این دو کابل چقدر است؟



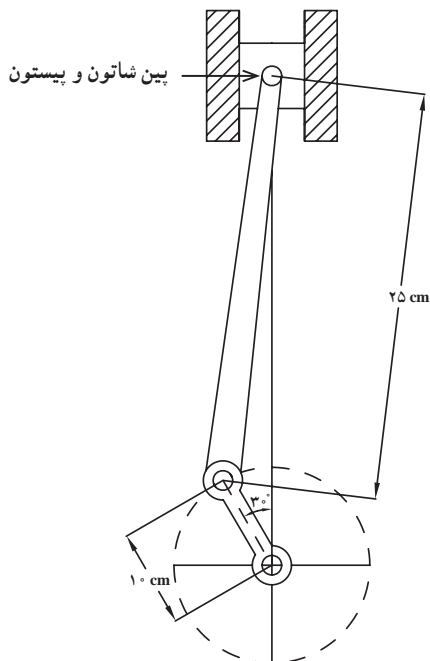
شکل ۱-۲۱

۱۹- بوم جرفیل شکل ۱-۲۲ به وسیله کابل AB مهار شده است. طول کابل L و زاویه بین کابل و بوم چقدر است؟



شکل ۱-۲۲

۲۰- در شکل ۱-۲۳ فاصله بین شاتون و پیستون در این لحظه تا نقطه مرگ بالا برای همین بین چقدر است؟ فاصله بین نقطه مرگ بالا و پایین برای این بین چقدر است؟



شکل ۱-۲۳