فصل پنجم

مدارهای L – C جریان متناوب

هدف های رفتاری

در پایان این فصل، از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ منحنی‌هاو دیاگرام برداری جریان، ولتاژ و مقاومت ظاهری در مدار L-C سری و موازی را رسم کند.

۲ــ مقادیر مقاومت ظاهری، اختلاف فاز، جریان ــ ولتاژ و توان‌ها را در مدارهای L-C سری و موازی محاسبه کند.

۳ــ مفهوم رزنانس را شرح دهد و فرکانس رزنانس را در مدارهای L-C سری و موازی محاسبه کند.

۴ــ منحنی تغییرات امپدانس Z و جریان I، مدارهای L-C سری و موازی را در تغییرات فرکانس رسم کند.

۵ــ معادلات زمانی ولتاژ و جریان عناصر در مدارهای L-C سری و موازی را به‌دست آورد.

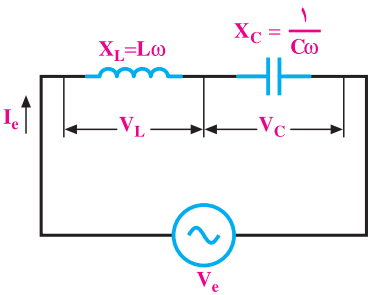
۱ــ ۵ــ مقدمه

تولید امواج الکتریکی در نوسان‌سازها، تنظیم ایستگاه‌های رادیویی و تلویزیونی بر روی موج فرستنده‌ها، تصحیح ضریب توان شبکه‌های قدرت از جمله موارد کاربرد مدارهای L-C است. در بررسی مدار یک سلف و یک خازن آموختیم که این عناصر رفتار متقابل دارند ؛ زیرا در سلف جریان از ولتاژ 90° عقب‌تر است ؛ در صورتی که جریان در خازن از ولتاژ 90° جلوتر است. این امر باعث می‌شود رفتار خازن نسبت به رفتار سلف 180° الکتریکی اختلاف فاز پیدا کند و با هم رفتار متقابل

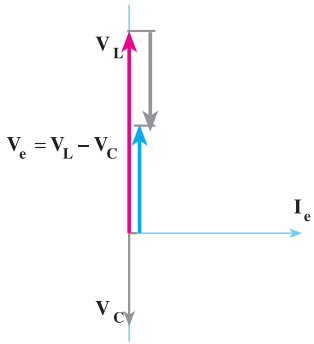
داشته باشند. از آن‌جا که هردو عنصر در شبکه توان راکتیو مبادله می‌کنند، به دلیل اثر متقابل آن‌ها می‌توان توان راکتیو شبکه را کاهش داد و مقدار آن را به صفر رساند. مدارهای L-C در شبکه‌ها به‌صورت اتصال سری، موازی یا اتصال سری موازی به کار گرفته می‌شوند. در این فصل، اتصال سری و موازی مدارهای L-C را به طور جداگانه بررسی می‌کنیم.

۲ــ۵ــ مدار L - C سری

مدار الکتریکی L-C سری که از یک عنصر خالص خازنی و یک عنصر خالص سلفی تشکیل می‌شود،مطابق شکل ۱ــ۵ است. در این مدار، جریان هر دو عنصر یکسان است. اگر برای رسم دیاگرام برداری، جریان را مبنا قرار دهیم ولتاژ دو سر سلف ازجریان ۹۰° جلوتر و ولتاژ دو سر خازن از جریان ۹۰° عقب‌تر خواهد بود. دیاگرام برداری ولتاژ با فرض $V_L > V_C$ مطابق شکل ۲ــ۵ رسم می‌شود.



شکل ۱ــ۵ــ مدار L-C سری



شکل ۲ــ۵ــ دیاگرام برداری مدار L-C سری ($V_L > V_C$)

۱ــ۲ــ۵ــ محاسبه‌ی امپدانس مدار L-C سری:

از شکل ۱ــ۵ می‌توان مقادیر ولتاژهای V_L و V_C را به دست آورد.

$$V_L = I_e . X_L = I_e . L\omega \qquad (۵ــ۱)$$

$$V_C = I_e . X_C = I_e \times \frac{1}{C\omega} \qquad (۵ــ۲)$$

از شکل ۲ــ۵ دیاگرام برداری ولتاژها و شکل ۱ــ۵ مدار L-C سری می‌توان نوشت :

$$\vec{V}_e = \vec{V}_L + \vec{V}_C \quad , \quad V_e = I_e . Z$$

$$V_e = V_L - V_C \qquad (۵ــ۳)$$

با جایگزین‌کردن روابط ۱ــ۵ و ۲ــ۵ در رابطه‌ی ۳ــ۵ خواهیم داشت :

$$I_e \times Z = X_L.I_e - X_C.I_e$$

$$Z = X_L - X_C \qquad (۴ــ۵)$$

درصورتی‌که $V_C > V_L$ باشد رابطه‌ی ۳ــ۵ و ۴ــ۵ به‌صورت زیر می‌شود :

$$V_e = V_C - V_L$$

$$Z = X_C - X_L$$

۲ــ۲ــ۵ــ محاسبه‌ی توان‌ها: همان‌طورکه مشاهده می‌کنید، در دیاگرام شکل ۲ــ۵ اختلاف فاز جریان و ولتاژ همواره ۹۰° خواهد بود ؛ یعنی، اگر $X_L > X_C$ باشد $\varphi = ۹۰^\circ$ و مدار پس فاز و اگر $X_L < X_C$ باشد، $\varphi = -۹۰^\circ$ و مدار پیش فاز خواهد بود. پس ضریب توان مؤثر و غیر مؤثر به ترتیب $\cos\varphi = ۰$ و $\sin\varphi = \pm ۱$ است. وقتی ضریب توان مؤثر صفر شد، در مدار L-C هیچ‌گونه توان اکتیو مصرف نمی‌شود. بنابراین :

$$P_e = V_e I_e \cos\varphi = ۰ \qquad (۵ــ۵)$$

برای تعیین توان راکتیو می‌توان نوشت :

$P_{d_L} = I_e^۲ X_L$ برای سلف

$P_{d_C} = -I_e^۲ X_C$ برای خازن

$$P_d = P_{d_L} + P_{d_C} = I_e^۲ X_L - I_e^۲ X_C$$

$$P_d = I_e^۲ (X_L - X_C) \qquad (۶ــ۵)$$

رابطه‌ی ۶ــ۵ را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$P_d = \pm V_e I_e \sin\varphi = \pm V_e I_e \sin ۹۰^\circ = \pm V_e I_e \quad V.A.R \qquad (۷ــ۵)$$

نتیجه: به ازای $X_L > X_C$ توان راکتیو با علامت + و به ازای $X_C > X_L$ توان راکتیو با علامت − مشخص می‌شود.

از آن‌جا که $P_s = V_e I_e$ است، بنابراین :

$$P_s = |P_d| = V_e.I_e \qquad (۸ــ۵)$$

۳ــ۲ــ ۵ ــ رسم منحنی‌های مدارهای L-C سری: فرض می‌کنیم جریان متناوبی با معادله‌ی $i = I_m \sin(\omega t)$ از مدار شکل ۱ــ۵ عبور می‌کند.

معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر سلف به صورت $v_L(t) = X_L . I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{۲})$ و ولتاژ دو سر خازن به صورت $v_C = X_C . I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{۲})$ خواهد شد. ولتاژ منبع همواره از جمع جبری دو ولتاژ لحظه‌ای v_L و v_C به دست می‌آید. بنابراین، ولتاژ کل برابر است با :

$$v(t) = X_L . I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{۲}) + X_C . I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{۲}) \qquad (۵ــ۹)$$

با توجه به این‌که $\sin(\alpha + \frac{\pi}{۲}) = \cos\alpha$ و $\sin(\alpha - \frac{\pi}{۲}) = -\cos\alpha$ است. رابطه‌ی ۹ــ۵ به صورت زیر بیان می‌شود :

$$v = X_L I_m \cos\omega t - X_c I_m \cos\omega t$$
$$v = (X_L - X_C) I_m \cos\omega t$$

با توجه به قانون اهم $v_m = (X_L - X_C) I_m$ می‌باشد. اگر $X_L > X_C$ باشد رابطه‌ی ولتاژ ۹ــ۵ به‌صورت زیر در می‌آید :

$$v = +v_m \cos\omega t = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{۲}) \qquad (۵ــ۱۰)$$

و در صورتی که اگر $X_L < X_C$ باشد، رابطه‌ی ولتاژ ۱۰ــ۵ به صورت زیر بیان می‌شود :

$$v = V_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{۲})$$

مثال ۱: یک مدار L - C سری با $L = ۰/۰۵H$ و خازن C مفروض است. اگر معادله‌ی ولتاژ $v(t) = ۱۰۰ \sin(۵۰۰t - ۹۰)$ و معادله‌ی جریان $i(t) = ۲\sin(۵۰۰t)$ باشد، ظرفیت خازن C چه‌قدر است؟

راه‌حل:

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰\Omega$$
$$\varphi = \theta_V - \theta_I = (-۹۰) - ۰ = -۹۰$$

چون جریان از ولتاژ پیش فاز است، مدار در مجموع خاصیت خازنی دارد و راکتانس X_C از راکتانس X_L بزرگ‌تر است.

$$X_L = L\omega = ۰/۰۵ \times ۵۰۰ = ۲۵\Omega$$

$$Z = X_C - X_L$$

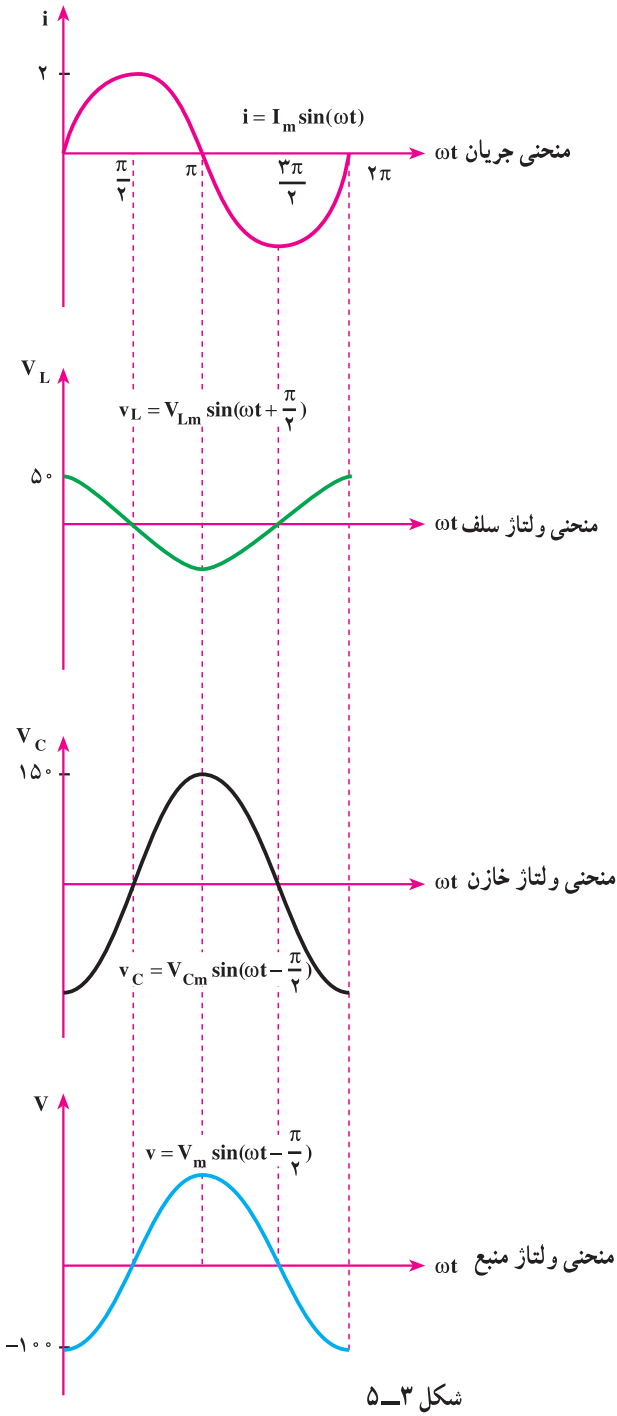
$$۵۰ = X_C - ۲۵ \Rightarrow X_C = ۷۵\Omega$$

$$X_C = \frac{۱}{C\omega} \Rightarrow C = \frac{۱}{\omega X_C}$$

$$C = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۷۵} = ۲/۶۶ \times ۱۰^{-۵} F$$

$$C = ۲۶/۶ \mu F$$

در شکل ۳ــ۵ منحنی تغییرات ولتاژها و جریان رسم شده است.



شکل ۳ــ۵

۴ــ۲ــ۵ــ تشدید (رزنانس)[۱] در مدار L - C سری: در رابطه‌ی ۴ــ۵، امپدانس یک مدار L-C سری را به صورت $Z = L\omega - \frac{۱}{C\omega}$ محاسبه کردیم. چون $\omega = ۲\pi f$ است، بنابراین $Z = ۲\pi fL - \frac{۱}{۲\pi fc}$ نیز بیان می‌شود. مقدار امپدانس Z با تغییر فرکانس (f) شبکه و مقادیر C و L تغییر می‌کند. از آن‌جا که ظرفیت خازن $C = \frac{\varepsilon A}{d}$ و اندوکتانس یک سلف $L = \frac{\mu_۰\mu_r N^۲ A}{l}$ است، با تغییر فاصله‌ی دوصفحه‌ی خازن، تغییر مقدار سطح مؤثر صفحات خازن یا تغییر ضریب دی‌الکتریک می‌توان ظرفیت خازن را تغییر داد. در اندوکتانس یک سلف،تغییر دور و سطح مقطع حلقه‌ها و طول مؤثر بوبین (سلف) و ضریب نفوذ مغناطیسی، مقدار L را تغییر می‌دهد. در هر صورت، با تغییر کمیّت‌های f و L و C می‌توان وضعیتی ایجاد کرد که ۲πfL برابر $\frac{۱}{۲\pi fc}$ شود. در این حالت، اندازه‌ی کمیّت Z برابر صفر می‌شود و حداکثر جریان در مدار L-C سری جاری خواهد شد. این جریان، با جریان اتصال کوتاه مدار L-C برابر است و سلف و خازن با هم مدار را به اتصال کوتاه می‌کشانند. این حالت از وضعیت مدار L - C سری را که $Z = ۰$ یا $L.\omega = \frac{۱}{C.\omega}$ می‌شود، **حالت تشدید** یا **رزنانس** گویند. در حالت تشدید خواهیم داشت :

$$Z = L\omega - \frac{۱}{C\omega} = ۲\pi fL - \frac{۱}{۲\pi fc} = ۰ \qquad (۵ــ۱۱)$$

$$L\omega = \frac{۱}{C\omega} \Rightarrow L\omega^۲C = ۱ \Rightarrow \omega = \frac{۱}{\sqrt{LC}}\ \text{rad s} \qquad (۵ــ۱۲)$$

اگر در مدار L-C سری L و C ثابت باشند، با تغییرات فرکانس f وضعیت تشدید ایجاد می‌شود. به فرکانسی که وضعیت تشدید را ایجاد می‌کند، **فرکانس رزنانس** یا **فرکانس تشدید** می‌گویند و آن‌را با f_r نشان می‌دهند. از رابطه‌ی ۱۲ــ۵ فرکانس تشدید به صورت روابط زیر محاسبه می‌شود :

$$L\omega^۲C = ۱ \quad , \quad \omega = ۲\pi f_r$$

$$L(۲\pi f_r)^۲C = ۱ \Rightarrow (۲\pi f_r)^۲ = \frac{۱}{LC}$$

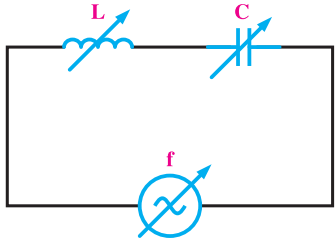
$$۲\pi f = \frac{۱}{\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}} \qquad (۵ــ۱۳)$$

۱ــ Resonance

در رابطه‌ی ۱۳ــ۵، C بر حسب فاراد و L برحسب هانری و f_r بر حسب هرتز است.

مثال ۲: مدار L-C سری، مطابق شکل ۴ــ۵ مفروض است. همان طورکه مشاهده می‌کنید، هر سه کمیت f و C و L در مدار قابل تغییر است. مطلوب است :



شکل ۴ــ۵

۱ــ مقدار اندوکتانس L درصورتی‌که در $f = ۱۰۰Hz$ تشدید ایجاد کند و ظرفیت خازن برابر با $C = ۱۰۰\mu F$ باشد.

۲ــ اندازه‌ی ظرفیت خازن C در فرکانس رزنانس $f = ۱۰۰Hz$ در صورتی‌که $L = ۱۰mH$ باشد.

۳ــ در صورتی‌که $L = ۱۰mH$ و $C = ۱۰۰\mu F$ باشد، فرکانس رزنانس چقدر است؟

راه‌حل:

۱ــ $$X_C = X_L \Rightarrow ۲\pi fL = \frac{۱}{۲\pi fc} \Rightarrow L = \frac{۱}{۴\pi^۲ f^۲ c}$$

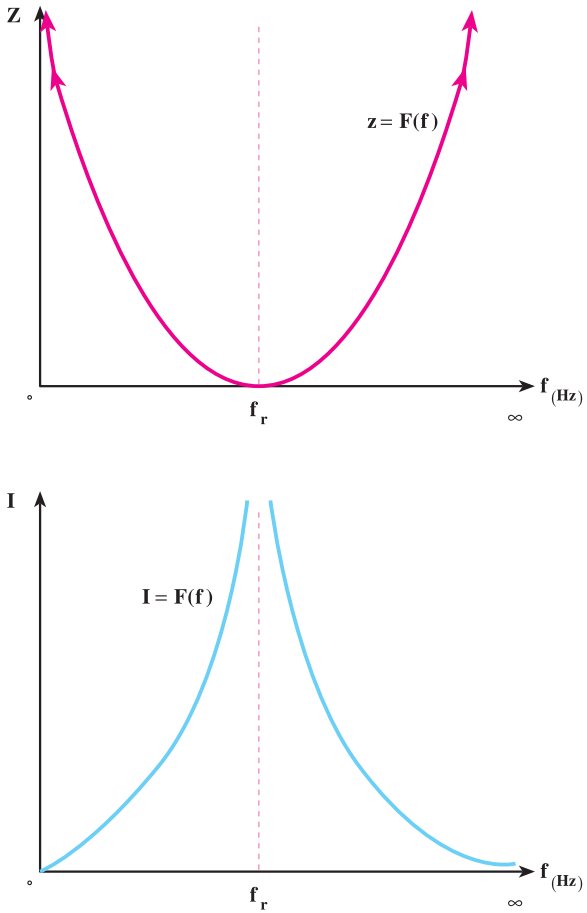
$$L = \frac{۱}{۴\times\pi^۲\times۱۰۰^۲\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}} = ۲۵/۳۵mH$$

۲ــ $$C = \frac{۱}{۴\pi^۲ f^۲ L} = \frac{۱}{۴\pi^۲\times۱۰۰^۲\times۱۰\times۱۰^{-۳}} = ۲۵۳/۵\mu F$$

۳ــ $$f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}} = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{۱۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}}} = ۱۵۹/۲۳Hz$$

۵ــ۲ــ۵ــ تأثیر فرکانس در امپدانس و جریان مدار L - C سری: در مدار L-C، با توجه به رابطه‌ی $Z = ۲\pi fL - \frac{۱}{۲\pi fc}$ اگر فرکانس $f = ۰$ شود، امپدانس Z بی‌نهایت می‌شود ؛ زیرا مقدار $۲\pi fL = ۰$ و $\frac{۱}{۲\pi fc} = \infty$ خواهد شد. به عبارت دیگر، وقتی فرکانس برابر صفر است، یعنی مدار از جریان DC تغذیه می‌کند و خازن در جریان DC در حالت پایدار نقش مدار باز را خواهد داشت. اگر امپدانس $Z = \infty$ شود، هیچ نوع جریانی از مدار عبور نمی‌کند و $I = ۰$ خواهد شد.

وقتی فرکانس برابر f_r فرکانس تشدید می‌شود، $Z = ۰$ شده و جریان I به مقدار ∞ (جریان اتصال کوتاه) می‌رسد. اگر $f = \infty$ شود، تغییرات بار الکتریکی در صفحات خازن خیلی شدید می‌شود و خازن عملاً به اتصال کوتاه کشانده شده و $\frac{۱}{۲\pi fc} = ۰$ خواهد شد. در عوض، $۲\pi fL$ به مقدار خیلی زیاد ــ یعنی ∞ میل کرده و مدار L-C را عملاً باز می‌کند. در این حالت، امپدانس L-C مجدداً بی‌نهایت می‌شود. چون $I = \frac{U}{Z}$ است، جریان صفر خواهد شد. نمودار تغییرات $Z = F(f)$ و $I = F(f)$ در شکل ۵ــ۵ رسم شده است.

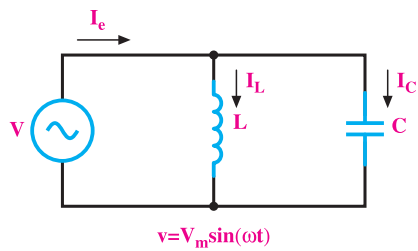


$f_{(Hz)}$	۰	f_r	∞
$Z_{(\Omega)}$	∞	۰	∞
$I_{(A)}$	۰	∞	۰

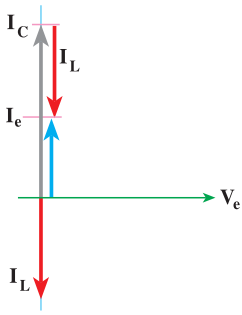
شکل ۵ــ۵ ــ منحنی‌های تغییرات $Z = F(f)$ و $I = F(f)$ در مدار L-C سری

۳ــ۵ــ مدار L - C موازی

مدار الکتریکی L-C موازی در شکل۶ــ۵ نشان داده شده است. در این مدار، ولتاژ دو سر هر دو عنصر C و L با هم برابرند. جریان در داخل مقاومت سلفی (I_L) از ولتاژ منبع به اندازه‌ی 90° عقب‌تر و جریان خازنی (I_C) از ولتاژ منبع 90° جلوتر است. جریان کل I_e از جمع برداری دو جریان $\vec{I}_L$ و $\vec{I}_C$ به‌دست می‌آید. چون دو جریان $\vec{I}_L$ و $\vec{I}_C$ دارای یک راستا هستند و 180° درجه اختلاف فاز دارند، می‌توان جریان I_e (جریان کل) را از رابطه‌ی $I_e = I_c - I_L$ یا $I_e = I_L - I_C$ به‌دست آورد. دیاگرام برداری جریان‌های مدار L-C موازی در مبنای ولتاژ در شکل ۷ــ۵ با فرض $X_L > X_C$ رسم شده است.



شکل ۶ــ۵



$(X_L > X_C)$

شکل ۷ــ۵

۱ــ۳ــ۵ــ محاسبه‌ی امپدانس مدار L-C موازی: از شکل‌های ۶ــ۵ و ۷ــ۵ برای محاسبه‌ی امپدانس می‌توان نوشت :

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} \quad , \quad I_C = \frac{V_e}{X_C} \quad , \quad Z = \frac{V_e}{I_e} \quad , \quad I_e = \frac{V_e}{Z}$$

$$I_e = I_C - I_L \Rightarrow \frac{V_e}{Z} = \frac{V_e}{X_C} - \frac{V_e}{X_L}$$

با فرض $X_L > X_C$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \rightarrow \text{یا} \quad \boxed{Z = \frac{X_L . X_C}{X_L - X_C}} \qquad (۵ــ۱۴)$$

درصورتی‌که $X_C > X_L$ باشد، در رابطه‌ی ۱۴ــ۵ جای X_L و X_C در مخرج کسر با هم

عوض می‌شود و به‌صورت رابطه‌ی ۱۵ــ۵ نوشته می‌شود.

$$\frac{۱}{Z}=\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{X_C} \quad \text{یا} \quad \boxed{Z=\frac{X_L.X_C}{X_C-X_L}} \qquad (۵ــ۱۵)$$

۲ــ۳ــ۵ــ فرکانس تشدید در مدار L-C موازی: در شکل ۷ــ۵، دیاگرام برداری اگر $I_C = I_L$ باشد، اندازه‌ی جریان I_e برابر صفر می‌شود. خاصیت سلفی به‌وسیله‌ی خاصیت خازنی مدار کاملاً خنثی‌شده و حالت تشدید (رزناس)برقرار می‌شود. در حالت تشدید می‌توان نوشت :

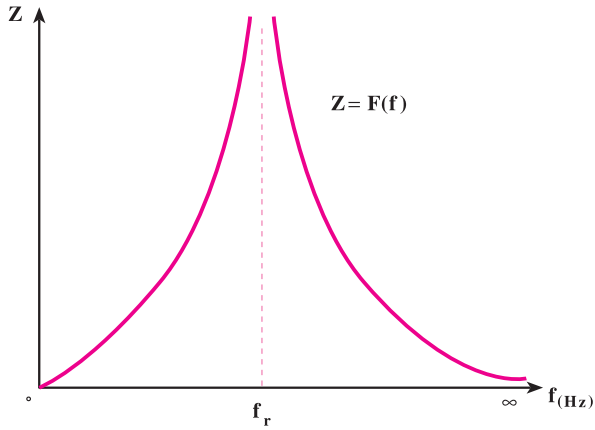
$$I_L = I_C$$

$$\frac{V_e}{X_L}=\frac{V_e}{X_C}\Rightarrow\frac{۱}{X_L}=\frac{۱}{X_C}\Rightarrow X_L = X_C$$

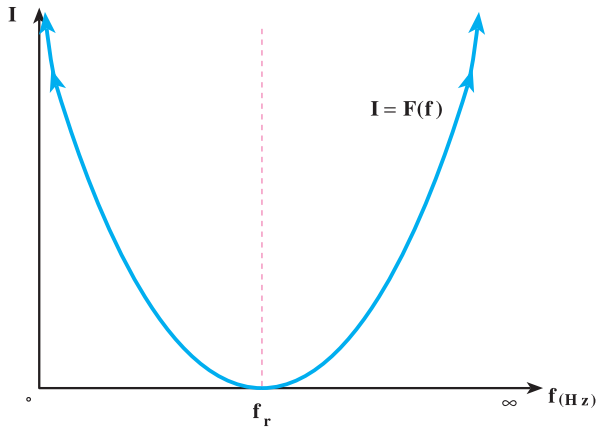
$$L\omega=\frac{۱}{C\omega}\Rightarrow L\omega^{۲}C=۱ \quad , \quad \omega=۲\pi f_r$$

$$L(۲\pi f_r)^{۲}C=۱\Rightarrow \boxed{f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}} \qquad (۵ــ۱۶)$$

۳ــ۳ــ۵ــ منحنی تغییرات امپدانس و جریان در فرکانس‌های متغیر: امپدانس مدار L-C با توجه به رابطه‌ی $\frac{۱}{Z}=\frac{۱}{۲\pi fL}-\frac{۱}{\frac{۱}{۲\pi fc}}$ وقتی فرکانس مدار صفر است(زمانی که از جریان DC تغذیه می‌شود) برابر صفر خواهد شد ؛ زیرا $X_L = ۲\pi fL = ۰$ است و مدار را به اتصال کوتاه می‌کشاند. در این حالت، از مدار جریان $I_{S.C}$ (جریان اتصال کوتاه) عبور خواهد کرد. در فرکانس $f = f_r$ (یعنی فرکانس تشدید) $X_L = X_C$ شده و $\frac{۱}{Z}=۰$ می‌شود. به عبارت دیگر، امپدانس مدار بی‌نهایت می‌شود و به عنوان مدار باز عمل می‌کند. در فرکانس‌های خیلی زیاد، زمانی که فرکانس به بی‌نهایت میل می‌کند، خازن به علت تغییرات شدید بار، اتصال کوتاه شده و مدار را به اتصال کوتاه می‌کشاند و $Z = ۰$ می‌شود. مجدداً جریان مدار به جریان $I_{S.C}$ می‌رسد. نمودار تغییرات امپدانس و جریان در شکل ۸ــ۵ رسم شده است.



$f_{(Hz)}$	۰	f_r	∞
$Z_{(\Omega)}$	۰	∞	۰
$I_{(A)}$	∞	۰	∞



شکل ۸ ــ ۵ــ منحنی‌های تغییرات $Z = F(f)$ و $I = F(f)$ در مدار L-C موازی

نتیجه: در حالت رزنانس دو سر مدار L-C سری اتصال کوتاه و دو سر مدار L-C موازی، مدار باز می‌شود.

مثال ۳: در یک مدار L-C موازی، ولتاژ و جریان مدار به صورت $v = ۵۰\sqrt{۲}\sin(۳۰۰۰t - ۴۵^\circ)$ و $i = ۲\sqrt{۲}\sin(۳۰۰۰t + ۴۵^\circ)$ است. اگر شدت جریان در شاخه‌ی C پنج برابر شدت جریان شاخه‌ی

L باشد، مطلوب است :

الف ــ مقادیر C و L.

ب ــ فرکانس تشدید.

راه‌حل:

الف: $I_C = 5I_L$ و $V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 50V$ و $I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2A$

$I_C > I_L$ است و مدار پیش‌فاز می‌باشد جریان منبع برابر است با $I_e = I_C - I_L$

به‌جای I_C معادل آن $5I_L$ را قرار می‌دهیم $I_e = 5I_L - I_L$

$$I_e = 4I_L \Rightarrow I_L = \frac{I_e}{4} = \frac{2}{4} = 0/5A$$

$$I_C = 5I_L \Rightarrow I_C = 5 \times 0/5 = 2/5A$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{50}{0/5} = 100\Omega$$

$$X_C = \frac{V_e}{I_C} = \frac{50}{2/5} = 20\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{100}{3000} = 0/033H$$

$$C = \frac{1 \times 10^{6}}{X_C \omega} = \frac{1 \times 10^{6}}{20 \times 3000} = 16/6\mu F$$

ب: $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0/033 \times 16/6 \times 10^{-6}}} = 215/1Hz$

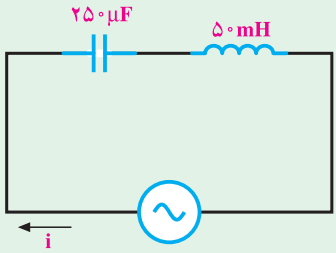
تمرین

۱ــ در مدار شکل زیر اگر $i = ۵\sin ۴۰۰t$ باشد، مطلوب است :

الف : معادله‌ی ولتاژ دو سر L و C　　ب : معادله‌ی ولتاژ منبع

پ : توان‌های مدار　　ت : فرکانس رزنانس

ث : رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار



جواب :

$$v_{L(t)} = ۱۰۰\sin(۴۰۰t + ۹۰^\circ)$$

$$v_{C(t)} = ۵۰\sin(۴۰۰t - ۹۰^\circ)$$

$$v_{(t)} = ۵۰\sin(۴۰۰t + ۹۰^\circ)$$

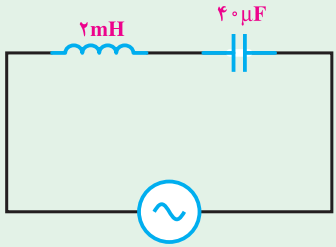
$$P_e = ۰ \ ، \ P_d = P_s = ۱۲۵ \ ، \ f_r = ۴۵Hz$$

۲ــ در مدار شکل زیر اگر $v = ۱۰\sqrt{۲}\sin ۲۵۰۰t$ باشد، مطلوب است :

الف : معادله‌ی جریان منبع　　ب : معادله‌ی ولتاژ دو سر L و C

پ : توان‌های مدار　　ت : فرکانس رزنانس

ث : رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار



جواب :

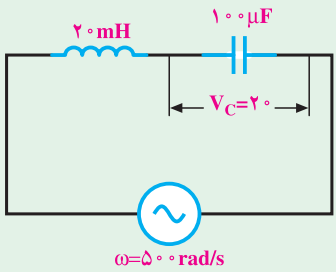
$$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲}\sin(۲۵۰۰t + ۹۰^\circ)$$

$$v_{L(t)} = ۱۰\sqrt{۲}\sin(۲۵۰۰t + ۱۸۰^\circ)$$

$$v_{C(t)} = ۲۰\sqrt{۲}\sin(۲۵۰۰t + ۰)$$

$$P_e = ۰ \ ، \ |P_d| = P_s = ۲۰ \ ، \ f_r = ۵۶۳Hz$$

۳ــ در مدار شکل مقابل معادله‌ی ولتاژ و جریان منبع را به دست آورید. ($\theta_V = ۰$ در نظر گرفته شود)

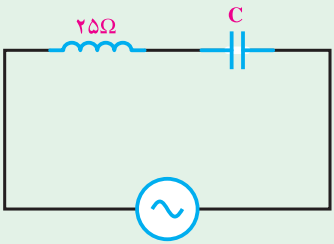


جواب :

$$v_{(t)} = ۱۰\sqrt{۲}\sin(۵۰۰t + ۰)$$

$$i_{(t)} = \sqrt{۲}\sin(۵۰۰t + ۹۰^\circ)$$

۴ــ در مدار شکل مقابل اگر معادله ولتاژ و جریان منبع به ترتیب $v=۱۰۰\sin ۵۰۰t$ و $i=۲\sin(۵۰۰t+\frac{\pi}{۲})$ باشد، مقدار C را محاسبه کنید.



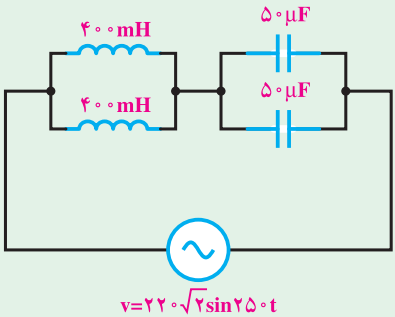
جواب :

$C=۲۶/۶\mu F$

۵ــ در مدار شکل مقابل مطلوب است :

الف : معادله‌ی جریان منبع

ب : معادله‌ی ولتاژ دو سر هر المان



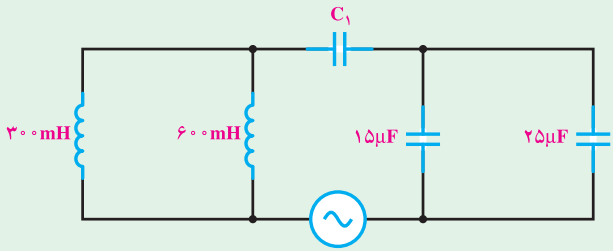
جواب :

$i_{(t)}=۲۲\sqrt{۲}\sin(۲۵۰t-۹۰^\circ)$

$v_{L(t)}=۱۱۰\sqrt{۲}\sin(۲۵۰t+۰)$

$v_{C(t)}=۸۸۰\sqrt{۲}\sin(۲۵۰t-۱۸۰^\circ)$

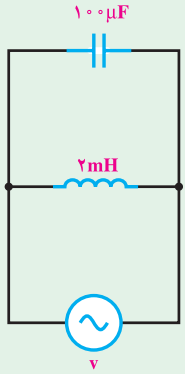
۶ــ در مدار شکل زیر با $\omega=۵۰۰rad/s$ مدار در حالت تشدید است. ظرفیت $C_۱$ چند میکروفاراد است؟



جواب :

$C_۱=۴۰\mu f$

۷ــ در مدار شکل زیر اگر $v=۱۰۰\sin ۲۵۰۰t$ باشد، مطلوب است :



الف : معادله‌ی جریان هر شاخه

ب : معادله‌ی جریان منبع

پ : توان‌های مدار

ت : فرکانس رزنانس

ج : رسم دیاگرام برداری جریان‌ها

جواب :

$$i_{C(t)} = ۲۵\sin(۲۵۰۰t + ۹۰^\circ)$$

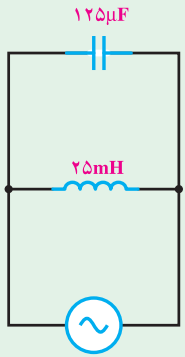
$$i_{L(t)} = ۲۰\sin(۲۵۰۰t - ۹۰^\circ)$$

$$P_e = ۰$$

$$P_d = -۲۵۰VAR \quad P_s = ۲۵۰VA \quad i = ۵\sin(۲۵۰۰t + ۹۰^\circ)$$

$$f_r = ۳۵۶Hz$$

۸ــ در مـدار شـکل زیر اگـر $i = ۵\sin ۴۰۰t$ باشد، مطلوب است :



الف : معادله‌ی ولتاژ منبع

ب : جریان هر شاخه و معادله‌ی آن

پ : توان‌های مدار

ت : فرکانس رزنانس

جواب :

$$V_{(t)} = ۱۰۰\sin(۴۰۰t + ۹۰^\circ)$$

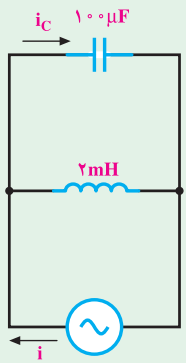
$$i_{L(t)} = ۱۰\sin(۴۰۰t + ۰)$$

$$i_{C(t)} = ۵\sin(۴۰۰t + ۱۸۰^\circ)$$

$$P_e = ۰$$

$$P_d = ۲۵۰VAR \quad P_s = ۲۵۰V.A \quad f_r = ۹۰Hz$$

۹ــ در مدار شکل مقابل اگر $i_c = ۲\sqrt{۲}\ \sin ۲۵۰۰\ t$ باشد مطلوب است :



الف : معادله‌ی ولتاژ منبع

ب : معادله‌ی جریان منبع

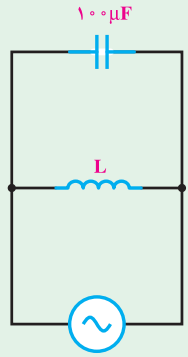
پ : رسم دیاگرام برداری مدار

جواب :

$$V_{(t)} = ۸\sqrt{۲}\sin(۲۵۰۰t - ۹۰^\circ)$$

$$i_{(t)} = ۰/۴\sqrt{۲}\sin(۲۵۰۰t + ۰)$$

۱۰ــ مدار شکل مقابل به‌ازای $\omega = ۴۰۰۰ rad/s$ به حالت تشدید می‌رود. مقدار L چند میلی هانری است؟



جواب :

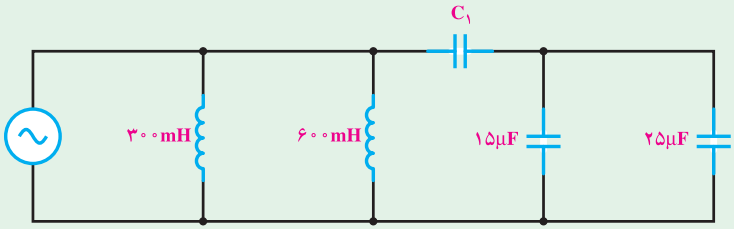
$L = ۰/۶۲۵ mH$

۱۱ــ در یک مدار L-C موازی $I_C = ۵I_L$ و معادله‌ی ولتاژ و جریان به ترتیب $v = ۱۰۰\sin ۲۵۰۰t$ و $i = ۸\sin(۲۵۰۰t + \frac{\pi}{۲})$ است. اندازه‌ی L و C چه‌قدر است؟

$L = ۲۰ mH \ , C = ۴۰ \mu f$

۱۲ــ مدار شکل زیر به‌ازای $\omega = ۵۰۰ rad/s$ به حالت رزنانس می‌رود. ظرفیت $C_۱$ را محاسبه کنید.

جواب : $C_۱ = ۴۰ \mu f$



۱۳ــ مدار معادل یک مدار L-C موازی را در دو حالت زیر رسم کنید.

الف : $X_L > X_C$

ب : $X_C > X_L$

۱۴ــ دو عنصر $L = ۱۰ mH$ و $C = ۱۰۰ \mu F$ مفروض‌اند. مطلوب است رسم منحنی تابع تغییرات امپدانس و جریان این دو عنصر در محدوده‌ی فرکانس ۵۰Hz تا ۵kHz و ولتاژ $V_e = ۱۰۰ V$ در دو حالت سری و موازی.