

با ریاضیدانان نامی آشنا شوید

ابوبکر بن محمد بن حسین یا حسن کرجی، ریاضیدان بزرگ در اواخر سده دهم میلادی/چهارم قمری تا اوایل قرن یازدهم میلادی/پنجم قمری می‌زیسته است. تاریخ وفات کرجی را حدود سال ۴۲۰/۱۰۲۹ تعیین کرده‌اند. کرجی در تاریخ ریاضیات جایگاه مهمی دارد. کار عمده‌ی کرجی عملیات بر روی عبارت‌های جبری است. وویکه می‌گوید: او مهم‌ترین و کمابیش تنها نظریه‌ی حساب جبری در میان دانشمندان عرب زبان را تا به امروز بیان کرده است. کرجی جبر را یکی از روش‌های حساب می‌داند و حساب را در مقدمه الفخری چنین تعریف می‌کند:

چنین دریافتیم که موضوع علم حساب، درباره‌ی استخراج مجهول‌ها از روی معلوم‌ها در انواع آن است و پی‌بردن که واضح‌ترین راه به سوی آن و نخستین وسیله برای رسیدن به آن صنعت جبر و مقابله است.

کرجی با آغاز شرح نظریه‌ی حساب جبری در بین جبردانان (خوارزمی و ابوکامل) رویکرد جدیدی را به کار گرفت. هدف مهم آن درک به صورت مستقل بود. تا پیش از کرجی همه مفاهیم ریاضیات از جمله جبر در سایه‌ی هندسه با معنی بود زیرا در ریاضیاتی که از یونان آمده بود، قضایا باید به روش هندسی اثبات می‌شد. از نظر کرجی همچون خوارزمی جبر، روش بیان عملیات جبری بود و از نمادهایی مانند x و y استفاده نمی‌شد و به جای آن واژه‌هایی مخصوص به کار می‌بردند. مثلاً شیء (x یا مقدار مجهول)، مال (توان دوم)، کعب (توان سوم)، مال مال (توان چهارم مقدار مجهول یا x^4) و مال کعب (توان پنجم مقدار مجهول یا x^5) و... و عدد یا درهم (مقدار معلوم). اثرش به نام الفخری نخستین شرح جبر چند جمله‌ای بود.

کرجی در الفخری ابتدا توان‌های جبری را منظم می‌کند و سپس به کاربرد عملیات حساب و اصطلاحات جبری می‌پردازد. کرجی کوشش کرد که عملیات حساب را در مورد عبارات و جمله‌های غیرگویا به کار بندد. از راه کاربرد منظم اعمال حساب در بازه، مبنای تازه‌ای برای جبر بی‌نهاد و این کار در اثر آشنایی با جبر خوارزمی و خواندن آثار دیوفانتوس در حساب امکان‌پذیر شد. رهیافت جدید به همت جانشینان کرجی، به ویژه سموئل بسط یافت. برخی از دانشمندان اعتقاد دارند که ممکن است بر لئوناردو فیبوناتچی و لوی بن گرسون تأثیر گذاشته باشد. کار مهم کرجی در ریاضیات و جبر، بررسی و حل معادله‌های سیال (جبر نامعین) است که آن‌ها را براساس کتاب دیوفانتوس آغاز کرد و تا معادله‌های درجه بالاتر از محاسبه‌های دیوفانتوس ادامه داد. کرجی معادله یک، دو و سه مجهولی، دو معادله تک مجهولی، دو معادله دو مجهولی، دو معادله سه مجهولی، سه معادله دو مجهولی و سه معادله سه مجهولی را بررسی کرده است. تمام آثار کرجی درباره‌ی حساب است. آثار مهم کرجی عبارت‌اند از:

(۱) الفخری فی الجبر و المقابله (۲) الکافی فی الحساب (۳) البدیع فی الحساب (۴) علل حساب و الجبر و المقابله و شرح‌ها (۵) مختصر فی الحساب و المساحه (۶) فی حساب الهند (۷) فی الاستقراء (۸) الاجذار (۹) المسائل و الاجوبه فی الحساب (۱۰) انباط المیاه الخفیه (۱۱) العقود و الابنیه (۱۲) المدخل فی علم النجوم (۱۳) نوادر الاشکال (۱۴) الدور و الوصایا.

بخش اول

فصل دوم

بازه

هدف کلی



یادآوری مفهوم بازه و تکمیل مفهوم‌های وابسته به آن

هدف‌های رفتاری: انتظار می‌رود فراگیر پس از پایان این فصل بتواند:



- ۱- بازه را تعریف کند.
- ۲- انواع بازه را به صورت مجموعه بنویسد.
- ۳- انواع بازه را روی محور اعداد نمایش دهد.
- ۴- اعمال روی بازه‌ها را انجام دهد.

پیش‌آزمون (۲)

محل پاسخ به سؤالات پیش‌آزمون



شکل ۱-۱۶



شکل ۱-۱۷



شکل ۱-۱۸

۱- مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 3\}$ را روی محور اعداد نمایش دهید و به صورت بازه نیز بنویسید (شکل ۱-۱۶).

۲- بازه‌ی $[-3, -1]$ را روی محور اعداد نمایش دهید (شکل ۱-۱۷). این بازه را به صورت مجموعه نیز بنویسید.

۳- بازه‌ی مربوط به هر محور اعداد را بنویسید (شکل ۱-۱۸).

(الف) (\dots, \dots)

(ب) $(\dots, \dots]$

(پ) $[\dots, \dots)$

(ت) (\dots, \dots)

۴- مجموعه‌ی جواب هر یک از نامعادله‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.

(الف) $0 \leq 3x + 2 \leq 1$

(ب) $-1 \leq \frac{2x-1}{3} \leq 2$

۱-۲ بازه

به دماسنج پزشکی نگاه کنید. این دماسنج دماهای 35°C تا 42°C را اندازه می‌گیرد (شکل ۱-۱۹).

بازه‌ی دمایی این دماسنج [۳۵، ۴۲] است. توجه داشته باشید که در بازه‌ی بالا، تمام اعداد حقیقی از ۳۵ تا ۴۲، و اعداد ۳۵ و ۴۲، قرار دارند. یعنی،

$$[35, 42] = \{x \in \mathbb{R} : 35 \leq x \leq 42\}$$

فعالیت ۱-۵

(۱) بازه‌ی دمایی دماسنج آزمایشگاهی را بنویسید و آن را با نماد مجموعه نیز نشان دهید (شکل ۱-۱۹).

(۲) بازه‌ی دمایی دماسنج عقربه‌ای را بنویسید و آن را با نماد مجموعه نیز نشان دهید (شکل ۱-۲۰).

(۳) به میکروآمپر متر (گالوانومتر) نگاه کنید (شکل ۱-۲۰). بازه‌ی جریان‌های الکتریکی را که این دستگاه اندازه می‌گیرد بنویسید و آن را با مجموعه نیز نمایش دهید.

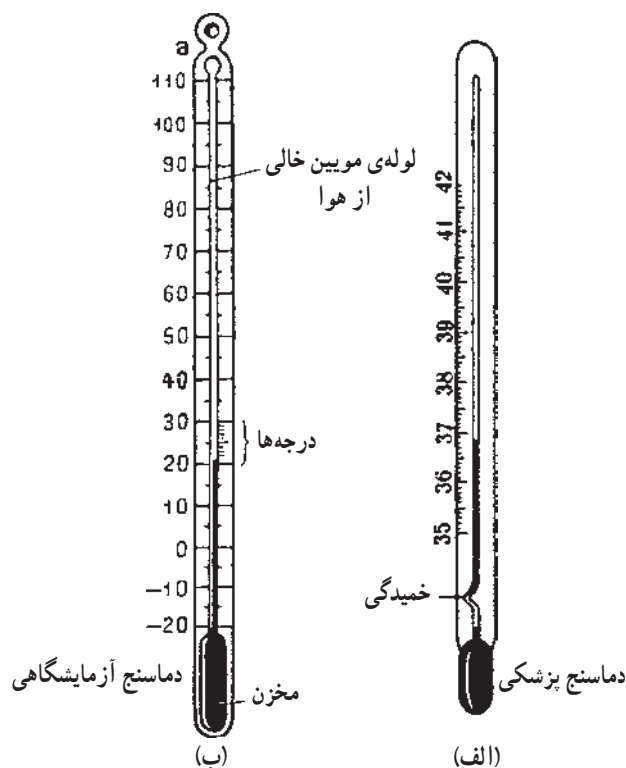
هر بازه را به سه صورت می‌توان نشان داد :

الف) با استفاده از نماد بازه، برای نمونه، $[1, 2]$ ؛

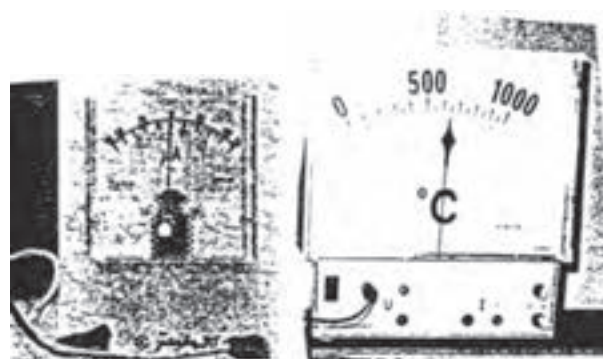
ب) با استفاده از نماد مجموعه، برای نمونه،

$$\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}$$

ج) با استفاده از محور اعداد برای نمونه،



شکل ۱-۱۹



(ب) گالوانومتر

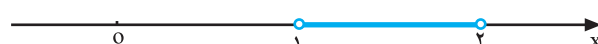
(الف) دماسنج عقربه‌ای

شکل ۱-۲۰



$$[1, 2] = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}$$

شکل ۱-۲۱



$$(1, 2) = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 2\}$$

شکل ۱-۲۲



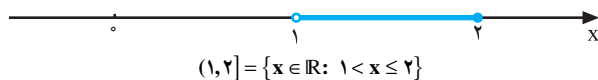
$$[1, 2) = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 2\}$$

شکل ۱-۲۳

بازه‌ی $[1, 2]$ را بازه‌ی بسته‌ی یک و دو می‌خوانیم؛ زیرا عددهای ۱ و ۲ نیز به این بازه تعلق دارند (شکل ۱-۲۱). نمونه‌های دیگری از بازه را در زیر ملاحظه می‌کنید.

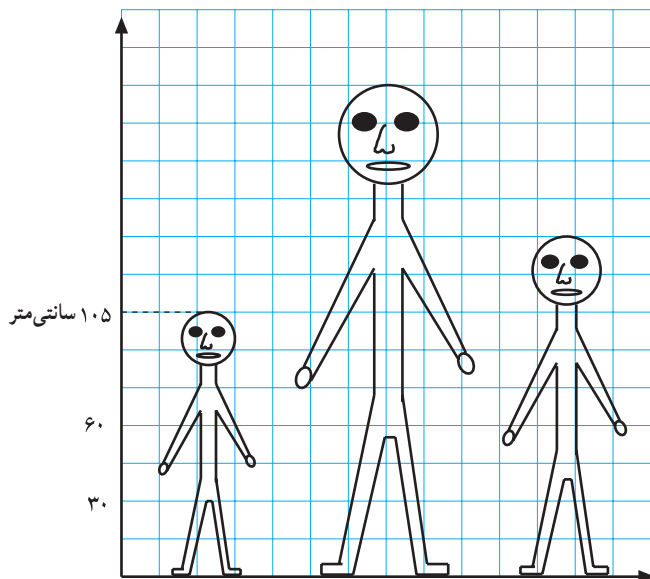
بازه‌ی $(1, 2)$ را بازه‌ی باز یک و دو می‌گوییم. این بازه شامل تمام اعداد حقیقی بین یک و دو، به جز یک و دو، است (شکل ۱-۲۲).

بازه‌ی $[1, 2)$ را نیم باز از راست می‌گویند (شکل ۱-۲۳). $[1, 2)$ را بخوانید : بازه‌ی بسته‌ی یک و باز دو.

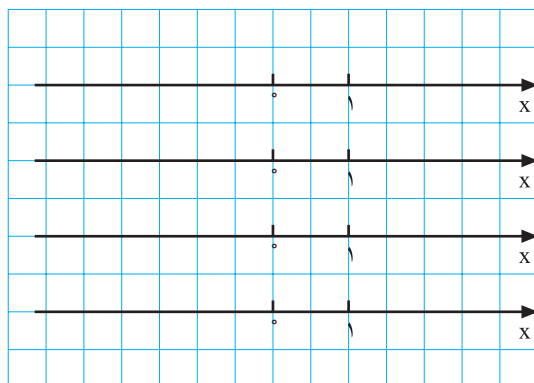


$$(1, 2] = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x \leq 2\}$$

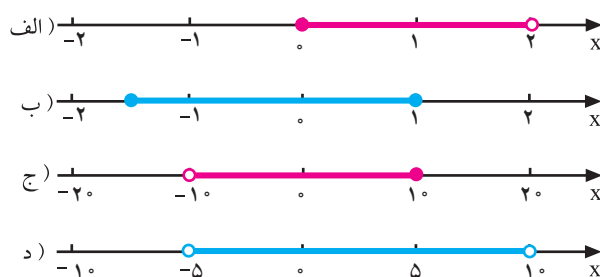
شکل ۱-۲۴



شکل ۱-۲۵



شکل ۱-۲۶



شکل ۱-۲۷

بازه $(1, 2]$ را نیم باز از چپ گویند. $[1, 2]$ را بخوانید :
بازه $(1, 2]$ باز یک و بسته های دو (شکل ۱-۲۴).

کار در کلاس ۱-۲

(۱) هریک از بازه های زیر را به صورت مجموعه بنویسید.

$$[-2, 100) =$$

$$(1, \sqrt{2}) =$$

$$\left[-1/5, \frac{3}{7}\right] =$$

(۲) مجموعه های زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 2\} =$$

$$\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{5}\} =$$

(۳) با توجه به یکای شکل ۱-۲۵، اندازه ی قد آدمک را

بنویسید.

(۴) هر بازه را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$[-2, 3]$$

$$[-3, 0)$$

$$(1, 3)$$

$$(-1, 2]$$

(۵) بازه ی مربوط به هر شکل را با نماد بازه بنویسید

(شکل ۱-۲۷).

$$[\dots, \dots)$$

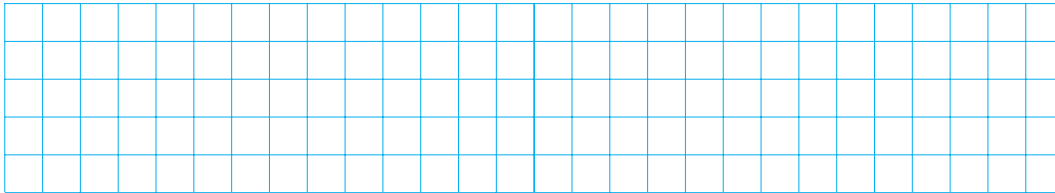
$$[\dots, \dots]$$

$$(\dots, \dots]$$

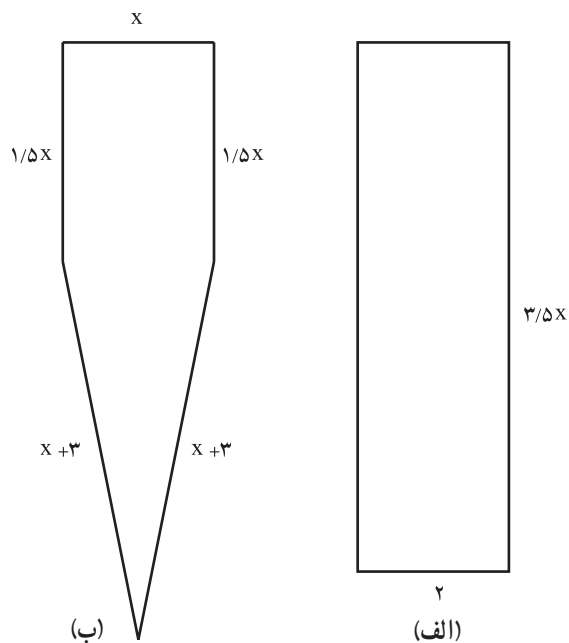
$$(\dots, \dots)$$

تمرین ۱-۲

(۱) نامعادله‌ی $x^2 < 4$ را در نظر بگیرید. این نامعادله را حل کنید و مجموعه‌ی جواب آن را به صورت بازه بنویسید و روی محور اعداد نیز نمایش دهید.



(۲) شکل‌های زیر داده شده‌اند. حدود x را چنان تعیین کنید که محیط شکل (ب) بیشتر از محیط شکل (الف) باشد (شکل ۱-۲۸).



شکل ۱-۲۸

(۳) مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 2\}$ با کدام بازه برابر است؟

(الف) $[-1, 2]$

(ب) $(-1, 2)$

(پ) $[-1, 2)$

(ت) $(-1, 2]$

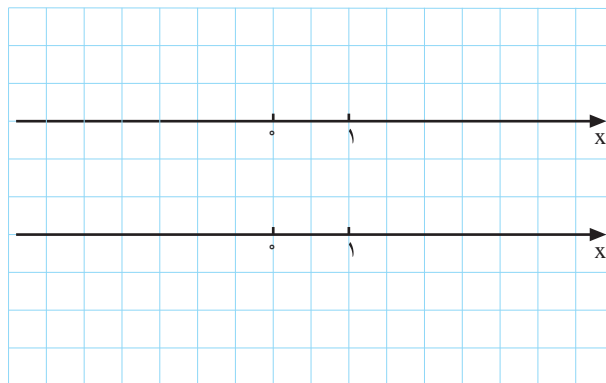
۴) مجموعه‌ی زیر را به صورت بازه بنویسید :

جواب: $\{x \in \mathbb{R} : -\sqrt{2} < x \leq 1/5\}$

۵) بازه‌های زیر را روی محور اعداد نمایش دهید (شکل ۱-۲۹).

الف) $(-1, 3]$

ب) $(-2, 4)$



شکل ۱-۲۹

۶) اگر a یک عدد حقیقی و $r > 0$ آنگاه $(a-r, a+r)$

یک بازه به مرکز a و شعاع r نامیده می‌شود (شکل ۱-۳۰).



شکل ۱-۳۰

مثلاً، بازه‌ی $(-1, 3)$ به مرکز $1 = \frac{-1+3}{2}$ و شعاع $2 = \frac{3-(-1)}{2}$ است.

در بازه‌های زیر مرکز و شعاع بازه را تعیین کنید.

الف) $(-2, 0)$

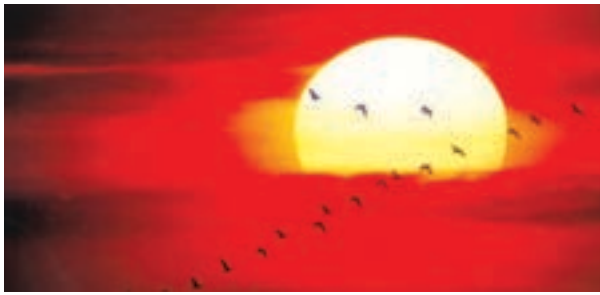
ب) $(-4, 1)$

پ) $(1, 5)$

ت) $(\sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})$

۱-۲-۱- معرفی بینهایت

فعالیت ۱-۶



غروب خورشید در دریا

(۱) در عبارت‌های زیر واژه‌ی بینهایت را توصیف کنید.

– من مادرم را بینهایت دوست دارم؛

– در مجموعه‌ی اعداد طبیعی بینهایت عدد زوج وجود

دارد؛

– در بازه‌ی $(0, 1)$ بینهایت عدد گویا وجود دارد.

(۲) چند عبارت بیان کنید که در آن‌ها واژه‌ی بینهایت به کار

رفته باشد، سپس منظور خود را از به کار بردن این واژه توضیح

دهید.

(۳) نامعادله‌ی $x > 2$ را در نظر بگیرید. جواب این نامعادله

روی محور اعداد شکل ۱-۳۱ مشخص شده است.

(۴) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

آیا عدد ۱۰ در معادله‌ی بالا صدق می‌کند؟ ۱۰۰۰ چطور؟

۱۰۰ میلیون چطور؟ نقاط متناظر با این اعداد در کدام سمت

محور قرار دارند؟

آیا شما، یا یکی از همکلاسی‌های شما، می‌توانید

بزرگ‌ترین عددی را که در نامعادله صدق می‌کند نام ببرید؟

توضیح دهید چرا؟



شکل ۱-۳۱

ریاضی‌دان‌ها $+\infty$ (بینهایت) را، که نمادی

قراردادی است و یک عدد نیست، ابداع کرده‌اند.

این نماد بیانگر این مطلب است که اگر x یک

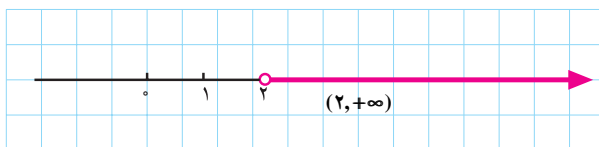
عدد حقیقی دلخواه باشد، x از $+\infty$ کوچک‌تر

است. یعنی،

$$\text{اگر } x \in \mathbb{R} \text{ آنگاه } x < +\infty$$

می‌توان گفت که: $+\infty$ از هر عدد حقیقی

مثبت بزرگی، بزرگ‌تر است.

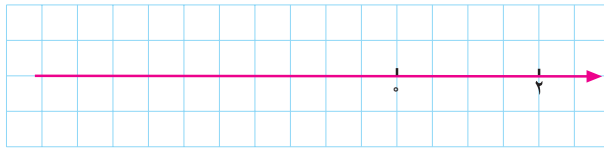


شکل ۱-۳۲

بنابراین، مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $x > 2$ را می‌توان

با بازه‌ی $(2, +\infty)$ نمایش داد (شکل ۱-۳۲).

فعالیت ۱-۷



شکل ۱-۳۳

نامعادله‌ی $x \leq 2$ را در نظر بگیرید.

(۱) جواب این نامعادله را روی محور اعداد (شکل ۱-۳۳)

مشخص کنید.

(۲) آیا عدد -3 در نامعادله‌ی بالا صدق می‌کند؟

عدد -5 چطور؟

اعداد -3 و -5 را روی یک محور اعداد مشخص

کنید.

(۳) آیا اعداد -10 ، -100 ، -1000 و -100000 نیز

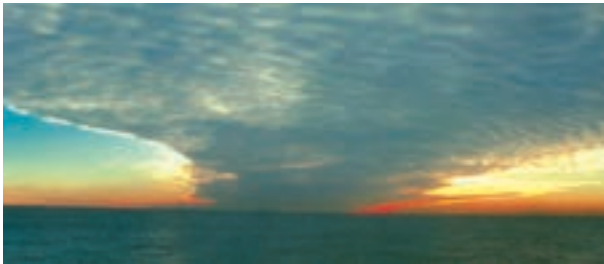
در این معادله صدق می‌کنند؟

(۴) آیا می‌توانید کوچک‌ترین عدد حقیقی را که در این

نامعادله صدق می‌کند نام ببرید؟ توضیح دهید چرا؟

مطابق آن‌چه در فعالیت ۱-۶ گفته شد، جواب نامعادله‌ی

$x \leq 2$ با بازه‌ی $(-\infty, 2]$ نشان داده می‌شود.



به‌طور کلی، اگر x یک عدد حقیقی دلخواه باشد آنگاه $x > -\infty$. یعنی، هر عدد حقیقی از $-\infty$ (منهای بینهایت) بزرگ‌تر است. می‌توان گفت که $-\infty$ از هر عدد حقیقی منفی کوچکی، کوچک‌تر است.

بنابراین، اگر x عددی حقیقی باشد آنگاه،

$$-\infty < x < +\infty$$

و در نتیجه می‌توان نوشت :

$$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

یعنی، مجموعه‌ی اعداد حقیقی همان مجموعه‌ی اعداد

متعلق به بازه‌ی $(-\infty, +\infty)$ است.

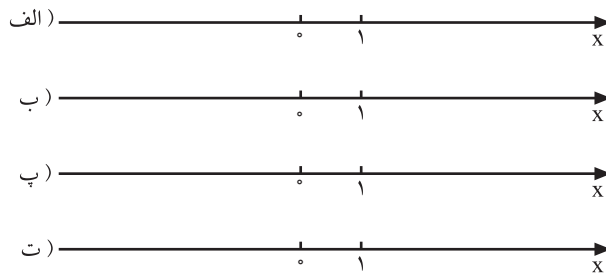
یادآور می‌شویم که $+\infty$ و $-\infty$ عدد نیستند، ضمناً به‌جای

$+\infty$ از نماد ∞ نیز استفاده می‌شود.



شکل ۱-۳۴

کار در کلاس ۱-۳



شکل ۱-۳۵

۱) هریک از نامعادله‌های زیر را حل کنید، سپس جواب آن را به صورت بازه بنویسید و روی محور اعداد نمایش دهید.

الف) $2x \leq 5$

ب) $3x \leq 8$

پ) $2 - 4x \leq 6$

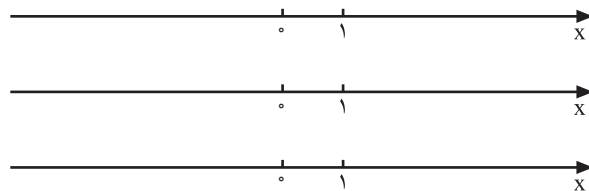
ت) $x^2 \geq 0$

۲) مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید و روی محور اعداد نمایش دهید.

$\{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$

$\{x \in \mathbb{R} : x \geq -1\}$

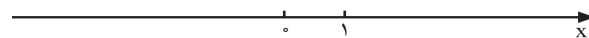
$\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$



شکل ۱-۳۶

۳) مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی $x^2 > 1$ را به دست آورید و آن را روی محور اعداد شکل ۱-۳۷ نمایش دهید. آیا مجموعه‌ی جواب‌های این نامعادله یک بازه است؟

آیا می‌توان مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی $x^2 > 1$ را به کمک بازه‌ها نوشت؟ چگونه؟



شکل ۱-۳۷

تمرین ۱-۳

۱) هریک از بازه‌های روبه‌رو با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

الف) $(-1, +\infty)$

ب) $[-2, 2)$

پ) $[-1, \sqrt{3})$

ت) $(-\infty, 2]$

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 2\} \quad , \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < \sqrt{3}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : x > -1\} \quad , \quad D = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 2\}$$

۲) هریک از بازه‌های روبه‌رو را به صورت مجموعه بنویسید.

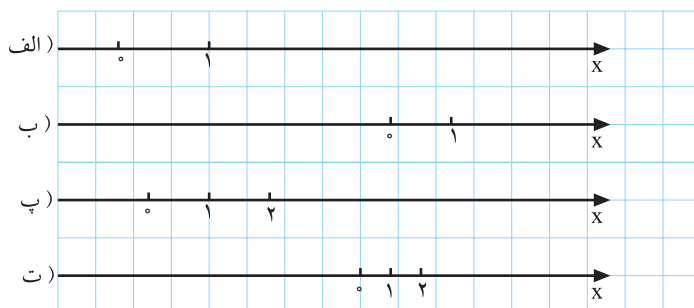
الف) $(-2, +\infty)$

ب) $[-2, \sqrt{2})$

پ) $[-4, 3]$

ت) $(-\infty, 5]$

۳) بازه‌های زیر را روی محور اعداد نمایش دهید (شکل ۱-۳۸).



الف) $(1, 4]$

ب) $(-\infty, 1]$

پ) $[2, +\infty)$

ت) $(-5, 2)$

شکل ۱-۳۸

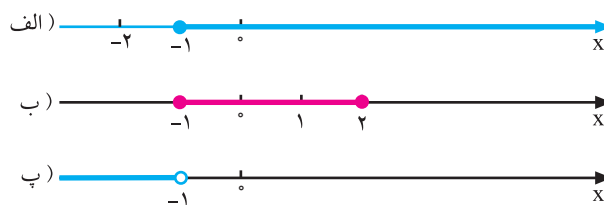
۴) مجموعه‌ی نقاطی که روی هر محور نشان داده شده با کدام بازه‌ی مقابل آن برابر است؟ (شکل ۱-۳۹)

۱-۳۹

$(-\infty, -1]$ ، $[-1, +\infty)$ ، $[-2, +\infty)$

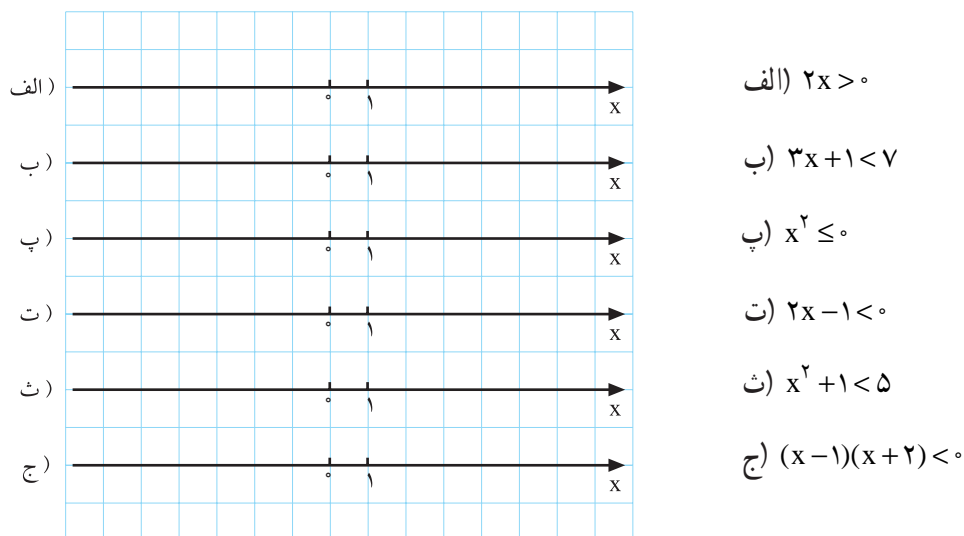
$(-1, 2)$ ، $[-1, 2]$ ، $[-1, 2)$

$(-1, \infty)$ ، $(-\infty, -1)$ ، $(-\infty, -1]$



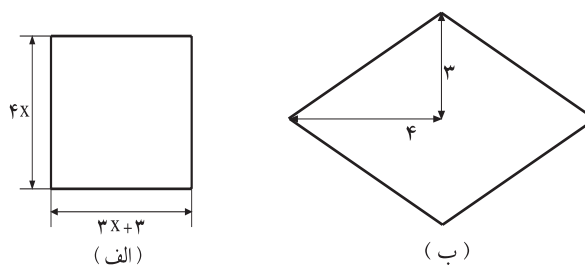
شکل ۱-۳۹

۵) هریک از نامعادله‌های زیر را حل کنید و جواب آن‌ها را به صورت مجموعه و بازه بنویسید و روی محور اعداد نیز نمایش دهید (شکل ۱-۴۰).



شکل ۱-۴۰

۶) x در چه بازه‌ای باشد تا مساحت شکل (الف) از مساحت شکل (ب) بیشتر باشد؟ (شکل ۱-۴۱).



شکل ۱-۴۱

۷) می‌خواهیم با استفاده از 27000 گرم آلومینیوم با چگالی (جرم واحد حجم) $2/7$ ، ورق آلومینیوم بسازیم. در صورتی که ضخامت ورق‌های لازم حداقل 2 میلی‌متر و حداکثر 10 میلی‌متر باشد، بازه‌ی مساحت ورق‌هایی که می‌توان ساخت تعیین کنید.

۸) هریک از نامعادله‌های زیر را حل کنید و جواب آن‌ها را به صورت بازه بنویسید.

الف) $3x - 1 < 11$

ب) $2 - 3x \leq 14$

پ) $x^2 \leq 16$



شکل ۱-۴۲

۲-۲-۱- عملیات روی بازه‌ها

فعالیت ۸-۱

بازه‌های $(0, 2]$ و $[1, 4]$ به ترتیب، با رنگ‌های آبی و قرمز، روی محور اعداد روبه‌رو نمایش داده شده‌اند (شکل ۱-۴۲).

۱) اشتراک این دو بازه را با نماد بازه بنویسید.

$$(0, 2] \cap [1, 4] =$$

۲) اجتماع این دو بازه را با نماد بازه بنویسید.

$$(0, 2] \cup [1, 4] =$$

۳) بازه‌ی سمت راست تساوی زیر را بنویسید.

$$[1, 4] - (0, 2] =$$

۴) در جاهای خالی نمادهای مناسب بنویسید.

$$[1, 4] \cap (0, 2] = (0, 4]$$

$$(0, 2] \cap [1, 4] = (0, 1)$$

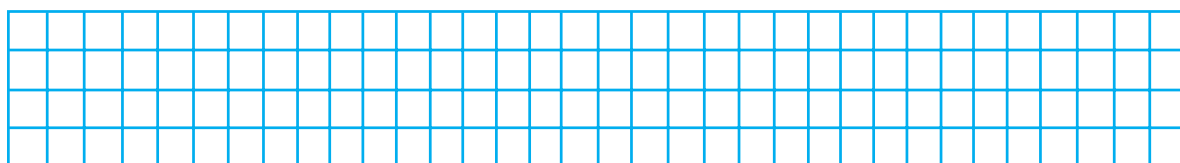
$$(0, 2] \cap [1, 4] = [1, 2]$$

$$(0, 2] \cap [1, 4] = (0, 4]$$

فعالیت ۹-۱

۱) یک محور اعداد افقی رسم کنید و آن را محور t' ot

بنامید.



۲) روی محور t' ot ساعت‌های صفر تا ۲۴ را مشخص

کنید.

فرض کنید بیشترین مصرف برق در شهر شما از ساعت ۱۸

تا ۲۳، و بیشترین مصرف آب در شهر شما از ساعت ۱۱ تا ۲۱

باشد.

۳) بازه‌ی مصرف برق را روی محور t' ot با رنگ قرمز

مشخص کنید.

۴) بازه‌ی مصرف آب را روی محور t' ot با رنگ آبی

مشخص کنید.



(۵) در چه بازه‌ی زمانی مصرف آب و برق، بیشترین است؟ این بازه را روی شکل مشخص کنید و آن را با نماد بازه نیز بنویسید.

(۶) در چه بازه‌ی زمانی میزان مصرف آب یا برق، بیشترین است؟ این بازه را روی شکل مشخص کنید و آن را با نماد بازه نیز نمایش دهید.

کار در کلاس ۱-۴



شکل ۱-۴۳

احمد در ساعت ۸ صبح در شهر تنکابن سوار اتوبوس شد. رضا در ساعت ۱۰ صبح در چالوس سوار همان اتوبوس شد. احمد ساعت ۱۵: ۱۳ در کرج پیاده شد. رضا در ساعت ۱۴: ۳۰ به تهران رسید (شکل ۱-۴۳).

(۱) بازه‌ی زمانی را که احمد در اتوبوس بوده است، بنویسید. این بازه را A بنامید.

(۲) بازه‌ی زمانی را که رضا در اتوبوس بوده است، بنویسید. این بازه را B بنامید.

(۳) در چه بازه‌ی زمانی احمد و رضا هر دو در اتوبوس بوده‌اند؟

(۴) در چه بازه‌ی زمانی احمد بدون رضا در اتوبوس بوده است؟

(۵) در چه بازه‌ی زمانی رضا بدون احمد در اتوبوس بوده است؟

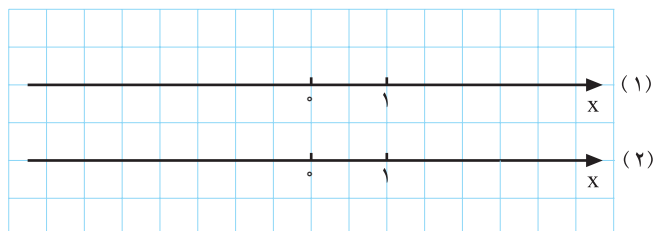
(۶) پاسخ قسمت‌های (۳)، (۴) و (۵) را با استفاده از اعمال بازه‌ها (مجموعه‌ها) بنویسید.

تمرین ۱-۴

(۱) مجموعه جواب نامعادله‌های

(۱) $2x < 3$

(۲) $3 - 4x \leq 4$



شکل ۱-۴۴

را، به ترتیب، با بازه‌های C و D نمایش دهید، سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید. (می‌توانید از محور اعداد کمک بگیرید.)

الف) بازه‌های C و D را به دست آورید. $C =$ $D =$

ب) در چه بازه‌ای هر دو نامعادله برقرار است؟

پ) در چه بازه‌ای فقط نامعادله‌ی (۲) برقرار است؟

ت) در چه بازه‌ای فقط نامعادله‌ی (۱) برقرار است؟

ث) در چه بازه‌ای حداقل یکی از دو نامعادله برقرار است؟

ج) در چه بازه‌ای نامعادله‌ی (۱) برقرار نیست؟

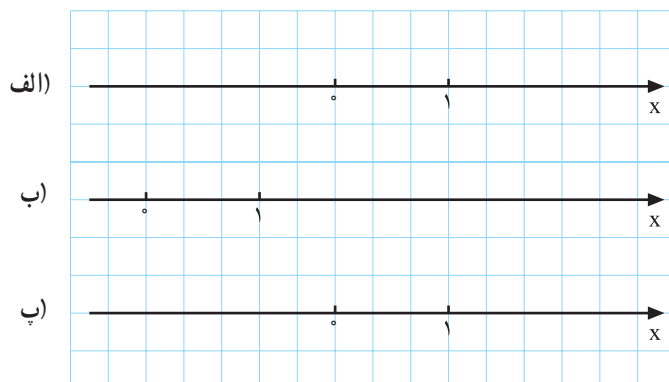
۲) اجتماع و اشتراک هر جفت از بازه‌های زیر را تعیین کنید. (راهنمایی: از محور اعداد کمک

گیرید.)

الف) $[0, 2]$, $[0, 1]$

ب) $[-1, 3]$, $[0, 4]$

پ) $[-2, 1]$, $[1, 3]$



شکل ۱-۴۵

۳) اگر $A = [-1, 2]$ و $B = (0, 3]$ بازه‌های زیر را تعیین کنید.

- الف) $A \cup B$ ب) $A \cap B$ پ) $A - B$ ت) $B - A$

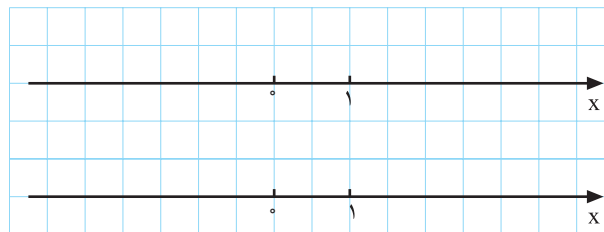
۴) اگر داشته باشیم :

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$$

الف) این مجموعه‌ها را روی محور اعداد نمایش دهید.

ب) مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



شکل ۴۶-۱

پ) $A \cap B$ کدام بازه است؟

الف) $(1, 4)$

ب) $[1, 4)$

پ) $(1, 4]$

ت) $[1, 4]$

ت) $A \cup B$ کدام بازه است؟

الف) $(1, 4]$

ب) \mathbb{R}

پ) $[4, +\infty)$

ت) $(-\infty, 1)$

دهه‌ی ریاضیات

هر سال از اول آبان ماه تا دهم آبان ماه دهه‌ی ریاضیات نام دارد.

آزمون پایانی (۲)

محل پاسخ به سؤالات آزمون پایانی

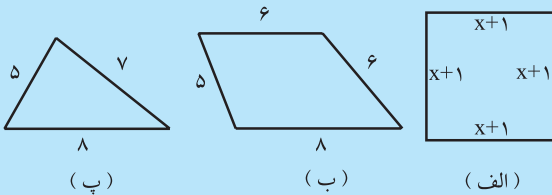
A=

B=

(الف)

(ب)

(پ)



شکل ۴۷-۱

A=

B=

C=

D=

۱- هریک از مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 4\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2} < x \leq \frac{3}{5}\right\}$$

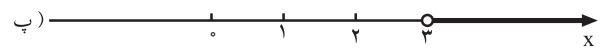
۲- هریک از بازه‌های زیر را به صورت مجموعه بنویسید و روی محور اعداد نیز نمایش دهید.

(الف) $[-4, 5]$

(ب) $\left(-\frac{3}{4}, \frac{7}{4}\right)$

(پ) $\left[-1, \frac{5}{4}\right)$

۳- بازه‌ی مشخص شده روی هر محور را بنویسید.



۴- شکل‌های روبه‌رو داده شده‌اند. حدود x را چنان بیابید که محیط شکل (الف) از محیط شکل (ب) بیشتر و از محیط شکل (ب) کمتر باشد (شکل ۴۷-۱).

۵- هریک از بازه‌های $(-\infty, 3)$ ، $(2, +\infty)$ ، $[2, +\infty)$ و $(-\infty, 3]$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابرند؟

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\} \quad , \quad B = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 3\} \quad , \quad D = \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$$

۶- هر یک از نامعادله‌های زیر را حل کنید و جواب آن‌ها را به صورت مجموعه و بازه بنویسید و روی محور اعداد نیز نشان دهید.

الف) $-2x + 5 > 0$

ب) $\frac{x+1}{3} > \frac{1}{2}$

پ) $\frac{x+2}{2} - \frac{x}{3} < 0$

ت) $4x^2 < 9$

۷- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $3x - 6 < 0$ را A و مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $-2x + 1 \leq 0$ را با B نشان دهید. سپس به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف) مجموعه‌های A و B را با نماد بازه بنویسید.

ب) اشتراک بازه‌های به دست آمده را تعیین کنید.

پ) اجتماع بازه‌های به دست آمده را تعیین کنید.

۸- اجتماع و اشتراک هر جفت از بازه‌های زیر را تعیین کنید.

الف) $[-2, 4]$, $(2, +\infty)$

ب) $[1, 6]$, $[-3, 5]$

پ) $(-\infty, 1)$, $(2, +\infty)$