

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# ریاضی (۳)

(پودمانی)

کلیه رشته‌های زمینه صنعت

و

رشته کامپیوتر زمینه خدمات

شاخه آموزش فنی و حرفه‌ای

شماره درس ۱۵۱۵

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| عنوان و نام پدیدآور | ریاضی (۳) (پودمانی) [کتاب‌های درسی] ۴۸۲/۸، کلیه رشته‌های زمینه صنعت و رشته کامپیوتر، زمینه خدمات، شاخه آموزش فنی و حرفه‌ای/ مؤلفان: اسماعیل بابلیان، محمد هاشم رستمی، جواد لالی؛ برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش؛ [برای] وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. |
| مشخصات نشر          | تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۳.                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| مشخصات ظاهری        | ۱۵۹ ص. : مصور (بخش رنگی).                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| شابک                | ۸-۱۲۸۱-۵-۹۶۴                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| وضعیت فهرست‌نویسی   | فیا                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| موضوع               | ۱- ریاضیات. ۲- ریاضیات - آزمون‌ها و تمرین‌ها (متوسطه)                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| شناسه افزوده        | الف - بابلیان، اسماعیل، ۱۳۲۵. ب - رستمی، محمد هاشم، ۱۳۱۸. ج - لالی، جواد، ۱۳۲۷. د - سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. ه - دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش. و - اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی                                                                                                            |
| رده‌بندی کنگره      | QA ۳۹/۳ ر ۹۳ ۱۳۹۲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| رده‌بندی دیویی      | ۴۸۲/۸ ک/۳۷۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| شماره کتابشناسی ملی | ۳۱۱۹۷۹۷                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |

همکاران محترم و دانش آموزان عزیز :

پیشنهادهای و نظرات خود را درباره محتوای این کتاب به نشانی  
تهران - صندوق پستی شماره ۴۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف کتابهای درسی فنی و حرفه‌ای  
و کار دانش، ارسال فرمایند.

tvoccd@roshd.ir

پیام نگار (ایمیل)

www.tvoccd.medu.ir

وبگاه (وبسایت)

این کتاب با توجه به برنامه سالی - واحدی و باروش «پودمانی» توسط کمیسیون تخصصی رشته ریاضی  
دفتر تألیف کتابهای درسی فنی و حرفه‌ای و کار دانش بررسی و تأیید شده است.

## وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتابهای درسی فنی و حرفه‌ای و کار دانش

نام کتاب : ریاضی (۳) (پودمانی) - ۴۸۲/۸

مؤلفان : اسماعیل بابلیان، محمد هاشم رستمی و جواد لالی

ویراستاران فنی : سید احمد سادات حسینی، سید مرتضی رضوی

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کدپستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وبسایت : www.chap.sch.ir

مدیر امور فنی و چاپ : سید احمد حسینی

رسام : فتح اله نظریان

طراح جلد : علیرضا رضائی‌کر

صفحه‌آرا : سمیه قنبری

حروفچین : فاطمه باقری مهر

مصحح : رضا جعفری، حسین قاسم پور اقدم

امور آماده‌سازی خبر : زهرا محمدنظامی

امور فنی رایانه‌ای : حمید ثابت کلاچاهی، پیمان حبیب پور

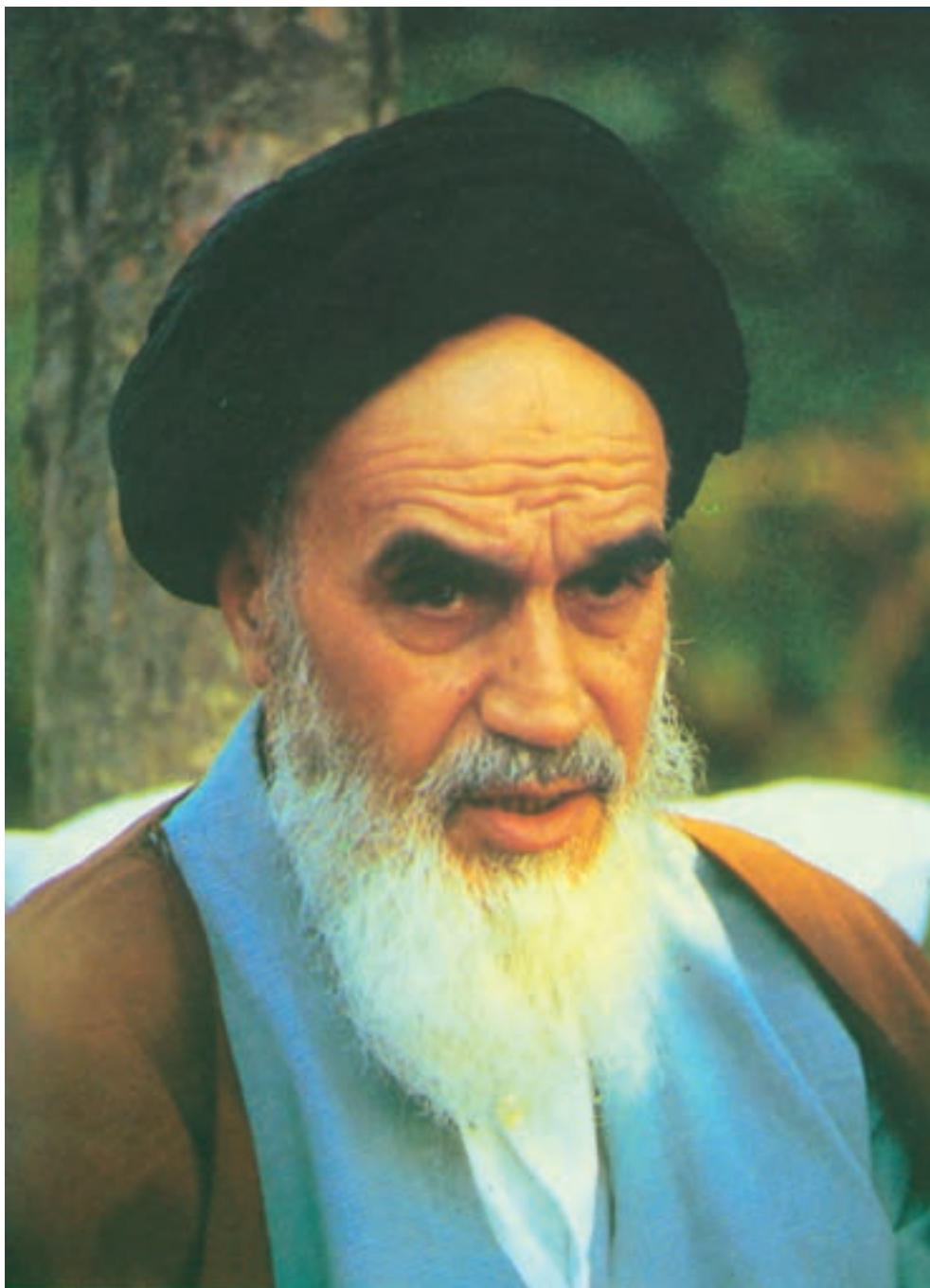
ناشر : شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران : تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)

تلفن : ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار : ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی : ۳۷۵۱۵-۱۳۹

چاپخانه : شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار و نوبت چاپ : چاپ دوم ۱۳۹۳

حق چاپ محفوظ است.



شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتکای به اجانب پرهیزید.

امام خمینی «قدس سرّه الشّریف»

## پیشگفتار

هنرجویان شاخه‌ی آموزش‌های فنی و حرفه‌ای امروزه به عنوان نسل جوان و آینده‌ساز جامعه‌ی ما، پا به عصری می‌گذارند که عصر دانایی لقب گرفته است. در این عصر که گسترده‌ای از اطلاعات متنوع در دسترس انسان قرار گرفته است کسانی توان رویارویی و سازگاری با جهان پیشرفته را دارند که دارای ذهنی پویا، متفکر و نقاد باشند و بتوانند از میان انبوه اطلاعات، مفیدترین آن‌ها را انتخاب کنند و به کار گیرند.

براین اساس، دانش‌آموزان ما باید اصولی آموزش ببینند تا بتوانند از دانش روز بهره‌ی کافی گرفته و توانایی فناوریانه‌ی مناسبی جهت چالش با جهان کنونی به دست آورند. مسلّم است که یکی از مهم‌ترین عوامل اصلی و زیربنایی آموزش و پیشرفت در زمینه‌ی فناوری، دانش ریاضی است و ما باید بکوشیم تدریس این علم را به شیوه‌ی مؤثر در نظام آموزشی خود ترویج کنیم.

از آن‌جا که تدریس مؤثر ریاضی نیازمند به چالش انداختن و درگیر ساختن هنرجویان و سهم نمودن آن‌ها در فرایند یادگیری است، کتاب حاضر به گونه‌ای تدوین شده که آموزش هر مفهوم، حتی المقدور، با طرح مسئله‌ای کاربردی شروع شود و حل آن در قالب یک یا چند فعالیت، در گروه‌های کوچک از هنرجویان و با راهنمایی‌های لازم دبیر درس انجام گیرد. بدین طریق یادگیرنده درگیر مدل‌سازی مسئله‌های واقعی، حل مسئله و انتخاب بهترین راه حل‌ها می‌شود. کار در کلاس‌هایی نیز به منظور خودآزمایی و تقویت هنرجویان در پرداختن به ریاضی به طور مستقل در نظر گرفته شده است؛ با این حال هنرجویان، در صورت لزوم، می‌توانند از راهنمایی‌های لازم دبیر خود برخوردار شوند.

با توجه به این که این اولین کتاب ریاضی تألیف شده برای هنرجویان شاخه‌ی فنی و حرفه‌ای، به سبک بودمانی، است و با تأکید بر فعالیت یادگیرنده تدوین شده است، از کلیه‌ی عزیزانی که به نحوی با این کتاب در ارتباط قرار می‌گیرند تقاضا داریم پیشنهادها و انتقادهای خود را به نشانی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش صندوق پستی ۴۸۷۴/۱۵ ارسال نمایند و ما را از راهنمایی‌های خود بهره‌مند سازند. در خاتمه از آقای مهندس عبدالمجید خاکی صدیق به خاطر مطالعه‌ی دقیق دست‌نویس کتاب و راهنمایی‌های سازنده تشکر می‌نمایم.

مؤلفان

## فهرست مطالب

### بخش اول - یادآوری و تکمیل ویژگی‌های تابع

|    |                                    |
|----|------------------------------------|
| ۳  | فصل اول : محور اعداد               |
| ۴  | پیش‌آزمون (۱)                      |
| ۵  | ۱-۱- محور اعداد                    |
| ۶  | ۱-۱-۱- متخصّ نقطه                  |
| ۷  | ۱-۱-۲- دستگاه محورهای مختصات       |
| ۱۲ | آزمون پایانی (۱)                   |
| ۱۴ | فصل دوم : بازه                     |
| ۱۵ | پیش‌آزمون (۲)                      |
| ۱۶ | ۱-۲- بازه                          |
| ۲۰ | ۱-۲-۱- معرفی بینهایت               |
| ۲۵ | ۱-۲-۲- عملیات روی بازه‌ها          |
| ۲۹ | آزمون پایانی (۲)                   |
| ۳۱ | فصل سوم : تابع                     |
| ۳۲ | پیش‌آزمون (۳)                      |
| ۳۵ | ۱-۳- تابع                          |
| ۳۵ | ۱-۳-۱- تابع با ضابطه               |
| ۳۸ | ۱-۳-۲- تابع با جدول                |
| ۳۹ | ۱-۳-۳- تابع با نمودار              |
| ۴۰ | ۱-۳-۴- تعریف تابع                  |
| ۴۵ | ۱-۳-۵- چند تابع ویژه               |
| ۴۸ | آزمون پایانی (۳)                   |
| ۵۰ | فصل چهارم : دامنه‌ی تابع‌های حقیقی |
| ۵۱ | پیش‌آزمون (۴)                      |
| ۵۲ | ۱-۴- دامنه‌ی تابع‌های حقیقی        |
| ۵۵ | ۱-۴-۱- مثال‌های حل شده             |
| ۵۷ | آزمون پایانی (۴)                   |

|    |                               |
|----|-------------------------------|
| ۵۸ | فصل پنجم : عملیات روی تابع ها |
| ۵۹ | پیش آزمون (۵)                 |
| ۶۰ | ۱-۵- عملیات روی تابع ها       |
| ۶۳ | آزمون پایانی (۵)              |
| ۶۴ | فصل ششم : ترکیب دو تابع       |
| ۶۵ | پیش آزمون (۶)                 |
| ۶۶ | ۱-۶- ترکیب دو تابع            |
| ۶۶ | ۱-۶-۱- مثال های حل شده        |
| ۶۷ | ۱-۶-۲- بازی و ریاضی           |
| ۶۹ | آزمون پایانی (۶)              |
| ۷۰ | تمرین های تکمیلی بخش اول      |

## بخش دوم — حد و پیوستگی

|     |                                          |
|-----|------------------------------------------|
| ۷۴  | فصل اول : حد                             |
| ۷۵  | پیش آزمون (۱)                            |
| ۷۹  | ۱-۲- حد                                  |
| ۷۹  | ۱-۲-۱- میل کردن یک متغیر به یک عدد ثابت  |
| ۸۷  | ۱-۲-۲- حد تابع                           |
| ۸۹  | ۱-۲-۳- تعریف حد تابع                     |
| ۹۲  | ۱-۲-۴- حد چپ و حد راست یک تابع           |
| ۹۵  | ۱-۲-۵- بخش پذیری چند جمله ای ها به $x-a$ |
| ۹۸  | ۱-۲-۶- قضیه ی فشردگی                     |
| ۱۰۱ | آزمون پایانی (۱)                         |
| ۱۰۲ | فصل دوم : پیوستگی                        |
| ۱۰۳ | پیش آزمون (۲)                            |
| ۱۰۴ | ۲-۲- پیوستگی                             |
| ۱۰۵ | ۲-۲-۱- قضیه های پیوستگی                  |
| ۱۰۸ | ۲-۲-۲- مسائل پیوستگی                     |
| ۱۱۱ | آزمون پایانی (۲)                         |

|     |                              |
|-----|------------------------------|
| ۱۱۲ | فصل سوم : تعمیم حد           |
| ۱۱۳ | پیش‌آزمون (۳)                |
| ۱۱۴ | ۲-۳- تعمیم حد                |
| ۱۱۶ | ۱-۲-۳- تعریف (حدّ بینهایت)   |
| ۱۱۷ | ۲-۲-۳- حد در بینهایت         |
| ۱۱۹ | ۳-۲-۳- تعریف (حد در بینهایت) |
| ۱۲۴ | آزمون پایانی (۳)             |
| ۱۲۵ | تمرین‌های تکمیلی بخش دوم     |

## بخش سوم — مشتق و کاربردهای آن

|     |                                   |
|-----|-----------------------------------|
| ۱۲۷ | فصل اول : مشتق                    |
| ۱۲۸ | پیش‌آزمون (۱)                     |
| ۱۲۹ | ۱-۳- مشتق                         |
| ۱۳۱ | ۱-۱-۳- محاسبه‌ی مشتق به کمک تعریف |
| ۱۳۱ | ۲-۱-۳- برخی فرمول‌های مشتق        |
| ۱۳۲ | ۳-۱-۳- تعبیر هندسی مشتق           |
| ۱۳۴ | ۴-۱-۳- قضیه‌های مشتق              |
| ۱۳۶ | ۵-۱-۳- جدول فرمول‌های مشتق        |
| ۱۳۸ | ۶-۱-۳- مشتق دوم یک تابع           |
| ۱۳۹ | آزمون پایانی (۱)                  |

|     |                                               |
|-----|-----------------------------------------------|
| ۱۴۲ | فصل دوم : کاربردهای مشتق (۱)                  |
| ۱۴۳ | پیش‌آزمون (۲)                                 |
| ۱۴۴ | ۲-۳- کاربردهای مشتق (۱)                       |
| ۱۴۴ | ۱-۲-۳- تعیین معادله‌ی خط مماس و خط قائم       |
| ۱۴۶ | ۲-۲-۳- رفتار تابع                             |
| ۱۵۰ | ۳-۲-۳- مشتق و رفتار تابع                      |
| ۱۵۲ | ۴-۲-۳- تغییرات تابع                           |
| ۱۵۴ | ۵-۲-۳- نقطه‌های ماکسیمم و مینیمم نسبی یک تابع |
| ۱۵۸ | آزمون پایانی (۲)                              |

## هدف کلی کتاب

درک مفهوم تابع، حد، پیوستگی و مشتق و کاربردهای آن‌ها به منظور پیدا نمودن توانایی‌های لازم برای مدل‌سازی پدیده‌های ساده به زبان ریاضی و بررسی شیوه‌ها و فنون پاسخ‌گویی به سؤالات و مسائل مربوط به آن‌ها.