A photograph of a snowy landscape. In the upper left, a small cluster of evergreen trees stands on a slight rise. Long, dark shadows of trees, likely from the foreground, stretch diagonally across the snow from the upper right towards the lower left. The snow is a bright, slightly textured white. In the bottom left corner, the dark, silhouetted branches of a tree are visible.

هیچ کس چیزی را در دل نهان
نکرد، جز که در سخنان
بی‌اندیشه‌اش آشکار گشت و
در صفحه‌رخسارش پدیدار.

نمودارها و تحلیل داده‌ها

فکر می‌کنید کسب اطلاعات با استفاده از جدول آسان‌تر است یا نمودار و یا یک متن؟ شنیده‌ایم که می‌گویند: «یک تصویر خوب ارزش هزار کلمه را دارد.» با دیدن یک نمودار در یک نگاه می‌توان به بسیاری از ویژگی‌های مجموعه‌ای از اطلاعات پی‌برد. امروزه ارائه نموداری داده‌های آماری بسیار رایج است.

پوسترها، روزنامه‌ها، مجلات، تلویزیون از نمودار برای به تصویر درآوردن مسائل و ارائه آن‌ها به طریقی ملموس‌تر استفاده می‌کنند.

اگر به‌خاطر داشته باشید در فصل اول از شما پرسیدیم که روزانه با چه کسانی سروکار دارید؟ سن و سال آن‌ها چه قدر است؟ تا چه سطحی تحصیل کرده‌اند؟ یک جواب ساده به این سؤال می‌توانست به یکی از صورت‌های زیر باشد:

- با تعداد کمی از افراد که اکثر آن‌ها جوان و تحصیل کرده هستند.
- با تعداد زیادی از افراد که اکثر آن‌ها مسن و با تحصیلات پایین هستند.
- با تعداد زیادی از افراد که بیش‌تر آن‌ها تا حد دیپلم درس خوانده‌اند و میان‌سال هستند.

عملکرد دانش‌آموزان
(درصد)



این سه پاسخ در یک جمله کوتاه توانسته‌اند دورنمایی از جمعیتی را که روزانه شما با آن‌ها سروکار دارید، ترسیم کنند. آیا سریع‌تر از بیان این جمله می‌توانستید همان جمعیت را معرفی کنید؟ یا در توفیق یکی از روش‌های آموزشی (مثالی که در فصل قبل بررسی شد) مطالعه جدول و توضیحات اگرچه ما را به اطلاعات عمیق‌تر می‌رساند ولی فعلاً لازم داریم در یک نگاه حقایق زیادی را دریابیم. یکی از این روش‌ها رسم شکل روبرو است.

شکل ۱ — مقایسه عملکرد دانش‌آموزان دو کلاس در امتحان

نمودارها یا شاخص‌های هندسی وسیله‌ای سودمند برای به تصویر درآوردن و تجسم جامعه می‌باشند. در این فصل به معرفی برخی از این شاخص‌های هندسی می‌پردازیم.

جدول ۱- وضعیت بیمه دانش‌آموزان کلاس

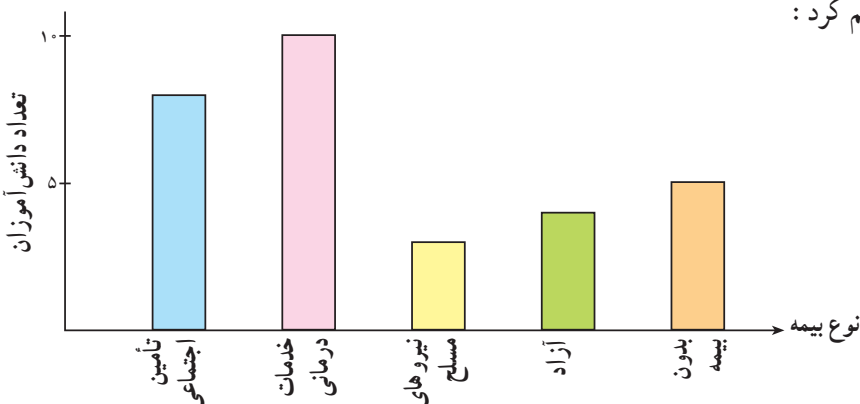
۸	بیمه تأمین اجتماعی
۱۰	بیمه خدمات درمانی
۳	بیمه نیروهای مسلح
۴	شرکت‌های بیمه آزاد
۵	دانش‌آموزانی که بیمه ندارند

نمودار میله‌ای

جدول ۱ نشان‌دهنده پاسخ‌های دانش‌آموزان کلاس درباره نوع بیمه درمانی مورد استفاده آن‌هاست.

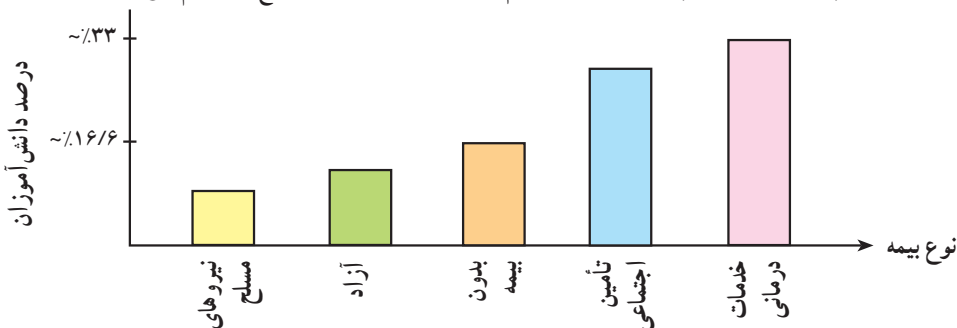
این اطلاعات را می‌توان در شکل زیر

مجسم کرد:



شکل ۲- نمودار توزیع دارندگان انواع بیمه در یک کلاس

این نمودار بیش‌تر برای متغیرهای گسسته و کیفی مناسب است. ترتیب قرارگرفتن میله‌ها اهمیت ندارد. آنچه که در این نمودار مهم است مقایسه فراوانی انواع بیمه است. از این‌رو اگر این نمودار را با درصد رسم کنیم، بهتر خواهد بود و هم‌چنین اگر به گونه‌ای رسم کنیم که فراوانی‌ها از بزرگ به کوچک و یا از کوچک به بزرگ رسم شوند، عمل مقایسه سریع‌تر انجام می‌شود.



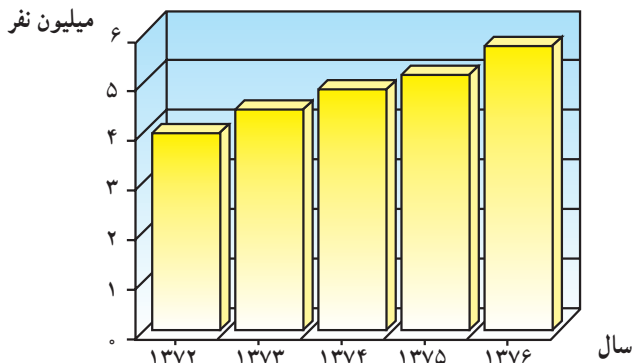
شکل ۳- نمودار توزیع دارندگان انواع بیمه در یک کلاس

کم بودن درصد استفاده کنندگان از بیمه نیروهای مسلح به این علت نیست که خدمات قابل قبولی ارائه نمی کند، بلکه به این علت است که افراد خاصی (نظامی) می توانند از این بیمه بهره بگیرند. هم چنین زیاد بودن درصد استفاده کنندگان از خدمات درمانی هم نباید به این نتیجه منتهی شود که خدمات آن مورد قبول افراد بیش تری است، این زیاد بودن به دلیل جمعیت کثیری است که از این بیمه استفاده می کنند. نمودار میله ای شامل قسمت های زیر است :

عنوان: زیر هر نمودار باید موضوع مورد مطالعه به طور خلاصه نوشته شود. در نمودار صفحه قبل عنوان نمودار عبارت است از : توزیع دارندگان انواع بیمه در کلاس. برچسب محورها: هر یک از محورها برچسبی دارند که مشخص کننده متغیری است که آن محور نشان می دهد. در شکل ۲، محور افقی مشخص کننده انواع بیمه ها و محور عمودی مشخص کننده تعداد استفاده کنندگان از این بیمه ها است.

مقیاس: مقیاس هر محور باید مشخص باشد. مثلاً در مثال بالا اگر بخواهیم اطلاعات مربوط به استفاده کنندگان از بیمه در سطح کشور را مطالعه کنیم در این صورت تعداد استفاده کننده برای برخی از بیمه ها از میلیون هم تجاوز می کند. پس مشخص کردن یک واحد برای هر فرد منجر به رسم میله های بسیار طولانی می گردد که در صفحه نخواهد گنجید. از این رو برای هر ۱۰۰ نفر یا هر ۱۰۰۰ نفر یک واحد انتخاب می شود که در این صورت باید در حاشیه نمودار این نکته تذکر داده شود. در نمودار زیر تعداد بیمه شدگان تحت پوشش سازمان تأمین اجتماعی را در سال های مختلف ملاحظه می کنید.





شکل ۴ - بیمه شدگان اصلی تحت پوشش سازمان تأمین اجتماعی

با توجه به نمودار بالا به سؤالات زیر پاسخ دهید :

- ۱- هر واحد روی نمودار نشان دهنده چند نفر می باشد؟
- ۲- در کدام سال نفرات بیش تری و در کدام سال نفرات کم تری تحت پوشش سازمان تأمین اجتماعی قرار گرفتند؟
- ۳- در کدام سال (ها) تعداد بیمه شدگان بین ۴ میلیون و ۵ میلیون است؟
- ۴- تقریباً چند نفر در سال ۱۳۷۵ بیش تر از سال ۱۳۷۳ زیر پوشش بیمه قرار گرفته اند؟
- ۵- آیا می توانید در مورد تعداد دارندگان بیمه در سال ۱۳۸۰ پیش بینی کنید؟

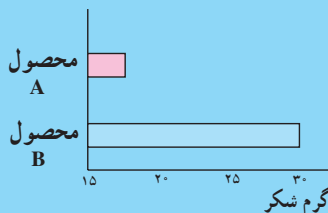
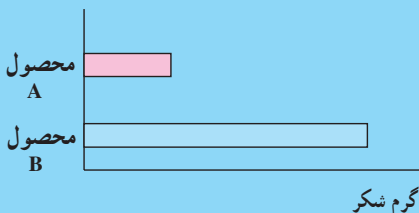
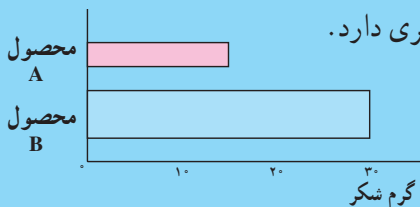
همان طوری که در نمودارها دیده اید برای رسم نمودار میله ای کافی است، متغیر تصادفی مورد مطالعه را روی محور x ها مشخص کنیم و روی هر یک از آن ها میله ای رسم کنیم که طول میله متناسب با فراوانی آن مقدار باشد. طول میله ها بیان گر فراوانی و یا درصد فراوانی نسبی نظیر آن مقدار خواهد بود.

بحث کلاسی ۱

دو شرکت A و B نوعی شیرینی تولید می کنند. در نمودارهای زیر شرکت B

سعی دارد اعلام کند شیرینی های او شکر بیشتری دارد.

چرا این نمودارها گمراه کننده هستند؟



بحث کلاسی ۲

اطلاعات زیر را در نظر بگیرید :

پیش‌دانشگاهی سوم دبیرستان دوم دبیرستان اول دبیرستان سوم راهنمایی دوم راهنمایی اول راهنمایی						
تعداد دختران بر حسب ۱۰۰۰ نفر	۲۹۴	۵۱۵	۵۰۳	۶۰۳	۷۴۷	۸۰۶
(برگرفته از آمار آموزش و پرورش، معاونت برنامه‌ریزی و نیروی انسانی)						

جدول ۲

- برای رسم نمودار میله‌ای به چه اطلاعاتی نیاز دارید؟
- نمودار میله‌ای اطلاعات به‌دست‌آمده را با استفاده از فراوانی مطلق و فراوانی نسبی رسم کنید.
- این دو نمودار چه تفاوت‌هایی دارند؟
- آیا این تفاوت‌ها تأثیری در تعبیر داده‌ها دارند یا خیر؟ توضیح دهید.



جدول ۳

مرد و زن	گروه عمده سنی
۶۰۰۵۵۴۸۸	جمع
۱۰۲۰۹۳۶	اطفال (کمتر از یک سال)
۶۷۳۲۷۸۷	نوباوگان (۱-۵ ساله)
۸۷۶۹۷۳۷	کودکان (۱۰-۶ ساله)
۷۲۰۲۰۸۵	نوجوانان (۱۱-۱۴ ساله)
۱۲۳۳۷۵۲۹	جوانان (۱۵-۲۴ ساله)
۲۱۳۶۴۸۷۷	میان سالان (۲۵-۶۴ ساله)
۲۵۹۵۱۸۱	بزرگ سالان (۶۵-۱۰۰ ساله)
۳۲۳۵۶	نامشخص

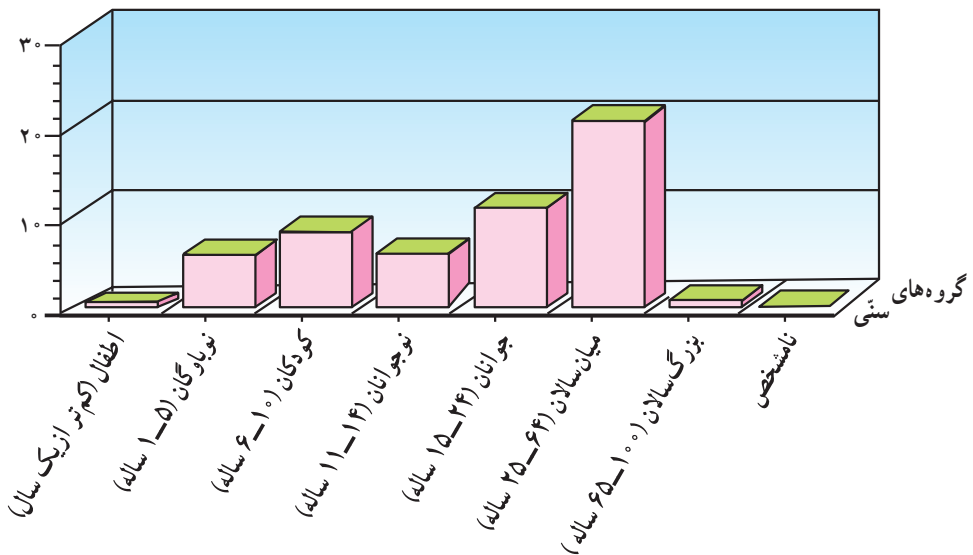
نمودار مستطیلی

این نمودار برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است. در جدول زیر، اطلاعات مربوط به متغیر سن جمعیت ایران آمده است. می دانیم سن یک متغیر پیوسته است (در صورت لزوم می توانیم از واحدهای کوچکتر از قبیل روز و ساعت استفاده کنیم ولی از آن ها صرف نظر می شود) سن از نوع زمان است و لذا پیوسته است. ولی گاهی برحسب فاصله های سنی جمعیت را به دسته هایی که در جدول رویرو ملاحظه می کنید تقسیم می کنند.

این دسته ها را گروه های سنی می نامند.

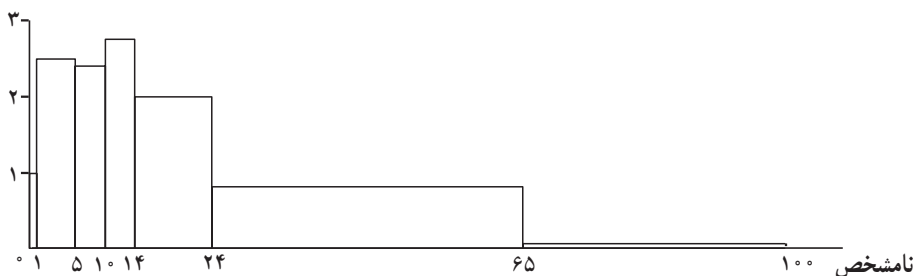
مأخذ: مرکز آمار ایران.

نمودار مربوط به این اطلاعات را ممکن است به صورت نمودار میله ای به شکل زیر رسم کنیم.



شکل ۵- نمودار توزیع جمعیت در گروه های مختلف سنی

از آن جایی که سن، یک متغیر پیوسته است، انتظار داریم این پیوستگی به طریقی در نمودار دیده شود از این رو از نمودار مستطیلی استفاده می کنیم. در این نمودار مستطیل هایی رسم می کنیم که قاعده آن ها روی محور x و برابر طول هر یک از دسته هاست و ارتفاع آن ها به موازات محور y ها و متناسب با فراوانی دسته هاست. مثلاً نمودار مستطیلی مربوط به داده های جدول بالا به صورت زیر است: (۵-۱ یعنی تا ۶ سال، پنج سال تمام)



شکل ۶ - نمودار توزیع جمعیت

تذکر: در نمودار مستطیلی مساحت مستطیل‌ها با یک‌دیگر مقایسه می‌شوند هرچقدر مساحت مستطیل بیشتر باشد تعداد کسانی که در آن دسته قرار می‌گیرند بیشتر است و در صورتی که طول دسته‌ها (قاعده مستطیل‌ها) با یک‌دیگر برابر باشند، ارتفاع مستطیل‌ها (فراوانی دسته‌ها) با یک‌دیگر مقایسه خواهند شد.

در این کتاب برای سهولت مقایسه‌ها، طول دسته‌ها را مساوی در نظر خواهیم گرفت.

نمودار مستطیلی نمایشی از داده‌های دسته‌بندی شده است که در آن سطح مستطیل‌ها متناسب با فراوانی دسته‌ها است.

بحث کلاسی

با توجه به نمودار جمعیت (شکل ۶) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

– در یک نمودار مستطیلی، طول قاعده ستون‌ها نشان‌گر چیست؟ ارتفاع ستون‌ها نشان‌گر چیست؟

– اگر به‌طور متوسط دانش‌آموزان در سن ۱۵ سالگی در کلاس اول دبیرستان مشغول به تحصیل باشند، آیا می‌توانید با استفاده از نمودار فوق بگویید در این سال چند دانش‌آموز در کلاس اول دبیرستان مشغول به تحصیل هستند؟

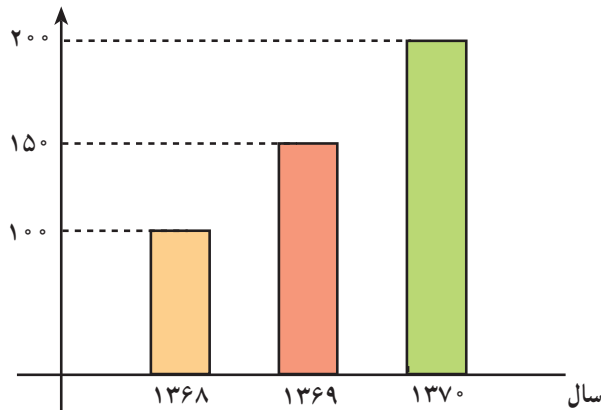
– با استفاده از نمودار، جمعیت جوان و نوجوان کشور را تخمین بزنید.

– همان‌طور که مشاهده می‌شود با استفاده از نموداری چون نمودار ستونی می‌توان به سؤالاتی مربوط به مجموعه‌ای از داده‌ها سریع‌تر پاسخ داد. اگر شما دست‌اندرکار طراحی و برنامه‌ریزی در امر آموزش باشید، با توجه به نمودار فوق، (شکل ۶) سؤالاتی طرح کنید و به آن‌ها در کلاس پاسخ دهید.



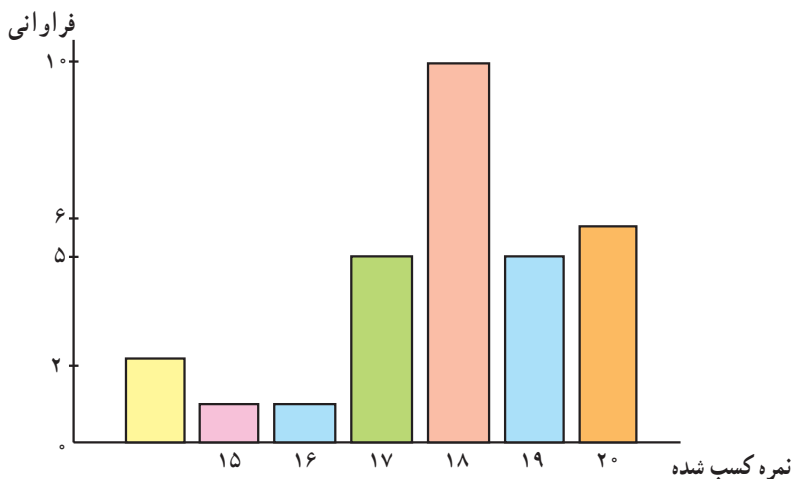
۱- نمودار زیر قسمتی از نمودار تولید یک کارخانه را نشان می‌دهد. آیا این نمودار نشان‌دهندهٔ افزایش تولید در سال‌های ۱۳۶۸ تا ۱۳۷۰ است؟ این نمودار به همین شکل که هست، ما را دچار اشتباه می‌کند. چرا؟

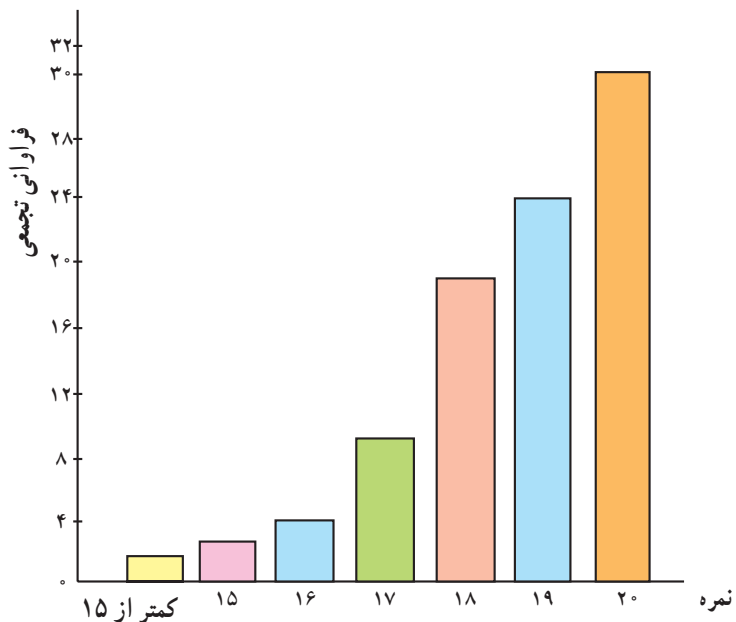
تعداد (برحسب ۱۰۰۰)



۲- در یک امتحان کتبی از درس کمک‌های اولیه، افرادی که نمره بیش‌تر از ۱۵ (از ۲۰) کسب کرده باشند، می‌توانند دورهٔ عملی را شروع کنند. نمودارهای زیر نتیجهٔ آزمون را نشان می‌دهد. (نمرات به شکل عدد صحیح ثبت شده‌اند.)

- با توجه به نمودارها تعداد افرادی را که می‌توانند در دوره شرکت نمایند مشخص کنید.
- کدام نمودار شما را سریع‌تر به پاسخ هدایت می‌کند.

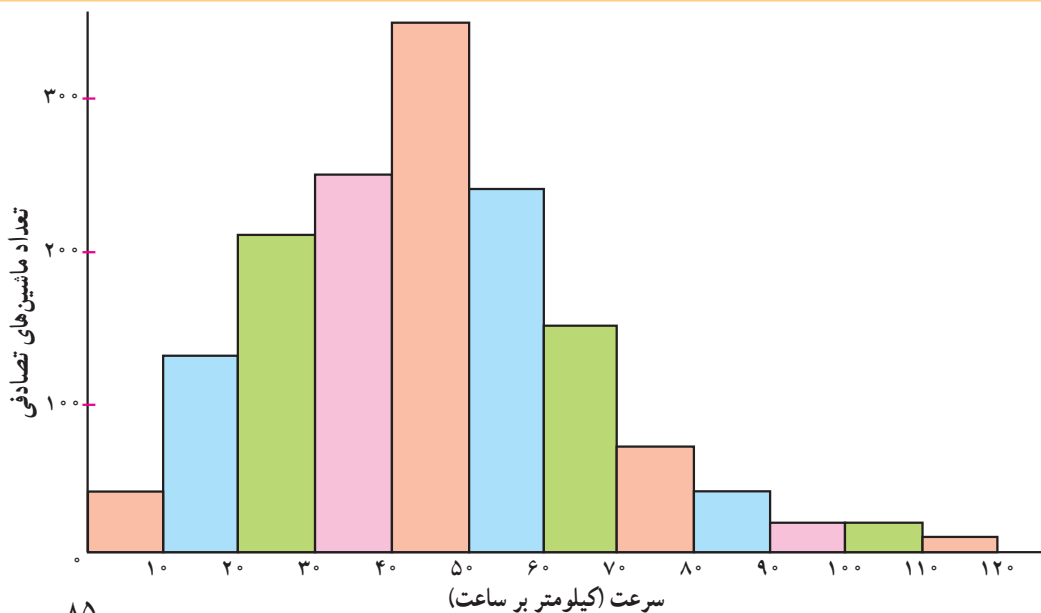




۳- جدول زیر نشان دهنده تعداد تصادف‌های اتومبیل‌ها و سرعت حرکت آن‌ها در زمان تصادف

است.

سرعت	تعداد ماشین‌های تصادف کرده											
	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰
تعداد ماشین‌های تصادف کرده	۴۰	۱۳۰	۲۱۰	۲۵۰	۳۵۰	۲۴۰	۱۵۰	۷۰	۴۰	۲۰	۲۰	۱۰



همان طور که دیده می شود تعداد تصادف های اتومبیل هایی که با سرعت بالاتر از ۹۰ کیلومتر در ساعت رفته اند کم تر است. پس :

«هرچه سریع تر بروید، مطمئن تر و امن تر است»

نتیجه گیری فوق چه اشکالی دارد؟ چرا این تصور ایجاد شده است؟ برای تحلیل صحیح، چه نموداری باید رسم کرد؟

۴-۵۰ دانش آموز یک کلاس در آزمون سنجش IQ (بهره هوشی) شرکت نمودند. نتایج به دست آمده به شرح زیر است :

۱۲۲ ، ۱۱۷ ، ۱۱۴ ، ۱۱۲ ، ۱۳۰ ، ۹۲ ، ۱۱۸ ، ۱۰۹ ، ۱۱۳ ، ۱۱۵ ،
۱۱۸ ، ۱۱۶ ، ۱۰۶ ، ۱۱۱ ، ۱۱۲ ، ۱۲۴ ، ۱۱۳ ، ۱۰۸ ، ۱۰۷ ، ۱۲۷ ،
۱۱۴ ، ۱۰۰ ، ۱۰۳ ، ۱۱۵ ، ۱۲۴ ، ۱۱۰ ، ۱۱۸ ، ۱۱۸ ، ۱۰۷ ، ۱۲۱ ،
۱۱۰ ، ۱۱۶ ، ۱۲۶ ، ۱۲۱ ، ۱۳۵ ، ۱۰۴ ، ۱۲۳ ، ۱۱۶ ، ۱۲۴ ، ۱۰۴ ،
۱۱۲ ، ۱۱۷ ، ۱۱۳ ، ۱۰۷ ، ۱۰۳ ، ۱۰۲ ، ۱۲۹ ، ۹۸ ، ۱۳۴ ، ۹۶

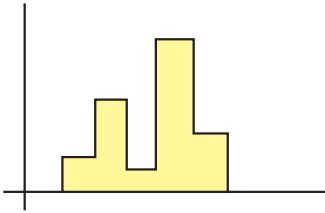
— جدول فراوانی را برای این داده ها تشکیل دهید. برای این جدول ۹ گروه با طول دسته مساوی در نظر بگیرید.
— نمودار مستطیلی این داده ها را رسم کنید.
— چه نتیجه ای می گیرید.

۵- با توجه به اطلاعات داده شده در جدول صفحه بعد :
— برای رسم نمودار میله ای برای اطلاعات داده شده چه مشکلاتی خواهید داشت؟
— برای رسم نمودار مستطیلی به چه اطلاعاتی نیاز دارید؟
— نمودار مستطیلی مربوط به فضاهای سبز مراکز استان های ایران را با در نظر گرفتن ۴ دسته رسم کنید.
— نمودار مستطیلی رسم شده چه اطلاعاتی در اختیار شما قرار می دهد؟

مساحت بوستان‌های طبیعی، فضاهای سبز و ذخیره‌گاه‌های جنگلی تا پایان سال ۱۳۷۱ (هکتار)

استان	جمع کل عرصه‌های جنگلی	بوستان‌های طبیعی	فضاهای سبز	ذخیره‌گاه‌های جنگلی
جمع	۲۹۶۲۲۸	۳۳۸۴۱	۲۳۳۹۰۴	۲۸۴۸۳
تهران	۱۲۵۳۰	۰	۱۲۵۳۰	۰
مرکزی	۸۵۰	۰	۸۵۰	۰
گیلان	۳۴۳۵۶	۰	۳۳۳۵۶	۱۰۰۰
مازندران	۱۲۹۸۰۳	۸۶۳۱	۱۱۲۴۲۷	۸۷۴۵
آذربایجان شرقی	۱۰۶۰	۱۰۰	۸۶۰	۱۰۰
آذربایجان غربی	۶۰۹	۰	۶۰۹	۰
کرمانشاه	۱۲۶۳	۰	۱۲۳۳	۳۰
خوزستان	۱۵۹۱۰	۱۲۰۰۰	۳۸۶۷	۴۳
فارس	۱۱۲۲۳	۹۱۶۵	۱۹۰۸	۱۵۰
کرمان	۱۶۸۹	۰	۱۳۸۹	۳۰۰
خراسان	۱۰۳۱۳	۰	۳۱۳	۱۰۰۰۰
اصفهان	۳۳۴۰	۰	۳۳۲۰	۲۰
سیستان و بلوچستان	۲۷۶۳۷	۰	۲۷۵۸۷	۵۰
کردستان	۲۸۳۴	۱۰۰۰	۱۵۳۴	۳۰۰
همدان	۱۳۷۴	۰	۱۱۷۴	۲۰۰
چهارمحال و بختیاری	۲۶۸۲	۶۵۰	۱۳۴۷	۶۸۵
لرستان	۳۱۸۸	۸۵۰	۱۵۸۸	۷۵۰
ایلام	۳۵۰۱	۱۴۰۰	۲۱۰۱	۰
کهگیلویه و بویراحمد	۲۱۰۸	۴۵	۱۰۶۳	۱۰۰۰
بوشهر	۳۴۰۱	۰	۱۸۹۱	۱۵۱۰
زنجان	۳۹۶	۰	۳۹۶	۰
سمنان	۱۶۶۲	۰	۱۰۶۲	۶۰۰
یزد	۵۳۲	۰	۵۳۲	۰
هرمزگان	۲۳۹۶۷	۰	۲۰۹۶۷	۳۰۰۰

نمودار چندبر فراوانی



شکل ۸

جدول ۴

دسته‌ها	مركز دسته‌ها	فراوانی
۱۰-۱۳	۱۱/۵	۳
۱۳-۱۶	۱۴/۵	۶
۱۶-۱۹	۱۷/۵	۷
۱۹-۲۲	۲۰/۵	۴
	جمع	۲۰

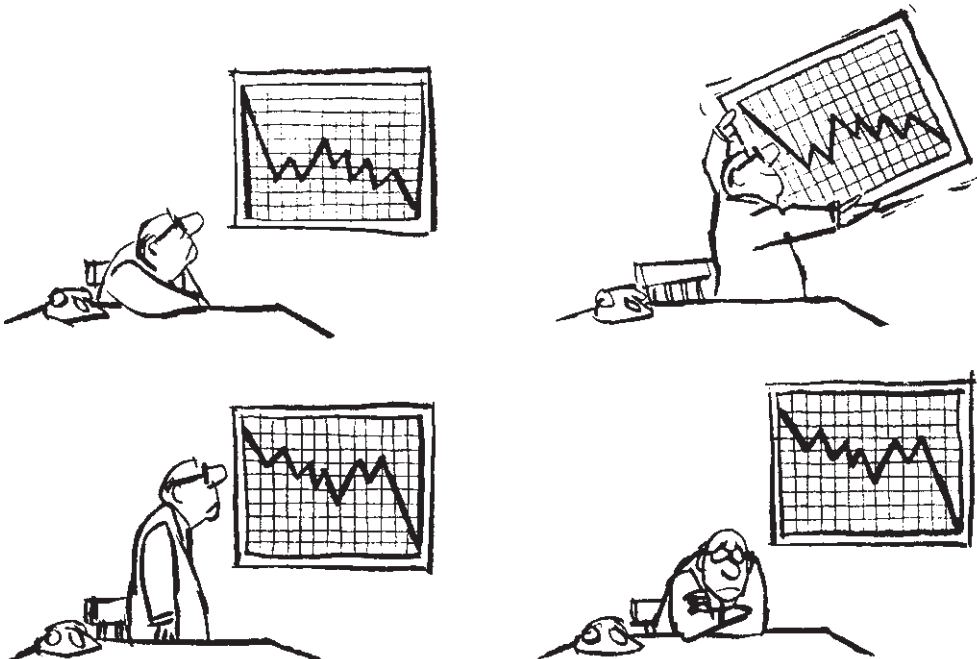
مجدداً به داده‌های مربوط به گروه سنی باز می‌گردیم. در رسم نمودار مستطیلی گفتیم که چون سن یک متغیر پیوسته است باید این پیوستگی را در نمودار آن نیز ببینیم. اما در نمودار مستطیلی فراوانی‌ها روی دسته‌ها تغییر نمی‌کنند و نمودار مستطیلی بیش‌تر شبیه به پلکانی به صورت روبرو است.

اگر بخواهیم تغییرات متغیر را بهتر نشان دهیم از نمودار چندبر فراوانی استفاده می‌کنیم.

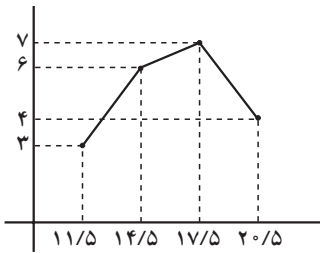
داده‌هایی که در فصل سوم مربوط به تعداد کالاهایی که پس از فروش برای تعمیرات اولیه به کارخانه سازنده عودت داده شده‌اند، در نظر بگیرید.

برای مثال فرض کنید بخواهیم یک نمودار چندبر

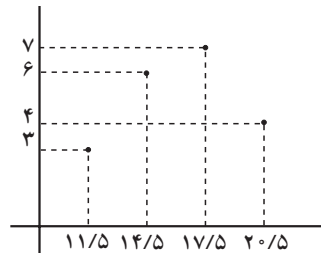
فراوانی برای جدول فراوانی روبرو رسم کنیم.



شکل ۷



شکل ۱۰



شکل ۹

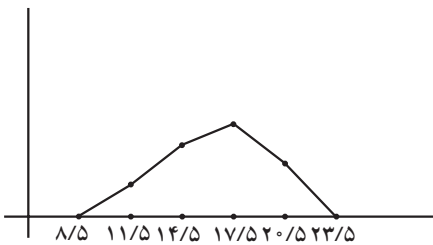
ابتدا نقاط $(۱۱/۵, ۳)$ ، $(۱۴/۵, ۶)$ ، $(۱۷/۵, ۷)$ و $(۲۰/۵, ۴)$ را در صفحهٔ محورهای مختصات رسم می‌کنیم. توجه دارید که طول این نقاط مرکز دسته‌ها و عرض آن‌ها فراوانی همان دسته است. حال نقاط مذکور را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم تا شکل ۱۰ حاصل شود.

برای آن‌که سطح زیر این منحنی برابر مساحت نمودار مستطیلی شود (این نکته بعدها مورد استفاده زیاد قرار می‌گیرد) دو سر نمودار فوق را به محور x ‌ها به طریقی که توزیع داده می‌شود وصل می‌کنیم. فرض کنیم دو دستهٔ اضافی یکی قبل از دستهٔ اول و یکی بعد از دستهٔ آخر داشته باشیم، مسلماً فراوانی این دسته‌ها صفر است. پس نقاط نظیر این دسته‌ها عبارت خواهد بود از:

$$(۸/۵, ۰) \text{ و } (۲۳/۵, ۰)$$

(دقت کنید $۱۴/۵ - ۱۱/۵ = ۳$ طول دسته، پس $۸/۵ = ۱۱/۵ - ۳$ مرکز دسته فرضی ماقبل دستهٔ اول و $۲۳/۵ = ۲۰/۵ + ۳$ مرکز دستهٔ فرضی آخر است) حال اگر این دو نقطه را به مجموعهٔ

نقاط قبلی اضافه کنیم نمودار چندبر فراوانی به صورت زیر تکمیل می‌شود.



شکل ۱۱

برای جدول ۴ هر سه نمودار میله‌ای، مستطیلی و چندبر فراوانی را روی یک دستگاه محورها رسم می‌کنیم تا ارتباط آن‌ها مشخص‌تر شود.

از روی شکل ۱۲ می‌توانید توضیح دهید که چرا مساحت سطح زیر چندبر فراوانی و مساحت نمودار مستطیلی با هم برابر است؟ (به مساحت‌هایی که هاشور خورده است توجه کنید).

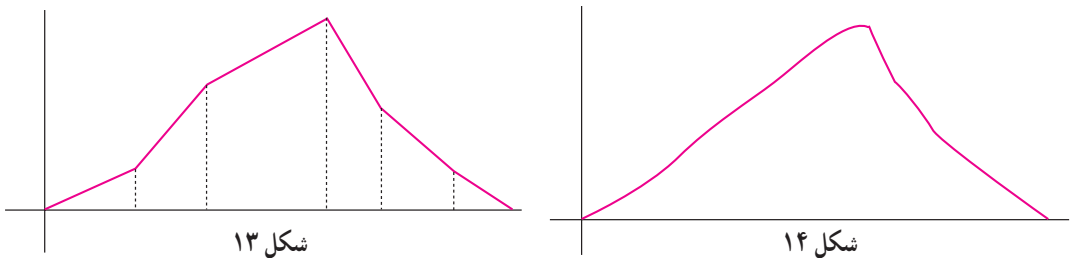
اگر به جای نمودار فراوانی، نمودار فراوانی نسبی را رسم کنیم، اطلاعات منسجم‌تری در اختیار



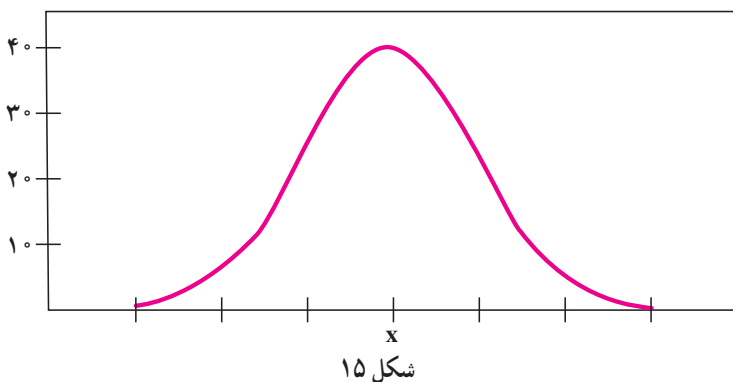
شکل ۱۲

ما قرار می‌گیرد چون می‌توان فراوانی را با کل جامعه مقایسه کرد. نمودار چندبر فراوانی را می‌توان با داشتن فراوانی نسبی نیز رسم کرد و آن را چندبر فراوانی نسبی نامید.

چندبر فراوانی نسبی برای داده‌های پیوسته مناسب است و می‌دانیم که ما بر اساس داده‌های حاصل از یک نمونه n تایی از یک جامعه آماری به نمودار چندبر فراوانی دست یافتیم. حال ممکن است سؤال شود که اگر ما اندازه نمونه را افزایش دهیم چه اتفاقی خواهد افتاد؟ چون تعداد داده‌ها زیاد می‌شود. بنابر توصیه‌هایی که در جدول فراوانی به عمل آمد، تعداد دسته‌ها افزایش خواهد یافت. و در این صورت معمولاً طول دسته‌ها کاهش خواهد یافت و در نتیجه چندبر فراوانی از پاره‌خط‌های بیش‌تری تشکیل خواهد شد. اگر به همین ترتیب ادامه داده و تعداد داده‌ها را افزایش دهیم در نهایت به یک چندبر فراوانی دست خواهیم یافت که بیش‌تر به یک منحنی هموار شبیه است تا یک چندبر فراوانی. در شکل زیر مراحل شکل‌گیری چنین منحنی را ملاحظه می‌کنید.



این منحنی هموار، بیان‌کننده وضعیت متغیر در جامعه است. در اکثر مطالعات آماری این منحنی هموار شکل زیر را به خود می‌گیرد.



این منحنی از منحنی‌های معروف در آمار است و در اکثر پدیده‌های طبیعی ظاهر می‌شود. ولی چون مقدمات کافی برای یادگیری آن را هنوز نمی‌دانیم به معرفی ظاهری آن پرداختیم. این منحنی متقارن و شبیه به زنگ است.



تمرین



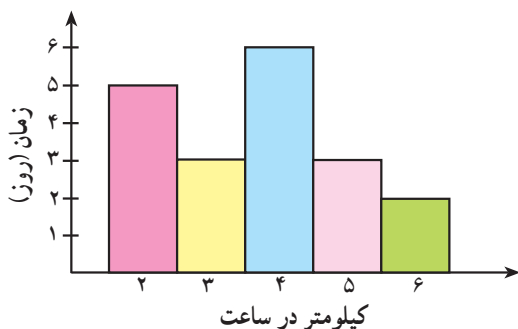
۱- مدیر یک مؤسسه تاکسی سرویس مایل است بداند اتومبیل‌های این مؤسسه روزانه چند کیلومتر مسافرت می‌کنند. برای این منظور کارکرد ۲۴ اتومبیل را یادداشت کرد. داده‌های زیر به دست آمدند.

۱۳۸	۱۰۷	۱۳۶	۱۲۸	۱۴۸	۱۱۸
۱۴۲	۱۲۹	۱۱۵	۱۲۳	۱۳۳	۱۲۳
۱۲۱	۱۲۸	۱۲۲	۱۴۴	۱۲۶	۱۳۵
۱۲۵	۹۸	۱۱۷	۱۵۳	۱۴۱	۱۲۶

برای این داده‌ها یک جدول فراوانی تنظیم کنید. داده‌ها را در شش دسته، دسته‌بندی کنید. برای نمایش این داده‌ها چه نموداری مناسب است. نمودار چندبر فراوانی را رسم کنید.

۲- نمودار روبرو نشان‌دهنده توزیع

سرعت باد در ۱۹ روز متوالی می‌باشد. با استفاده از اطلاعات داده شده در نمودار، نمودار چندبر فراوانی را برای سرعت باد رسم کنید. اگر حداقل سرعت باد لازم برای راندن یک قایق بادی ۵ کیلومتر در ساعت سرعت باد لازم باشد، چند روز برای راندن قایق بادی مناسب است؟



شکل ۱۶

چرا در این مسئله، نمودار چندبر فراوانی مناسب‌تر از نمودار مستطیلی است؟





نمودار دایره‌ای

یکی دیگر از نمودارهایی که می‌تواند اطلاعات موجود در داده‌ها را به سرعت در معرض دید قرار دهد نمودار دایره‌ای است. فرض کنید متغیر تصادفی مورد مطالعه ما دارای k حالت باشد (مثلاً در مطالعه مقطع تحصیلی، متغیر تصادفی کیفی دارای ۴ حالت ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان و دانشگاه است) فرض کنید فراوانی حالت اول f_1 و فراوانی حالت دوم f_2 و الی آخر باشد، در این صورت دایره‌ای به شعاع دلخواه را به وسیله زاویه‌های مرکزی به k قسمت تقسیم می‌کنیم به قسمی که اندازه زاویه مرکزی هریک از این قسمت‌ها متناسب با فراوانی آن قسمت باشد. پس زاویه مرکزی نظیر دسته اول عبارت است از:

$$\frac{360}{f_1 + \dots + f_k} \times f_1 = 360 \times \frac{f_1}{n}, \quad n = \text{تعداد کل داده‌ها}$$

و به همین ترتیب می‌توانیم سایر زوایا را به دست آوریم. هریک از این قسمت‌ها در دایره نمایش دهنده سهم آن حالت از متغیر در جامعه است.

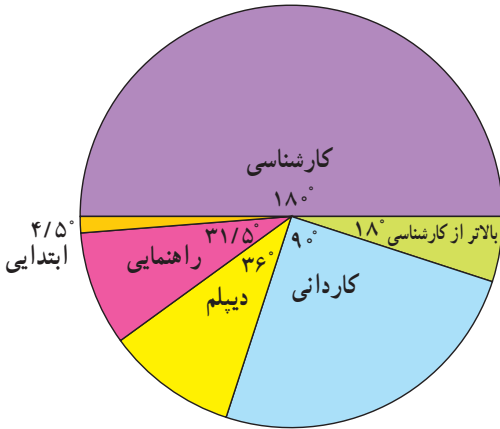
مثال: یک مؤسسه بزرگ ۴۰۰ نفر کارمند دارد که برحسب سطح سواد به صورت زیر توزیع

شده‌اند.

سطح سواد	راهنمایی	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	بالا تر از کارشناسی
تعداد	۵	۳۵	۴۰	۱۰۰	۲۰۰
کارمندان					۲۰

نمودار دایره‌ای مربوط به این داده‌ها به صورت زیر است :

زاویه‌ها مطابق دستور به شرح زیر محاسبه شده‌اند :



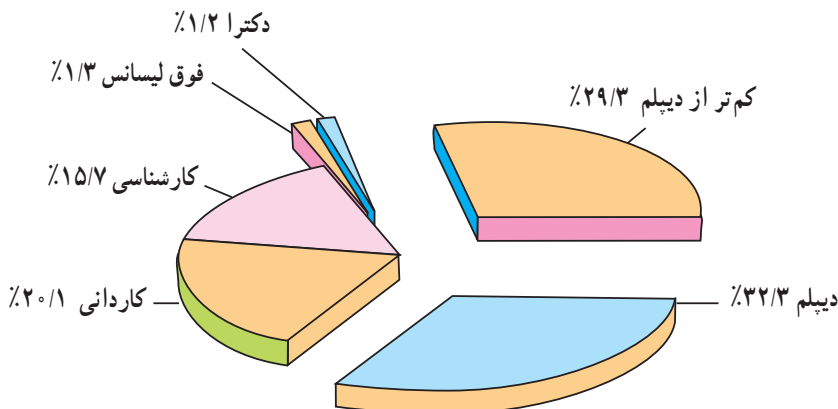
حالت	فراوانی	زاویه مرکزی بر حسب درجه
ابتدایی	۵	$\frac{360}{400} \times 5 = 0.9 \times 5 = 4.5$
راهنمایی	۳۵	$0.9 \times 35 = 31.5$
دیپلم	۴۰	$0.9 \times 40 = 36$
کاردانی	۱۰۰	$0.9 \times 100 = 90$
کارشناسی	۲۰۰	$0.9 \times 200 = 180$
بالا تر از کارشناسی	۲۰	$0.9 \times 20 = 18$

در شکل ۱۶ دیده می‌شود که ناحیه مربوط به کارشناسی بزرگتر از سایر نواحی است و برابر نصف دایره می‌باشد. ناحیه مربوط به ابتدایی از همه کم‌تر است. ناحیه کاردانی نصف ناحیه کارشناسی است. در هر صورت بزرگی و کوچکی این ناحیه‌ها (در مقایسه با یک‌دیگر) بیان‌کننده فراوانی بیش‌تر و یا کم‌تر برای آن حالت از متغیر است.

جدول زیر توزیع کارکنان تابع قانون کار را در سال ۱۳۷۶ بر حسب مدرک تحصیلی نشان می‌دهد.

نوع مدرک	کمتر از دیپلم	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	کارشناسی ارشد	دکتر
تعداد	۱۵۲۳۹	۱۶۸۴۳	۱۲۵۳	۱۷۹۱	۱۷۲	۳۸

سالنامه آمار سال ۱۳۷۶



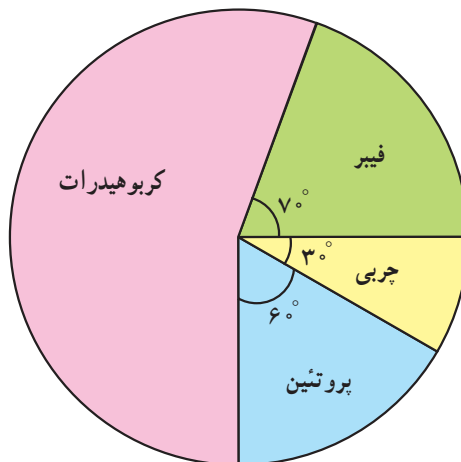
تمرین

- ۱- نمودار دایره‌ای برای چه نوع متغیری مناسب است؟
- ۲- اگر فراوانی داده‌ها را دوبرابر کنیم آیا زاویه مرکزی عوض می‌شود؟ توضیح دهید.
- ۳- در یک نمودار دایره‌ای اگر یک زاویه مرکزی دوبرابر زاویه مرکزی دیگر باشد چه رابطه‌ای بین فراوانی‌های این دو زاویه وجود دارد؟
- ۴- آیا ترتیب کنار هم قرارگرفتن نواحی در نمودار دایره‌ای اهمیت دارد؟ توضیح دهید.
- ۵- گروه خونی همکلاسی‌های خود را بپرسید و برای اطلاعات جمع‌آوری شده نمودار دایره‌ای رسم کنید.
- ۶- با توجه به جدول زیر، نمودار دایره‌ای توزیع خانوارها برحسب جمعیت را رسم کنید.

جمع	برجمعیت	با جمعیت متوسط	کم جمعیت	نوع خانوار
۴۰	۶	۲۳	۱۱	تعداد خانوار

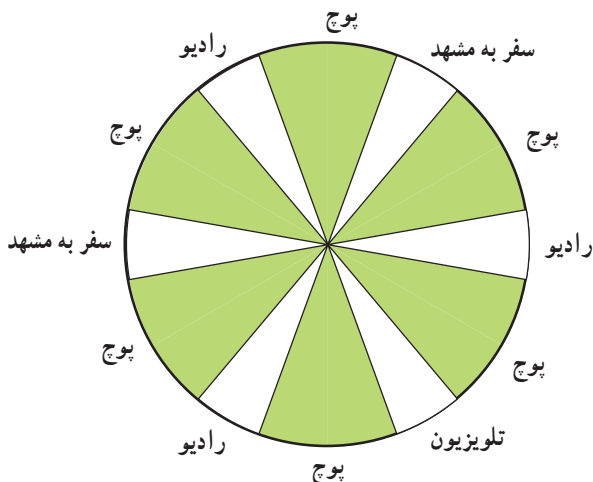
- ۷- اگر شعاع دایره را تغییر دهیم آیا تفسیر جدیدی از توزیع داده‌ها به دست می‌آید یا خیر؟
- ۸- نمودار دایره‌ای زیر سهم وزنی ترکیبات تشکیل دهنده یک بسته غذای کنسرو شده را نشان می‌دهد.

الف - چه کسری از این ترکیبات :
چربی است؟ کربوهیدرات است؟



- ب - چند گرم پروتئین در یک بسته ۳۶ گرمی از این محصول وجود دارد؟

۹- در یک مسابقه علمی، شرکت کنندگان پس از دادن پاسخ درست به سؤال با گرداندن یک صفحه گردان، جایزه دریافت می کنند. اگر نواحی رنگ شده 40° و نواحی بدون رنگ 20° باشند به سؤالات زیر پاسخ دهید:



- امکان بردن جایزه بیش تر است یا نبردن جایزه؟
- چند درصد شانس بردن رادیو وجود دارد؟
- چند درصد شانس بردن تلویزیون وجود دارد؟
- چند درصد شانس بردن سفر به مشهد وجود دارد؟

- چند درصد امکان نبردن جایزه وجود دارد؟

- نمودار دایره ای نشان دهنده بردن جایزه را رسم کنید.

مخارج	درصد
غذا	۳۰٪
اجاره	۲۵٪
لباس	۱۵٪
کتاب	۱۰٪
دیگر مخارج	۲۰٪

۱۰- مخارج علی در سال اول دانشگاه در جدول روبرو

آمده است:

نمودار دایره ای هزینه های علی را رسم کنید.

۱۱- جدول زیر اطلاعات راجع به سطح زیر کشت و میزان تولید مرکبات کشور در سال ۷۳ را

برای استان های ذکر شده نشان می دهد.

سطح زیر کشت (هکتار)

استان	نهال	بارور	میزان تولید (تن)	عمل کرد (کیلوگرم)
مازندران	۵۶۲۰	۷۶۷۷۵	۱۳۷۳۶۸۰	۱۷۸۹۲
فارس	۳۲۱۸	۳۹۱۵۱	۶۱۷۶۳۰	۱۵۷۷۶
کرمان	۱۶۹۱	۱۱۰۴۹	۹۴۸۷۶	۸۵۷۸
هرمزگان	۵۴۷۹	۲۴۲۶۰	۳۴۱۲۳۹	۱۳۸۴۹

آمارنامه کشاورزی، سال ۷۳- اداره کل آمار و اطلاعات، معاونت طرح و برنامه وزارت کشاورزی، نشریه شماره ۱۸، دی ماه ۷۴.

نمودار دایره ای مربوط به میزان تولید مرکبات بر حسب تن را برای این استانها رسم کنید.

نمودار ساقه و برگ



آیا تاکنون فکر کرده‌اید که می‌توان
از اعداد در تهیه یک نمودار استفاده کرد؟
آیا نموداری دیده‌اید که اعداد،
شکل دهنده آن باشند؟

در یک بررسی که روی ۱۵۰۰ نفر
انجام شده بود اعلام شد که ۴۵٪ صبحها
قبل از ساعت ۸ صبح از خانه بیرون
می‌روند. برای بررسی درستی این خبر،
تحقیقی روی ۲۴ گروه هر یک شامل
۱۵۰۰ نفر انجام شد. درصد افرادی که
در هر گروه قبل از ساعت ۸ صبح از خانه
بیرون می‌رفتند به شکل زیر گزارش داده
شد :

۴۴	۴۵	۴۵	۴۶	۴۵	۴۶
۴۳	۴۷	۴۲	۴۴	۴۶	۴۴
۴۰	۴۷	۴۴	۴۸	۴۳	۴۵
۴۲	۴۵	۴۶	۴۳	۴۸	۴۷

همان‌طوری که می‌بینید تمام این اعداد در رقم ۴ مشترک هستند. یعنی تماماً اعداد طبیعی در
فاصله ۴۰ تا ۵۰ هستند، از این رو بخش اصلی این اعداد را که همان ۴۰ است می‌توانیم کنار بگذاریم
و سایر ارقام را به صورت زیر بنویسیم :

۴۰+ ۰, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵,
۶, ۶, ۶, ۶, ۷, ۷, ۷, ۸, ۸

البته داده‌ها را در بالا از کوچک به بزرگ مرتب کرده‌ایم. یک
راه ساده‌تر نوشتن اعداد فوق آن است که مثلاً عدد ۴۷ را به صورت
۴۷ بنویسیم (کمی فاصله بین ۴ و ۷). در این صورت عدد چهار را
ثابت نگاه داشته و سایر ارقام را در مقابل آن به ترتیب می‌نویسیم. در
مثال مورد بحث چون تعداد زیادی داده داریم که در عدد ۴ مشترک
هستند می‌توانیم هر رقم را در یک ردیف به صورت روبرو بنویسیم.

شکل ۱۸

ملاحظه می کنید که این طور مرتب کردن اعداد، یک نمودار میله ای از داده ها مشخص می کند (برای آن که بهتر این نکته را ببینید می توانید صفحه کتاب را ۹۰ درجه دوران دهید). خوبی این نمودار در این است که تمام داده ها را دربر دارد. عدد چهار را که در واقع همان ۴۰ است و قسمت اصلی داده ها است ساقه می گوئیم. سایر ارقام را که متصل به این ساقه هستند برگ می گوئیم و شکلی که در صفحه قبل حاصل شد نمودار ساقه و برگ می گویند. در زیر شما چند نمونه از نمودارهای ساقه و برگ را ملاحظه می کنید. مثال: بعضی از مردم نسبت به گزیدگی پشه حساس اند. محل گزیدگی در این افراد تا مدتی همراه با خارش و سوزش است که پس از مدتی این آثار برطرف می شود. در این جا بخشهای مسأله آماری، عبارتند از:

جامعه: تمام کسانی که نسبت به گزیدگی پشه حساس اند.

متغیر تصادفی: مدت زمانی که طول می کشد تا آثار حساسیت محو شود.

نمونه: برای مطالعه این مدت زمان چون تمام افراد در اختیار ما نیستند لذا تعدادی از این افراد مثلاً ۴۰ نفر آنها را مورد مطالعه قرار داده ایم. داده های حاصل از این نمونه عبارتند از: (داده ها برحسب دقیقه اندازه گیری شده اند).

۱۰/۵	۱۱/۲	۹/۹	۱۵/۰	۱۱/۴	۱۲/۷	<u>۱۶/۵</u>	۱۰/۱
۱۲/۷	۱۱/۴	۱۱/۶	۶/۲	۷/۹	۸/۳	۱۰/۹	۸/۱
<u>۳/۸</u>	۱۰/۵	۱۱/۷	۸/۴	۱۲/۵	۱۱/۲	۹/۱	۱۰/۴
۹/۱	۱۳/۴	۱۲/۳	۵/۹	۱۱/۴	۸/۸	۷/۴	۸/۶
۱۳/۶	۱۴/۷	۱۱/۵	۱۱/۵	۱۰/۹	۹/۸	۱۲/۹	۹/۹

درخت دوستی بنشان که کام دل ببار آرد ...



۰۳
۰۴
۰۵
۰۶
۰۷
۰۸
۰۹
۱۰
۱۱
۱۲
۱۳
۱۴
۱۵
۱۶

برای یکنواختی، داده‌ها را به صورت یک عدد سه رقمی می‌نویسیم، مثلاً عدد ۳/۸ را به صورت ۰۳۸ و عدد ۱۶/۵ را به صورت ۱۶۵ می‌نویسیم، اگر عددی قسمت اعشاری نداشت مثلاً به صورت ۱۲ بود آن را به صورت ۱۲۰ می‌نویسیم. با این مقدمه نمودار ساقه و برگ را به صورت روبرو تشکیل می‌دهیم. ابتدا ساقه را تشکیل می‌دهیم، ساقه را به صورت دو رقم اول داده‌ها در نظر گرفته‌ایم. بنابراین ساقه به صورت روبرو است:

حال برای تشکیل برگ‌ها، هر داده را در محل مربوطه روی ساقه قرار می‌دهیم، مثلاً مقدار ۱۱۲ (مربوط به داده ۱۱/۲) را در محل ۱۱ روی ساقه قرار می‌دهیم، و آن را به صورت ۱۱ ۲ می‌نویسیم ۱۱/۵ در همان محل و به صورت ۱۱ ۵ نوشته می‌شود. پس این دو داده اخیر در محل ۱۱ به صورت زیر نوشته می‌شوند:

۱۱ ۲۵

با ادامه این عمل برگ مربوط به اتصال ۱۱ روی ساقه به صورت زیر تکمیل می‌شود:

۱۱ ۲۲۴۴۴۵۵۵۶۷

این سطر نشان می‌دهد که ۹ داده داریم که با ۱۱ شروع می‌شوند (داده‌های

۱۱/۲، ۱۱/۲، ۱۱/۴، ۱۱/۴، ۱۱/۴، ۱۱/۵، ۱۱/۵، ۱۱/۶، ۱۱/۷)

با تکرار این عمل برای سایر مقادیر، نمودار ساقه و برگ به صورت زیر

تکمیل می‌شود:

۰۳ ۸
۰۴
۰۵ ۹
۰۶ ۲
۰۷ ۴۹
۰۸ ۱۳۴۶۸
۰۹ ۱۱۸۹۹
۱۰ ۱۴۵۵۹۹
۱۱ ۲۲۴۴۴۵۵۵۶۷
۱۲ ۳۵۷۷۹
۱۳ ۴۶
۱۴ ۷
۱۵ ۰
۱۶ ۵

کلید نمودار: $۷/۴ = ۷ \ ۴$

در یک تست انگلیسی ۸۰ سؤاله نتایج زیر توسط دانش آموزان یک کلاس بدست آمده است.

یک نمودار ساقه و برگ برای داده های زیر رسم می کنیم :

۲۵	۳۰	۳۰	۳۷	۳۸	۳۸	۴۴	۴۴	۴۴
۴۹	۵۰	۵۰	۵۶	۵۷	۶۱	۳۱	۳۱	۳۲
۳۲	۳۲	۳۵	۳۵	۳۷	۳۹	۴۰	۴۰	۴۰
۴۰	۴۱	۴۲	۴۵	۴۵	۴۶	۴۶	۴۶	۴۷
۴۷	۴۷	۴۹	۵۰	۵۰	۵۰	۵۱	۵۲	۵۲
۵۲	۵۴	۵۶	۵۶	۵۶	۵۷	۶۱	۶۴	۶۶
۶۷	۷۱	۷۸						

در اینجا برای تشکیل ساقه ها از رقم دهگان و برای تشکیل برگها از رقم یکان استفاده می کنیم،

مثلاً عدد ۷۸ را به صورت

۷ ۸

می نویسیم که ۷ روی ساقه و ۸ روی برگها قرار دارد. با این ترتیب نمودار زیر به دست می آید :

ساقه	برگ
۲	۵
۳	۰ ۰ ۱ ۱ ۲ ۲ ۲ ۵ ۵ ۷ ۷ ۸ ۸ ۹
۴	۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۲ ۴ ۴ ۴ ۵ ۵ ۶ ۶ ۶ ۷ ۷ ۷ ۹ ۹
۵	۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۲ ۲ ۲ ۴ ۶ ۶ ۶ ۶ ۶ ۷ ۷
۶	۱ ۱ ۴ ۶ ۷
۷	۱ ۸

کلید نمودار: $۵۲ = ۵ \ ۲$

برای انجام یک پروژه در کلاس دو هفته در نظر گرفته شده است. تعداد روزهایی که هر

دانش آموز صرف انجام پروژه کرده است در زیر آمده است :

۷	۷	۸	۸	۸	۸	۹	۹	۹	۹	۹
۹	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱
۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۳	۱۳
۱۴										

نمودار ساقه و برگ به این شکل خواهد بود :

۰	۷	۷	۸	۸	۸	۸				
۰	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹			
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱		

کلید نمودار: $۱۰ = ۱ \ ۰$

فکر می کنید چرا برگها در این نمودار در چند سطر آورده شده است؟

تمرین

۱- نمودار ساقه و برگ روبرو داده شده است :
- داده‌های موجود در این نمودار را بنویسید.

ساقه	برگ
۱	۰ ۳ ۳ ۴
۲	۰ ۲ ۴ ۸ ۸
۳	۲

۲- در نمودار ساقه و برگ روبرو چه اعدادی
می‌توانند در ☐ قرار گیرند ؟

ساقه	برگ
۱	۲ <input type="checkbox"/> ۵ ۶
۲	۷ ۹
۳	۲ ۴ <input type="checkbox"/>

۳- نمودار ساقه و برگ ارتفاع ۲۱۸ آتش فشان به شکل

زیر است.

۰	۲ ۵ ۶ ۶ ۶ ۷ ۸ ۹
۱	۰ ۱ ۳ ۶ ۷ ۷ ۹ ۹
۲	۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۲ ۲ ۲ ۴ ۴ ۴ ۵ ۵ ۶ ۶ ۶ ۷ ۷ ۸ ۸ ۹ ۹ ۹
۳	۰ ۱ ۱ ۲ ۲ ۴ ۴ ۵ ۵ ۵ ۵ ۶ ۶ ۶ ۷ ۸ ۹ ۹
۴	۰ ۱ ۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۳ ۳ ۳ ۴ ۴ ۴ ۶ ۷ ۸ ۸ ۹ ۹ ۹ ۹ ۹
۵	۰ ۰ ۱ ۱ ۲ ۲ ۲ ۳ ۴ ۴ ۵ ۵ ۶ ۶ ۶ ۶ ۶ ۷ ۷ ۷ ۹ ۹
۶	۰ ۰ ۱ ۱ ۴ ۴ ۵ ۵ ۶ ۶ ۶ ۶ ۷ ۷ ۷ ۸ ۸ ۹
۷	۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۴ ۵ ۵ ۵ ۶ ۷ ۸ ۸ ۹
۸	۱ ۲ ۲ ۲ ۲ ۳ ۳ ۳ ۵ ۶ ۷ ۹
۹	۰ ۰ ۰ ۱ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵ ۵ ۶ ۷ ۷ ۹
۱۰	۰ ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵ ۶ ۸ ۹
۱۱	۰ ۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۴ ۶ ۶ ۹
۱۲	۱ ۱ ۲ ۴ ۴ ۴ ۵ ۶
۱۳	۰ ۳ ۴ ۷ ۸
۱۴	۰ ۰
۱۵	۶ ۶ ۷
۱۶	۲ ۵
۱۷	۲ ۹
۱۸	۵
۱۹	۰ ۳ ۳ ۷ ۹

(سانتی متر $30 = 1$ فوت)

واحد: 100 فوت

فوت $900 = 9$

فوت $19300 = 3$

- ارتفاع بلندترین آتش فشان چه قدر است؟
 – چند آتش فشان ارتفاعی بین ۱۰۰۰۰ و ۱۲۰۰۰ فوت دارند؟
 – چند آتش فشان با ارتفاع ۴۳۰۰ فوت وجود دارد؟

۱۰	۵۰	۶۵	۳۳	۴- داده‌های روبرو، زمان صرف شده برحسب دقیقه برای رسیدن به محل کار ۲۰ کارمند را نشان می‌دهد.
۴۸	۵	۱۱	۲۳	– نمودار ساقه و برگ این داده‌ها را رسم کنید.
۳۷	۲۶	۲۶	۳۲	
۱۷	۷	۱۳	۱۹	
۲۹	۴۳	۲۱	۲۲	

۵- نمرات تست زبان دو کلاس (از ۱۰۰) در نمودار ساقه و برگ در زیر نشان داده شده است :

- کم‌ترین نمره در هر یک از کلاس‌های دختران و پسران چند است؟
 – چند نفر در کلاس دختران و چند نفر در کلاس پسران نمره بالاتر از ۶۰ کسب کرده‌اند؟
 – جدول فراوانی داده‌های فوق را با توجه به دسته‌بندی روبرو رسم کنید.

$$F \leftarrow 0 \leq X < 60$$

$$D \leftarrow 60 \leq X < 70$$

$$C \leftarrow 70 \leq X < 80$$

$$B \leftarrow 80 \leq X < 90$$

$$A \leftarrow 90 \leq X \leq 100$$

برگ	ساقه	برگ
کلاس پسران		کلاس دختران
	۲	۹
۸ ۰	۳	۴
۹ ۴	۴	۷ ۸
۹ ۱ ۰ ۰	۵	۰ ۱ ۸
۹ ۸ ۸ ۸ ۶ ۰ ۰	۶	۰ ۲ ۲ ۴ ۸ ۸ ۹
۹ ۸ ۸	۷	
۶ ۵ ۵ ۵	۸	۱ ۲ ۲ ۴ ۵ ۵ ۸ ۹
۸ ۷ ۷ ۴ ۴ ۱ ۰	۹	۳ ۴ ۴ ۴ ۷ ۷
۰	۱۰	۰ ۰

– اگر شاخص‌های A, B, C, D و F برای نتایج امتحان استفاده شود، نمودار میله‌ای را برای هر یک از کلاس‌ها رسم کنید.

– نمودار مستطیلی هر کلاس را رسم کنید.

– کدام کلاس درصد قبولی بالاتری دارد؟ (نمرات A, B, C و D قبول می‌باشند)

۶ – مربی تیم بسکتبال یک مدرسه جهت تشکیل تیم بسکتبال مدرسه، طول قد دانش‌آموزان دو کلاس را اندازه‌گیری نموده است. طول قدهای دانش‌آموزان این دو کلاس در جدول‌های زیر آمده است :

کلاس الف	کلاس ب
۱۶۳، ۱۴۰، ۱۳۷، ۱۱۹، ۱۳۴،	۱۵۴، ۱۴۳، ۱۲۶، ۱۴۲، ۱۴۴،
۱۶۰، ۱۳۱، ۱۶۸، ۱۳۵، ۱۴۷،	۱۵۷، ۱۲۸، ۱۶۶، ۱۶۵، ۱۶۴،
۱۵۱، ۱۳۳، ۱۴۶، ۱۴۴، ۱۱۶،	۱۴۷، ۱۲۸، ۱۴۰، ۱۲۹، ۱۵۶،
۱۲۹، ۱۲۵، ۱۳۷، ۱۳۷، ۱۳۰،	۱۶۹، ۱۴۶، ۱۵۵، ۱۲۲، ۱۵۹،
۱۱۷، ۱۴۷، ۱۶۹، ۱۴۲،	۱۴۴، ۱۳۳، ۱۳۱، ۱۵۸، ۱۱۲،

الف – نمودار ساقه و برگ برای هر یک از جدول‌ها را رسم کنید.

ب – کوتاه‌قدترین دانش‌آموز در کدام کلاس است؟

روشن از پرتو رویت نظری نیست که نیست ...



ج - بلندقدترین دانش‌آموز در کدام کلاس است؟
د - قد چند دانش‌آموز در کلاس الف کوتاه‌تر از 110° سانتی‌متر است؟
ه - اگر شرط عضویت در تیم بسکتبال مدرسه قد حداقل 120° سانتی‌متر باشد، چه تعداد از دانش‌آموزان هر کلاس واجد شرط عضویت در تیم بسکتبال می‌باشند؟

پروژه

به‌عنوان پروژه آماری، محمد می‌بایست یک نمونه 30° تایی از ماشین‌هایی که در یک پارکینگ در کنار یک ورزشگاه بزرگ پارک شده بودند انتخاب نموده و نام ماشین و سال ماشین را به‌دست آورد.

الف - اگر در این پارکینگ 950° ماشین پارک شده باشد، توضیح دهید که محمد با استفاده از اعداد تصادفی چگونه می‌تواند نمونه خود را انتخاب کند.

ب - پس از این که محمد نمونه خود را انتخاب کرد، او متوجه شد که ۸ ماشین پیکان، ۷ ماشین پژو، ۵ ماشین رنو، ۳ ماشین تویوتا، ۳ ماشین فولکس، ۳ ماشین دوو و یک ماشین بنز بود. جدول فراوانی داده‌های به‌دست‌آمده را تشکیل دهید و نمودار میله‌ای آن را رسم کنید.

- نمودار دایره‌ای این نمونه را بر اساس درصد فراوانی ماشین‌ها رسم کنید.

- در قسمت ب، چه نوع متغیری داریم؟ آیا می‌توانیم برای این متغیر نمودار مستطیلی رسم کنیم؟

- سال ماشین‌ها چه نوع متغیری است؟ آیا می‌توان برای این متغیر نمودار مستطیلی رسم کرد؟

رسم نمودارها با استفاده از MINITAB



در این بخش چگونگی رسم نمودار میله‌ای، مستطیلی، دایره‌ای و ساقه و برگ را خواهید آموخت.

نمودار دایره‌ای و نمودار میله‌ای

مثال ۱: جدول فراوانی رشته‌های تحصیلی ۲۵ دانشجو در دست است.

با استفاده از MINITAB نمودار میله‌ای و دایره‌ای این اطلاعات را رسم کنید.

حل: اگر از MINITAB WINDOWS استفاده می‌کنید مراحل زیر را دنبال کنید:

رشته تحصیلی	تعداد دانشجویان
اقتصاد	۶
ریاضی	۳
فیزیک	۶
شیمی	۲
ادبیات	۸

قدم اول: رشته‌های تحصیلی و فراوانی دانشجویان هر رشته را در ستون‌های C۱ و C۲ وارد کنید.

قدم دوم: روی GRAPH در لیست انتخاب کلیک کنید.

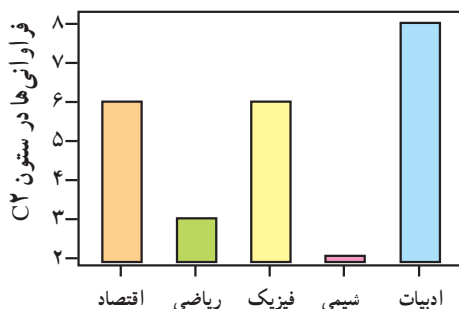
قدم سوم: روی CHART کلیک کنید.

قدم چهارم: در کادر، زیر Y، تایپ کنید C2 و زیر X، تایپ کنید C1
قدم پنجم: روی OK کلیک کنید.

اگر از فرمان‌های زبانی MINITAB استفاده می‌کنید، ابتدا رشته‌های تحصیلی و فراوانی دانشجویان را در ستون‌های C1 و C2 با استفاده از فرمان SET وارد کنید. توجه داشته باشید برای وارد کردن رشته‌ها باید از فرمان FORMAT استفاده کنید. سپس فرمان زیر را تایپ کنید:

MTB> CHART C2 * C1

بدون در نظر گرفتن این که از کدام طریق شما کار را به پایان رسانیده‌اید، نمودار میله‌ای زیر را خواهید داشت.



برای رسم نمودار دایره‌ای چنین عمل کنید:

قدم اول: رشته‌های تحصیلی و فراوانی دانشجویان هر رشته را در ستون‌های C1 و C2 وارد کنید.

قدم دوم: روی GRAPH در لیست انتخاب کلیک کنید.

قدم سوم: روی PIE CHART کلیک کنید.

قدم چهارم: روی CHART TABLE کلیک کنید. سپس کنار CATEGORIES IN

کادر، C1 تایپ کنید و در کنار FREQUENCIES IN کادر C2 تایپ کنید.

قدم پنجم: روی OK کلیک کنید.

اگر از فرمان‌های زبانی MINITAB استفاده می‌کنید ابتدا رشته‌های تحصیلی و فراوانی

دانشجویان را در ستون‌های C1 و C2 وارد کنید. سپس فرمان‌های زیر را تایپ کنید.

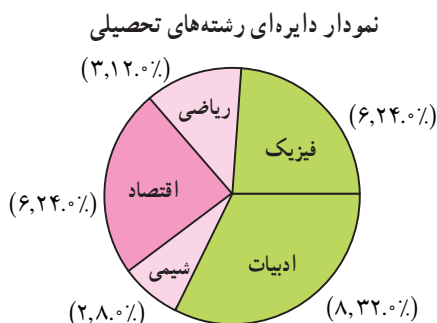
MTB> %PIE C1 ;

SUBC> COUNTS C2 .

اولین فرمان از MINITAB می‌خواهد نمودار دایره‌ای برای رشته‌های موجود در ستون C1

رسم کند و زیر فرمان COUNTS فراوانی هر یک از رشته‌ها را که در ستون C2 آمده است ارائه می‌دهد.

بدون در نظر گرفتن این که شما از چه روشی کار را به پایان رسانیده‌اید، نمودار دایره‌ای زیر رسم می‌شود.



نمودار مستطیلی

مثال ۲: در جدول زیر قد 30° بازیکن بسکتبال به طور تصادفی انتخاب شده‌اند (برحسب اینچ، ۱ اینچ = $\frac{2}{5}$ سانتی متر است) آمده است.

۸۱	۸۴	۷۹	۷۶	۷۳	۷۴	۷۷	۸۲
۷۵	۸۱	۷۶	۷۶	۸۰	۸۲	۷۸	۷۲
۸۰	۸۳	۸۰	۷۷	۷۸	۷۸	۷۹	۸۴
۷۳	۸۶	۸۳	۷۹	۸۳	۷۹		

جدول فراوانی داده‌ها با فرض داشتن ۵ دسته به شکل زیر خواهد بود.

مرکز داده‌ها	f	قد برحسب اینچ
۷۳/۵	۴	۷۲-۷۵
۷۶/۵	۶	۷۵-۷۸
۷۹/۵	۱۰	۷۸-۸۱
۸۲/۵	۷	۸۱-۸۴
۸۵/۵	۳	۸۴-۸۷

طول دسته‌ها = ۳

برای رسم نمودار مستطیلی داده‌های فوق با استفاده از MINITAB چنین عمل کنید :

قدم اول: داده‌ها را در ستون C۱ وارد کنید.

قدم دوم: روی GRAPH در لیست انتخاب، کلیک کنید.

قدم سوم: روی HISTOGRAM کلیک کنید.

قدم چهارم: C1 را در کادر، زیر X تایپ کنید.

قدم پنجم: روی OPTION در پایین این پنجره کلیک کنید.

قدم ششم: روی دایره‌ای که در کنار MID POINT زیر TYPE OF INTERVALS قرار دارد کلیک کنید. سپس روی دایره که در کنار DEFINITION OF MIDPOINT/CUT POINT POSITION قرار دارد کلیک کنید. سپس در کادری که در کنار MIDPOINT / CUT POINT POSITION قرار دارد تایپ کنید:

73.5:85.5/3. توجه داشته باشید که ۷۳/۵ مرکز دسته اول و ۸۵/۵ مرکز دسته آخر و ۳ طول دسته‌ها می‌باشد.

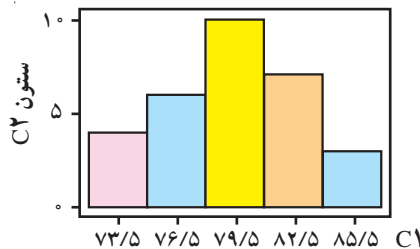
قدم هفتم: روی OK در پایین صفحه کلیک کنید. سپس مجدداً روی OK کلیک کنید. نمودار مستطیلی ظاهر می‌شود.

اگر از فرمان‌های زبانی MINITAB استفاده می‌کنید، مرکز دسته‌ها را در ستون C1 با استفاده از فرمان SET وارد کنید، سپس فرمان‌های زیر را تایپ کنید:

MTB > HISTOGRAM C1 ;

SUBC > MIDPOINTS 73.5:85.5/3.

توجه داشته باشید از `` و `` استفاده صحیح همان‌گونه که قبلاً توضیح داده شد، استفاده شود. بدون توجه به روش استفاده شده، نمودار مستطیلی زیر رسم خواهد شد:



در مثال بالا دسته‌ها را خودمان انتخاب کردیم. اگر می‌خواهید MINITAB خودش دسته‌ها و طول دسته‌ها را انتخاب کند در MINITAB WINDOWS قدم پنجم و ششم را اجرا نکنید و در فرمان‌های زبانی MINITAB فقط HISTOGRAM C1 تایپ کنید و زیر فرمان را تایپ نکنید.

اگر می‌خواهید نمودار چندبر فراوانی با استفاده از MINITAB WINDOWS رسم کنید، روی GRAPH در لیست انتخاب کلیک کنید و سپس HISTOGRAM را انتخاب کنید و زیر X در کادر، C۱ تایپ کنید. روی DISPLAY کلیک کنید. روی CONNECT کلیک کنید، روی OPTION در پایین کادر کلیک کنید، روی MIDPOINT/CUT POINT POSITIONS کلیک کنید، در کادر 73.5:85.5/3 تایپ کنید و در پایان روی OK دوبار کلیک کنید. MINITAB چندبر فراوانی را رسم خواهد کرد.

اگر از فرمان‌های زبانی MINITAB استفاده می‌کنید، فرمان‌های زیر را تایپ کنید :

```
MTB > HISTOGRAM C1 ;
SUBC > MIDPOINTS 73.5:85.5/3 ;
SUBC > CONNECT.
```

نمایش نمودار ساقه و برگ

نمرات زبان ۳۰ دانش‌آموز در یک مؤسسه زبان (از ۱۰۰ نمره) به‌قرار زیر است :

۷۵ ، ۵۲ ، ۸۰ ، ۹۶ ، ۶۵ ، ۷۹ ، ۷۱ ، ۸۷ ، ۹۳ ، ۹۵
 ۶۹ ، ۷۲ ، ۸۱ ، ۶۱ ، ۷۶ ، ۸۶ ، ۷۹ ، ۶۸ ، ۵۰ ، ۹۲
 ۸۳ ، ۸۴ ، ۷۷ ، ۶۴ ، ۷۱ ، ۸۷ ، ۷۲ ، ۹۲ ، ۵۷ ، ۹۸

برای نمایش نمودار ساقه و برگ این ۳۰ دانش‌آموز با استفاده از MINITAB WINDOWS مراحل زیر را انجام دهید :

قدم اول: داده‌ها را در ستون C۱ وارد کنید.

قدم دوم: روی GRAPH در لیست انتخاب کلیک کنید.

قدم سوم: روی CHARACTER GRAPHS کلیک کنید.

قدم چهارم: روی STEM - AND - LEAF کلیک کنید.

قدم پنجم: C۱ را در کادر زیر Variable و ۱۰ را در کادر در کنار Increment تایپ کنید.

قدم ششم: روی OK کلیک کنید. نمودار ساقه و برگ نمایش داده خواهد شد.

اگر شما از فرمان‌های زبانی MINITAB استفاده می‌کنید ابتدا داده‌ها را با استفاده از فرمان SET در C۱ وارد کنید و سپس فرمان‌های زیر را تایپ کنید :

```
MTB > STEM - AND - LEAF C1;
SUBC > INCREMENT = 10.
```

در زیر فرمان INCREMENT ، ۱۰ فاصله بین دو ساقه متوالی در نمودار را نشان می‌دهد.

بدون در نظر گرفتن روش کار، نمودار ساقه و برگ زیر نمایش داده می‌شود :

STEM – AND – LEAF OF C1 N = 30

LEAF UNIT = 1.0

3 5 0 2 7

8 6 1 4 5 8 9

(9) 7 1 1 2 2 5 6 7 9 9

13 8 0 1 3 4 6 7 7

6 9 2 2 3 5 6 8

در این نمایش $N = 30$ تعداد داده‌ها را نشان می‌دهد. LEAF UNIT = 1.0 نشان می‌دهد که $^{\circ} . ^{\circ}$ ، علامت اعشاری، پس از اولین رقم بعد از برگ قرار می‌گیرد به طور مثال اولین عدد در این نمودار $50^{\circ} . ^{\circ}$ و دومین عدد $52^{\circ} . ^{\circ}$... خواهد بود. اگر Leaf Unit = 0.01 باشد، اولین عدد 5.0 و دومین عدد 5.2 و سومین عدد 5.7 ... خواهد بود.

از طرف دیگر اگر LEAF UNIT = 10 باشد، اولین عدد 50° ، دومین عدد 52° و سومین عدد 57° ... خواهند بود. عددی که داخل پرانتز در ستون اول، MINITAB چاپ می‌کند (در این جا ۹) نشان‌دهنده ردیفی است که میانه در آن قرار دارد. عدد ۹ نشان‌دهنده تعداد برگ‌های ساقه در این ردیف می‌باشد. اعداد بالا و پایین این عدد فراوانی تجمعی دسته‌های قبل و بعد از این دسته را نشان می‌دهند.



تمرین

۱- فرض کنید از ۵۰ دانش‌آموز دبیرستانی پرسیده شده است که سال چندم هستند. جدول زیر نتیجه این بررسی را نشان می‌دهد.

اول	سوم	اول	اول	سوم	پیش‌دانشگاهی	دوم	اول
دوم	دوم	دوم	اول	دوم	دوم	اول	اول
پیش‌دانشگاهی	سوم	دوم	اول	اول	پیش‌دانشگاهی	سوم	سوم
سوم	سوم	پیش‌دانشگاهی	سوم	اول	دوم	پیش‌دانشگاهی	پیش‌دانشگاهی
سوم	دوم	پیش‌دانشگاهی	اول	اول	پیش‌دانشگاهی	اول	اول
اول	دوم	پیش‌دانشگاهی	اول	سوم	سوم	پیش‌دانشگاهی	پیش‌دانشگاهی
پیش‌دانشگاهی	دوم	پیش‌دانشگاهی	سوم	دوم	پیش‌دانشگاهی	پیش‌دانشگاهی	پیش‌دانشگاهی

— جدول فراوانی این داده‌ها را تشکیل دهید.

— نمودار میله‌ای و دایره‌ای این داده‌ها را رسم کنید. (با استفاده از MINITAB)

۲- داده‌های زیر وزن ۲۰ بسته پستی را برحسب کیلوگرم که در هفته گذشته از یکی از

شعبه‌های اداره پست، ارسال شده‌اند نشان می‌دهد.

۱/۸	۷/۵	۸/۲	۳/۴	۵/۱	۹/۳	۱/۹	۲/۵
۷/۳	۵/۸	۶/۲	۸/۶	۲/۰	۶/۳	۸/۵	۰/۷
۳/۸	۷/۳	۵/۲	۳/۷				

— با استفاده از MINITAB، نمودار ساقه و برگ این داده‌ها را با در نظر گرفتن

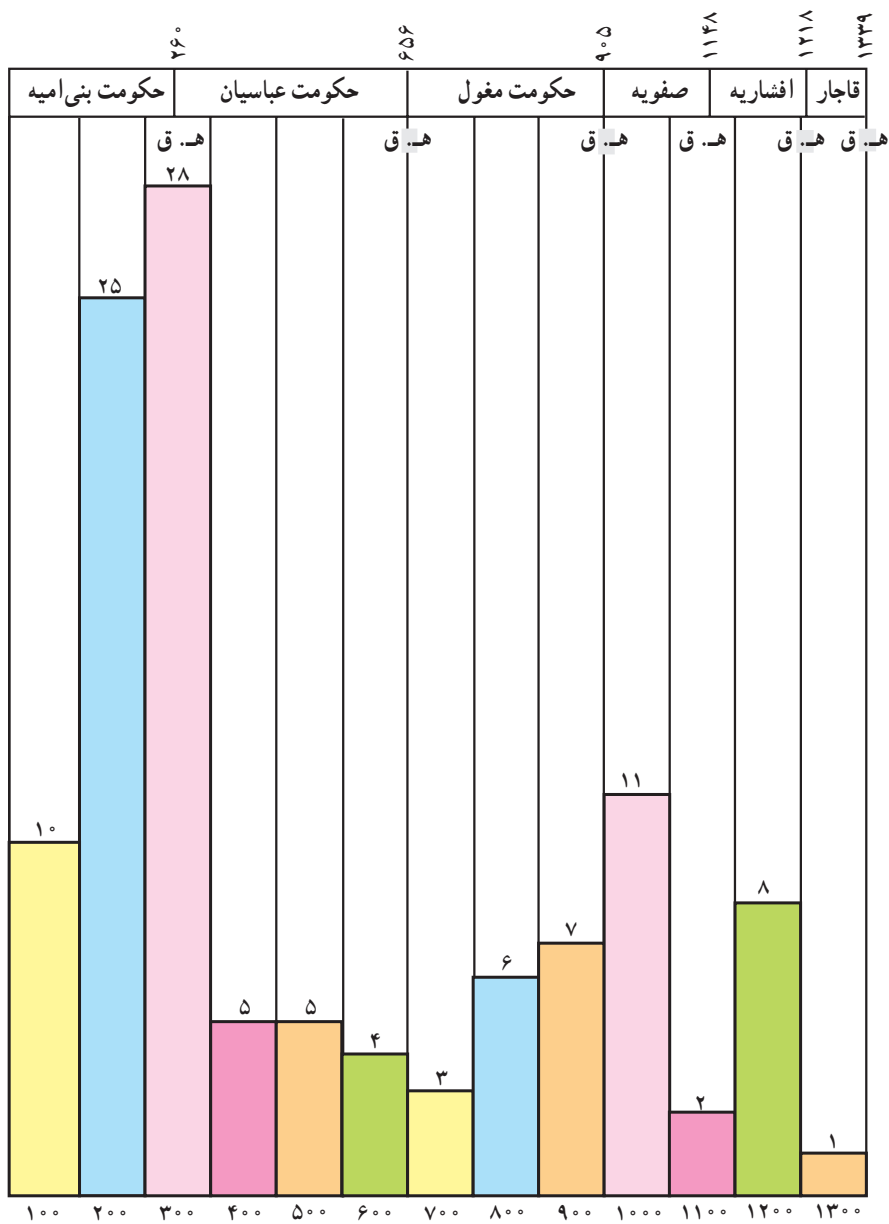
$INCREMENT = 1.0$ رسم کنید. مقادیر برگ‌ها را مشاهده کنید.

۳- داده‌های زیر تعداد صفحه کلیدهای جمع‌شده را در یک شرکت الکترونیکی نشان می‌دهد.

۴۵	۵۲	۴۸	۴۱	۵۶	۴۶	۴۴	۴۲	۴۸
۵۳	۵۱	۵۳	۵۱	۴۸	۴۶	۴۳	۵۲	۵۰
۵۴	۴۷	۴۴	۴۷	۵۰	۴۹	۵۲		

— جدول فراوانی این داده‌ها را با داشتن ۴ دسته تشکیل دهید.

— نمودار مستطیلی و چندبر فراوانی این داده‌ها را با استفاده از MINITAB رسم کنید.



نقل از: نگارنامه تاریخی و
زندگی نامه دانشمندان ریاضی و
نجوم ایران در دوره اسلام

نمودار تعداد دانشمندان ریاضی و
نجوم ایران در هر صد سال از قرن اول
هجری تا پایان قرن ۱۳ ه. ق