

دینامیک



فصل



دینامیک

نگاهی به فصل: قانون‌های نیوتون از جمله قانون‌های اساسی و بنیادی در دانش فیزیک به‌شمار می‌روند. این قانون‌ها، کاربردهای گسترده‌ای در فناوری و غالب رشته‌های مهندسی دارند. در صنعت، امور ساختمانی، دریانوردی، فضانوردی و...، اصول حاکم بر پدیده‌ها از قانون‌های نیوتون پیروی می‌کنند.

شما در فیزیک ۲ و آزمایشگاه، با قانون‌های نیوتون آشنا شدید و دیدید که چگونه می‌توان آنها را برای حل مسئله‌های دینامیک در یک بُعد به‌کار برد. در این فصل، پس از یادآوری این قانون‌ها، کاربرد آنها را در حل مسئله‌ها، در دینامیک دوبعدی، بررسی می‌کنیم.

۱-۲- قانون‌های نیوتون

قانون اول نیوتون: «هر جسمی، حالت سکون یا حرکت یکنواخت خود را روی خط راست حفظ می‌کند، مگر آنکه تحت تأثیر نیرو یا نیروهایی، مجبور به تغییر آن حالت شود.»

قانون دوم نیوتون: «نیروی برآیند وارد بر جسم برابر است با حاصل ضرب جرم جسم در شتاب

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad \text{آن. یعنی:}$$

به عبارت دیگر شتاب یک جسم در همان جهت نیروی برآیند وارد بر آن است و با نیروی برآیند تقسیم بر جرم جسم برابر است:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (1-2)$$

توجه کنید در رابطه بالا، \vec{F} برآیند نیروهای وارد بر جسم است که معمولاً به صورت $\sum \vec{F}$ نیز نوشته می‌شود.

قانون سوم نیوتون: «هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول

نیروی هم اندازه، هم راستا و در خلاف سوی آن وارد می‌کند.»
همچنین، در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که نیرویی که جسم اول وارد می‌کند، «کش» و نیرویی که جسم دوم وارد می‌کند «واکش» نام دارد. این دو نیرو همواره هم اندازه، هم راستا و در سوی مخالف یکدیگرند که هر یک بر دیگری وارد می‌کند.

تمرین ۱-۲

با مراجعه به آنچه در فیزیک (۲) و آزمایشگاه خوانده‌اید، جمله‌های زیر را کامل کنید.

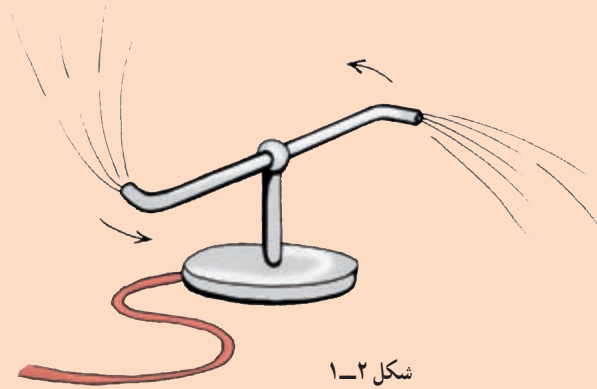
- ۱- تغییر بردار سرعت بر اثر است.
- ۲- اگر در اثر اعمال نیرو، جسم ساکنی به حرکت درآید، در شروع حرکت بردارهای سرعت و هم‌جهت‌اند.
- ۳- در مسیر خمیده بردارهای سرعت و نیرو
- ۴- اگر جسمی بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی هم‌راستا و هم‌سو با سرعت حرکت آن وارد شود، حرکت جسم خواهد شد.
- ۵- در صورتی که جسم بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی در خلاف جهت سرعت اعمال شود، حرکت جسم خواهد شد.

تمرین ۲-۲

توضیح دهید چرا هنگامی که :

- ۱- با پا به دیواری ضربه می‌زنید، پای شما درد می‌گیرد؟
- ۲- قایقران پارو می‌زند، قایق در آب حرکت می‌کند؟
- ۳- چمدان را از زمین بلند می‌کنید، دست شما به طرف پایین کشیده می‌شود؟

۴- آب از فواره مطابق شکل ۱-۲ خارج می‌شود و فواره می‌چرخد؟



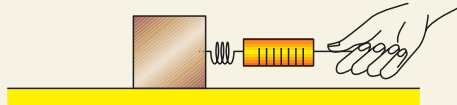
فعالیت ۱-۲

در شکل ۲-۲ تصویر موشکی در حال پرتاب را مشاهده می‌کنید. براساس قانون سوم نیوتون چگونگی حرکت آن را شرح دهید.



مثال ۱-۲

صندوقی به جرم 1 kg روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی 0.4 و ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 قرار دارد. مطابق شکل ۲-۳ الف نیروی سنجی به صندوق وصل می‌کنیم و آن را می‌کشیم.



شکل ۲-۳ الف

الف) نخست با نیرویی برابر با 2 N صندوق را می‌کشیم. آیا صندوق شروع به حرکت می‌کند؟ در این حالت، نیروی اصطکاک بین صندوق و سطح چه مقدار است؟
ب) نیروی وارد بر صندوق را به 6 N می‌رسانیم. در این حالت، نیروی اصطکاک چه مقدار است؟ شتاب حرکت صندوق را در این حالت حساب کنید.

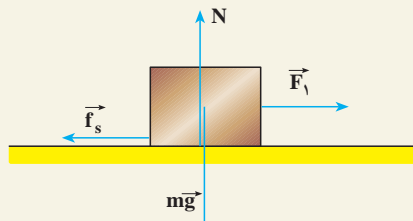
پاسخ

الف) در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم، برای آنکه جسمی به حرکت درآید باید نیروی وارد بر آن از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بیشتر باشد.
بنابراین، ابتدا نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (بیشینه نیروی اصطکاک) را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{s\max} = \mu_s N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg = 10 \times 10 = 100\text{ N}$$

$$f_{s\max} = 0.4 \times 100 = 40\text{ N}$$



شکل ۲-۳ ب

در این حالت، چون نیروی وارد شده کمتر از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت است، صندوق ساکن می ماند و در نتیجه، شتاب حرکت آن صفر است. بنابر قانون دوم نیوتون داریم :

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_1 - f_s = ma = 0$$

$$f_s = 20 \text{ N}$$

ب) در این حالت، چون نیروی وارد شده بیشتر از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت است، جسم حرکت می کند و نیروی اصطکاک، جنبشی است و با استفاده از رابطه $f_k = \mu_k N$ محاسبه می شود.

$$f_k = 0.2 \times 100 = 20 \text{ N}$$

برای محاسبه شتاب حرکت، قانون دوم نیوتون را می نویسیم :

$$F - f_k = ma$$

$$60 - 20 = 10a$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

فعالیت ۲-۲

جسمی را روی سطح افقی قرار دهید و آن را با یک نیروی افقی بکشید و به تدریج نیروی کشش را افزایش دهید تا این که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد و سپس حرکت کند. حال، به طور کیفی، نمودار تغییر نیروی اصطکاک را، برحسب نیروی کشش، رسم کنید.

۲-۲-۲ چگونگی استفاده از قانون های نیوتون در حرکت یک جسم

در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که برای حل مسئله های دینامیک یک بعدی چه نکاتی را باید در نظر بگیریم. اکنون برای حل مسئله های دینامیک دوبعدی این نکات را یادآوری و تکمیل می کنیم :

۱- شکل ساده ای از جسم و تکیه گاه آن رسم می کنیم.

۲- نیروهایی را که اجسام دیگر بر جسم وارد می کنند، روی شکل مشخص می کنیم.

۳- دستگاه محورهای مختصات مناسب انتخاب می کنیم. (ضمن حل مسئله، با نحوه انتخاب

دستگاه مختصات مناسب نیز آشنا خواهیم شد.)

۴- نیروها را روی محورهای مختصات تجزیه می‌کنیم؛ یعنی، مؤلفه‌های هر نیرو را روی محورها تعیین می‌کنیم.

۵- با نوشتن قانون دوم نیوتون روی هریک از محورها، شتاب حرکت جسم را روی هر محور محاسبه می‌کنیم؛ به عبارت دیگر، مؤلفه‌های نیرو را روی هر محور به‌طور جداگانه، به صورت $F_x = ma_x$ و $F_y = ma_y$ می‌نویسیم.

۶- هرگاه چند جسم به هم متصل باشند، در صورتی که شتاب‌های حرکت آنها یکسان باشند، مجموعه را می‌توانیم به‌عنوان یک دستگاه (با جرمی برابر مجموع جرم‌ها) در نظر بگیریم و قانون دوم را برای آن بنویسیم.

نحوه استفاده از قانون‌های نیوتون در مثال‌های زیر نشان داده شده است.

مثال ۲-۲

جسمی به جرم $m = 12 \text{ kg}$ را با طنابی که جرم آن ناچیز است، مطابق شکل ۲-۴ الف می‌آویزیم. نیروهای وارد بر جسم را تعیین کنید و مقدار هریک را به دست آورید.

پاسخ

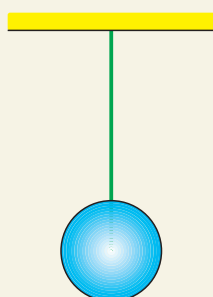
نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند از :

نیروی وزن، که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود و نیرویی که از طرف طناب به جسم وارد می‌شود. چون جسم ساکن است، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد؛ در نتیجه باید از طرف طناب، نیرویی در امتداد قائم و رو به بالا بر جسم اعمال شود. این نیرو را نیروی کشش طناب (نخ) می‌نامند که آن را با \vec{T} نمایش می‌دهیم.

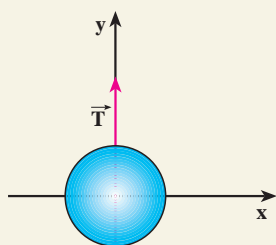
نیروهای وارد بر جسم، در راستای محور y اند و در شکل

۲-۴ ب نشان داده شده‌اند. بنابر قانون دوم نیوتون داریم :

$$T - mg = ma$$



شکل ۲-۴ الف



شکل ۲-۴ ب

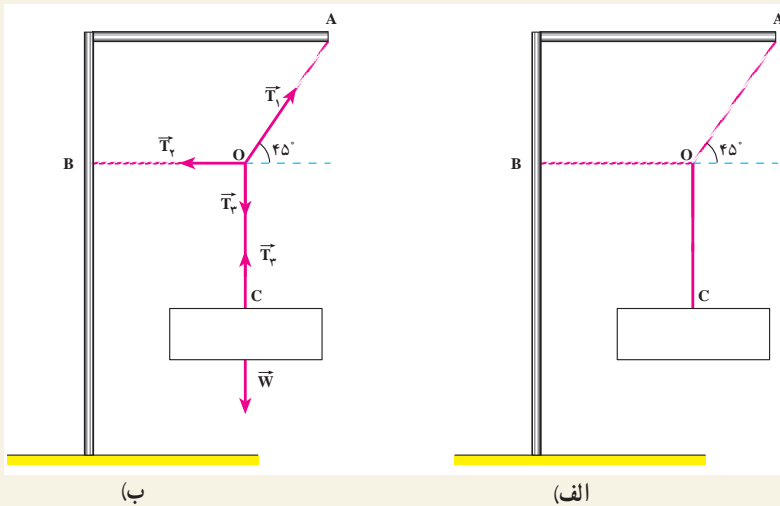
چون $a = 0$ ، داریم:

$$T = mg = 12 \times 10 = 120 \text{ N}$$

در هر نقطه از طناب کشیده شده، نیرویی از طرف یک بخش بر بخش دیگر وارد می‌شود. نیروی کشش طناب در هر نقطه برابر نیرویی است که در صورت پاره شدن طناب در آن نقطه، باید وارد کنیم تا وضعیت اولیه آن حفظ شود؛ یعنی، اگر جسم ساکن بوده با جای‌گزینی این نیرو در آن نقطه هم‌چنان ساکن بماند و اگر در حرکت بوده با همان حالت قبل از پاره شدن حرکت کند.

مثال ۲-۳

یک تابلوی تبلیغاتی مطابق شکل ۲-۵ الف از پایه‌ای آویزان است. اگر وزن تابلو 120 N باشد، کشش طناب‌های OA و OB را محاسبه کنید. (از وزن طناب‌ها چشم‌پوشی کنید.)



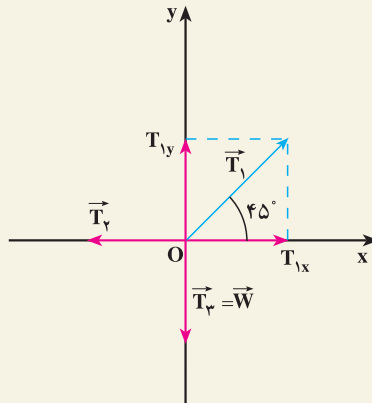
شکل ۲-۵

پاسخ

در شکل ۲-۵ ب نیروهای وارد بر گره O و تابلو نشان داده شده‌اند. قانون دوم

نیوتون را برای گره O می نویسیم. نیروهای وارد بر گره عبارت اند از :

\vec{T}_1 نیروی کشش طناب در امتداد OA، \vec{T}_2 نیروی کشش طناب در امتداد OB و \vec{T}_3 نیروی کشش در امتداد OC داریم: $T_2 = W$ (چرا؟). با انتخاب دستگاه محوره‌ای مختصات مناسب مطابق شکل ۵-۲ پ نیروها را روی محوره‌ای مختصات تصویر می کنیم.



شکل ۵-۲ پ

چون گره در حال سکون است، داریم :

$$F_x = 0 \Rightarrow T_{1x} - T_2 = 0$$

$$F_y = 0 \Rightarrow T_{1y} - W = 0$$

$$T_{1y} = T_1 \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} T_1 \quad \text{و} \quad T_{1x} = T_1 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} T_1$$

با جایگزینی مقادیر T_{1y} و T_{1x} در معادله‌های بالا داریم :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} T_1 - T_2 = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} T_1 - 120 = 0$$

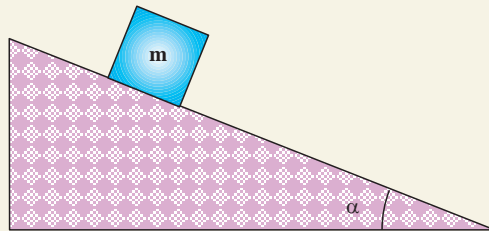
با حل این دو معادله داریم :

$$T_1 = 170 \text{ N} \quad \text{و} \quad T_2 = 120 \text{ N}$$

مثال ۲-۴

جسمی به جرم m را روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه α می‌سازد، قرار می‌دهیم:

الف) شتاب حرکت جسم و نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه کنید (در این قسمت اصطکاک را نادیده بگیرید).

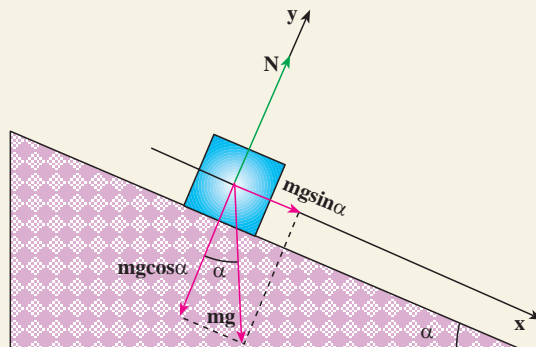


شکل ۲-۶-الف

ب) اگر بر اثر نیروی اصطکاک، جسم روی سطح ساکن بایستد، نیروی اصطکاک چه مقدار خواهد بود. آن را محاسبه کنید.

پاسخ

الف) ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم در امتداد سطح شیب‌دار حرکت می‌کند. محور x را در راستای سطح شیب‌دار و در جهت حرکت و محور y را عمود بر آن سطح انتخاب می‌کنیم.



شکل ۲-۶-ب

مؤلفه‌های وزن روی محورهای x و y به ترتیب عبارت‌اند از :

$$mg \cos \alpha \text{ و } mg \sin \alpha$$

با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای محور x داریم :

$$F_x = mg \sin \alpha = ma$$

$$a = g \sin \alpha$$

چون جسم در راستای محور y حرکت ندارد :

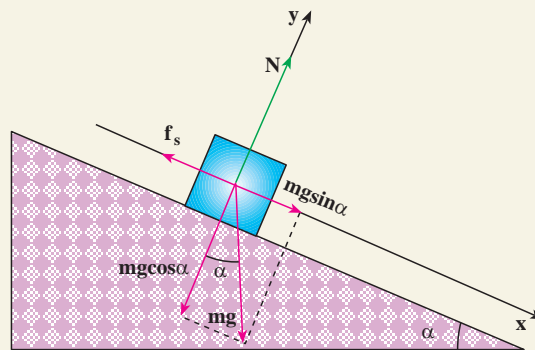
$$F_y = 0$$

$$N - mg \cos \alpha = 0$$

و در نتیجه :

$$N = mg \cos \alpha$$

ب) نمودار نیروهای وارد بر جسم در شکل ۷-۲ نشان داده شده است. چون جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است :



شکل ۷-۲

$$F_x = 0$$

$$mg \sin \alpha - f_s = 0$$

و از آنجا داریم :

$$f_s = mg \sin \alpha$$

تمرین ۳-۲

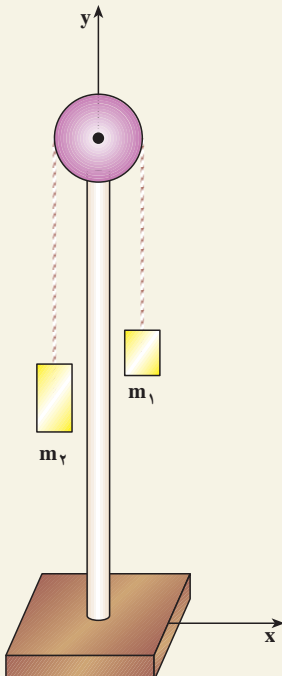
توضیح دهید که آیا می‌توان با استفاده از مثال ۲-۴ ب ضریب اصطکاک ایستایی جسم و سطح را محاسبه کرد.

فعالیت ۳-۲

آزمایشی برای تعیین ضریب اصطکاک ایستایی سطح‌های مختلف با استفاده از سطح شیب‌دار طراحی کنید.

مثال ۵-۲

قرقره‌ای را مطابق شکل ۲-۸ الف بر روی پایه‌ای نصب می‌کنیم. دو وزنه وصل می‌کنیم و نخ را از شیار قرقره می‌گذرانیم. شتاب حرکت وزنه‌ها و نیروی کشش نخ را محاسبه کنید. این وسیله را ماشین اتوود می‌نامند.



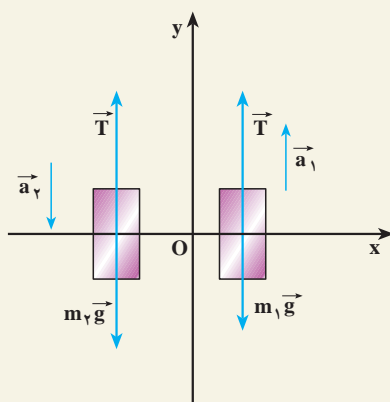
شکل ۲-۸ الف

پاسخ

نیروهای وارد بر جرم‌های m_1 و m_2 در شکل ۲-۸-ب رسم شده است. چون جرم نخ، قرقره و نیروی اصطکاک ناچیز است، کشش طناب در تمام نقطه‌های آن یکسان است؛ بنابراین، $T_1 = T_2$ و چون $m_2 > m_1$ است، m_2 به طرف پایین و m_1 به طرف بالا حرکت می‌کند. در این صورت، شتاب حرکت m_2 در خلاف جهت محور y و m_1 در جهت محور y خواهد بود؛ پس:

$$T - m_1 g = m_1 a_1 \quad (۱)$$

$$T - m_2 g = -m_2 a_2 \quad (۲)$$



شکل ۲-۸-ب

چون بزرگی جابه‌جایی وزنه‌ها یکسان است: $a_1 = -a_2 = a$

با جایگزینی مقادیر m_1 و m_2 در رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$T - ۱ \times ۱۰ = +۱a$$

$$T - ۱۵ \times ۱۰ = -۱۵a$$

با حلّ این معادله‌ها داریم:

$$a = ۲ \text{ m/s}^2 \text{ و } T = ۱۲ \text{ N}$$

۲-۳- تکانه (اندازه حرکت)

در شکل ۹-۲ یک خودروی سواری و یک کامیون مجاور هم با سرعت یکسان در حرکت اند. خودرو و کامیون با نزدیک شدن به چراغ قرمز، باید پس از طی مسافت 50 m متوقف شوند. به نظر شما، نیروی لازم برای متوقف کردن کدام یک از آنها با شتاب ثابت، بیشتر است؟ برای بررسی دقیق تر،



شکل ۹-۲

فرض کنید جرم کامیون 10^4 تن و جرم خودروی سواری 1 تن باشد و هر یک با سرعت 20 m/s در حرکت باشند. شتاب حرکت کندشونده برای کامیون و خودروی سواری، در این جابه جایی، برابر است با :

$$|a_1| = |a_2| = \left| \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} \right| = \frac{400}{2 \times 50} = 4\text{ m/s}^2$$

نیروی لازم برای توقف کامیون برابر است با :

$$F_1 = m_1 a = 10000 \times 4 = 4 \times 10^4\text{ N}$$

و نیروی لازم برای توقف خودروی سواری برابر است با :

$$F_2 = m_2 a = 1000 \times 4 = 4 \times 10^3\text{ N}$$

نتیجه می گیریم که نیروی لازم برای متوقف کردن کامیون بیشتر از نیروی لازم برای متوقف کردن خودروی سواری است.

فعالیت ۲-۴

فرض کنید در مثال بالا، جرم خودرو و کامیون یکسان، ولی سرعت یکی 20 m/s و دیگری 15 m/s باشد. نیروی لازم برای متوقف کردن هر یک از آنها را محاسبه و با هم مقایسه کنید. نتیجه‌های این فعالیت و مثال قبل را در گروه خود، تجزیه و تحلیل و به کلاس گزارش کنید.

در مثال‌های بالا دیدیم که نیروی لازم برای متوقف کردن خودروها به جرم و سرعت آنها بستگی دارد. در فیزیک کمیتی به نام تکانه (اندازه حرکت) تعریف می‌شود که به هر دو کمیت جرم و سرعت بستگی دارد. «تکانه یک جسم، حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن است.»

تکانه را با \vec{P} نمایش می‌دهند و یکای آن کیلوگرم متر بر ثانیه (kg m/s) است؛ بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\vec{P} = m \vec{v} \quad (2-2)$$

تکانه، کمیتی برداری است. چرا؟

رابطه بین نیرو و تکانه: با به کارگیری قانون دوم نیوتون، به سادگی رابطه نیرو و تکانه به دست می‌آید. با استفاده از رابطه ۲-۱ داریم:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

چون جرم جسم، مقداری ثابت است، می‌توان نوشت:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = d \left(m \vec{v} \right)$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m \vec{v})$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (3-2)$$

یعنی، آهنگ تغییر تکانه یک جسم نسبت به زمان برابر با برآیند نیروهای وارد بر جسم

است؛ به بیان دیگر، برآیند نیروهای وارد بر جسم، مشتق تکانه آن نسبت به زمان است.
اگر در بازه زمانی Δt تغییر تکانه یک جسم $\vec{\Delta P}$ باشد، نیروی متوسط وارد بر آن از رابطه زیر

$$\vec{F} = \frac{\vec{\Delta P}}{\Delta t}$$

به دست می آید :

(۴-۲)

مثال ۲-۶

چکشی به جرم $1/5 \text{ kg}$ را با سرعت 10 m/s به سر میخی می کوبیم (شکل ۲-۱۰).
اگر زمان برخورد چکش با سر میخ 0.005 s باشد، بزرگی نیروی متوسطی که به چکش وارد می شود، چه قدر است؟

پاسخ

$$\bar{F} = \left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| = m \left| \left(\frac{v - v_0}{\Delta t} \right) \right|$$

$$\bar{F} = \left| 1/5 \frac{(0 - 10)}{0.005} \right| = 3000 \text{ N}$$



شکل ۲-۱۰

تمرین ۲-۴

دو خودروی A و B دارای مشخصات فنی متفاوت اند. جرم خودروی A برابر یک تن و جرم خودروی B برابر 800 kg است. سرعت خودروی A حداقل پس از $11/7 \text{ s}$ از صفر به 96 km/h می رسد ولی سرعت خودروی B حداقل پس از $12/1 \text{ s}$ ، همین مقدار افزایش پیدا می کند.

حداکثر برآیند نیروهای وارد بر هر یک از خودروهای A و B را حساب کنید.

نقش کیسه هوا در تصادف‌های رانندگی



شکل ۲-۱۱

حوادث ناشی از سوانح رانندگی هر روز عده‌ای را به کام مرگ می‌کشاند یا موجب آسیب‌ها و خسارت‌های فراوان می‌شود؛ از این رو، شرکت‌های خودروسازی، همواره می‌کوشند خودروهای خود را با امکانات جدیدی، به منظور کاهش ضایعات ناشی از تصادف، مجهز کنند.

جاسازی کیسه هوا در خودروها، یکی از روش‌های معمول ایجاد ایمنی است. ساز و کار این وسیله، به این صورت است که هنگام بروز حادثه که به تغییر سرعت ناگهانی خودرو می‌انجامد، بر اثر یک واکنش شیمیایی سریع، گازی در یک کیسه پلاستیکی تولید می‌شود و کیسه پر از گاز در مقابل راننده و سرنشین قرار می‌گیرد. برخورد آنها به کیسه هوا، مدت زمان تغییر سرعت یا زمان توقف آنها را بسیار طولانی‌تر می‌کند؛ در نتیجه، طبق رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ ، با افزایش Δt نیروی متوسط وارد بر سرنشینان کاهش می‌یابد و بدین ترتیب از وارد آمدن آسیب جدی به آنها جلوگیری می‌شود.

زمان توقف در برخورد با جسم سخت در حدود هزارم ثانیه است، درحالی‌که کیسه هوا، این زمان را تا چند ثانیه افزایش می‌دهد؛ از این رو، نیروی وارد بر سرنشین تا حدود یک هزارم، کاهش می‌یابد.

فعالیت ۵-۲

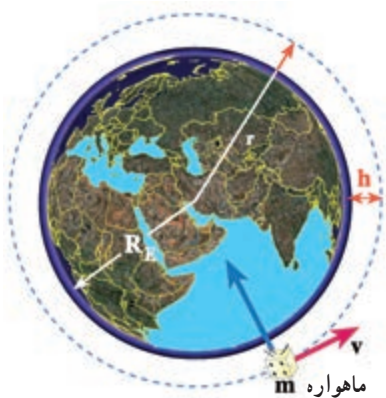
در یک مسابقه پرش با نیزه، ورزشکاری از مانع پرش با ارتفاع ۶m بدون خطا عبور می‌کند.
نقش تشک را در جلوگیری از آسیب رسیدن به ورزشکار مورد بحث و بررسی قرار دهید.



شکل ۱۲-۲

۴-۲- حرکت دایره‌ای

حرکت یک جسم در مسیر دایره‌ای، نمونه دیگری از حرکت در صفحه است. مسیر حرکت ماه و ماهواره‌ها به دور زمین و برخی سیاره‌ها به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است. در بعضی وسایل خانگی مانند لباس شویی، آب‌میوه‌گیری و... اجسام درون آنها در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر، نمونه‌هایی از حرکت اجسام بر مسیر دایره را مشاهده می‌کنید.



شکل ۲-۱۳ ب - طرحی از چرخش ماهواره امید در مدار زمین



شکل ۲-۱۳ الف - تصویری از یک قطار هوایی در پارک تفریحی

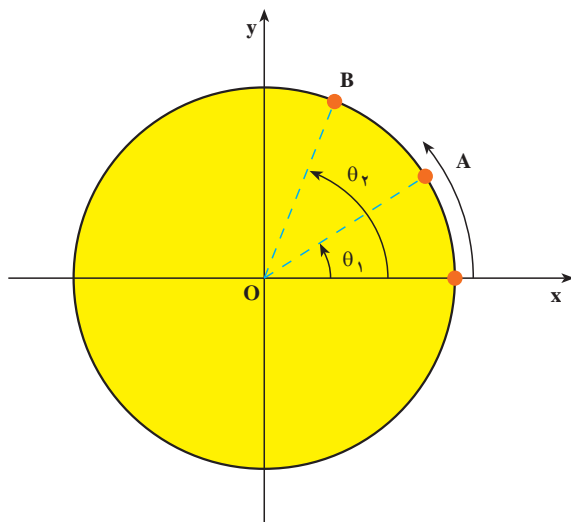


شکل ۲-۱۳ پ - تصویری از حرکت اتومبیل در شیب عرضی جاده

اکنون به بررسی حرکت دایره‌ای و دینامیک آن می‌پردازیم.
 سرعت زاویه‌ای متوسط : ذره‌ای را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌ای در جهت مخالف عقربه‌های ساعت در حرکت است (شکل ۲-۱۴). در این جا منظور از ذره، جسم کوچکی است که ابعاد آن در برابر شعاع دایره ناچیز باشد. مکان ذره را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویه θ نسبت به محور ox نمایش داد. به θ ، مکان زاویه‌ای می‌گوییم؛ بنابراین، هنگامی که ذره در نقطه A قرار دارد، مکان آن را با زاویه θ_1 و هنگامی که در نقطه B قرار دارد، مکان آن را با زاویه θ_2 نشان می‌دهیم. $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ را جابه‌جایی زاویه‌ای ذره می‌نامیم. سرعت زاویه‌ای متوسط ذره در حرکت دایره‌ای، به صورت نسبت جابه‌جایی زاویه‌ای به زمان آن تعریف می‌شود؛ یعنی :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (۵-۲)$$

یکای سرعت زاویه‌ای، رادیان بر ثانیه (rad/s) است.



شکل ۱۴-۲

مثال ۷-۲

حرکت زمین به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است، سرعت زاویه‌ای متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه کنید.

پاسخ

زمین در مدت ۳۶۵ روز، یک بار به دور خورشید می‌چرخد و در این مدت 2π رادیان طی می‌کند؛ بنابراین:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{365 \times 24 \times 3600} = \frac{2\pi}{31536000} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ (rad/s)}$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای: سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را، مانند آنچه در مورد

تعریف سرعت لحظه‌ای در فصل (۱) دیدیم، چنین تعریف می‌کنیم:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

یا :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

(۶-۲)

از این به بعد، سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را به اختصار سرعت زاویه‌ای می‌گوییم.

تمرین ۵-۲

مکان زاویه‌ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، با رابطه $\theta = 2t^2 + 6t$ بیان شده است. (t بر حسب ثانیه و θ بر حسب رادیان)
الف) سرعت زاویه‌ای متوسط ذره را بین لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ و
ب) سرعت زاویه‌ای آن را در لحظه $t_2 = 3s$ حساب کنید.

۵-۲- حرکت دایره‌ای یکنواخت

هرگاه اندازه سرعت زاویه‌ای ذره‌ای که بر روی مسیر دایره‌ای در حرکت است ثابت بماند، می‌گوییم ذره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌ای متوسط در هر بازه زمانی با سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای ذره برابر است.

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

یا :

$$\theta = \omega t + \theta_0 \quad (7-2)$$

برای بررسی حرکت دایره‌ای یکنواخت، کمیت‌های زیر را تعریف می‌کنیم :

دوره : زمانی که طول می‌کشد تا ذره روی مسیر دایره‌ای یک دور کامل طی کند، دوره نامیده می‌شود. دوره را با T نمایش می‌دهند و یکای آن ثانیه است.

بسامد : تعداد دورهای ذره را در یک ثانیه بسامد (فرکانس) می‌گویند. بسامد را با f نمایش می‌دهند. یکای بسامد $\frac{1}{s}$ یا هرتز (Hz) است.

روشن است که :

$$T = \frac{1}{f} \quad (۸-۲)$$

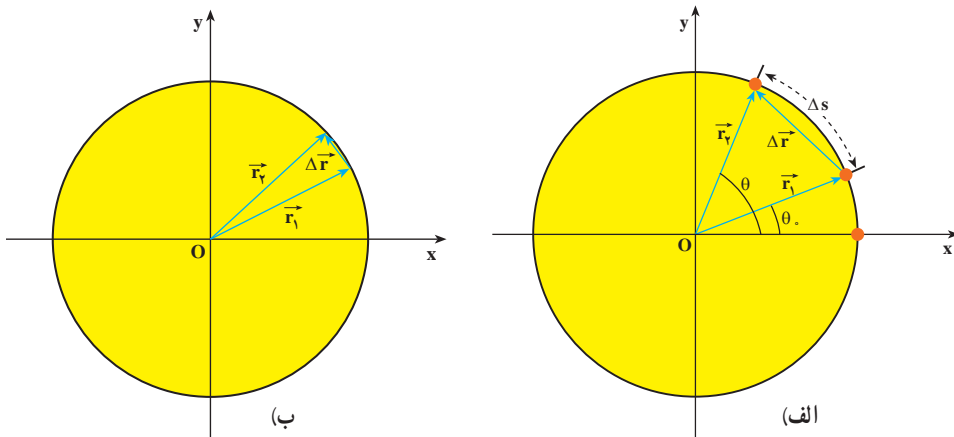
چون ذره در هر دور، 2π رادیان طی می کند، سرعت زاویه ای آن برابر است با :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (۹-۲)$$

تمرین ۲-۶

سرعت زاویه ای گردش ماه به دور زمین را محاسبه کنید (دوره گردش ماه به دور زمین را ۲۹ روز و حرکت آن را دایره ای یکنواخت فرض کنید).

سرعت خطی در حرکت دایره ای : در فصل قبل دیدید که موقعیت ذره را در صفحه می توان با بردار مکان مشخص کرد. اگر بردار مکان ذره در لحظه t_1 ، \vec{r}_1 و در لحظه t_2 ، \vec{r}_2 باشد، جابه جایی ذره در بازه زمانی $\Delta t = (t_2 - t_1)$ برابر $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ خواهد بود. ذره در این بازه زمانی کمان Δs را می پیماید (شکل ۲-۱۵ الف). اگر بازه زمانی Δt بسیار کوچک باشد، کمان Δs کوچک می شود و می توان طول کمان Δs را تقریباً با طول وتر مقابل آن یعنی $|\Delta \vec{r}|$ برابر گرفت (شکل ۲-۱۵ ب).



شکل ۲-۱۵

در فصل قبل دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می‌توان از رابطه ۱-۱ به دست آورد و بزرگی سرعت لحظه‌ای نیز با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

از آن جایی که در حالت حد، $|\Delta \vec{r}| \approx \Delta s$ داریم:

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1-2)$$

در درس ریاضی خوانده‌اید که زاویه $\Delta\theta$ بر حسب رادیان برابر است با نسبت طول کمان مقابل به آن زاویه، به شعاع دایره.

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \quad \text{یعنی:}$$

یا:

$$\Delta s = r\Delta\theta \quad (11-2)$$

بنابراین رابطه ۲-۱ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$v = r \frac{d\theta}{dt}$$

یا:

$$v = r\omega \quad (12-2)$$

در فصل (۱) دیدیم که بردار سرعت جسم، همواره مماس بر مسیر حرکت است. v را سرعت خطی متحرک نیز می‌نامند.

مثال ۲-۸

در یک شهربازی، گردونه‌ای افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌ای می‌گرداند (شکل ۲-۱۶). به طوری که هر فرد حرکت دایره‌ای یکنواختی دارد. اگر گردونه در هر ۱۰ ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر ۵m باشد، سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی هر شخص را در این گردونه محاسبه کنید.



شکل ۱۶-۲

پاسخ

دوره چرخش $T = 10\text{ s}$ است.

پس سرعت زاویه‌ای برابر است با :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$$

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بود با :

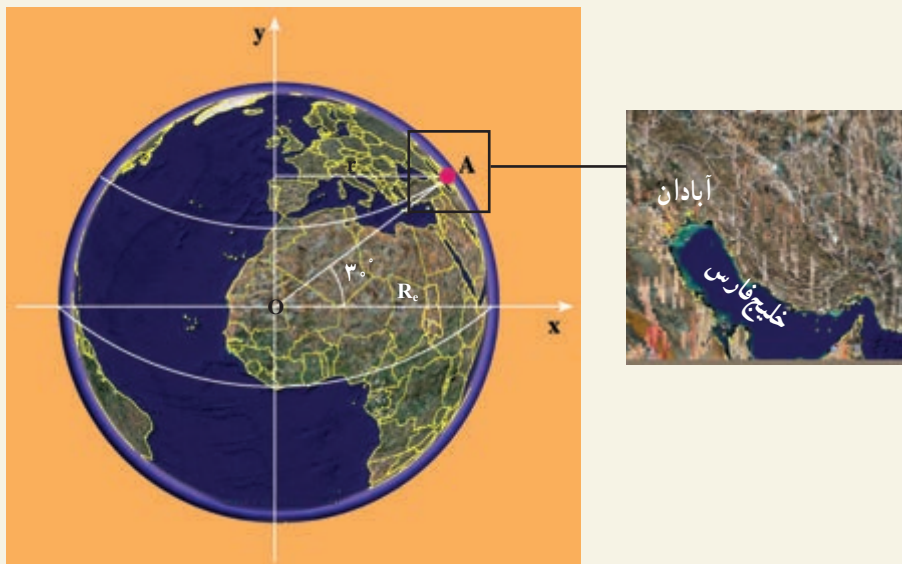
$$v = r\omega = 5 \times \frac{\pi}{5} = 3.14 \text{ m/s}$$

تمرین ۷-۲

طول عقربه‌های ساعت‌شمار، دقیقه‌شمار و ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری به ترتیب 8 cm ، 12 cm و 12 cm است. سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را محاسبه کنید.

مثال ۹-۲

شهر آبادان در مدار جغرافیایی 3° شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی شخصی را که در این شهر زندگی می‌کند حساب کنید. شعاع زمین را $R_e = 6/4 \times 10^6 \text{ m}$ بگیرید.



شکل ۱۷-۲

پاسخ

سرعت زاویه‌ای حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است (چرا؟). با توجه به اینکه دوره چرخش زمین به دور خود، ۲۴ ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌ای هر نقطه از زمین را محاسبه کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 24 \times 60 \times 60 = 86400 \text{ s}$$

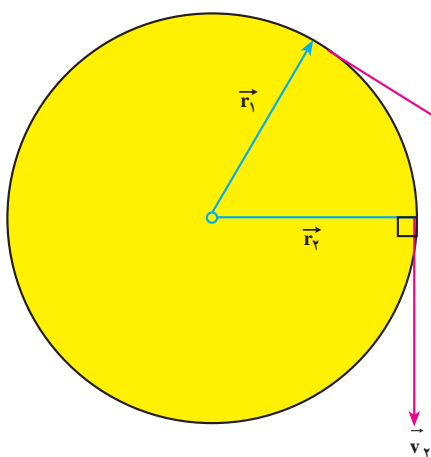
$$\omega = \frac{2\pi}{86400} = 7/27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

فاصله آبادان از محور چرخش زمین، با توجه به شکل ۱۷-۲ برابر است با :

$$r = 6/4 \times 10^6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5/54 \times 10^6 \text{ m}$$

و سرعت خطی شخص در آبادان برابر است با :

$$v = r\omega = 5/54 \times 10^6 \times 7/27 \times 10^{-5} = 402/76 \text{ m/s}$$



شکل ۱۸-۲

شتاب در حرکت دایره‌ای

یکنواخت : ذره‌ای را در نظر بگیرید که

دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت است (شکل ۱۸-۲). در فصل قبل دیدیم که بردار

سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر است.

اگر مکان ذره در لحظه t_1 و در لحظه t_2 ،

\vec{r}_1 و \vec{r}_2 باشد، بردارهای سرعت متحرک در این

نقاط به ترتیب بر \vec{r}_1 و \vec{r}_2 عمودند. بردار

$\vec{\Delta v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ در شکل ۱۹-۲ رسم شده

است. ملاحظه می‌شود با اینکه بزرگی بردار

سرعت ثابت است، به علت تغییر راستای بردار سرعت $\vec{\Delta v} \neq 0$ است. اندازه شتاب متوسط حرکت را

در این حالت می‌توان با استفاده از رابطه $|\vec{a}| = \frac{|\vec{\Delta v}|}{\Delta t}$ به دست آورد. می‌توان نشان داد، هنگامی که

Δt به سمت صفر میل می‌کند، شتاب حرکت از رابطه زیر به دست می‌آید :

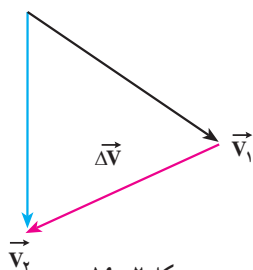
$$a = \frac{v^2}{r}$$

(۱۳-۲)

یا

$$a = r\omega^2$$

(۱۴-۲)



شکل ۱۹-۲

راستای این شتاب در راستای شعاع دایره و سوی آن به طرف مرکز است، به این علت این شتاب را شتاب مرکز گرا گویند.

تمرین ۸-۲

شتاب مرکزگرای ماه به دور زمین را محاسبه کنید.
فاصله ماه از زمین $m \times 10^8 \times \frac{3}{8}$ و دوره ماه را ۲۹ روز فرض کنید.

مثال ۱۰-۲

خودرویی پیچ جاده‌ای به شعاع 200 m را با سرعت ثابت 20 m/s می‌پیماید. شتاب مرکزگرای این خودرو را محاسبه کنید.

$$a = \frac{v^2}{r}$$

پاسخ

$$a = \frac{400}{200} = 2\text{ m/s}^2$$

۶-۲- دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

در بخش ۵-۲ دیدیم که در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنابر قانون دوم نیوتون نیرو و شتاب هم‌جهت‌اند، در نتیجه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع و به سوی مرکز است. از این رو برآیند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شوند، نیروی مرکزگرا می‌نامند.

با توجه به رابطه‌های ۱۳-۲ و ۱۴-۲ قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به صورت

زیر بیان می‌شود:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

(۱۵-۲ الف)

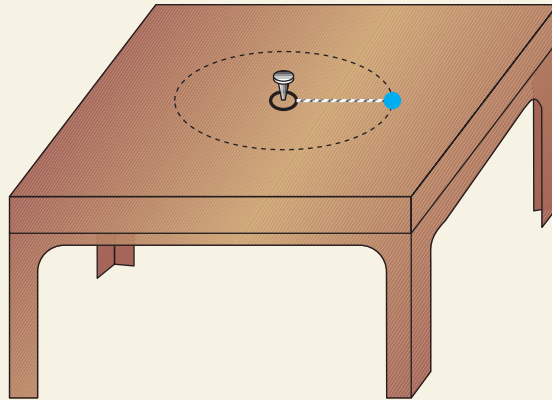
$$F = mr\omega^2$$

(۱۵-۲ ب)

در این رابطه، F بزرگی برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع دایره است.

مثال ۲-۱۱

مهره‌ای به جرم 20 g را به نخ می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقه کوچکی وصل می‌کنیم. سپس حلقه را مطابق شکل ۲-۲۰ الف با میخ کوتاهی در وسط یک میز ثابت می‌کنیم. نیروی اصطکاک مهره با میز ناچیز است.



شکل ۲-۲۰ الف

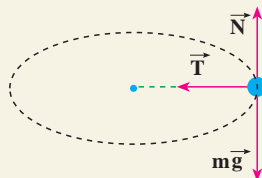
فاصله مهره از میخ 25 cm است، با یک ضربه که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌ای به حرکت درمی‌آوریم. نیروهای وارد بر مهره را با رسم شکل مشخص کنید. اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، بزرگی نیروی کشش نخ را محاسبه کنید.

پاسخ

نیروهای وارد بر مهره در شکل ۲-۲۰ ب نشان داده شده است. در راستای قائم، نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر جسم اثر می‌کنند. برآیند این دو نیرو صفر است:

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$



شکل ۲-۲۰ ب

تنها نیروی کشش نخ می ماند که در این جا همان نیروی مرکزگرا یعنی، $T = \frac{mv^2}{r}$ است. سرعت زاویه ای برابر است با:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \text{ rad/s}$$

و سرعت خطی نیز برابر است با:

$$v = r\omega = 0.25 \times 2\pi = \frac{\pi}{2} \approx 1.57 \text{ m/s}$$

و نیروی کشش نخ برابر است با:

$$T = m \frac{v^2}{r} = 20 \times 10^{-3} \times \frac{\pi^2}{4} \times \frac{1}{0.25} \approx 0.25 \text{ N}$$

تمرین ۲-۹

در هریک از موارد زیر چه نیرویی مرکزگرا است؟

- ۱- در حرکت لباس هایی که در ماشین لباسشویی می چرخند.
- ۲- در چرخش الکترون به دور هسته.
- ۳- در گردش سیاره ها به دور خورشید.

مثال ۲-۱۲



شکل ۲-۲۱-الف

براساس اصول مهندسی، در سرپیچ های جاده ها، شیب عرضی ایجاد می کنند تا خودروها بدون خطر انحراف و خارج شدن از مسیر، جاده را طی کنند. زاویه شیب عرضی جاده با راستای افق چقدر باید باشد، تا هنگامی که خودرو با بیشینه سرعت مجاز پیچ جاده را می پیماید از مسیر جاده منحرف نشود (اصطکاک در عرض جاده قابل چشم پوشی است).

پاسخ

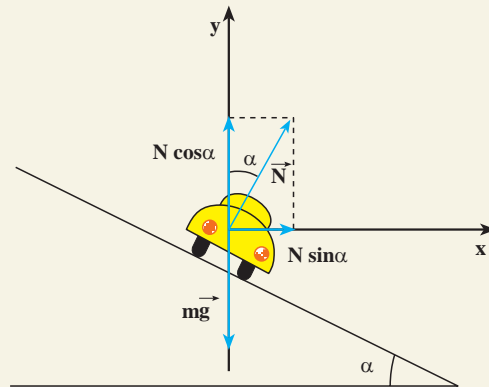
نمودار نیروهای وارد بر خودرو را، در مقطع عرضی جاده، رسم می‌کنیم (شکل ۲-۲۱-ب).

دو نیرو، یکی نیروی وزن خودرو (\vec{mg}) و دیگری نیروی عمودی سطح جاده (\vec{N}) بر خودرو وارد می‌شوند. این نیروها را روی محورهای x و y تجزیه می‌کنیم. روی محور y داریم:

$$F_y = 0$$

$$N \cos \alpha - mg = 0$$

$$N \cos \alpha = mg$$



شکل ۲-۲۱-ب

برآیند نیروهای وارد در راستای محور x (که جهت آن متوجه مرکز پیچ است) برابر $F_x = N \sin \alpha$ است. در این مثال نیروی مرکزگرا برابر $N \sin \alpha$ است. در نتیجه با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$N \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

که در این رابطه r شعاع انحنای جاده است. در نتیجه:

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{rg}$$

تمرین ۲-۱۰

در پیچ جاده‌ای حداکثر سرعت مجاز را 40 km/h نوشته‌اند، اگر شعاع انحنای این پیچ 50 m باشد، زاویه شیب عرضی جاده را با افق محاسبه کنید.

ابوریحان بیرونی

ابوریحان محمد بن احمد بیرونی، دانشمند برجسته ایرانی، در نیمه دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم می زیست. وی در بیرون (حومه) شهر کاث، پایتخت خوارزمشاهیان، به دنیا آمد. او تا سن بیست و پنج سالگی در زادگاه خود مشغول فراگیری علوم می چون جغرافیا، ریاضیات، ستاره شناسی، پزشکی، فقه، کلام و ... بود. بیرونی اولین فعالیت های علمی خود را در حدود سال ۳۸۰ هجری در شهر کاث با رصد آسمان به کمک وسایل نه چندان دقیق آغاز کرد. در سال ۳۸۷ هجری بار دیگر در شهر کاث خسوفی را با هماهنگی انجام شده بین او و ابوالوفاء بوزجانی، از برجسته ترین منجمان آن دوره، رصد کرد. در واقع، ابوالوفاء نیز همین خسوف را در بغداد رصد کرده بود. با مقایسه نتایج به دست آمده از این دو رصد، بیرونی اختلاف طول جغرافیایی بغداد و کاث را پیدا کرد.

با توجه به اطلاعات به دست آمده، تعداد آثار ابوریحان بیرونی شامل تألیف ها، ترجمه ها و آثار نیمه تمام او به ۱۸۰ عنوان می رسد که دست کم ۱۱۵ عنوان از آنها به ریاضیات و نجوم اختصاص دارد و از این تعداد تنها ۲۸ عنوان به دست ما رسیده است.

بیرونی در کتاب «افراد المقال فی امر الظلال»، یکی از نظریات مشهور ارسطو را با تکیه بر آزمایش رد می کند. نکته مهم و مورد توجه در آزمایش های بیرونی، شیوه علمی او در انجام دادن آزمایش هاست. وی مانند یک محقق امروزی در آزمایش خود به نکاتی توجه می کند؛ از جمله: هنگام مقایسه خاصیتی ویژه از دو ماده می کوشد تا سایر شرایط برای آنها یکسان باشد و نیز به تکرار در آزمایش تأکید می کند تا مطمئن شود که نتایج حاصل از فرایند اتفاقی نیست.

دیدگاه بیرونی درباره چستی کهکشان راه شیری که در کتاب التفهیم آمده از اهمیتی بسزا برخوردار است؛ زیرا در میان طبیعی دانان مسلمان کمتر کسی به آن پرداخته است و همگی از نظریات ارسطو در این زمینه پیروی می کرده اند. تنها بیرونی و ابن هشیم نظریاتی نو در این زمینه مطرح کرده اند. بیرونی چنین می گوید: «مجره را پارسیان راه کاهکشان خوانند و هندوان راه بهشت و آن جمله شدن ستارگان است از جنس ستارگان ابری و ...»

بیرونی در بخشی از کتاب افراد المقال فی المزال سخن احمد بن طیب سرخسی در کتاب «ارکان الفلسفه» دربارهٔ سیاهی هوا بر فراز نقاط مرتفع را نشانهٔ مبالغهٔ وی در پیروی از نظریه‌ای که از کتاب «الحس والمحسوس» ارسطو برمی‌آید، می‌داند. ابوریحان بر آن است که در این باره باید فقط با استناد به آزمایش و تجربه سخن گفت و می‌گوید که هیچ‌گاه از تغییر رنگ هوا در سرما یا نبود گرما سخنی نرفته است و قله کوه دماوند با بلندی بسیارش دیده می‌شود و هیچ نشانه‌ای از سیاهی در آن نیست.

مطالعهٔ آزاد

۷-۲- قانون‌های کپلر

نظریهٔ زمین مرکزی بطلمیوس تا قرن شانزدهم میلادی، نظریه‌ای قابل قبول برای توصیف حرکت سیاره‌ها بود، به گونه‌ای که دانشمندان ایرانی به ویژه خواجه نصیرالدین توسی، این نظریه را گسترش دادند و حرکت سیارات را با دقت زیادی مورد بررسی قرار دادند.

در سال ۱۵۳۳ میلادی کوپرنیک، منجم لهستانی در کتاب خود به نام «دربارهٔ مدارهای گردش اجسام آسمانی» نظریهٔ خورشید مرکزی را ارایه کرد که تحول بسیار بزرگی در شناخت بشر از جهان به وجود آورد.

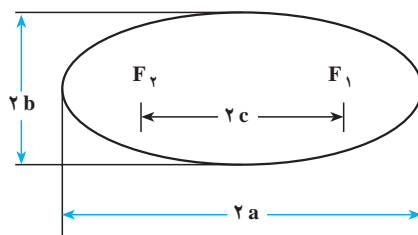
تیکوبراهه، اخترشناس دانمارکی، سال‌های زیادی را به رصد ستاره‌ها پرداخت و موقعیت سیاره‌ها را در میان ستاره‌های ثابت آسمان در زمان‌های مختلف ثبت کرد. کپلر پس از ۲۰ سال تحقیق و بررسی در سال ۹۸۸ هجری خورشیدی (۱۶۰۹ میلادی) دو قانون دربارهٔ حرکت سیاره‌ها به دور خورشید، بیان کرد. ۹ سال پس از آن نیز قانون دیگری دربارهٔ حرکت سیاره‌ها به دست آورد. اکنون به بیان این سه قانون می‌پردازیم:

قانون اول: «مسیر حرکت تمام سیاره‌ها به دور خورشید، بیضی است، که خورشید یکی از کانون‌های آن است.»

در درس ریاضی خوانده‌اید که اگر فاصلهٔ بین دو کانون بیضی $2c$ ، قطر بزرگ آن

$2a$ و قطر کوچک آن $2b$ باشد، نسبت c/a را خروج از مرکز بیضی می‌گویند و آن را با e نمایش می‌دهند.

به شکل ۲۲-۲ توجه کنید. هر قدر e کوچک‌تر باشد فاصله بین دو کانون در مقایسه با قطر بیضی کمتر است و شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود. خروج از مرکز سیاره‌های منظومه خورشیدی و میانگین فاصله آنها از خورشید در جدول ۱-۲ آورده شده است.



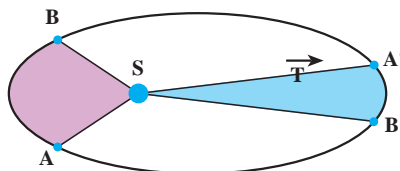
شکل ۲۲-۲

جدول ۱-۲

نام سیاره	خروج از مرکز $e = \frac{c}{a}$	میانگین فاصله سیاره از خورشید بر حسب m
تیر (عطارد)	0.206	5.79×10^{10}
ناهید (زهره)	0.007	1.08×10^{11}
زمین	0.017	1.49×10^{11}
بهرام (مریخ)	0.093	2.28×10^{11}
برجیس (مشتری)	0.048	7.78×10^{11}
کیوان (زحل)	0.056	1.43×10^{12}
اورانوس	0.048	2.87×10^{12}
نپتون	0.009	4.5×10^{12}
پلوتو	0.249	5.9×10^{12}

با توجه به جدول بالا می‌بینیم که مسیر بیشتر سیاره‌های منظومه خورشیدی، به دایره نزدیک است. پس می‌توان خورشید را مرکز دایره فرض کرد.

قانون دوم: «شعاع حامل هر سیاره (خطی که خورشید را به سیاره وصل می‌کند) در زمان‌های مساوی، مساحت‌های مساوی را جاروب می‌کند.» مسیر یک سیاره به دور خورشید، در شکل ۲-۲۳ نشان داده شده است. در این شکل، دو قسمت هاشور زده دارای مساحت برابرند. در نتیجه بنابر قانون دوم کپلر، سیاره کمان‌های AB و $A'B'$ را در زمان‌های مساوی می‌پیماید. اما چون سیاره در مسیر AB به خورشید نزدیک‌تر است. در نتیجه طول کمان AB از طول کمان $A'B'$ بیشتر است، از این رو سیاره کمان AB را با سرعت بیشتری می‌پیماید تا کمان $A'B'$ را.



شکل ۲-۲۳

گفتیم اگر خروج از مرکز بیضی مسیر سیاره کوچک باشد، می‌توان آن را دایره فرض کرد که در این صورت قسمت‌های هاشور خورده به دو قطاع مساوی دایره روبه‌رو به کمان‌های مساوی تبدیل می‌شوند. در نتیجه سیاره تمام مسیر را با سرعت ثابت می‌پیماید که در این صورت حرکت سیاره به دور خورشید را می‌توان حرکت دایره‌ای یکنواخت فرض کرد. مسیر حرکت زمین به دور خورشید نیز بسیار نزدیک به دایره است و سرعت این حرکت حدود 30 km/s محاسبه شده است.

قانون سوم: «مجدور دوره حرکت هر سیاره به دور خورشید با مکعب فاصله میانگین آن از خورشید متناسب است. یعنی اگر T دوره سیاره r فاصله میانگین آن از خورشید باشد، نسبت $\frac{T^2}{r^3}$ برای تمام سیاره‌ها یکسان است.»

تمرین‌های فصل دوم

۱- بر اساس قانون سوم نیوتون، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

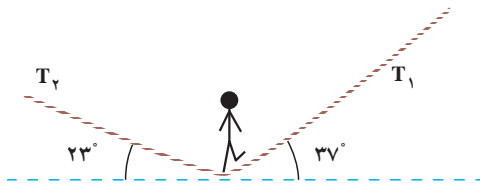
الف) نیروهای وارد بر یک شخص، هنگامی که جسمی را هل می‌دهد، و همچنین نیروهای وارد بر جسم چگونه است؟

ب) نقش نیروهای مختلف در هنگام راه رفتن ما بر روی زمین چگونه است؟

۲- به جسمی به جرم 100 kg نیروی ثابت F در راستای قائم به طرف بالا وارد می‌شود. جسم از حال سکون با شتاب 5 m/s^2 به طرف بالا حرکت می‌کند و پس از 2 s نیروی F حذف می‌شود. الف) مقدار نیروی F را تعیین کنید.

ب) جسم تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ $g = 10 \text{ m/s}^2$ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید).

۳- یک بازیگر سیرک به وزن 600 N روی طنابی مطابق شکل ۲-۲۴، در حال تعادل است. نیروهای کشش طناب را محاسبه کنید.

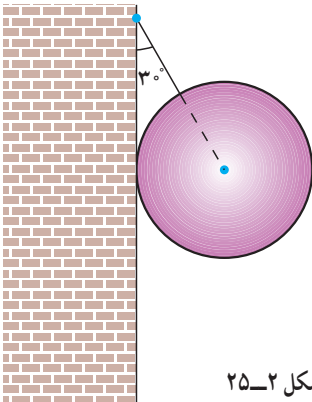


شکل ۲-۲۴

۴- جسمی را با سرعت اولیه v_0 در امتداد سطح شیب‌داری که با افق زاویه α می‌سازد به بالا پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی جسم و سطح را μ_k بگیرید :

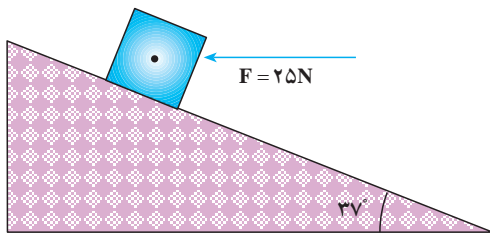
الف) این جسم تا چه مسافتی روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود؟ (برحسب v_0 ، α و μ_k)

ب) اگر جسم دوباره به پایین حرکت کند، سرعت آن را هنگام رسیدن به پایین سطح شیب‌دار برحسب v_0 ، α و μ_k محاسبه کنید.



شکل ۲-۲۵

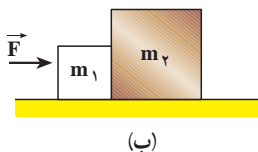
۵- کره‌ای به جرم 20 kg را، مطابق شکل ۲-۲۵، به وسیله کابلی به دیوار قائم و بدون اصطکاک آویزان می‌کنیم. نیروی کشش کابل و واکنش دیوار را محاسبه کنید.



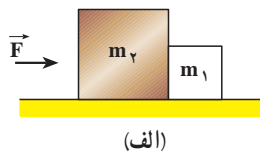
شکل ۲۶-۲

۶- جسمی به جرم 2 kg روی سطح شیب‌داری با زاویه 37° نسبت به افق، توسط نیروی افقی $F = 25\text{ N}$ مطابق شکل ۲۶-۲ به بالا رانده می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح 0.2 است. شتاب حرکت جسم را محاسبه کنید.

۷- دو جسم به جرم‌های $m_1 = 1\text{ kg}$ و $m_2 = 2\text{ kg}$ مطابق شکل ۲۷-۲ روی سطح افقی صافی قرار دارند. نیروی افقی \vec{F} باعث می‌شود که دو جسم با شتاب 3 m/s^2 به حرکت درآیند. اندازه نیروی F و نیروی تماسی‌ای که دو جسم بر یکدیگر وارد می‌کنند را در هر یک از دو شکل «الف» و «ب» محاسبه کنید.



(ب)



(الف)

شکل ۲۷-۲

۸- پاسخ مسئله ۷ را برای حالتی که ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح 0.1 باشد، بنویسید.

۹- کتابی را مانند شکل ۲۸-۲ به دیوار فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) آیا نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است؟

چرا؟

ب) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم آیا نیروی

اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیرویی افزایش

می‌یابد؟



شکل ۲۸-۲



شکل ۲-۲۹

۱۰- از یک لوله آتش‌نشانی آب با آهنگ 5 kg/s با سرعت 5 m/s به دیوار مقابل برخورد می‌کند (شکل ۲-۲۹). نیروی متوسط وارد بر دیوار توسط آب را حساب کنید. (از برگشت آب از روی دیوار چشم‌پوشی کنید.)

۱۱- پره‌های یک بالگرد (هلیکوپتر) در هر دقیقه 90° دور می‌گردد. کمیت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

الف) دوره، بسامد و سرعت زاویه‌ای؛

ب) سرعت خطی و شتاب مرکز گرای نقطه‌ای که فاصله آن از محور دوران 3 m است.

۱۲- برای اینکه خودرویی بتواند در پیچ جاده‌ای به شعاع 120 m در شرایطی که اصطکاک در عرض جاده ناچیز است با سرعت 54 km/h حرکت کند، شیب عرضی جاده چقدر باید باشد؟

۱۳- ماهواره‌ای در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. اگر جرم ماهواره $m = 250 \text{ kg}$ ، جرم زمین $M_E = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ، ثابت جهانی گرانش $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ، فاصله ماهواره از سطح زمین 2600 km و شعاع زمین 6400 km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) نیروی گرانش بین ماهواره و زمین

ب) سرعت ماهواره

پ) دوره گردش ماهواره

۱۴- یک ماهواره در چه فاصله‌ای از مرکز زمین باید قرار گیرد تا همواره در یک نقطه در بالای

خط استوا باشد؟ جرم زمین $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.



شکل ۲-۳۰- ماهواره امید

۱۵- جرم ماهواره امید (شکل ۲-۳۰) تقریباً 27 کیلوگرم و فاصله آن از سطح زمین حدوداً 250 کیلومتر است. با توجه به داده‌های مسئله ۱۳، دوره، سرعت و نیروی گرانش بین این ماهواره و زمین را به دست آورید.