

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيمِ

# هندسه (۲)

## سال سوم آموزش متوسطه رشته ریاضی و فیزیک

وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

نام کتاب: هندسه (۲) - ۲۵۸/۴

مؤلفان:

فصل‌های ۱ و ۲: جواد حاجی‌بابایی، محمد‌هاشم رستمی، بیژن ظهوری زنگنه، سهیلا غلام‌آزاد، زهرا گویا و جعفر نیوشا

فصل ۳: بهمن اصلاح‌پذیر، ناصر بروجردیان، عزیزه رحمانی، محمد‌هاشم رستمی، اسدالله رضوی، بیژن ظهوری زنگنه،  
زهرا گویا و مرتضی میر‌محمد رضایی

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی- ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن: ۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۰، کدپستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وب‌سایت: [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)

رسام: هدیه بندر

صفحه‌آرا: خدیجه محمدی

طراح جلد: علیرضا رضائی

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران- کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج- خیابان ۶۱ (دارو پخش)

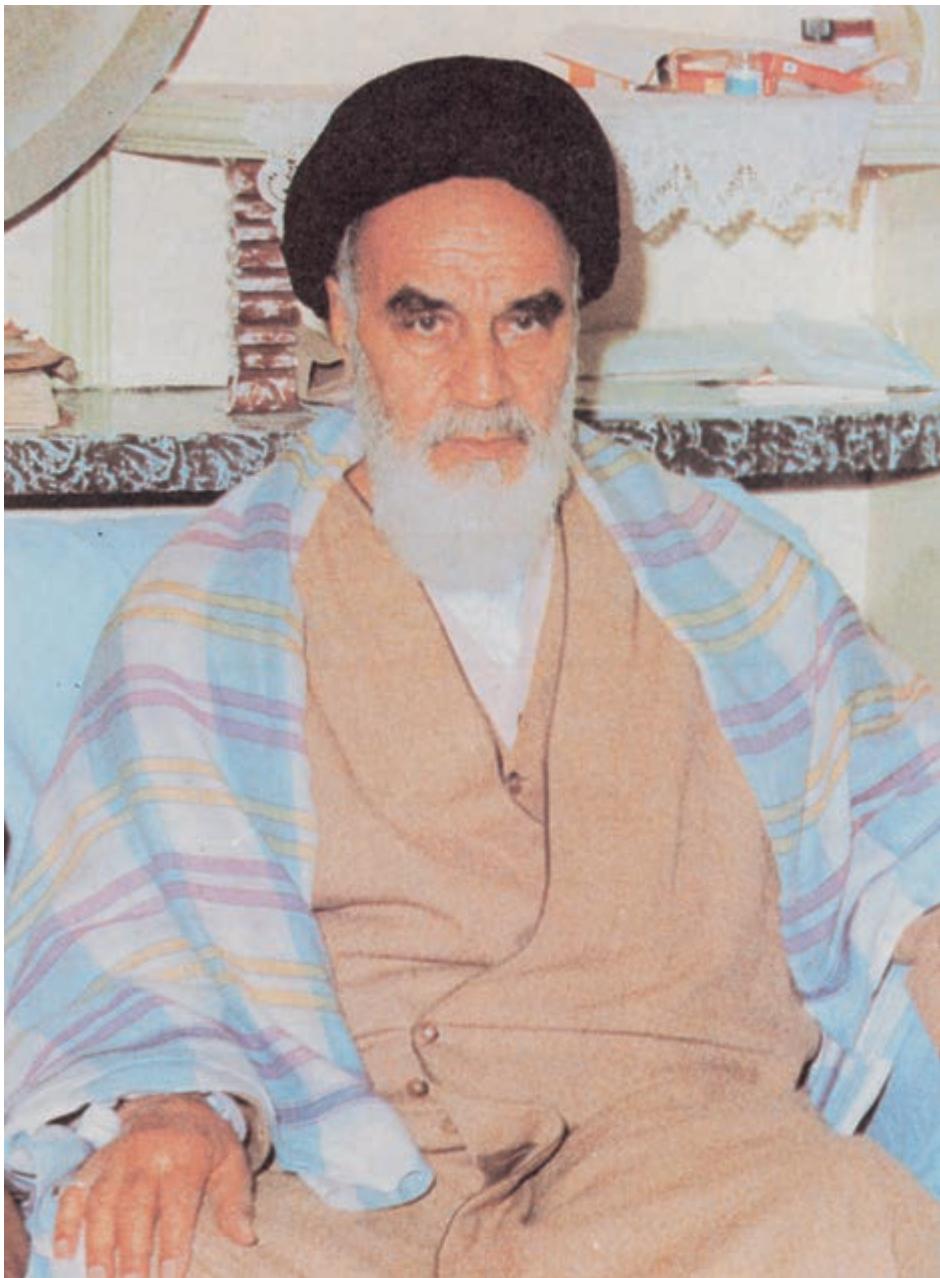
تلفن: ۵-۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹

چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ هجدهم ۱۳۹۳

حق چاپ محفوظ است.

شابک ۹۶۴-۰۵-۱۲۹۷-۴ ۹۶۴-۰-۱۲۹۷-۴ ISBN 964-05-1297-4



باید شما (معلمان) اینها (دانشآموزان) را از آن طبیعت منحصري که انسان را به انحطاط می‌کشد، آن حب جاه و حب مال و حب منصب احتراز دهيد. اينها را از آن چيزهایی که خار راه انسان هستند، مانع ترقی انسان هستند احتراز بدھيد ... شما باید به اينها بفهمانيد که زندگی شرافتمدانه، زندگی است.

# فهرست

۱۲۹	۱-۱-۴ صفحه در فضا
	۲-۱-۴ وضعیت دو صفحه
۱۳۱	نسبت به هم، در فضا
	۳-۱-۴ وضعیت دو خط
۱۳۳	نسبت به هم، در فضا
	۴-۱-۴ وضعیت خط و
۱۳۷	صفحه نسبت به هم، در فضا
۱۳۹	۲- خطها و صفحه‌های موازی
	۱- خط و صفحه
۱۳۹	موازی
	۲-۲-۴ چند ویرگی از
۱۴۲	خطها و صفحه‌های موازی
۱۴۳	۳-۲-۴ صفحه‌های موازی
	۴-۲-۴ زاویه بین دو
۱۴۵	خط در فضا
	۳-۲-۴ خطها و صفحه‌های عمود
۱۴۸	برهم
	۱-۳-۴ خط عمود بر
۱۴۹	صفحه
	۲-۳-۴ کاربرد تعامد در
۱۵۳	حل مسأله‌های توازی
	۳-۳-۴ صفحه عمود -
۱۵۴	منصف یک پاره خط
	۴-۳-۴ دو صفحه عمود
۱۵۵	برهم
	۵-۳-۴ فاصله نقطه از
۱۵۶	صفحه
	۶-۳-۴ عمود مشترک
۱۵۶	دو خط متنافر
۱۶۰	مسأله‌های گوناگون فصل ۴
۱۶۲	پیوست
۱۶۸	منابع

## فصل ۱ - استدلال در هندسه

۱	۱- استدلال استقرای
۱۱	۲- استدلال استنتاجی
۱۴	۱-۲-۱ مثال نقض
۱۶	۲-۲-۱ قضیه‌های شرطی
۱۷	۳-۲-۱ عکس قضیه
۲۲	۳- اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف
۳۱	۴-۱ مکان هندسی
۳۸	۵-۱ ترسیم با خطکش و پرگار

## فصل ۲ - دایره

۴۷	۱- زاویه مرکزی، وتر و مماس
	۲- خطهای قاطع و
۵۰	۱-۲ مماس نسبت به دایره
	۲-۱-۲ وضع دو دایره
۵۴	۳- نسبت به هم
۵۶	۴- زاویه محاطی
۶۰	۵- زاویه ظلی
۶۱	۶-۲ کمان درخور یک زاویه
۶۸	۷-۲ زاویه بین دو وتر
۶۹	۸-۲ زاویه بین امتداد دو وتر
۷۴	۹-۲ رابطه طولی در دایره
۷۹	۱۰-۲ ترسیمهای هندسی

## فصل ۳ - تبدیلها

۸۳	۱-۳ نگاشت
۹۱	۲-۳ انتقال
۹۷	۳-۳ بازتاب
۱۰۴	۴-۳ دوران
۱۱۲	۵-۳ تجانس
۱۱۹	۶-۳ تبدیل یافته خط و معادله آن
	۷-۳ اثبات با استفاده از
۱۲۲	۸-۳ ویرگیهای تبدیلها

## فصل ۴ - هندسه در فضا

۱۲۹	۱- خط و صفحه در فضا
-----	---------------------

## آن آئندۀ عزیز حکیم

و به (خاطر بیاور) هنگامی را که ابراهیم گفت: «خدایا! به من نشان بده چگونه مردگان را زنده می‌کنی؟» فرمود: «مگر ایمان نیاورده‌ای؟!» عرض کرد: «آری، ولی می‌خواهم قلبم آرامش یابد.» فرمود: «در این صورت، چهار نوع از مرغان را انتخاب کن! و آنها را (پس از ذبح کردن)، قطعه قطعه کن (و در هم پیامیز)! سپس بر هر کوهی، قسمتی از آن را قرار بده، بعد آنها را بخوان، به سرعت به سوی تو می‌آیند! و بدان خداوند قادر و حکیم است: (هم از ذرات بدن مردگان آگاه است، و هم توانایی بر جمع آنها دارد).»

سوره بقره — آیه ۲۶۰

## سخنی با خوانندگان

انسان برای رسیدن به اطمینان قلبی در مورد درستی بسیاری از مفاهیم مجرد به درک شهودی و تجربی نیازمند است. ریاضی نیز به عنوان یک تلاش انسانی و یک جریان طبیعی تفکر بشری، همچنان که پولیا می‌گوید «دارای دو جنبه است، یکی ساختار شهودی و تجربی ریاضی و دیگری ساختار مجرد آن.» دانش آموzan برای درک و پذیرش اثبات و اطمینان یافتن از درستی یک مطلب ریاضی، نیاز به تقویت شهود و رسیدن به استدلال محتمل<sup>۱</sup> از طریق تجربه و آزمایش را دارند تا زمینه‌های لازم برای درک تجربی آنها فراهم شود. همانطور که ۷۵ ریاضیدان نامی در بیانیه ۱۹۶۲ خود اظهار داشتند، «تفکر ریاضی تنها استدلال استنتاجی نیست، همچنین اثبات صوری صرف هم نمی‌باشد. فرآیندهای ذهنی و فکری که اثبات و چگونگی اثبات را ارائه می‌کند همانند خود اثبات که نتیجهٔ تفکر ریاضی است بخشی از تفکر ریاضی محسوب می‌شود. استخراج مفاهیم درست از وضعیت‌های محسوس و ملموس، تعمیم از حالت‌های مشهود، استدلال از استقرایی، استدلال از طریق تمثیل و زمینه‌های شهودی که برای آشنکار کردن یک حدسیه به کار می‌روند، همگی سبک و طریقهٔ ریاضی گونهٔ تفکر است. در واقع، بدون تجربه‌های ناشی از این گونه فرآیندهای غیر رسمی تفکر، دانش آموzan نمی‌توانند نقش صحیح نمادها و فرمولها و اثبات‌های خشک و صوری را درک کنند.»

به همین علت است که حدسیه‌سازی که نتیجهٔ حدس زدن یا استدلال محتمل می‌باشد، باید با برنامهٔ هندسهٔ دیبرستان تلفیق گردد. معمولاً حدسیه‌ها با عبارتهای همه، هر یا برای هر به جای بعضی، چند تا وجود دارد، شروع می‌شوند. حدسیه‌ها دربارهٔ مجموعه‌های شامل یک تعداد نامتناهی از اشیا هستند، پس امکان آزمایش تمام

حالتها و اثبات یک حدسیه به وسیله استدلال استقرای وجود ندارد. در نتیجه، تنها راه تعیین قطعی درستی یا نادرستی یک حدسیه، استفاده از استدلال استنتاجی است. در همین راستا، درس هندسه باید برای دانشآموزان فرصتهای مناسبی ایجاد کند تا حدس زدن از روی آگاهی را یاد بگیرند، حدسها را به آزمایش بگذارند، براساس الگوهایی که از نتیجه حدسها به دست می‌آورند حدسیه‌سازی کنند و سپس به وسیله استدلال استنتاجی، در مورد درستی یا نادرستی حدسیه خود تصمیم قطعی بگیرند. به همین دلیل، فعالیتهای کتاب طوری تنظیم شده‌اند تا چنین فرصتهایی را – هر چند اندک – فراهم آورند. گاهی فعالیتها درباره قسمتهایی از هندسه است که دانشآموزان قبل از درستی یا نادرستی آنها را شنیده‌اند و ممکن است که ظاهراً نتیجه فعالیت برای آنها هیجانی نداشته باشد. اماً انجام آنها همان اطمینان قلبی است که نیاز هر انسان جستجوگر و خلاق است. از نظر مؤلفان، با پژوهش درک شهودی توسط این فعالیتها، دانشآموزان در درک اثبات‌های دقیق و توسعه تفکر تجربی که غایت یادگیری ریاضی است، تواناتر می‌شوند، همانطور که پولیا می‌گوید: «سعی کنید آنچه را که شهودی به نظر می‌رسد، به طور رسمی و دقیق اثبات کنید و آنچه را که به طور رسمی و دقیق اثبات کرده‌اید، به طور شهودی درک کنید. این یک ورزش مغزی جالب است. چنین فعالیتهایی، ضرورت داشتن شهود قوی، بها دادن به نتیجه‌های تجربی، حدس زدن براساس آنها و سپس توسل به استدلال دقیق برای تصمیم قطعی در مورد درستی یا نادرستی حدسیه‌ها را به دانشآموزان نشان می‌دهد. دانشآموزان برای دفاع از استدلالهای خود در گروههای کوچک، پیوسته دانش هندسی خود را افزایش می‌دهند و اعتماد به نفس آنها در مورد توان یادگیری و تولید ریاضی خودشان بیشتر می‌شود. امیدواریم دانشآموزان با چگونگی تولید و خلق ریاضی توسط ریاضیدانهای نامی آشنا شوند و بدانند که آن بزرگان نیز با فرآیند حدس زدن، تجربه کردن، حدسیه‌سازی و سپس استدلال استنتاجی، ریاضیاتی را تولید کرده‌اند که بدون آنها، تصور زندگی در زمان فعلی بعید به نظر می‌رسد. دانشآموزان باید بدانند که دیگر نمی‌توانند تنها دریافت کنندگان منفعل دانش تولید شده توسط دیگران باشند. در نتیجه، برنامه درسی و کتاب درسی هندسه باید به گونه‌ای تهیه شود تا بتوان «از دانشآموزان انتظار داشت که نقش فعالی در توسعه داشت ریاضی خود داشته باشند».<sup>۱</sup>

ارتباط و اتصال بین مقوله‌های مختلف ریاضی و بین ریاضی، مقوله‌های خارج از آن یعنی وحدت درونی و بیرونی ریاضی، به فعال تر کردن دانشآموزان در جریان یادگیری هندسه که بخشی از ریاضی است کمک مؤثری می‌کند. همانگونه درونی در هندسه باید به گونه‌ای باشد تا بتوان از ابزارهای گوناگون آن برای استدلال کردن سود جست. هندسه ترکیبی، هندسه تحلیلی و هندسه محاسباتی، همگی بخش‌های مختلف هندسه هستند و دلیلی بر محدود شدن به یکی از گونه‌های آن وجود ندارد. در استدلالهای هندسه ترکیبی، نه تنها ابزارهای موجود در آن مورد استفاده قرار می‌گیرند، بلکه هر جا مناسب باشد، می‌توان هندسه تحلیلی را به کمک گرفت و از نگرشهای تبدیلی و مختصاتی نیز سود برد. برای نمونه، چون دانشآموزان دستگاه مختصات و معادله خط را در سالهای گذشته مطالعه کرده‌اند، بنابراین می‌توانند از این دانش قبلی در اثبات قضیه‌ها استفاده کنند.

همچنان که ارتباط درونی در هندسه به توسعه مفهومها کمک می‌کند، ارتباط بیرونی آن یعنی پیوند هندسه

با دنیای واقعی و با مقوله‌های دیگر درسی نیز در ایجاد انگیزه، علاقه‌مندی و افزایش قدرت ریاضی داش آموزان، مؤثر و ضروری است. همانگونه که در هندسه ۱ یادآور شدیم، از همکاران عزیز استدعا داریم که امکان انجام فعالیتها در کلاس در قالب گروههای کوچک را فراهم آورند تا روح مشارکت و همکاری در آنها تقویت شود. ممکن است در ابتدای کار، این روند، به دلیل کم رنگ بودن زمینه مشارکت در کلاس‌های درس، از نظر زمانی وقت‌گیر باشد. اما تحقیقات متعدد نشان می‌دهند که با پیش گرفتن این روند، در زمانی نه چندان طولانی، روحیه کار گروهی در کلاس ایجاد شده و پس از آن، زمان به ظاهر از دست رفته را می‌توان به سرعت جبران کرد. به علاوه، با انجام چنین فعالیتها، داش آموزان به اندازه کافی برای انجام مسئله‌های پایان هر بخش توانند شده و حل آنها وقت کمتری را به خود اختصاص خواهد داد. همچنین ذکر این نکته ضروری است که ارزشیابی باید به طور مستمر صورت بگیرد و جلوه‌های مختلف توانایی داش آموزان از جمله قابلیت ارائه استدلال شفاهی در نظر گرفته شود. لازمه استدلال شفاهی، داشتن درک عمیق است، در نتیجه، داش آموزانی که توانایی استدلال شفاهی را پیدا می‌کنند، حتماً از درجه بالاتری از درک و فهم موضوع برخوردار شده‌اند، همکاران گرامی می‌توانند کیفیتها یادگیری داش آموزان از جمله میزان داشتن روحیه مشارکت در فعالیتها فکری کلاس درس، تلاش برای انجام فعالیتها، پرسشهای خوب و بجا که نشان دهنده جستجوگری، خلاقیت و دقت نظر است، پاسخ به سوالهای طرح شده از طرف معلم و سایر داش آموزان و توانایی دفاع از حسنهای و پیشنهادهای آنها را به عنوان بخششایی از ۵ نمره ارزشیابی کلاسی به حساب آورند. در امتحانهای پایان نیمسال تحصیلی، تأکید بر به کار بردن روش‌های مختلف استدلال، توانایی حل مسئله و به کارگیری مفهومها، تعریفها و قضیه‌های کتاب ضروری است.

مؤلفان وظیفه خود می‌دانند از اعضای محترم شورای ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتابهای درسی و خانم حمیده داریوش همدانی و آقای روح الله جهانی پور که ما را در برنامه‌ریزی و تدوین کتاب یاری داده‌اند تشکر کنند. همچنین از همکاران واحد فنی اداره کل چاپ و توزیع کتابهای درسی که با تلاش مستمر در آماده‌سازی به موقع کتاب کوشش کرده‌اند، صمیمانه قدردانی نمایند.

در پایان از همکاران گرامی استدعا می‌شود که پس از بررسی و تدریس کتاب، اظهار نظرهای موشکافانه و سازنده خود را برای ما ارسال نمایند. قبل از حسن توجه همکاران ارجمند صمیمانه شکر می‌شود.

## مؤلفان

علیان محترم، صاحب نظران، داش آموزان عزیز و اولیای آمان می‌توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطابق با

این کتاب از طبق نامه به نشانی تهران - صندوق پستی ۳۶۲/۱۵۸۵۵ - کروه درسی مربوط و پایام نکار (Email)

ارسال نمایند.

دفتر تألیف کتاب ملی دسی ابتدائی و متوسطه نظری