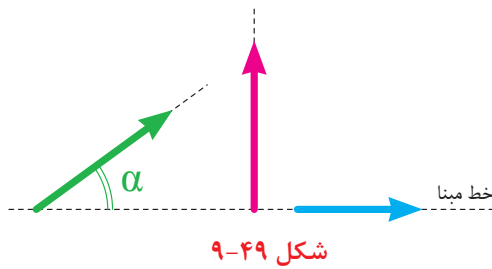
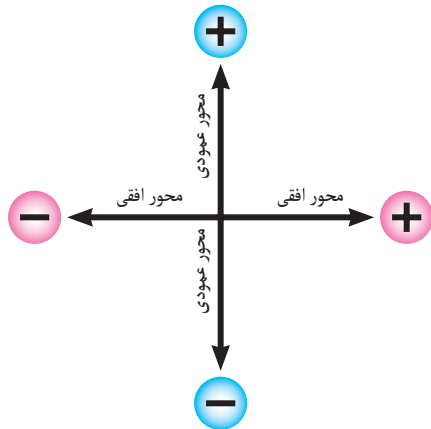


۹-۷-۴ بردار:



شکل ۹-۴۹

بردار پاره خطی است که دارای اندازه (طول) و جهت (فلش) است. از بردار در مدارهای الکتریکی به عنوان وسیله ای جهت نمایش و محاسبه کمیت های مختلف الکتریکی مانند ولتاژ، جریان، مقاومت و توان استفاده می شود. (شکل ۹-۴۹)

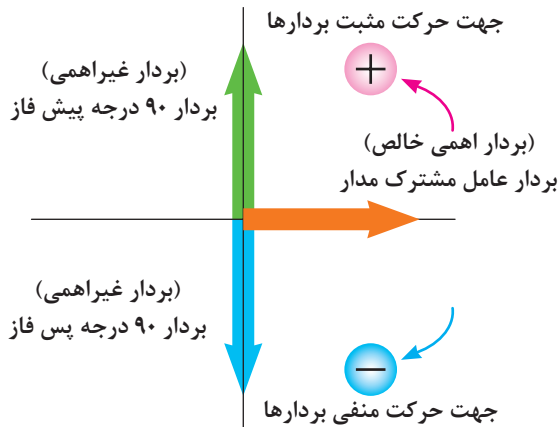


شکل ۹-۵۰

در مدارهای الکتریکی برای رسم بردار مربوط به کمیت های الکتیکی قواعد زیر را به کار می برند. برای رسم بردارها از محورهای مختصات استفاده می شود. (شکل ۹-۵۰)

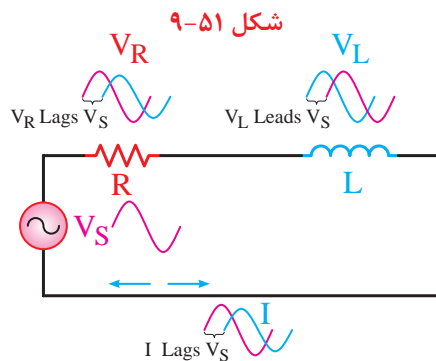
کمیت های مختلف مربوط به عناصر اهمی خالص روی محور افقی و در جهت مثبت رسم می شوند.

کمیت های مختلف مربوط به عناصر غیراهمی خالص روی محور عمودی رسم می شوند.



شکل ۹-۵۱

در مدارهای ترکیبی ac برای رسم بردارها نخست بردار عامل مشترک مدار را روی محور افقی (جهت مثبت) رسم می شود و سپس بقیه عوامل غیرمشترک نسبت به آن رسم می شوند مثلاً برای ترسیم ۹۰ درجه پیش فازی باید بردار روی محور عمودی مثبت یا برای ترسیم ۹۰ درجه پس فازی باید بردار روی محور عمودی منفی قرار گیرد. (شکل ۹-۵۱)



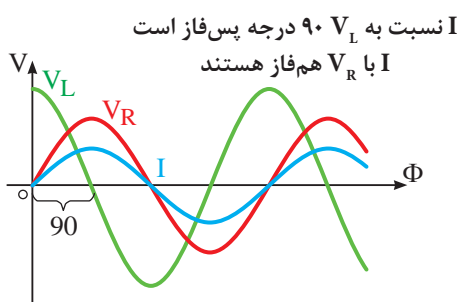
شکل ۹-۵۲ مدار RL سری

۹-۷-۵ مدارهای ترکیبی جریان متناوب:

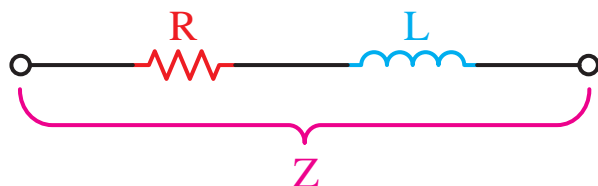
الف مدار RL سری:

این مدارها که از مقاومت اهمی و سلفی تشکیل شده اند دارای خاصیتی هستند که در برگزیده هر دو عامل است. (شکل ۹-۵۲)

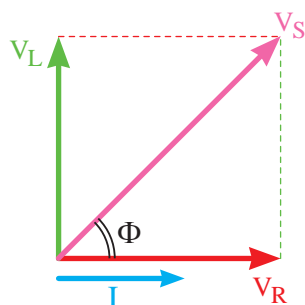
در این مدارها اختلاف فازی بین ولتاژ و جریان کل مدار وجود دارد. (شکل ۹-۵۳)



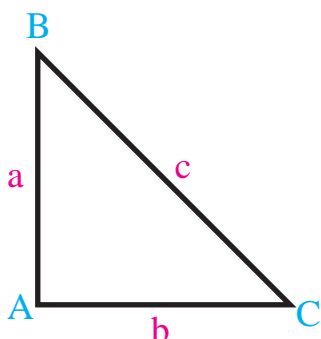
شکل ۹-۵۳- شکل موج های ولتاژ جریان مدار RL سری



شکل ۹-۵۴- مقاومت معادل (امپدانس)



شکل ۹-۵۵



شکل ۹-۵۶- مثلث قائم الزاویه

میزان زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان می تواند بین صفر تا ۹۰ درجه باشد.

به طور کلی مقاومت معادل در مدارهای جریان متناوب را «امپدانس» می گویند. امپدانس مدارهای RL سری ترکیبی از خاصیت اهمی و راکتانس سلفی است.

می دانیم مدار سری است و عامل مشترک مدار جریان است و از طرف دیگر ولتاژ و جریان در عناصر اهمی هم فاز و در عناصر سلفی ولتاژ به اندازه ۹۰ درجه از جریان جلوتر است. با توجه به موارد فوق دیاگرام برداری ولتاژها در این مدار مطابق شکل ۹-۵۵ ترسیم می شود.

همانگونه که در شکل ۹-۵۵ مشاهده می شود برای به دست آوردن ولتاژ کل مدار سری باید ولتاژهای دو سر مقاومت و سلف را با هم جمع کنیم. در مدارهای اهمی جمع جبری (ساده) قابل قبول است ولی در مدار ترکیبی سلف و مقاومت باید جمع برداری انجام شود.

به همین خاطر شکل به دست آمده به صورت یک مثلث قائم الزاویه درآمده است

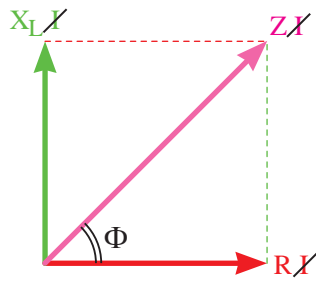
در مباحث ریاضی سال های گذشته قضیه فیثاغورث را فرا گرفته اید. در این قضیه ارتباط بین اضلاع یک مثلث قائم الزاویه بیان می شود که خلاصه آن چنین است. بنابر قضیه فیثاغورث در هر مثلث قائم الزاویه (شکل ۹-۵۶) مجذور وتر مثلث برابر با حاصل جمع مربع دو ضلع دیگر مثلث است یعنی:

$$\begin{aligned} (\text{وتر})^2 &= (\text{ضلع عمودی})^2 + (\text{ضلع افقی})^2 \\ (BC)^2 &= (AB)^2 + (AC)^2 \\ c^2 &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

بر همین اساس و طبق رابطه فیثاغورث برای دیاگرام برداری ولتاژهای مدار RL سری در شکل ۹-۵۵ می توانیم

$$V_S = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

بنویسیم:



شکل ۹-۵۷

در دیگرام برداری ولتاژها اگر بجای ولتاژها معادل آن‌ها را قرار دهیم و سپس عامل مشترک (جریان) را حذف کنیم. دیگرام برداری امپدانس به دست می‌آید. (شکل ۹-۵۷) امپدانس را بر حسب اهم و با استفاده از رابطه زیر می‌توان محاسبه کرد.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

در مثلث تشکیل شده شکل ۹-۵۷ برای زاویه Φ نسبت‌های مثلثاتی \sin و tg را می‌توانیم به صورت مقابل بنویسیم:

$$\sin \Phi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

$$\cos \Phi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\text{tg} \Phi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

در مدار RL سری برای ضرایب فوق روابط مقابل را می‌توان نوشت:

نسبت‌های مثلثاتی $\sin \Phi$ و $\cos \Phi$ را تحت عناوین زیر می‌شناسیم.

$\sin \Phi$ - ضریب قدرت دواته، غیرحقیقی، غیرمفید، غیرمؤثر

$\cos \Phi$ - ضریب قدرت واته، حقیقی، مفید، مؤثر

در مدارهای ترکیبی جریان متناوب پارامتر دیگری تحت عنوان «ضریب کیفیت»^۱ مطرح است که با حرف Q نشان می‌دهیم. ضریب کیفیت را در حالت کلی به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$Q = 2\pi \times \frac{\text{ماکزیمم انرژی ذخیره شده}}{\text{انرژی مصرفی کل در هر سیکل}}$$

انرژی ذخیره شده در مدارها مربوط به مقاومت‌های سلفی و خازنی است در صورتی که انرژی مصرفی را براساس مقاومت اهمی به دست می‌آوریم مقدار ضریب کیفیت Q در مدارهای RC و RL با مقدار $\text{tg} \phi$ برابر است.

در مدار RL سری هر قدر فرکانس افزایش یابد، امپدانس بیشتر می‌شود. هم‌چنین از طرف دیگر زاویه

1-Quality Factor

اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان کل مدار نیز افزایش می یابد.
(شکل ۹-۵۸)

تغییرات امپدانس موجب تغییر در مقدار جریان مدار می شود زیرا:

$$I = \frac{V_s}{Z}$$

از مدار RL سری برای نشان دادن مدار معادل ترانسفورماتورها و موتورهای الکتریکی استفاده می شود.

مثال: در مدار شکل ۹-۵۹ مقابل مطلوب است:

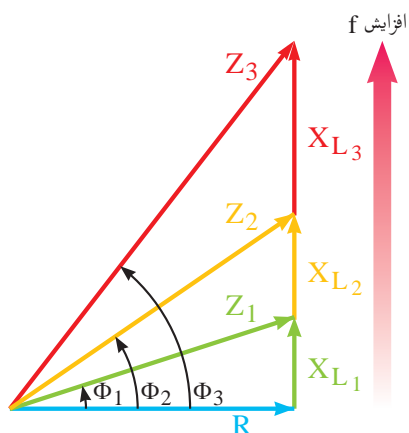
الف - امپدانس مدار

ب - افت ولتاژ دو سر هر عنصر

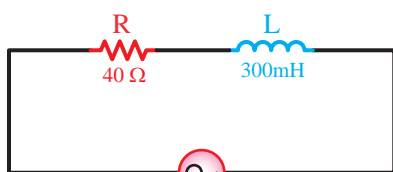
ج - ضریب کیفیت و ضریب توان دوواته

حل: مقادیر خواسته شده را براساس روابط مدارهای

RL سری به صورت مقابل به دست آورد.



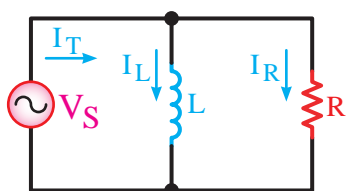
شکل ۹-۵۸- دیاگرام برداری امپدانس در ازای فرکانس های مختلف



$$V = 100V$$

$$\omega = 100\text{rad/s}$$

شکل ۹-۵۹



$$X_L = 2\pi f.L = \omega.L$$

$$X_L = 100 \times 300 \times 10^{-3}$$

$$X_L = 30\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{(40)^2 + (30)^2}$$

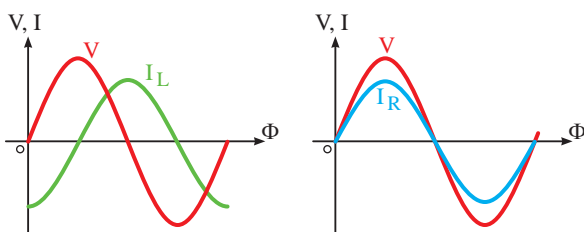
$$Z = 50\Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{50} = 2A$$

$$V_R = R.I_e = 40 \times 2 = 80V$$

$$V_L = X_L.I_e = 30 \times 2 = 60V$$

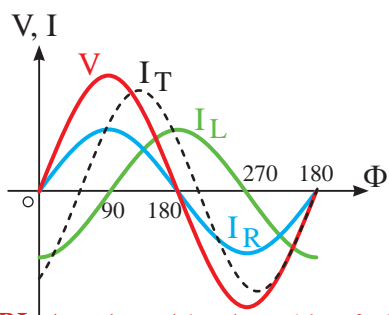
$$\sin \Phi = \frac{X_L}{Z} = \frac{30}{50} = .6$$



شکل ۹-۶۰- مدار RL موازی

ب مدار RL موازی:

در این مدارها مقاومت اهمی و سلف به صورت موازی وصل شده اند. عامل مشترک در مدارهای موازی ولتاژ است و جریان بین عناصر موجود در مدار به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود. (شکل ۹-۶۰)

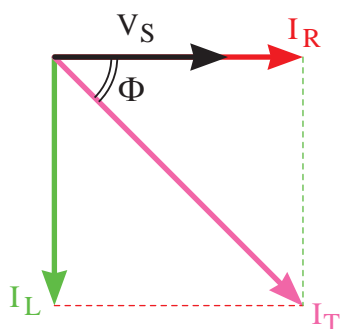


شکل ۹-۶۱- شکل موهای ولتاژ جریان مدار RL موازی

در شاخه اهمی ولتاژ و جریان با هم هم فاز است و در شاخه سلفی ولتاژ و جریان نسبت به هم ۹۰ درجه اختلاف فاز دارند در نتیجه در این مدارها جریان کل نسبت به ولتاژ کل به اندازه Φ درجه $(0 \leq \Phi \leq 90)$ پس فاز خواهند شد. (شکل ۹-۶۱)

دیاگرام برداری جریان ها در این مدار به صورت شکل ۹-۶۲ است. براساس دیاگرام جریان ها رابطه زیر را می توانیم بنویسیم:

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$



شکل ۹-۶۲- دیاگرام برداری جریان ها

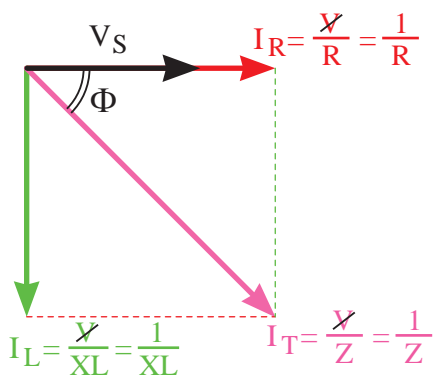
مانند مدارهای سری اگر به جای جریان ها معادل آن ها را قرار دهیم شکل دیگری از دیاگرام های مدار RL موازی را خواهیم داشت که اصطلاحاً به آن دیاگرام «ادمیتانس» یا عکس امپدانس گویند. (شکل ۹-۶۲)

رابطه امپدانس مدارهای RL موازی به صورت زیر قابل محاسبه است:

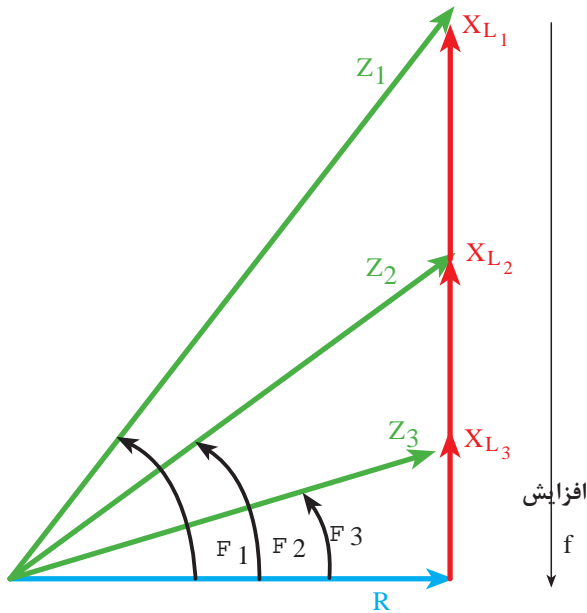
$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{X_L}$$

و پس از ساده شدن رابطه می توان نوشت:

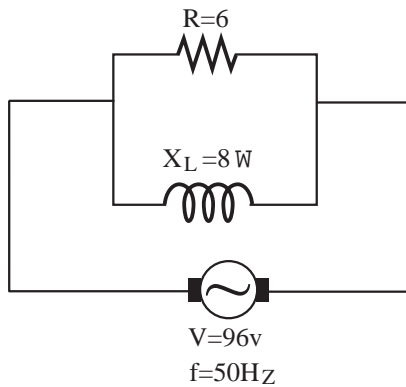
$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$



شکل ۹-۶۳- دیاگرام برداری جریان ها



شکل ۹-۶۴- دیاگرام برداری امپدانس در ازای فرکانس های مختلف



شکل ۹-۶۵

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$Z = \frac{6 \times 8}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{48}{10} = 4.8 \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{96}{4.8} = 20 \text{ A}$$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{96}{6} = 16 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{96}{8} = 12 \text{ A}$$

$$\cos \Phi = \frac{Z}{R} = \frac{4.8}{6} = .8$$

با توجه به دیاگرام های برداری جریان ها و ادمیتانس ها برای ضرایب قدرت می توانیم بنویسیم:

$$\sin \Phi = \frac{I_L}{I_T} = \frac{\sqrt{X_L}}{\sqrt{Z}} = \frac{Z}{X_L}$$

$$\cos \Phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$$\text{tg} \Phi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{\sqrt{X_L}}{\sqrt{R}} = \frac{R}{X_L}$$

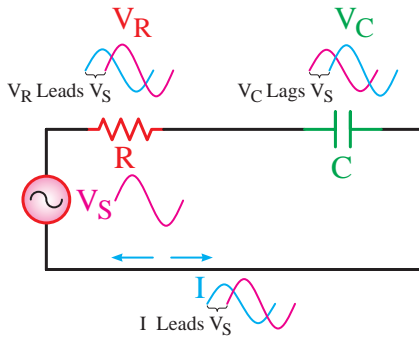
در این مدارها با افزایش فرکانس خاصیت راکتانس سلفی افزایش می یابد و جریان عبوری از سلف کم می شود. در این حالت زاویه اختلاف فاز کم شده و مدار به سمت خاصیت اهمی بیشتر میل می کند. در شکل ۹-۶۴ کاهش زاویه اختلاف فاز را به خوبی می توان مشاهده کرد.

$$(\phi_3 < \phi_2 < \phi_1)$$

مثال: در مدار شکل ۹-۶۵ مطلوب است:

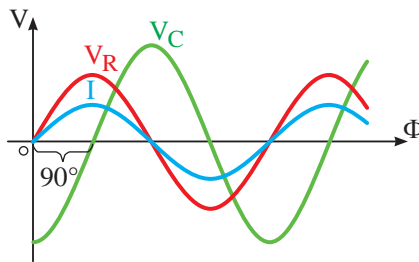
- الف - امپدانس مدار
- ب - جریان کل مدار
- ج - جریان هر شاخه
- د - ضریب قدرت وات

حل: مقادیر خواسته شده را به صورت مقابل محاسبه می کنیم:



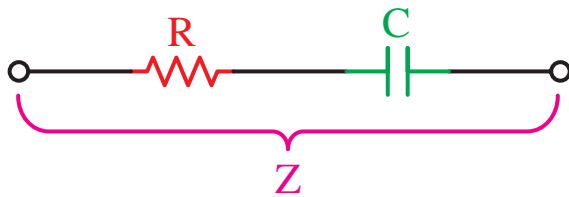
شکل ۹-۶۶- مدار RC سری

شکل ۹-۶۶ نمونه ای از این مدارها را نشان می دهد. از نظر فازی رابطه ی که بین ولتاژ و جریان وجود دارد شامل خصوصیات هر دو عنصر مدار است.



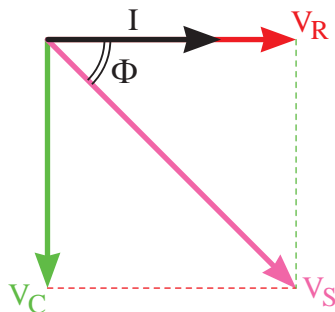
شکل ۹-۶۷- شکل موج های ولتاژی و جریانی مدار RC سری

اندازه زاویه اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان کل مدار بین صفر تا ۹۰ درجه است. (شکل ۹-۶۷)



شکل ۹-۶۸- دیاگرام برداری امپدانس

مقاومت معادل این مدار را تحت عنوان «امپدانس» می نامیم که در برگرفته هر دو خاصیت اهمی و خازنی مدار است. (شکل ۹-۶۸)



شکل ۹-۶۹- دیاگرام برداری ولتاژها

در یک مدار سری جریانی تمامی عناصر یکسان است و ولتاژ بین اجزای مدار و به نسبت مقاومت ها تقسیم می شود. در مقاومت اهمی ولتاژ و جریانی هم فاز ولی در خازن جریانی به اندازه ۹۰ درجه پیش فاز است. بر همین اساس دیاگرام برداری ولتاژهای مدار RC سری مطابق شکل ۹-۶۹ خواهد شد. مقدار * از رابطه زیر به دست می آید:

$$V_S = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

مشابه مدار RL سری اگر بجای ولتاژهای V_R و V_C و V_S معادل هایشان را قرار دهیم و بعد عامل مشترک I را حذف کنیم دیاگرام امپدانس ها به دست می آید. (شکل ۹-۷۰)

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

شکل ۹-۷۰- دیاگرام برداری امپدانس

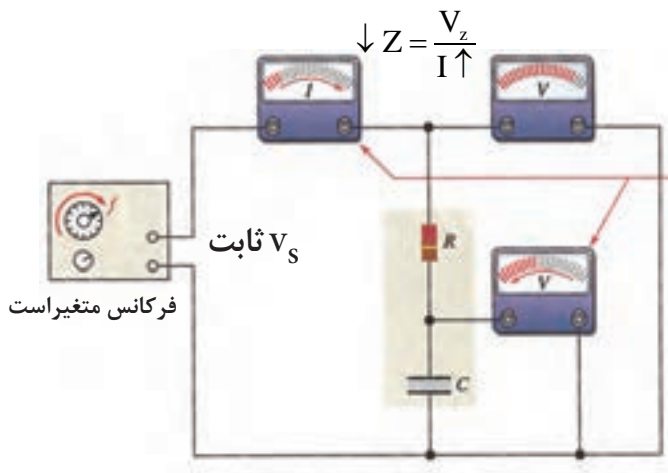
از روی دیاگرام های برداری ولتاژها و امپدانس می توان

ضرایب قدرت و ضریب کیفیت را به صورت زیر نوشت:

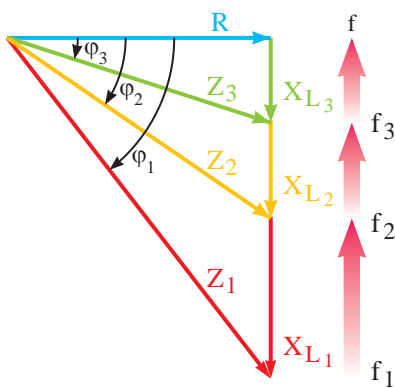
$$\sin \Phi = \frac{V_C}{V_S} = \frac{X_C}{Z}$$

$$\cos \Phi = \frac{V_R}{V_S} = \frac{R}{Z}$$

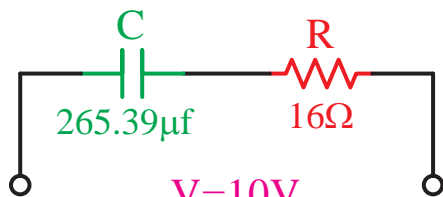
$$\text{tg} \Phi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{X_C}{R}$$



شکل ۹-۷۱



شکل ۹-۷۲- دیاگرام برداری امپدانس در ازای فرکانس های مختلف



V=10V
f=50Hz

شکل ۹-۷۳

با افزایش فرکانس در مدار RC سری مقدار راکتانس

خازنی کاهش می یابد. در این حالت افت ولتاژ دو سر

خازن کم می شود و زاویه اختلاف فاز آن کاهش می یابد

و مدار به سمت مقاومت اهمی میل می نماید. شکل ۹-۷۱

وضعیت مدار و شکل ۹-۷۲ دیاگرام برداری امپدانس را در

فرکانس های مختلف نشان می دهد.

مثال: در مدار شکل ۹-۷۳ از یک مقاومت اهمی و یک

خازن تشکیل شده است مطلوب است:

الف - امپدانس مدار

ب - جریان مدار

ج - ولتاژ دو سر هر عنصر

د - مقدار tgPhi

$$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot c}$$

حل:

$$X_C = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 265 \times 10^{-6}} = 12 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(16)^2 + (12)^2} = 20 \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10}{20} = 0.5 A$$

$$V_R = R \cdot I = 16 \times 0.5 = 8 V$$

$$V_C = X_C \cdot I = 12 \times 0.5 = 6 V$$

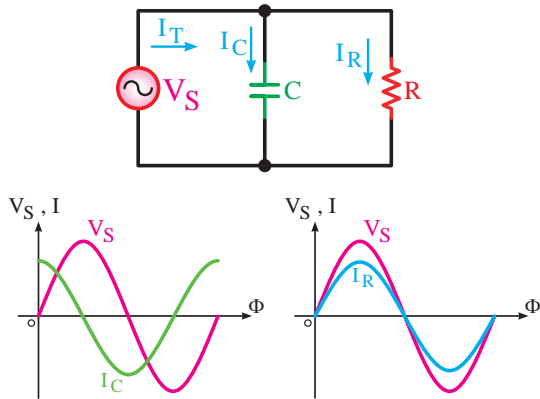
$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{16}{20} = 0.8$$

$$\text{tg} \Phi = \frac{X_C}{R} = \frac{12}{16} = 0.75$$

ت مدار RC موازی:

در این مدارها یک مقاومت و یک خازن به صورت موازی

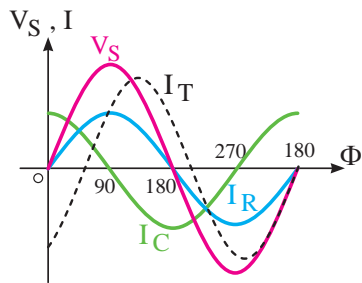
قرار می گیرند. (شکل ۹-۷۴)



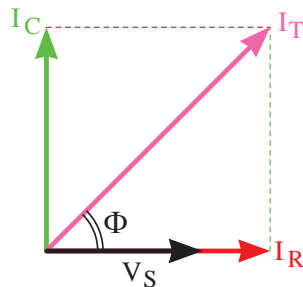
شکل ۹-۷۴- مدار RC موازی

عامل مشترک در این مدارها مانند سایر مدارهای موازی، ولتاژ است در صورتی که جریان کل در بین شاخه ها به نسبت عکس مقدار مقاومت های مدار تقسیم می شود. جریان در شاخه اهمی با ولتاژ هم فاز است و جریان در شاخه خازنی به اندازه ۹۰ درجه از ولتاژ جلوتر (پیش فاز) است.

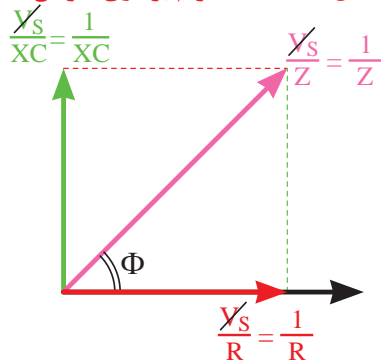
مجموع (برآیند) زوایای اختلاف فاز ایجاد شده در دو شاخه مدار، جریان کل مدار I_T را نسبت به ولتاژ کل V صفر تا ۹۰ درجه پیش فاز می کند. (شکل ۹-۷۵) همانگونه که می دانید مقاومت معادل بین دو شاخه موازی را امپدانس می نامند. مقدار امپدانس از رابطه زیر محاسبه می شود:



شکل ۹-۷۵- شکل موج های ولتاژ و جریان مدار RC موازی



شکل ۹-۷۶- دیاگرام برداری جریان ها



شکل ۹-۷۷- دیاگرام برداری امپدانس (ادمیتانس)

$$Z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

دیاگرام برداری جریان های مدار مطابق شکل ۹-۷۶

رسم می شود و رابطه نهایی جریان کل به صورت زیر است:

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

در صورت جایگزینی معادل جریان ها در دیاگرام

شکل ۹-۷۶ دیاگرام برداری ادمیتانس ها به دست می آید.

شکل ۹-۷۷ مقدار امپدانس که عکس ادمیتانس است با

توجه به بردارهای مدار از رابطه زیر محاسبه می شود.

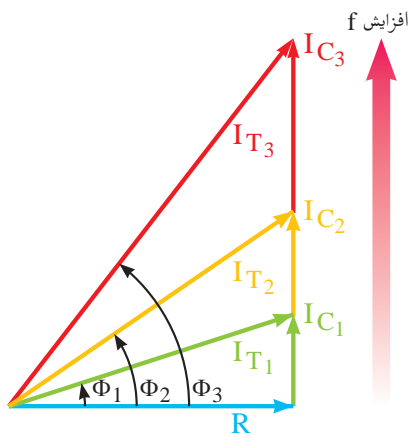
$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}$$

(طبق رابطه فیثاغورث)

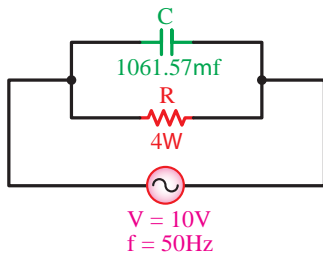
$$\sin \Phi = \frac{I_C}{I_T} = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{X_C}$$

$$\cos \Phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{X_C}$$



شکل ۹-۷۸- دیاگرام برداری امیدانس در ازای فرکانس های مختلف



شکل ۹-۷۹- مدار I_C سری

پس از مخرج مشترک گرفتن و ساده کردن رابطه

امپدانس چنین به دست می آید.

$$Z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

برای محاسبه روابط ضرایب قدرت می توان از دیاگرام های برداری جریان ها و امیدانس ها استفاده کرد و روابط مقابل را به دست آورد.

افزایش فرکانس در این مدارها باعث می شود تا X_C کاهش یابد و جریان شاخه خازنی زیاد شود. در این حالت:

$$\downarrow X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot c} \Rightarrow \uparrow I_C = \frac{V_s}{X_C} \downarrow$$

خاصیت خازنی مدار بیشتر شده و در نتیجه زاویه

اختلاف فاز مدار افزایش می یابد. (شکل ۹-۷۸)

مثال: خازنی به ظرفیت $1061/57 \mu\text{f}$ با یک مقاومت ۴

اهمی به طور موازی به ولتاژ متناوب ۱۲۰ ولتی با فرکانس ۵۰ هرتز اتصال داده شده است. مطلوب است:

الف - جریان هر یک از عناصر

ب - جریان کل مدار

ج - امیدانس مدار

د - ضریب قدرت واته و دواته مدار

حل: با توجه به توضیحات فوق شکل مدار را به صورت

شکل ۹-۷۹ می توان رسم کرد:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot c} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 1061/57 \times 10^{-6}}$$

$$= 3 \Omega$$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{120}{4} = 30 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{120}{3} = 40 \text{ A}$$

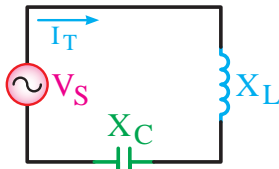
$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50 \text{ A}$$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{120}{50} = 2/4 \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{2/4}{4} = 0/6$$

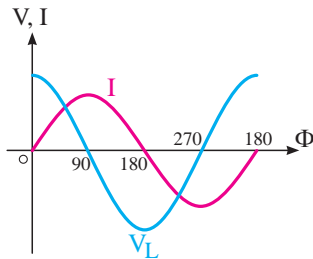
$$\sin \varphi = \frac{Z}{X_C} = \frac{2/4}{3} = 0/8$$

ت مدار LC سری:



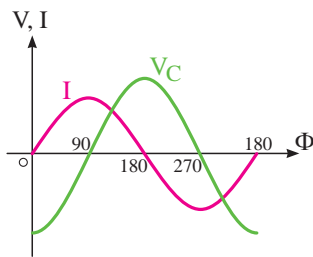
شکل ۹-۸۰- مدار LC سری

در شکل ۹-۸۰ تصویر مدار LC سری را ملاحظه می کنید. در این مدار جریان عبوری برای سلف و خازن ثابت است (عامل مشترک) ولی ولتاژ کل در بین عناصر سلفی و خازنی تقسیم می شود.



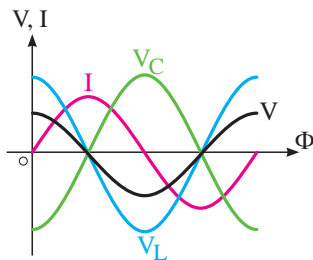
شکل ۹-۸۱- شکل موج ولتاژ و جریان سلف

شکل ۹-۸۱ رابطه فازی بین ولتاژ و جریان در سلف را نشان می دهد.



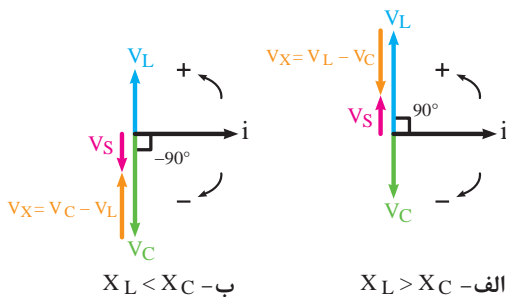
شکل ۹-۸۲- شکل موج ولتاژ و جریان خازن

در شکل ۹-۸۲ رابطه فازی بین ولتاژ و جریان خازن را مشاهده می کنید.



شکل ۹-۸۳- شکل موج ولتاژ و جریان مدار CL سری در حالت $X_L > X_C$

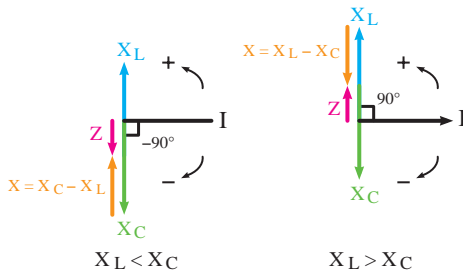
رابطه فازی بین ولتاژ و جریان در کل مدار را برای حالتی که $X_L > X_C$ است در شکل ۹-۸۳ نشان داده شده است. چون عملکرد خازن و سلف عکس یکدیگر است اثرات یکدیگر را خنثی می کنند. بنابراین در حالتی که $X_L > X_C$ است مدار دارای خاصیت سلفی می شود. در صورتی که $X_C > X_L$ باشد مدار دارای خاصیت خازنی خواهد بود.



شکل ۹-۸۴- دیاگرام برداری ولتاژها در حالت های مختلف

دیاگرام برداری ولتاژها و امپدانس در اینگونه مدارها را می توان در دو حالت $X_L < X_C$, $X_L > X_C$ رسم کرد. در شکل ۹-۸۴ دیاگرام های ولتاژ را مشاهده می کنید.

در شکل ۹-۸۵ دیاگرام برداری امپدانس ها در دو حالت $X_C > X_L$ ترسیم شده است.



شکل ۹-۸۵- دیاگرام برداری امپدانس ها در حالت های مختلف

$$V_S = V_L - V_C \quad X_L > X_C$$

$$V_S = V_C - V_L \quad X_L < X_C$$

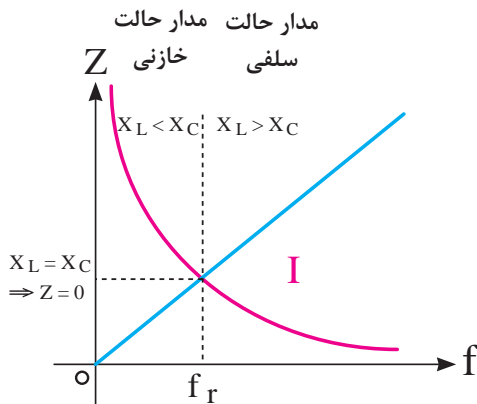
$$Z = X_L - X_C \quad X_L > X_C$$

$$Z = X_C - X_L \quad X_L < X_C$$

$$\cos(90^\circ) = 0 \quad \cos(-90^\circ) = 0$$

$$\text{tg}(90^\circ) = \text{نامشخص} \quad \text{tg}(-90^\circ) = \text{نامشخص}$$

$$\sin(90^\circ) = 1 \quad \sin(-90^\circ) = -1$$



شکل ۹-۸۶- منحنی های تغییرات LX و CX به ازای تغییرات فرکانس

چون بردارها با هم 180° درجه اختلاف فاز دارند لذا می توان آن ها به صورت خطی با هم جمع برداری (تفریق) کرد. بنابراین روابط ولتاژ کل و امپدانس به صورت مقابل در می آید.

در مدارهای LC سری زاویه بین ولتاژ V_S و جریان I برابر با $(+90^\circ)$ درجه یا (-90°) درجه است. بنابراین در این مدارها ضرایب \cos و tg را نمیتوان مطرح کرد زیرا:

ضریب $\sin\phi$ در این مدارها برابر با $(+1)$ یا (-1) است.

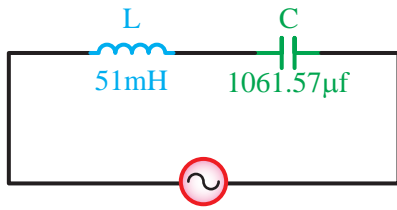
تغییر فرکانس بر روی هر دو عامل X_L و X_C مؤثر

است. زیرا اگر f زیاد شود X_L زیاد و X_C کم می شود

$$\uparrow X_L = 2\pi f \uparrow L \quad \downarrow X_C = \frac{1}{2\pi f \uparrow C}$$

به همین دلیل در مدارهای LC نقطه خاصی وجود دارد که آن را نقطه «رزنانس» می نامند. نقطه رزنانس نقطه ای است که در آن نقطه، خازن موجود در مدار اثر سلف را خنثی می کند. منحنی تغییرات امپدانس نسبت به فرکانس در این مدارها مشابه شکل ۹-۸۶ است. با توجه به شکل در نقطه ای که $X_L = X_C$ است حالت رزنانس به وجود می آید. فرکانس رزنانس از رابطه زیر محاسبه می شود.

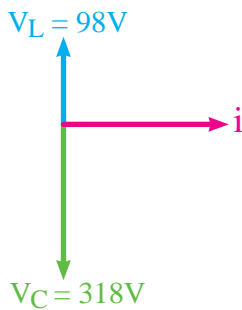
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



$$V = 220V$$

$$f = 50Hz$$

شکل ۹-۸۷- مدار LC سری



شکل ۹-۸۸- دیاگرام برداری ولتاژهای مدار LC سری

چون در حالت رزونانس $X_L = X_C$ است. بنابراین جریان کل مدار در حالت رزونانس خیلی زیاد (بی نهایت ∞) می شود.

مثال: جریان مدار شکل ۹-۸۷ چند آمپر است؟

حل:

$$X_L = 2\pi f.L$$

$$X_L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 51 \times 10^{-3} = 16\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f.C}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 1061.57 \times 10^{-6}} = 3\Omega$$

چون مقدار X_L بزرگتر از مقدار X_C است و مدار خاصیت سلفی دارد لذا رابطه امپدانس را به صورت زیر به کار می بریم.

$$Z = X_L - X_C$$

$$Z = 16 - 3 = 13\Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220}{13} = 16.9A$$

مثال: دیاگرام برداری یک مدار LC سری مطابق شکل

۹-۸۸ است در صورتی که مقدار راکتانس خازنی ۳۱۸ اهم

باشد مقدار راکتانس سلف و ولتاژ کل مدار چقدر است؟

حل:

$$V_s = V_C - V_L$$

$$V_s = 318 - 98 = 220V$$

$$V_C = X_C.I \Rightarrow I = \frac{V_C}{X_C}$$

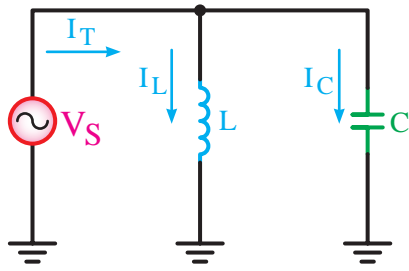
$$I = \frac{318}{318} = 1A$$

$$V_L = X_L.I \Rightarrow I = \frac{V_L}{I}$$

$$X_L = \frac{98}{1} = 98\Omega$$

$$X_L = 2\pi f.L \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{98}{2 \times 3.14 \times 50} = 0.31h$$

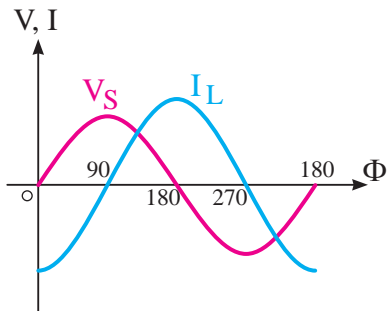
ج مدار LC موازی:



شکل ۹-۸۹- مدار LC موازی

شکل ۹-۸۹ تصویر مدار LC موازی را نشان می دهد. ولتاژ (V_S) برای هر دو عنصر مدار یکسان است و جریان کل (I_T) این دو شاخه به نسبت عکس راکتانس ها تقسیم می شود.

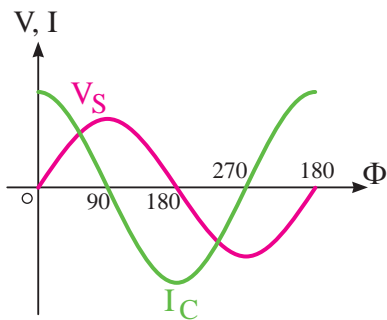
در شاخه خازنی جریان I_C نسبت به ولتاژ V_S به اندازه 90° درجه جلوتر و در شاخه سلفی جریان (I_L) نسبت به ولتاژ (V_S) به اندازه 90° درجه عقبتر.



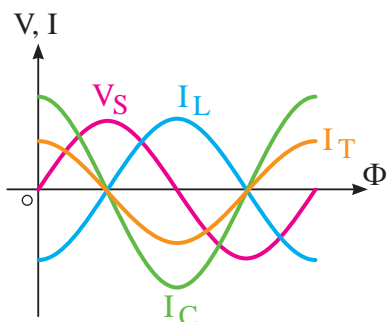
شکل ۹-۹۰- شکل موج ولتاژ و جریان سلف

شکل ۹-۹۰ رابطه فازی جریان و ولتاژ شاخه سلفی و

شکل ۹-۹۱ رابطه فازی جریان و ولتاژ شاخه خازنی را نشان می دهند.

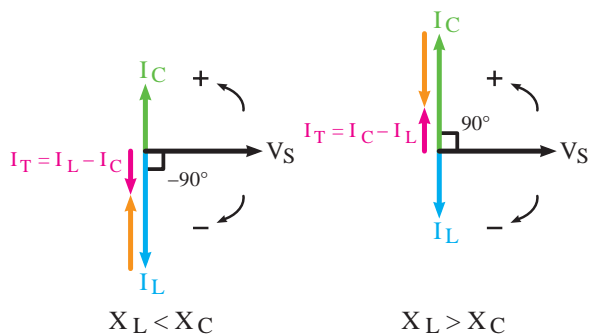


شکل ۹-۹۱- شکل موج ولتاژ و جریان خازن

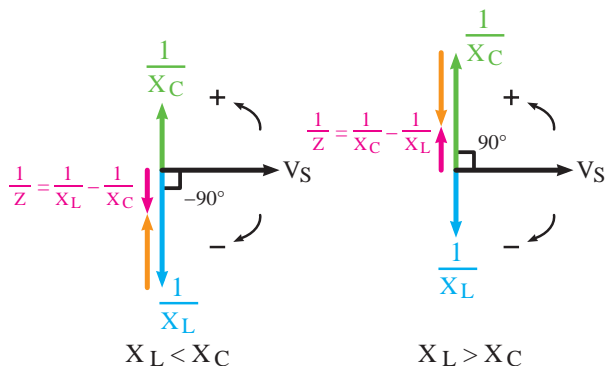


شکل ۹-۹۲- شکل موجهای ولتاژ و جریان مدار LC موازی در حالت $X_L > X_C$

این مدار می تواند یکی از دو حالت $X_C > X_L$ یا $X_L > X_C$ را داشته باشد. بنابراین شکل مربوط به رابطه فازی ولتاژ و جریان را می توان برای هر دو حالت فوق رسم کرده. در شکل ۹-۹۲ فقط حالت $X_L > X_C$ رسم شده است.



شکل ۹-۹۳- دیاگرام برداری جریان I_L در حالت های مختلف



شکل ۹-۹۴- دیاگرام برداری عکس امپدانس ها (ادمیتانس ها) در حالت های مختلف

دیاگرام برداری جریان های مدار در دو حالت $X_L > X_C$ و $X_C > X_L$ در شکل ۹-۹۳ نشان داده شده است.

می توانیم به جای جریان ها از معادل آن ها یعنی: $\frac{V_S}{I_T}$ و $\frac{V_S}{I_C}$ و $\frac{V_S}{I_L}$ استفاده کنیم و دیاگرام برداری ادمیتانس ها (Y) را طبق شکل ۹-۹۴ به دست آوریم.

بردار برآیند جریان ها و ادمیتانس ها در مدار LC موازی نیز مشابه مدار I_C سری به صورت جبری (خطی) با هم جمع می شوند. یعنی:

$$\begin{aligned} I_T &= I_C - I_L & X_L > X_C \\ I_T &= I_L - I_C & X_C > X_L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z} &= \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} & X_L > X_C \\ \frac{1}{Z} &= \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} & X_C > X_L \end{aligned}$$

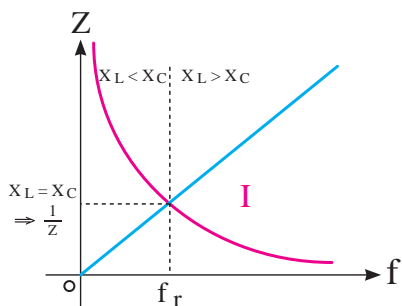
در مدارهای LC موازی - مشابه مدارهای سری بین ولتاژ و جریان یک اختلاف فاز ۹۰ درجه وجود دارد. ضرایب قدرت به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \cos(90) &= 0 & \cos(-90) &= 0 \\ \sin(90) &= 1 & \sin(-90) &= -1 \\ \text{tg}(90) &= \text{نامشخص} & \text{tg}(-90) &= \text{نامشخص} \end{aligned}$$

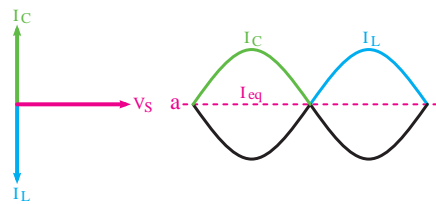
متناسب با تغییرات فرکانس، مدار در یکی از حالت های سلفی، خازنی و یا رزنانس منحنی تغییرات امپدانس نسبت به فرکانس در شکل ۹-۹۵ ترسیم شده است.

مقدار فرکانس رزنانس مدار از رابطه زیر به دست می آید.

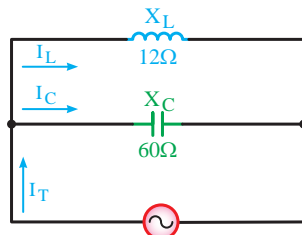
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



شکل ۹-۹۵- منحنی تغییرات X_L و X_C به ازای تغییرات فرکانس

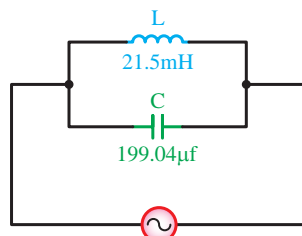


شکل ۹-۹۶- وضعیت بردارها در حالت رزونانس



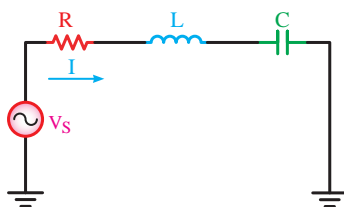
$V = 120V$
 $f = 50Hz$

شکل ۹-۹۷- مدار LC موازی



$V = 120V$
 $f = 50Hz$

شکل ۹-۹۸



شکل ۹-۹۹- مدار RLC سری

به علت مخالفت سلف با خازن اگر I_C با I_L مساوی باشد جریان کل مدار در حالت رزونانس برابر با صفر است. (شکل ۹-۹۶)

مثال: جریان کل و جریان هر شاخه شکل ۹-۹۷ را به

دست آورید.

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{120}{12} = 10A$$

حل:

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{120}{60} = 2A$$

$$I_T = I_L - I_C = 10 - 2 = 8A$$

مدار حالت سلفی دارد.

مثال: در مدار شکل ۹-۹۸ مطلوب است:

الف - امپدانس مدار

ب - جریان کل مدار

ج - فرکانس رزونانس

حل:

$$X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 21.5 \times 10^{-3} = 8\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 199.04 \times 10^{-6}} = 16\Omega$$

$$Z = \frac{X_C \cdot X_L}{X_C - X_L} = \frac{16 \times 8}{16 - 8} = \frac{128}{8} = 16\Omega$$

$$I = \frac{V_S}{Z} = \frac{120}{16} = 7.5A$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

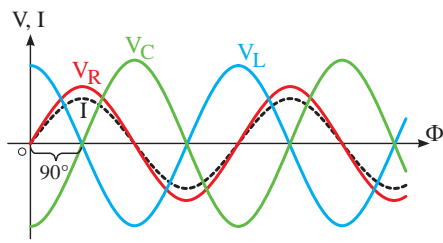
$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{21.5 \times 10^{-3} \times 199.04 \times 10^{-6}}}$$

$$f_r = 76.97Hz$$

چ مدار RLC سری:

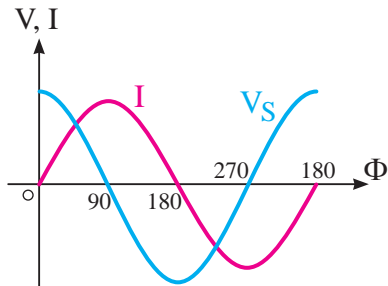
در شکل ۹-۹۹ تصویر مدار RLC سری نشان داده شده است. در این مدار چون خازن، مقاومت و سلف با هم وجود دارد. سه نوع اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان می آید. در مدار سری، جریان در تمامی عناصر یکسان است و ولتاژ V_S بین

عناصر مدار به نسبت مقاومت ها تقسیم می شود.

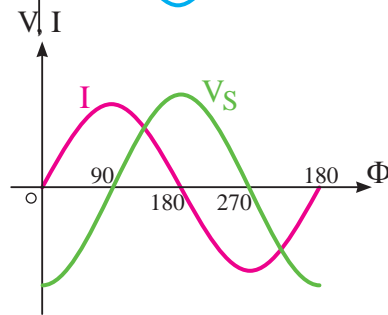


شکل ۹-۱۰۰- شکل موج های ولتاژ و جریان عناصر مدار RLC سری

- همانگونه که در شکل ۹-۱۰۰ مشاهده می شود روابط فازی بین ولتاژها و جریان کل مدار به شرح زیر است:
- ۱- V_L نسبت به I ، 90° درجه پیش فاز می شود.
 - ۲- V_C 90° درجه نسبت به I پس فاز است.
 - ۳- V_R با جریان I هم فاز است.



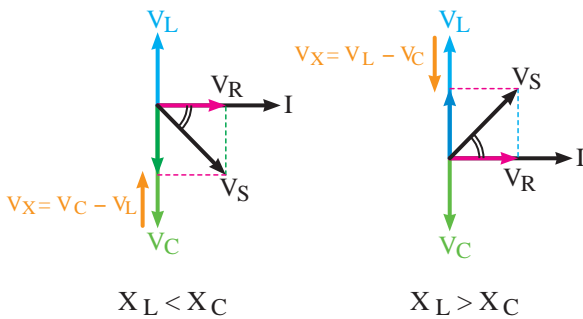
الف - حالت سلفی



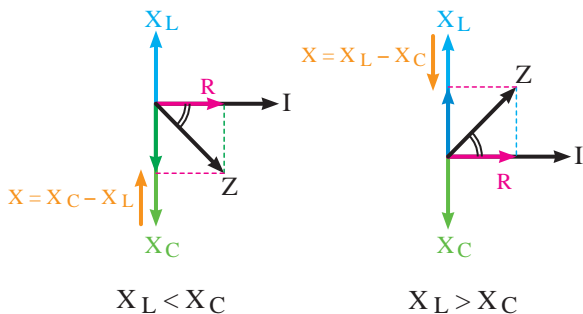
ب - حالت خازنی

شکل ۹-۱۰۱- شکل موج های ولتاژ و جریان کل مدار در حالت های سلفی و خازنی

با توجه به روابط فازی اشاره شده می توان نتیجه گرفت بین ولتاژ و جریان کل مدار با توجه به مقادیر مقاومت ها می تواند یک زاویه اختلاف فاز در محدوده 90° - تا 90° + درجه به وجود آید. در ازاء افزایش راکتانس سلفی مدار (X_L) مدار حالت سلفی پیدا می کند و اختلاف فاز به 90° درجه نزدیک می شود (شکل ۹-۱۰۱- الف) و چنانچه راکتانس خازنی مدار (X_C) نسبت به راکتانس سلفی (X_L) افزایش یابد مدار خاصیت خازنی پیدا می کند و زاویه اختلاف فاز به 90° - درجه نزدیک می شود. (شکل ۹-۱۰۱- ب)



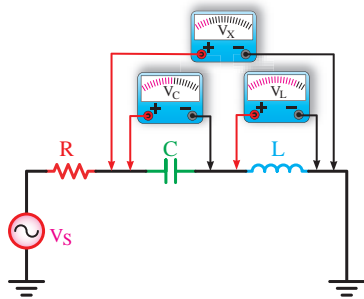
شکل ۹-۱۰۲- دیاگرام برداری ولتاژها در حالت های مختلف



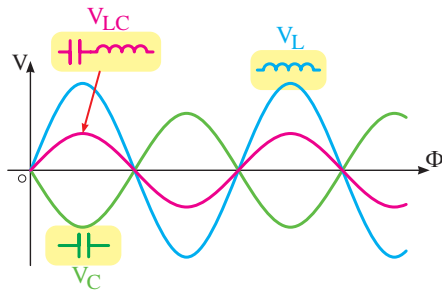
شکل ۹-۱۰۳- دیاگرام برداری امپدانس ها در حالت های مختلف

دیاگرام برداری ولتاژها را در دو حالت $X_C > X_L$ ، $X_C < X_L$ می توان رسم کرد.

شکل ۹-۱۰۲ دیاگرام برداری ولتاژها و شکل ۹-۱۰۳ دیاگرام برداری امپدانس ها را نشان می دهد.



الف- وضعیت مداری عناصر



ب) شکل موج دو سر عناصر

شکل ۹-۱۰۴- شکل موج های ولتاژ، سلف، خازن و ترکیب آن ها به همراه وضعیت مداری

مانند مدارهای سری قبل برای مثلث های تشکیل شده در دیگرام های برداری می توان رابطه فیثاغورث را به شرح زیر نوشت. شکل موج ولتاژهای دو سر سلف، خازن و ترکیب آن ها را در شکل ۹-۱۰۴ مشاهده می کنید.

$$V_S = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad V_L > V_C$$

$$V_S = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2} \quad V_C > V_L$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad X_L > X_C$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \quad X_C > X_L$$

ضریب قدرت و ضریب کیفیت در مدارهای RLC

براساس روابط زیر قابل محاسبه است.

$$\cos \Phi = \frac{V_R}{V_S} = \frac{R}{Z}$$

$$\sin \Phi = \frac{V_X}{V_S} = \frac{X^{(1)}}{Z}$$

$$\text{tg} \Phi = \frac{V_X}{V_R} = \frac{X}{R}$$

در این مدارها افزایش فرکانس روی X_L و X_C مؤثر است به طوری که سبب افزایش X_L و کاهش X_C می شود.

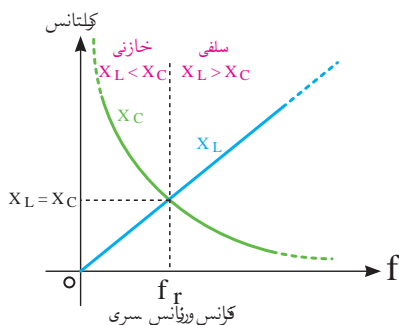
$$\downarrow X_C = \frac{1}{2\pi f \uparrow \cdot C} \quad \uparrow X_L = 2\pi f \uparrow \cdot L \quad \text{زیرا:}$$

در مدارهای RCL به ازای تغییر فرکانس نقطه ای به وجود می آید که در آن نقطه مقدار X_L با X_C برابر می شود.

این حالت را در اصطلاح «رزنانس یا تشدید» می نامند.

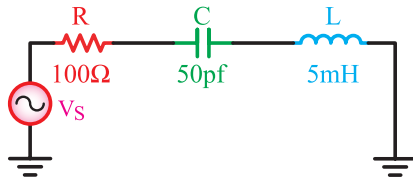
فرکانس آن را با (f_r) نمایش می دهند. (شکل ۹-۱۰۵)

شکل ۹-۱۰۵ منحنی تغییرات X_L و X_C را نسبت به تغییر فرکانس نشان می دهد. با توجه به این که در



شکل ۹-۱۰۵- منحنی تغییرات X_L و X_C به ازای تغییرات فرکانس

۱- منظور از X راکتانس معادل بین X_C و X_L مدار است.



شکل ۹-۱۰۶- شکل موج های ولتاژ و جریان کل مدار در شرایط مختلف

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{(5\text{mH})(50\text{pf})}}$$

$$f_r = \frac{1}{6.28 \sqrt{5 \times 10^{-7} \times 50 \times 10^{-12}}}$$

$$= \frac{1}{6.28 \sqrt{25 \times 10^{-19}}}$$

$$f_r = \frac{1}{6.28 \times 5 \times 10^{-9}} = \frac{10^9}{3.14} = 318000 \text{ Hz}$$

$$= 318 \text{ kHz}$$

لحظه رزونانس خاصیت های سلفی و خازنی یکدیگر را خنثی می کنند امپدانس مدار برابر با $Z = R$ خواهد شد. فرکانس رزونانس مدار را به صورت زیر می توان محاسبه کرد.

در حالت رزونانس $X_L = X_C$

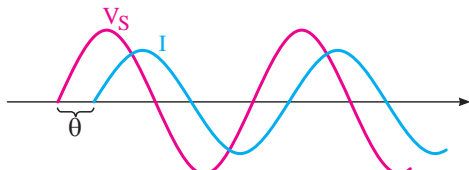
$$2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r C}$$

$$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

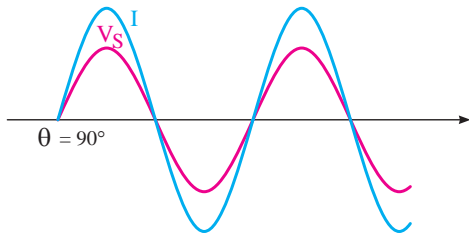
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

مثال: فرکانس رزونانس مدار شکل ۹-۱۰۶ چقدر است؟

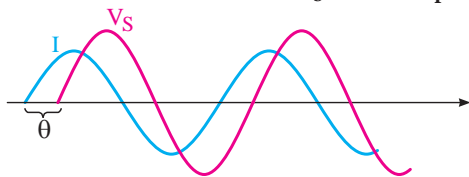
حل: با استفاده از رابطه f_r داریم:



الف - بالاتر از f_r ، I عقب تر از V_S



ب - برابر f_r ، I هم فاز V_S



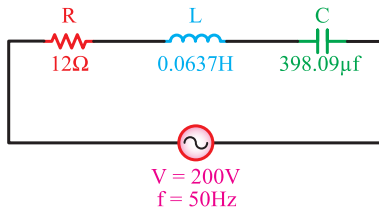
ج - زیر f_r ، I جلوتر از V_S

از مجموعه مطالب فوق می توان نتیجه گرفت که در فرکانس های کمتر از فرکانس رزونانس X_C زیاد است و مدار حالت خازنی دارد به عبارت دیگر جریان مدار (I) نسبت به ولتاژ کل (V_S) به اندازه θ درجه جلوتر است. در شرایطی که فرکانس مدار بیشتر از فرکانس رزونانس باشد مقدار (X_L) زیادتر می شود و جریان I اندازه θ درجه از ولتاژ (V_S) عقب می ماند. بنابراین در حالت رزونانس مدار فقط خاصیت اهمی دارد و ولتاژ (V_S) با جریان I هم فاز است. در شکل ۹-۱۰۷ این مطلب نشان داده شده است.

شکل ۹-۱۰۷- شکل موج های ولتاژ و جریان کل مدار در شرایط مختلف

مثال: با در نظر گرفتن مدار شکل ۹-۱۰۸ مطلوب

است:



شکل ۹-۱۰۸

الف - امپدانس مدار

ب - جریان مدار

ج - ولتاژ دو سر عناصر مدار

د- ضریب قدرت و اته و دو اته

ه- ضریب کیفیت مدار

و - فرکانس رزونانس

حل:

$$X_L = 2\pi f.L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.0637 = 20\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f.C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 398 \times 10^{-6}} = 8\Omega$$

چون $X_L > X_C$ است پس مدار خاصیت سلفی دارد و

در نتیجه:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(12)^2 + (20 - 8)^2} = 20\Omega$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{200}{20} = 10A$$

$$V_R = R.I = 12 \times 10 = 120V$$

$$V_L = X_L.I = 20 \times 10 = 200V$$

$$V_C = X_C.I = 8 \times 10 = 80V$$

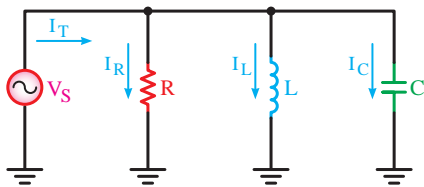
$$\cos \Phi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{20} = .6$$

$$\sin \Phi = \frac{X}{Z} = \frac{20 - 8}{20} = .6$$

$$Q = \text{tg} \Phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{20 - 8}{12} = 1$$

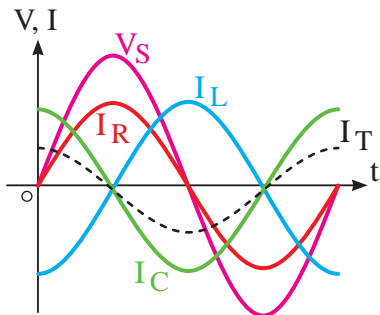
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{0.0637 \times 398 \times 10^{-6}}} = 31.62\text{Hz}$$



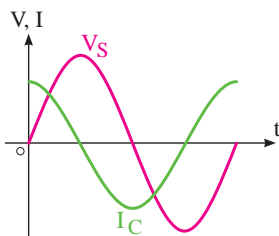
شکل ۹-۱۰۹- مدار RLC موازی

هرگاه سه عنصر مقاومت، سلف و خازن طبق شکل ۹-۱۰۹ اتصال یابند، این اتصال را اتصال موازی می گویند. ولتاژ در این مدارها برای همه عناصر و جریان بین شاخه ها به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود.



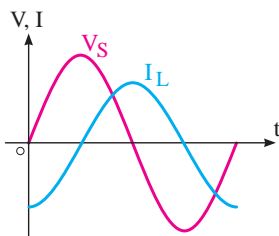
شکل ۹-۱۱۰- شکل موج های ولتاژ و جریان در مدار ۸ موازی

روابط فازی بین ولتاژ و جریانها به صورت شکل ۹-۱۱۰ است. در این مدار جریان I_C به اندازه 90° درجه از ولتاژ V_S جلوتر، جریان I_L به اندازه 90° درجه از ولتاژ V_S عقبتر و جریان I_R با ولتاژ V_S هم فاز است.



شکل ۹-۱۱۱- شکل موج ولتاژ و جریان در شاخه I و V خازنی

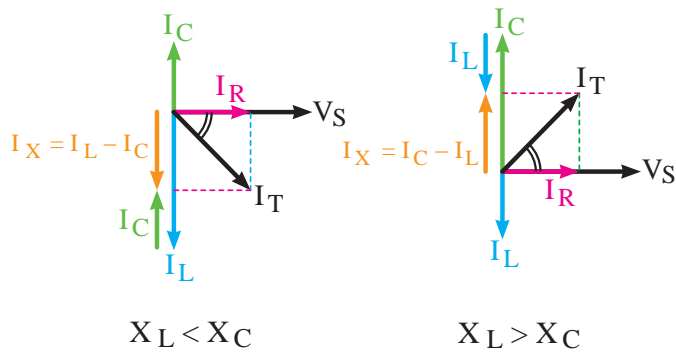
چون جریان شاخه خازنی 90° درجه جلوتر و جریان شاخه سلفی 90° درجه عقبتر از ولتاژ است لذا جریان های سلفی و خازنی با یکدیگر به اندازه 180° درجه اختلاف فاز دارند، بنابراین دو جریان در دو جهت برآیند بین این دو (I_X) از تفاصل آن ها به دست می آید. شکل ۹-۱۱۱ و شکل ۹-۱۱۲ شکل موج های جریان های I_L و I_C را نسبت به ولتاژ نشان می دهد.



شکل ۹-۱۱۲- شکل موج ولتاژ و جریان در شاخه سلفی

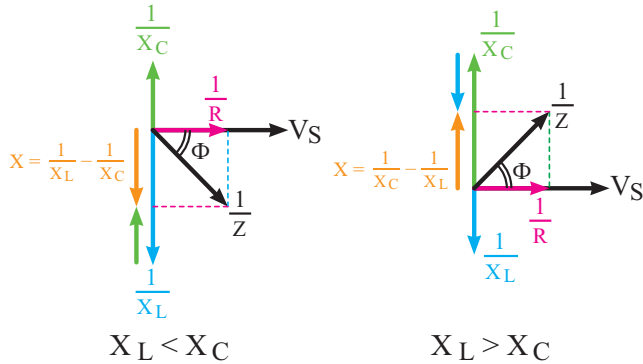
در مدارهای رزنانس با اضافه شدن X_L جریان شاخه سلفی کم می شود و مدار خاصیت خازنی بیشتری پیدا می کند در این حالت زاویه اختلاف فاز بین V_S و I_T در محدوده صفر و 90° درجه در حالت خازنی قرار می گیرد. در صورتی که X_C افزایش یابد شرایط عکس اتفاق می افتد و مدار سلفی می شود.

دیگرام های برداری جریان ها و امپدانس برای دو حالت $X_C > X_L$ و $X_L > X_C$ قابل ترسیم است.



شکل ۹-۱۱۳ دیاگرام جریان‌ها را در دو حالت و شکل ۹-۱۱۴ دیاگرام عکس‌امپدانس‌ها را در دو حالت نشان می‌دهد.

شکل ۹-۱۱۳- دیاگرام برداری جریان‌ها در حالت‌های مختلف



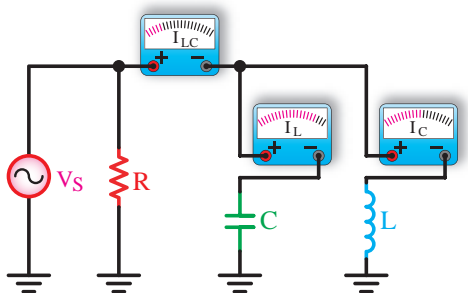
شکل ۹-۱۱۴- دیاگرام برداری عکس‌امپدانس (ادمیتانس) در حالت‌های مختلف

با استفاده از دیاگرام‌های برداری و رابطه فیثاغورث برای

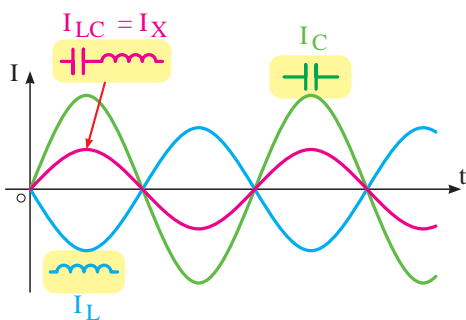
جریان‌ها می‌توانیم بنویسیم:

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} \quad X_C > X_L$$

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} \quad X_L > X_C$$



الف - وضعیت مداری عناصر



ب - شکل موج دو سر عناصر

شکل ۹-۱۱۵- شکل موج‌های جریان سلف، خازن و ترکیب آن‌ها به همراه وضعیت مداری

برای محاسبه امپدانس باید ابتدا راکتانس معادل

بین سلف و خازن مدار را مانند یک مدار موازی از رابطه

$$X = \frac{X_L \cdot X_C}{X_L - X_C}$$

زیر به دست آورد. (شکل ۹-۱۱۵)

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad X_C > X_L$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad X_L > X_C$$

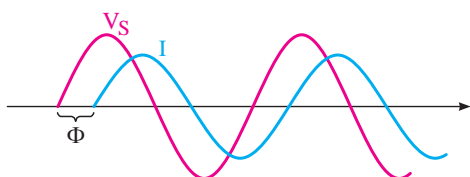
۱- منظور از X راکتانس معادل بین X_C و X_L مدار است.

ضرایب قدرت و ضریب کیفیت در مدارهای RLC موازی از روابط زیر به دست می آید.

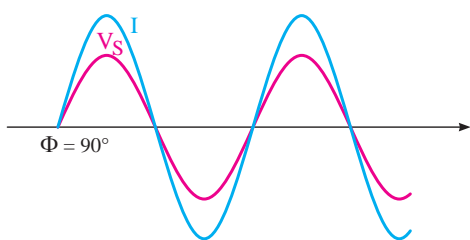
$$\cos \Phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$$\sin \Phi = \frac{I_X}{I_T} = \frac{\sqrt{X}}{\sqrt{Z}} = \frac{Z}{X}$$

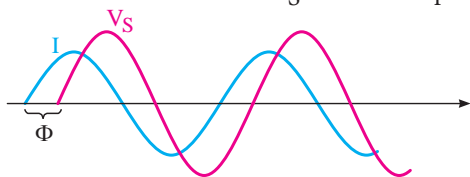
$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{I_X}{I_R} = \frac{\sqrt{X}}{\sqrt{R}} = \frac{R}{X}$$



الف - پایین تر از f_r ، I عقب تر V_S (پس فاز)



ب - برابر f_r ، I هم فاز با V_S است (هم فاز)



ج - بالاتر از فرکانس f_r ، I جلوتر از V_S (پیش فاز)

شکل ۱۱۶-۹- شکل موج های ولتاژ و جریان کل مدار در شرایط مختلف

در حالت رزونانس $\frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_C}$ (برابر شدن ادmittانس ها) می شود و می توانیم بنویسیم $X_L = X_C$ است.

چگونگی محاسبه فرکانس رزونانس (f_r) مانند مدارهای RLC سری است.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

در لحظه رزونانس امپدانس مدار برابر خواهد شد با:

$$X_L = X_C \Rightarrow Z = R$$

در حالت تشدید حداقل جریان از مدار عبور می کند.

$$I_T = \frac{V_S}{Z} \Rightarrow I = \frac{V_S}{R}$$

در صورت تغییر فرکانس، مدار در سه حالت می تواند قرار گیرد.

۱- به ازای فرکانس های کمتر از فرکانس رزونانس مدار سلفی تر می شود.

۲- در صورت افزایش فرکانس به مقداری بیشتر از f_r مدار دارای خاصیت خازنی می شود.

۳- در شرایط رزونانس مدار اهمی خالص است. شکل ۹-۱۱۶ منحنی های ولتاژ و جریان را در سه حالت نشان می دهد.

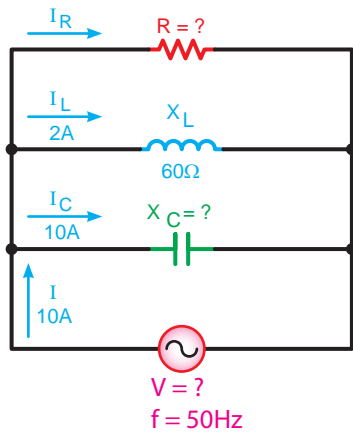
تذکر مهم:

شرط $X_L = X_C$ برای حالت رزونانس را فقط برای مدارهای RLC، LC و سری و موازی می توان در نظر گرفت و فرکانس رزونانس را براساس آن به صورت زیر محاسبه کرد:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



مثال: در مدار شکل ۹-۱۱۷ مطلوب است:



شکل ۹-۱۱۷

- الف - جریان I_R
- ب - ولتاژ مدار
- ج - امپدانس
- د - مقدار R ، X_C
- هـ - ضریب کیفیت
- و - فرکانس رزونانس مدار

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$$

$$I_R = \sqrt{I_T^2 - (I_C - I_L)^2} = \sqrt{(10)^2 - (10 - 2)^2}$$

$$I_R = 6A$$

$$V = X_L \cdot I_L = 60 \times 2 = 120V$$

$$R = \frac{V}{I_R} = \frac{120}{6} = 20\Omega$$

$$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{120}{10} = 12\Omega$$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{120}{10} = 12\Omega$$

$$Q = \text{tg}\Phi = \frac{I_X}{I_R} = \frac{10 - 2}{6} = \frac{8}{6} = 1/3$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{60}{2 \times 3.14 \times 50} = 0.19\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 12}$$

$$= 2/56 \times 10^{-7} f$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

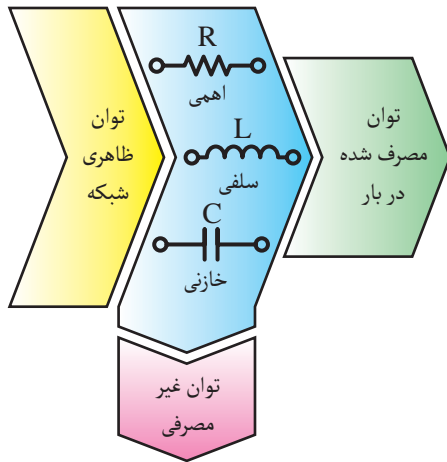
$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{0.19 \times 2 / 65 \times 10^{-7}}}$$

$$f_r = 22/4 H_z$$

حل: برای محاسبه مقادیر مجهول مطابق روابط مقابل

می توان عمل کرد:

۹-۸- انواع توان در جریان متناوب تکفاز



شکل ۹-۱۱۸- بلوک دیاگرام توان ها در جریان متناوب



شکل ۹-۱۱۹- بار اهمی خالص که توان حقیقی مصرف می کند.

در مدارهای جریان متناوب از عناصر اهمی - سلفی و خازنی به صورت مستقل و یا ترکیبی استفاده می شود. این عناصر انرژی الکتریکی دریافتی از شبکه را به صورت های گوناگون ظاهر می کنند.

گروهی از عناصر توان الکتریکی را مورد مصرف قرار داده و گروهی دیگر به صورت انرژی ذخیره می کنند. به همین خاطر در شبکه های متناوب سه نوع توان خواهیم داشت. (شکل ۹-۱۱۸)

۱- توان «ظاهری» (S):

طبق تعریف به حاصل ضرب ولتاژ و جریان مؤثر توان ظاهری گفته می شود و به صورت زیر می توان به دست آورد.

$$S = V_e \cdot I_e$$

واحد توان ظاهری «ولت آمپر (V.A)» است.

۲- توان حقیقی - مفید - اکتیو (P):

توانی که از طرف بار الکتریکی مورد استفاده قرار گرفته و کار مؤثر انجام می دهد را توان حقیقی (اکتیو - مفید) می گویند. این توان مربوط به مصرف کننده های اهمی (R) بوده (شکل ۹-۱۱۹) و از روابط زیر محاسبه می شود.

$$P = V_e \cdot I_e \cdot \cos \Phi$$

$$P = R \cdot I_e^2$$

$$P = \frac{V_e^2}{R}$$

واحد توان حقیقی بر حسب (وات W) است.



شکل ۹-۱۲۰

۳- توان «غیر حقیقی - غیر مفید - راکتیو»:

مقدار توانی که در مقاوت های سلفی و خازنی ظاهر می شود ولی نمی تواند به کار مفید تبدیل گردد را توان غیر حقیقی (غیر مفید - راکتیو) مینامند. (شکل ۹-۱۲۰)

این توان به صورت تناوبی بین مصرف کننده و شبکه رفت و برگشت می شود.

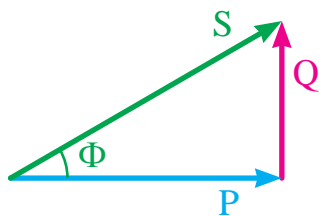
توان غیر مفید را بر حسب «وار - (VAR)» محاسبه می کنند. در محاسبات مربوط به توان راکتیو معمولاً بارهای سلفی را با علامت مثبت و بارهای خازنی را با علامت منفی در روابط نشان می دهند.

$$Q = \pm (V_e \cdot I_e \cdot \sin \Phi)$$

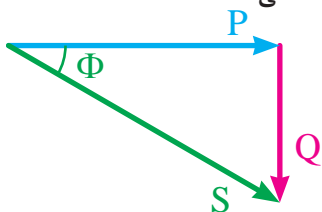
$$Q = \pm (X \cdot I_e^2)$$

$$Q = \pm \left(\frac{V_e^2}{X} \right)$$

در روابط فوق X معرف راکتانس معادل X_L و X_C مدار است.



الف - در حالت سلفی

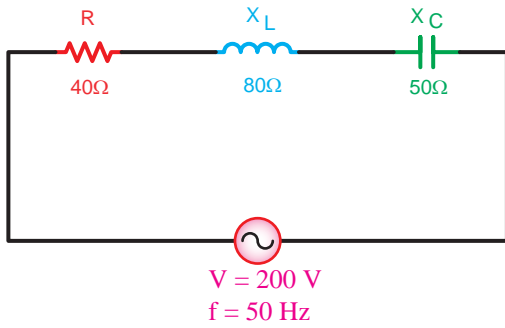


ب - در حالت خازنی

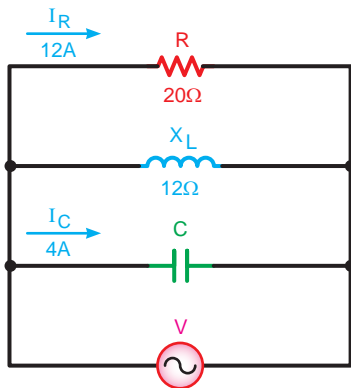
شکل ۹-۱۲۱- دیاگرام برداری مثلث توان ها در حالت های مختلف

توضیح

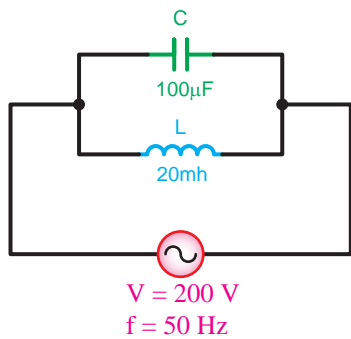
حاصل جمع توان های داده شده و گرفته شده (توان ظاهری) به صورت برداری است و از رابطه $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ محاسبه می شود. (شکل ۹-۱۲۱)



شکل ۹-۱۲۲- مدار RLC سری



شکل ۹-۱۲۳- مدار RLC موازی



شکل ۹-۱۲۴

مثال: در شکل ۹-۱۲۲ مطلوب است:

الف - توان های ظاهری، اکتیو و راکتیو مدار

ب - ضریب قدرت دواته

حل:

ابتدا امپدانس را به دست می آوریم تا بتوان براساس آن

توان ها و ضریب کیفیت را محاسبه کرد.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(40)^2 + (80 - 50)^2}$$

$$Z = 50\Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{200}{50} = 4A$$

$$S = Z.I^2 = 50 \times (4)^2 = 800VA$$

$$P = R.I^2 = 40 \times (4)^2 = 640W$$

$$Q = X.I^2 = (80 - 50) \times (4)^2 = 480VAR$$

$$\sin \phi = \frac{X}{Z} = \frac{80 - 50}{50} = \frac{30}{50} = 0.6$$

مثال:

در مدار شکل ۹-۱۲۳ مطلوب است:

الف - ضریب قدرت واته مدار

ب - توان ظاهری مدار

ج - توان اکتیو و راکتیو مدار

حل:

$$V = I_R \cdot R = 12 \times 20 = 240V$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{240}{12} = 20A$$

$$I_L = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

$$I_T = \sqrt{(12)^2 + (20 - 4)^2} \Rightarrow I_T = 20A$$

$$\cos \Phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{12}{20} = 0.6$$

$$\sin \Phi = \frac{I_X}{I_T} = \frac{20 - 4}{20} = \frac{16}{20} = 0.8$$

$$S = V_e \cdot I_e = 240 \times 20 = 4800VA$$

$$P = V_e \cdot I_e \cdot \cos \Phi = 4800 \times 0.6 = 2880W$$

$$Q = V_e \cdot I_e \cdot \sin \Phi = 4800 \times 0.8 = 3840VAR$$

$$X_L = 2\pi f.L$$

$$X_L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 20 \times 10^{-3} = 6.28 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f.C}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 100 \times 10^{-6}} = 31.8 \Omega$$

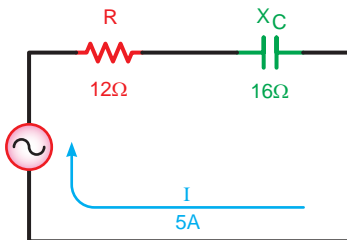
$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} = \frac{X_C - X_L}{X_L \cdot X_C}$$

$$Z = \frac{X_C \cdot X_L}{X_C - X_L} = \frac{31.8 \times 6.28}{31.8 - 6.28} = 7.82 \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{7.82} = 12.78 A$$

$$P = 0$$

$$Q = S = V_e \cdot I_e = 100 \times 12.78 = 1278 VA$$



شکل ۹-۱۲۵

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$Z = \sqrt{(12)^2 + (16)^2} = 20 \Omega$$

$$V = IZ$$

$$V = 5 \times 20 = 100 V$$

$$\cos \Phi = \frac{R}{Z} = \frac{12}{20} = .6$$

$$\sin \Phi = \frac{X_C}{Z} = \frac{16}{20} = .8$$

$$S = V.I = 100 \times 5 = 500 VA$$

$$P = S \cdot \cos \Phi = 500 \times .6 = 300 W$$

$$Q = S \cdot \sin \Phi = 500 \times .8 = 400 VAR$$

چون جریان شاخه سلفی بیشتر از شاخه خازنی است لذا

توان راکتیو سلفی است و با علامت مثبت نشان می دهیم.

مثال: یک سلف به خودالقایی ۲۰ میلی هانری بایک

خازن به ظرفیت ۱۰۰ میکروفاراد مطابق شکل ۹-۱۲۴ به

صورت موازی به ولتاژ مؤثر ۱۰۰ ولت با فرکانس ۵۰ هرتز

متصل شده اند، مطلوب است:

الف - جریان مدار

ب - توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری

حل: مقادیر مجهول به کمک روابط مقابل چنین به

دست می آید.

چون مصرف کننده اهمی نداریم توان مصرفی مدار صفر

است.

مثال: در مدار شکل ۹-۱۲۵ مطلوب است:

الف - ولتاژ کل مدار

ب - ضرایب وات و دواته مدار

ج - توان اکتیو و راکتیو و ظاهری

حل: براساس روابط مدارهای RC سری مقادیر خواسته

شده به صورت مقابل به دست می آید.

عملیات کارگاهی (کار عملی ۱۰)

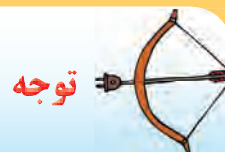


ساعت		
نظری	عملی	جمع
-	۱	۱

هدف: بررسی مدارهای خازنی سری در جریان

وسایل و تجهیزات مورد نیاز (برای هر گروه کار)

سیکنال ژنراتور	۱- دستگاه
۲- مولتی متر دیجیتالی	۱- دستگاه
۳- LC متر	۱- دستگاه
۴- بردبرد آزمایشگاهی	۱ عدد
۵- خازن‌ها	
$C_1 = 0.22\mu f$ با حداقل ولتاژ کار ۱۰ ولت	۱ عدد
$C_2 = 0.8\mu f$ با حداقل ولتاژ کار ۱۰ ولت	۲ عدد
$C_3 = 0.47\mu f$ با حداقل ولتاژ کار ۱۰ ولت	۱ عدد
۶- سیم تلفنی	۰/۵ متر
۷- سیم چین	۱ عدد
۸- سیم لخت کن	۱ عدد

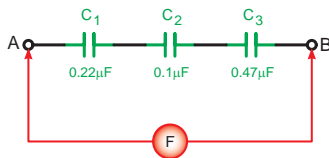


توجه

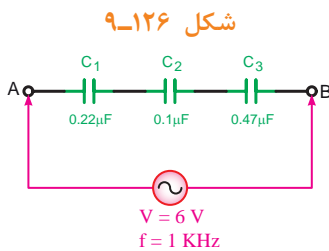
برای اندازه‌گیری ولتاژ و جریان عناصر مدار می‌توانید از یک آوومتر دیجیتالی یکبار به صورت ولتمتری و بار دیگر به صورت آمپرمتری بطور جداگانه استفاده کنید.



الف - شکل واقعی



ب - شکل مداری



شکل ۹-۱۲۶

شکل ۹-۱۲۷

مراحل اجرای آزمایش

۱- سه خازن C_1 و C_2 و C_3 را مطابق شکل ۹-۱۲۶ روی بردبرد اتصال دهید و با استفاده از دستگاه LC متر ظرفیت خازن معادل مدار در نقطه A و B را اندازه گیری کنید.

$$C_{AB} = \boxed{} \mu f$$

۲- سیگنال ژنراتور را روی ولتاژ ۶ ولت سینوسی با فرکانس ۱ کیلوهرتز (kHz) تنظیم کنید و طبق شکل ۹-۱۲۷ به دو نقطه A و B مدار وصل کنید.

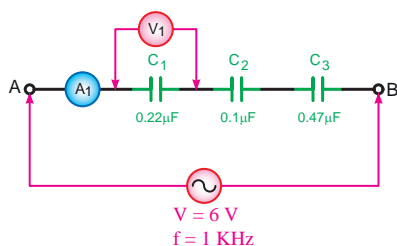
۳- با استفاده از یک مولتی متر دیجیتال جریانی عبوری و ولتاژ دوسر خازن C_1 را اندازه گیری کنید. (شکل ۹-۱۲۸)

$$V_{C_1} = \boxed{} V$$

$$I_{C_1} = \boxed{} mA$$



الف - شکل واقعی



ب - شکل مداری

شکل ۹-۱۲۸