

مقدمه

کتاب حاضر بر اساس تجزیه و تحلیل مشاغل تکنسین‌های مدلسازی و ریخته‌گری تهیه شده است. هدف کلی کتاب، دادن دید فنی در محاسبات برای هنرجویان گروه مواد است. برای نیل به این هدف سعی شده است در ادامه مطالب علمی ریاضی و فیزیک، مسایل کاربردی آن‌ها در مشاغل مدلسازی و ریخته‌گری مورد بررسی قرار گیرد؛ تا فارغ‌التحصیلان توانایی انجام محاسبات فنی پایه در صنایع مربوطه را به دست آورند.

کتاب از نه فصل تشکیل شده است. در ابتدای کتاب، هدف کلی و در ابتدای هر فصل هدف‌های رفتاری تعیین شده است تا هنرآموزان محترم پس از پایان فصل براساس هدف‌ها، هنرجویان را ارزشیابی کنند.

در فصل دهم کتاب دو گروه سؤال به منظور ارزشیابی آموخته‌های فراگیران در نظر گرفته شده است. به منظور عمق دادن به مطالب یادگیری در این فصل پاسخ تمرین‌های تمام فصول و جداول لازم ارائه شده است.

با تمام سعی و کوششی که در تهیه مطالب کتاب به عمل آمده است با کمال تواضع اذعان داریم که بدون نقص نیست. لذا از همکاران محترم تقاضا داریم؛ در صورت برخورد با هرگونه نقص در بیان مطالب و یا غلط‌های چاپی، ما را مستحضر فرمایند تا در چاپ‌های بعدی نواقص موجود برطرف شود.

کمیسیون تخصصی رشته متالورژی

هدف کلی

فراگیر پس از پایان این واحد درسی، محاسبات فنی پایه رشته‌های مدلسازی و ریخته‌گری شامل «طول، سطح، حجم، زاویه و زمان، جرم، وزن، سرعت برش، حرارت، کار و توان» را انجام می‌دهد.

کاربرد محاسبات طولی در حلّ مسایل فنی

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- اندازه‌گیری را تعریف کند.
- ۲- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI را شرح دهد.
- ۳- تبدیلات مربوط به اجزا و اضعاف متر را انجام دهد.
- ۴- واحد اندازه‌گیری طول در سایر سیستم‌ها را شرح دهد.
- ۵- مفهوم تفرانس را بیان کند.
- ۶- طول گسترده قطعات قوسدار را محاسبه کند.
- ۷- با استفاده از قضیه فیثاغورث مسایل فنی را حل کند.

۱- کاربرد محاسبات طولی در حلّ مسایل فنی

۱-۱- تعریف اندازه‌گیری

اندازه‌گیری عبارت است از مقایسه کمیتی با واحد مقرر قانونی مربوطه، مثلاً مقایسه طول با متر، زاویه با درجه، زمان با ثانیه و شدت جریان برق با آمپر و

۱-۲- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI^۱

واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI متر (m) است.

۱-۲-۱- تعریف متر: تا سال ۱۹۶۰ میلادی (۱۳۳۸ شمسی) برای مقایسه واحد

^۱ - System International

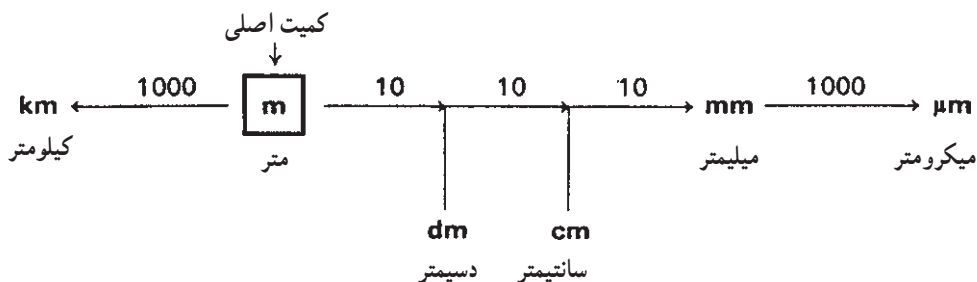


طول از متر مبنایی استفاده می کردند، که طول آن تقریباً $\frac{1}{40000000}$ طول نصف النهار کره زمین است (شکل ۱-۱).

در سال ۱۹۸۳ در هفدهمین کنفرانس اوزان و مقادیر تعریف جدید متر ارائه شد. یک متر مسافتی است که نور در عرض $\frac{1}{299792458}$ ثانیه در خلأ می پیماید.

شکل ۱-۱- تعریف متر تا سال ۱۹۶۰ میلادی

۲-۲-۱ اجزا و اضعاف متر: برای نشان دادن اجزا و اضعاف متر، از پیشوندهایی استفاده می شود که در جلوی نام واحد اصلی قرار می گیرند. در شکل ۱-۲ اجزا و اضعاف متر نشان داده شده است.



شکل ۱-۲ اجزا و اضعاف متر

مسأله نمونه ۱: ۳۲ دسیمتر چند متر است؟

حل:

$$1\text{dm} = \frac{1}{10}\text{m}$$

$$32\text{dm} = 32 \times \frac{1}{10}\text{m} = \frac{32}{10}\text{m}$$

مسأله نمونه ۲: ۴۵ میکرومتر را برحسب میلیمتر به دست آورید.

حل:

$$1\mu\text{m} = \frac{1}{1000}\text{mm}$$

$$45\mu\text{m} = 45 \times \frac{1}{1000}\text{mm} = \frac{45}{1000}\text{mm}$$

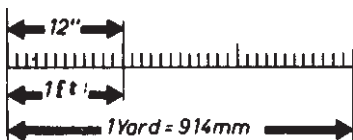
مسأله نمونه ۳: ۳/۴ کیلومتر چند سانتیمتر است؟

حل:

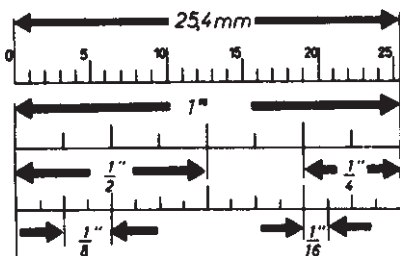
$$1\text{km} = 1000\text{m} \quad 1\text{m} = 100\text{cm}$$

$$1\text{km} = 1000 \times 100\text{cm} = 100000\text{cm}$$

$$3/4\text{km} = 3/4 \times 100000\text{cm} = 340000\text{cm}$$



شکل ۱-۳- اجزا و اضعاف فوت



شکل ۱-۴- تقسیمات اینچ

۱-۳- واحد اندازه‌گیری طول در سیستم F.P.S

واحد اندازه‌گیری طول (در کشورهای آمریکا و انگلیس) فوت (foot) است. هر فوت ۱۲ اینچ (Inch) و هر اینچ برابر ۲۵/۴ میلیمتر است (شکل ۱-۳).

چون در کارهای ریخته‌گری و مدلسازی، ابعاد کوچکتر از یک اینچ نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد، لذا معمولاً یک اینچ را به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم کرده و اجزای آن را با کسرهای متعارفی نشان می‌دهند (شکل ۱-۴).

$$1'', \frac{15''}{16}, \frac{7''}{8}, \frac{13''}{16}, \frac{3''}{4}, \frac{11''}{16}, \frac{5''}{8}, \frac{9''}{16}, \frac{1''}{2}, \frac{7''}{16}, \frac{3''}{8}, \frac{5''}{16}, \frac{1''}{4}, \frac{3''}{16}, \frac{1''}{8}, \frac{1''}{16}$$

مسئله نمونه ۱: $\frac{1''}{8}$ را به میلیمتر تبدیل کنید.

$$1'' = 25/4\text{mm}$$

حل:

$$\frac{1''}{8} = \frac{1}{8} \times 25/4\text{mm} = \frac{1 \times 25/4\text{mm}}{8} = 3/175\text{mm}$$

$$\text{مسئله نمونه ۲: } 1\frac{1''}{4} \text{ را به میلیمتر تبدیل کنید.}$$

$$1\frac{1''}{4} = \frac{5''}{4} = \frac{5 \times 25/4\text{mm}}{4} = 31/75\text{mm}$$

حل:

تمرین‌ها

۱- جدول زیر را کامل کنید.

د	ج	ب	الف	
?	?	?	°/۶۸	متر
?	?	۱۲۵	?	دسیمتر
?	۳۸۵/۶	?	?	سانتیمتر
۱۲۵۳۸۲	?	?	?	میلیمتر

۲- اندازه‌های اینچی داده شده را به میلیمتر تبدیل کنید.

$$\frac{۱''}{۸}, \frac{۱''}{۴}, \frac{۳''}{۸}, \frac{۲۵''}{۸}, \frac{۳۱''}{۴}, \frac{۵۱''}{۲}$$

۳- اندازه‌های داده شده را به اینچ تبدیل کنید.

$$۴۴/۴۵^{\circ}\text{mm} \quad ۱۹۰/۵\text{mm} \quad ۹/۵۲۵\text{mm}$$

۴- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $۵/۸۵\text{m} + ۳\frac{۳}{۴}\text{dm} + ۷/۵\text{cm} + ۲۸۳\text{mm} = ?\text{m}$

ب) $۰/۷۸۵\text{m} - ۵/۶\text{dm} + ۱۷/۸\text{cm} + ۰/۶۵\text{dm} = ?\text{mm}$

ج) $۸۲۵/۹\text{mm} - ۷/۲۵\text{cm} + ۱/۲۳۴\text{dm} - ۰/۰۰۳\text{mm} = ?\text{cm}$

۵- حاصل عبارت زیر را برحسب متر به دست آورید.

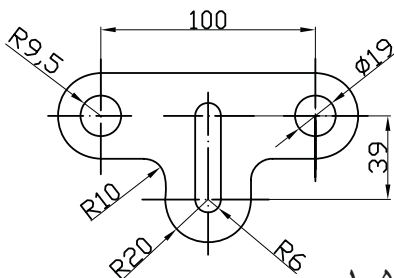
$$۱/۲۳۱\text{km} - ۵۸۴\text{m} - ۰/۳۵۷\text{km} - ۱۳۸۵\text{dm} = ?$$

۶- حاصل عبارت زیر را برحسب سانتیمتر به دست آورید.

$$۰/۷۸۵\text{m} - ۱۲\text{in} + ۶/۵\text{dm} - ۳۰۰\text{mm} = ?$$

۷- طول و عرض بدنه‌ی قطعه شکل ۱-۵

را محاسبه کنید.



شکل ۱-۵

۸- از یک الوار به طول $5/2^{\circ}$ متر قطعات زیر بریده خواهد شد :

۳ قطعه هر کدام به طول 48° میلیمتر، ۴ قطعه هر کدام $5/5^{\circ}$ دسیمتر، ۲ قطعه هر کدام $28/4$ میلیمتر، شیار برش $2/5$ میلیمتر، طول باقیمانده را برحسب سانتیمتر به دست آورید.

۴-۱- مقیاس

قطعات مدل و قالب را همیشه نمی توان با ابعاد حقیقی (مقیاس ۱:۱) نمایش داد. در مواردی لازم است قطعات کوچک را با مقیاس افزاینده و قطعات بزرگ را با مقیاس کاهنده رسم کرد. در جدول ۱-۱ مقیاس های افزاینده و کاهنده استاندارد را مشاهده می کنید.

جدول ۱-۱- مقیاس

مقیاس کاهنده	مقیاس حقیقی	مقیاس افزاینده
۱:۲	۱:۱	۲:۱
۱:۵		۵:۱
۱:۱۰		۱۰:۱
۱:۲۰		۲۰:۱

برای محاسبه طول ترسیمی از رابطه زیر استفاده می شود :

$$\text{مقیاس} \times \text{طول حقیقی} = \text{طول ترسیمی}$$

$$ZM = WM \times M$$

مسأله نمونه : طول ترسیمی قطعه ای به طول 18° میلیمتر با مقیاس ۱:۵ چند میلیمتر است؟

$$ZM = WM \times M = 18^{\circ} \text{mm} \times \frac{1}{5} = 36 \text{mm} \quad \text{حل:}$$

۵-۱- تلرانس

تفاضل بزرگترین اندازه از کوچکترین اندازه یک قطعه را تلرانس گویند. به بیان دیگر تلرانس عبارت است از : تفاضل انحراف بالایی از انحراف پایینی. در شکل ۱-۶ این مفاهیم نشان

داده شده است.

علایم اختصاری

N = اندازه اسمی

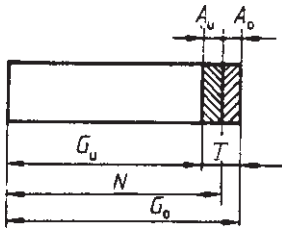
A_o = انحراف بالایی

A_u = انحراف پایینی

G_o = بزرگترین اندازه

G_u = کوچکترین اندازه

T = تلرانس



شکل ۶-۱

$$G_o = N + A_o$$

$$G_u = N + A_u$$

$$T = G_o - G_u$$

مسأله نمونه ۱: طول ۴۲ میلیمتری در یک مدل مجاز است از اندازه ۴۲/۱ تا ۴۱/۹۵ میلیمتر ساخته شود. اندازه اسمی انحراف بالایی و انحراف پایینی را در یک شکل نشان دهید.

حل:

$$\begin{array}{l} A_o \\ +0/1 \\ N \text{ — } 42 \\ \underline{\underline{-0/0.5}} \\ A_u \end{array}$$

مسأله نمونه ۲: روی نقشه‌ای اندازه $\begin{array}{c} +1/9 \\ 28 \text{ } \\ -1/9 \end{array}$ نوشته شده است. انحراف اندازه بزرگترین

و کوچکترین اندازه و تلرانس را به دست آورید.

حل:

$$A_o = +1/9 \text{ mm} \quad A_u = -1/9 \text{ mm}$$

$$G_o = N + A_o = 28.0 \text{ mm} + 1/9 \text{ mm} = 28.1/9 \text{ mm}$$

$$G_u = N + A_u = 28.0 \text{ mm} + (-1/9 \text{ mm}) = 27.8/9 \text{ mm}$$

$$T = G_o - G_u = 28.1/9 \text{ mm} - 27.8/9 \text{ mm} = 3/8 \text{ mm}$$

تمرین‌ها

۱- جدول زیر را کامل کنید.

WM (mm)	ZM (mm)		
	۱:۲	۱:۵	۲:۱
۱۵	۷/۵	۳	۳۰
۱۰	?	?	?
۳۶/۵	?	?	?
۱۲۵	?	?	?
۴۲	?	?	?
۳۶۰	?	?	?
۳۱۴۵	?	?	?

۲- در یک نقشه جغرافیایی که با مقیاس $۱:۳۰۰۰۰۰$ ترسیم شده است، فاصله دو دهکده از یکدیگر ۵۰ میلیمتر اندازه‌گیری شده است. حساب کنید:

الف) فاصله حقیقی دو دهکده را برحسب km

ب) هر سانتیمتر طول خطوط ترسیمی در نقشه معادل چند کیلومتر است؟

۳- قطعه‌ای با طول ۱۲۰ میلیمتر در روی نقشه‌ای ۲۴ میلیمتر رسم شده است. مقیاس رسم را به دست آورید.

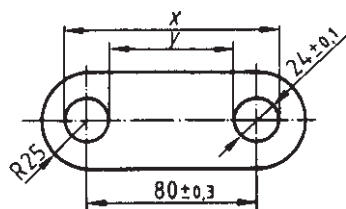
۴- در هر کدام از اندازه‌های زیر، مقادیر انحراف اندازه، کوچکترین و بزرگترین اندازه و تلرانس را به دست آورید.

95 ± 0.2 (الف)
 -0.1

$38/7 \pm 0.25$ ب)
 -0.2

۵- بزرگترین و کوچکترین اندازه x و y را در

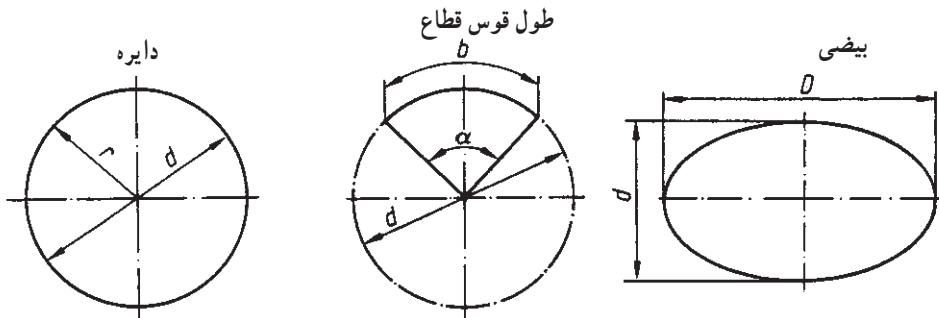
شکل ۱-۷ به دست آورید.



شکل ۱-۷

۱-۶- محاسبه طول قطعات خمیده هندسی

قطعات خمیده هندسی عبارتند از: دایره، طول قوسی از دایره و بیضی. روابط محیط این قطعات در شکل ۱-۸ داده شده است.



شکل ۱-۸- روابط طول قطعات خمیده

$$U = d \times \pi = 2 \times r \times \pi$$

$$b = \frac{d \times \pi \times \alpha}{360^\circ}$$

$$U \approx \frac{D+d}{2} \times \pi$$

فرمول مربوط به محیط بیضی برای بیضی نزدیک به دایره صادق است.

$$d = \frac{U}{\pi}$$

$$d = \frac{b \times 360^\circ}{\alpha \times \pi}$$

$$D \approx \frac{2U}{\pi} - d$$

$$(\pi = 3.14159 \dots)$$

$$\alpha = \frac{b \times 360^\circ}{d \times \pi}$$

$$d \approx \frac{2U}{\pi} - D$$

علایم اختصاری

α = زاویه مرکزی

D = قطر بزرگ

U = محیط

r = شعاع

b = طول کمان

d = قطر یا قطر کوچک

مسأله نمونه: طول قوس قطاع دایره‌ای به قطر ۳۲۴ میلیمتر را به دست آورید. زاویه مرکزی

قطاع ۷۲ درجه است.

$$b = \frac{d \times \pi \times \alpha}{360^\circ} = \frac{324 \text{ mm} \times 3.14 \times 72^\circ}{360^\circ} = 203.6 \text{ mm}$$

حل:

تمرین‌ها

۱- محیط دایره‌هایی را که قطر آن‌ها در زیر داده شده است، به دست آورید. «تا دو رقم اعشار»

الف) ۶۰ mm

ب) ۸/۵ cm

ج) ۱۴/۳ mm

د) ۹/۸۳ dm

۲- محیط دایره در تمرینات زیر داده شده است. قطر آن‌ها را تا ۲ رقم اعشار به دست آورید.

الف) $۶۲۸/۳۲ \text{ mm}$ ب) $۵۷۸/۰۵ \text{ cm}$ ج) $۲۲۱/۴۸ \text{ mm}$

۳- طول قوس قطاع دایره را در تمرینات زیر به دست آورید.

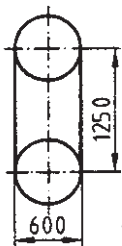
الف) $d = ۲۵^\circ \text{ mm}$ ب) $d = ۱۵۴^\circ \text{ mm}$ ج) $d = ۱۲^\circ \text{ mm}$

$\alpha = ۱۲^\circ$ $\alpha = ۸^\circ$ $\alpha = ۴۳^\circ$

۴- محیط بیضی در تمرینات زیر را محاسبه کنید.

الف) $D = ۲۰۰ \text{ mm}$ ب) $D = ۲/۴^\circ \text{ m}$ ج) $D = ۸۴ \text{ mm}$

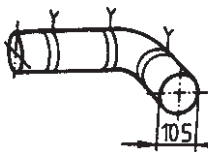
$d = ۱۰۰ \text{ mm}$ $d = ۱/۴^\circ \text{ m}$ $d = ۳۲ \text{ mm}$



شکل ۱-۹

۵- طول اره نواری شکل ۹-۱ را به دست آورید.

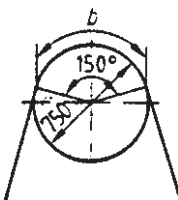
برای لحیم کاری لبه‌ها ۱۵ میلیمتر منظور کنید.



شکل ۱-۱۰

۶- دو تکه ماهیچه در سه محل به وسیله دو عدد

سیم پیچ به یکدیگر متصل شده‌اند (شکل ۱-۱۰). برای پیچاندن سیم‌ها در انتهای هر کدام ۵۰ میلیمتر طول اضافی منظور شده است. طول سیم مورد نیاز را به دست آورید.



شکل ۱-۱۱

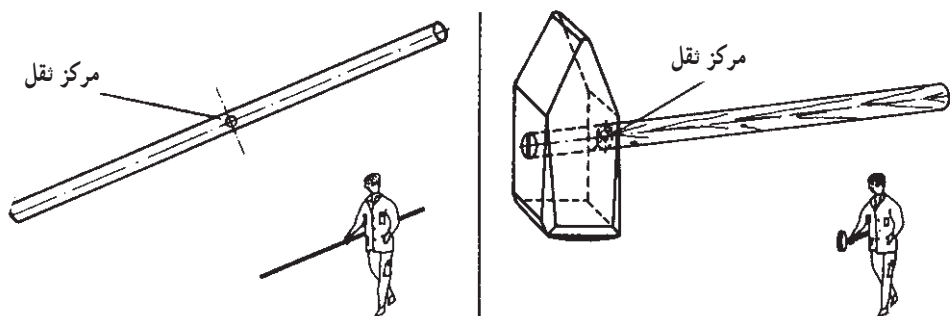
۷- در چرخ تسمه شکل ۱-۱۱ طول قوس b

(طول درگیری تسمه با چرخ) را به دست آورید.

۱-۷- محاسبه طول گسترده قطعات خمیده

۱-۷-۱- مرکز ثقل: مرکز ثقل نقطه‌ای از جسم است که می‌توان جرم را در آن نقطه

متمرکز فرض کرد. چنانچه در آن محل نیروی معادل با نیروی وزن جسم و در جهت مخالف به جسم اثر کند، آن را در حال تعادل نگه می‌دارد (شکل ۱-۱۲).



شکل ۱-۱۲- نمایش مرکز ثقل در قطعه

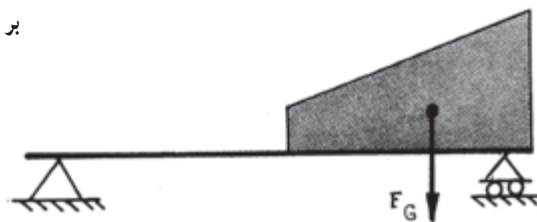


شکل ۱-۱۳- نیروی وزن واقع بر مرکز ثقل

مواردی در صنعت پیش می‌آید که تعیین مرکز ثقل را ضروری می‌سازد :

الف) بلند کردن یک جسم به وسیله جرثقیل. در این مورد لازم است به منظور حفظ تعادل، امتداد نیروی قلاب جرثقیل در امتداد مرکز ثقل جسم باشد (شکل ۱-۱۳).

ب) محاسبات بارهای گسترده همگن. در این مورد برای سهولت محاسبه، نیروی وزن به صورت یک نیروی متمرکز واقع بر مرکز ثقل آن فرض می‌شود (شکل ۱-۱۴).



شکل ۱-۱۴- نیروی وزن واقع بر مرکز ثقل در بار گسترده

ج) محاسبه سطح کل و حجم با روش گولدن (صفحه ۴۱).

د) محاسبه نیروی وارد بر قالب

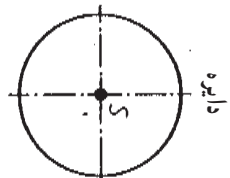
هـ) محاسبه طول گسترده

برای محاسبه مرکز ثقل دو حالت وجود دارد.

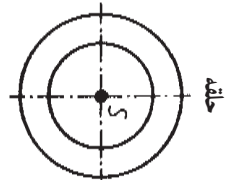
- مرکز ثقل سطوح (شکل ۱-۱۵).

- مرکز ثقل خطوط (شکل ۱-۱۶).

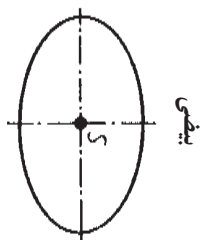
مرکز نقل سطوح*



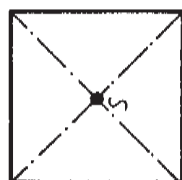
دایره



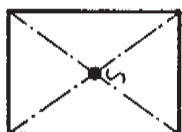
حلقه



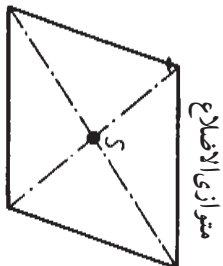
بیضی



مربع



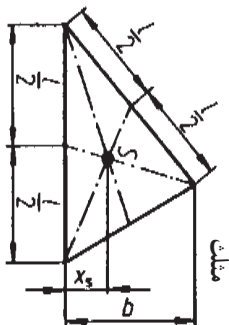
مستطیل



متوازی الاضلاع

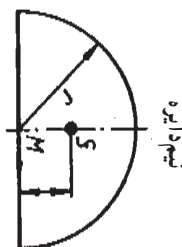
مرکز نقل (S) در مرکز قطعه قرار دارد

مرکز نقل (S) در مرکز قطعه قرار دارد



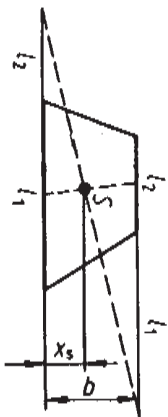
مثلث

$$X_s = \frac{b}{3}$$



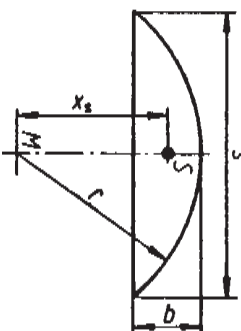
نیم دایره

$$X_s = 0.4244 \times r$$



$$X_s = \frac{b}{3} \times \frac{l_1 + \sqrt{l_1 l_2}}{l_1 + l_2}$$

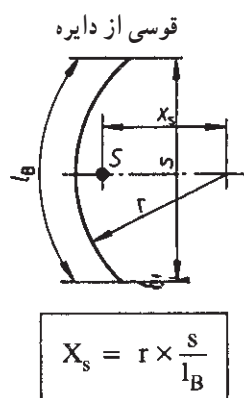
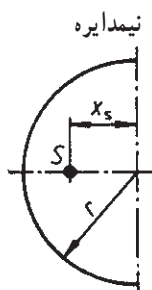
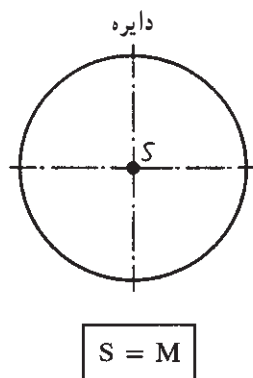
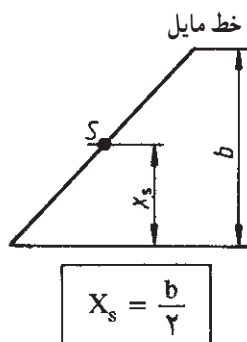
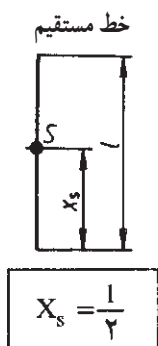
قطعه دایره



$$X_s \approx \frac{s^1}{4b}$$

شکل ۱۵-۱- مرکز نقل سطوح

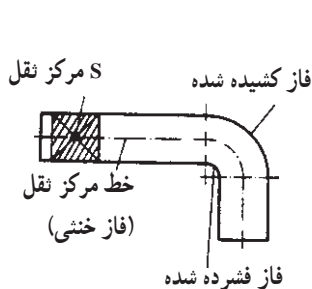
مرکز ثقل خطوط*



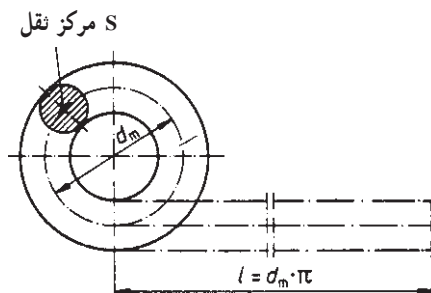
شکل ۱۶-۱- مرکز ثقل خطوط

۲-۷-۱- محاسبه طول گسترده: طول گسترده عبارت است از طول مستقیم قطعات خم شده (شکل ۱۷-۱) و مقدار آن برابر است با طول مرکز قطعه که به نام خط مرکز ثقل (= فاز خشی) نامیده می شود (شکل ۱۸-۱).

* روابط این صفحه برای اطلاعات عمومی داده شده است.

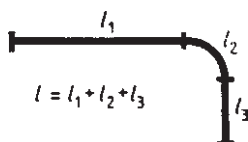


شکل ۱۸-۱ نمایش طول گسترده



شکل ۱۷-۱ طول گسترده

برای محاسبه طول گسترده لازم است ابتدا مرکز ثقل قطعه را مشخص کرده و سپس طول آن را محاسبه کرد. مواردی پیش می‌آید که قطعه از قسمت‌های مختلف تشکیل شده است (شکل ۱۸-۱). در این گونه موارد قطعه را به اجزای کوچکتر تقسیم کرده و طول هرکدام را جداگانه محاسبه می‌کنند و با جمع آن طول گسترده کل قطعه حاصل می‌شود (شکل ۱۹-۱).



شکل ۱۹-۱ محاسبه طول گسترده قطعه مرکب

مسئله نمونه: طول گسترده قلاب شکل ۲۰-۱ را به دست آورید.

حل:

$$l = l_1 + l_2$$

$$l_1 = (120 - 40 - 10) \text{ mm}$$

$$l_1 = 70 \text{ mm}$$

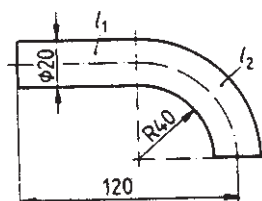
$$l_2 = \frac{d_m \times \pi}{4}$$

$$l_2 = \frac{(80 + 20) \text{ mm} \times \pi}{4}$$

$$l_2 = 78.54 \text{ mm}$$

$$l = (70 + 78.54) \text{ mm}$$

$$l = 148.54 \text{ mm}$$

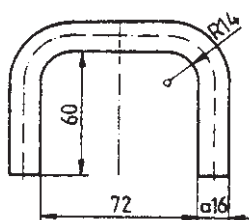


شکل ۲۰-۱

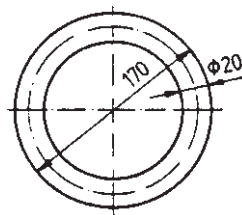
تمرین‌ها

۱- طول گسترده قانجاق ماهیچه شکل ۱-۲۱ را به دست آورید.

۲- طول گسترده بست درجه شکل ۱-۲۲ را به دست آورید.



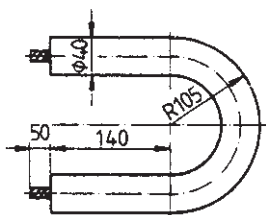
شکل ۱-۲۲ بست درجه



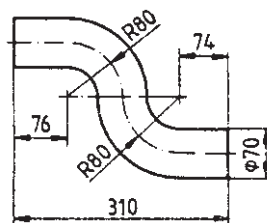
شکل ۱-۲۱ قانجاق ماهیچه

۳- ماهیچه شکل ۱-۲۳ لازم است از میله‌ای درست شود. حساب کنید طول مواد اولیه را اگر در اتمام کار ۱۰ میلی‌متر اضافه طول در نظر گرفته شود.

۴- سوراخ ماهیچه خم قوسدار شکل ۱-۲۴ به وسیله ریسمان مومی پر خواهد شد. طول ریسمان مومی مورد نیاز را به دست آورید.



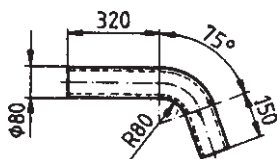
شکل ۱-۲۴ ماهیچه خم



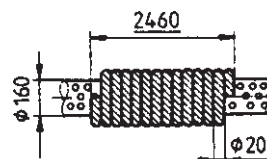
شکل ۱-۲۳ ماهیچه

۵- طول ریسمان شکل ۱-۲۵ را بر حسب متر به دست آورید.

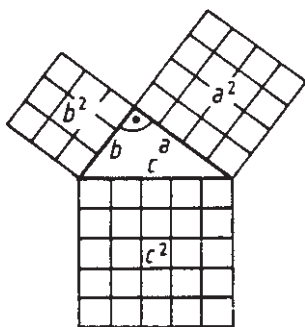
۶- چند متر لوله برای ساخت قطعه شکل ۱-۲۶ مورد نیاز است؟



شکل ۱-۲۶



شکل ۱-۲۵



شکل ۱-۲۷ - قضیه فیثاغورث

۸-۱- روابط مثلث قائم الزاویه

۸-۱-۱- قضیه فیثاغورث: در هر مثلث قائم الزاویه

مربع وتر برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر (شکل ۱-۲۷).

علایم اختصاری

a و b = اضلاع مجاور به زاویه قائمه

c = ضلع روبرو به زاویه قائمه (وتر)

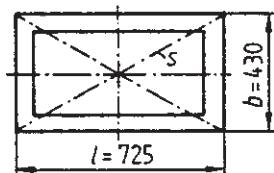
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\Leftrightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = ۱۶$$

$$+ b^2 = ۹$$

$$c^2 = ۲۵$$



شکل ۱-۲۸ - قاب

مسأله نمونه: قطر s در قاب شکل ۱-۲۸ چه اندازه‌ای

باشد تا قائمه بودن زوایای قاب تضمین شود.

حل:

$$s^2 = l^2 + b^2$$

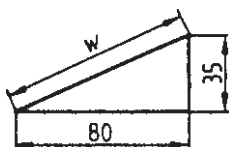
$$s^2 = (۷۲۵\text{mm})^2 + (۴۳۰\text{mm})^2 = ۷۱۰۵۲۵\text{mm}^2$$

$$s = \sqrt{۷۱۰۵۲۵\text{mm}^2}$$

$$s = ۸۴۲/۹۳\text{mm}$$

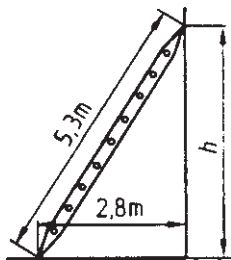
تمرین‌ها

۱- اندازه W در گوه شکل ۱-۲۹ را به دست آورید.

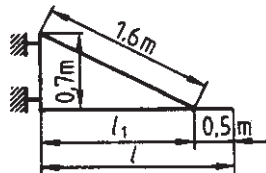


شکل ۱-۲۹

- ۲- در بازوی نوسانی شکل ۱-۳۰ طول l را محاسبه کنید.
- ۳- تکیه گاه نردبان شکل ۱-۳۱ در چه ارتفاعی از دیوار قرار دارد؟

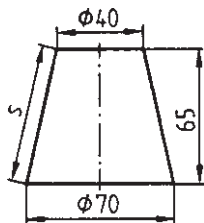


شکل ۱-۳۱

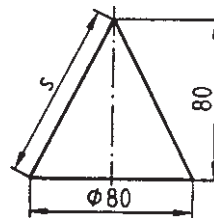


شکل ۱-۳۰

- ۴- طول مولد مخروط شکل ۱-۳۲ را محاسبه کنید.
- ۵- طول مولد مخروط ناقص شکل ۱-۳۳ را به دست آورید.



شکل ۱-۳۳

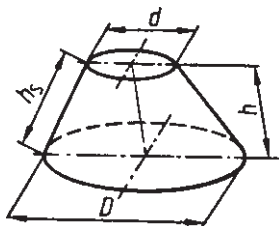


شکل ۱-۳۲

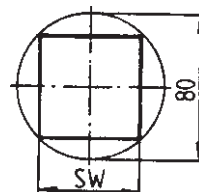
- ۶- در انتهای میله گردی زبانه چهارگوش مطابق شکل ۱-۳۴ ایجاد خواهد شد. اندازه آچارخور SW را به دست آورید.

- ۷- اندازه طول مولد در مخروط شکل ۱-۳۵ را محاسبه کنید.

$$h = 0.9 \text{ m}, d = 0.8 \text{ m}, D = 1.4 \text{ m}$$



شکل ۱-۳۵



شکل ۱-۳۴

زاویه و زمان

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- زاویه را تعریف کند.
- ۲- واحد زاویه در سیستم SI را بیان کند.
- ۳- چهار عمل اصلی زوایا را انجام دهد.
- ۴- واحد زمان در سیستم SI را بیان کند.
- ۵- چهار عمل اصلی مربوط به زمان را انجام دهد.

۲- زاویه و زمان

۲-۱- زاویه

۲-۱-۱- تعریف زاویه: زاویه از تقاطع دو خط پدید می‌آید (شکل ۲-۱). مقدار هر زاویه از حاصل تقسیم طول قوس مقابل به آن زاویه بر شعاع مربوطه به دست می‌آید.

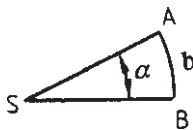
علامه اختصاری

S = رأس زاویه

SA و SB = اضلاع زاویه

α = زاویه

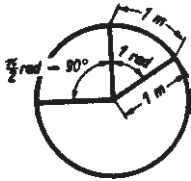
b = طول قوس مقابل به زاویه α



شکل ۲-۱- تشکیل زاویه

برای نشان دادن زاویه از حروف یونانی α (آلفا)، β (بتا)، γ (گاما)، δ (دلتا) و ε (اپسیلون)

استفاده می‌شود.



شکل ۲-۲- تعریف رادیان

۲-۱-۲ واحد زاویه: واحد زاویه رادیان است. مقدار آن در دایره‌ای به شعاع یک متر، برابر است با طول قوس روبرو به اندازه یک متر بر شعاع آن (شکل ۲-۲).

$$1 \text{ rad} = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ m}}$$

مسأله نمونه: در دایره‌ای به شعاع 1° میلی‌متر حساب کنید:

الف) مقدار زاویه مقابل به کمان $b = 15^\circ \text{ mm}$ را

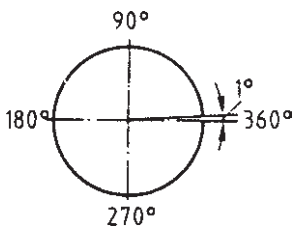
ب) زاویه دایره کامل را

حَل:

$$\alpha = \frac{\widehat{b}}{r} = \frac{15^\circ \text{ mm}}{1^\circ \text{ mm}} = \frac{15^\circ}{1^\circ} = 15 \text{ rad}$$

$$\alpha = \frac{\widehat{b}}{r} = \frac{U}{r} = \frac{r \times 2 \times \pi}{r} = 2\pi \text{ rad} = 6.28 \text{ rad}$$

$$\alpha = 2\pi \text{ rad}$$



شکل ۲-۳- تعریف درجه

برای اندازه‌گیری زاویه در صنعت از واحد دیگری به نام درجه استفاده می‌شود. یک درجه برابر است با $\frac{1}{360}$ زاویه

دایره کامل یا $\frac{1}{9}$ زاویه قائمه (شکل ۲-۳).

از آنجایی که زاویه دایره کامل 360° درجه است. بنابراین،

می‌توان نوشت:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{360^\circ}{2 \times 3.14} = 57.296^\circ$$

$$1 \text{ rad} = 57.3^\circ$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1^\circ = \frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} \Rightarrow 1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}$$

مسأله نمونه ۱: زاویه $\alpha = 3^\circ$ را به رادیان تبدیل کنید.

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

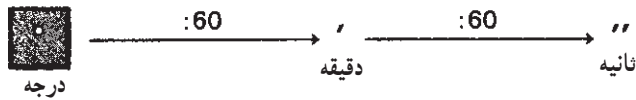
$$\alpha = 3^\circ = 3^\circ \times 1^\circ = 3^\circ \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{60} \text{ rad} = 0.0175 \text{ rad}$$

مسأله نمونه ۲: زاویه $\beta = 0.733^\circ \text{ rad}$ چند درجه است؟

$$1 \text{ rad} = 57.3^\circ$$

$$\beta = 0.733^\circ \text{ rad} = 0.733^\circ \times 1 \text{ rad} = 0.733^\circ \times 57.3^\circ = 42^\circ$$

۳-۱-۲ اجزای درجه: اجزای درجه عبارتند از دقیقه و ثانیه. ضریب تبدیل اجزای درجه به یکدیگر عدد ۶۰ است (شکل ۲-۴).



شکل ۲-۴- اجزای درجه

توجه: در محاسبات زوایا به مواردی برخورد می‌کنیم که مقدار زاویه به صورت اعشاری به دست می‌آید (مانند $32/6^\circ$). در این گونه موارد، بهتر است که قسمت اعشاری را به واحدهای کوچکتر درجه تبدیل کرد.

مسأله نمونه ۱: $45/4^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

$$\text{حل: } 45/4^\circ = 45^\circ + 0/4^\circ = 45^\circ + 0/4 \times 1^\circ = 45^\circ + 0/4 \times 60' = 45^\circ, 24'$$

مسأله نمونه ۲: $64/38^\circ$ را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

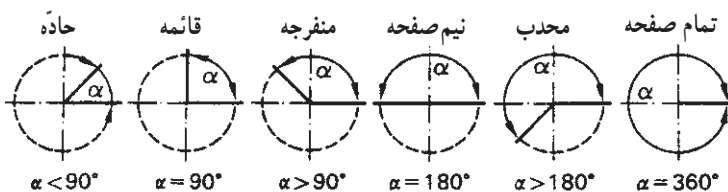
$$\text{حل: } 64/38^\circ = 64^\circ + 0/38^\circ = 64^\circ + 0/38 \times 60' = 64^\circ + 22/8^\circ$$

$$= 64^\circ + 22/8' = 64^\circ + 22' + 0/8' = 64^\circ + 22' + 0/8 \times 60''$$

$$= 64^\circ + 22' + 48''$$

$$64/38^\circ = 64^\circ, 22', 48''$$

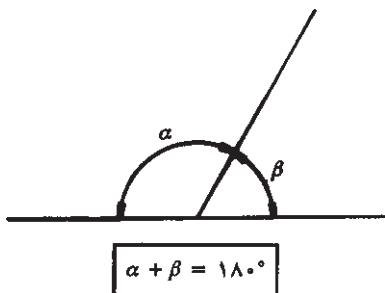
۴-۱-۲ انواع زاویه: در هندسه زوایای نشان داده شده در شکل ۲-۵ تعریف شده است.



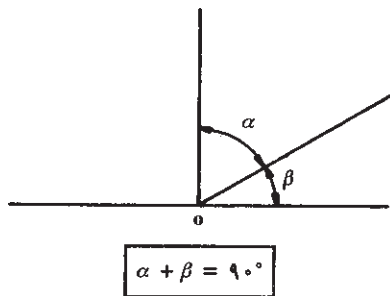
شکل ۲-۵- انواع زاویه

۵-۱-۲- زوایای متمم: دو زاویه را متمم یکدیگر گویند در صورتی که مجموع زوایای آن‌ها 90° درجه باشد (شکل ۲-۶).

۶-۱-۲- زوایای مکمل: چنانچه مجموع دو زاویه 180° باشد (شکل ۲-۷)، آن دو زاویه را مکمل یکدیگر گویند.

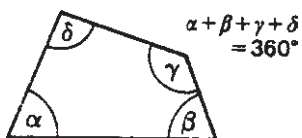


شکل ۲-۷- زوایای مکمل



شکل ۲-۶- زوایای متمم

۷-۱-۲- زوایای چندضلعی‌ها: مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° (شکل ۲-۸) و مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی 360° است (شکل ۲-۹).



شکل ۲-۹

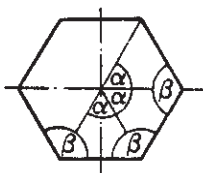


شکل ۲-۸

زاویه مرکزی چندضلعی‌های منتظم (α) و زاویه بین دو ضلع (β) (شکل ۲-۱۰) از روابط زیر به دست می‌آید.

علایم اختصاری

n = تعداد اضلاع



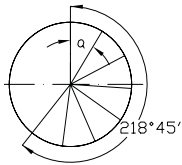
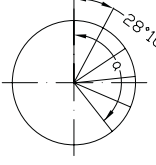
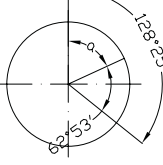
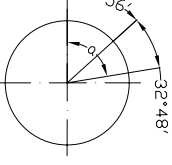
شکل ۲-۱۰

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \text{زاویه مرکزی مقابل به ضلع}$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha \quad \text{زاویه بین دو ضلع}$$

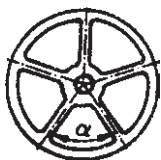
۸-۱-۲- چهار عمل اصلی زوایا: چهار عمل اصلی زوایا به شرح جدول ۲-۱ انجام می‌گیرد.

جدول ۲-۱- چهار عمل اصلی زوایا

تقسیم (چند قسمت کردن)	ضرب (چند برابر کردن)	تفریق	جمع
 $ \begin{array}{r} 218^{\circ}, 45': 7 \\ \hline 218^{\circ}, 45' \overline{) 7} \\ \underline{217} \\ 1^{\circ}, 45' = 105' \\ \phantom{1^{\circ}, 45' = 105'} \underline{105} \\ \phantom{1^{\circ}, 45' = 105'} 000 \\ \alpha = 31^{\circ}, 15' \end{array} $	 $ \begin{array}{r} 28^{\circ}, 16' \times \\ \hline 5 \\ \hline 140^{\circ}, 80' \\ \alpha = 141^{\circ}, 20' \end{array} $	 $ \begin{array}{r} 128^{\circ}, 25' - \\ \hline 62^{\circ}, 53' \\ 127^{\circ}, 85' - \\ \hline 62^{\circ}, 53' \\ \alpha = 65^{\circ}, 32' \end{array} $	 $ \begin{array}{r} 48^{\circ}, 56' + \\ \hline 32^{\circ}, 48' \\ \hline 81^{\circ}, 104' \\ \alpha = 81^{\circ}, 44' \end{array} $

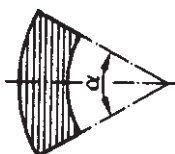
تمرین‌ها

- در یک مثلث $\alpha = 35^{\circ}, 1^{\circ}, 45''$ و زاویه β به اندازه $63^{\circ}, 55', 32''$ از زاویه α بزرگتر است. مقدار زوایای β و γ را به دست آورید.
- در یک مثلث زاویه β دو برابر زاویه α و زاویه γ سه برابر زاویه α است. اندازه زوایای مثلث را به دست آورید.
- در یک مثلث زاویه β دو برابر زاویه α و زاویه γ دو برابر زوایای α و β است. زوایای مثلث را به دست آورید.
- زاویه مرکزی و زاویه بین دو ضلع چندضلعی‌های منتظم ۵، ۶، ۸ و ۱۲ ضلعی را به دست آورید.



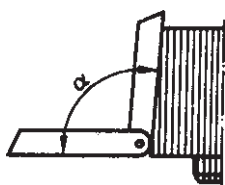
شکل ۲-۱۱

۵- مقدار زاویه بین دو بازوی چرخ در شکل ۲-۱۱ را به دست آورید.



شکل ۲-۱۲

۶- یک حلقه مطابق شکل ۲-۱۲ به ۸ عدد لقمه تقسیم خواهد شد. اندازه زاویه α را به دست آورید.



شکل ۲-۱۳

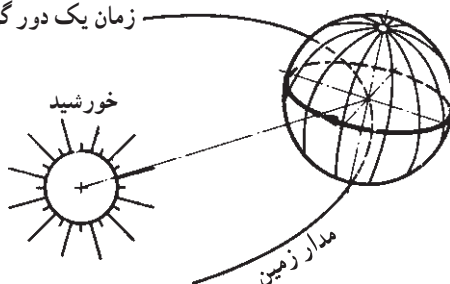
۷- ماهیچه شکل ۲-۱۳ لازم است 5° شیب داشته باشد. مقدار زاویه α برای کنترل آن چند درجه است؟

۲-۲- زمان

۲-۲-۱- واحد زمان: واحد زمان ثانیه است و آن زمانی است برابر با $\frac{1}{86400}$ شبانه روز

متوسط سال شمسی (شکل ۲-۱۴).

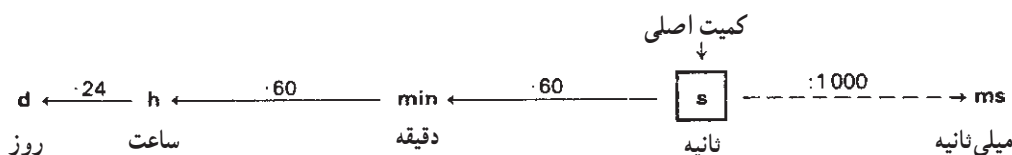
زمان یک دور گردش زمین = یک شبانه روز



شکل ۲-۱۴- تعریف شبانه روز

این تعریف تا سال ۱۹۶۷ میلادی (۱۳۴۵ شمسی) معتبر بود. در سیزدهمین کنفرانس بین‌المللی اوزان و مقادیر، تعریف جدیدی برای ثانیه به شرح زیر پیشنهاد شد و مورد تصویب قرار گرفت. هر ثانیه زمانی است برابر 9192631770° برابر زمان دوره تناوب پرتو اتم سزیم ۱۳۳ (Cs ۱۳۳).

۲-۲-۲ اجزا و اضعاف واحد زمان: اضعاف واحد زمان (ثانیه) عبارتند از: دقیقه، ساعت و روز، و واحد کوچکتر ثانیه میلی‌ثانیه است. شکل ۲-۱۵ ضریب تبدیل و علائم اختصاری آن‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۱۵ اجزا و اضعاف واحد زمان

توجه: در مواردی که هدف نشان دادن مدت زمان باشد علائم اختصاری را در سمت راست عدد مربوط می‌نویسند.

در صورتی که هدف نشان دادن زمان باشد، علائم اختصاری بالای عدد مربوطه نوشته می‌شود.

مثال: ساخت یک قطعه ۱۱ ساعت و ۲۵ دقیقه طول می‌کشد. 11 h و 25 min

ساخت قطعه در ساعت ۱۱ و ۲۵ دقیقه تمام می‌شود. 11^{h} و 25^{min}

۲-۲-۳ چهار عمل اصلی زمان: عملیات چهار عمل اصلی در محاسبات زمان مشابه زوایا است.

تقسیم	ضرب	تفریق	جمع
$48\text{h}34\text{min}15\text{s}:5$	$18\text{h}24\text{min}36\text{s} \times 4$	$72\text{h}12\text{min}18\text{s}$	$36\text{h}48\text{min}52\text{s}$
$45\text{h}:5 = 9\text{h}$	$72\text{h}96\text{min}144\text{s}$	$-48\text{h}25\text{min}13\text{s}$	$+15\text{h}34\text{min}15\text{s}$
$42\text{min} = 21^\circ\text{min}:5$	$= 72\text{h}98\text{min}24\text{s}$	$71\text{h}71\text{min}68\text{s}$	$= 51\text{h}82\text{min}67\text{s}$
$+255\text{s}:5 = 51\text{s}$	$= 73\text{h}38\text{min}24\text{s}$	$-48\text{h}25\text{min}13\text{s}$	$= 51\text{h}83\text{min}7\text{s}$
$= 9\text{h}42\text{min}51\text{s}$		$= 23\text{h}46\text{min}55\text{s}$	$= 52\text{h}23\text{min}7\text{s}$

۴-۲-۲- تبدیل اضعاف واحد زمان

$$1 \text{ min} = 1 \text{ h} : 60 = \circ / \circ 16667 \text{ h}$$

$$1 \text{ s} = 1 \text{ h} : 3600 = \circ / \circ \circ \circ 2778 \text{ h}$$

$$\circ / 1 \text{ h} = \circ / 1 \times 60 \text{ min} = 6 \text{ min}$$

$$\circ / 1 \text{ min} = \circ / 1 \times 60 \text{ s} = 6 \text{ s}$$

مسأله نمونه ۱: $26 \text{ h}, 18 \text{ min}, 56 \text{ s}$ را به اعشاری تبدیل کنید.

حل: $26 \text{ h} = 26 / \circ \circ \circ \circ \text{ h}$

$$+ 18 \text{ min} = 18 \times \circ / \circ 16667 \text{ h} = \circ / 3000 \text{ h}$$

$$\begin{array}{r} + 56 \text{ s} = 56 \times \circ / \circ \circ \circ 2778 \text{ h} = \circ / \circ 156 \text{ h} \\ \hline 26 \text{ h} 18 \text{ min} 56 \text{ s} = 26 / 3156 \text{ h} \end{array}$$

مسأله نمونه ۲: $8 / 32 \text{ h}$ را به صورت ساعت، دقیقه و ثانیه بنویسید.

حل: $8 \text{ h} \rightarrow 8 \text{ h}$

$$\circ / 32 \text{ h} = \circ / 32 \times 60 \text{ min} = 19 / 2 \text{ min} \rightarrow 19 \text{ min}$$

$$\begin{array}{r} \circ / 2 \text{ min} = \circ / 2 \times 60 \text{ s} = 12 \text{ s} \rightarrow 12 \text{ s} \\ \hline 8 / 32 \text{ h} = 8 \text{ h} 19 \text{ min} 12 \text{ s} \end{array}$$

تمرین‌ها

۱- زمان‌های داده شده را به ثانیه تبدیل کنید.

الف) $\frac{1}{4} \text{ min}$ (ب) $\frac{1}{30} \text{ min}$ (ج) $1 / 7 \text{ min}$ (د) $57 \frac{3}{4} \text{ min}$

۲- زمان‌های داده شده را به دقیقه تبدیل کنید.

الف) 45 s (ب) 534 s (ج) $2 \frac{1}{4} \text{ h}$ (د) $1 \circ \frac{5}{6} \text{ h}$

۳- زمان‌های زیر را به صورت ساعت، دقیقه و ثانیه نشان دهید.

الف) 3661 s (ب) 8460 s (ج) 9498 s (د) 37850 s

۴- حاصل عملیات زیر را به صورت ساعت، دقیقه و ثانیه به دست آورید.

الف) $12 \text{ h} + 238 \text{ min} + 132 \text{ s}$

ب) $(2 \text{ h} 21 \text{ min} 45 \text{ s}) \times 6$

۸: (۳۳h ۲ min ۴۸s) (ج)

۵ × ۳۲ min ۱h + ۷ × ۳۰ min ۲h (د)

۵- در مدت $8\frac{1}{4}$ h یک ماشین قالب گیری، ۶۰ قالب را آماده می کند. برای تولید هر قالب چه

زمانی صرف می شود؟

۶- مدلسازی برای تولید یک مدل زمان های زیر را مصرف کرده است :

نقشه خوانی و خط کشی ۱۲ min و ۱ h، تهیه چوب و برش آن ها ۲۷ min و ۱ h، کار روی

مدل ۴۲ min و ۵ h، و رنگ کاری ۲۸ min. زمان تولید مدل را به دست آورید.

۷- در یک کارگاه ریخته گری کارگرها از ساعت ۴۵^{min} و ۶^h تا ۳^{min} و ۱۶^h کار می کنند.

زمان استراحت از ساعت ۱۰^{min} و ۹^h تا ۲۵^{min} و ۹^h و زمان ناهار و نماز از ساعت ۴۵^{min} و

۱۲^h تا ۴۵^{min} و ۱۳^h طول می کشد. مطلوب است محاسبه :

الف) مدت زمان کار کارگرها

ب) مدت زمان هفتگی کار کارگرها (کار هفتگی ۵ روز است).