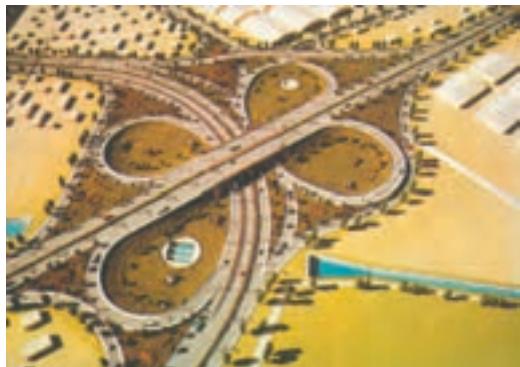
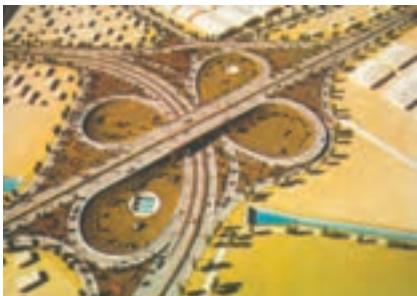


## فصل سوم

### کاربرد تشابه در نقشه‌برداری

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- اصطلاحات: پاره خط‌های متناسب، نسبت دو پاره خط، تناسب را شرح دهد و برای هر یک، مثالی بنویسد.
- ۲- قضیه‌ی تالس را بیان کند و درستی رابطه‌ی تالس را با یک مثال با رسم شکل شرح دهد.
- ۳- دو شکل متشابه را با رسم شکل توضیح دهد.
- ۴- حالت‌های مختلف دو مثلث متشابه را با رسم شکل شرح دهد و برای هر حالت یک مثال بیان کند.
- ۵- برای کاربرد تشابه حداقل ۷ مورد مختلف مثال عملیاتی را همراه راه حل آن‌ها بنویسد.



شکل ۳-۱- نمایش موضوع تشابه

### ۳-۱- پاره خط‌های متناسب

نسبت: نسبت دو مقدار از یک چیز عبارت است از خارج قسمت تقسیم اندازه‌های آن دو مقدار بر حسب یک واحد. نسبت دو مقدار عدد مطلق است؛ بنابراین، بر حسب واحد معین بیان نمی‌شود. نسبت دو مقدار را به صورت عدد کسری یا یک جفت مرتب اعداد نمایش می‌دهیم؛ مانند:

$$\frac{a}{b} \text{ و فرض } b \text{ است. (و یا نسبت } a \text{ به } b \text{ با فرض )}$$

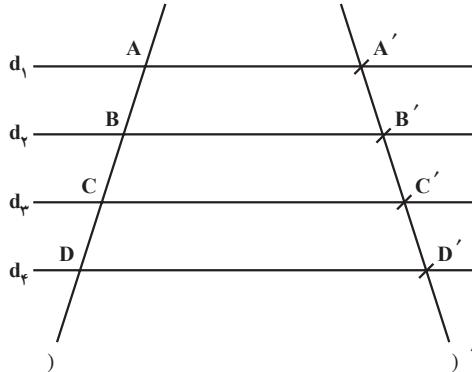
نسبت دو پاره خط: نسبت دو پاره خط، نسبت اندازه‌های آن‌ها بر حسب یک واحد طول است. نسبت دو پاره خط AB و CD را به صورت  $\frac{AB}{CD}$  می‌نویسیم. اگر اندازه‌ی پاره خط Mساوی ۳ سانتی‌متر و اندازه‌ی پاره خط CD Mساوی ۶ سانتی‌متر باشد، نسبت:  $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  خواهد بود.

تناسب: تناوب رابطه‌ای است که تساوی دو نسبت را بیان می‌کند؛ مانند رابطه‌ی:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

### ۲-۲- قضایای تالس

قضیه: اگر چند خط متوازی از یک صفحه یک ضلع را قطع کنند و بر آن پاره خط‌های متساوی پدید آورند بر هر خط دیگر که آن‌ها را قطع کند نیز پاره خط‌های متساوی پدید می‌آورند. یعنی اگر در شکل ۲-۳ خط‌های متوازی  $d_1$ ,  $d_2$ , ...,  $d_r$  از صفحه‌ی P خط (را در نقاط A, B, C, D و خط دیگر ' را در نقاط A', B', C', D' قطع کرده باشند و ... باشند، ثابت می‌شود:  $A'B' = B'C' = C'D' = \dots$

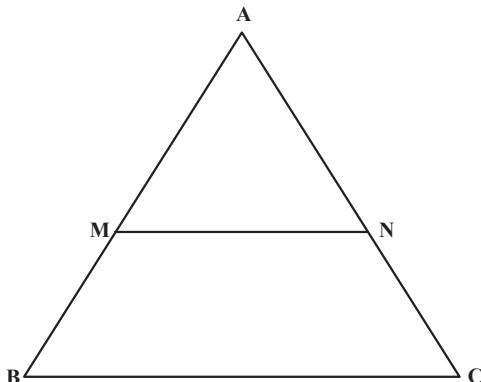
$$A'B' = B'C' = C'D' = \dots$$



شکل ۲-۳

قضیه‌ی تالس: خطی که موازی یک ضلع مثلثی رسم شود بر دو ضلع دیگر یا بر امتداد آنها پاره خط‌های متناظری پیدید می‌آورد که با اضلاع متناظر از آن مثلث متناسبند. در شکل ۳-۳؛ برای

نمونه در مثلث  $\triangle ABC$ ، فرض و حکم مثلث:  $\frac{AM}{AN} = \frac{BM}{CN}$  می‌باشد.



شکل ۳-۳

قضیه: خطی که موازی یک ضلع مثلثی رسم شود با دو ضلع دیگر یا با امتدادهای آنها مثلثی پیدید می‌آورد که ضلع‌های آن نظیر به نظیر با اضلاع همان مثلث، متناسب می‌شود. برای نمونه در

مثلث  $\triangle ABC$ ، فرض و حکم می‌باشد.

### ۳-۳-۳- تشابه دو شکل

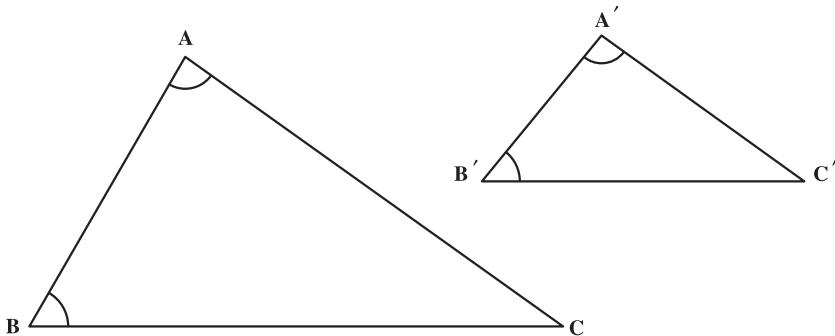
به دو شکل ۱-۳ نگاه کنید. چه شباهت‌ها و تفاوت‌هایی بین آنها وجود دارد؟ هر دو در واقع یک تصویر، اما با اندازه‌های مختلف هستند. این شکل‌های شبیه به هم را «متشابه» گویند. می‌بینید که تناسب بین بزرگی و کوچکی و فاصله‌های قسمت‌های مختلف در هر دو صورت یکی است و تفاوت فقط در اندازه‌های آن‌هاست. شکل‌های متشابه کاربردهای بسیاری در زندگی معمولی ما دارند.

برای مثال، یکی از بهترین راه‌های دادن نشانی (آدرس) به افراد، استفاده از نقشه است. نقشه، تصویری از دنیای واقعی در ابعاد کوچک‌تر و تشابه با آن است؛ هم‌چنین برای ساختن یک ساختمان یا یک وسیله، طراحی ماقت آن که مشابه با ساختمان یا وسیله‌ی اصلی است، کمک مهمی به حساب می‌آید.

تشابه دو شکل هندسی: دو شکل هندسی را وقتی با هم «متشابه» گویند که اضلاع متناظر، متناسب باشند و زوایای نظیر به نظیر، مساوی یکدیگر باشند.

تشابه دو مثلث:

قضیه: هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر متساوی باشند آن دو مثلث متشابه‌اند.  
(شکل ۴-۳).

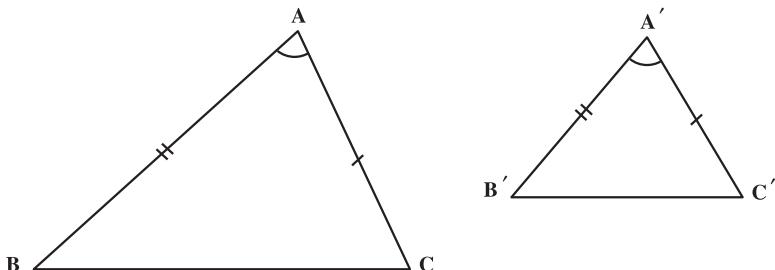


شکل ۴-۳

فرض:  $\angle B' = \angle B$  و  $\angle A' = \angle A$

حکم:  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

قضیه: هرگاه یک زاویه از مثلثی با یک زاویه از مثلث دیگر متساوی و اضلاع این زاویه‌ها متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند (شکل ۳-۵).

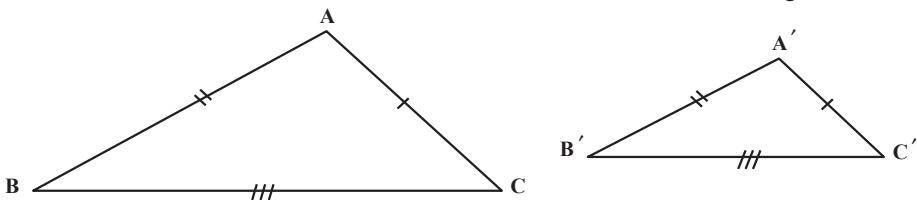


شکل ۳-۵

فرض:  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$  و  $\angle A' = \angle A$

حکم:  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

قضیه: هرگاه سه ضلع مثلث دیگر نظیر به نظر متناسب باشند؛ دو مثلث متشابه‌اند (شکل ۶-۳).



شکل ۶-۳

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

فرض :  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

### ۴-۳- کاربرد تشابه

کاربرد در سینما (شکل ۷-۳)



شکل ۷-۳

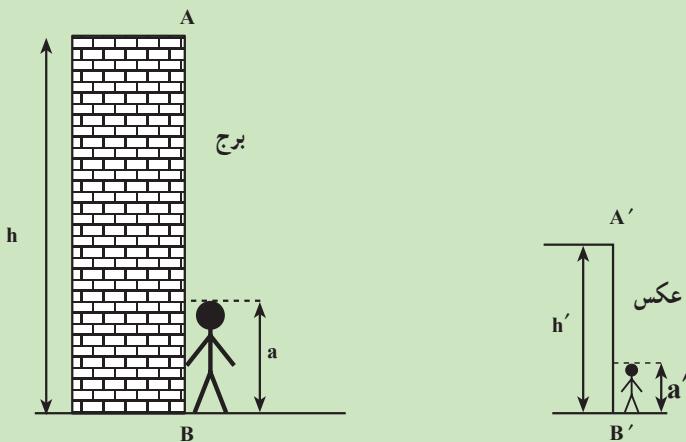
**مثال ۳-۱-** ارتفاع برج AB را با روش عکسبرداری (تشابه) به دست آورید.

راهکار کلی: اگر بخواهیم ارتفاع برج AB را به وسیله فن عکاسی تعیین کنیم برای این منظور شخصی در کنار برج می‌ایستد و سپس از برج و آن شخص عکس می‌گیریم اندازه‌ی ارتفاع برج و قد شخص را مطابق شکل به ترتیب  $h$  و  $a$  می‌نامیم و در عکس اندازه‌ی ارتفاع برج و قد شخص را (از روی عکس با خط کش) اندازه‌گیری می‌کنیم و آن‌ها را به ترتیب  $h'$  و  $a'$  می‌نامیم و همچنین طول قد

شخص را که همان پارامتر  $a$  می‌باشد اندازه می‌گیریم با توجه به این که عکس با شکل اصلی مشابه است رابطه مشابه (که اضلاع متناظر متناسبند) را می‌نویسیم.

$$\frac{h}{a} = \frac{h'}{a'} \Rightarrow a'h = ah' \Rightarrow h = \frac{ah'}{a'}$$

با معلوم بودن مقادیر  $a$  و  $h'$  و  $a'$  مقدار  $h$  از فرمول فوق به دست می‌آید.

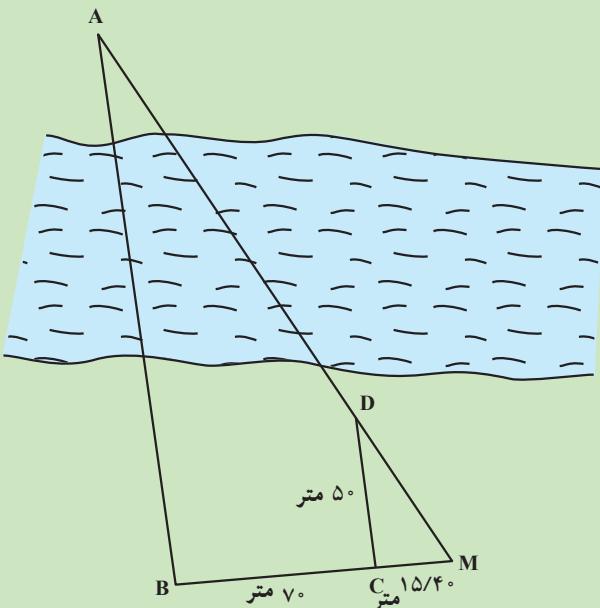


شکل ۸-۳

**روش حل:** با داشتن مقادیر  $a$  ارتفاع شخص و  $a'$  ارتفاع شخص روی عکس و  $h'$  ارتفاع برج روی عکس ارتفاع برج یعنی  $h$  به دست می‌آید.

**بحث و بررسی:** مشابه در حل مسائل نقشه‌برداری و فتوگرامتری کاربرد فراوان دارد.

**مثال ۳-۲-** برای اندازه‌گیری فاصله دو نقطه A و B که در دو طرف رودخانه قرار دارند و مترکشی به صورت مستقیم امکان پذیر نیست به ترتیب زیر عمل می‌کنیم (شکل ۳-۹) از نقطه B عمودی به طول  $7^{\circ}$  متر بر امتداد AB توسط گونیای مساحی روی زمین مشخص می‌کنیم و آن را C می‌نامیم و سپس از نقطه C عمود CD را به طول  $5^{\circ}$  متر از نقطه C بر امتداد CB رسم می‌کنیم از تقاطع دو امتداد AD و BC نقطه M به دست می‌آید و طول MC را اندازه‌گیری کرده  $15/4$  متر می‌شود. مطلوب است محاسبه طول AB.



شکل ۳

راهکار کلی: برای حل این مسائل از خاصیت دو مثلث متشابه استفاده می‌کنیم در این شکل دو مثلث  $\triangle MCD$  و  $\triangle MBA$  باهم متشابه‌اند زیرا زاویه  $\hat{M}$  در هر دو مشترک و زاویه  $90^\circ$  و طبق قضیه هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند آن دو مثلث متشابه‌ند بنابراین رابطه تشابه را می‌نویسیم

$$\frac{MC}{MB} = \frac{CD}{AB} \quad 1$$

$$MB = MC + CB \quad 2$$

مقدار  $AB$  را می‌توان با قراردادن پارامترهای معلوم بدست آورد.

روش حل: در رابطه ۱ و ۲ به جای  $MC$  و  $CB$  به ترتیب مقادیر  $15/40$  متر و  $70$  متر

$$MB = 15/40 + 70 = 85/40 \text{ متر} \quad 5^\circ \text{ متر را قرار می‌دهیم}$$

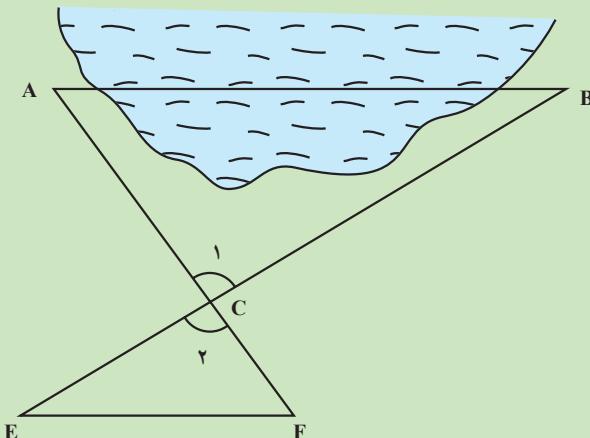
$$\frac{15/40}{85/40} = \frac{5^\circ}{AB} \Rightarrow 15/40 \times AB = 5^\circ \times 85/40$$

$$AB = \frac{5^\circ \times 85/40}{15/40} = 277/27 \text{ متر}$$

طول  $AB$  بدست می‌آید.

بحث و بررسی: با استفاده از خاصیت تشابه می‌توان مقادیر مجھول دیگر را نیز به دست آورد، مثلاً  $MA$  را (چگونه)؟

**مثال ۳-۳** مطابق شکل زیر برای اندازه‌گیری طول  $AB$  به روش مستقیم به علت وجود مانع امکان پذیر نیست لذا نقطه دلخواه  $C$  را طوری انتخاب می‌کنیم که طول‌های  $AC$  و  $BC$  روی خشکی قابل اندازه‌گیری باشند و مقدار آن‌ها به ترتیب برابر است با متر  $\frac{46}{46} = 157$  BC و متر  $\frac{112}{24} = 4.6$  AC و سپس از نقطه  $C$  طول  $CE$  را مساوی نصف  $BC$  در امتداد آن می‌کشیم و هم‌چنین طول  $CF$  را نصف  $AC$  در امتداد  $AC$  ترسیم می‌کنیم و فاصله  $EF$  را اندازه‌گیری کرده مقدار آن  $\frac{25}{95} = 0.25$  متر شده است مطلوب است محاسبه طول  $AB$ .



شکل ۳-۳

راهکار کلی: برای حل مسئله فوق از خاصیت تشابه استفاده می‌کنیم.

دو مثلث  $CAB$  و  $CEF$  متشابه‌ند زیرا  $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$  دو زاویه متقابل به رأس باهم برابرند و  $\frac{FC}{CA} = \frac{EC}{CB} = \frac{1}{2}$  و اضلاع متناظر مجاور به زاویه  $C$  متناسب‌ند. با استفاده از قضیه (هرگاه دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب و زاویه بین آن‌ها مساوی باشند دو مثلث متشابه‌ند)

$$\frac{FC}{CA} = \frac{EC}{CB} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}$$

رابطه تشابه را می‌نویسیم

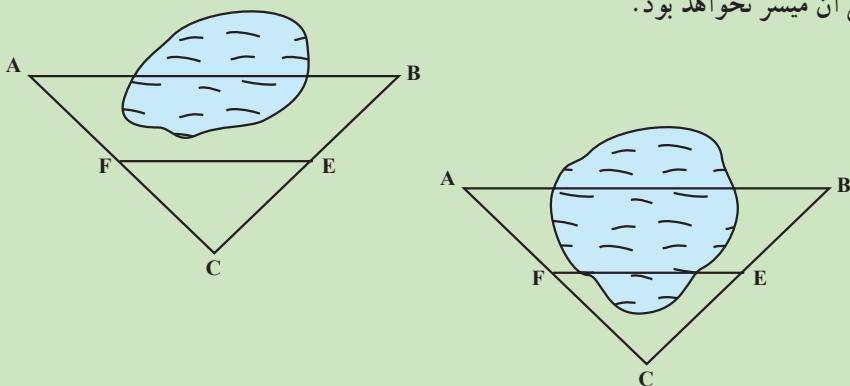
با داشتن طول EF از رابطه فوق به دست می‌آید.

روش حل: در رابطه  $\frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}$  به جای EF مقدار اندازه‌گیری آن یعنی  $95/25$  متر را قرار

می‌دهیم

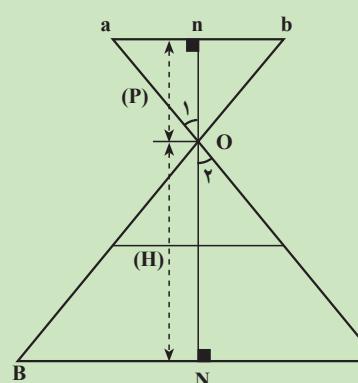
$$\frac{95/25}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 2 \times 95/25 = 190/5 \text{ متر}$$

بحث و بررسی: می‌توان امتداد CE و CF را به جای آن که به امتداد دو ضلع اضافه کنیم، برروی دو ضلع CA و CB پیاده نماییم. لازم به ذکر است که طول EF نباید داخل مانع قرار بگیرد زیرا مترکشی آن میسر نخواهد بود.



شکل ۱۱-۳

**مثال ۳-۴**— با یک هواپیما با ارتفاع پرواز  $25^{\circ}\text{ متر}$  (نسبت به سطح متوسط زمین) از منطقه‌ای عکس گرفته شده است. اگر فاصله کانونی دوربین عکس‌برداری  $10^{\circ}\text{ میلی متر}$  و ابعاد قاب دوربین  $6^{\circ} \times 6^{\circ}$  میلی متر باشد ابعاد سطح مشاهده شده روی زمین چه قدر است؟



راهکار کلی: در شکل مقابل طول تصویر ab از روی عکس اندازه‌گیری می‌شود و طول ON ارتفاع پرواز و طول on فاصله کانونی می‌باشد می‌خواهیم طول زمین یعنی AB را به دست آوریم.

شکل ۱۲-۳

دو مثلث  $\hat{O_1} = \hat{O_2}$  و  $\Delta oan$  به علت دو زاویه برابر متشابه می‌شوند زیرا دو زاویه  $n = N = 90^\circ$  به فرض (امتداد نadir noN متقابل به رأس هستند (باهم برابرند) و زوایای درجه  $N = 90^\circ$  به عضو بر سطح متوسط زمین است) و بنابراین اضلاع متناظر متشابهند می‌توان نوشت:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{on}{ON} = \frac{f}{H} = \text{مقیاس عکس}$$

$$AB \times f = ab \times H$$

نتیجه می‌شود

$$\text{که } f \text{ فاصله کانونی دوربین و } H \text{ ارتفاع پرواز می‌باشد. } AB = \frac{ab \times H}{f} \text{ در نتیجه}$$

روش حل: در فرمول بالا به جای  $f$  فاصله کانونی یعنی  $100$  میلی‌متر را قرار می‌دهیم و به جای  $ab$  ابعاد قاب دوربین یعنی  $60$  میلی‌متر را قرار می‌دهیم، طول  $AB$  به دست می‌آید.

$$AB = \frac{60 \text{ mm} \times 250 \text{ m}}{100 \text{ mm}} = 150 \text{ m}$$

بحث و بررسی: تشابه در فتوگرامتری کاربرد فراوان دارند. در این مثال وسعت منطقه پوشش یک عکس با مقیاس  $\frac{1}{25000}$  برابر  $1500 \times 1500$  متر یا  $255$  هکتار به دست می‌آید. به طور کلی این

روش برای محاسبه مقدار زمینی  $D$  یک طول اندازه‌گیری شده در روی عکس  $d$  کاربرد دارد.

$$\frac{d}{D} = \frac{f}{H} \Rightarrow D = \frac{dH}{f} = d \times \frac{H}{f}$$

همان عدد مقیاس عکس است که در این مثال برابر  $25000$  می‌باشد بنابراین برای طول

$$D = 60 \text{ mm} \times 25000 = 1500000 \text{ mm} = 1500 \text{ m} \quad 60 \text{ میلی‌متر}$$

## مطالعه‌ی آزاد

**مثال ۳-۵**—اگر طول تصویر یک تیربرق در روی عکس هوایی  $1/5$  میلی‌متر و فاصله تصویر نوک تیر تا مرکز عکس قائم  $100$  میلی‌متر و ارتفاع پرواز تا سطح زمین  $240$  متر باشد ارتفاع تیر برق را به دست آورید.

راهکار کلی: ابتدا مفروضات و مجھولات مسأله را طبق شکل زیر می‌نویسیم.

$$op = f = \text{فاصله کانونی}$$

$$ab = \Delta r = \text{طول تصویر تیر برق}$$

$$bp = r = \text{فاصله نوک تیر تا مرکز عکس}$$

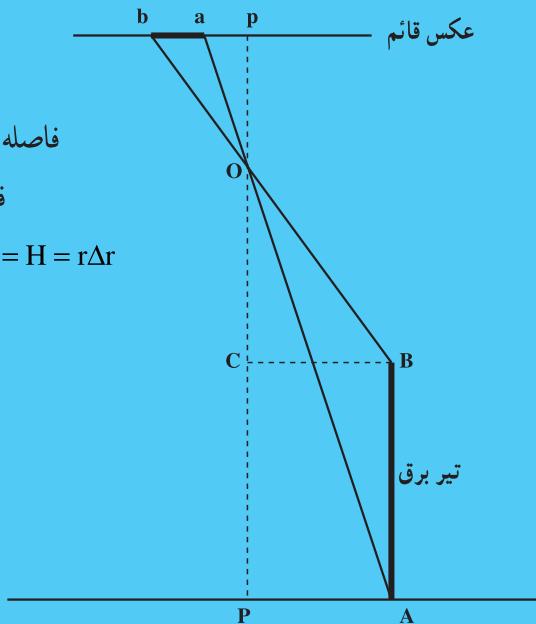
$$ap = \text{فاصله پای تیر تا مرکز عکس}$$

$$op = H = r\Delta r = \text{ارتفاع پرواز تا سطح زمین}$$

$$AB = h = ? \quad \text{ارتفاع تیر برق} = ?$$

$$OC = OP - PC = H - h$$

$$BC = AP = D$$



شکل ۱۳-۳

مطابق شکل دو مثلث  $obp$  و  $OBC$  باهم متشابه هستند زیرا زاویه  $\hat{O}$  در هر دو مشترک و زاویه  $\hat{p}$  و  $\hat{C}$  برابر  $90^\circ$  است لذا دو مثلث به حالت دو زاویه برابر باهم متشابه هستند.

$$\frac{bp}{op} = \frac{BC}{OC} \Rightarrow \frac{r}{f} = \frac{D}{H-h} \Rightarrow fD = rH - rh \quad 1$$

همچنین مطابق شکل دو مثلث  $oap$  و  $OAP$  باهم متشابه هستند زیرا زاویه  $\hat{O}$  در هر دو مشترک و زاویه  $\hat{p}$  و  $\hat{P}$  برابر  $90^\circ$  است لذا دو مثلث به حالت دو زاویه برابر باهم متشابه هستند.

$$\frac{ap}{op} = \frac{AP}{OP} \Rightarrow \frac{r-\Delta r}{f} = \frac{D}{H} \Rightarrow fD = rH - \Delta rH \quad 2$$

یا تساوی روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌شود:

$$fD = rH - rh = rH - \Delta rH \Rightarrow rh = \Delta rH \Rightarrow h = \frac{\Delta r}{r} H$$

روش حل: در رابطه بالا داریم :  $\Delta r = 1/5 \text{ mm}$  طول تصویر تیر برق :

$$r = 100 \text{ mm} = \text{فاصله نوک تیر تا مرکز عکس}$$

$$H = 240 \text{ m} = \text{ارتفاع پرواز تا سطح زمین}$$

$$h = \frac{\Delta r}{r} H = \frac{1/5 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} \times 240 \text{ m} = 36 \text{ m}$$

بحث و بررسی: به روش فتوگرامتری حتی با یک عکس می‌توان ارتفاع اجسام را از روی اندازه گیری طول کشیدگی تصویر آنها در روی عکس به دست آورد. در مثال فوق فاصله‌ی پای تیر تا تصویر مرکز عکس روی زمین نیز قابل محاسبه است :

$$D = \frac{r(H-h)}{f} = \frac{H(r-\Delta r)}{f}$$

برای این منظور نیاز به دانستن فاصله کانونی  $f$  می‌باشد. اگر فاصله کانونی برابر

۱۰ میلی‌متر باشد آن‌گاه فاصله تیر تا تصویر مرکز عکس در روی زمین برابر خواهد

بود با :

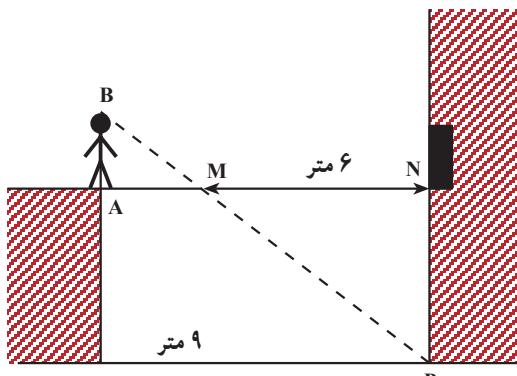
$$D = \frac{100 \text{ mm} \times (240 \text{ m} - 36 \text{ m})}{100 \text{ mm}} = \frac{100 \text{ mm} \times 2364 \text{ m}}{100 \text{ mm}} = 2364 \text{ m}$$

## خودآزمایی

۱- دو قسمت مختلف یک کارخانه بهوسیله‌ی یک پل هوایی به هم مرتبط شده‌اند، پرویز برای پیدا کردن ارتفاع این پل مانند شکل ۱۴-۳ انتهای آن ایستاد و شاعع دید خود را بر رأس زاویه‌ی بین سطح زمین و ساختمان یعنی نقطه‌ی P قرار داد.

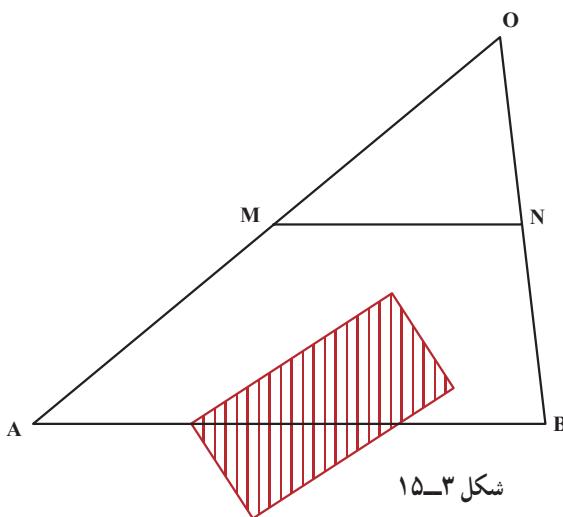
الف) چرا دو مثلث  $\triangle ABM$  و  $\triangle MNP$  با هم مشابه‌اند؟

ب) با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل و طول قد پرویز که  $180$  سانتی‌متر است ارتفاع پل یعنی NP را به دست آورید.



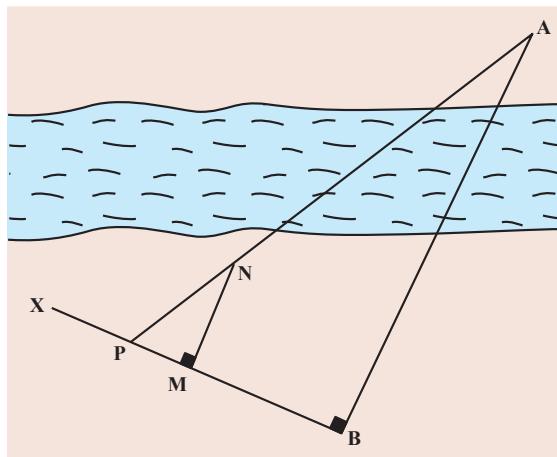
شکل ۱۴-۳

۲- برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B مطابق شکل ۱۵-۳ با مانع دید یک ساختمان مواجه شده‌ایم؛ بنابراین؛ نقطه‌ی O را خارج ساختمان- به گونه‌ای که نقاط A و B از آن دیده شوند -



در نظر می‌گیریم و نقاط M و N را به ترتیب وسط اضلاع OA و OB در نظر گرفته اندازه‌ی طول MN را مترکشی کرده‌ایم که مقدار آن برابر است با : متر  $80 / 30 = 80$ . با استفاده از خاصیت تشابه طول AB را به دست آورید.

۳- برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B که در دو طرف رودخانه‌ای قرار دارند،

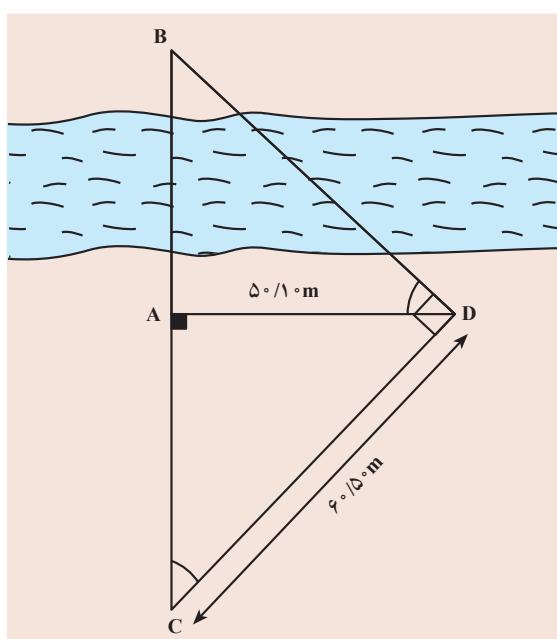


شکل ۱۶-۳

به طور مستقیم، با متر امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین در شکل ۱۶-۳ از نقطه‌ی B عمود BX را توسط گونیای مساحی کشیده از نقطه‌ی دلخواه M روی BX رسم کرده سپس نقطه‌ی عمودی بر BX را به دلخواه روی آن انتخاب می‌کنیم N را به دلخواه روی آن انتخاب می‌کنیم که از تقاطع دو امتداد AN و BM نقطه‌ی P حاصل می‌شود.

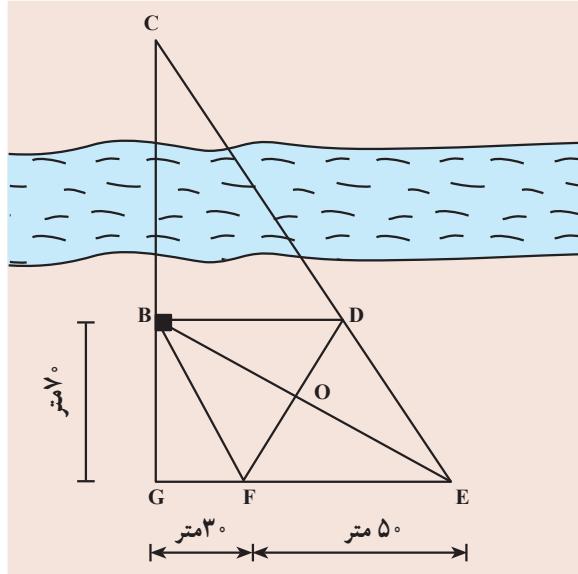
با اندازه‌گیری طول‌های متر  $MB = 56 / 20$ ، متر  $PM = 18 / 10$ ، و متر  $MN = 34 / 15$ ، طول AB را محاسبه کنید.

۴- در شکل ۱۷-۳ امتداد CD عمود بر ضلع BD و امتداد AD عمود بر AB است. اگر طول متر  $AD = 50 / 10$  و طول متر  $CD = 60 / 50$  باشد مطلوب است محاسبه‌ی طول BC.



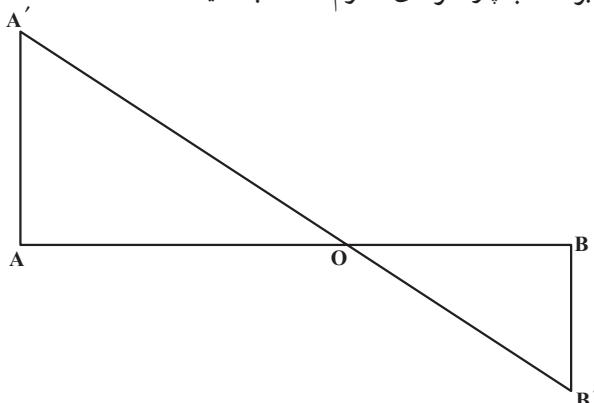
شکل ۱۷-۳

۵ - در شکل ۱۸-۳ چهارضلعی  $BDEF$  یک متوازی الاضلاع است (قطرها، یکدیگر را نصف کرده‌اند). اگر طول متر  $BG = 7$  ، متر  $GF = 3$  و متر  $FE = 5$  باشد طول  $BC$  را محاسبه کنید.



شکل ۱۸-۳

۶ - برای تعیین حجم عملیات خاکی باید محل تقاطع خط زمین و خط پروژه در پروفیل طولی که آن را نقطه‌ی صفر می‌گویند، پیدا نمود. مطابق شکل ۱۹-۳،  $AA'$  و  $BB'$  که تقاطع عرضی هستند مقدار آن‌ها برابر است با  $S_{AA'} = S_{BB'}$  و فاصله‌ی  $AB = d$  است. فاصله‌های  $OA$  و  $OB$  را بر حسب پارامترهای معلوم، محاسبه کنید.

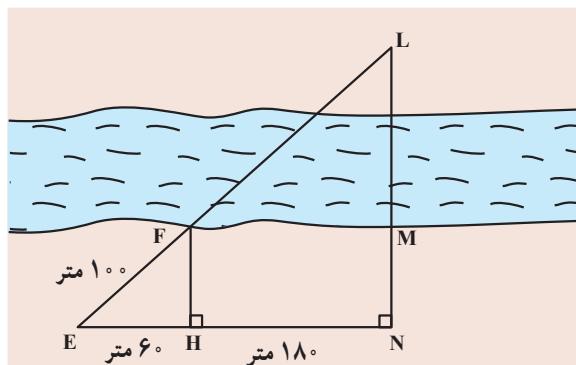


شکل ۱۹-۳

اگر فاصله‌ی متر  $AB = 31$  و مساحت، متر مربع  $S_2 = 3^{\circ}$  و متر مربع  $S_1 = 5^{\circ}$  باشد فواصل  $OA$  و  $OB$  چه قدر است؟

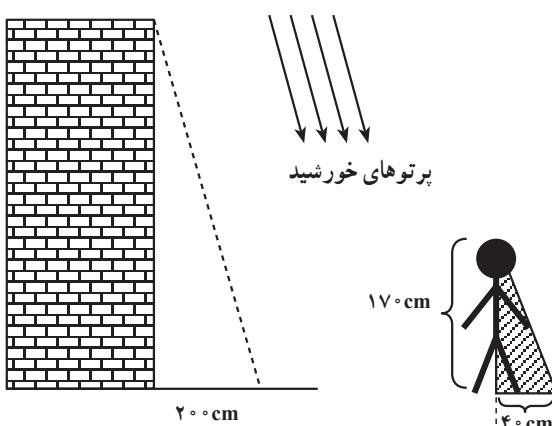
### مسائل

**مسئله‌ی ۱:** دهکده‌ای در یک سوی رودخانه و دکل‌های سراسری انتقال نیرو در سوی دیگر رودخانه واقع است؛ با توجه به فاصله‌های داده شده در شکل ۲۰-۳ طول سیم لازم برای برق‌رسانی به دهکده یعنی  $EL$  را محاسبه کنید.



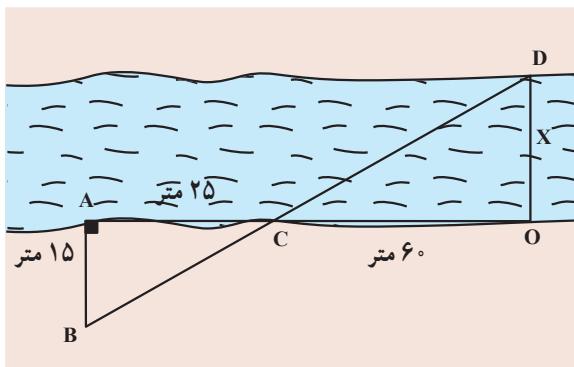
شکل ۲۰-۳

**مسئله‌ی ۲:** ارتفاع یک ساختمان را مطابق شکل ۲۱-۳ با توجه به امتداد و سایه‌ی آن و امتداد سایه‌ی یک شخص به قد معلوم و سایه‌ی شخص در یک زمان از تابش پرتوهای خورشید، اندازه‌گیری کنید.



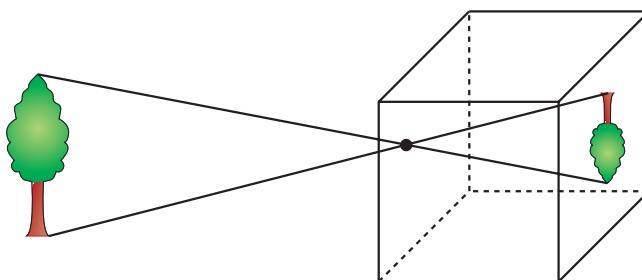
شکل ۲۱-۳

**مسئله‌ی ۳:** شکل زیر را یک نقشه‌بردار برای محاسبه‌ی عرض رودخانه رسم نموده است. به کمک اندازه‌های مشخص شده در شکل، عرض رودخانه را حساب کنید.



شکل ۲۲-۳

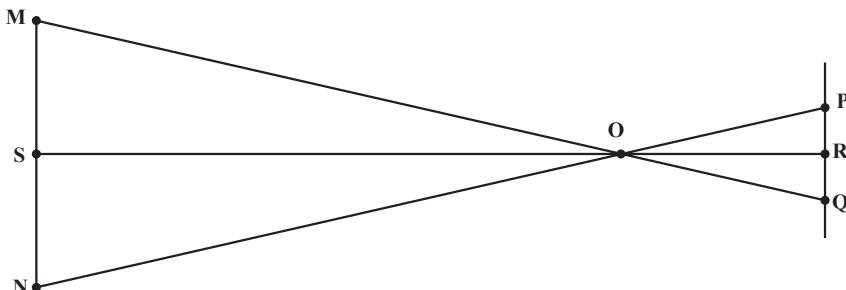
**مسئله‌ی ۴:** (مربوط به پاره خط‌های متناسب در دو مثلث متشابه) : مطابق شکل ۲۳-۳ با ایجاد سوراخی در مرکز دیواره‌ی یک جعبه‌ی مکعب شکل و قراردادن یک کاغذ مات در درون جعبه درست رو به روی سوراخ - می‌توان آن را به یک دوربین عکاسی ساده به نام جعبه‌ی تاریک تبدیل نمود.



شکل ۲۳-۳

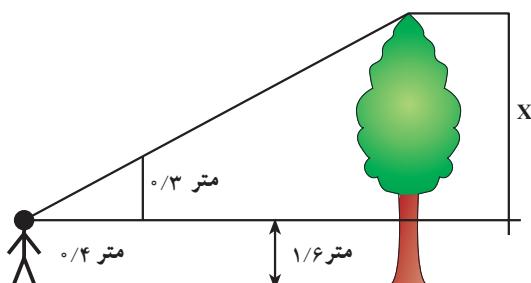
همان‌گونه که در شکل ۲۳-۳ می‌بینید تصویری که از یک شئ در جعبه‌ی تاریک بر روی صفحه‌ی مات ایجاد می‌شود وارونه است. پرتوهای نور که از شئ می‌تابند و از سوراخ جعبه عبور می‌نمایند دو مثلث ایجاد می‌کنند که در شکل ۲۴-۳ نشان داده شده است. طول تصویری که در جعبه‌ی تاریک ایجاد می‌گردد با فاصله‌ی شئ از سوراخ متناسب است. این فاصله، ارتفاع OS از

مثلث OMN است. فاصله‌ی سوراخ با صفحه‌ی مات نیز ارتفاع OR از مثلث OPQ است. اگر دو ارتفاع OS و OR، نیز طول تصویر را بدانیم آیا می‌توان طول شئ را به دست آورد؟



شکل ۲۴-۳

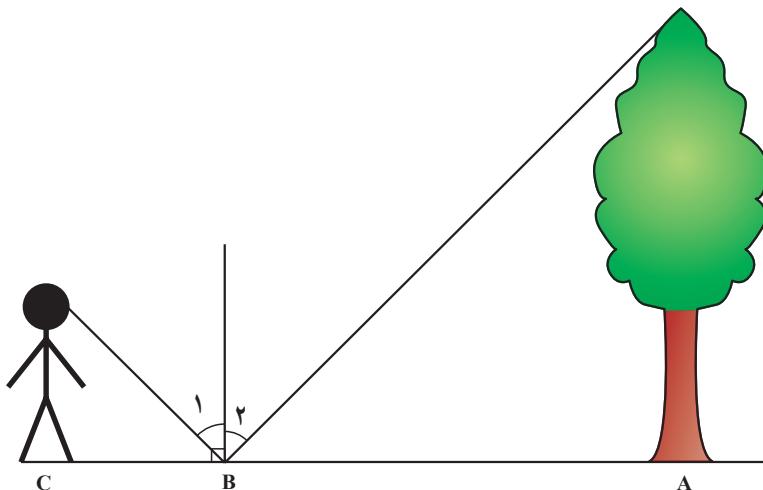
**مسئله‌ی ۵:** رضا برای پیدا کردن ارتفاع درخت مقابل خانه‌ی خود یک تکه مقوا به شکل مثلث قائم‌الزاویه با اندازه‌ی اضلاع زاویه‌ی قائم مطابق شکل ۲۵-۳،  $25-3$ ،  $3/3$ ،  $4/4$  متر ساخت؛ اگر او در فاصله‌ی  $8/8$  متر از درخت بایستد، می‌تواند با نگاه کردن در امتداد وتر مثلث نوک درخت را ببیند. فاصله‌ی چشم او از زمین  $1/6$  متر است. ارتفاع درخت چه قدر است؟



شکل ۲۵-۳

**مسئله‌ی ۶:** محاسبه‌ی ارتفاع درخت به وسیله‌ی سایه، یک متر فلزی که قائم بر زمین قرار گرفته است سایه‌ای به طول  $2m$  دارد درحالی که طول سایه‌ی یک برج رادیویی  $8m$  است؛ ارتفاع برج رادیویی چه قدر است؟

**مسئله‌ی ۷:** شخص باهوشی که چشمانش  $2\text{m}$  بالاتر از زمین قرار دارند می‌خواهد ارتفاع درختی را بیابد او آینه‌ای را به فاصله‌ی  $20\text{m}$  از این درخت و به طور افقی روی زمین می‌گذارد و ملاحظه می‌کند که اگر از نقطه‌ی C که  $2\text{m}$  از آینه‌ی B فاصله دارد بایستد می‌تواند بازتاب نوک درخت را ببیند ارتفاع درخت چه قدر است؟ (شکل ۲۶-۳).



شکل ۲۶-۳

### کارگروهی دانشآموزان

مانند فصول قبل اعضای گروه با زبان خود درس را برای یکدیگر بازگو کنند و برای سنجش میزان یادگیری اعضاء سوالاتی طرح کنند، اعضاء به سوالات پاسخ دهند و با تصحیح سوالات از یادگیری همه اعضا مطمئن شوید.