

کاربردهای معادلات درجه‌ی دوم در حسابداری

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، از فراگیرنده انتظار می‌رود:

- ۱- نقطه‌ی تعادل انواع توابع را تعیین کند.
- ۲- دستگاه‌های معادلات را برای تعیین انواع اقلام مجهول به کار برد.
- ۳- معادلات درجه‌ی دوم را حل و بحث نماید.

۶- کاربردهای معادلات درجه‌ی دوم در حسابداری

همان‌گونه که در فصل قبل گفته شد، صورت کلی معادلات درجه‌ی یک $ax = b$ است، که به

آن معادلات خطی نیز می‌گویند. اگر طرفین را بر $(a \neq 0)$ تقسیم کنیم

$$ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$$

x به دست می‌آید. بدیهی است در خیلی از موارد، شکل ظاهری معادله‌ی درجه‌ی اول به صورت

$ax = b$ نیست و باید عملیاتی روی آن انجام شود تا به این صورت درآید.

مثال ۱- شرکتی لیوان پلاستیکی تولید می‌نماید. هزینه‌ی متغیر هر لیوان 20° ریال و هزینه‌ی

ثابت آن شرکت 500° ریال در روز است. اگر قیمت فروش هر لیوان 30° ریال باشد، چه تعداد لیوان باید

در روز تولید شود و به فروش برسد تا شرکت نه سود داشته باشد و نه زیان؟

$$30^\circ x = 20^\circ x + 500^\circ$$

$$30^\circ x - 20^\circ x = 20^\circ x + 500^\circ - 20^\circ x$$

$$10^\circ x = 500^\circ$$

$$x = 50^\circ$$

۶-۱ معادله‌ی درجه‌ی دوم

در مورد معادله‌ی درجه‌ی دوم نیز، صورت کلی آن $ax^2 + bx + c = 0$ است، که به آن معادله‌ی درجه‌ی دوم کامل می‌گویند. روشن است که پارامترهای a ، b و c اعداد ثابتی هستند و گاهی اوقات ممکن است صفر نیز باشند.

اگر a برابر با صفر باشد، معادله به درجه‌ی اول تبدیل می‌شود. بنابراین، با شرط $a \neq 0$ این

$$bx + c = 0 \quad \text{معادله درجه‌ی دوم خواهد بود.}$$

$$ax^2 + c = 0 \quad \text{اگر } b = 0 \text{ باشد،}$$

معادله دارای دو جواب قرینه است (به شرطی که a و c علامت مختلف داشته باشند).

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \quad \text{اگر } b = 0 \text{ و } c \text{ هر دو صفر باشند و } a \text{ مخالف صفر باشد، آن گاه } ax^2 = 0 \text{ یعنی } x = 0$$

(مضاعف). دقت کنید که اگر $b = 0$ باشد و $a > 0$ و $c > 0$ باشد و یا a و c هر دو منفی باشد به عبارت دیگر اگر $b = 0$ و a و c هر دو دارای علامت یکسان باشند، آن گاه معادله جواب حقیقی نخواهد داشت و جواب، موهومی خواهد بود.

در صورتی که $c = 0$ باشد $(ax + b) \times x = 0 \Rightarrow ax^2 + bx = 0$ یکی از جواب‌ها صفر و

$$\text{جواب دیگر } \frac{-b}{a} \text{ است } x = 0, \quad x = \frac{-b}{a}$$

$$4x^2 + 8x = 0 \quad \text{مثال ۲- معادله‌ی روبه‌رو را حل کنید.}$$

$$x = 0 \quad x = \frac{-8}{4} = -2$$

مثال ۳- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$-6x^2 + 54 = 0$$

$$x^2 = \frac{54}{6} = 9$$

$$x = \pm 3$$

مثال ۴- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$2x^2 + 7 = 0 \quad 2x^2 = -7$$

$$x^2 = \frac{-7}{2}$$

جواب حقیقی ندارد

۱-۱-۶ حل معادلات درجه‌ی دوم کامل

$$ax^2 + bx + c = 0$$

چون معادله‌ی درجه‌ی دوم کامل است، پس $a \neq 0$ و $b \neq 0$ و $c \neq 0$. بنابراین، طرفین را بر a ، که مخالف صفر است، تقسیم می‌نماییم.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

با استفاده از دو جمله‌ی اول، آن را به اتحاد اول مشابه می‌کنیم. سپس، جمله‌ی سوم را، که $\frac{b^2}{4a^2}$ است، به آن اضافه و کم می‌کنیم.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2 + 4ac}{4a^2} = 0 \quad \text{در نتیجه}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{و}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad \text{اگر از طرفین جذر بگیریم}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x', x'' = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{پس}$$

که با استفاده از این فرمول (به شرطی که زیر رادیکال مقداری مثبت باشد) همیشه دو جواب برای معادله‌ی درجه‌ی دوم به دست می‌آید. اما اگر $b^2 - 4ac = 0$ باشد، معادله، یک ریشه‌ی مضاعف خواهد داشت و اگر $b^2 - 4ac < 0$ باشد، معادله، جواب حقیقی ندارد و ریشه‌های موهومی خواهد داشت.

معمولاً $b^2 - 4ac$ را با علامت دلتا (Δ) نشان می‌دهند و به آن مبین معادله‌ی درجه‌ی دوم می‌گویند.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

پس، اگر $\Delta > 0$ باشد، معادله دارای دو جواب حقیقی است و اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله دارای جواب مضاعف است و اگر $\Delta < 0$ باشد، معادله دارای جواب حقیقی نیست و دارای دو جواب موهومی است.

مثال ۵- معادله را حل و پاسخ آن را پیدا کنید.

$$3x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4 \times 2 \times 3 = 25$$

مثال ۶- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$x' = \frac{-7 \pm 5}{6} = \begin{matrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{matrix}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\Delta = 36 - 36 = 0$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

ریشه‌ی مضاعف

مثال ۷- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$\Delta = 9 - 40 = -31$$

چون $\Delta < 0$ است، پس معادله‌ی زیر جواب حقیقی ندارد.

مثال ۸- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta = 16 - 12 = 4$$

$$x' = \frac{4 \pm 2}{2} = 3$$

$$x'' = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

۲-۱-۶ حالت خاص معادله‌ی درجه‌ی دوم: همان گونه که در مثال ۷ ملاحظه نمودید، b

عددی زوج است و می‌توان از نصف آن، یعنی $\frac{b}{2}$ استفاده کرد.

اگر b' را نصف b فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$b = 2b'$$

$$ax^2 + 2b'x + c = 0$$

و معادله به این صورت درمی‌آید:

$$x'', x' = \frac{-2b' \pm \sqrt{4b'^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{جواب‌ها عبارت‌اند از:}$$

$$x', x'' = \frac{-2(-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac})}{2a} \quad \text{و یا}$$

$$x', x'' = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad \text{در نتیجه}$$

$$\Delta' = b'^2 - ac \quad \text{و}$$

بنابراین، برای سهولت می‌توان از این فرمول به‌جای فرمول قبلی در زمانی که b زوج باشد استفاده نمود. روشن است تمام مطالبی که در مورد Δ گفته شد، عیناً در مورد Δ' صدق می‌کند. مثال ۹- معادله‌ی مثال ۸ را با استفاده از فرمول اخیر حل کنید.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = 4 - 3 = 1$$

$$x', x'' = \frac{2 \pm 1}{1} = \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$$

$$x^2 - 18x + 32 = 0$$

مثال ۱۰- معادله

را با استفاده از هر دو فرمول گفته شده حل کنید.

$$\Delta = 18 \times 18 - 4 \times 32 = 196$$

$$x', x'' = \frac{18 \pm \sqrt{196}}{2} = \begin{matrix} 2 \\ 16 \end{matrix}$$

$$\Delta' = 9 \times 9 - 32 = 49$$

$$x', x'' = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{1} = \begin{matrix} 2 \\ 16 \end{matrix}$$

ملاحظه می‌شود که روش دوم بسیار ساده‌تر است. جواب‌ها نیز عیناً یکی است. اگر جمع ضرایب یک معادله‌ی درجه‌ی دوم برابر با صفر باشد، یکی از جواب‌ها ۱ است و جواب دیگر، برابر با $\frac{c}{a}$ است.

$$a + b + c = 0$$

در چنین حالتی $ax^2 + bx + c$ بر $x - 1$ قابل قسمت است. اگر $ax^2 + bx + c$ را بر

۱- x تقسیم نماییم، مانده صفر است و خارج قسمت آن

$$ax - c = 0$$

$$x = \frac{c}{a}$$

در نتیجه

مثال ۱۱- جواب معادله‌ی زیر را محاسبه کنید.

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$2 - 3 + 1 = 3 - 3 = 0$$

$$x' = 1 \quad x'' = \frac{1}{2}$$

پس

۳-۱-۶ جمع و ضرب جواب‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم: اگر جواب‌های معادله‌ی درجه‌ی

دوم را با هم جمع و یا در هم ضرب کنیم، نتایج زیر حاصل می‌شود.

$$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{و} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x' + x'' = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} = S$$

مجموع ریشه‌ها

$$x' \times x'' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x' \times x'' = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} = P$$

حاصل ضرب ریشه‌ها

با دانستن روابط بین ریشه‌ها به این نکته توجه کنید.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

طرفین را بر a، که مخالف صفر است، تقسیم می‌کنیم.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 - \left(\frac{-b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\frac{c}{a} = P \quad \text{و} \quad \frac{-b}{a} = S \quad x^2 - Sx + P = 0$$

$\frac{c}{a}$ برابر با حاصل ضرب ریشه‌ها و $\frac{-b}{a}$ برابر با حاصل جمع ریشه‌هاست.

مثال ۱۲- معادله‌ای بنویسید که مجموع ریشه‌های آن ۵ و حاصل ضرب ریشه‌های آن ۴

باشد.

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$x', x'' = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

گاهی اوقات لازم است که سه جمله‌ای درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c$ را به حاصل ضرب عوامل تجزیه کنیم. برای این عمل، کافی است از فرمول زیر استفاده کنیم.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0$$

مثال ۱۳- معادله را به حاصل ضرب عوامل تبدیل کنید.

$$\Delta' = 9 - 8 = 1$$

$$x', x'' = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 2(x - 1)(x - 2)$$

۲-۶ کاربردهای معادلات درجه‌ی دوم

معادلات درجه‌ی دوم، کاربردهای زیادی دارند، از جمله در محاسبات مجهولات. معمولاً حل معادلات درجه‌ی دوم برای دانش‌آموزان بسیار ساده است، ولی گاهی تبدیل کردن صورت مسئله به معادله اندکی مشکل به نظر می‌رسد. برای حل این مشکل، باید به مثال‌های زیر توجه کرد و تمرین‌های پایان فصل را به دقت انجام داد.

مثال ۱۴- برای ساختن قوطی، یک ورق مقوای به شکل مربع و به ضلع ۵ سانتی‌متر در اختیار داریم.

اما این مقوا جواب‌گوی نیاز ما نیست و لازم است ۲۴ سانتی‌متر مربع به سطح آن افزوده شود. تعیین کنید به اندازه‌ی هر ضلع مربع چه قدر باید اضافه کرد تا مربعی به دست آید که اختلاف مساحت آن با مساحت فعلی ۲۴ سانتی‌متر مربع باشد.

$$5 \times 5 = 25$$

مساحت مقوای فعلی

اگر طول ضلع مربع جدید را $(x + 5)$ فرض کنیم، مساحت آن $(x + 5)(x + 5)$ است. پس،

$$(x + 5)(x + 5) = 25 + 24$$

$$x^2 + 25 + 10x = 49$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$\Delta' = 25 + 24 = 49$$

$$x', x'' = \frac{-5 \pm 7}{1} = \begin{cases} 2 \\ -12 \end{cases}$$

روشن است که جواب -12 پذیرفتنی نیست و فقط $x = 2$ قابل قبول است.

مثال ۱۵- اگر معادلات عرضه و تقاضای کالایی به شکل زیر باشد، در حالت تعادل مقدار و قیمت کالا را تعیین کنید. x نشانگر مقدار کالا و y نشانگر قیمت آن است.

$$\begin{cases} (x+12)(y+6) = 169 \\ x-y+6 = 0 \end{cases}$$

$$y = x + 6$$

از معادله‌ی دوم داریم

$$(x+12)(x+6+6) = 169$$

در معادله‌ی اول قرار می‌دهیم

$$(x+12)(x+12) = 169$$

$$x^2 + 24x + 144 = 169$$

$$x^2 + 24x - 25 = 0$$

$$\Delta' = 144 + 25 = 169$$

$$x', x'' = \frac{-12 \pm 13}{1} = \begin{cases} 1 \\ -25 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 7$$

چون قیمت و مقدار نمی‌تواند منفی باشد

$$x = -25 \Rightarrow y = -19$$

پس، فقط جواب 7 برای قیمت

و 1 برای مقدار کالا مورد قبول است و نقطه‌ی تعادل $(1, 7)$ است.

مثال ۱۶- مساحت میدان دایره شکلی، 314 مترمربع است. بنا به دلایلی، لازم است این

میدان سه برابر بزرگ‌تر از وضع فعلی گردد. معین کنید شعاع میدان چه قدر باید بیش‌تر بشود.

$$314 \div 3/14 = 100$$

$$\sqrt{100} = 10$$

پس، شعاع فعلی میدان 10 متر است؛ لذا شعاع میدان جدید $10 + x$ فرض می‌شود. پس،

$$(x+10)(x+10) \times 3/14 = 314 + 3 \times 314$$

$$(x^2 + 20x + 100) \times 3/14 = 314 \times 4$$

$$x^2 + 20x + 100 = 400$$

$$x^2 + 20x - 300 = 0$$

$$\Delta' = 100 + 300 = 400$$

$$x', x'' = \frac{-10 \pm 20}{1} = \begin{matrix} 10 \\ -30 \end{matrix}$$

$$10 + 10 = 20$$

واضح است که -30 پذیرفتنی نیست و $x = 10$ قابل قبول است. یعنی شعاع دایره باید دو برابر گردد تا مساحت میدان چهار برابر وضع فعلی شود.

مثال ۱۷- رابطه‌ی درآمد کل یک مؤسسه با تعداد تولید آن

$$y = -x^2 + 9x$$

است، که در آن y درآمد کل ناخالص به میلیون ریال ماهانه است و x تعداد تولید کالا به میلیون واحد در ماه است. اگر این مؤسسه بخواهد در ماه، درآمدی کُلّی برابر با ۸ میلیون ریال داشته باشد، چه تعداد کالا باید تولید نماید؟

$$y = -x^2 + 9x$$

$$8 = -x^2 + 9x$$

$$-x^2 + 9x - 8 = 0$$

$$\Delta = 9^2 - 4 \times 8 = 81 - 32 = 49$$

$$x' = \frac{-9 + 7}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1, \quad x'' = \frac{-9 - 7}{-2} = +8$$

اگر چه از نظر ریاضی جواب ۸ میلیون و یک میلیون، یک درآمد مشخصی را برای مؤسسه ایجاد می‌کند، ولی از نظر اقتصادی باید با جواب کم‌تر، یعنی یک میلیون واحد تولید نمود.

مثال ۱۸- اگر x مقدار کالا به تن و y قیمت کالا به هزار ریال را نشان دهد مقدار و قیمت

تبادل برای معادلات عرضه و تقاضای زیر را پیدا کنید.

$$x^2 + 5x - y + 1 = 0$$

$$2x^2 + y - 9 = 0$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 5x + 1 \\ y = -2x^2 + 9 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x + 1 = -2x^2 + 9$$

$$2x^2 + x^2 + 5x + 1 = 2x^2 - 2x^2 + 9$$

$$3x^2 + 5x + 1 = 9$$

$$3x^2 + 5x + 1 - 9 = 9 - 9$$

$$3x^2 + 5x - 8 = 0$$

$$\Delta = 25 + 96 = 121$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{6} = \begin{cases} x' = 1 \\ x'' = \frac{-8}{3} \end{cases}$$

با توجه به این که در این گونه مسائل فقط آن قسمت از معادلات قابل قبول است که در ربع اول

واقع شده باشد، پس فقط جواب $x = 1$ قابل قبول است و $x = \frac{-8}{3}$ قابل قبول نیست.

$$y = -2x^2 + 9$$

پس

$$y = -2 + 9 = 7$$

$$y = 7$$

یعنی قیمت ۷ هزار ریال و مقدار ۱ تن قابل قبول است.

مثال ۱۹- اگر x مقدار کالا به تن و y قیمت کالا به هزار ریال را نشان دهد، مقدار و قیمت

تعالی برای معادلات عرضه و تقاضای زیر را پیدا کنید.

$$(x + 12)(y + 6) = 169$$

$$x - y + 6 = 0$$

$$y = x + 6$$

$$(x + 12)(x + 6 + 6) = 169$$

$$(x + 12)(x + 12) = 169$$

$$x^2 + 144 + 24x = 169$$

$$x^2 + 24x + 144 - 169 = 169 - 169$$

$$x^2 + 24x - 25 = 0$$

$$(x - 1)(x + 25) = 0$$

چون جمع ضرایب صفر است

$$x' = 1 \quad x'' = -25$$

پس فقط $x = 1$ قابل قبول است.

$$y = x + 6$$

$$y = 1 + 6$$

$$y = 7$$

یعنی قیمت ۷ هزار ریال و مقدار ۱ تن قابل قبول است.

مثال ۲۰- اگر x مقدار کالا به تن و y قیمت کالا به هزار ریال را نشان دهد، مقدار و قیمت

تعادل برای معادلات عرضه و تقاضای زیر را پیدا کنید.

$$2x + y - 10 = 0$$

$$y^2 - 8x - 4 = 0$$

$$y = -2x + 10$$

$$(-2x + 10)^2 - 8x - 4 = 0$$

$$4x^2 + 100 - 40x - 8x - 4 = 0$$

$$4x^2 - 48x + 96 = 0$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6 \times 6 - 24 \times 1}}{1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{1} = 6 \pm \sqrt{12}$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

ظاهراً هر دو جواب قابل قبول است.

حال باید y را بررسی نمود

$$x = 6 + 2\sqrt{3}$$

$$y = -2(6 + 2\sqrt{3}) + 10$$

$$y = -12 - 4\sqrt{3} + 10$$

$$y = -2 - 4\sqrt{3}$$

این جواب قابل قبول نیست

$$x = 6 - 2\sqrt{3} \approx 2.5$$

$$y = -2(6 - 2\sqrt{3}) + 10$$

$$y = -12 + 4\sqrt{3} + 10$$

$$y = -2 + 4\sqrt{3} \approx 4/9$$

این جواب قابل قبول است

پس $x \approx 2/5$ و $y \approx 4/9$ قابل قبول است.

تمرین های فصل ششم

۱- معادلات زیر را حل نمایید و در صورتی که جواب دارند، جواب را مشخص کنید.

$$11x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$3x^2 + 6x - 11 = 0$$

$$7x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$x^2 + x + 7 = 0$$

$$5x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

۲- بدون حل معادلات، حاصل جمع و حاصل ضرب جواب های معادلات دارای جواب

تمرین ۱ را محاسبه، سپس با جواب ها مقایسه کنید.

۳- حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی ۷۲ است، آن دو عدد را پیدا کنید.

۴- مجموع مربعات سه عدد صحیح متوالی ۱۱۰ است. آن اعداد را تعیین کنید.

۵- آن چه عددی است که اگر ۳۵ واحد به دو برابر آن افزوده شود، حاصل برابر با مربع همان

عدد گردد؟

۶- مجموع ارقام یک عدد دو رقمی ۱۰ است و رقم دهگان آن ۴ واحد بیش تر از مربع رقم

یکان آن است. آن عدد را پیدا کنید.

۷- رابطه ی امکانات تولید برای یک مؤسسه، به این ترتیب است $9y + x^2 = 225$

این مؤسسه با داشتن امکانات تولیدی ثابت می تواند کالای x یا کالای y یا ترکیبی از هر دو را تولید

نماید. مقادیر کالا برحسب واحد تُن است. تعیین کنید اگر این مؤسسه بخواهد از کالای y ، ۱۶ تُن تولید نماید، قادر به تولید چند تُن از کالای x خواهد بود؟

۸- رابطه‌ی عرضه‌ی کالایی $y = 2x^2 - 4x + 2$ است که در آن y قیمت به هزار ریال و x مقدار کالا به میلیون کیلو در ماه است. تعیین کنید در قیمت ۸ هزار ریال، چه مقدار کالا به بازار عرضه می‌گردد؟

۹- رابطه‌ی هزینه‌ی کل (هزینه‌ی ثابت به علاوه‌ی هزینه‌ی متغیر) یک بنگاه تولیدی $y = \frac{1}{10}x^2 + 6x + 200$ است که در آن y هزینه‌ی کل به ده هزار ریال و x مقدار کالا به تُن است. تعیین کنید وقتی هزینه‌ی کل بنگاه برابر ۶ میلیون ریال باشد، مقدار تولید بنگاه چه قدر است؟

۱۰- رابطه‌ی هزینه‌ی کل یک شرکت تولیدی گِج پاکتی $y = \frac{1}{5}x^2 + 2x + 3$ است. اگر y هزینه‌ی کل به ده هزار ریال و x مقدار گِج تولیدی به تُن باشد، تعیین کنید زمانی که هزینه‌ی کل کارخانه ۱۸۰,۰۰۰ ریال باشد مقدار تولید چه مقدار است؟

۱۱- رابطه‌ی درآمد کل یک شرکت با تعداد تولید آن به صورت $y = -x^2 + 6x$ است، که در آن y درآمد کل به میلیون ریال و x تعداد تولید کالا به میلیون واحد است. اگر مدیر شرکت بخواهد درآمدی کلی، برابر با ۹ میلیون ریال داشته باشد، چه تعداد کالا باید تولید نماید؟

۱۲- اگر رابطه‌ی هزینه‌ی کل شرکتی $y = x^2 - 3x + 7$ باشد (y هزینه‌ی کل به میلیون ریال و x تعداد تولید است)، چه تعداد کالا باید تولید گردد تا هزینه‌ی شرکت ۵ میلیون ریال باشد؟

۱۳- رابطه‌ی درآمد شرکتی $T_R = 20x - 5x^2$ و رابطه‌ی هزینه‌ی کل آن شرکت $T_C = 10x + 6x^2$ است. در صورتی که شرکت با زیان یک میلیون ریالی مواجه باشد، مقدار تولید را به میلیون واحد تعیین کنید.

۱۴- رابطه‌ی هزینه‌ی کل شرکتی $T_C = 3x^2 + 20x - 50$ و رابطه‌ی درآمد کل آن شرکت $T_R = 30x - x^2$ است. مطلوب است تعداد تولید در نقطه‌ی سر به سر.

۱۵- محیط مغازه‌ای به شکل مستطیل ۳۴ متر و مساحت آن برابر با ۶۰ مترمربع است. طول و عرض این مغازه را محاسبه نمایید.

۱۶- اندازه‌ی ضلع انبار مربع شکلی ۱۰ متر است. مساحت آن کافی نیست و نیاز است که اضلاع مربع از هر طرف به یک اندازه افزایش یابد تا در کل، ۴۴ مترمربع به سطح آن افزوده گردد. مقدار افزایش از هر طرف را محاسبه کنید.