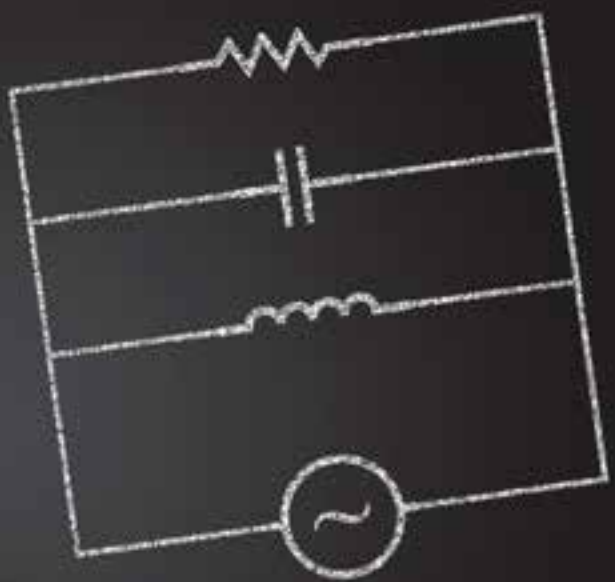


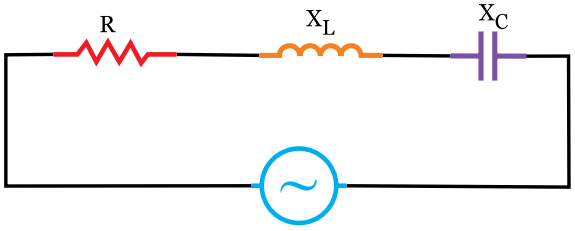
فصل ششم

# مدارهای RLC

خلاصه درس

## ۱-۶- مدارهای RLC سری:

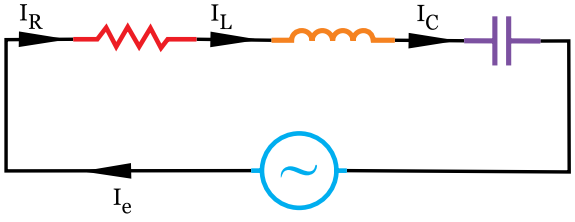
هرگاه یک مقاومت اهمی و یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی به صورت سری به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۱-۶) مدار RLC سری را تشکیل می‌دهد.




شکل (۱-۶)

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

در مدارهای RLC سری جریان منبع با جریان هر یک از عناصر که در شکل (۲-۶) دیده می‌شود، برابر می‌باشد.




شکل (۲-۶)

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_L=I_C=I_R=I_e$$

$$I=\frac{V}{Z}$$

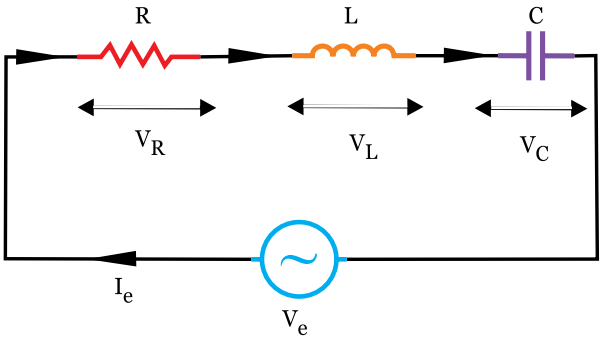
در این مدارها در شکل (۳-۶)، ولتاژ منبع به نسبت مقاومت‌های اهمی- سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

$$V=\sqrt{V_R^2+(V_L-V_C)^2}$$

$$V_R=I.R$$

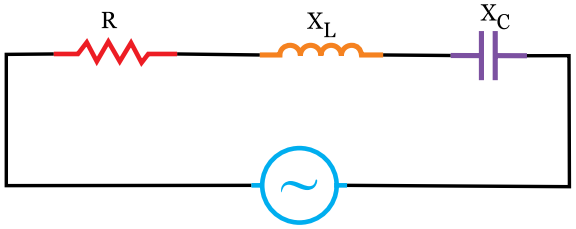
$$V_L=I.X_L$$

$$V_c=I.Xc$$




شکل (۳-۶)

در مدارهای RLC سری مطابق شکل (۴-۶) اختلاف فاز φ درجه می‌باشد که از رابطه زیر بدست می‌آید.




شکل (۴-۶)

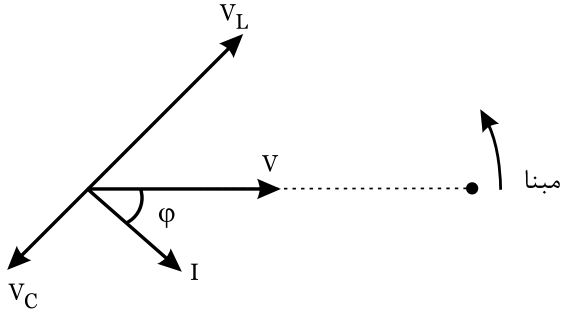
$$\text{Cos } \varphi=\frac{R}{Z} \qquad \text{Cos } \varphi=\frac{V_R}{V}$$

$$V_{(t)}=V_m \text{Sin } \omega t$$

$$i_{(t)}=I_m \text{Sin}(\omega t \pm \varphi)$$

**اگر $X_L>X_c$ باشد:** مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۶) به صورت زیر ایجاد می‌شود.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه عقب‌تر است.



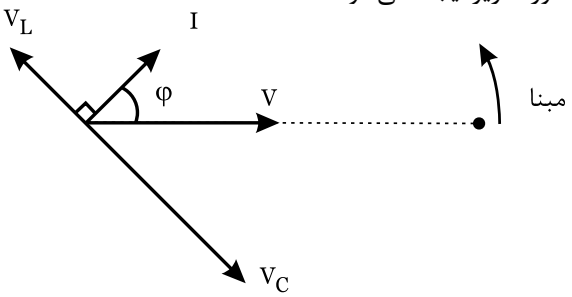

شکل (۵-۶)

- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $i_{(t)}=I_m \text{Sin}(\omega t - \varphi)$ نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا $V_L$ نسبت به I، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L>V_C$ می‌باشد.

- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا $V_c$ نسبت به I، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $V_L>V_c$ می‌باشد.

**اگر $X_L<X_C$ باشد:** مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۶) به صورت زیر ایجاد می‌شود.




شکل (۶-۶)

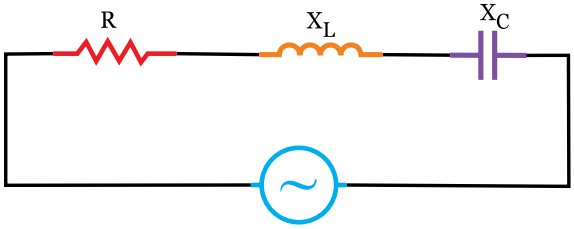
- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار v را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $i_{(t)}=I_m Sin(\omega t+\varphi)$ نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا $V_L$ نسبت به I، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجاییکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_c$ می‌باشد.

- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا $V_c$ نسبت به I، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_c$ می‌باشد.

**اگر $X_L=X_C$ باشد:**

از آنجائیکه $I_L=I_C$ می‌باشد ولتاژ دو سر سلف و خازن در مدار شکل (۶-۷) برابر می‌شود لذا ولتاژ منبع برابر ولتاژ دو سر مقاومت خواهد شد که در حالت رزنانس می‌باشد.




شکل (۶-۷)

$X_L=X_C \Rightarrow V_L=V_C$

$V=\sqrt{V_R^2+(V_L-V_C)^2}=V_R$

$X_c=X_L \Rightarrow \frac{1}{2\pi fc}=2\pi fL \Rightarrow f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}}$

برای بدست آوردن توان در مدارهای RLC ابتدا Cos φ و Sin φ را بدست می‌آوریم.

ضریب قدرت $Cos\varphi=\frac{R}{Z}$ و یا $Cos\varphi=\frac{V_R}{V_e}$ و ضریب

قدرت غیر موثر $Sin\varphi=\frac{|V_L-V_C|}{V_e}$ و یا $Sin\varphi=\frac{|X_L-X_C|}{Z}$

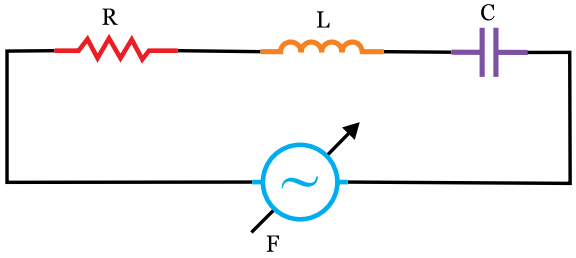
- توان موثر می‌شود: $Pe=Ve.Ie.Cos\varphi$
- توان غیر موثر می‌شود: $Pd=Ve.Ie.Sin\varphi$

اگر $X_L>X_C$ باشد مدار پس فاز بوده و Pd مثبت می‌شود و اگر $X_L<X_C$ باشد، مدار پیش فاز بوده و Pd منفی می‌شود.

- توان ظاهری می‌شود: $Ps=Ve.Ie$

## ۲-۶- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC سری:

از آنجائیکه با افزایش مقاومت سلفی $X_L=2\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_c=\frac{1}{2\pi fc}$ کاهش می‌یابد لذا با توجه به فرمول‌های $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$ و $I=\frac{V}{Z}$ شکل (۶-۸)، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس بررسی می شود.



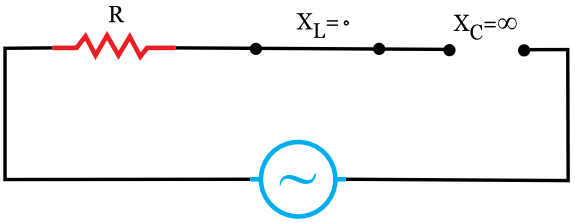

شکل (۶-۸)

در تمام تغییرات فرکانس، مقدار R ثابت است.

سه حالت در این مدار اتفاق می افتد.

۱- فرکانس صفر(DC):

$f=0 \Rightarrow \begin{cases} X_L=0 \\ X_C=\infty \\ Z=\infty \\ I=0 \end{cases}$

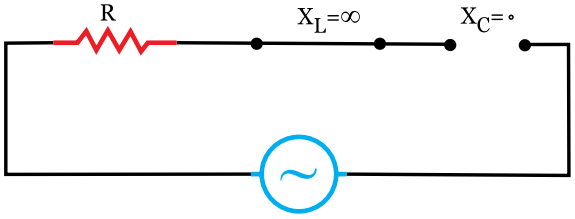



شکل (۶-۹)

خازن مدار را قطع می‌کند.

۲- فرکانس بی‌نهایت:

$f=\infty \Rightarrow \begin{cases} I=0 \\ Z=\infty \\ Xc=0 \\ X_L=\infty \end{cases}$




شکل (۶-۱۰)

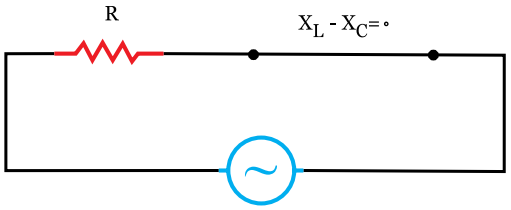
سلف مدار را قطع می‌کند.

۳- فرکانس رزنانس (تشدید) که باعث می‌شود، داشته باشیم.

$f = f_r \Rightarrow X_L=X_C \Rightarrow Z=R$

$V_L=V_C \Rightarrow V_e=V_R$

$\varphi=0$




شکل (۶-۱۱)

مدار کاملا اهمی $\quad \cos\varphi=1$

توان ظاهری برابر توان اکتیو $\quad Pe=Ps$

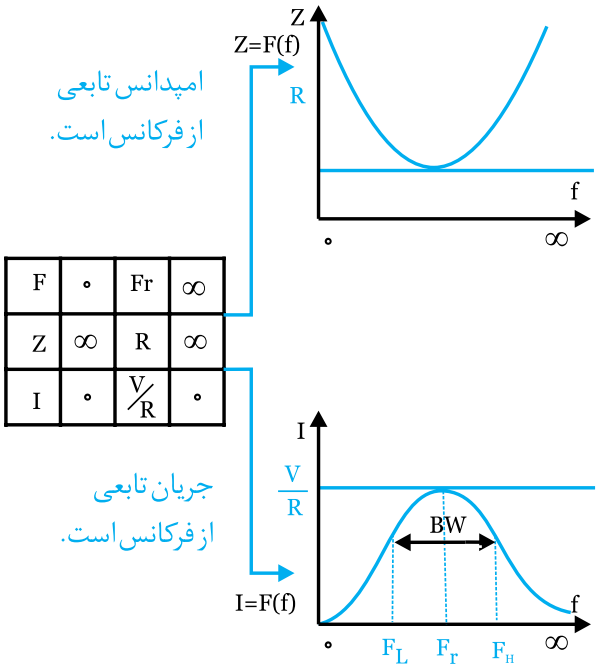
توان راکتیو نداریم. $\quad Pd=0$

$I=\frac{V}{R}$

نتایج بررسی شده را می‌توان در یک جدول خلاصه کرد.

$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}} \Leftarrow X_L=X_C \qquad \omega_0=2\pi fL=\frac{1}{\sqrt{Lc}}$

$Q_0=\frac{L\omega_0}{R} \qquad Bw=\frac{f_r}{Q_0}$




شکل (۶-۱۲)

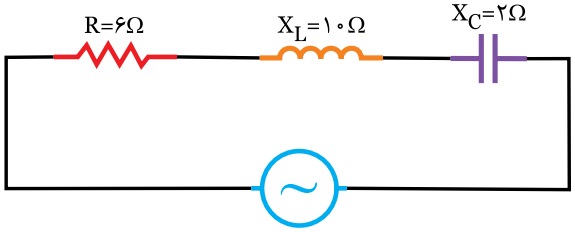
فرکانس نیم توان پایین (قطع پایین) $\quad f_L=f_1=f_r-\frac{Bw}{2}$

فرکانس نیم توان بالا (قطع بالا) $\quad f_H=f_2=f_r+\frac{Bw}{2}$

۱- برای بدست آوردن پهنای باند می‌توان از $Bw=\frac{R}{2\pi L}$ بدست آورد.

۲- از مدارات RL، RC، RLC و LC در فیلترها استفاده می‌شود.

در مدار شکل (۶-۱۳) امپدانس مدار را بدست آورید.




شکل (۶-۱۳)

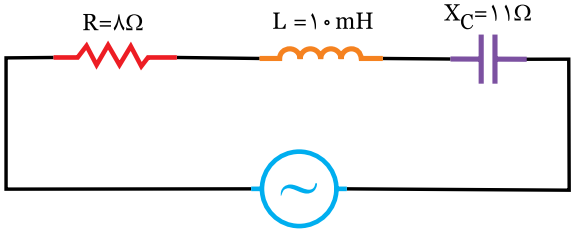
**حل**

$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{6^2+(2-10)^2}=\sqrt{36+64}=10\Omega$

توضیح: چون $X_L>X_c$ می‌باشد لذا مدار پس فاز است.

**فعالیت ۱**

در مدار شکل (۶-۱۴) امپدانس مدار را بدست آورید.




$V_{(t)}=100\sqrt{2}\ Sin\ (500t-60^\circ)$

شکل (۶-۱۴)

**حل**

ابتدا $X_L$ را بدست می‌آوریم.

$X_L=\omega L=500\times\ldots\ldots=\ldots\ldots\ \Omega$

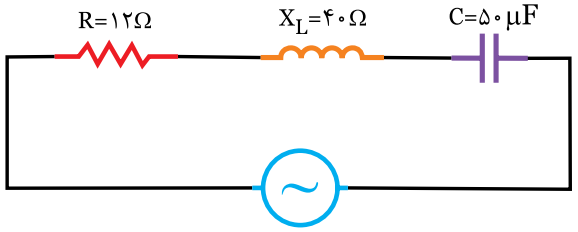
$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{(\ldots\ldots)^2+(\ldots\ldots-\ldots\ldots)^2}$

$Z=\sqrt{\ldots\ldots+\ldots\ldots}=\ldots\ldots\ \Omega$

توضیح: چون $X_C>X_L$ می‌باشد لذا مدار ..... است.

**تمرین**

۱- در مدار شکل (۶-۱۵) امپدانس مدار را بدست آورید.




$V_{(t)}=50\sqrt{2}\ Sin\ (500t+\frac{\pi}{3})$

شکل (۶-۱۵)

**حل**

.....

.....

.....

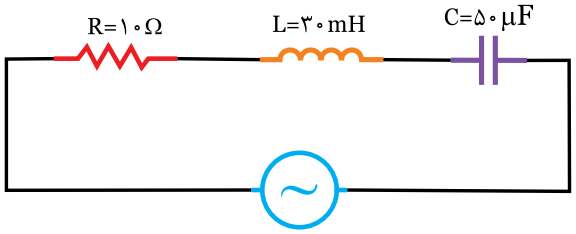
.....

**مثال ۲**

در مدار شکل (۶-۱۶) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع




$V_{(t)}=100\sqrt{2}\ Sin1000t$

شکل (۶-۱۶)

**حل**

الف) ابتدا $X_L$ و $X_C$ را بدست می‌آوریم.

$X_L=\omega L=1000\times 30\times10^{-3}=30\Omega$

$Xc=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{1000\times50\times10^{-6}}=20\Omega$

$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{10^2+(30+20)^2}=10\sqrt{2}\ \Omega$

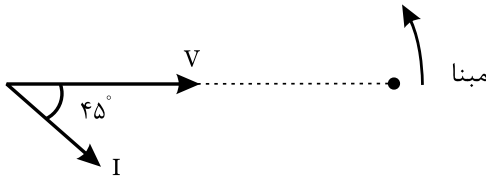
$Ve=\frac{Vm}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100V$ $\qquad$ جریان $=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$

جریان مدار $Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{100}{10\sqrt{2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

مبنا را ترسیم کنید.

- بردار $V_{(t)}$ را رسم نمایید.




شکل (۶-۱۷)

- در این مدار $X_L>X_c$ بوده لذا مدار پس فاز و جریان منبع $\varphi$ درجه از ولتاژ مدار عقب‌تر است لذا با بدست آوردن $\varphi$ داریم.

$$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \varphi=۴۵^\circ$$

- با توجه به موقعیت بردار I معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

$$I_m=\sqrt{۲}\,Ie=\sqrt{۲}\,(۵\sqrt{۲})=۱۰\,A$$

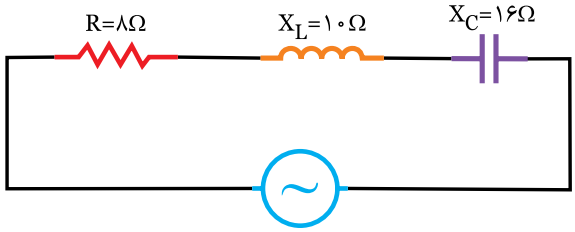
$$i_{(t)}=I_m\,Sin\,(\omega t-\varphi)\Rightarrow I_{(t)}=۱۰\,Sin\,(۱۰۰۰t-۴۵^\circ)$$

## فعالیت ۲

در مدار شکل (۶-۱۸) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع




$$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۵۰۰t-۳۰^\circ)$$

شکل (۶-۱۸)

## حل

الف)

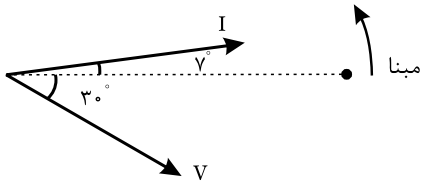
$$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}=\sqrt{۸^۲+(\ldots\ldots-\ldots\ldots)^۲}=\ldots\ldots\Omega$$

$$Ve=\frac{Vm}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots V$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots A$$ جریان مدار

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_c>X_L$ است لذا پیش فاز بوده و جریان $\varphi^\circ$ جلوتر از ولتاژ مدار خواهد بود.

$$Cos\,\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots\Rightarrow \varphi=۳۷^\circ$$




شکل (۶-۱۹)

$$I_m=\sqrt{۲}\,Ie=\ldots\ldots A$$

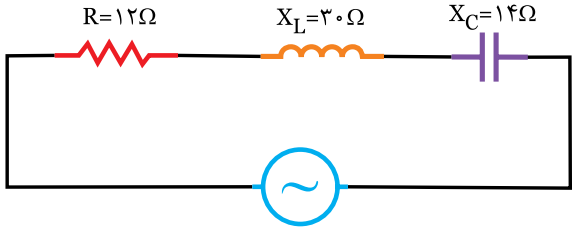
$$i_{(t)}=Im\,Sin(\omega t+\varphi)\Rightarrow i_{(t)}=\ldots\ldots\,Sin(۵۰۰t+۳۷^\circ)$$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۲۰) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع




$$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۱۰۰۰t-۵۳^\circ)$$

شکل (۶-۲۰)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

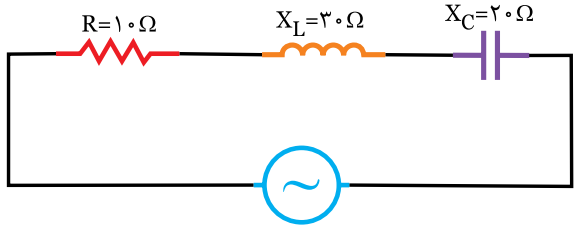
.....

## مثال ۳

در مدار شکل (۶-۲۱) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع




$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \sin \omega t$

شکل (۶-۲۱)

## حل

الف)

$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}=\sqrt{۱۰^۲+(۳۰-۲۰)^۲}=\sqrt{۲۰۰}=۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$

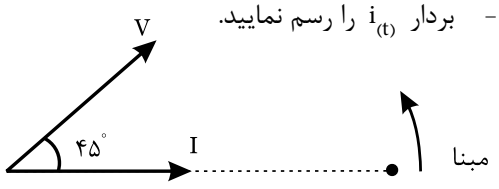
$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲A$

مقاومت × جریان = ولتاژ

ولتاژ منبع $Ve=I_e.Z=۲\times۱۰\sqrt{۲}=۲۰\sqrt{۲}\ v$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم نمایید.




شکل (۶-۲۲)

- در این مدار $X_L>X_c$ است لذا مدار پس فاز و ولتاژ منبع φ درجه از جریان مدار جلوتر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\Rightarrow\varphi=۴۵^\circ$

$V_m=\sqrt{۲}\ Ve=\sqrt{۲}\ (۲۰\sqrt{۲})=۴۰v$

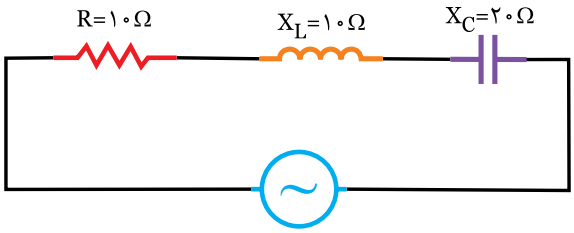
$V_{(t)}=V_m\ Sin(\omega t+\varphi)\Rightarrow V_{(t)}=۴۰Sin(\omega t+۴۵^\circ)$

## فعالیت ۳

در مدار شکل (۶-۲۳) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع




$i_{(t)}=۲\ Sin\ (۵۰۰t+۱۵^\circ)$

شکل (۶-۲۳)

## حل

الف)

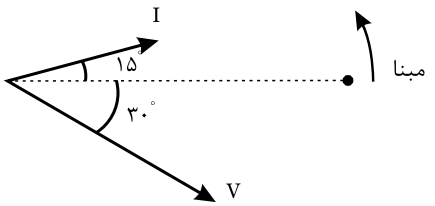
$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}=\sqrt{(.....)^۲+(.....-.....)^۲}=.....\Omega$

$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$

ولتاژ منبع $Ve=Z\ .\ Ie=(.....)(.....)=.....v$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری داریم که در این مدار $X_c>X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ مدار φ° عقب‌تر از جریان مدار است.

$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۰}{.....}=.....\Rightarrow\varphi=۴۵^\circ$




شکل (۶-۲۴)

$V_m=\sqrt{۲}\ Ve=.....v$

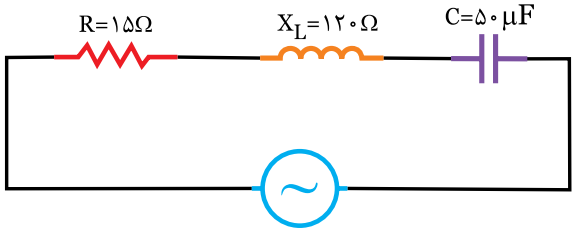
$V_{(t)}=V_m\ Sin(۵۰۰t-.....)\Rightarrow V_{(t)}=.....Sin(۵۰۰t-.....)$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۲۵) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع




$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\,Sin\,(۲۰۰t-۶۰^\circ)$

شکل (۶-۲۵)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

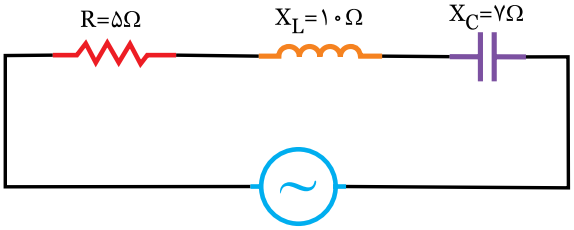
.....

## مثال ۴

در مدار شکل (۶-۲۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ دو سر سلف و خازن و مقاومت

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها




$i=۳\sqrt{۲}\,Sin\,۱۰۰۰t$

شکل (۶-۲۶)

## حل

الف)

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۳A$$

جریان × مقاومت = ولتاژ

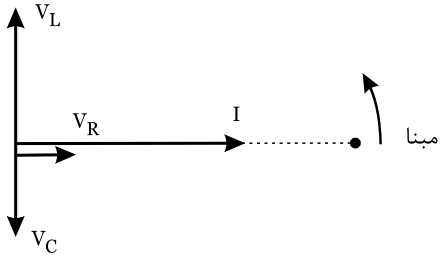
$V_L=X_L\,.\,Ie=(۱۰)(۳)=۳۰\ v$

$V_c=Xc\,.\,Ie=(۷)(۳)=۲۱\ v$

$V_R=R\,.\,Ie=(۵)(۳)=۱۵\ v$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.

- مبنا را ترسیم کنید.
- معادله زمانی جریان را رسم کنید.




شکل (۶-۲۷)

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا $V_L$ ، ۹۰° از جریان مدار جلوتر است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا $V_C$ ، ۹۰° از جریان مدار عقب‌تر است.
- در مقاومت، جریان هم فاز ولتاژ دو سرش است لذا $V_R$ هم فاز جریان منبع می‌باشد.

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\,VL=۳۰\sqrt{۲}\ v$

$V_{Cm}=\sqrt{۲}\,Vc=۲۱\sqrt{۲}\ v$

$V_{Rm}=\sqrt{۲}\,VR=۱۵\sqrt{۲}\ v$

$V_{L(t)}=۳۰\sqrt{۲}\,Sin(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$

$V_{C(t)}=۲۱\sqrt{۲}\,Sin(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$

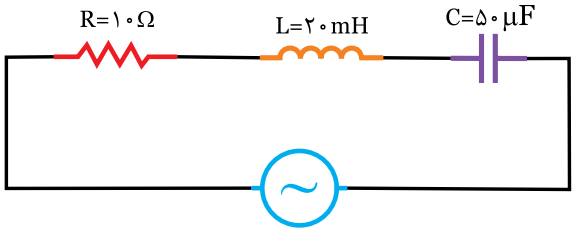
$V_{R(t)}=۱۵\sqrt{۲}\,Sin\,۱۰۰۰t$

## فعالیت ۴

در مدار شکل (۶-۲۸) مطلوبست:

الف) ولتاژ دو سر هر المان

ب) معادله زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها




$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\,Sin\,(۵۰۰t-۶۰^{\circ})$

شکل (۶-۲۸)

## حل

الف) ابتدا $X_L$ و $X_C$ را بدست آورید.

$X_L=\omega L=۵۰۰\times$.....$=$..... $\Omega$

$Xc=\frac{۱}{\omega c}=\frac{.....}{.....}=$.....$\Omega$

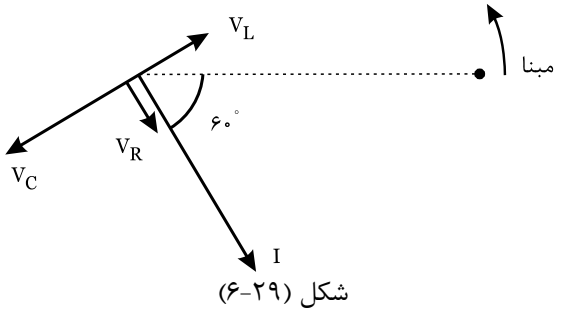
$Ie=\frac{Im}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=$..... A

$V_L=X_L\,.\,Ie=$(.....)(.....)=.....v

$V_c=Xc\,.\,Ie=$(.....)(.....)=.....v

$V_R=R\,.\,Ie=$(.....)(.....)=.....v

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ دو سر عناصر باید مبنا را مشخص کرده و دیاگرام جریان را رسم کنیم و سپس دیاگرام $V_R$، $V_L$ و $V_C$ را روی آن‌ها ترسیم نماییم.




شکل (۶-۲۹)

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\,V_L=\sqrt{۲}$ (.....)=.....v

$V_{cm}=\sqrt{۲}\,V_c=\sqrt{۲}$ (.....)=.....v

$V_{Rm}=\sqrt{۲}\,V_R=\sqrt{۲}$ (.....)=.....v

$V_L(t)=$.....$Sin(۵۰۰t+$.....$)$

$V_C(t)=$.....$Sin(۵۰۰t-۱۵۰^{\circ})$

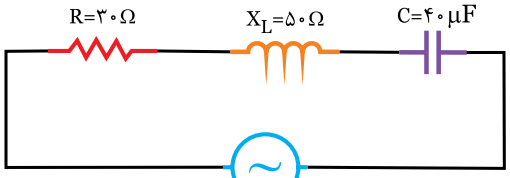
$V_R(t)=$.....$Sin(۵۰۰t-$.....$)$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۳۰) مطلوبست:

الف) ولتاژ دو سر هر عنصر

ب) معادله زمانی ولتاژ $V_R$، $V_L$ و $V_C$




$i_{(t)}=۴\sqrt{۲}\,Sin\,(۵۰۰t+۱۰^{\circ})$

شکل (۶-۳۰)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

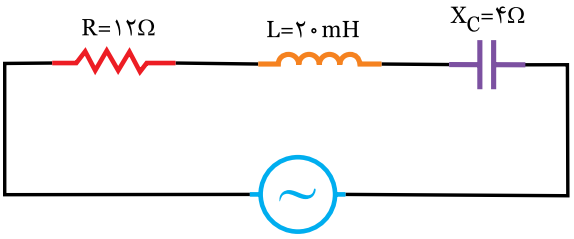
## مثال ۵

در مدار شکل (۶-۳۱) مطلوبست:

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

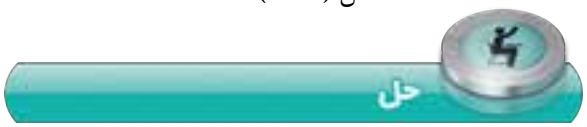
ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله زمانی ولتاژ دو سر هر المان




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$

شکل (۶-۳۱)




الف) ابتدا مقاومت سلفی را به دست می‌آوریم.

$X_L=\omega L=۱۰۰۰\times۲۰\times۱۰^{-۳}=\ ۲۰\Omega$

$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_c)^۲}\ =\sqrt{۱۲^۲+(۲۰-۴)^۲}\ =۲۰\Omega$

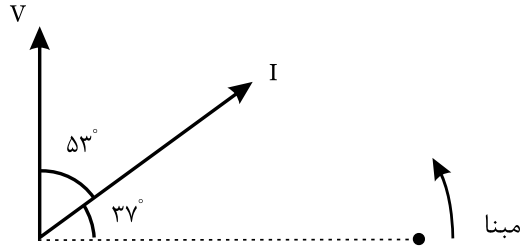
$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰V$

$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵A$ جریان منبع

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد.

چون $X_L>X_c$ است مدار خاصیت سلفی دارد و جریان مدار $\varphi$ درجه عقب‌تر از ولتاژ می‌باشد.

$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۲}{۲۰}=۰/۶\Rightarrow\varphi=۵۳^\circ$




شکل (۶-۳۲)

$I_m=\sqrt{۲}\ I_e=\sqrt{۲}\times۵=۵\sqrt{۲}\ A$

$i_{(t)}=Im\,Sin(\omega t+۳۷^\circ)\Rightarrow i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t+۳۷^\circ)$

ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست می‌آوریم.

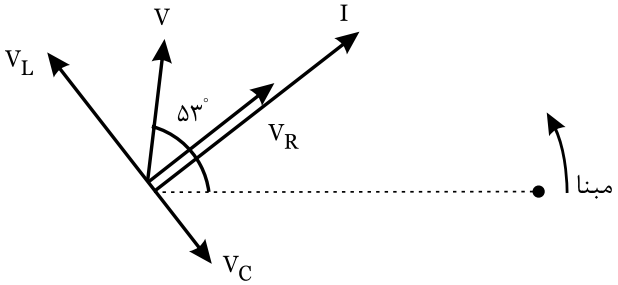
جریان × مقاومت = ولتاژ

$V_R=R\,.\,Ie=(۱۲)(۵)=۶۰v$

$V_L=X_L\,.\,Ie=(۲۰)(۵)=۱۰۰v$

$V_c=X_c\,.\,Ie=(۴)(۵)=۲۰v$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف- خازن و مقاومت دیاگرم برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه ولتاژ سلف ۹۰° جلوتر از جریان مدار و ولتاژ خازن ۹۰° عقب‌تر از جریان مدار و ولتاژ مقاومت هم فاز جریان مدار می‌باشد. معادله‌ی زمانی $V_R$، $V_L$ و $V_C$ را می‌نویسیم.




شکل (۶-۳۳)

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_L=۱۰۰\ \sqrt{۲}v$

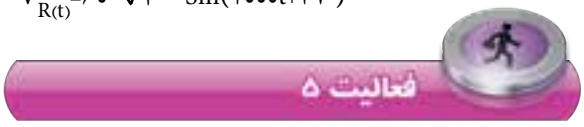
$V_{Cm}=\sqrt{۲}\ V_C=۲۰\ \sqrt{۲}\ v$

$V_{Rm}=\sqrt{۲}\ V_R=۶۰\ \sqrt{۲}\ v$

$V_{L(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \ Sin(۱۰۰۰t+۱۲۷^\circ)$

$V_{C(t)}=۲۰\sqrt{۲}\ \ Sin(۱۰۰۰t-۵۳^\circ)$

$V_{R(t)}=۶۰\ \sqrt{۲}\ \ Sin(۱۰۰۰t+۳۷^\circ)$

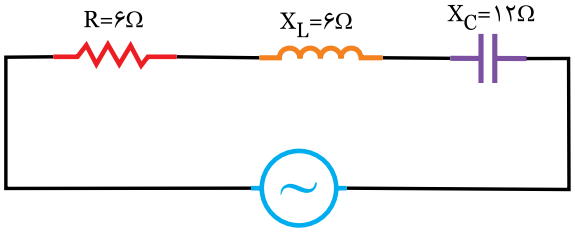



در مدار شکل (۶-۳۴) مطلوبست:

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان




$V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\,Sin\,۵۰۰t$

شکل (۶-۳۴)

## حل

الف)

$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{۶^2+(.....-.....)^2}=.....\Omega$

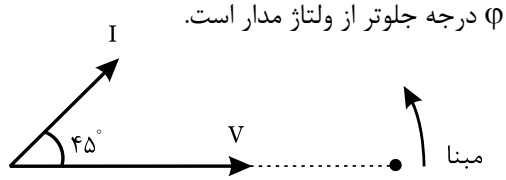
$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....v$

$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....A$ جریان منبع

برای بدست آوردن معادله زمانی نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد.

$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۶}{.....}=.....\Rightarrow \varphi=۴۵^\circ$

چون $X_c>X_L$ می‌باشد مدار خاصیت خازنی دارد و جریان مدار $\varphi$ درجه جلوتر از ولتاژ مدار است.




شکل (۶-۳۵)

$I_m=\sqrt{۲}\,Ie=\sqrt{۲}\times.....=.....A$

$i_{(t)}=I_m\sin(\omega t+\varphi)\Rightarrow i_{(t)}=.....\sin(۵۰۰t+.....)$

ب) با داشتن جریان منبع و با استفاده از قانون اهم ولتاژ دو سر هر المان را بدست آورید.

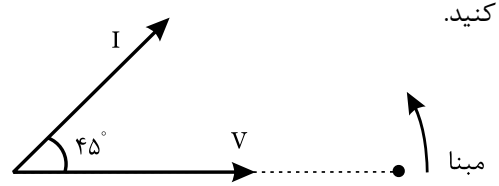
جریان × مقاومت = ولتاژ

$V_L=X_L\,.\,Ie=(.....)(.....)=.....v$

$V_C=X_C\,.\,Ie=(.....)(.....)=.....v$

$V_R=R\,.\,Ie=(.....)(.....)=.....v$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف- خازن و مقاومت نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که ولتاژ سلف $۹۰^\circ$ جلوتر ار جریان مدار و ولتاژ خازن $۹۰^\circ$ عقب‌تر از جریان مدار و ولتاژ مقاومت هم فاز جریان مدار می‌باشد. که آن را کامل کنید.




شکل (۶-۳۶)

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\,(.....)=.....v$

$V_{Cm}=\sqrt{۲}\,(.....)=.....v$

$V_{Rm}=\sqrt{۲}\,(.....)=.....v$

$V_{L(t)}=.....\sin(۵۰۰t+۱۳۵^\circ)$

$V_{C(t)}=.....\sin(۵۰۰t-۴۵^\circ)$

$V_{R(t)}=.....\sin(۵۰۰t+۴۵^\circ)$

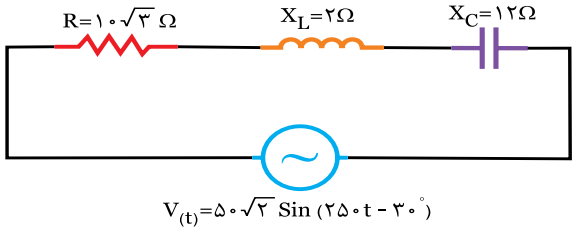
## تمرین

در مدار شکل (۶-۳۱) مطلوبست:

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج)معادله‌ی رمانی $V_R$ ، $V_L$ و $V_C$




شکل (۶-۳۷)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

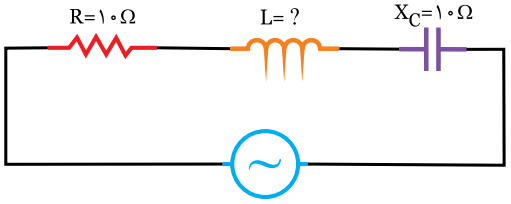
.....

## مثال ۶

در مدار شکل (۶-۳۸) مطلوبست:

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin(۵۰۰t+۹۰^\circ)$

$i_{(t)}=۱۰\ \sin(۵۰۰t+۴۵^\circ)$

شکل (۶-۳۸)

## حل

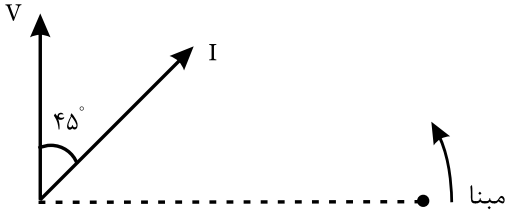
الف) ابتدا مقدار موثر ولتاژ و جریان را بدست می‌آوریم.

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰}{\sqrt{۲}}=۵\sqrt{۲}\ A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰}{۵\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید.




شکل (۶-۳۹)

چون ولتاژ مدار $۴۵^\circ$ جلوتر از جریان می‌باشد مدار پس فاز بوده و $X_L>X_C$ می‌باشد.

ب)

$$\sin\varphi=\frac{|X_L-X_c|}{Z}\Rightarrow \sin۴۵^\circ=\frac{X_L-۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{X_L-۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}$$

$$۲X_L-۲۰=۲۰\Rightarrow ۲X_L=۴۰\Rightarrow X_L=۲۰\Omega$$

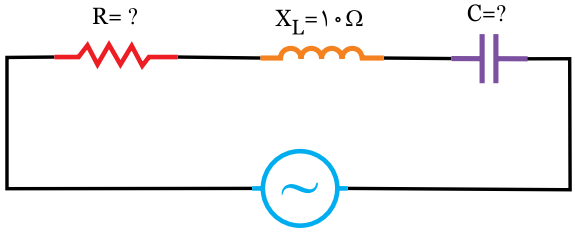
$$X_L=\omega L\Rightarrow L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۰}{۵۰۰}=۴۰\ mH$$

## فعالیت ۶

در مدار شکل (۶-۴۰) مطلوبست: الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد

ج) مقاومت اهمی




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin ۱۰۰۰t$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t+۵۳^\circ)$

شکل (۶-۴۰)

## حل

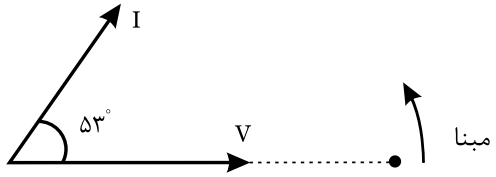
الف)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....V$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید




شکل (۶-۴۱)

چون جریان $۵۳^\circ$ جلوتر از ولتاژ است مدار پیش فاز و $X_C>X_L$ می‌باشد.

$$\sin\varphi=\frac{|X_L-X_c|}{Z}\Rightarrow \sin۵۳^\circ=\frac{Xc-۱۰}{.....}\Rightarrow ۰/۸=\frac{Xc-۱۰}{.....}$$

$$\Rightarrow Xc=۲۶\Omega$$

ب)

$$C=\frac{۱}{۱۰۰۰\times.....}=.....\mu F$$

ج)

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow\cos^\circ ۵۳=\frac{R}{.....}\Rightarrow ۰/۶=\frac{R}{.....}$$

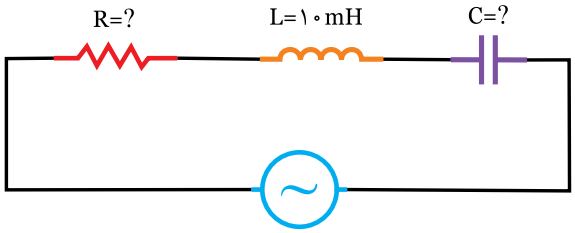
$$\Rightarrow R=.....\Omega$$

## تمرین

در مدار شکل (۴۲-۶) مطلوبست:

الف) مقاومت خازنی　　ب) ظرفیت خازن

ج) مقاومت اهمی




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t-۵۳^{\circ})$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \sin ۱۰۰۰t$

شکل (۴۲-۶)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

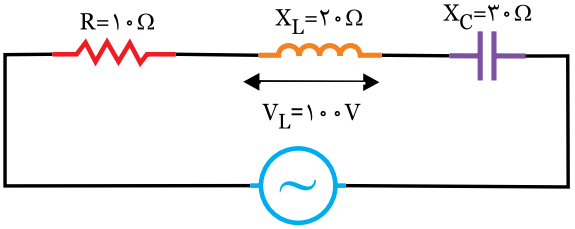
.....

## مثال ۷

در مدار شکل (۴۳-۶) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع




## حل

الف)

$I_e=\frac{V_L}{X_L}=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵A$

ب)

$Z=\sqrt{R^{۲}+(X_L-X_c)^{۲}}=\sqrt{۱۰^{۲}+(۲۰-۳۰)^{۲}}=۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$

$V_e=Z.I_e \Rightarrow Ve=۱۰\sqrt{۲}\times۵=۵۰\sqrt{۲}\ v$

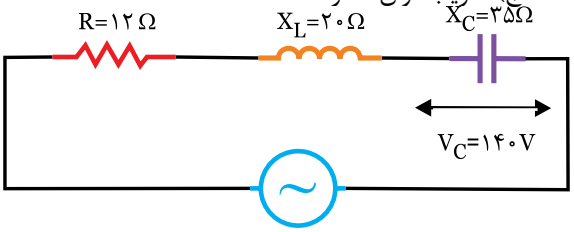
## فعالیت ۷

در مدار شکل (۴۴-۶) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب)ولتاژ منبع

ج) ضریب توان مدار




## حل

شکل (۴۴-۶)

$I_e=\frac{V_c}{Xc}=\frac{۱۴۰}{.....}=.....A$

الف)

$Z=\sqrt{R^{۲}+(.....-.....)^{۲}}=\sqrt{.....+(.....-.....)^{۲}}=..... \Omega$

ب)

$Ve=Z\ I_e=(.....)(.....)=.....v$

ج)

$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....$

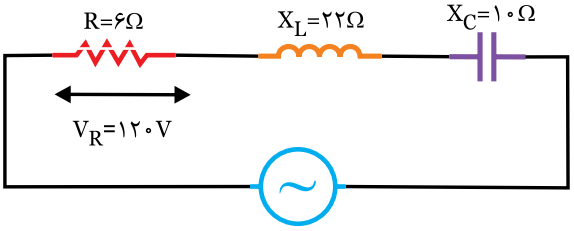
## تمرین

در مدار شکل (۶-۴۵) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) ضریب قدرت مدار




شکل (۶-۴۵)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

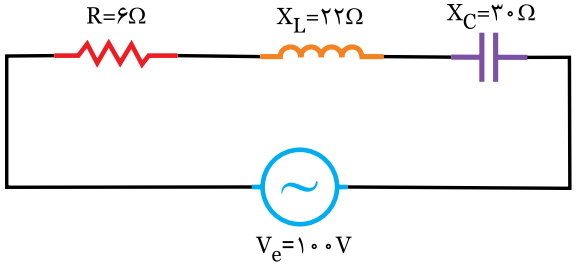
## مثال ۸

در مدار شکل (۶-۴۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری




شکل (۶-۴۶)

## حل

الف) $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{۶^2+(۳۰-۲۲)^2}=۱۰\Omega$

$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰A$

$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$

$Pe=Ve\,.\,Ie\,.\,Cos\varphi=۱۰۰\times۱۰\times۰/۶=۶۰۰w$

ب) $Sin\varphi=\frac{|X_L-Xc|}{Z}=\frac{|۳۰-۲۲|}{۱۰}=۰/۸$

$P_d=Ve\,.\,Ie\,.\,Sin\varphi=-۱۰۰\times۱۰\times۰/۸=-۸۰۰\ VAR$

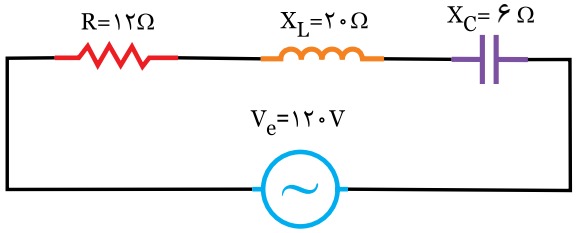
به خاطر اینکه $X_C>X_L$ است توان راکتیو منفی است.

ج) $P_S=Ve\,.\,Ie=۱۰۰\times۱۰=۱۰۰۰\ V.A$

## فعالیت ۸

در مدار شکل (۶-۴۷) مطلوبست:

الف) توان اکتیو ب) توان راکتیو ج) توان ظاهری




شکل (۶-۴۷)

## حل

الف) $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_c)^2}=\sqrt{(.....)^2+(.....-.....)^2}=.....\Omega$

$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۲۰}{.....}=.....A$

$Cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۱۲}{.....}=.....$

$Pe=Ve.Ie.Cos\varphi=(.....)(.....)(.....)=.....w$

ب) $Sin\varphi=\frac{|XL-Xc|}{Z}=\frac{|.....-.....|}{.....}=.....$

$P_d=Ve\ Ie.Sin\varphi=(.....)(.....)(.....)=.....VAR$

به خاطر اینکه $X_L>X_c$ است توان راکتیو مثبت است.

ج) $P_e=Ve.Ie=(.....)(.....)=.....V.A$

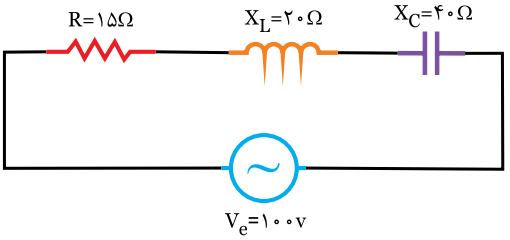
## تمرین

در مدار شکل (۶-۴۸) مطلوبست:

الف) توان مفید

ب) توان غیر مفید

ج) ظاهری




شکل (۶-۴۸)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

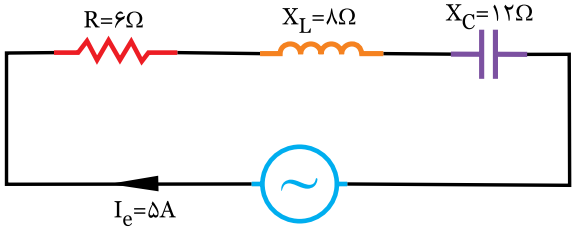
## مثال ۹

در مدار شکل (۶-۴۹) مطلوبست:

الف) توان مصرفی

ب) توان غیر مصرفی

ج) توان ظاهری




شکل (۶-۴۹)

## حل

الف)

$Pe=R\,Ie^{۲}=۶(۵)^{۲}=۱۵۰w$

ب)

$P_{dL}=X_L.Ie^{۲}=۸(۵)^{۲}=۲۰۰VAR$

$P_{dc}=-X_C.Ie^{۲}=-۱۲(۵)^{۲}=-۳۰۰VAR$

$P_d=۳۰۰-۲۰۰=-۱۰۰\ VAR$

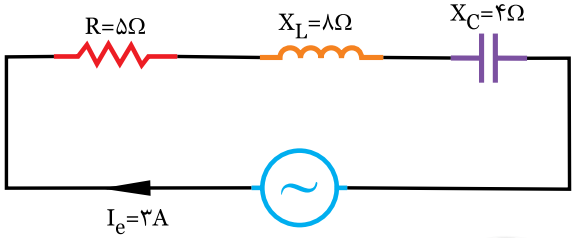
ج)

$Ps=\sqrt{P_d^{۲}+Pe^{۲}}=\sqrt{(۱۰۰)^{۲}+(۱۵۰)^{۲}}=۱۸۰V.A$

## فعالیت ۹

در مدار شکل (۶-۵۰) مطلوبست:

الف) توان مصرفی ب) توان غیرموثر ج) توان ظاهری




شکل (۶-۵۰)

## حل

الف)

$Pe=R\,Ie^{۲}=(.....)(.....)^{۲}=.....w$

ب)

$P_{dc}=-X_C.Ie^{۲}=-(.....)(.....)^{۲}=-.....VAR$

$P_{dL}=X_L.Ie^{۲}=(.....)(.....)^{۲}=.....VAR$

$P_d=.....-.....=.....VAR$

ج)

$Ps=\sqrt{P_d^{۲}+Pe^{۲}}=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}=.....V.A$

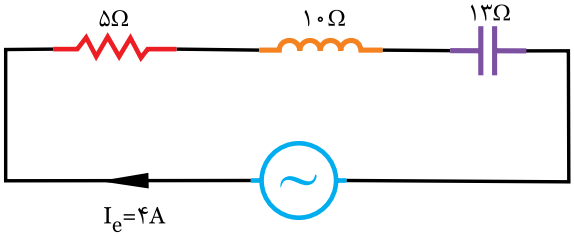
## تمرین

در مدار شکل (۵۱-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیرموثر

ج) توان ظاهری




شکل (۵۱-۶)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

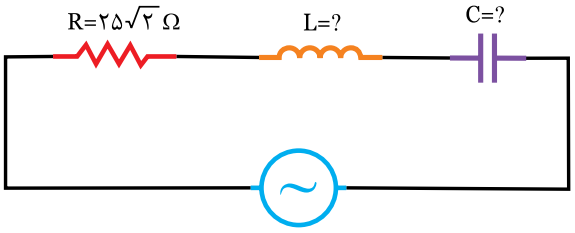
.....

.....

## مثال ۱۰

در مدار شکل (۵۲-۶) اگر $V_L=۳V_c$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t-۴۵^\circ)$

شکل (۵۲-۶)

## حل

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲A$$

$$\varphi=\theta_v-\theta_I=۰-(-۴۵)=۴۵^\circ$$

$$\text{Sin}\varphi=\frac{|V_L-Vc|}{Ve}\Rightarrow \text{Sin}۴۵^\circ=\frac{۳Vc-Vc}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۲Vc}{۱۰۰}\Rightarrow Vc=۲۵\sqrt{۲}\ v$$

$$V_L=۳V_C\Rightarrow V_L=۷۵\sqrt{۲}\ v$$

$$X_L=\frac{V_L}{Ie}=\frac{۷۵\sqrt{۲}}{۲}=۵۳\Omega$$

$$Xc=\frac{Vc}{Ie}=\frac{۲۵\sqrt{۲}}{۲}=۱۷/۶\Omega$$

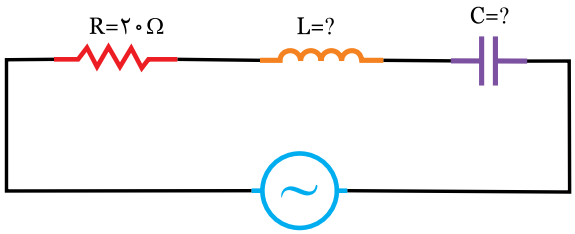
$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۵۳}{۵۰۰}=۱۰۶\ mH$$

$$C=\frac{۱}{\omega.xc}=\frac{۱}{۱۷/۶\times۵۰۰}=۱۱۳\mu F$$

## فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۵۳-۶) اگر $V_C=۲V_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه L و C




$V_{(t)}=۲۰۰\ \text{Sin}\ (۱۰۰۰t-۱۵^\circ)$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۱۰۰۰t+۳۰^\circ)$

شکل (۵۳-۶)

## حل

$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲۰۰}{.....}=.....v$

$Ie=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=..... A$

$\varphi=\theta_V-\theta_I=-۱۵-۳۰=-۴۵^\circ$

زاویه منفی یعنی مدار پیش فاز است.

$Sin\varphi=\frac{|V_c-V_L|}{Ve}\Rightarrow Sin۴۵^\circ=\frac{۲V_L-V_L}{.....}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{V_L}{.....}$

$\Rightarrow V_L=.....$

$V_c=۲V_L=.....v$

$X_L=\frac{V_L}{Ie}=\frac{.....}{.....}=..... \Omega$

$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۱۰۰۰}=.....mH$

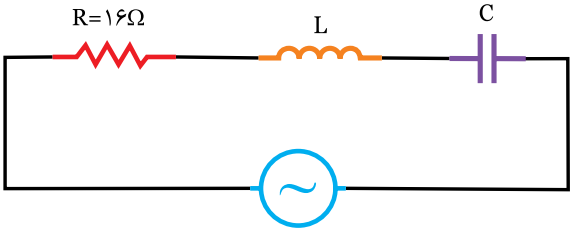
$Xc=\frac{Vc}{Ie}=\frac{.....}{.....}=..... \Omega$

$C=\frac{۱}{\omega.xc}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\mu F$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۵۴) اگر $V_C=۲V_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ ۵۰۰t$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t+۳۷^\circ)$

شکل (۶-۵۴)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

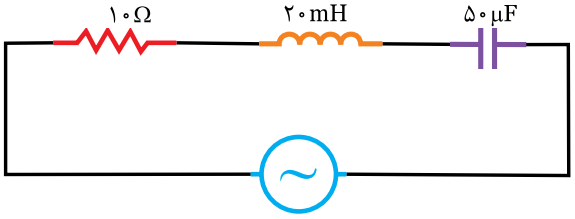
## مثال ۱۱

در مدار شکل (۶-۵۵) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان




شکل (۶-۵۵)

## حل

الف)

$F_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۵۰\times۱۰^{-۶}}}=۱۶۰Hz$

ب) $Q_\circ=\frac{X_L}{R}=\frac{۲\pi fL}{R}=\frac{۲\pi(۱۶۰)(۲۰\times۱۰^{-۳})}{۱۰}=۲$

$Bw=\frac{f_r}{Q_\circ}=\frac{۱۶۰}{۲}=۸۰Hz$

ج) $f_L=f_r-\frac{Bw}{۲}=۱۶۰-\frac{۸۰}{۲}=۱۲۰Hz$

$f_H=f_r+\frac{Bw}{۲}=۱۶۰+\frac{۸۰}{۲}=۲۰۰Hz$

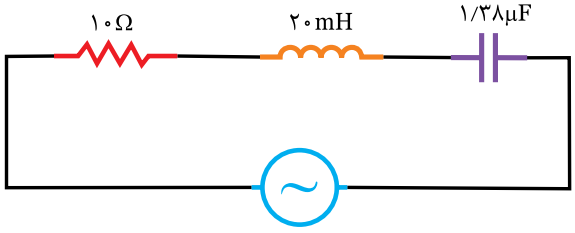
## فعالیت ۱۱

در مدار شکل (۶-۵۶) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های قطع بالا و پایین




شکل (۶-۵۶)

## حل

الف) $f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}} = \frac{۱}{۶\sqrt{۲\times۱/۳۸\times۱۰^{-۸}}} = \ldots\ldots\ Hz$

ب)

$Q_\circ = \frac{۲\pi fL}{R} = \frac{۲\pi(\ldots\ldots)(۲۰\times۱۰^{-۳})}{۱۰} = \ldots\ldots$

$Bw = \frac{f_r}{Q_\circ} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ Hz$

ج)

$f_L = f_r - \frac{Bw}{۲} = \ldots\ldots - \frac{\ldots\ldots}{۲} = \ldots\ldots\ Hz$

$f_H = f_r + \frac{Bw}{۲} = \ldots\ldots + \frac{\ldots\ldots}{۲} = \ldots\ldots\ Hz$

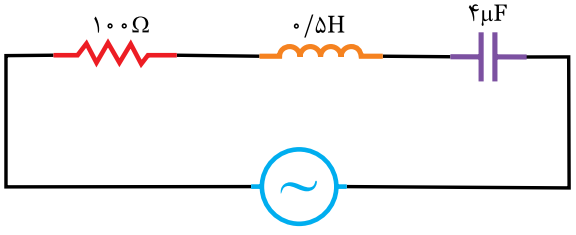
## تمرین

در مدار شکل (۶-۵۷) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت مدار و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان مدار




شکل (۶-۵۷)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

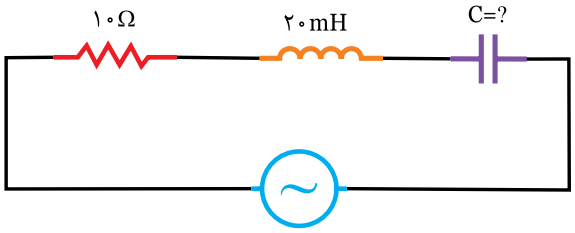
.....

.....

.....

## مثال ۱۲

در مدار شکل (۶-۵۸) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.




$V_{(t)} = ۱۰۰\ Sin\ (۱۰۰۰t + ۳۰^\circ)$

شکل (۶-۵۸)

## حل

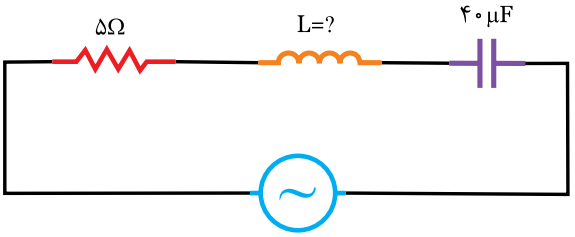
شرط اینکه مدار در حالت تشدید قرار گیرد :

$X_L = X_c \Rightarrow \omega L = \frac{۱}{\omega c}$

$\Rightarrow C = \frac{۱}{\omega^۲ L} = \frac{۱}{(۱۰۰۰)^۲\times۲۰\times۱۰^{-۳}} = ۵۰\mu F$

## فعالیت ۱۲

در مدار شکل (۶-۵۹) اندوکتانس L را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.




$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۵۰۰t-۱۰^{\circ})$

شکل (۶-۵۹)

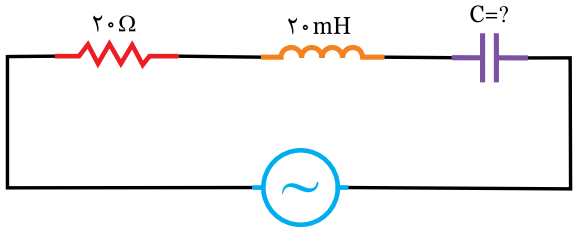
## حل

$X_L=X_c \Rightarrow \omega L=\frac{۱}{\omega c}$

$\Rightarrow L=\frac{۱}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\ldots\ldots\ mH$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۶۰) ظرفیت c را چنان تعیین کنید که Z=R باشد.




$\omega=۲۵۰\,rad/s$

شکل (۶-۶۰)

## حل

.....

.....

.....

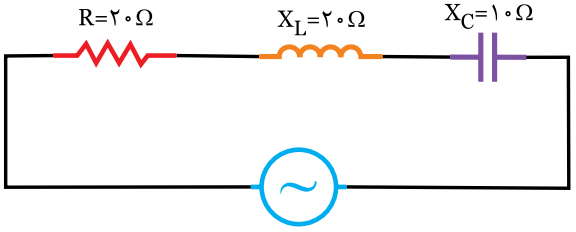
## مثال ۱۳

در مدار شکل (۶-۶۱) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\,Sin\,۱۰۰۰t$

شکل (۶-۶۱)

## حل

الف) ابتدا C و L را بدست می‌آوریم.

$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۰}{۱۰۰۰}=۲۰mH$

$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۱۰}=۱۰۰\mu F$

$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}}}$

$\Rightarrow f_r=\frac{۱۰۰۰}{۲\pi\sqrt{۲}}=۱۱۲/۵\ Hz$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_L=X_C$ می‌باشد، لذا:

$Z=R \Rightarrow Z=۲۰\Omega$

ج)

$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰\ v$

$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵\ A$

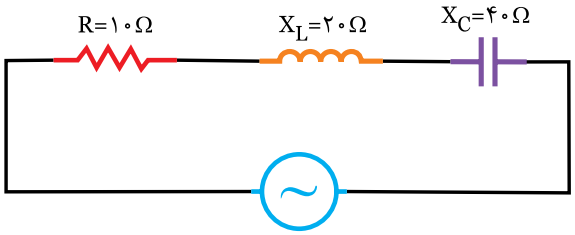
## فعالیت ۱۳

در مدار شکل (۶۲-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت رزنانس




$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

شکل (۶۲-۶)

## حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{\text{.....}}{\text{.....}}=\text{..... mH}$$

$$C=\frac{۱}{\omega X_C}=\frac{۱}{\text{..... }\times\text{ .....}}=\text{..... }\mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{\text{..... }\times\text{ .....}}}=\text{..... Hz}$$

ب)

$$Z=R \Rightarrow Z=\text{..... }\Omega$$

ج)

$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{\text{.....}}{\text{.....}}=\text{..... v}$$

$$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{\text{.....}}{\text{.....}}=\text{..... A}$$

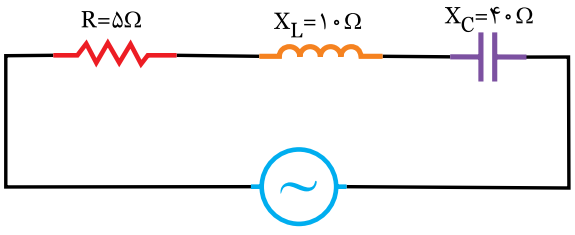
## تمرین

در مدار شکل (۶۳-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید




$V_{(t)}=۵۰\ \text{Sin}\ ۲۵۰t$

شکل (۶۳-۶)

## حل

.....

.....

.....

.....

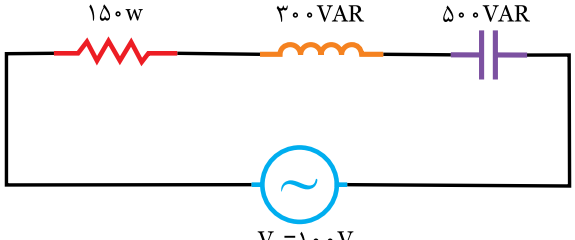
.....

## مثال ۱۴

در مدار شکل (۶۴-۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی R، L و C




$V_e$=۱۰۰V

ω=۲۵۰Rad/s

شکل (۶۴-۶)

## حل

الف)

$P_s = \sqrt{Pe^2 + (P_{dL} - P_{dc})^2}$

$\Rightarrow P_s = \sqrt{(۱۵۰)^2 + (۵۰۰ - ۳۰۰)^2} = ۲۵۰\ V.A$

$Ps = Ve.Ie \Rightarrow I_e = \frac{P_s}{Ve} = \frac{۲۵۰}{۱۰۰} = ۲/۵\ A$

ب)

$X_L = \frac{P_{dL}}{Ie^2} = \frac{۳۰۰}{(۲/۵)^2} = \frac{۳۰۰}{۶/۲۵} = ۴۸\ \Omega$

$X_c = \frac{P_{dc}}{Ie^2} = \frac{۵۰۰}{(۲/۵)^2} = \frac{۵۰۰}{۶/۲۵} = ۸۰\ \Omega$

$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۴۸}{۲۵۰} = ۱۹۲mH$

$C = \frac{۱}{Xc.\omega} = \frac{۱}{۸۰ \times ۲۵۰} = ۵۰\mu F$

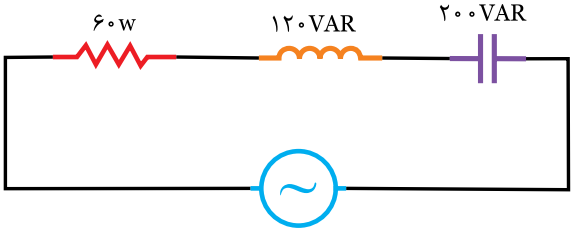
$R = \frac{P_e}{Ie^2} = \frac{۱۵۰}{(۲/۵)^2} = \frac{۱۵۰}{۶/۲۵} = ۲۴\ \Omega$

## فعالیت ۱۴

در مدار شکل (۶-۶۵) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی R، L و C




$V_e = ۲۰۰V$

$\omega = ۵۰۰\ Rad/s$

شکل (۶-۶۵)

## حل

الف)

$P_s = \sqrt{Pe^2 + (.....-.....)^2}$

$\Rightarrow P_s = \sqrt{(.....)^2 + (.....-.....)^2} = ..... V.A$

$P_s = Ve.Ie \Rightarrow I_e = \frac{P_s}{Ve} = \frac{.....}{۲۰۰} = ..... A$

ب)

$R = \frac{P_e}{Ie^2} = \frac{۶۰}{.....} = ..... \Omega$

$X_L = \frac{P_{dL}}{Ie^2} = \frac{۱۲۰}{.....} = ..... \Omega$

$L = \frac{XL}{\omega} = \frac{.....}{۵۰۰} = ..... mH$

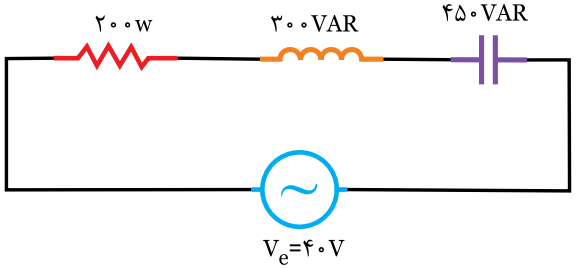
$X_c = \frac{P_{dc}}{Ie^2} = \frac{۲۰۰}{.....} = ..... \Omega$

$C = \frac{۱}{\omega\ Xc} = \frac{۱}{..... \times ۵۰۰} = ..... \mu F$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۶۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی جریان منبع ب) اندازه‌ی R، L و C



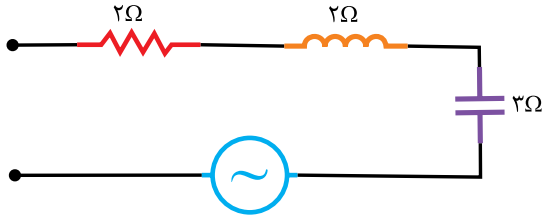

$V_e = ۴۰V$

$\omega = ۴۰۰\ Rad/s$

شکل (۶-۶۶)

**۱**- در شکل (۶-۶۷) اگر $V_C$=۲۴v باشد. ولتاژ ورودی چند ولت است؟

۱) ۴۳/۱
۲) ۳۲
۳) ۲۴
۴) ۱۷/۹



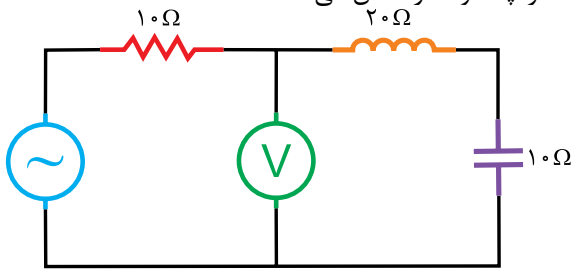

شکل (۶-۶۷)

**۲**- در مدار RLC سری اگر $L = ۱۵\ mH$ $V_{g(t)}=۱۰Sin\ ۲۰۰t$ $i_{(t)}=۱۰Sin(۲۰۰t+۳۰)$ باشد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

۱) ۱۲۵
۲) ۵۰۰
۳) ۶۲۵
۴) ۲۵۰۰

**۳**_ در مدار شکل (۶-۶۸) اگر توان مصرفی ۱۶۰ وات باشد ولت متر چند ولت را نشان می‌دهد.

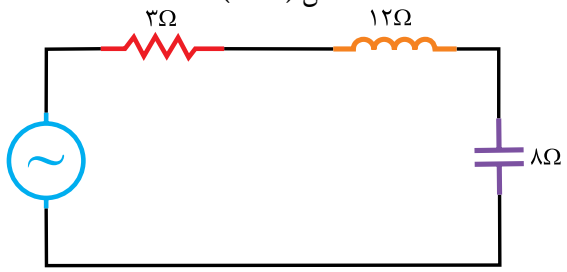
۱) ۴۰
۲) ۱۲۰
۳) ۸۰
۴) ۱۶۰




شکل (۶-۶۸)

**۴**- در مدار شکل (۶-۶۹) ولتاژ دو سر خازن چند ولت است.

۱) ۲/۵
۲) ۳۲
۳) ۱۲۰
۴) ۱۶۰

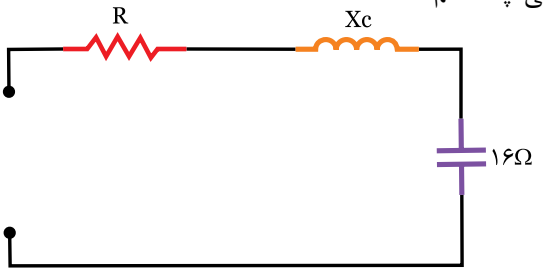



$V_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}\ Sin\ ۳۰۰t$

شکل (۶-۶۹)

۵- در مدار شکل (۶-۷۰) اگر ضریب توان ۰/۸ باشد، راکتانس خازنی چند اهم است.

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

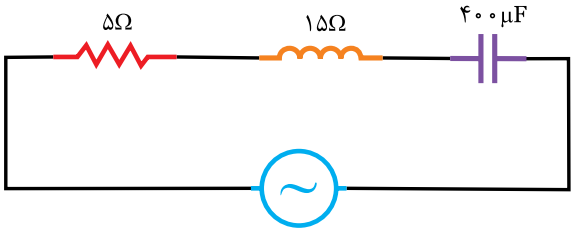



شکل (۶-۷۰)

۶- در مدار شکل (۶-۷۱) مطلوبست:

الف) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ کل، L و C

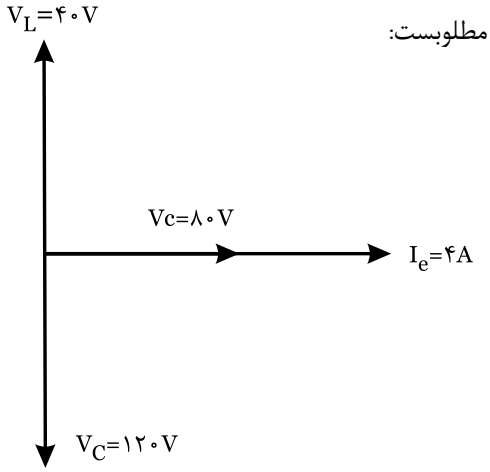



$V_{R(t)}=۲۰\,Sin\,۵۰۰t$

شکل (۶-۷۱)

۷- در مدار RLC سری دیاگرام برداری مطابق شکل (۶-۷۲) می‌باشد، مطلوبست:

امپدانس مدار و توان ظاهری



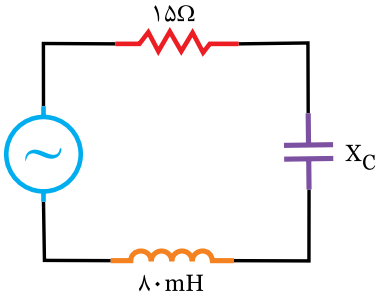

شکل (۶-۷۲)

۸- در شکل (۶-۷۳) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ کل

ج) توان‌های اکتیو- راکتیو و ظاهری




$V_{C(t)}=۱۰۰\,Sin\,(۵۰۰t-۲۰^{\circ})$

$i_{(t)}=۵\,Sin\,(۵۰۰t+۷۰^{\circ})$

شکل (۶-۷۳)

۹- اگر در مدار RLC سری فرکانس زیاد شود، توان مفید ..... .

۱۰- منحنی تاثیر فرکانس بر Cos φ را در مدار RLC سری محاسبه و رسم کنید.

راهنمایی: $Cos\varphi=\frac{R}{Z}$

نمودار z را بدست آورده و با توجه به ثابت بودن R نمودار Cos φ را رسم نمایید.

به کمک موتورهای جستجوگر درباره لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

۱) $f_r$= Resonance Frequency

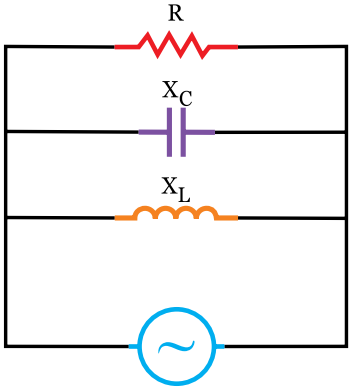
۲) BW= Band Width

۳) $f_r$= Low Frequency

۴) $f_H$= High Frequency

## ۳-۶- مدارهای RLC موازی:

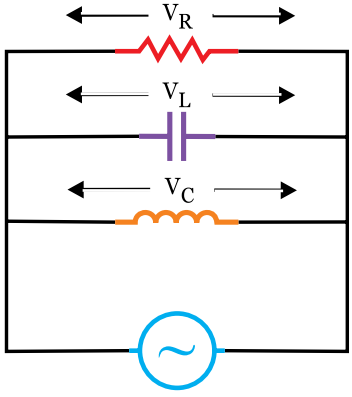
هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی و یک مقاومت اهمی به صورت موازی به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود، مطابق شکل (۶-۷۴) مدار RLC موازی را تشکیل می‌دهد.




شکل (۶-۷۴)

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\frac{1}{XL} - \frac{1}{Xc})^2}}$$

در مدارهای RLC موازی ولتاژ منبع با ولتاژهای هر یک از عناصر که در شکل (۶-۷۵) دیده می‌شود، برابر می‌باشد.




شکل (۶-۷۵)

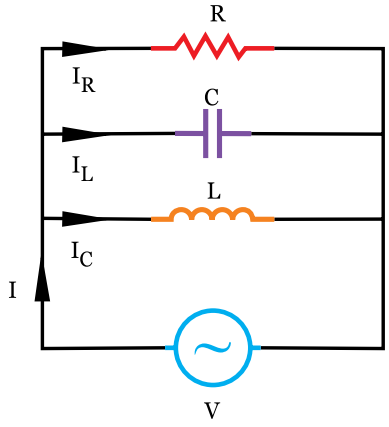
$$V_L = V_R = V_C = V_e \qquad V = I.Z$$

در این مدارها در شکل (۶-۷۶) جریان منبع به نسبت عکس مقاومت‌های اهمی- سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

$$I = \sqrt{I_R{}^2 (I_L - I_c)^2}$$

$$I_R = \frac{V_e}{R}$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} \qquad I_c = \frac{V_e}{X_c}$$




شکل (۶-۷۶)

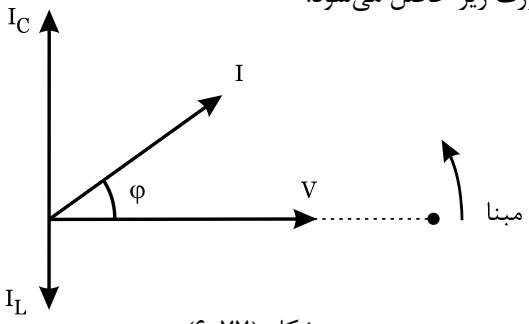
در مدارهای RLC موازی اختلاف فاز φ درجه می‌باشد که از روابط زیر بدست می‌آید.

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} \qquad Cos\varphi = \frac{I_R}{I}$$

$$V_{(t)} = V_m Sin\ \omega t$$

$$i_{(t)} = I_m Sin(\omega t \pm \varphi)$$

**اگر** $X_L > X_c$ **باشد**، مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۷۷) به صورت زیر حاصل می‌شود.

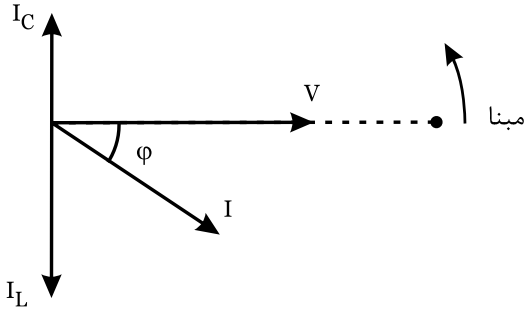



شکل (۶-۷۷)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $i_{(t)} = I_m Sin(\omega t + \varphi)$ نوشته می‌شود.
- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا $I_L$ نسبت به V، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_c > I_L$ است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا

$I_c$ نسبت به V، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_C > I_L$ است.

**اگر** $X_L < X_c$ **باشد**، مراحل ایجاد نمودار شکل (۶-۷۸) به صورت زیر حاصل می‌شود.




شکل (۶-۷۸)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ φ درجه عقب‌تر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

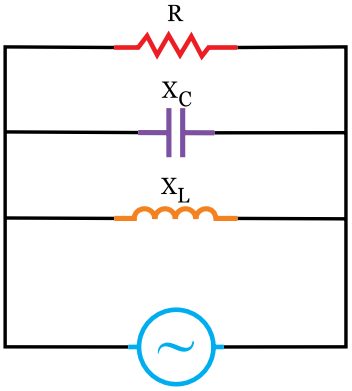
$$i_{(t)} = I_m Sin(\omega t - \varphi)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا $I_L$ نسبت به V، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L > I_C$ است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا $I_c$ نسبت به V، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L > I_C$ است.

**اگر** $X_L = X_C$ **باشد.**

از آنجائیکه $V_L = V_C$ می‌باشد جریان عبوری از سلف و خازن در مدار شکل (۶-۷۹) برابر می‌شود لذا جریان منبع برابر جریان مقاومت خواهد شد که مدار در حالت رزنانس می‌باشد.




شکل (۶-۷۹)

$$X_L = X_c \Rightarrow I_c = I_L$$

$$I = \sqrt{I_R{}^2 (I_L - I_c)^2} = I_R$$

$$X_L = X_c \Rightarrow 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fc} \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای RLC ابتدا Cos φ و Sin φ را بدست می‌آوریم.

ضریب قدرت $Cos\varphi = \frac{I_R}{I}$ و یا $Cos\varphi = \frac{Z}{R}$

$$Sin\varphi = Z\left|\frac{1}{X_L} - \frac{1}{Xc}\right| \quad \text{و یا} \quad Sin\varphi = \frac{|I_L - I_c|}{I}$$

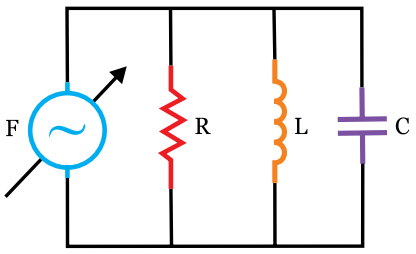
- توان موثر برابر است با: $Pe = Ve.Ie.Cos\varphi$
- توان غیر موثر برابر است با: $P_d = Ve.Ie.Sin\varphi$

اگر $X_L > X_c$ باشد مدار پیش فاز بوده و $P_d$ منفی می شود و اگر $X_L < X_c$ باشد مدار پس فاز بوده و $P_d$ مثبت می‌شود.

- توان ظاهری $Ps = Ve.Ie$

## ۶-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار RLC موازی:

از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L = 2\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $Xc = \frac{1}{2\pi fc}$ کاهش می‌یابد لذا با توجه به فرمول‌های شکل های $I = \frac{V}{Z}$ در و $Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\frac{1}{X_L} - \frac{1}{Xc})^2}}$ (۶-۸۰) تا (۶-۸۳)، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس بررسی می‌شود.

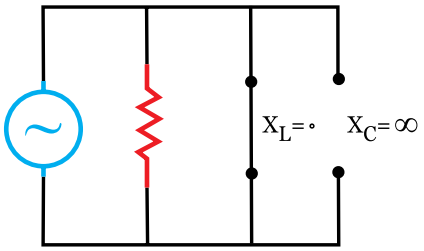



شکل (۶-۸۰)

در تمام تغییرات فرکانس مقدار R ثابت است.

سه حالت در این مدار اتفاق می‌افتد.

۱) فرکانس صفر(جریان مستقیم)

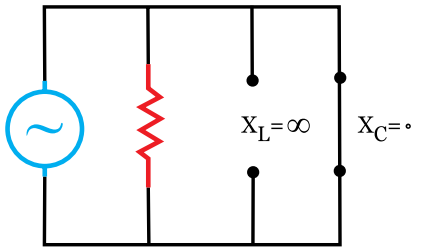



شکل (۶-۸۱)

سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

$f=0 \Rightarrow X_L=0$
$Xc=\infty$
$Z=0$
$I=\infty$

۲) فرکانس بی‌نهایت:




شکل (۶-۸۲)

خازن مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

$f=\infty \Rightarrow X_L=\infty$
$Xc=0$
$Z=0$
$I=\infty$

۳) فرکانس رزنانس(تشدید) که باعث می‌شود، داشته باشیم:

$f=f_r \Rightarrow X_L=Xc \Rightarrow Z=R$

$I_L=Ic \Rightarrow I_e=I_R$

$\varphi=0$

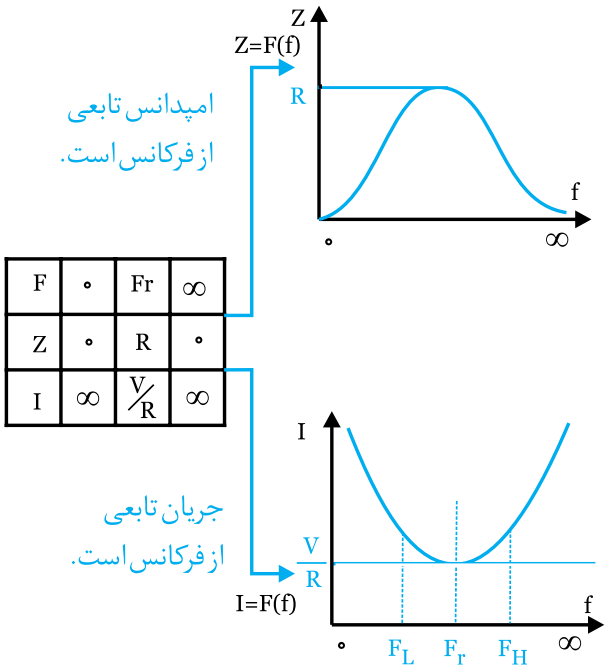
مدار کاملا اهمی $\quad \cos\varphi=1$

توان ظاهری برابر توان اکتیو $\quad Pe=Ps$

توان راکتیو نداریم. $\quad P_d=0$

$I=\frac{V}{R}$

نتایج بررسی شده را می‌توان در جدول شکل (۶-۸۳) خلاصه کرد.




شکل (۶-۸۳)

$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftarrow X_L=X_c$

$\omega_r=2\pi f_r=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

$Q_0=RC\omega_0$

$BW=\frac{f_r}{Q_0}$

فرکانس نیم توان پایین (قطع پایین)

$f_L=f_1=f_r-\frac{BW}{2}$

فرکانس نیم توان بالا (قطع بالا)

$f_H=f_2=f_r+\frac{BW}{2}$

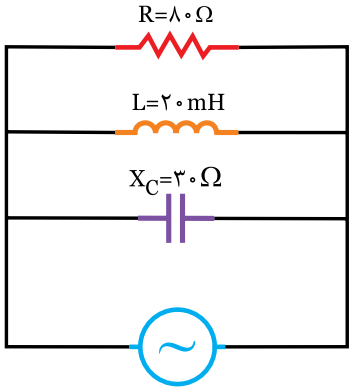
برای محاسبه امپدانس در مدار RLC موازی بهتر است.

$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^2+X^2}} \qquad X=\frac{Xc\,.\,X_L}{Xc-X_L}$

برای بدست آوردن پهنای باند می‌توان از $BW=\frac{1}{2\pi RC}$ بدست آورد.

## مثال ۱۵

در مدار شکل (۶-۸۴) امپدانس مدار را بدست آورید.




$V_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۱۰۰۰t$

شکل (۶-۸۴)

## حل

ابتدا $X_L$ را بدست می‌آوریم.

$X_L=\omega.L=۱۰۰۰\times ۲۰\times ۱۰^{-۳}=۲۰\ \Omega$

به جای استفاده از فرمول

$$Z=\frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{R^۲}+(\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{Xc})^۲}}$$

که محاسبه آن کمی دشوارتر است می‌توان از فرمول‌های زیر استفاده کرد.

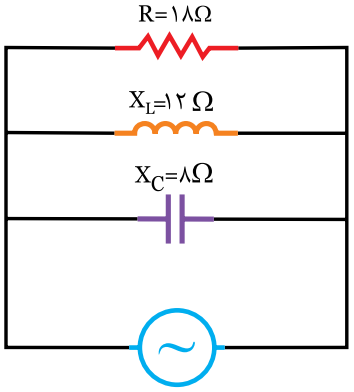
$$X=\frac{Xc\ .\ X_L}{|Xc-X_L|}=\frac{۲۰\times ۳۰}{|۳۰-۲۰|}=۶۰\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲+X^۲}}=\frac{۸۰\times ۶۰}{\sqrt{۸۰^۲+۶۰^۲}}=\frac{۴۸۰۰}{۱۰۰}=۴۸\ \Omega$$

توضیح: چون $X_C>X_L$ می‌باشد، مدار پس فاز است.

## فعالیت ۱۵

در مدار شکل (۶-۸۵) امپدانس مدار را بدست آورید.




شکل (۶-۸۵)

## حل

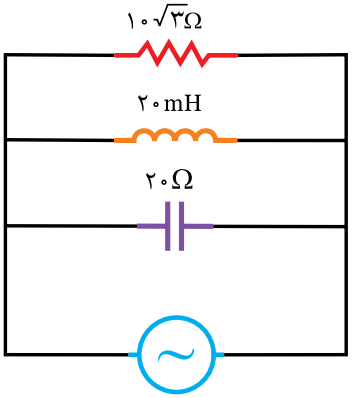
$$X=\frac{X_L\ .\ Xc}{|X_L-Xc|}=\frac{(.....)\ (.....)}{|.....-.....|}=.....\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲+X^۲}}=\frac{(.....)\ (.....)}{\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}}=۴۸\ \Omega$$

توضیح: چون $X_L>X_c$ می‌باشد، مدار ..... است.

## تمرین

در مدار شکل (۶-۸۶) امپدانس مدار را بدست آورید.




ω=۵۰۰Rad/s

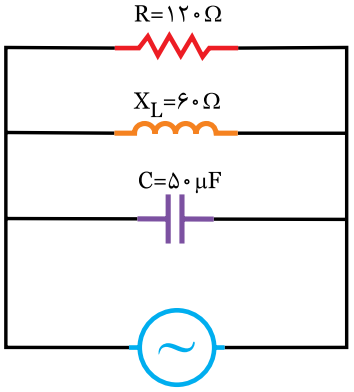
شکل (۶-۸۶)

## مثال ۱۶

در مدار شکل (۸۷-۶) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع




شکل (۸۷-۶)

## حل

الف) ابتدا مقدار $X_C$ را بدست می‌آوریم.

$$X_C=\frac{۱}{\omega.C}=\frac{۱}{۵۰۰\times ۵۰\times ۱۰^{-۶}}=۴۰\Omega$$

$$X=\frac{Xc\ .\ X_L}{|Xc-X_L|}=\frac{۴۰\times ۶۰}{|۶۰-۴۰|}=۱۲۰\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲+X^۲}}=\frac{۱۲۰\times ۱۲۰}{\sqrt{۱۲۰^۲+۱۲۰^۲}}=۶۰\sqrt{۲}\Omega$$

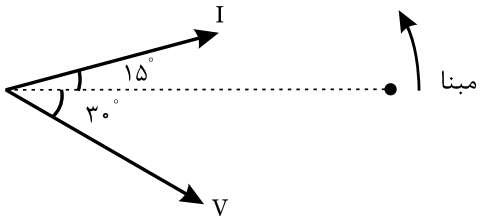
$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۲۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۲۰\ v$$

جریان مدار

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۲۰}{۶۰\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}\ A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.




شکل (۸۸-۶)

- در این مدار $X_L>X_c$ است مدار پیش فاز و جریان منبع Cos φ درجه از ولتاژ مدار جلوتر است لذا با بدست آوردن Cos φ داریم.

$$Cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۶۰\sqrt{۲}}{۱۲۰}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \varphi=۴۵^\circ$$

- با توجه به موقعیت بردار I معادله به صورت زیر می‌شود.

$$I_m=\sqrt{۲}\ Ie=\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}=۲\ A$$

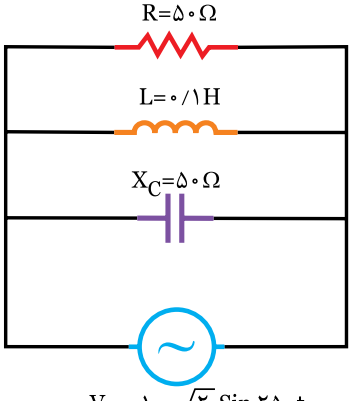
$$i_{(t)}=I_m Sin(\omega t+\varphi)\Rightarrow i_{(t)}=۲Sin(۵۰۰t+۱۵^\circ)$$

## فعالیت ۱۶

در مدار شکل (۸۹-۶) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع




شکل (۸۹-۶)

## حل

الف) ابتدا $X_L$ را بدست آورید.

$$X_L = \omega.L = (۲۵۰)\ (.....) = ..... \Omega$$

$$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{(.....)\ (.....)}{|..... - .....|} = ..... \Omega$$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(.....)\ (.....)}{\sqrt{(.....)^۲ + (.....)^۲}} = ..... \Omega$$

$$Ve = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{.....}{\sqrt{۲}} = ..... v$$

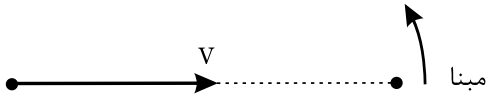
جریان مدار

$$Ie = \frac{Ve}{Z} = \frac{.....}{.....} = ..... A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_c > X_L$ است لذا پس فاز بوده و جریان $\varphi$ درجه عقب‌تر از ولتاژ مدار خواهد بود.

$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{.....}{۵۰} = ..... \Rightarrow \varphi = .....$$

دیاگرام برداری را کامل کنید.

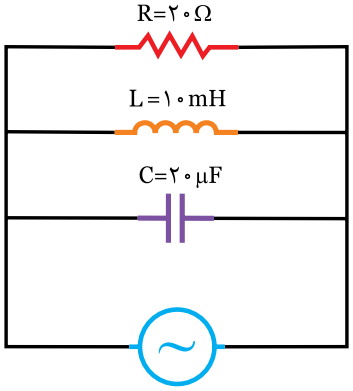



$$Im = \sqrt{۲}\ Ie = \sqrt{۲}\ (.....) = ..... A$$

$$i_{(t)} = I_m Sin(\omega t - \varphi) \Rightarrow i_{(t)} = ..... Sin(۲۵۰t - .....)$$

## تمرین

در مدار شکل (۹۰-۶) مطلوبست:




شکل (۹۰-۶)

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

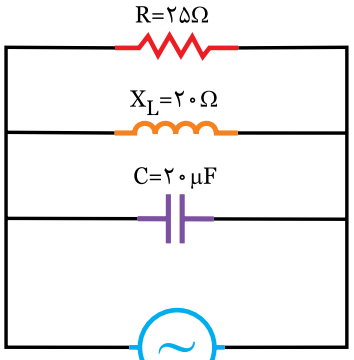
.....

## مثال ۱۷

در مدار شکل (۹۱-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع




$$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t - ۷۰^\circ)$$

شکل (۹۱-۶)

## حل

الف) ابتدا $X_C$ را بدست آورید.

$$X_C=\frac{1}{\omega.c}=\frac{1}{500\times 20\times 10^{-6}}=100\Omega$$

$$X=\frac{Xc\,.\,X_L}{|Xc-X_L|}=\frac{100\times 20}{|100-20|}=25\ \Omega$$

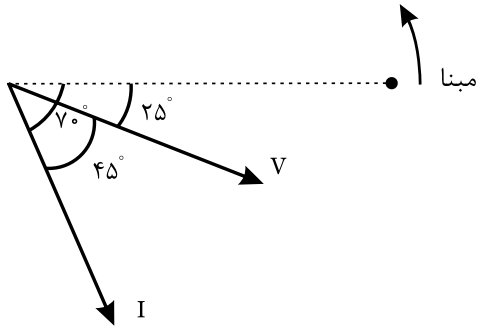
$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^2+X^2}}=\frac{25\times 25}{\sqrt{25^2+25^2}}=\frac{25}{\sqrt{2}}\ \Omega$$

$$Ve=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2\ A$$

ولتاژ منبع

$$Ve=Z\,.\,Ie=\frac{25}{\sqrt{2}}\times 2=25\sqrt{2}\ v$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام بردای می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.




شکل (۹۲-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم کنید.
- در این مدار $X_c>X_L$ است مدار پس فاز و ولتاژ منبع $\varphi$ درجه از جریان مدار جلوتر است و آن را رسم کنید.

$$Cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{\frac{25}{\sqrt{2}}}{25}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \varphi=45^\circ$$

- با توجه به موقعیت بـردار V معادله زمانی آن را می‌نویسیم.

$$V_m=\sqrt{2}\,Ve=\sqrt{2}\times(25\sqrt{2})=50\ v$$

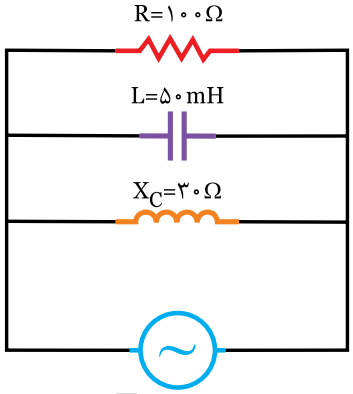
$$V_{(t)}=V_m Sin(\omega t+\varphi)\Rightarrow V_{(t)}=50\,Sin(500t-25^\circ)$$

## فعالیت ۱۷

در مدار شکل (۹۳-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع




شکل (۹۳-۶)

## حل

الف) ابتدا $X_L$ را بدست آورید.

$$X_L=\omega.L=1000\times 50\times 10^{-3}=\ldots\ldots\ \Omega$$

$$X=\frac{X_L\,.\,Xc}{|X_L-Xc|}=\frac{(\ldots\ldots)\,(\ldots\ldots)}{|\ldots\ldots-\ldots\ldots|}=\ldots\ldots\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^2+X^2}}=\frac{(100)\,(\ldots\ldots)}{\sqrt{(100)^2+(\ldots\ldots)^2}}=\ldots\ldots\ \Omega$$

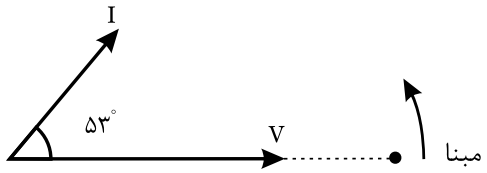
$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{\ldots\ldots}{\sqrt{2}}=\ldots\ldots\ A$$

ولتاژ منبع

$$Ve=Z.Ie=(\ldots\ldots)\,(\ldots\ldots)=\ldots\ldots\ v$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به در این مدار $X_L>X_c$ است لذا پیش فاز بوده و ولتاژ منبع $\varphi$ درجه عقب‌تر است و آن را رسم کنید.

$$Cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{\ldots\ldots}{100}=\ldots\ldots\Rightarrow \varphi=53^\circ$$




$V_m = \sqrt{۲}Ve = \sqrt{۲}$ (.....) = ..... v

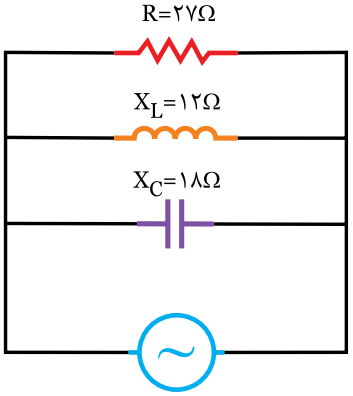
$V_{(t)}$ = ..... Sin(۱۰۰۰t )

## تمرین

در مدار شکل (۶-۹۴) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع




$i_{(t)}=۵\sqrt{۳}$ Sin (۵۰۰t - ۳۷°)

شکل (۶-۹۴)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

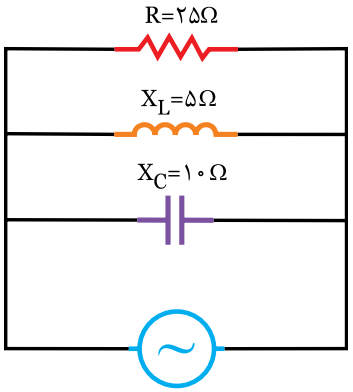
.....

## مثال ۱۸

در مدار شکل (۶-۹۵) مطلوبست:

الف) جریان عبوری از سلف، خازن و مقاومت

ب) معادله‌ی زمانی جریان آن‌ها




$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}$ Sin (۱۰۰۰t - ۲۰°)

شکل (۶-۹۵)

## حل

الف)

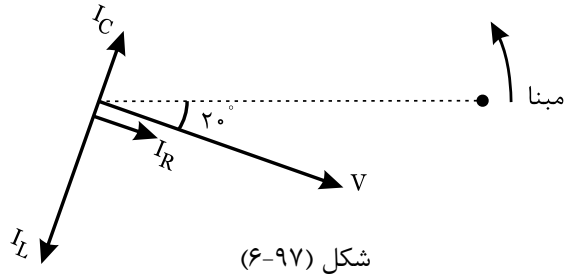
$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۵۰\ v$$

$$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{۵۰}{۵}=۱۰\ A$$

$$I_c=\frac{V_e}{X_c}=\frac{۵۰}{۱۰}=۵\ A$$

$$I_R=\frac{V_e}{R}=\frac{۵۰}{۲۵}=۲\ A$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.




شکل (۶-۹۷)

- مبنا را ترسیم کنید.
- معادله زمانی ولتاژ منبع را رسم کنید.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا $I_L$ ، ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.

- در خازن جریان ۹۰ از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا $I_c$ ، ۹۰° از ولتاژ مدار جلوتر است.

- در مقاومت، جریان هم فاز ولتاژ دو سرش است لذا $I_R$ هم فاز ولتاژ مدار است.

$I_{Lm} = \sqrt{۲}\ I_L = \sqrt{۲}\ (۱۰) = ۱۰\sqrt{۲}$ A

$I_{cm} = \sqrt{۲}\ I_c = \sqrt{۲}\ (۵) = ۵\sqrt{۲}$ A

$I_{Rm} = \sqrt{۲}\ I_R = \sqrt{۲}\ (۲) = ۲\sqrt{۲}$ A

با توجه به موقعیت بردارها معادلات را می‌نویسیم.

$i_{L(t)} = ۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t - ۱۱۰^\circ)$

$i_{C(t)} = ۵\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t + ۷۰^\circ)$

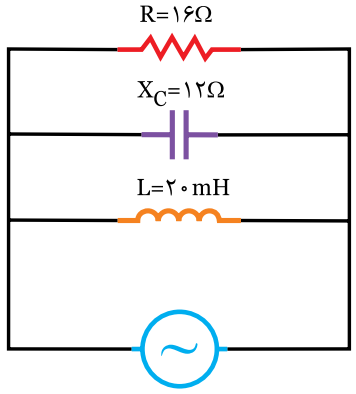
$i_{R(t)} = ۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t - ۲۰^\circ)$

## فعالیت ۱۸

در مدار شکل (۹۸-۶) مطلوبست:

الف) جریان عبوری از عناصر

ب)معادله‌ی زمانی جریان‌های عناصر




$V_{(t)} = ۴۸\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t + ۳۰^\circ)$

شکل (۹۸-۶)

## حل

الف)

$Ve = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۴۸\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} =$ ..... v

$I_L = \frac{Ve}{X_L} = \frac{.....}{.....} =$ ..... A

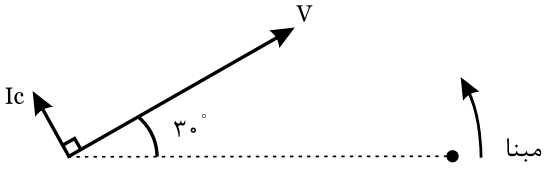
$X_L = \omega L = (۵۰۰)\ (.....) =$ ..... Ω

$I_c = \frac{Ve}{X_c} = \frac{.....}{.....} =$ ..... A

$I_R = \frac{Ve}{R} = \frac{.....}{.....} =$ ..... A

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان عناصر باید مبنا را مشخص کرده و باید دیاگرام معادله‌ی زمانی ولتاژ را رسم کنیم و سپس دیاگرام $I_C$ ، $I_L$ و $I_R$ را رسم نمایید.

دیاگرام را کامل کنید.




شکل (۹۹-۶)

$I_{Lm} = \sqrt{۲}\ I_L = \sqrt{۲}\ (.....) =$ ..... A

$I_{cm} = \sqrt{۲}\ I_c = \sqrt{۲}\ (.....) =$ ..... A

$I_{Rm} = \sqrt{۲}\ I_R = \sqrt{۲}\ (.....) =$ ..... A

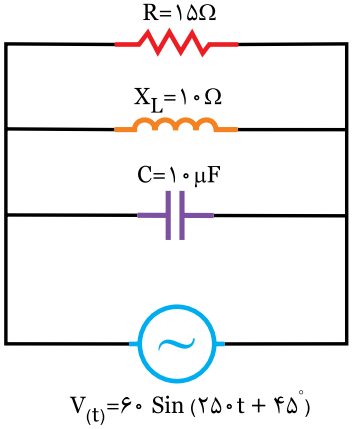
$i_{L(t)} =$ ..... $\text{Sin}(۵۰۰t -$ .....)

$i_{C(t)} =$ ..... $\text{Sin}(۵۰۰t + ^\circ۱۲۰)$

$i_{R(t)} =$ ..... $\text{Sin}(۵۰۰t +$ .....)

## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۰۰) مطلوبست:




شکل (۶-۱۰۰)

الف) جریان عبوری از عناصر

ب) معادله‌ی زمانی جریان‌های عناصر

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

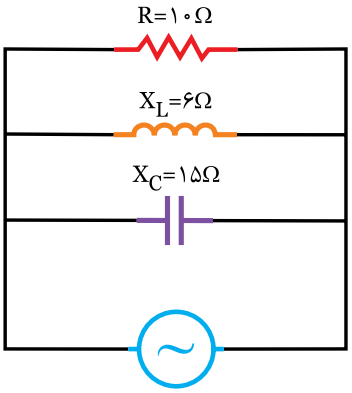
## مثال ۱۹

در مدار شکل (۶-۱۰۱) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان R، L و C

ج) معادله‌ی زمانی جریان R، L و C




شکل (۶-۱۰۱)

## حل

الف)

$$X=\frac{Xc\,.\,X_L}{|Xc-X_L|}=\frac{۱۵\times۶}{|۱۵-۶|}=۱۰\,\Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲+X^۲}}=\frac{۱۰\times۱۰}{\sqrt{۱۰^۲+۱۰^۲}}=\frac{۱۰۰}{۱۰\sqrt{۲}}=۵\sqrt{۲}\,\Omega$$

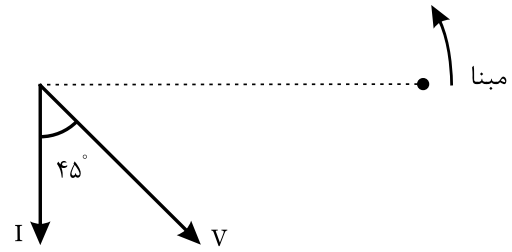
$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۵\ A$$

$$Ve=Z\,Ie \Rightarrow Ve=۵\sqrt{۲}\times۵=۲۵\sqrt{۲}\,v$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_c>X_L$ ، مدار خاصیت سلفی دارد و ولتاژ مدار φدرجه جلوتر از جریان مدار است.

$$Cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۱۲۰}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \varphi=۴۵^\circ$$




شکل (۶-۱۰۲)

$V_m = \sqrt{۲}\, Ve = \sqrt{۲}\ (۲۵\sqrt{۲}) = ۵۰\ v$

$V_{(t)} = V_m \sin(\omega t - ۴۵^\circ) \Rightarrow V_{(t)} = ۵۰ \sin(۱۰۰۰t - ۴۵^\circ)$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان R، L و C را بدست آورید.

$I_L = \frac{Ve}{X_L} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۶} = ۵/۸۳\ A$

$I_c = \frac{Ve}{Xc} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۱۵} = ۲/۳۵\ A$

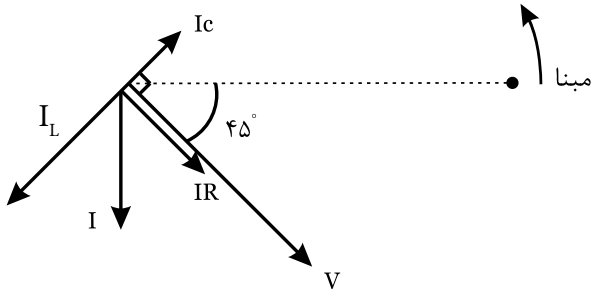
$I_R = \frac{Ve}{R} = \frac{۲۵\sqrt{۲}}{۱۰} = ۳/۵۳\ A$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان R، L و C دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان سلف ۹۰° عقب‌تر از ولتاژ و جریان خازن ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار و جریان مقاومت هم فاز ولتاژ می‌باشد. معادله زمانی $I_C$، $I_L$ و $I_R$ را می نویسیم.

$I_{Rm} = \sqrt{۲}\, I_R = ۵\ A$

$I_{Lm} = \sqrt{۲}\, I_L = ۸/۳\ A$

$I_{cm} = \sqrt{۲}\, I_c = ۳/۳\ A$




شکل (۶-۱۰۳)

$i_{L(t)} = ۸/۳ \sin(۱۰۰۰t - ۱۳۵^\circ)$

$i_{c(t)} = ۳/۳ \sin(۱۰۰۰t + ۴۵^\circ)$

$i_{R(t)} = ۵ \sin(۱۰۰۰t - ۴۵^\circ)$

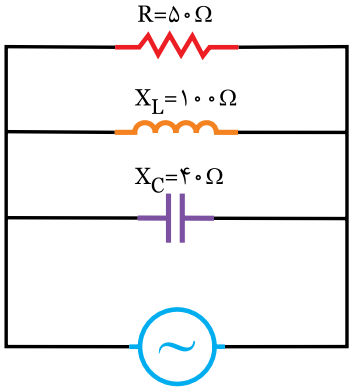
## فعالیت ۱۹

در مدار شکل (۶-۱۰۴) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان R، L و C

ج) معادله‌ی زمانی جریان R، L و C




$i_{(t)} = ۱۰\sqrt{۲} \sin ۵۰۰t$

شکل (۶-۱۰۴)

## حل

الف)

$X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{(.....)\ (۱۰۰)}{|۱۰۰ - .....|} = ..... \Omega$

$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(۵۰)\ (.....)}{\sqrt{۵۰^۲ + (.....)^۲}} = ..... \Omega$

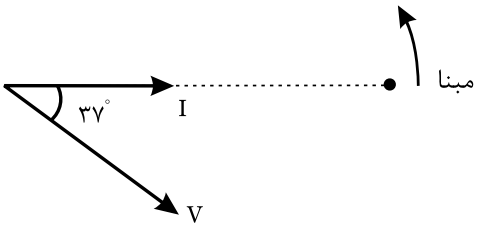
$Ie = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{.....}{.....} = ..... A$

$Ve = Z.Ie = ..... \times ..... = ..... v$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_L > X_c$ است مدار خاصیت ..... دارد و ولتاژ φ درجه ..... از جریان مدار است.

$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{.....}{۵۰} = ..... \Rightarrow \varphi = ۳۷^\circ$




شکل (۶-۱۰۵)

$V_m = \sqrt{۲}\ Ve = \sqrt{۲}\ (.....) = ..... v$

$V_{(t)} = ..... Sin(۵۰۰t - ۳۷^\circ)$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان R، L و C را بدست آورید.

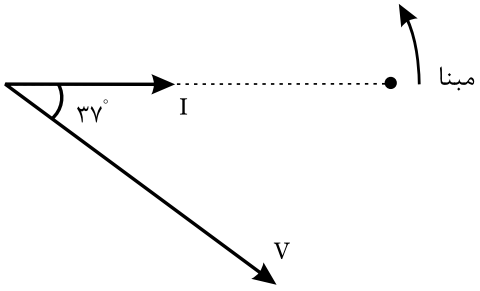
$I_L = \frac{Ve}{X_L} = \frac{.....}{۱۰۰} = ..... A$

$I_c = \frac{Ve}{X_c} = \frac{.....}{.....} = ..... A$

$I_R = \frac{Ve}{R} = \frac{.....}{۵۰} = ..... A$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان R، L و C دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان سلف ۹۰° عقب‌تر از ولتاژ و جریان خازن ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار و جریان مقاومت هم فاز ولتاژ می‌باشد. معادله زمانی $I_C$، $I_L$ و $I_R$ را می نویسیم.

دیاگرام را کامل کنید.




شکل (۶-۱۰۶)

$I_{Rm} = \sqrt{۲}\ I_R = ..... A$

$I_{Lm} = \sqrt{۲}\ I_L = ..... A$

$I_{cm} = \sqrt{۲}\ I_c = ..... A$

$i_{R(t)} = ..... Sin(۵۰۰t - ۳۷^\circ)$

$i_{L(t)} = ..... Sin(۵۰۰t - ۱۲۷^\circ)$

$i_{c(t)} = ..... Sin(۵۰۰t + ۵۳^\circ)$

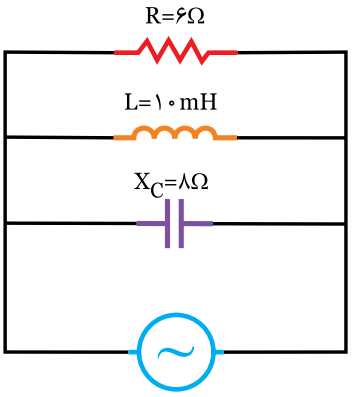
## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۰۷) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان R، L و C

ج) معادله‌ی زمانی جریان R، L و C




$i_{(t)} = ۵\sqrt{۲}\ Sin\ (۴۰۰t + ۹۰^\circ)$

شکل (۶-۱۰۷)

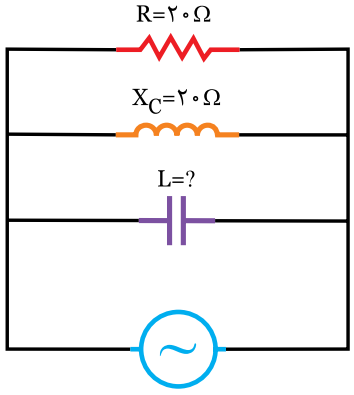
## حل

## مثال ۲۰

در مدار شکل (۶-۱۰۸) مطلوبست:

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t+۹۰^\circ)$

$i_{(t)}=۱۰\ Sin\ (۵۰۰t+۴۵^\circ)$

شکل (۶-۱۰۸)

### حل

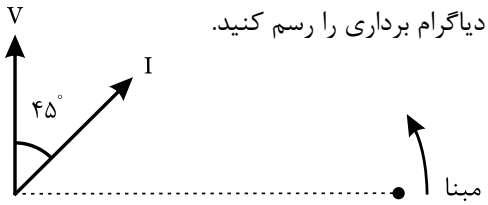
الف)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰\ v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰}{\sqrt{۲}}=۵\sqrt{۲}\ A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰}{۵\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}\ A$$

دیاگرام برداری را رسم کنید.




شکل (۶-۱۰۹)

چون ولتاژ مدار ۴۵ جلوتر از جریان می‌باشد مدار پس فاز و $X_L<X_c$ می‌باشد.

$$Sin\varphi=Z\left|\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{Xc}\right| \Rightarrow$$

$$Sin۴۵^\circ=۱۰\sqrt{۲}\left|\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{۲۰}\right| \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۱۰\sqrt{۲}\times\left(\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{۲۰}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲۰}=\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow X_L=۱۰\Omega$$

ب)

$$X_L=\omega L \Rightarrow L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۱۰}{۵۰۰}=۲۰\ mH$$

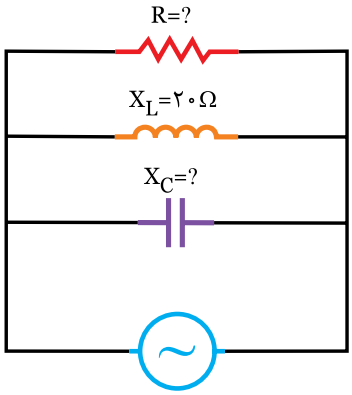
## فعالیت ۲۰

در مدار شکل (۶-۱۱۰) مطلوبست:

الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد

ج) مقاومت اهمی




$V_{(t)}=۲۰۰\ Sin(۵۰۰t-۶۰^\circ)$

$i_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t-۱۵^\circ)$

شکل (۶-۱۱۰)

### حل

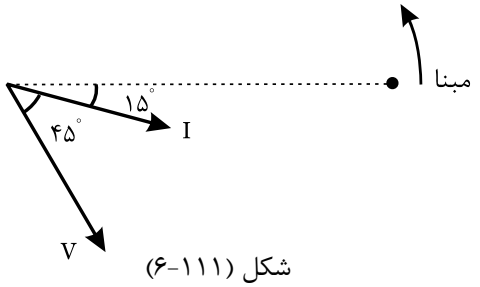
الف)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲۰۰}{\sqrt{۲}}=۱۰۰\sqrt{۲}\ v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰A$$

$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۱۰}=\ldots\ldots\ \Omega$$

دیاگرام برداری را رسم کنید.




شکل (۶-۱۱۱)

چون ولتاژ ۴۵ عقب‌تر از جریان می‌باشد مدار پیش فاز و $X_L > X_c$ می‌باشد.

$\sin\varphi = Z\left|\frac{۱}{Xc} - \frac{۱}{X_L}\right| \Rightarrow$

$\sin ۴۵^\circ = \ldots\ldots \left|\frac{۱}{Xc} - \frac{۱}{۲۰}\right| \Rightarrow$

$\ldots\ldots = \ldots\ldots \left(\frac{۱}{Xc} - \frac{۱}{۲۰}\right) \Rightarrow Xc = \ldots\ldots\ \Omega$

ب)

$X_C = \frac{۱}{\omega Xc} \Rightarrow C = \frac{۱}{\omega Xc} = \frac{۱}{۵۰۰ \times \ldots\ldots} = \ldots\ldots\ \mu F$

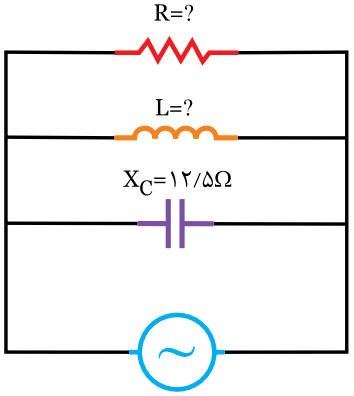
ج)

$\cos\varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow \cos ۴۵^\circ = \frac{\ldots\ldots}{R}$

$\Rightarrow \ldots\ldots = \frac{\ldots\ldots}{R} \Rightarrow R = \ldots\ldots\ \Omega$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۱۲) مطلوبست:




$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin ۵۰۰t$

$i_{(t)} = ۲۰\sqrt{۲}\ \sin(۵۰۰t + ۳۷^\circ)$

شکل (۶-۱۱۲)

الف) مقاومت سلفی

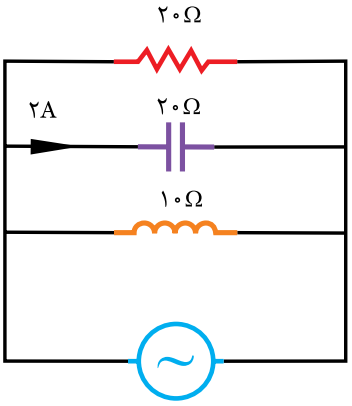
ب) اندوکتانس سلفی

ج) مقاومت اهمی

## حل

## مثال ۲۱

در مدار شکل (۶-۱۱۳) مطلوبست:




شکل (۶-۱۱۳)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) ضریب قدرت مدار

## حل

الف) $Ve = Xc.Ic = ۲۰ \times ۲ = ۴۰\ v$

ب) $X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{۱۰ \times ۲۰}{|۲۰ - ۱۰|} = ۲۰\ \Omega$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{۲۰ \times ۲۰}{\sqrt{۲۰^۲ + ۲۰^۲}} = \frac{۲۰ \times ۲۰}{۲۰\sqrt{۲}} = ۱۰\sqrt{۲}\ \Omega$$

$$Ie = \frac{Ve}{Z} = \frac{۴۰}{۱۰\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲}\ A$$

ج)

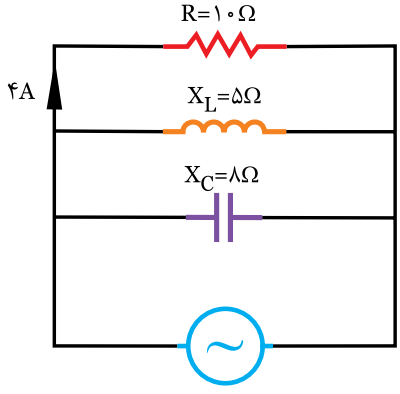
$$Cos\varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow Cos\varphi = \frac{۱۰\sqrt{۲}}{۲۰} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

## فعالیت ۲۱

در مدار شکل (۶-۱۱۴) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع ب) جریان منبع

ج) ضریب قدرت مدار




شکل (۶-۱۱۴)

## حل

الف) $Ve = R.I_R = ۱۰ \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ v$

ب) $X = \frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{|\ldots\ldots - \ldots\ldots|} = \ldots\ldots\ \Omega$

$$Z = \frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}} = \frac{(\ldots\ldots)(\ldots\ldots)}{\sqrt{(\ldots\ldots)^۲ + (\ldots\ldots)^۲}} = \ldots\ldots\ \Omega$$

ج) $Ie = \frac{Ve}{Z} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$

$Cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{\ldots\ldots}{۱۰} = \ldots\ldots$

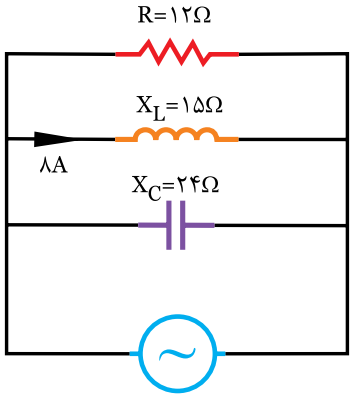
## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۱۵) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) ضریب قدرت مدار




شکل (۶-۱۱۵)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

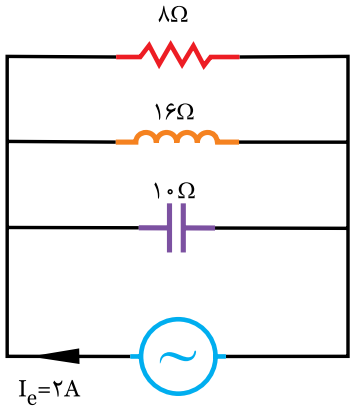
.....

## مثال ۲۲

در مدار شکل (۶-۱۱۶) مطلوبست:

الف) توان مصرفی　　ب) توان غیر مصرفی

ج) توان ظاهری




شکل (۶-۱۱۶)

### حل

الف)

$$X=\frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|}=\frac{۱۰ \times ۱۶}{|۱۶ - ۱۰|}=۲۶/۶\ \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}}=\frac{(۸)\ (۲۶/۶)}{\sqrt{۸^۲+(۲۶/۶)^۲}}=\frac{۲۱۳/۳}{۲۷/۸۴}=۷/۶۶\ \Omega$$

$$Ve= Z.Ie = ۷/۶۶ \times ۲ = ۱۵/۳۲\ v$$

$$Cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{۷/۶۶}{۸}=۰/۹۵$$

$$Pe=Ve.Ie.\ Cos\varphi = (۱۵/۳۲)(۲)(۰/۹۵) = ۲۹/۱\ w$$

ب)

$$Sin\varphi= Z\left|\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{Xc}\right| = ۷/۶۶\left|\frac{۱}{۱۰}-\frac{۱}{۱۶}\right| = ۰/۲۸$$

$$P_d=Ve.Ie.\ Cos\varphi = (۱۵/۳۲)(۲)(۰/۲۸) = ۸/۶\ V\ A.R$$

ج)

$$Ps=Ve.Ie = ۱۵/۳۲ \times ۲ = ۳۰/۶۴\ V.A$$

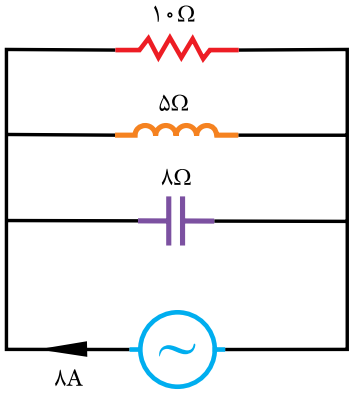
## فعالیت ۲۲

در مدار شکل (۶-۱۱۷) مطلوبست:

الف) توان مفید

ب) توان غیرمفید

ج) توان ظاهری




شکل (۶-۱۱۷)

### حل

الف)

$$X=\frac{X_L \cdot Xc}{|X_L - Xc|}=\frac{..... \times .....}{|..... - .....|}=..... \Omega$$

$$Z=\frac{R.X}{\sqrt{R^۲ + X^۲}}=\frac{(.....)\ (.....)}{\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}}=..... \Omega$$

$$Ve= Z.I = (.....)\ (۸) = ..... v$$

$$Cos\varphi=\frac{Z}{R}=\frac{.....}{۱۰}=.....$$

$$Pe=Ve.Ie.\ Cos\varphi = (.....)(.....)(.....) = ..... w$$

ب)

$$Sin\varphi= Z\left|\frac{۱}{X_L}-\frac{۱}{Xc}\right| = .....\left|\frac{۱}{۵}-\frac{۱}{۸}\right| = .....$$

$$P_d=Ve.Ie.\ Cos\varphi = (.....)(.....)(.....) = ..... V.A.R$$

ج)

$$Ps=Ve.Ie = (.....)(.....) = ..... V.A$$

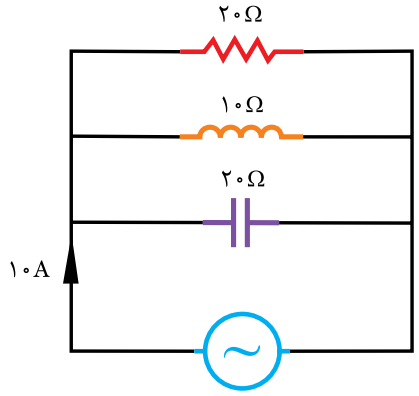
## تمرین

در مدار شکل (۱۱۸-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان راکتیو

ج) توان ظاهری




شکل (۱۱۸-۶)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

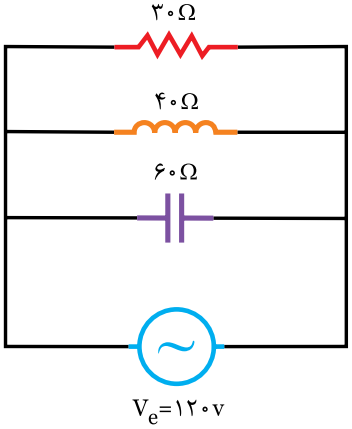
## مثال ۲۳

در مدار شکل (۱۱۹-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیرموثر

ج) توان ظاهری




شکل (۱۱۹-۶)

## حل

الف)

$$P_e = \frac{V_e^{۲}}{R} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{۳۰} = ۴۸۰\ w$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^{۲}}{X_L} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{۴۰} = ۳۶۰\ VAR$$

$$P_{dc} = -\frac{V_e^{۲}}{Xc} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{۶۰} = -۲۴۰\ VAR$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ۳۶۰ - ۲۴۰ = ۱۲۰\ V.A.R$$

ج)

$$P_s = \sqrt{Pe^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(۴۸۰)^{۲} + (۱۲۰)^{۲}} = ۴۹۴/۷\ V.A$$

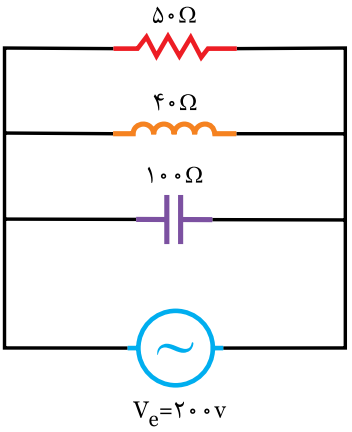
## فعالیت ۲۳

در مدار شکل (۱۲۰-۶) مطلوبست:

الف) توان اکتیو

ب)توان راکتیو

ج) توان ظاهری




شکل (۱۲۰-۶)

## حل

الف)

$$P_e = \frac{V_e^{۲}}{R} = \frac{(.....)^{۲}}{.....} = ..... \text{ w}$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^{۲}}{X_L} = \frac{(.....)^{۲}}{.....} = ..... \text{ VAR}$$

$$P_{dc} = \frac{-V_e^{۲}}{Xc} = -\frac{(.....)^{۲}}{.....} = - ..... \text{ VAR}$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ..... - ..... = ..... \text{ VAR}$$

ج)

$$P_s = \sqrt{Pe^{۲} + Pd^{۲}} = \sqrt{(.....)^{۲} + (.....)^{۲}} = ..... \text{ V.A}$$

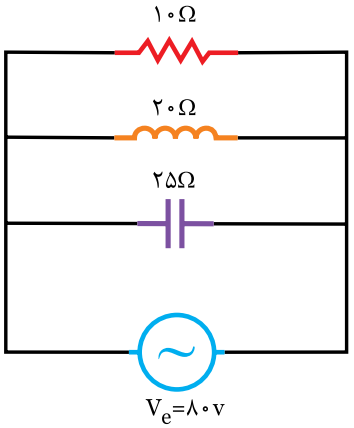
## تمرین

در مدار شکل (۱۲۱-۶) مطلوبست:

الف) توان موثر

ب) توان غیرموثر

ج) توان ظاهری




شکل (۱۲۱-۶)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

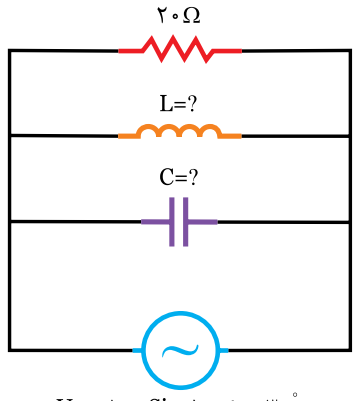
.....

.....

.....

## مثال ۲۴

در مدار شکل (۱۲۲-۶) اگر $I_L=۲I_c$ باشد مطلوبست:
اندازه‌ی L و C




$V_{(t)}=۱۰۰\sin(۵۰۰t+۳۰^\circ)$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۳}\sin(۵۰۰t-۱۵^\circ)$

شکل (۱۲۲-۶)

### حل

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}}=۵۰\sqrt{۲}\ A$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۵\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۵\ A$$

مدار پس فاز

$$\varphi=\theta_v-\theta_I \Rightarrow \varphi=۳۰-(-۱۵)=۴۵^\circ$$

$$\sin\varphi=\frac{|I_L-I_c|}{I_e} \Rightarrow \sin۴۵^\circ=\frac{۲I_c-I_c}{۵} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{Ic}{۵}$$

$$Ic=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\ A \qquad I_L=۲Ic=۲(\frac{۵\sqrt{۲}}{۲})=۵\sqrt{۲}\ A$$

$$X_L=\frac{Ve}{I_L}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{۵\sqrt{۲}}=۱۰\ \Omega$$

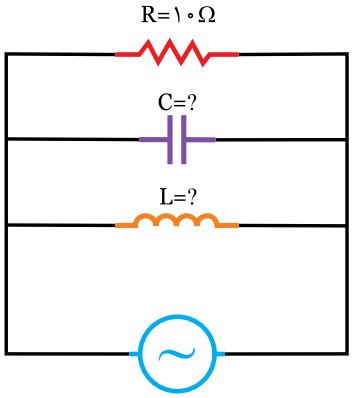
$$X_C=\frac{Ve}{Ic}=\frac{۵۰\sqrt{۲}}{\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}}=۲۰\ \Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۱۰}{۵۰۰}=۲۰\ mH$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۲۰\times۵۰۰}=۱۰۰\ \mu F$$

## فعالیت ۲۴

در مدار شکل (۱۲۳-۶) اگر $I_C=۳I_L$ باشد مطلوبست:
اندازه‌ی L و C




$V_{(t)}=۴۰\sqrt{۲}\sin(۱۰۰۰t-۳۷^\circ)$

$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\sin ۱۰۰۰t$

شکل (۱۲۳-۶)

### حل

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=.....\ v$$

$$Ie=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=.....\ A$$

مدار پیش فاز می‌باشد.

$$\varphi=\theta_v-\theta_I=-۳۷$$

$$\sin\varphi=\frac{|I_c-I_L|}{I_e} \Rightarrow \sin۳۷^\circ=\frac{۳I_L-I_L}{.....} \Rightarrow ۰/۶=\frac{۲I_L}{.....}$$

$$I_L=.....\ A \Rightarrow I_c=۳I_L=۳(.....)=.....\ A$$

$$X_L=\frac{Ve}{I_L}=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

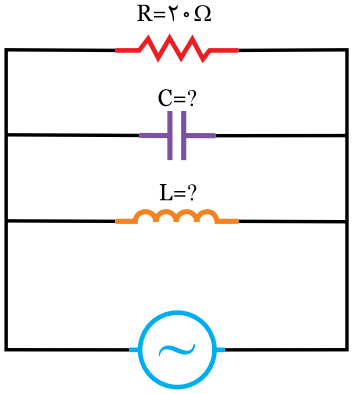
$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۱۰۰۰}=.....\ mH$$

$$X_c=\frac{Ve}{I_c}=\frac{.....}{.....}=.....\ \Omega$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times.....}=.....\ \mu F$$

## تمرین

در مدار شکل (۱۲۴-۶) اگر $I_L=۴I_c$ باشد مطلوبست:
اندازه‌ی L و C




$V_{(t)}=۲۰۰Sin۲۵۰t$

$i_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\,Sin\,(۲۵۰t+\frac{\pi}{۴})$

شکل (۱۲۴-۶)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

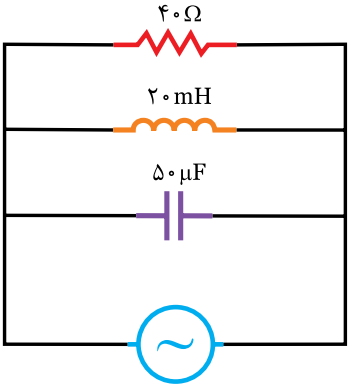
.....

.....

.....

## مثال ۲۵

در مدار شکل (۱۲۵-۶) مطلوبست:
الف) فرکانس رزنانس
ب) ضریب کیفیت و پهنای باند
ج) فرکانس‌های نیم توان




شکل (۱۲۵-۶)

## حل

الف)

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۵۰\times۱۰^{-۶}}}=۱۶۰\ Hz$$

ب)

$$Q_\circ=RC\omega_\circ=۴۰\times۵۰\times۱۰^{-۶}\times۲\pi\times۱۶۰=۲$$

$$Bw=\frac{f_r}{Q_\circ}=\frac{۱۶۰}{۲}=۸۰Hz$$

ج)

$$f_L=f_r-\frac{Bw}{۲}=۱۶۰-\frac{۸۰}{۲}=۱۲۰Hz$$

$$f_H=f_r+\frac{Bw}{۲}=۱۶۰+\frac{۸۰}{۲}=۲۰۰Hz$$

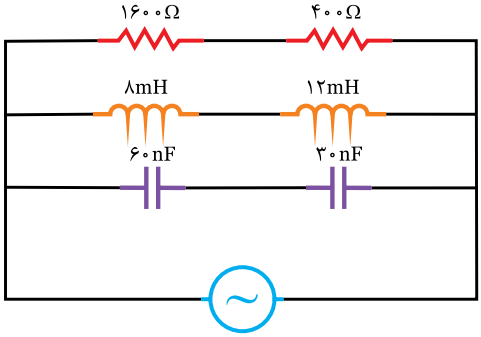
## فعالیت ۲۵

در مدار شکل (۱۲۶-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان




شکل (۱۲۶-۶)

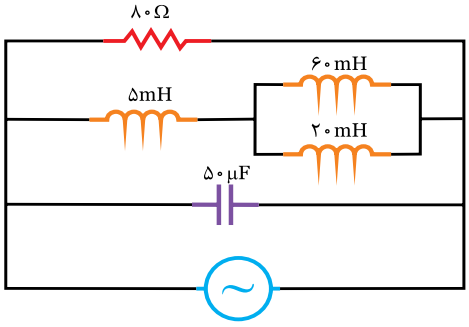
## تمرین

در مدار شکل (۱۲۷-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس رزنانس

ب) ضریب کیفیت و پهنای باند

ج) فرکانس‌های نیم توان




شکل (۱۲۷-۶)

## حل

الف)

$R_t = R_1 + R_2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots = \ldots\ldots\ \Omega$

$L_t = L_1 + L_2 = ۸ + ۱۲ = ۲۰\,mH$

$C_t = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{۶۰ \times ۳۰}{\ldots\ldots + \ldots\ldots} = \ldots\ldots\ nF$

$f_r = \dfrac{۱}{۲\pi\sqrt{L_t.C_t}} = \dfrac{۱}{۲\pi\sqrt{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}} =$

ب)

$Q_\circ = ۲\pi fRC = ۲\pi\ (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)(\ldots\ldots) =$

$Bw = \dfrac{f_r}{Q_\circ} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ Hz$

ج)

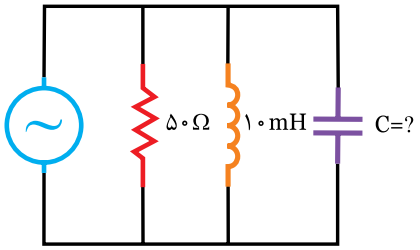
$f_L = f_r - \dfrac{Bw}{۲} = \ldots\ldots - \dfrac{\ldots\ldots}{۲} = \ldots\ldots\ Hz$

$f_H = f_r + \dfrac{Bw}{۲} = \ldots\ldots + \dfrac{\ldots\ldots}{۲} = \ldots\ldots\ Hz$

## حل

## مثال ۲۶

در مدار شکل (۶-۱۲۸) اگر مدار در حالت تشدید قرار گیرد ظرفیت خازن C چقدر است.




$\omega = ۵۰۰\ Rad/s$

شکل (۶-۱۲۸)

## حل

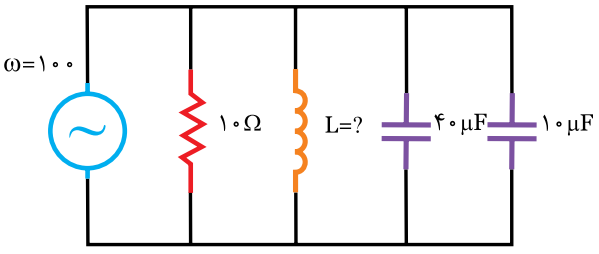
شرط رزنانس مدار $X_L=X_C$ می‌باشد، لذا داریم:

$$X_L=X_c \Rightarrow \omega L=\frac{۱}{\omega c} \Rightarrow C=\frac{۱}{\omega^۲ L}$$

$$C=\frac{۱}{(۵۰۰)^۲\times ۱۰\times ۱۰^{-۳}}=۴۰۰\mu F$$

## فعالیت ۲۶

در مدار شکل (۶-۱۲۹) اگر مدار در حالت تشدید قرار گیرد اندوکتانس L را بدست آورید.




شکل (۶-۱۲۹)

## حل

$$C_t=C_۱+C_۲=۴۰+۱۰=۵۰\mu F$$

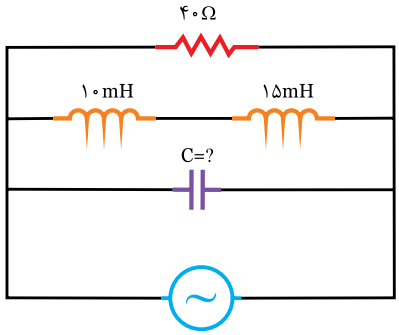
$$X_L=X_c \Rightarrow \omega L=\frac{۱}{\omega c}$$

$$\Rightarrow L=\frac{۱}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\frac{۱}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}$$

$L = \ldots\ldots\ mH$

## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۳۰) اگر مدار در حالت رزنانس باشد ظرفیت خازن چند میکروفاراد است.




$\omega = ۲۵۰\ Rad/s$

شکل (۶-۱۳۰)

## حل

.....

.....

.....

.....

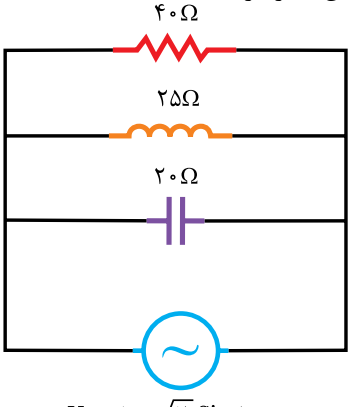
## مثال ۲۷

در مدار شکل (۶-۱۳۱) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید




$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ ۵۰۰t$

شکل (۶-۱۳۱)

## حل

الف) ابتدا L و C را بدست آورید.

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۵}{۵۰۰}=۵۰\ mH$$

$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۲۰\times ۵۰۰}=۱۰۰\ \mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۵۰\times۱۰^{-۳}\times ۱۰۰\times۱۰^{-۶}}}=\frac{۱۰۰۰}{۲\pi\sqrt{۵}}$$

$$=۷۱/۲\ Hz$$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_L=X_C$ می‌باشد لذا:

$$Z=R \Rightarrow Z=۴۰\Omega$$

ج)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۴۰}=۲/۵\ A$$

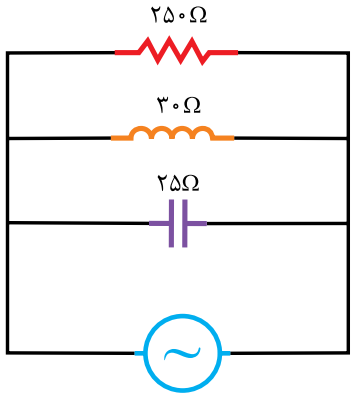
## فعالیت ۲۷

در مدار شکل (۱۳۲-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید




$$V_{(t)}=۲۰۰\sqrt{۲}\ Sin(۲۵۰t-۴۵^\circ)$$

شکل (۱۳۲-۶)

## حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۲۵۰}=.....\ mH$$

$$C=\frac{۱}{Xc.\omega}=\frac{۱}{..... \times ۲۵۰}=.....\ \mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{LC}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{..... \times .....}}=.....\ Hz$$

ب)

$$Z=R \Rightarrow Z=.....\ \Omega$$

ج)

$$Ve=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{\sqrt{۲}}=.....\ v$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{.....}{.....}=.....\ A$$

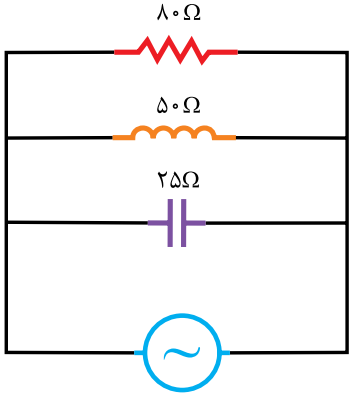
## تمرین

در مدار شکل (۱۳۳-۶) مطلوبست:

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید




$$V_{(t)}=۱۶۰\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t+۲۰^\circ)$$

شکل (۱۳۳-۶)

.....

.....

.....

.....

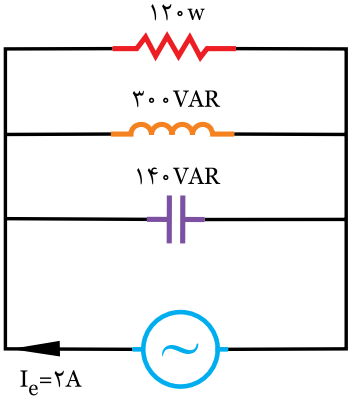
.....

## مثال ۲۸

در مدار شکل (۶-۱۳۴) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L ،R و C




ω=۵۰۰ Rad/s

شکل (۶-۱۳۴)

### حل

الف)

$$P_s=\sqrt{Pe^2+(P_{dL}-P_{dc})^2}=\sqrt{(۱۲۰)^2+(۱۴۰-۳۰۰)^2}$$

$$=۲۰۰\,V.A$$

$$Ps=Ve.Ie \Rightarrow Ve=\frac{Ps}{Ie}=\frac{۲۰۰}{۲}=۱۰۰\,v$$

ب)

$$P_e=\frac{V_e^2}{R} \Rightarrow R=\frac{V_e^2}{P_e}=\frac{(۱۰۰)^2}{۱۲۰}=۸۳/۳\,\Omega$$

$$P_{dL}=\frac{V_e^2}{X_L} \Rightarrow X_L=\frac{V_e^2}{P_{dL}}=\frac{(۱۰۰)^2}{۳۰۰}=۳۳/۳\,\Omega$$

$$X_L=۳۳/۳\,\Omega \Rightarrow L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۳۳/۳}{۵۰۰}=۶۶/۶\,mH$$

$$P_{dc}=\frac{V_e^2}{Xc} \Rightarrow X_c=\frac{V_e^2}{P_{dc}}=\frac{(۱۰۰)^2}{۱۴۰}=۷۱/۴\,\Omega$$

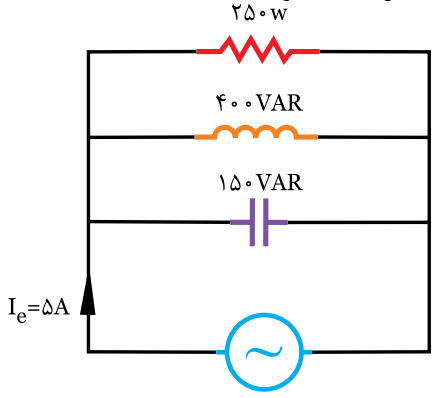
$$Xc=۷۱/۴\,\Omega \Rightarrow C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{۵۰۰\times ۷۱/۴}=۲۸\,\mu F$$

## فعالیت ۲۸

در مدار شکل (۶-۱۳۵) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L ،R و C




ω=۴۰۰ Rad/s

شکل (۶-۱۳۵)

### حل

الف)

$$P_s=\sqrt{Pe^2+(P_{dL}-P_{dc})^2}=\sqrt{(.....)^2+(.....-.....)^2}$$

$$=.....\,V.A$$

$$Ps=Ve.Ie \Rightarrow Ve=\frac{.....}{.....}=\frac{.....}{.....}=.....\,v$$

ب)

$$P_e=\frac{V_e^2}{R} \Rightarrow R=\frac{.....}{.....}=.....\,\Omega$$

$$P_{dL}=\frac{V_e^2}{X_L} \Rightarrow X_L=\frac{.....}{.....}=.....\,\Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۵۰۰}=.....\,mH$$

$$P_{dc}=\frac{V_e^2}{Xc} \Rightarrow Xc=\frac{.....}{.....}=.....\,\Omega$$

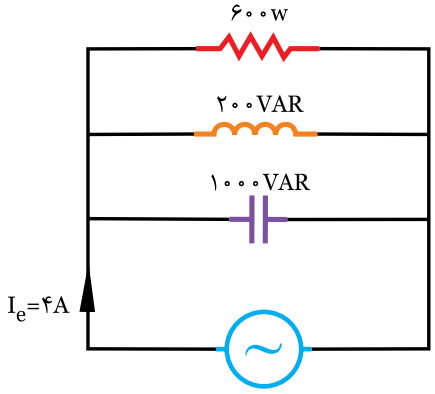
$$C=\frac{۱}{\omega.Xc}=\frac{۱}{.....\times ۴۰۰}=.....\,\mu F$$

## تمرین

در مدار شکل (۱۳۶-۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی R، L و C




ω=۲۵۰ Rad/s

شکل (۱۳۶-۶)

## حل

**۱**- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، توان مفید..... .

**۲**- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، ابتدا توان راکتیو ..... و سپس ..... .

**۳**- اگر در مدار RLC موازی فرکانس افزایش یابد، ابتدا جریان کل مدار ..... و سپس ..... .

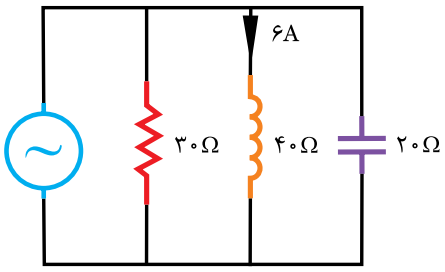
**۴**- در شکل (۱۳۷-۶) جریان کل چند آمپر است.

۱) ۱۰

۲) ۲۰

۳) ۱۲

۴) ۲۶




شکل (۱۳۷-۶)

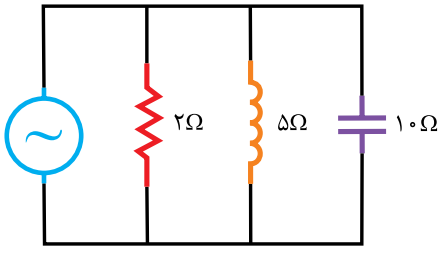
**۵**- اگر در شکل (۱۳۸-۶)، $I_R = ۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۳۰۰t$ باشد. معادله‌ی جریان خازن کدام است.

۱) $\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۳۰۰t + ۹۰^\circ)$

۲) $۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۳۰۰t + ۹۰^\circ)$

۳) $۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۳۰۰t - ۹۰^\circ)$

۴) $\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۳۰۰t$




شکل (۱۳۸-۶)

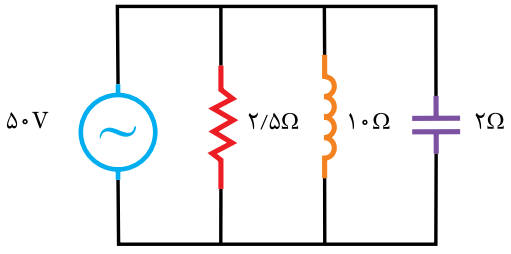
**۶**- در مدار شکل (۱۳۹-۶) توان ظاهری چند ولت‌آمپر است.

۱) ۲۰۰۰

۲) ۲۵۰۰

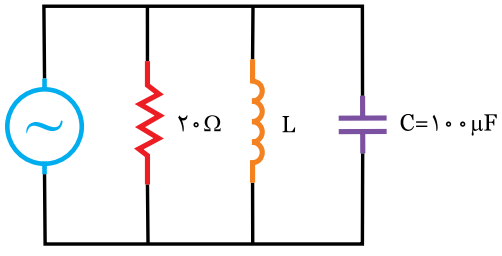
۳) $۱۰۰۰\ \sqrt{۲}$

۴) $۲۰۰۰\ \sqrt{۲}$




شکل (۱۳۹-۶)

**۷**- در مدار شکل (۱۴۰-۶) اندوکتانس مدار چند میلی هانری است.




$V_e = ۲۰۰\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

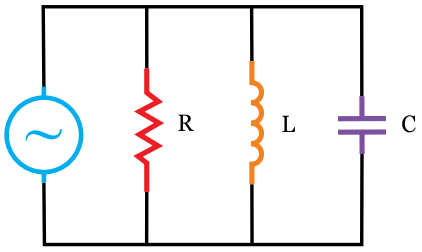
$i_e = ۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - \varphi)$

شکل (۱۴۰-۶)

**۸**- در شکل (۱۴۱-۶) مطلوبست:

الف) اندازه‌ی R، L و C

ب) معادله‌ی جریان هر شاخه



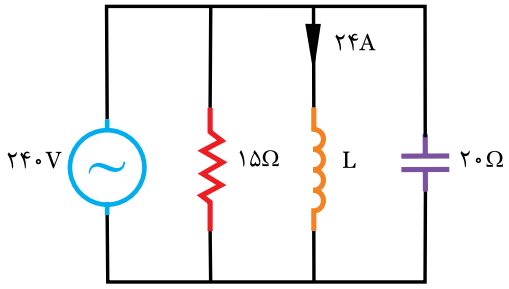

$V_e = ۱۰۰ \sin (۲۵۰۰t - ۳۰^\circ)$

$i_e = ۵ \sin (۲۵۰۰t + ۱۵^\circ)$

$i_C = ۱۰ \sin (۲۵۰۰t + ۶۰^\circ)$

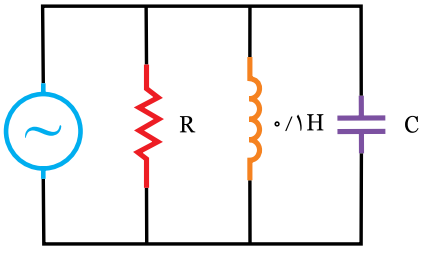
شکل (۱۴۱-۶)

**۹**- در مدار شکل (۱۴۲-۶) جریان کل را بدست آورید.




شکل (۱۴۲-۶)

**۱۰**- در مدار شکل (۱۴۳-۶) اگر Pe=Ps باشد، C و R را بدست آورید.




$V_e = ۵۰\sqrt{۲} \sin ۵۰۰t$

$i_e = ۲ \sin (۵۰۰t - ۴۵^\circ)$

شکل (۱۴۳-۶)

## ۵-۶- مدارهای RLC مختلط:

مدارهای مختلط از چند مدار ساده‌ی RC، RL و RLC در شاخه‌های سری و موازی تشکیل می‌شود که اگر این مدارها ساده شوند به RL یا RC تبدیل می‌شوند با استفاده از دیاگرام برداری و قراردادن ولتاژ به عنوان مبنا و انجام محاسبات در مراحل مختلف مجهولات را بدست می‌آوریم که جهت آشنایی به چند مثال اکتفا می‌کنیم.

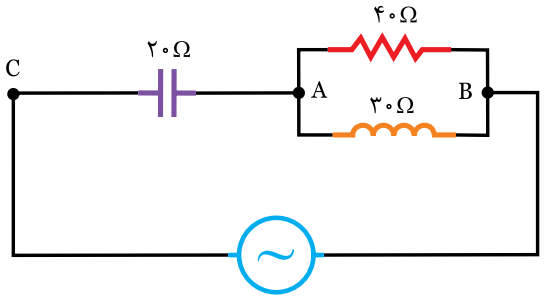
**مثال ۲۹**

در مدار شکل (۶-۱۴۴) مطلوبست:

الف) جریان کل مدار

ب) ولتاژ کل منبع

ج) امپدانس کل مدار




$V_{AB}$=۱۲۰V

شکل (۶-۱۴۴)

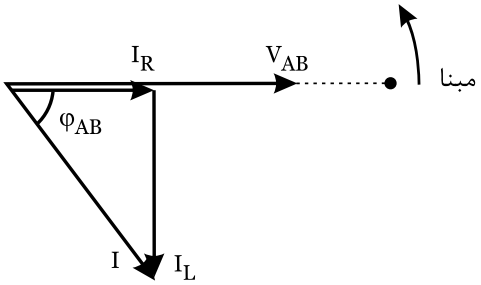
**حل**

الف) ابتدا باید جریان عبوری از سلف و خازن را بدست آوریم.

$$I_R = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{۱۲۰}{۴۰} = ۳\ A$$

$$I_L = \frac{V_{AB}}{X_L} = \frac{۱۲۰}{۳۰} = ۴\ A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد. که جریان مقاومت هم فاز ولتاژ دو سرش می‌باشد و جریان عبوری از سلف ۹۰ عقب‌تر از ولتاژ دو سرش می‌باشد، لذا داریم:




شکل (۶-۱۴۵)

چون $I_L$ و $I_R$ بر هم عمودند، داریم:

$$I_e = Ic = \sqrt{I_R{}^۲ I_L{}^۲} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵\ A$$

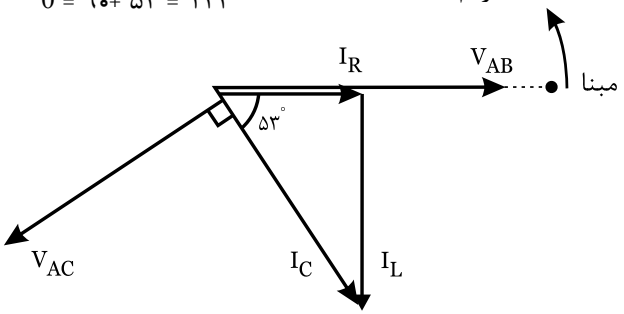
$$Tan\varphi_{AB} = \frac{I_R}{I_L} = \frac{۴}{۳} = ۱/۳۳ \Rightarrow \varphi_{AB} = ۵۳^\circ$$

ب)

$$V_{AC} = Ic \cdot Xc = ۵ \times ۲۰ = ۱۰۰\ v$$

برای بدست آوردن ولتاژ منبع باید $V_{AB}$ و $V_{AC}$ را به صورت برداری جمع کنیم لذا نیاز به رسم دیاگرام برداری است. ولتاژ دو سر خازن از جریان عبوری خازن ۹۰° عقب‌تر است که داریم.

$$\theta = ۹۰ + ۵۳ = ۱۴۳^\circ$$




شکل (۶-۱۴۶)

چون زاویه‌ی بین $V_{AB}$ و $V_{AC}$ ، θ درجه می‌باشد به صورت زیر عمل می‌نماییم.

$$V = \sqrt{V_{AB}{}^۲ + V_{AC}{}^۲ + ۲V_{AB} \cdot V_{AC} \cdot Cos\theta} =$$

$$\sqrt{۱۲۰^۲ + ۱۰۰^۲ + ۲(۱۲۰)(۱۰۰)\ Cos۱۴۳^\circ}$$

$$V = ۷۲/۱\ v$$

ج) برای بدست آوردن امپدانس مدار با داشتن ولتاژ و جریان منبع به صورت زیر عمل می‌نماییم.

$$Z = \frac{Ve}{I} = \frac{۷۲/۱}{۵} = ۱۴/۴\ A$$

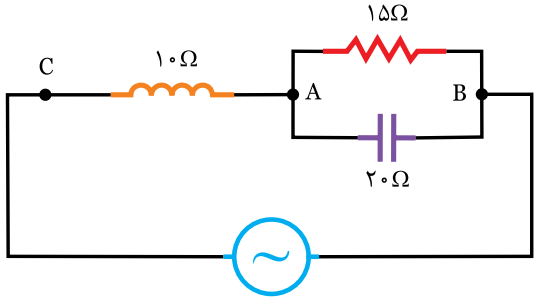
## فعالیت ۲۹

در مدار شکل (۶-۱۴۷) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) امپدانس کل




$V_{AB}=۶۰V$

شکل (۶-۱۴۷)

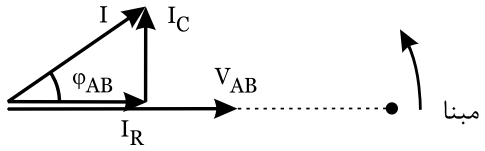
## حل

الف)

$$I_R=\frac{V_{AB}}{R}=\frac{۶۰}{.....}=..... A$$

$$I_C=\frac{V_{AB}}{Xc}=\frac{۶۰}{.....}=..... A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری است که جریان مقاومت هم فاز ولتاژ AB و جریان خازن $۹۰^\circ$ جلوتر از ولتاژ AB می‌باشد.




شکل (۶-۱۴۸)

چون $I_R$ و $I_C$ بر هم عمودند، داریم:

$$I=I_L=\sqrt{I_R{}^۲ I_c{}^۲}=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}=..... A$$

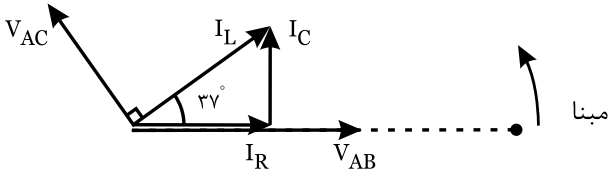
$$\tan\varphi_{AB}=\frac{I_c}{I_R}=\frac{.....}{.....}=..... \Rightarrow \varphi_{AB}=۳۷^\circ$$

ب)

$$V_{AC}=I_L . X_L=(.....)(۱۰)=..... v$$

برای بدست آوردن ولتاژ منبع باید $V_{AB}$ و $V_{AC}$ را به صورت برداری جمع کنیم لذا نیاز به رسم دیاگرام برداری است. ولتاژ دو سر سلف از جریان عبوری خازن $۹۰^\circ$ جلوتر است، که داریم:

$$\theta = ۱۲۷^\circ = ۹۰^\circ + ۳۷^\circ$$




شکل (۶-۱۴۹)

چون زاویه‌ی بین $V_{AB}$ و $V_{AC}$ ، $۱۲۷^\circ$ می‌باشد برآیند آن‌ها به صورت زیر است.

$$V=\sqrt{V_{AB}{}^۲+V_{AC}{}^۲+۲V_{AB}.V_{AC}.\cos\theta}=$$

$$\sqrt{۶۰^۲+(.....)^۲+۲(۶۰)(.....)\cos۱۲۷^\circ}$$

$$V=..... v$$

ج)

$$Z=\frac{Ve}{I}=\frac{.....}{.....}=..... \Omega$$

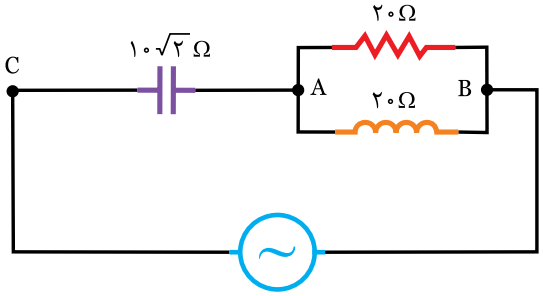
## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۵۰) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) امپدانس کل مدار




$V_{AB}=۶۰\sqrt{۲}\ V$

شکل (۶-۱۵۰)

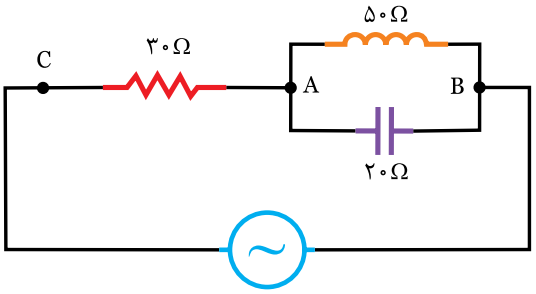
## مثال ۳۰

در مدار شکل (۶-۱۵۱) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) رسم مثلث توان‌ها

ج) ضریب توان مدار




$V_{AB}=۱۰۰V$

شکل (۶-۱۵۱)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## حل

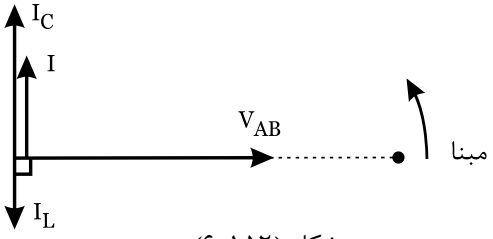
الف) ابتدا جریان سلف و خازن را بدست می‌آوریم.

$$I_L = \frac{V_{AB}}{X_L} = \frac{۱۰۰}{۵۰} = ۲\ A$$

$$I_c = \frac{V_{AB}}{Xc} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵\ A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد. که جریان سلف $۹۰^\circ$ عقب‌تر از $V_{AB}$ و جریان خازن $۹۰^\circ$ جلوتر از $V_{AB}$ می‌باشد، لذا داریم:

$$I = I_R = \overrightarrow{I_L} + \overrightarrow{I_C}$$




شکل (۶-۱۵۲)

$$I = |I_C - I_L| = ۵ - ۲ = ۳\ A$$

ب) ابتدا توان‌ها را بدست می‌آوریم.

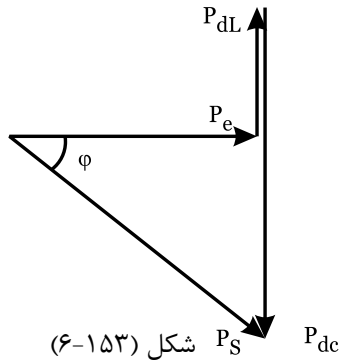
$$Pe = RI_R^۲ = ۳۰(۳)^۲ = ۲۷۰\ w$$

$$P_{dL} = X_L.I_L^۲ = ۵۰(۲)^۲ = ۲۰۰VAR$$

$$P_{dc} = -Xc.I_c^۲ = ۲۰(۵)^۲ = -۵۰۰VAR$$

$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = ۲۰۰ - ۵۰۰ = -۳۰۰\ VAR$$

$$P_s = \sqrt{Pe^۲ + Pd^۲} = \sqrt{(۲۷۰)^۲ + (-۳۰۰)^۲} = ۴۰۳/۶\ V\ A$$




شکل (۶-۱۵۳)

ج)

$$Cos\varphi = \frac{Pe}{Ps} = \frac{۲۷۰}{۴۰۳/۶} = ۰/۶۶$$

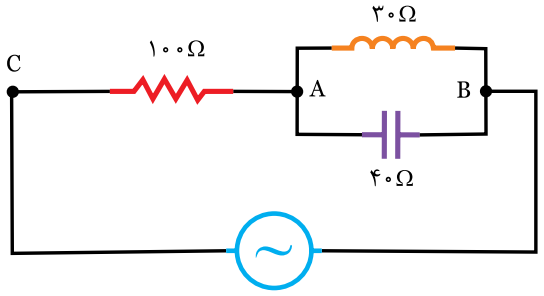
## فعالیت ۳۰

در مدار شکل (۶-۱۵۴) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) رسم مثلث توان‌ها

ج) ضریب توان مدار




$V_{AB}=۱۲۰v$

شکل (۶-۱۵۴)

## حل

الف)

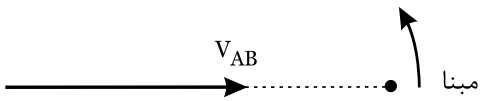
$$I_c=\frac{V_{AB}}{Xc}=\frac{۱۲۰}{.....}=..... A$$

$$I_L=\frac{V_{AB}}{X_L}=\frac{۱۲۰}{.....}=..... A$$

$$I=I_R=\overrightarrow{I_L}+\overrightarrow{I_C}$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به رسم دیاگرام برداری است.

دیاگرام برداری را کامل کنید.




ب)

$$I=|I_L-I_C|=|..... - .....|=..... A$$

$$Pe=RI_R^{۲}=(۱۰۰)(.....)^{۲}=..... w$$

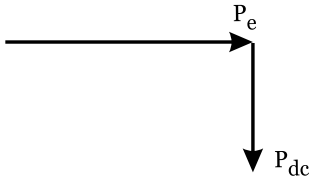
$$P_{dL}=X_L.I_L^{۲}=(۳۰)(.....)^{۲}=..... VAR$$

$$P_{dc}=-Xc.I_c^{۲}=(۴۰)(.....)^{۲}=-.....VAR$$

$$P_d=P_{dL}+P_{dc}=..... - .....=.....VAR$$

$$P_s=\sqrt{Pe^{۲}+Pd^{۲}}=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}=.....V.A$$

دیاگرام مثلث توان را کامل کنید.




ج)

$$Cos\varphi=\frac{Pe}{Ps}=\frac{.....}{.....}=.....$$

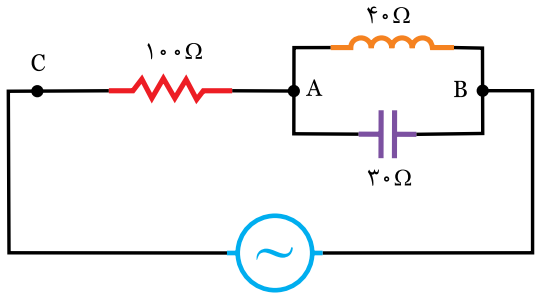
## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۵۵) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) رسم مثلث توان‌ها

ج) ضریب توان مدار




$V_{AB}=۶۰V$

شکل (۶-۱۵۵)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

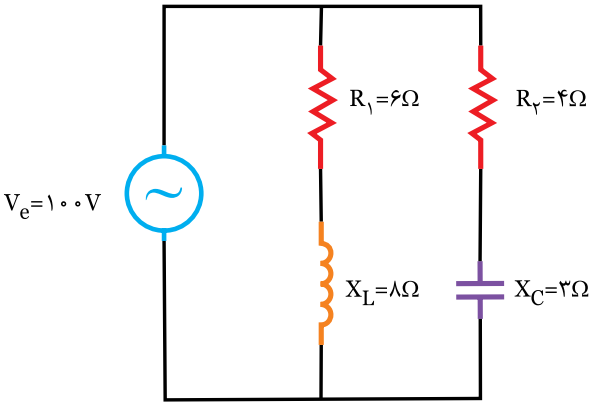
## مثال ۳۱

در مدار شکل (۶-۱۵۶) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب)جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار




شکل (۶-۱۵۶)

## حل

الف) برای بدست آوردن جریان، باید امپدانس هر شاخه را بدست آورید.

$$Z_1=\sqrt{R_1^{۲}+X_L^{۲}}=\sqrt{۶^{۲}+۸^{۲}}=۱۰\Omega$$

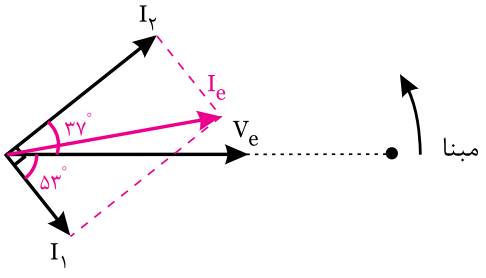
$$I_1=\frac{Ve}{Z_1}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰\ A$$

$$Z_2=\sqrt{R_2^{۲}+X_c^{۲}}=\sqrt{۴^{۲}+۳^{۲}}=۵\Omega$$

$$I_2=\frac{Ve}{Z_2}=\frac{۱۰۰}{۵}=۲۰\ A$$

ب) برای بدست آوردن جریان منبع باید دیاگرام برداری رسم کرد.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژ منبع را رسم کنید.




شکل (۶-۱۵۷)

- جریان شاخه‌ی اول $\varphi_1$ درجه عقب‌تر از ولتاژ می‌باشد چون خاصیت سلفی دارد.

$$Cos\varphi_1=\frac{R_1}{Z_1}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶ \Rightarrow \varphi_1=۵۳^\circ$$

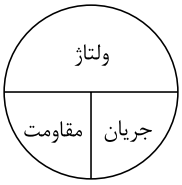
- جریان شاخه‌ی دوم $\varphi_2$ درجه جلوتر از ولتاژ می‌باشد چون خاصیت خازنی دارد.

$$Cos\varphi_2=\frac{R_2}{Z_2}=\frac{۴}{۵}=۰/۸ \Rightarrow \varphi_2=۳۷^\circ$$

- با توجه به دیاگرام برداری $I_1$ و $I_2$ بر هم عمودند، لذا داریم:

$$Ie=\sqrt{I_1^{۲}+I_2^{۲}}=\sqrt{۱۰^{۲}+۲۰^{۲}}=\sqrt{۵۰۰}=۲۲/۳۶\ A$$

ج)




$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰}{۲۲/۳۶}=۴/۴۷\ \Omega$$

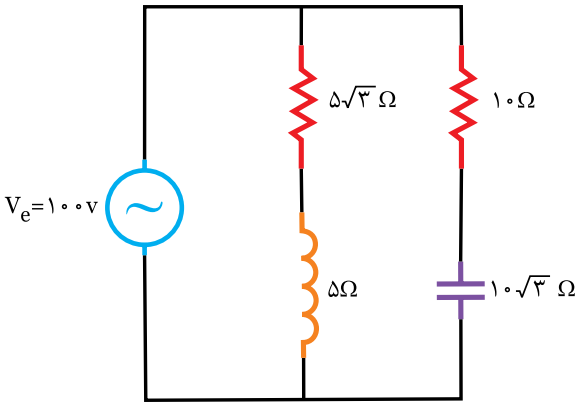
## فعالیت ۳۱

در مدار شکل (۶-۱۳۲) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب)جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار




شکل (۶-۱۵۸)

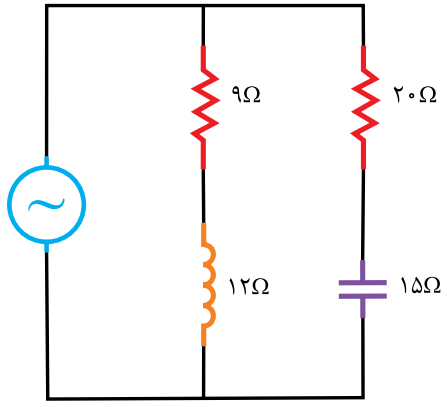
## تمرین

در مدار شکل (۶-۱۶۰) مطلوبست:

الف) جریان هر شاخه

ب)جریان منبع

ج) امپدانس کل مدار




$V_e$=۱۲۰V

شکل (۶-۱۶۰)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## حل

الف)

$$Z_۱=\sqrt{R_۱^{۲}+X_L^{۲}}=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}=.....\Omega$$

$$I_۱=\frac{Ve}{Z_۱}=\frac{۱۰۰}{.....}=..... A$$

$$Z_۲=\sqrt{R_۲^{۲}+X_c^{۲}}=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}=.....\Omega$$

$$I_۲=\frac{Ve}{Z_۲}=\frac{۱۰۰}{.....}=..... A$$

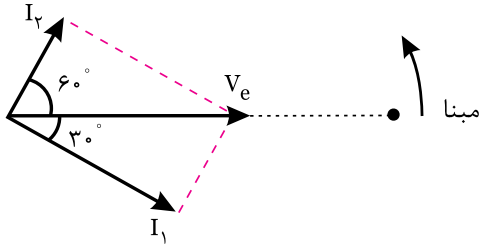
ب) باید دیاگرام برداری رسم شود.

- جریان شاخه‌ی اول $\varphi_۱$ درجه عقب‌تر از ولتاژ منبع می‌باشد.

$$Cos\varphi_۱=\frac{R_۱}{Z_۱}=\frac{۵\sqrt{۳}}{.....}=..... \Rightarrow \varphi_۱=۳۰^{\circ}$$

- جریان شاخه‌ی دوم $\varphi_۲$ درجه جلوتر از ولتاژ منبع می‌باشد.

$$Cos\varphi_۲=\frac{R_۲}{Z_۲}=\frac{۱۰}{.....}=..... \Rightarrow \varphi_۲=۶۰^{\circ}$$




شکل (۶-۱۵۹)

چون $I_۱$ و $I_۲$ بر هم عمودند، لذا داریم:

$$Ie=\sqrt{I_۱^{۲}+I_۲^{۲}}$$

$$Ie=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}=..... A$$

ج)

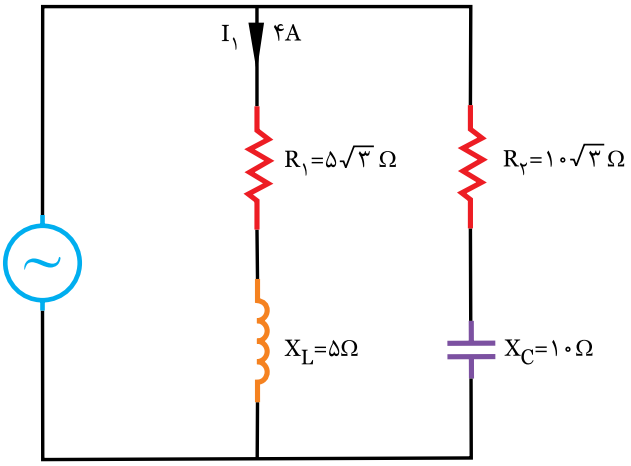
$$Z=\frac{Ve}{Ie}=\frac{۱۰۰}{.....}=..... \Omega$$

## مثال ۳۲

در مدار شکل (۱۶۱-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_v = ۰$ )




شکل (۱۶۱-۶)

## حل

الف) برای بدست آوردن ولتاژ منبع امپدانس شاخه‌ی اول را بدست آورید.

$$Z_۱ = \sqrt{R_۱^۲ + X_L^۲} = \sqrt{(۵\sqrt{۳})^۲ + (۵)^۲} = ۱۰\Omega$$

$$Ve = I_۱ . Z_۱ = ۴ \times ۱۰ = ۴۰ \text{ v}$$

ب) ابتدا جریان شاخه‌ی دوم را با بدست آوردن امپدانس بدست می‌آوریم.

$$Z_۲ = \sqrt{R_۲^۲ + X_c^۲} = \sqrt{(۱۰\sqrt{۳})^۲ + (۱۰)^۲} = ۲۰\Omega$$

$$I_۲ = \frac{Ve}{Z_۲} = \frac{۴۰}{۲۰} = ۲ \text{ A}$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به ترسیم دیاگرام برداری می‌باشد.

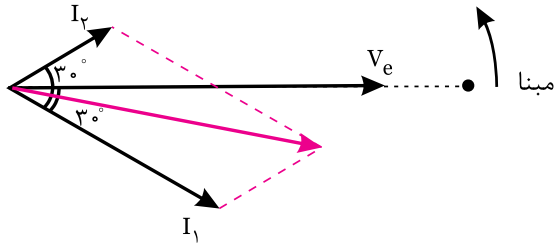
- ابتدا مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $I_۱$ را رسم کنید.
- ولتاژ منبع $\varphi_۱$ درجه از جریان $I_۱$ جلوتر است چون شاخه‌ی اول سلفی است.

$$Cos\varphi_۱ = \frac{R_۱}{Z_۱} = \frac{۵\sqrt{۳}}{۱۰} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \varphi_۱ = ۳۰^\circ$$

- جریان $I_۲$، $\varphi_۲$ درجه از ولتاژ منبع جلوتر است چون شاخه‌ی دوم خازنی است.

$$Cos\varphi_۲ = \frac{R_۲}{Z_۲} = \frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲۰} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \varphi_۲ = ۳۰^\circ$$

- با توجه به موقعیت $I_۱$ و $I_۲$ ، بردار جریان منبع را رسم می‌نماییم.




شکل (۱۶۲-۶)

چون $I_۱$ و $I_۲$ دارای $۶۰^\circ$ اختلاف فاز می‌باشد برآیند آن‌ها می‌شود.

$$I_e = \sqrt{I_۱^۲ + I_۲^۲ + ۲I_۱I_۲ . Cos۶۰} =$$

$$\sqrt{۴^۲ + ۲^۲ + ۲(۲)(۴)(\frac{۱}{۲})}$$

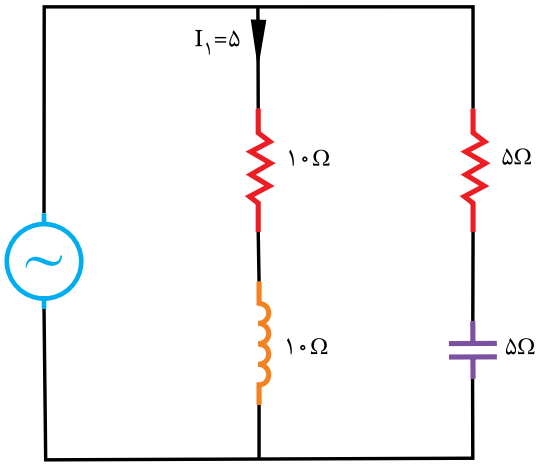
$$I_e = \sqrt{۱۶ + ۴ + ۸} = ۵/۲۹ \text{ A}$$

## فعالیت ۳۲

در مدار شکل (۱۶۳-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_{I_۱} = ۰$ )



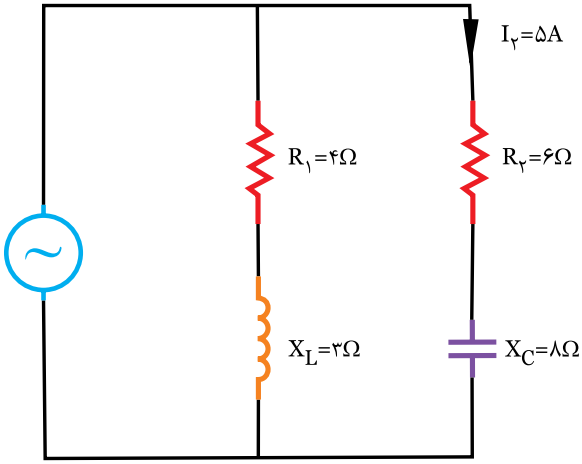

شکل (۱۶۳-۶)

## تمرین

در مدار شکل (۱۶۵-۶) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع (با فرض $\theta_{I_2}=0$ )




شکل (۱۶۵-۶)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## حل

الف)

$$Z_1=\sqrt{R_1^{\,2}+X_L^{\,2}}=\sqrt{(10)^2+(.....)^2}=.....\Omega$$

$$Ve=Z_1\,.\,I_1=(.....)+(5)=.....\ v$$

ب)

$$Z_2=\sqrt{R_2^{\,2}+X_c^{\,2}}=\sqrt{(5)^2+(.....)^2}=.....\Omega$$

$$I_2=\frac{Ve}{Z_2}=\frac{.....}{.....}=.....\ A$$

برای بدست آوردن جریان منبع نیاز به ترسیم دیاگرام برداری می‌باشد.

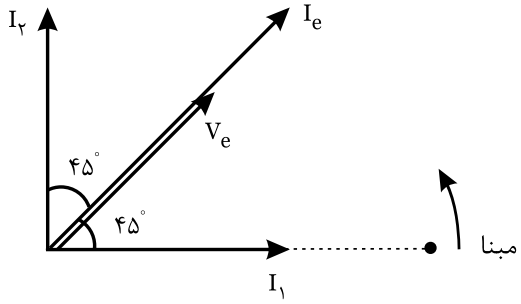
- چون شاخه‌ی $I_1$ پس فاز است لذا ولتاژ منبع (ولتاژ شاخه‌ی اول) $\varphi$ درجه جلوتر از $I_1$ می‌باشد.

$$Cos\varphi_1=\frac{R_1}{Z_1}=\frac{10}{.....}=.....\Rightarrow \varphi_1=45^\circ$$

- چون شاخه‌ی $I_2$ پیش فاز است لذا جریان $I_2$، $\varphi_2$ درجه از ولتاژ منبع (ولتاژ شاخه‌ی دوم) جلوتر است.

$$Cos\varphi_2=\frac{R_2}{Z_2}=\frac{5}{.....}=.....\Rightarrow \varphi_2=45^\circ$$

- با موقعیت $I_1$ و $I_2$ ، جریان منبع بدست می‌آید.




شکل (۱۶۴-۶)

از آنجائیکه $I_1$ و $I_2$ برهم عمودند، برآیند آن‌ها به صورت زیر می‌باشد.

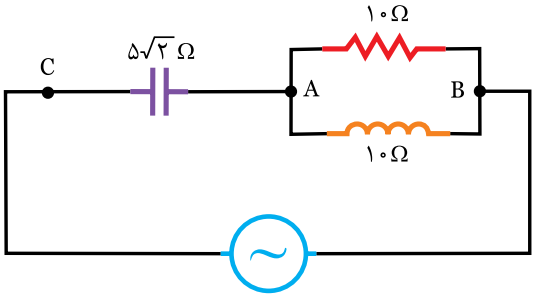
$$Ie=\sqrt{I_1^{\,2}+I_2^{\,2}}=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}=.....A$$

**۱**- در مدار شکل (۶-۱۶۶) مطلوبست:

الف) جریان کل مدار

ب) ولتاژ کل منبع

ج) امپدانس کل مدار




$V_{AB}=۱۰۰v$

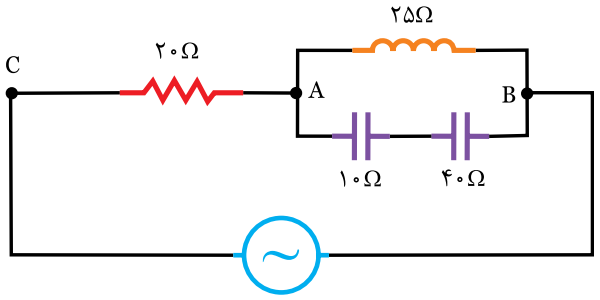
شکل (۶-۱۶۶)

**۲**- در مدار شکل (۶-۱۶۷) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) در فضای مجازی توسط مولتی‌سیم بررسی کنید.



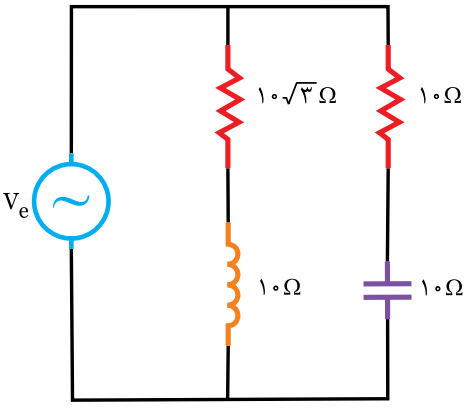

$V_{AB}=۲۰۰V$

شکل (۶-۱۶۷)

**۳**- در مدار شکل (۶-۱۶۸) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) امپدانس کل مدار




$V_e=۱۰۰V$

شکل (۶-۱۶۸)

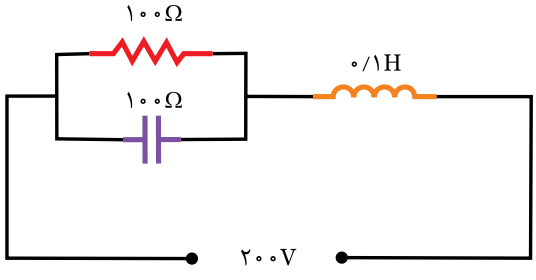
**۴**- فرکانس زاویه‌ای تشدید ($\omega_r$) در شکل (۶-۱۶۹) چند رادیان بر ثانیه است.

۱) ۱۰۰۰

۲) ۲۵۰

۳) ۲۰۰۰

۴) ۵۰۰




شکل (۶-۱۶۹)

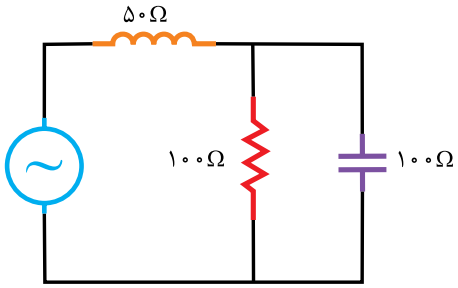
**۵**- ضریب توان مدار در شکل (۶-۱۷۰) کدام است.

۱) ۰/۵

۲) ۰/۸

۳) ۰/۷

۴) ۱




شکل (۶-۱۷۰)

**۶**- در مدار RLC سری در حالت تشدید قرار دارد اگر R دو برابر و L نیز دو برابر شود، پهنای باند ..... می‌شود.

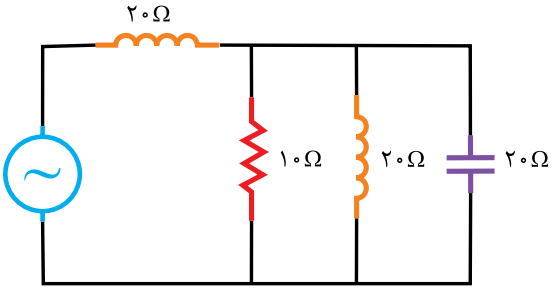
۱) بی‌نهایت

۲) نصف

۳) دو برابر

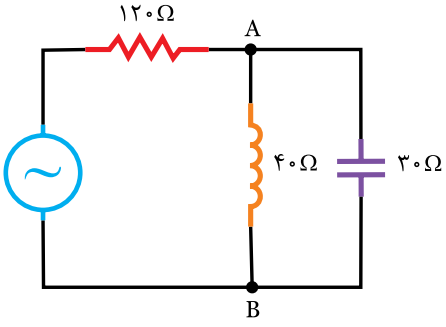
۴) تغییر نمی‌کند.

**۷**- در شکل (۶-۱۷۱) اگر ولتاژ کل ۵۰ ولت باشد جریان کل را بدست آورید.




شکل (۶-۱۷۱)

**۸**- در مدار شکل (۶-۱۷۲) اگر $V_{AB}$= ۶۰V باشد، ولتاژ کل را بدست آورید.




شکل (۶-۱۷۲)

فصل هفتم
مدار جریان های سه فاز
مدار
سه فاز
توان اکتیو
بارهای متعادل
جریان‌های فاز و خط
حوزه‌ی دوار مغناطیسی
دامنه
الکتروموتور
Balanced Loads
جریان خطی
ولت آمپر
وضعیت ستاره
جریان
موج سه فاز
Sequnece Phase
3PhaseSystem
خاصیت خازنی
توان
AA'
آسنگرون
Three Phase System
ضربان موج یکسو شده
جریان متناوب
رسم دیاگرام
دامنه
پتانسیل
حوزه‌ی دوار مغناطیسی
اتصال ستاره توان بخترینی
Triangular Form
جریان فازی دوبه فاز
RS
کردش مکانیکی

خلاصه درس

## ۱-۷- مدارهای سه فاز:

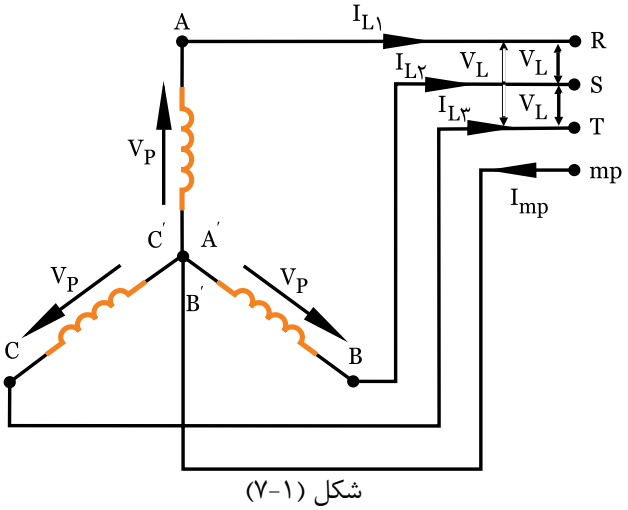
ساختمان ساده‌ی مولدهای سه فاز موجب شده است که انرژی الکتریکی در شکل سه فاز راحت‌تر و ارزان‌تر تولید شود. علاوه بر آن مزایای دیگری نیز برای برق سه فاز می توان برشمرد :

۱- توان الکتریکی در مصرف کننده‌های سه فاز متصل به شبکه هیچ وقت صفر نمی‌شود.
۲- ضربان موج یکسو شده سه‌فاز نسبت به یک فاز بسیار کمتر می‌باشد.
۳- در مصرف کننده‌های موتوری سه فاز حوزه‌ی دوار مغناطیسی ایجاد می‌کند لذا این مصرف کننده‌ها نیاز به راه انداز موتوری، مانند الکتروموتورهای یک فاز ندارند.

**تولید جریان متناوب سه فاز:**

سه سیم پیچ $BB'$ ،$AA'$ و $CC'$ با اختلاف فاز $120^\circ$ نسبت به یکدیگر قرار دارند که این سه سیم پیچ را می‌توان به دو صورت به یکدیگر وصل کرد.

**الف) به صورت ستاره:**



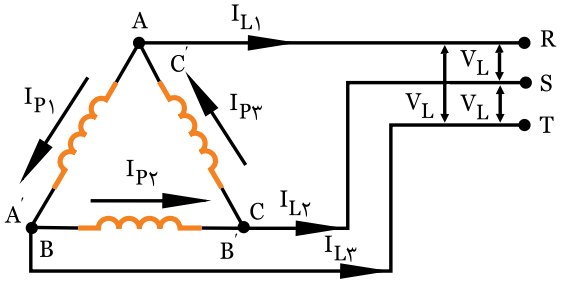

شکل (۱-۷)

$V_{AA'} = Vp$

$V_{BB'} = Vp$

$V_{CC'} = V_P$

**ب) به صورت مثلث:**




شکل (۲-۷)

$V_{AA'} = V_L$

$V_{BB'} = V_L$

$V_{CC'} = V_L$

**چند تعریف مهم:**

**- ولتاژ فازی: ولتاژ دو سر هر یک از سیم پیچ‌ها را گویند. $V_P$**

**- جریان فازی: جریان عبوری از داخل هر یک از سیم پیچ‌ها را گویند. $I_P$**

**- ولتاژ خطی: ولتاژ بین دو خط (RS یا ST یا TR) را گویند. $V_L$**

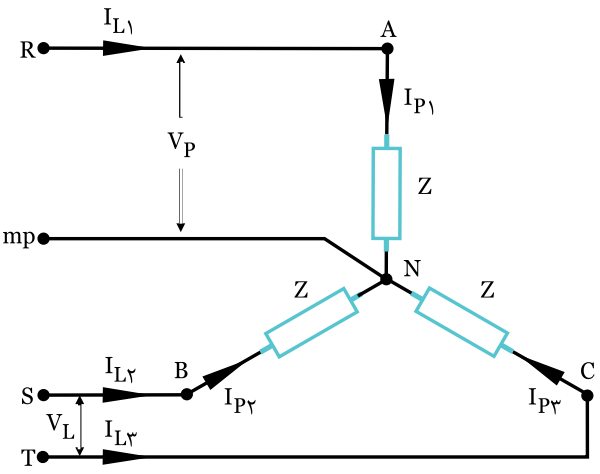
**- جریان خطی: جریان عبوری از خطوط انتقال را گویند. $I_L$**

**بارهای متعادل و نامتعادل:**

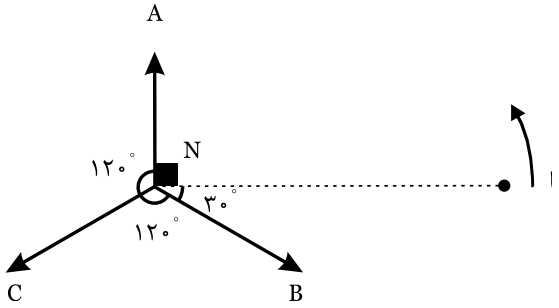
**اگر سه مصرف کننده تمام مشخصاتشان از قبیل دامنه، زاویه فاز، پیش فاز و پس فاز بودن با هم یکی باشند بارها متعادلند و در غیر این صورت بارها نامتعادل هستند.**

## ۲-۷- اتصال ستاره

در اتصال ستاره برای بدست آوردن مجهولات مسأله اگر نیاز به دیاگرام برداری باشد باید دیاگرام برداری ولتاژ فازها را به صورت زیر رسم کنیم و سپس خواسته‌های مسأله را روی آن دنبال کنیم. (شکل ۳-۷)




شکل (۳-۷)




شکل (۴-۷)

در اتصال ستاره همیشه داریم: $V_L = \sqrt{۳}\, V_P$

$I_L = I_P$

**مصرف کننده‌ها در وضعیت ستاره دو حالت دارند:**

**الف) ستاره با بارهای متعادل:**

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم می‌باشد یکی از مصرف کننده‌ها را بدست آورده و سه برابر می‌نماییم.

توان اکتیو کل مدار $P_e = ۳V_P.I_P.Cos\varphi$

توان راکتیو کل مدار $P_d = \pm ۳V_P.I_P.Sin\varphi$

توان ظاهری کل مدار $P_s = ۳V_P I_P$

جریان سیم نول $I_N = ۰$

**ب) ستاره با بارهای نامتعادل:**

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم نمی‌باشند لذا توان هر سه مصرف کننده را با هم جمع می‌نماییم.

$$P_e = V_{P۱}.I_{P۱}.Cos\varphi_۱ + V_{P۲}.I_{P۲}.Cos\varphi_۲ + V_{P۳}.I_{P۳}.Cos\varphi_۳$$

$$P_d = \pm V_{P۱} I_{P۱}.Sin\varphi_۱ \pm V_{P۲}.I_{P۲}.Sin\varphi_۲ \pm V_{P۳}.I_{P۳}.Sin\varphi_۳$$

$$P_S = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}}$$

## به خاطر داشته باشید

۱- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل یک فاز قطع شود توان مصرفی $\frac{۲}{۳}$ توان نامی می‌شود.

۲- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل یک فاز و سیم نول قطع شود توان مصرفی $\frac{۱}{۲}$ توان نامی می‌شود.

۳- اگر در اتصال ستاره با بار متعادل سیم نول قطع شود توان مصرفی تغییر نمی‌کند.

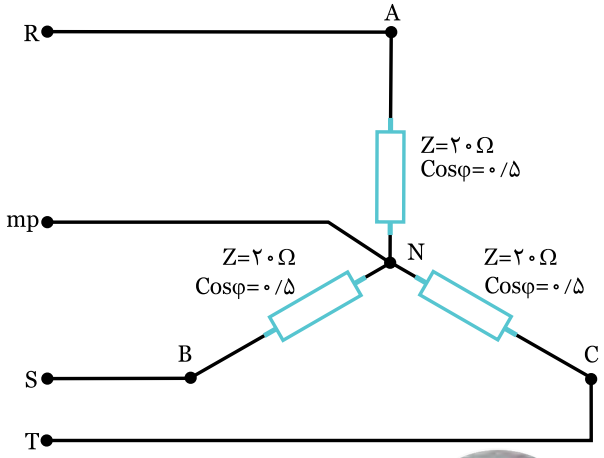
## مثال ۱

در مدار شکل (۵-۷) اگر $V_L$=۳۸۰ ولت باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های موثر و غیر موثر و ظاهری




شکل (۵-۷)

## حل

الف) از آنجائیکه بارها متعادل هستند جریان‌های فازی و خطی هر سه مصرف کننده برابر می‌باشد.

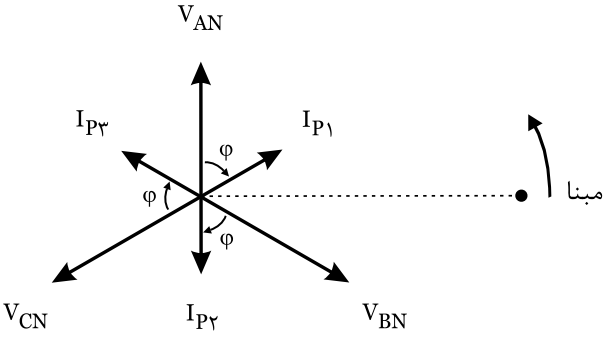
$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۳۸۰}{\sqrt{۳}} = ۲۲۰v$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{۲۲۰}{۲۰} = ۱۱A \Rightarrow I_L = I_P = ۱۱A$$

ب) برای رسم دیاگرام برداری به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌نماییم
- ولتاژ فازها را که استاندارد و با یکدیگر ۱۲۰° اختلاف فاز دارد، ترسیم می‌نماییم.

- چون مصرف کننده‌ها پس فاز هستند جریان هر فاز φ درجه عقب‌تر از ولتاژ فاز مورد نظر ترسیم می‌نماییم.




شکل (۶-۷)

ج)

$P_e = ۳V_P.I_P.Cos\varphi = ۳(۲۲۰)\ (۱۱)\ (۰/۵) = ۳۶۳۰\ w$

$Sin\varphi = \sqrt{۱-Cos\varphi^۲} = \sqrt{۱-(۰/۵)^۲} = ۰/۸۶$

$P_d = ۳Vp.Ip.Sin\varphi = ۳(۲۲۰)(۱۱)(۰/۸۶) = ۶۲۴۳\ VAR$

$Ps = ۳Vp.Ip = ۳(۲۲۰)(۱۱) = ۷۲۶۰ V.A$

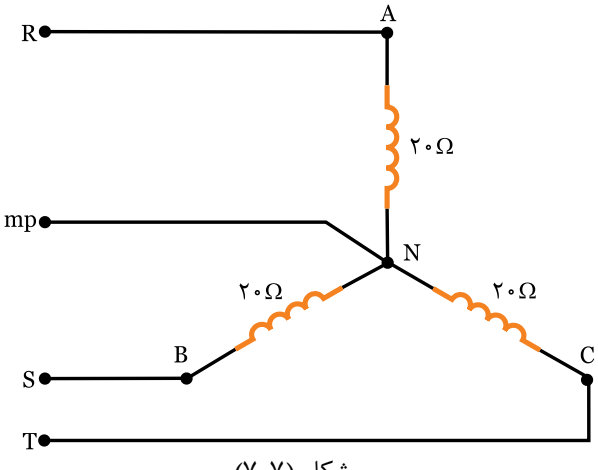
## فعالیت ۱

در مدار شکل (۷-۷) اگر $V_L$=۳۸۰V باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های اکتیو- راکتیو و ظاهری




شکل (۷-۷)

## حل

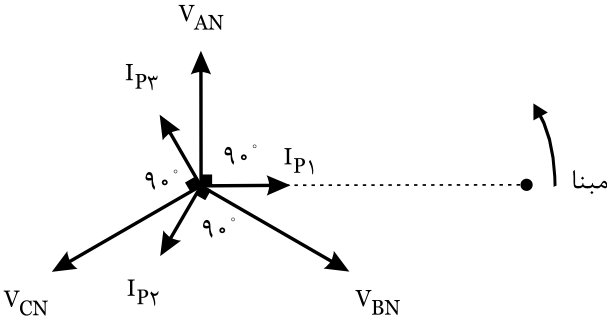
الف)

$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۳۸۰}{.....} = ..... v$

$I_L = I_P = \frac{V_P}{z} = \frac{.....}{۲۰} = ..... A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- ولتاژ فازها را رسم می‌نماییم.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ها سلفی می‌باشد جریان هر فاز ۹۰ عقب‌تر از ولتاژ فازی است.




شکل (۸-۷)

ج) در مصرف کننده‌ی سلفی خالص داریم.

$Cos\varphi = Cos۹۰^\circ = ۰\ ,\quad Sin۹۰^\circ = ۱$

$P_e = ۳V_P.I_P.Cos\varphi = ۳(.....)\ (.....)\ (.....) = ..... w$

$P_d = ۳V_P I_P.Sin\varphi = ۳(.....)\ (.....)\ (.....) = .....VAR$

$P_s = ۳V_P.I_P = ۳\ (.....)\ (.....) = ..... V.A$

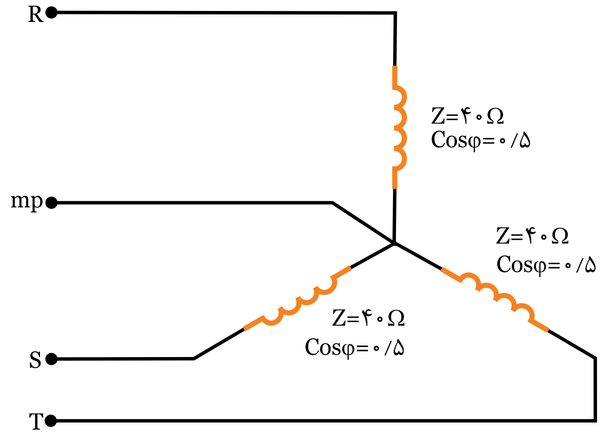
## تمرین

در مدار شکل (۹-۷) اگر $V_L$=۳۸۰V باشد، مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

ج) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار




شکل (۹-۷)

## حل

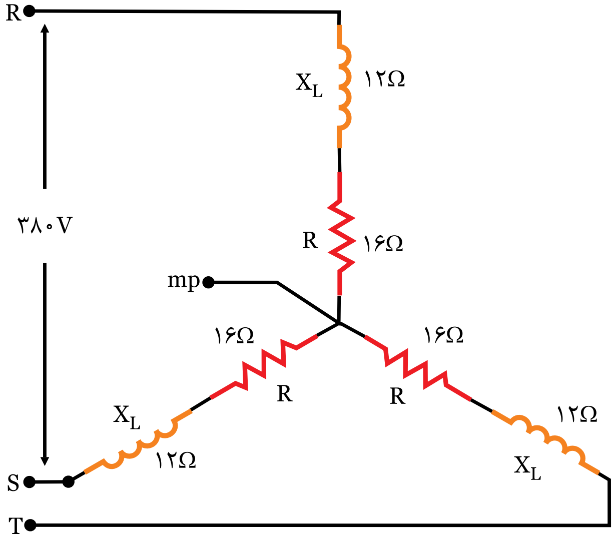
## مثال ۲

در مدار شکل (۱۰-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول




شکل (۱۰-۷)

## حل

الف) ولتاژ بین دو خط داده شده است به همین دلیل ولتاژ فاز به صورت زیر بدست می‌آید.

$$V_p=\frac{V_L}{\sqrt{۳}}=\frac{۳۸۰}{\sqrt{۳}}=۲۲۰\ v$$

از آنجائیکه بارها متعادلند داریم:

$$I_L=I_p=\frac{V_p}{z}=\frac{۲۲۰}{۲۰}=۱۱\ A$$

و در هر شاخه:

$$Z=\sqrt{R^۲+X_L^۲}=\sqrt{۱۶^۲+۱۲^۲}=۲۰\Omega$$

ب)

$$Cos\varphi=\frac{R}{z}=\frac{۱۶}{۲۰}=۰/۸$$

$$P_e=۳V_p.I_p.Cos\varphi=۳(۲۲۰)(۱۱)(۰/۸)=۵۸۰۸W$$

پس فاز

$\text{Sin}\varphi = \frac{X_L}{z} = \frac{۱۲}{۲۰} = ۰/۶$

$P_d = ۳V_P I_P.\text{Sin}\varphi = ۳(۲۲۰)(۱۱)(۰/۶) = ۴۳۵۶ \text{ VAR}$

$P_s = \sqrt{P_e^{۲} + P_s^{۲}} = \sqrt{(۵۸۰۸)^{۲}+(۴۳۵۶)^{۲}} = ۷۲۶۰ \text{ V.A}$

ج) از آنجائیکه بارها متعادلند لذا جریان سیم نول صفر است.

$I_N = ۰$

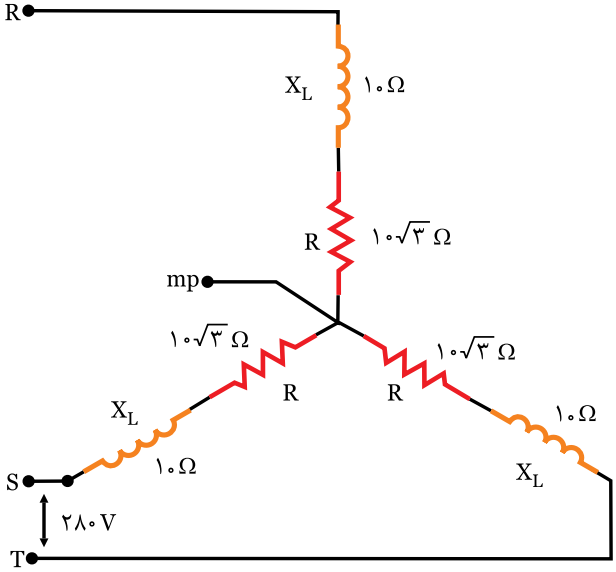
## فعالیت ۲

در مدار شکل (۱۱-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول




شکل (۱۱-۷)

## حل

الف)

$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۲۸۰}{\sqrt{۳}} = \text{.....} \text{ v}$

$Z = \sqrt{R^{۲} + X_L^{۲}} = \sqrt{(۱۰\sqrt{۳})^{۲}+(\text{.....})^{۲}} = \text{.....}\Omega$

$I_L = I_P = \frac{V_P}{z} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....} \text{ A}$

ب)

$\text{Cos}\varphi = \frac{R}{z} = \frac{۱۰\sqrt{۳}}{\text{.....}} = \text{.....}$

$P_e = ۳V_P I_P.\text{Cos}\varphi = ۳(\text{.....})(\text{.....})(\text{.....}) = \text{.....} \text{ w}$

$\text{Sin}\varphi = \frac{X_L}{z} = \frac{۱۰}{\text{.....}} = \text{.....}$

$P_d = ۳V_P I_P.\text{Sin}\varphi = ۳(\text{.....})(\text{.....})(\text{.....}) = \text{.....}\text{VAR}$

$P_s = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(\text{.....})^{۲}+(\text{.....})^{۲}} = \text{.....}\text{V.A}$

ج) $I_N = \text{.....} \text{ A}$

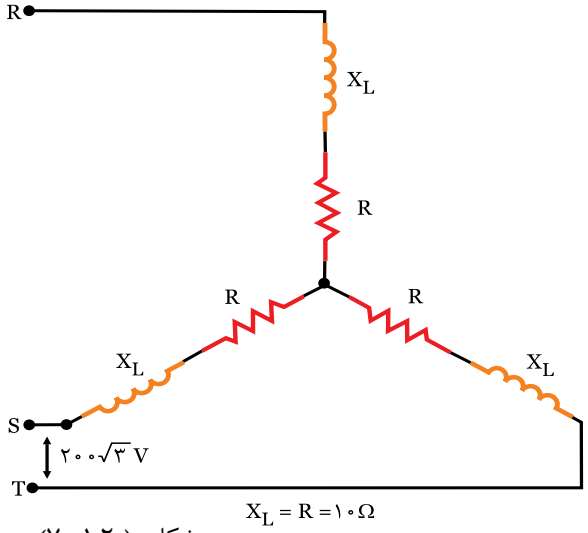
## تمرین

در مدار شکل (۱۲-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

ج) جریان سیم نول




شکل (۱۲-۷)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

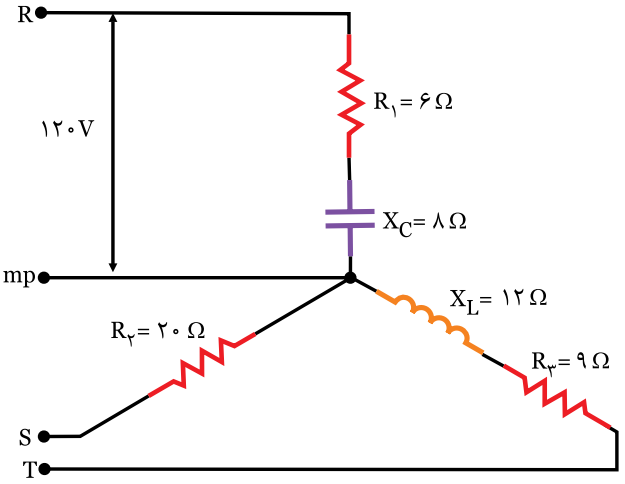
.....

## مثال ۳

در مدار شکل (۱۳-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان




شکل (۱۳-۷)

## حل

الف) از آنجائیکه ولتاژ خط و نول داده شده است لذا ولتاژ فازی می‌باشد. $V_P=۱۲۰v$

در مصرف کننده‌های ستاره همیشه $I_P=I_L$ برابر می‌باشد.

$$Z_۱=\sqrt{R_۱^{۲}+X_L^{۲}}=\sqrt{۶^{۲}+۸^{۲}}=۱۰\Omega$$

$$I_{P۱}=I_{L۱}=\frac{V_P}{z_۱}=\frac{۱۲۰}{۱۰}=۱۲\ A$$

$$Z_۲=R_۲=۱۰\Omega$$

$$I_{P۲}=I_{L۲}=\frac{V_P}{z_۲}=\frac{۱۲۰}{۲۰}=۶\ A$$

$$Z_۳=\sqrt{R_۳^{۲}+X_L^{۲}}=\sqrt{۱۲^{۲}+۹^{۲}}=۱۵\Omega$$

$$I_{P۳}=I_{L۳}=\frac{V_P}{z_۳}=\frac{۱۲۰}{۲۰}=۸\ A$$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را بدست می‌آوریم.

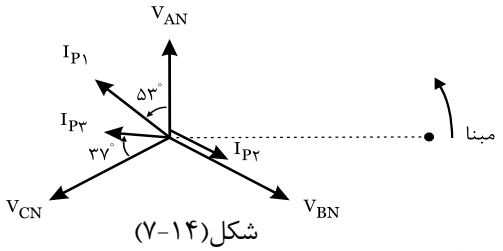
- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژ فازها را که همواره ۱۲۰ درجه اختلاف فاز دارند، رسم نمایید.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی $Z_۱$ خازنی بوده لذا $I_{P۱}$، $\varphi_۱$ درجه جلوتر از ولتاژ فاز R می‌باشد.

$$Cos\varphi_۱=\frac{R_۱}{z_۱}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶\ A \Rightarrow \varphi_۱=۵۳^\circ$$

- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی $Z_۲$ اهمی می‌باشد لذا $I_{P۲}$، هم فاز ولتاژ فاز s می‌باشد.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ی $Z_۳$ سلفی بوده لذا $I_{P۳}$، $\varphi_۳$ درجه عقب‌تر از ولتاژ فاز T می‌باشد.

$$Cos\varphi_۳=\frac{R_۳}{z_۳}=\frac{۱۲}{۱۵}=۰/۸\ A \Rightarrow \varphi_۳=۳۷^\circ$$

- با توجه به موقعیت جریان‌ها دیاگرام به صورت زیر است.



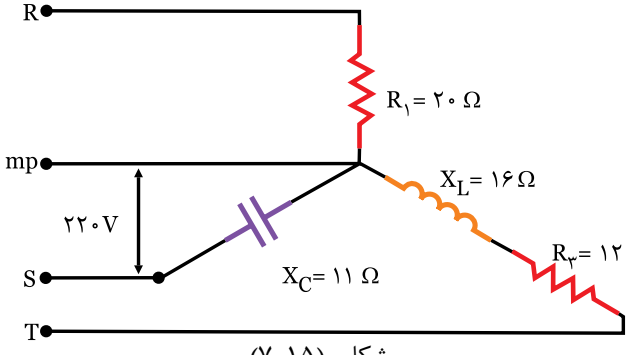

شکل(۱۴-۷)

## فعالیت ۳

در مدار شکل (۱۵-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان




شکل (۱۵-۷)

## حل

الف)

$Z_1 = R_1 = \ldots\ldots\ldots\ \Omega$

$I_{P1} = I_{L1} = \frac{V_P}{z_1} = \frac{۲۲۰}{\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots A$

$Z_2 = X_c = \ldots\ldots\ldots\ \Omega$

$I_{L2} = I_{P2} = \frac{V_P}{z_2} = \frac{۲۲۰}{\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ A$

$Z_3 = \sqrt{R_3^{۲} + X_L^{۲}} = \sqrt{۱۲^{۲} + ۱۶^{۲}} = \ldots\ldots\ldots\ \Omega$

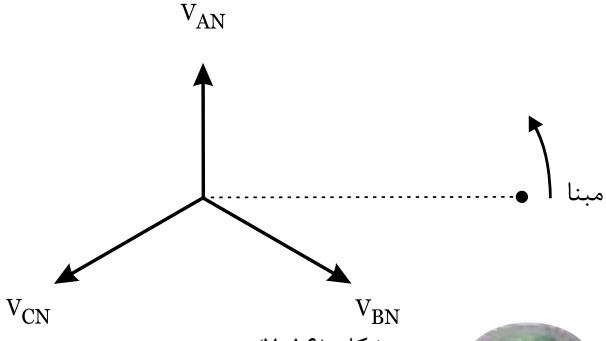
$I_{L3} = I_{P3} = \frac{V_P}{z_3} = \frac{۲۲۰}{\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام دهید.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژ فازها را ترسیم کنید.
- $Z_1$ اهمی می‌باشد لذا جریان $I_{P1}$ هم فاز R ($V_{AN}$) است.
- $Z_2$ خازنی می‌باشد لذا جریان $I_{P2}$، ۹۰ جلوتر از فاز s ($V_{BN}$) است.
- $Z_3$ خاصیت سلفی دارد لذا $I_{P3}$، $\varphi_3$ درجه عقب‌تر از فاز T است.

$Cos\varphi_3 = \frac{R_3}{Z_3} = \frac{۱۲}{\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots A \Rightarrow \varphi_3 = ۵۳^\circ$

- با توجه به موقعیت جریان‌ها دیاگرام برداری را کامل کنید.




شکل (۷-۱۶)

## تمرین

در مدار شکل (۷-۱۷) مطلوبست:

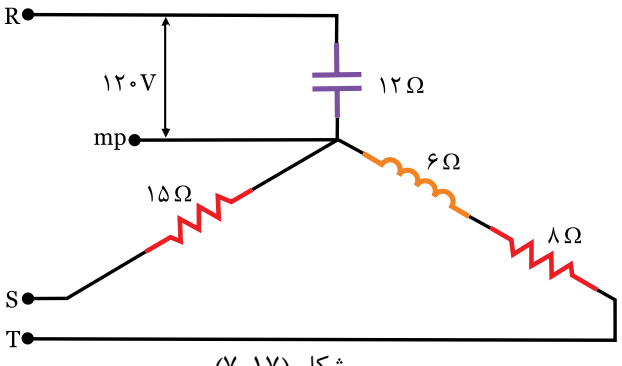
الف) جریان‌های فاز و خط

ب) رسم دیاگرام ولتاژها و جریان‌ها

.....

.....

.....




شکل (۷-۱۷)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

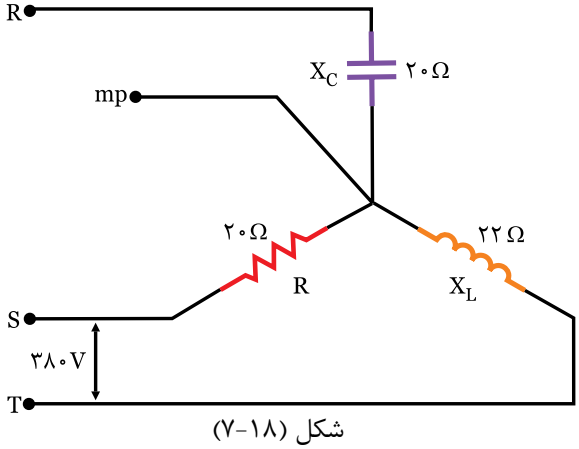
.....

## مثال ۴

در مدار شکل (۷-۱۸) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار




شکل (۷-۱۸)

## حل

الف) ابتدا ولتاژ فازی را بدست می‌آوریم.

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{۳۸۰}{\sqrt{۳}} = ۲۲۰\ v$$

$$I_{P۱} = I_{L۱} = \frac{V_{P۱}}{X_c} = \frac{۲۲۰}{۲۰} = ۱۱\ A$$

$$I_{P۲} = I_{L۲} = \frac{V_P}{R} = \frac{۲۲۰}{۲۰} = ۱۱\ A$$

$$I_{P۳} = I_{L۳} = \frac{V_P}{X_L} = \frac{۲۲۰}{۲۲} = ۱۰\ A$$

ب) از آنجائیکه فاز R دارای مصرف کننده‌ی خازنی است فقط توان راکتیو دارد.

از آنجائیکه فاز S دارای مصرف کننده‌ی اهمی است فقط توان اکتیو دارد.

از آنجائیکه فاز T دارای مصرف کننده‌ی سلفی است فقط توان راکتیو دارد.

$$P_e = P_{e۲} = \frac{V_P^{۲}}{R} = \frac{(۲۲۰)^{۲}}{۲۰} = ۲۴۲۰w$$

$$P_d = -P_{dc} + P_{dL} = -\frac{V_P^{۲}}{X_C} + \frac{V_P^{۲}}{X_L} =$$

$$-\frac{(۲۲۰)^{۲}}{۲۰} + \frac{(۲۲۰)^{۲}}{۲۲} = -۲۲۰VAR$$

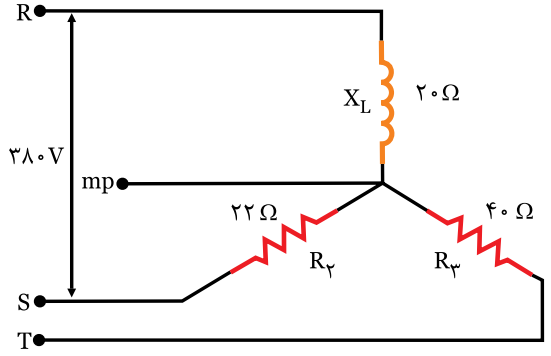
$$P_s = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(۲۴۲۰)^{۲} + (-۲۲۰)^{۲}} = ۲۴۲۱V\,A$$

## فعالیت ۴

در مدار شکل (۱۹-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار




شکل (۱۹-۷)

## حل

الف)

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{۳}} = \frac{.....}{.....} = ..... \ v$$

$$I_{P۱} = I_{L۱} = \frac{V_P}{X_L} = \frac{.....}{۲۰} = ..... \ A$$

$$I_{P۲} = I_{L۲} = \frac{V_P}{R_۲} = \frac{.....}{۲۲} = ..... \ A$$

$$I_{P۳} = I_{L۳} = \frac{V_P}{R_۳} = \frac{.....}{۴۰} = ..... \ A$$

ب)

$$P_e = P_{e۲} + P_{e۳} = \frac{V_P^{۲}}{R_۲} + \frac{V_P^{۲}}{R_۳} = \frac{(.....)^{۲}}{۲۲} + \frac{(.....)^{۲}}{۴۰} = ..... \ W$$

$$P_d = P_{dL} = \frac{V_P^{۲}}{X_L} = \frac{(.....)^{۲}}{۲۰} = .....VAR$$

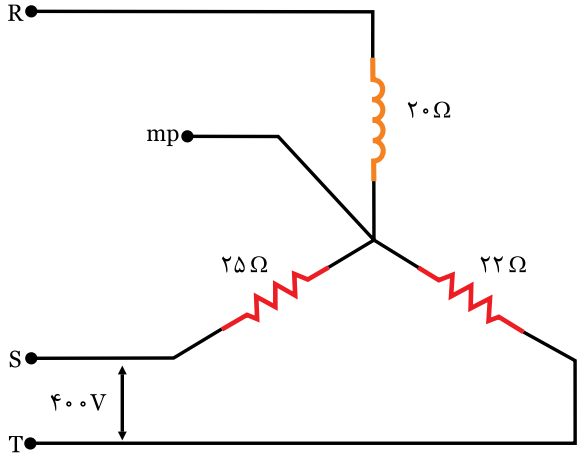
$$Z = \sqrt{P_e^{۲} + P_d^{۲}} = \sqrt{(.....)^{۲} + (.....)^{۲}} = .....V.A$$

## تمرین

در مدار شکل (۲۰-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فاز و خط

ب) توان موثر، غیر موثر و ظاهری کل مدار




شکل (۲۰-۷)

به کمک موتورهای جستجوگر درباره‌ی لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

۱) Three Phase System

۲) Sequnece Phase

۳) Triangular Form

۴) Balanced Loads

۵) Unbalanced Loads

**کار عملی (در صورت امکان):**

سه لامپ ۱۰۰ را به صورت ستاره در کارگاه ببندید و حالت‌های زیر را بررسی کنید.

۱- اگر یکی از لامپ‌ها قطع شود نور لامپ‌های دیگر چه تغییری می‌کند.

۲- اگر یکی از فازها و سیم نول قطع شود وضعیت نور لامپ‌ها را بررسی کنید.

۳- اگر فقط سیم نول قطع شود وضعیت را بررسی کنید.

۱- چنانچه دو بردار F با زاویه ۶۰ باشد برآیند آن دو بردار $\sqrt{۳}F$ است. ☐ صحیح ☐ غلط

۲- چنانچه دو بردار مساوی با زاویه‌ی ۱۲۰ باشد برآیند آن‌ها مساوی یکی از بردارها است. ☐ صحیح ☐ غلط

۳- اگر در مصرف کننده‌هایی که گردش مکانیکی دارند جای دو فاز عوض شود ..... .

۴- در اتصال ستاره با بارهای نامتعادل اگر سیم نول قطع شود رابطه‌ی بین ولتاژ فازی و خطی کدام است.

۱) $V_L=\sqrt{۳}V_P$ ۲) $V_L=V_P$

۳) $V_P=\sqrt{۳}V_L$ ۴) با توجه به مصرف کننده‌ها کم و زیاد می‌شود.

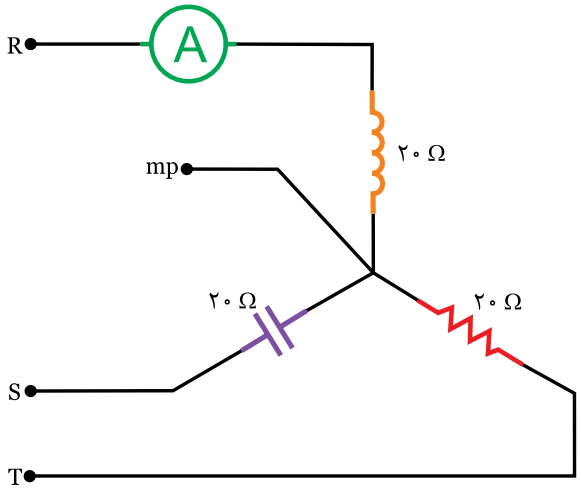
۵- در مدار شکل (۲۱-۷) آمپرمتر چه عددی را نشان می‌دهد.

۱) ۲۲

۲) ۱۱

۳) $۲۲\sqrt{۳}$

۴) $۱۱\sqrt{۳}$




$V_L=۲۲۰\sqrt{۳}V$

شکل (۲۱-۷)

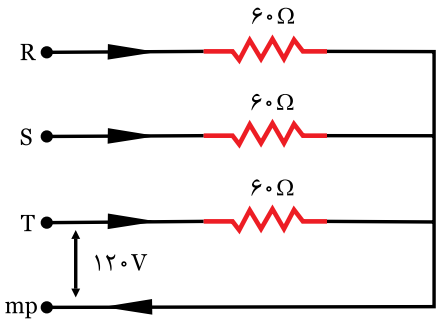
۶- در مدار شکل (۲۲-۷) جریان سیم نول چند آمپر است.

۱) ۲

۲) ۵/۴

۳) ۶

۴) صفر




شکل (۲۲-۷)

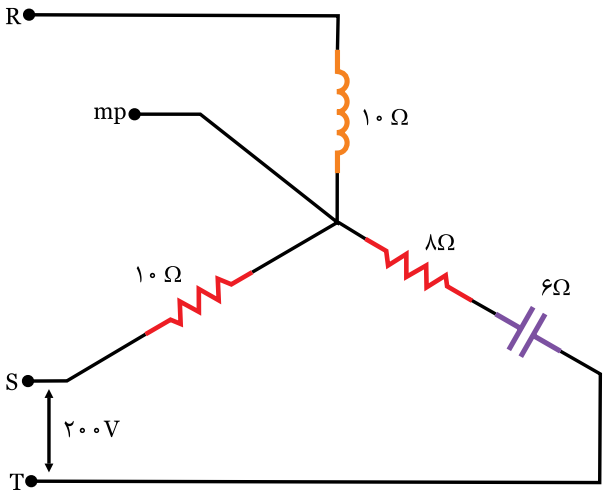
۷- در شکل (۲۳-۷) توان راکتیو چند کیلو وار است.

۱) ۶/۴

۲) ۱/۶

۳) ۴

۴) ۲/۴




شکل (۲۳-۷)

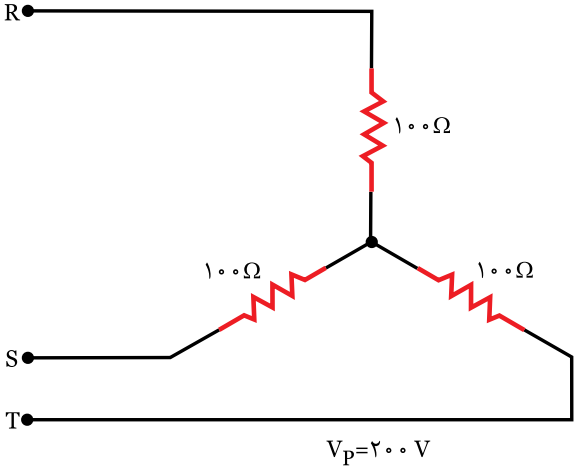
۸- در مدار شکل (۲۴-۷) توان ظاهری چند ولت آمپر است.

۱) ۴۰۰

۲) ۱۲۰۰

۳) ۸۰۰

۴) ۲۴۰۰




شکل (۲۴-۷)

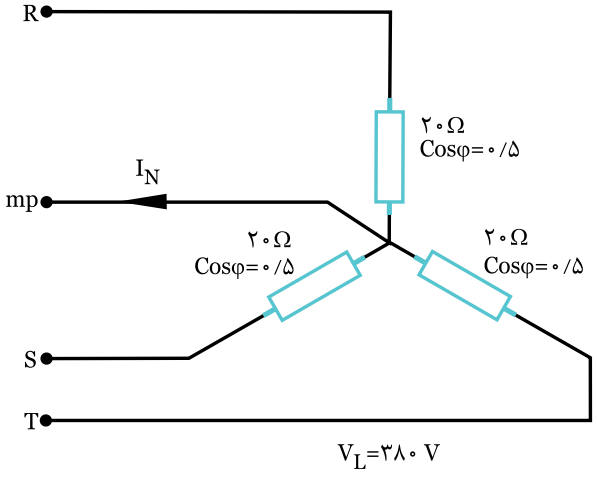
۹- جریان سیم نول در مدار شکل (۲۵-۷) چند آمپر است.

۱) صفر

۲) ۱۱

۳) $۱۱\sqrt{۳}$

۴) ۸/۰۵

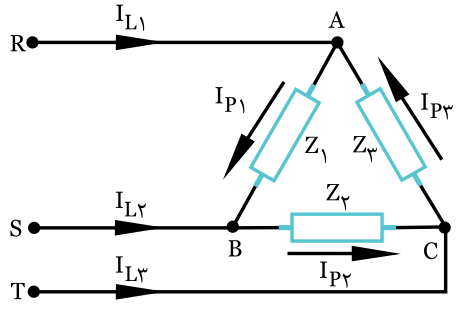



شکل (۲۵-۷)

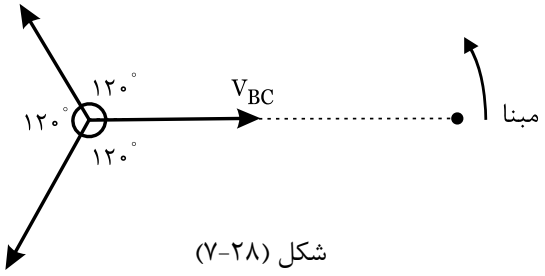
خلاصه درس

## ۳-۷- اتصال مثلث

در اتصال مثلث برای بدست آوردن مجهولات مسئله اگر نیاز به دیاگرام بردار می‌باشد باید دیاگرام برداری ولتاژ خطوط را به صورت زیر رسم کرد و سپس خواسته‌ها را بدست آورد در اتصال مثلث همواره ولتاژ خط با فاز برابر است. $V_L=V_P$




شکل (۷-۲۷)




شکل (۷-۲۸)

$$V_{AB} = V_{P1}$$
$$V_{BC} = V_{P2}$$
$$V_{CA} = V_{P3}$$

**مصرف‌کننده‌ها در وضعیت مثلث دو حالت دارند:**

**الف) مثلث با بارهای متعادل:**

چون توان مصرف‌کننده‌ها شبیه هم می‌باشد یکی از مصرف کننده‌ها را به دست آورده سه برابر می‌نماییم.

از آنجائیکه بارها متعادل هستند جریان خط به صورت زیر بدست می‌آید:

$$I_L = \sqrt{3}\, I_P$$

$$P_e = 3V_P.I_P.\cos\varphi$$

$$P_e = 3V_P.I_P.\sin\varphi$$

$$P_s = 3V_P.I_P$$

**ب) مثلث با بارهای نامتعادل:**

چون توان مصرف کننده‌ها شبیه هم نیستند لذا توان هر سه مصرف کننده را با هم جمع می‌نماییم.

$$P_e = V_{P1}.I_{P1}.\cos\varphi_1 + V_{P2}.I_{P2}.\cos\varphi_2 + V_{P3}.I_{P3}.\cos\varphi_3$$

$$P_d = \pm V_{P1}.I_{P1}.\sin\varphi_1 \pm V_{P2}.I_{P2}.\sin\varphi_2 \pm V_{P3}.I_{P3}.\sin\varphi_3$$

$$P_S = \sqrt{P_e^2 + P_d^2}$$

**چند نکته:**

**۱- اگر در اتصال مثلث با بار متعادل یک مصرف کننده قطع شود توان مصرفی $\frac{2}{3}$ توان نامی می‌شود.**

**۲- اگر در اتصال مثلث با بار متعادل یک فاز (R یا S یا T) قطع شود توان مصرفی $\frac{1}{2}$ توان نامی می‌شود.**

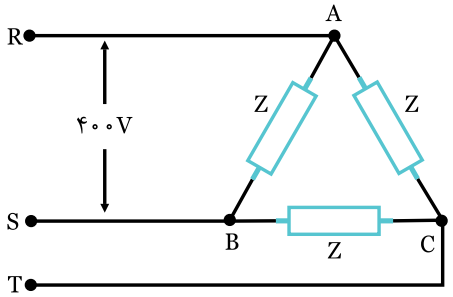
مثال ۵

در مدار شکل (۷-۲۹) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

پس فاز $\cos\varphi = 0/6$ و $Z = 100\ \Omega$




شکل (۷-۲۹)

حل

الف) در اتصال ستاره همواره $V_L=V_P$ می‌باشد. از آنجائیکه بارها متعادلند جریان فازها برابرند.

$$I_P = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{400}{100} = 4A$$

$$I_L = \sqrt{3}\, I_P = \sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}\ A$$

ب) از آنجائیکه بارها متعادلند توان یکی را بدست آورده و سه برابر می‌نماییم.

$P_e = 3V_P.I_P.Cos\varphi = 3(400)\ (4)\ (0/6) = 2880W$

$Sin\varphi = \sqrt{1-Cos\varphi^2} = \sqrt{1-(0/6)^2} = 0/8$

$P_d = 3V_P.I_P.Sin\varphi = 3(400)\ (4)\ (0/8) = 3840VAR$

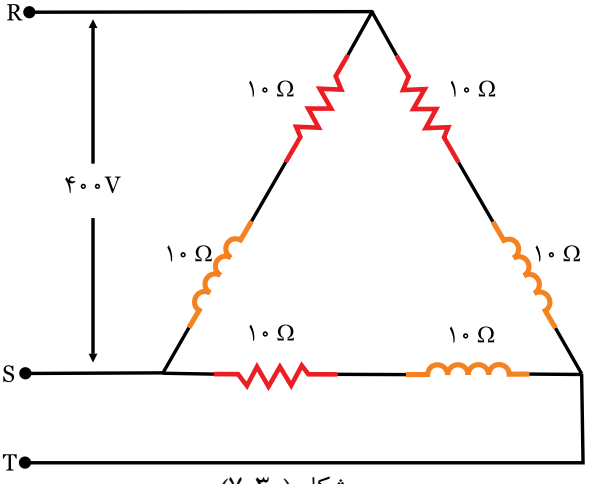
$P_S = 3V_P.I_P = 3\ (400)\ (4) = 4800V\,A$

## فعالیت ۵

در مدار شکل (۳۰-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار




شکل (۳۰-۷)

## حل

الف)

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}\ \Omega$

$V_P = V_L = 400v$

$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{400}{.....} = .....A$

$I_L = \sqrt{3}\ I_P = \sqrt{3}\ (.....) = .....A$

ب) بارها متعادلند لذا توان یک مصرف کننده بدست آورده و سه برابر می‌نماییم.

$Cos\varphi = \frac{R}{z} = \frac{10}{.....} = .....A$

$P_e = 3V_P.I_P.Cos\varphi = (400)\ (.....)\ (.....) = ..... W$

$Sin\varphi = \frac{X_L}{z} = \frac{10}{.....} = .....A$

$P_d = 3V_P\ I_P.Sin\varphi = 3(400)\ (.....)\ (.....) = .....VAR$

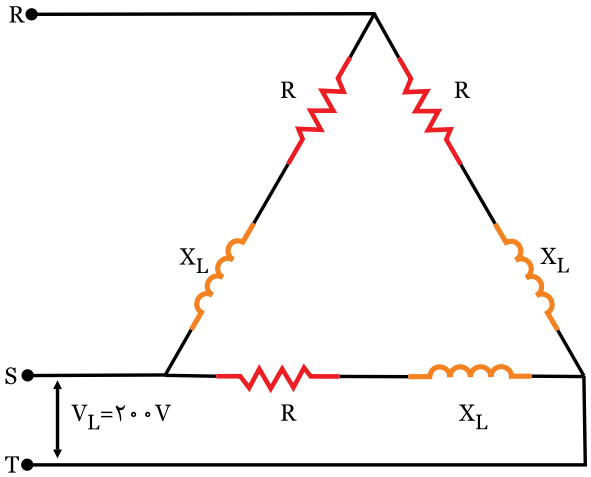
$P_s = 3V_P.I_P = 3\ (400)\ (.....) = ..... V.A$

## تمرین

در مدار شکل (۳۱-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) توان‌های موثر، غیر موثر و ظاهری مدار




$R = 10\ \Omega$

$X_L = 10\sqrt{3}\ \Omega$

شکل (۳۱-۷)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

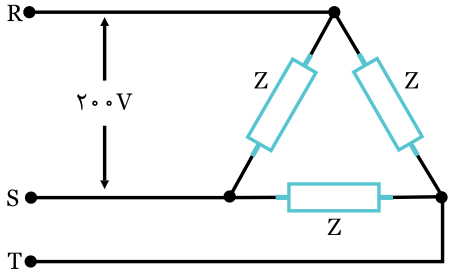
## مثال ۶

در مدار شکل (۳۲-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها

پس فاز $\cos\varphi = ۰/۵$ و $Z = ۲۰\ \Omega$




شکل (۳۲-۷)

### حل

الف)

$V_L = V_P = ۲۰۰V$

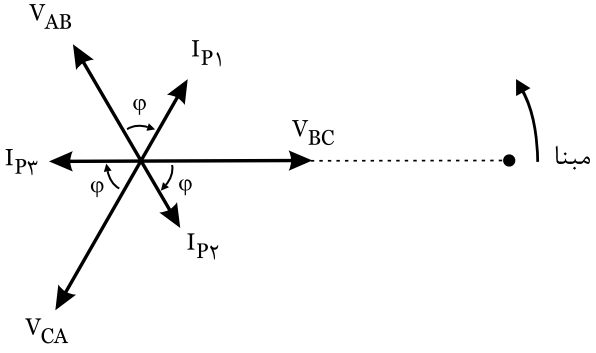
$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{۲۰۰}{۲۰} = ۱۰A$

$I_L = \sqrt{۳}\ I_P = \sqrt{۳}\ (۱۰) = ۱۷/۳\ A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مراحل زیر را انجام دهید.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژهای خط را ترسیم نمایید.
- از آنجائیکه مصرف کننده‌ها پس فاز است لذا جریان فازی $\varphi$ درجه عقب‌تر از ولتاژ خط می‌باشد، که داریم:

$\cos\varphi = ۰/۵ \Rightarrow \varphi = ۶۰^\circ$



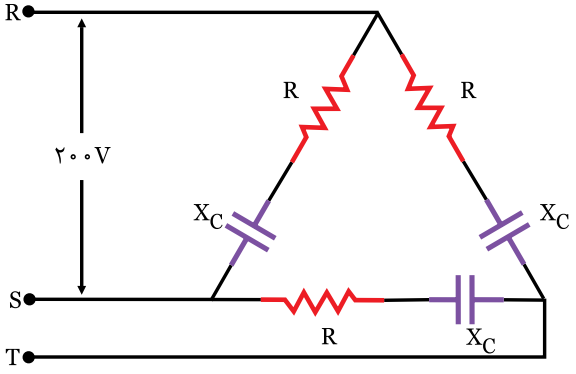

شکل (۳۳-۷)

## فعالیت ۶

در مدار شکل (۳۴-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها




$R = ۱۶\ \Omega$

$X_C = ۱۲\ \Omega$

شکل (۳۴-۷)

### حل

الف)

$Z = \sqrt{R^۲ + X_c^{\ ۲}} = \sqrt{۱۶^۲ + ۱۲^۲} = \ldots\ldots\ \Omega$

$V_L = V_P = ۴۰۰V$

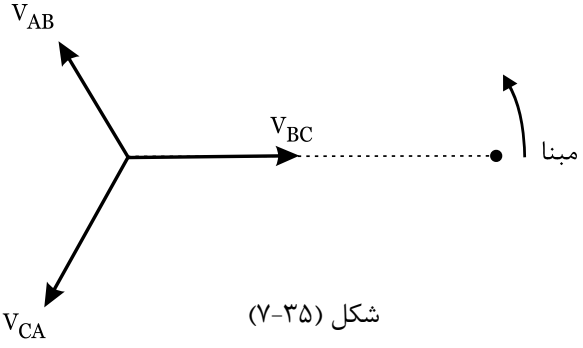
$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{۴۰۰}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$

$I_L = \sqrt{۳}\ I_P = \sqrt{۳}\ (\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری مبنا و ولتاژهای خط را ترسیم کرده و از آنجائیکه مصرف کننده‌ها خاصیت خازنی دارند جریان فاز $\varphi$ درجه جلوتر از ولتاژهای خط می‌باشد.

$\cos\varphi = \frac{R}{z} = \frac{۱۶}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots \Rightarrow \varphi = ۳۷^\circ$

بردار جریان‌ها را کامل نمایید.



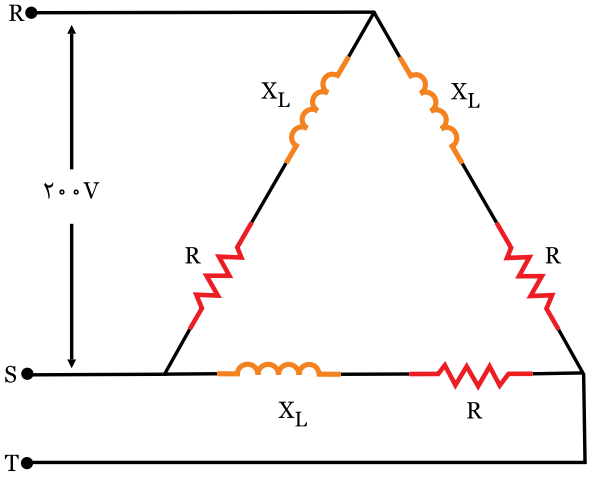

شکل (۳۵-۷)

## تمرین

در مدار شکل (۳۶-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های خط و فاز

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها $R=X_L=۱۰\Omega$




شکل (۳۶-۷)

## حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

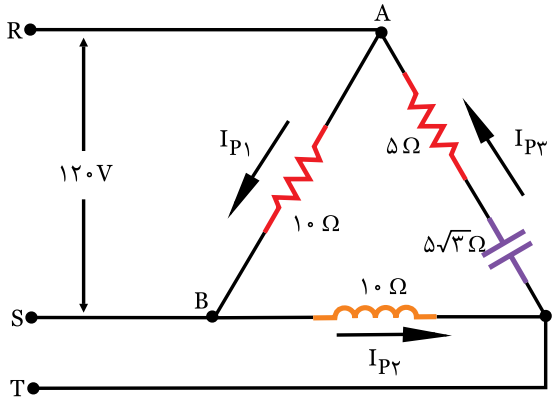
.....

## مثال ۷

در مدار شکل (۳۷-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها




شکل (۳۷-۷)

## حل

الف)

$V_P=V_L=۱۲۰V$

$$I_{P۱}=\frac{V_P}{Z_۱}=\frac{۱۲۰}{۱۰}=۱۲\ A$$

$$I_{P۲}=\frac{V_P}{Z_۲}=\frac{۱۲۰}{۱۰}=۱۲\ A$$

$$Z_۳=\sqrt{R^۲+X_C^{\ ۲}}=\sqrt{۵^۲+(۵\sqrt{۳})^۲}=۱۰\Omega$$

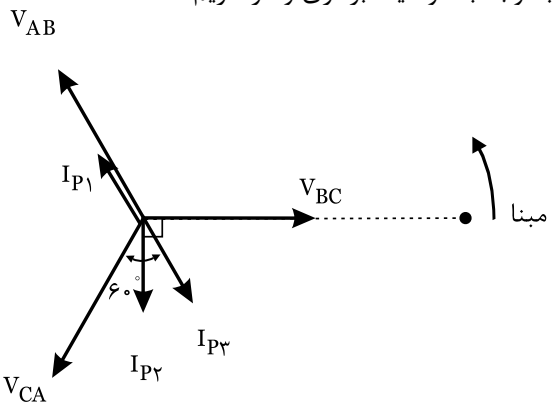
$$I_{P۳}=\frac{V_P}{Z_۳}=\frac{۱۲۰}{۱۰}=۱۲\ A$$

ب) برای رسم دیاگرام برداری به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- ولتاژهای خطی را ترسیم کنید.
- $Z_۱$ اهمی است لذا جریان $I_{P۱}$ هم فاز ولتاژ $(V_{AB})$ می‌باشد.
- $Z_۲$ سلفی است لذا جریان $I_{P۲}$، ۹۰ درجه عقب‌تر از ولتاژ $(V_{BC})$ می‌باشد.
- $Z_۳$ خاصیت خازنی دارد لذا $I_{P۳}$، $\varphi_۳$ درجه جلوتر از ولتاژ $(V_{CA})$ می‌باشد.

$$Cos\varphi_۳=\frac{R_۳}{Z_۳}=\frac{۵}{۱۰}=۰/۵\ A \Rightarrow \varphi_۳=۶۰^\circ$$

- با توجه به موقعیت برداری ولتاژ داریم.



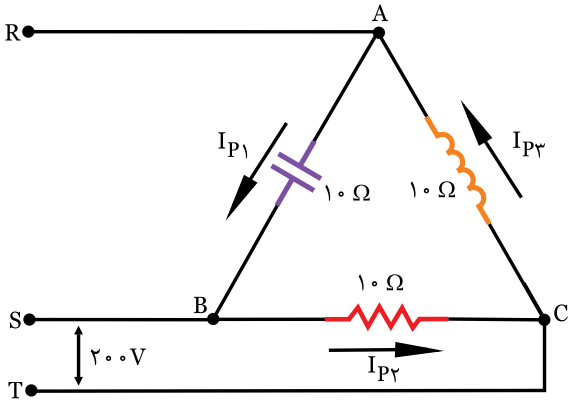

شکل (۳۸-۷)

## فعالیت ۷

در مدار شکل (۳۹-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها




شکل (۳۹-۷)

## حل

الف)

$V_L = V_P = ۲۰۰V$

$I_{P1} = \frac{V_P}{Z_1} = \frac{۲۰۰}{.....} = ..... A$

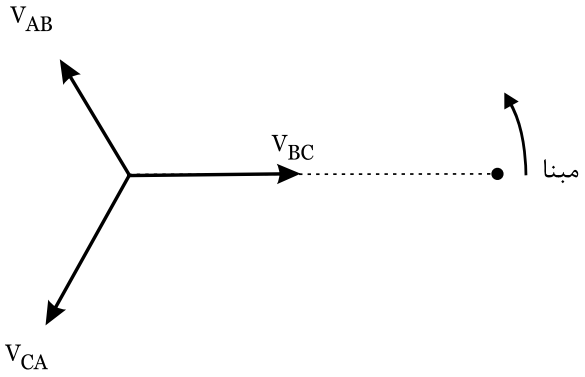
$I_{P2} = \frac{V_P}{Z_2} = \frac{۲۰۰}{.....} = ..... A$

$I_{P3} = \frac{V_P}{Z_3} = \frac{۲۰۰}{.....} = ..... A$

ب) برای رسم دیاگرام برداری بعد از تعیین مبنا و ترسیم دیاگرام ولتاژها برای ترسیم جریان‌ها به نکات زیر دقت کنید.

- $Z_1$ خازنی می‌باشد لذا $I_{P1}$ ، ۹۰ جلوتر از ($V_{AB}$) می‌باشد.
- $Z_2$ اهمی می‌باشد لذا جریان $I_{P2}$، هم فاز ($V_{BC}$) می‌باشد.
- $Z_3$ سلفی می‌باشد لذا $I_{P3}$، ۹۰ درجه عقب‌تر از ($V_{CA}$) می‌باشد.

دیاگرام برداری را کامل کنید.



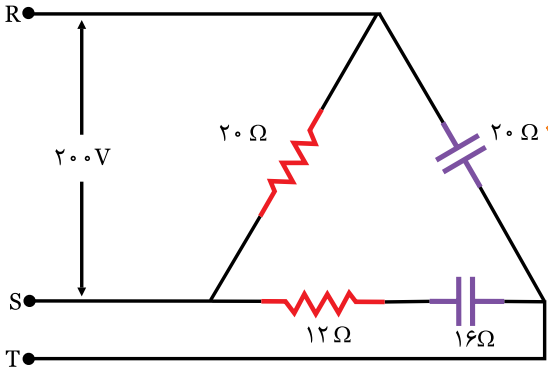

شکل (۴۰-۷)

## تمرین

در مدار شکل (۴۱-۷) مطلوبست:

الف) جریان‌های فازی

ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان‌ها




شکل (۴۱-۷)

## حل

.....

.....

.....

.....

**کار عملی (در صورت امکان):**

سه لامپ ۱۰۰w را به صورت سیستم مثلث در کارگاه ببندید و حالت‌های زیر را بررسی کنید.

۱- اگر یکی از سه لامپ قطع شود نور لامپ‌های دیگر را بررسی کنید.

۲- اگر یکی از خط‌های R یا S یا T قطع شود نور لامپ‌ها دیگر را بررسی کنید.

**۱**- در یک اتصال مثلث با بار متعادل توان مصرفی کل ۱۲۰ وات است. اگر یک فاز قطع شود، توان مصرفی به ۶۰ وات می‌رسد.

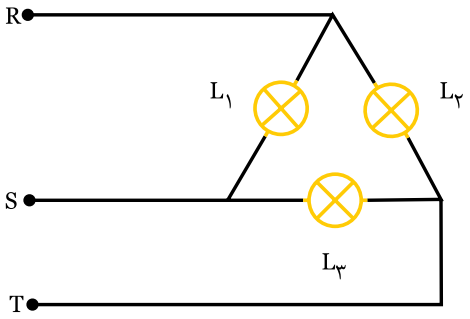
☐ صحیح ☐ غلط

**۲**- اگر در اتصال مثلث مصرف کننده‌ها سیم پیچ باشند با قطع یک فاز احتمال سوختن سیم پیچ‌ها وجود دارد.

☐ صحیح ☐ غلط

**۳**- در مدار شکل (۷-۴۲) اگر فاز R قطع شود جریان $L_1$ نصف می‌شود.

☐ صحیح ☐ غلط




شکل (۷-۴۲)

**۴**- در مدارهای سه فاز در کدام حالت در صورت قطع یک فاز یکی از مصرف کننده‌ها بدون تغییر مانده و ولتاژ دو مصرف کننده دیگر نصف می‌شود؟

۱) ستاره با بار نامتعادل

۲) ستاره با بار متعادل

۳) مثلث با بار متعادل

۴) مثلث با بار نامتعادل

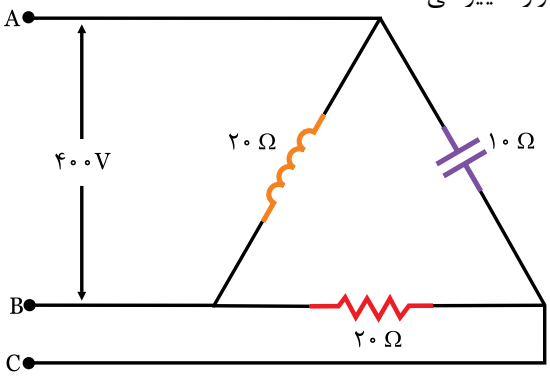
**۵**- در مدار شکل (۷-۴۳) اگر فاز A قطع شود توان راکتیو چند کیلو وار تغییر می‌کند؟

۱) ۸

۲) ۱۶

۳) ۴

۴) تغییر نمی‌کند.




شکل (۷-۴۳)

**۶**- کدام گزینه در مورد اتصال مثلث در بارهای نامتعادل صحیح است.

۱) جریان‌های خطی با هم برابر و جریان‌های فازی متفاوتند.

۲) ولتاژهای خطی و فازی با هم برابر و جریان‌های خطی و فازی متفاوت هستند.

۳) ولتاژهای خطی و جریان‌های خطی با هم متفاومتند.

۴) ولتاژهای خطی و فازی متفاوت و جریان‌های خطی و فازی برابرند.

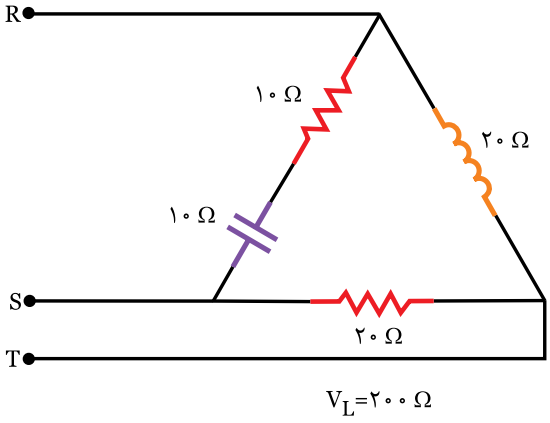
**۷**- در مدار شکل (۴۴-۷) توان مصرفی چند کیلو وات است.

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸




شکل (۴۴-۷)

**۸**- برای راه‌اندازی موتورهای سه فاز آسنکرون ابتدا به صورت ..... راه‌اندازی کرده و سپس به صورت ..... استفاده می‌شود.

**۹**- بارهای متعادل سه فاز یعنی بارهایی که مقدار اهمی آن یکسان باشد. ☐ صحیح ☐ غلط

**۱۰**- مقدار ولتاژ یکسو شده‌ی موج سه فاز از مقدار ولتاژ یکسو شده‌ی یک فاز بیشتر است. ☐ صحیح ☐ غلط