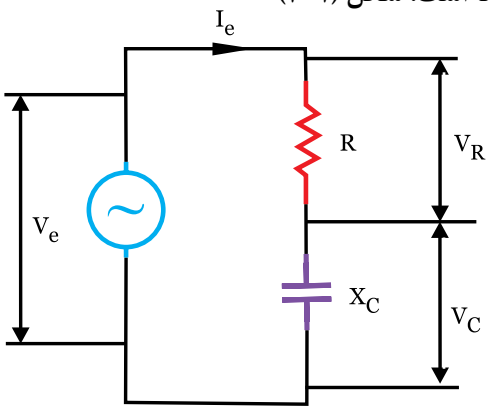
فصل چهارم

مدار RC سری و RC موازی

خلاصه درس

۴-۱- مدار R-C سری

در این مدار یک مقاومت اهمی (R) با یک خازن (c) به منبعی با جریان متناوب وصل می‌شود. **مانند کلیه مدارهای سری جریان در تمام مدار یکسان است و عامل مشترک و مبنا است. شکل (۴-۱)**



شکل (۴-۱)

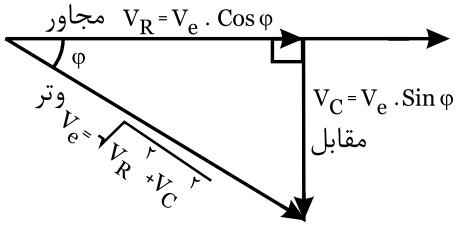
۴-۲-مثلث ولتاژ

اضلاع این مثلث عبارتند از:

V_R: ولتاژ دو سر مقاومت اهمی که هم فاز با جریان است.

V_C: ولتاژ دو سر مقاومت خازنی که ۹۰ درجه پس فاز است.

V_e: ولتاژ کل که برآیند برداری ولتاژهای V_R و V_c است و φ درجه پس فاز است. شکل (۴-۲)



شکل (۴-۲)

در این مدار φ عددی منفی است یعنی جریان نسبت به ولتاژ پیش فاز است.

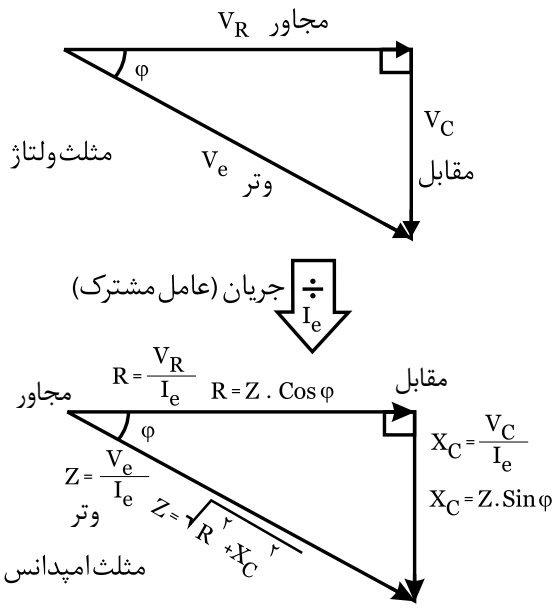
۴-۳- مثلث امپدانس

اگر اضلاع مثلث ولتاژ را بر عامل مشترک یعنی I_e تقسیم کنیم، اضلاع مثلث امپدانس (z) بدست می‌آید. شکل (۴-۳)

R: مقاومت اهمی

X_c: مقاومت خازنی

Z: امپدانس

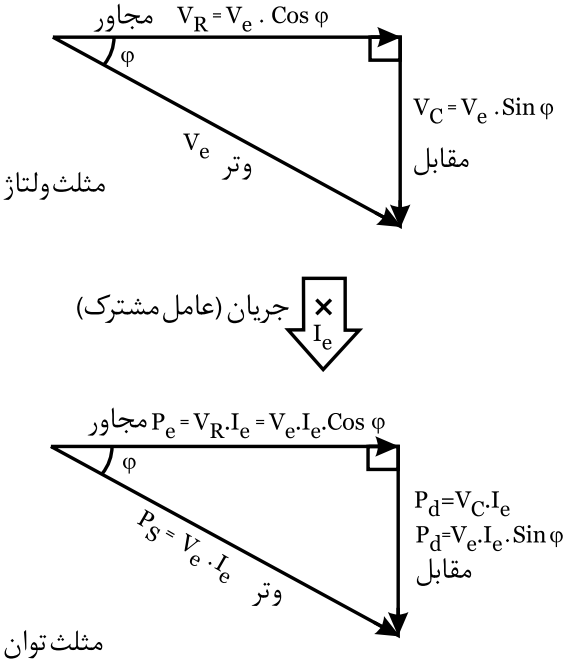


شکل (۴-۳)

۴-۴- مثلث توان

اضلاع این مثلث عبارتند از: P_e توان اکتیو، P_d توان راکتیو و P_s توان ظاهری. مثلث توان به دو روش بدست می‌آید:

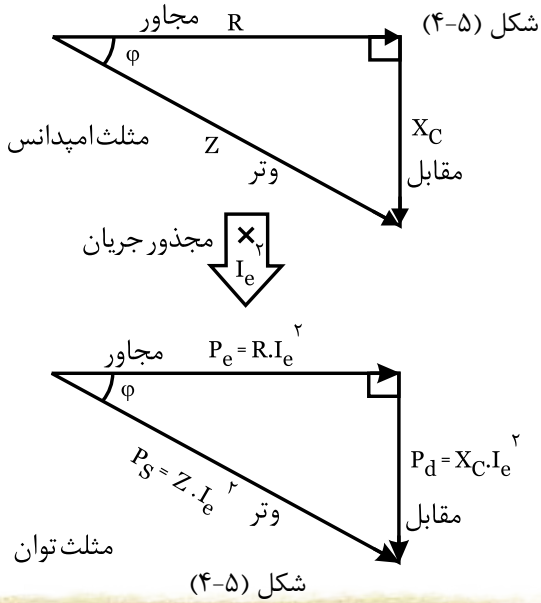
۱) اگر اضلاع مثلث ولتاژ را در عامل مشترک یعنی I_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴)



شکل (۴-۴)

۲) اگر اضلاع مثلث امپدانس را مجذور عامل مشترک یعنی I_e^2 ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید:

شکل (۴-۵)



شکل (۴-۵)

در این مدار φ و P_d مقداری منفی را دارد زیرا جریان پیش فاز است.

۴-۵- ضرائب یا نسبت‌های مثلثاتی

بین اضلاع مثلث‌های ولتاژ، امپدانس و توان نسبت‌های مثلثاتی مثل Cos φ ، Sin φ و Tan φ برقرار است که بطور خلاصه می‌توان نوشت:

ضریت قدرت راکتیو

$$\text{Sin } \varphi = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_c}{V_e} = \frac{X_c}{Z} = \frac{P_d}{P_s}$$

ضریت قدرت اکتیو

$$\text{Cos } \varphi = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{Ve} = \frac{R}{Z} = \frac{Pe}{Ps}$$

ضریب کیفیت

$$Q = \text{tg } \varphi = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{V_c}{V_R} = \frac{X_c}{R} = \frac{P_d}{P_e}$$

مثلث توان	مثلث امپدانس	مثلث ولتاژ

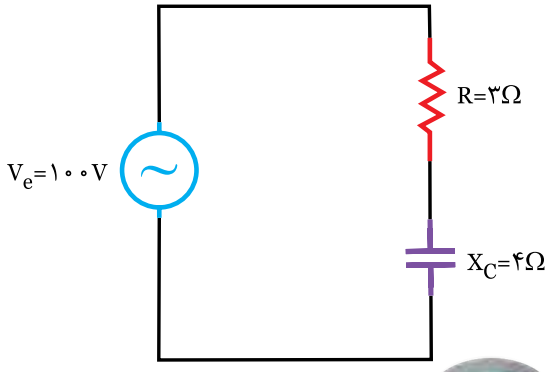
مثال ۱

در مدار الکتریکی شکل (۴-۶) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار Z

ب) جریان مدار I_e

ج) توان‌های اکتیو P_e، راکتیو P_d، ظاهری P_s



شکل (۴-۶)

حل

الف) با معلوم بودن مقادیر R و X_c، امپدانس مدار محاسبه می‌شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{۳^2 + ۴^2} \Rightarrow Z = \sqrt{۹+۱۶}$$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{۲۵} \Rightarrow \boxed{Z = ۵\Omega}$$

ب) جریان مدار Ie، طبق قانون اهم محاسبه می‌شود:

$$Ie = \frac{V_e}{Z} = \frac{۱۰۰}{۵} \Rightarrow \boxed{I_e = ۲۰A}$$

ج) با توجه به اضلاع مثلث توان می‌توان نوشت:

توان اکتیو

$$P_e = R \times I_e^2 \Rightarrow P_e = ۳ \times (۲۰)^2 \Rightarrow \boxed{P_e = ۱۲۰۰W}$$

توان راکتیو

$$P_d = X_c \times I_e^2 \Rightarrow P_d = ۴ \times (۲۰)^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{c} P_d = -۱۶۰۰VAR \\ \text{با توجه به خازنی بودن مدار، } P_d \text{ منفی است} \end{array}}$$

$$P_s = Z \times I_e^2 \Rightarrow P_s = ۵ \times (۲۰)^2 \Rightarrow \boxed{P_s = ۲۰۰۰V\,A}$$

مقادیر Pe، Pd و Ps را می‌توان از روابط زیر نیز محاسبه کرد. پس از محاسبه با جواب‌های بدست آمده ، مقایسه کنید.

$$P_s = V_e \times I_e$$

$$P_s = P_s \times \text{Cos } \varphi$$

$$P_d = P_s \times \text{Sin } \varphi$$

$$\text{Cos } \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\text{Sin } \varphi = \frac{XC}{Z}$$

فعالیت ۱

۱- روابط زیر را کامل کنید:

$Z=\sqrt{(.....)^{۲}+X_C^{۲}}$

$R=\sqrt{(.....)^{۲}-(X_C)^{۲}}$

$X_c=\sqrt{(.....)^{۲}-(.....)^{۲}}$

$\cos\varphi=\frac{.....}{Z}=\frac{.....}{V_e}=\frac{P_e}{.....}$

$\sin\varphi=\frac{X_c}{.....}=\frac{V_c}{.....}=\frac{P_d}{.....}$

$tg\,\varphi=\ Q=\frac{.....}{.....}=\frac{V_c}{.....}=\frac{.....}{.....}$

$P_e=.....\times I_e=V_e\times I_e\times .....=R\times(.....)^{۲}$

$P_d=.....\times I_e=V_e\times.....\times .....=.....\times(.....)^{۲}$

$P_s=V_e\times .....=V_e\times.....=.....\times I_e^{۲}$

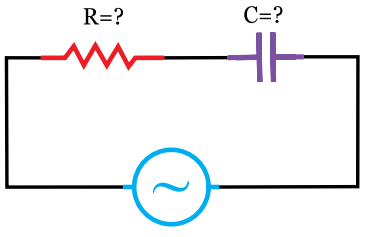
$P_s=\sqrt{(.....)^{۲}+(P_d)^{۲}}$

۲- جدول زیر را کامل کنید.

نام	رابطه	واحد
امپدانس	$Z=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}$	.....
توان اکتیو	$P_e=V_e\times.....\times .....$	.....
ضریب قدرت	$\cos\varphi=\frac{.....}{.....}$	.....
توان راکتیو	$P_d=X_c\times(.....)^{۲}$	.....
مقاومت خازنی	$X_c=\frac{۱}{.....}$	.....

تمرین

۱- در مدار شکل (۴-۷) معادله ولتاژ و جریان منبع $V_{(t)}=۱۰۰\sin(۲۵۰۰t+۱۵^{\circ})$ و $I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\sin(۲۵۰۰t+۳۰)$ است.



شکل (۴-۷)

مطلوبست: مقادیر: الف) R=? و C=?

ب) دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

حل

.....

.....

.....

.....

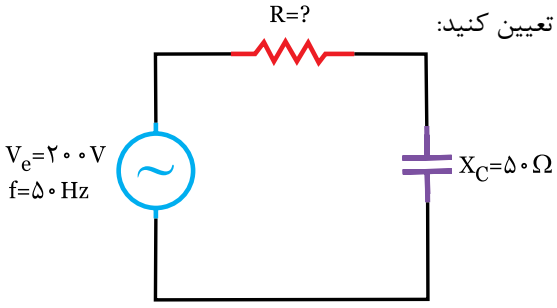
.....

.....

.....

.....

۲- در مدار شکل (۴-۸) ضریب کیفیت مدار برابر با یک است. تعیین کنید:



شکل (۴-۸)

الف) مقدار مقاومت R و امپدانس z

ب) توان‌های و مثلث توان‌ها

حل

.....

.....

.....

.....

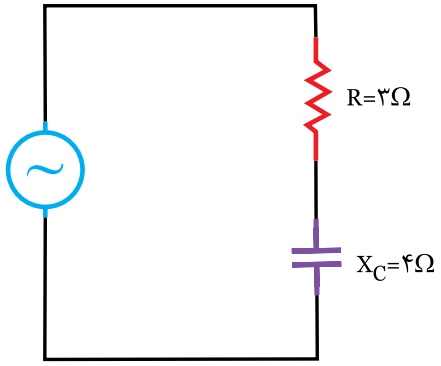
.....

.....

.....

مثال ۲

در مدار الکتریکی شکل (۹-۴) معادله زمانی ولتاژ مدار، $V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t)$ است. معادله زمانی جریان مدار را بنویسید.



$\theta_V=۰^\circ$ زاویه بردار ولتاژ

شکل (۹-۴)

حل

با معلوم بودن معادله ولتاژ: $V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t)$

مقادیر: $Vm=۱۰۰\sqrt{۲}\ (V)$ ، $\theta v=۰$ و $\omega=۱۰۰۰\ \frac{Rad}{S}$ معلوم است.

برای معادله جریان به مقادیر Im و θi احتیاج داریم.

$$Im=\frac{Vm}{Z}\Rightarrow Z=\sqrt{R^۲+Xc^۲}\Rightarrow Z=\sqrt{۴^۲+۳^۲}\Rightarrow Z=۵\ \Omega$$

جریان ماکزیمم مدار: $Im=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۵}\Rightarrow \boxed{Im=۲۰\sqrt{۲}}$

$$\theta i=\theta v-\varphi\Rightarrow \varphi=Cos^{-۱}\frac{R}{Z}\Rightarrow \varphi=Cos^{-۱}\frac{۳}{۵}$$

φ را منفی در نظر میگیریم چون مدار خازنی است

$$\varphi=Cos^{-۱}۰/۶\Rightarrow \varphi=\ominus ۵۳^\circ$$

$$\theta i=\theta v-\varphi\Rightarrow \theta i=۰-(-۵۳^\circ)\Rightarrow \theta i=۰+۵۳\Rightarrow \boxed{\theta i=۵۳^\circ}$$

جریان ۵۳ درجه پیش فاز است.

با معلوم بودن مقادیر $Im=۲۰\sqrt{۲}$ ، $\omega=۱۰۰۰$ و $\theta i=۵۳$

معادله جریان را می‌نویسیم:

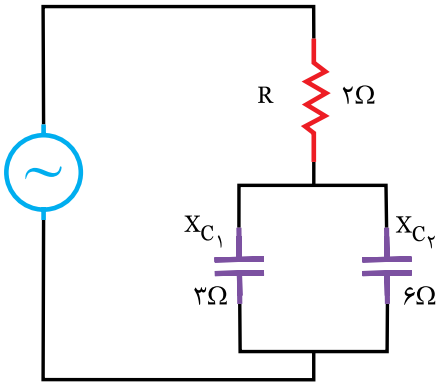
$$I(t)=Im.Sin\ (\omega t+\theta i)$$

$$I_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰t+۵۳^\circ)$$

جریان ۵۳° پیش فاز است.

فعالیت ۲

در مدار شکل (۱۰-۴)، معادله جریان مدار به صورت $I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t)$ است. معادله ولتاژ کل را بنویسید.



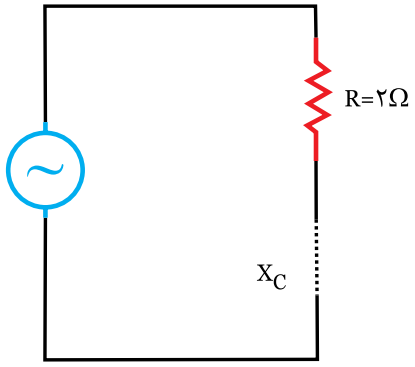
شکل (۱۰-۴)

حل

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

$$X_c=\frac{۶\times۳}{۶+۳}\Rightarrow Xc=\frac{۱۸}{۹}=۲\Omega$$

شکل جدید مدار را کامل کنید: شکل (۱۱-۴)



شکل (۱۱-۴)

$$Z=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}\Rightarrow Z=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}\Rightarrow \boxed{Z=۲\sqrt{۲}\ \Omega}$$

از معادله جریان، مقدار جریان ماکزیمم $Im=۱۰\sqrt{۲}\ A$ ، سرعت زاویه‌ای $\omega=۱۰۰۰\ \frac{Rad}{S}$ و زاویه جریان $\theta i=۰$ معلوم است.

بنابراین برای معادله ولتاژ: Vm و θv را محاسبه می‌کنیم:

$$Vm=Z\times.....\Rightarrow Vm=.....\times.....\Rightarrow \boxed{Vm=.....}$$

$$\varphi=Cos^{-۱}\frac{.....}{Z}\Rightarrow \varphi=Cos^{-۱}\frac{.....}{.....}\Rightarrow \boxed{\varphi=.....}$$

مقدار φ عددی منفی است، زیرا مدار حالت ..... دارد.

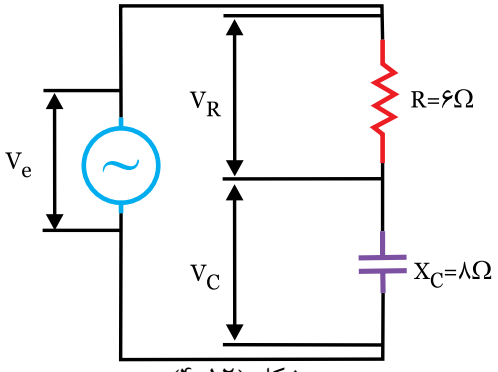
$\varphi=\theta v-\theta i \Rightarrow \theta v=\varphi+\ldots\ldots \Rightarrow$ $\theta v=\ldots\ldots$

معادله ولتاژ:

$V_{(t)}=$ ..... Sin(.....)

تمرین

در مدار شکل (۱۲-۴)، معادله ولتاژ دو سر مقاومت $V_{R(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ Sin\ (۱۰۰۰t)$ است:



شکل (۱۲-۴)

الف)معادله های ولتاژ دوسرخازن $V_{c(t)}$ و ولتاژ کل را بنویسید.

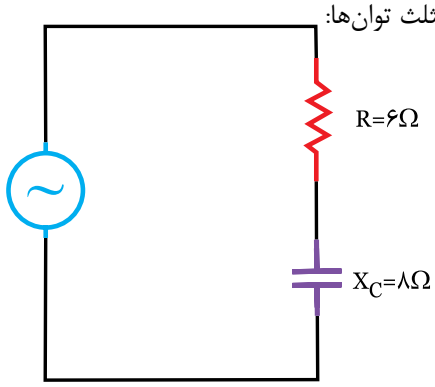
راهنمایی: با معلوم بودن V_R و R جریان مدار را محاسبه کنید:

ب) با معلوم بودن مقادیر V_c، V_R و V_e دیاگرام برداری ولتاژ را رسم کنید.

ج) توان‌های اکتیو P_e، راکتیو P_d و ظاهری P_s را محاسبه کنید.

مثال ۳

در مدار شکل (۱۳-۴) اگر توان اکتیو مدار P_e=۶۰۰ W باشد. مطلوبست توان‌های راکتیو و ظاهری P_d=?، P_s=? و رسم مثلث توان‌ها:



شکل (۱۳-۴)

حل

با توجه به رابطه $P_e=R\cdot I_e^{۲}$ ، می‌توان جریان مدار را محاسبه کرد:

$Pe=R.Ie^{۲} \Rightarrow Ie^{۲} \Rightarrow \frac{Pe}{R} \Rightarrow Ie=\sqrt{\frac{Pe}{R}} \Rightarrow Ie=\sqrt{\frac{۶۰۰}{۶}}$

$Ie=\sqrt{۱۰۰} \Rightarrow$ $Ie=۱۰A$

در مدارهای سری، جریان (I) نقش اصلی را در محاسبات دارد.

توان راکتیومدار P_d از رابطه :

$P_d=Xc.Ie^{۲} \Rightarrow P_d=۸\times(۱۰)^{۲} \Rightarrow$

$P_d=۸\times۱۰۰ \Rightarrow$ $P_d=\ominus ۸۰۰VAR$

چون مدار خازنی (پیش فاز) است، P_d منفی است.

توان ظاهری مدار:

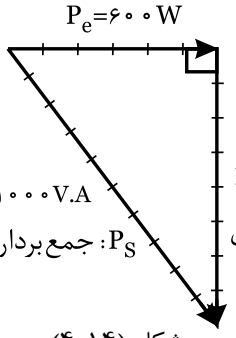
$P_s=\sqrt{P_e^{۲}+P_d^{۲}}$

$P_s=\sqrt{۸۰۰^{۲}+۶۰۰^{۲}} \Rightarrow P_s=\sqrt{۳۶۰۰۰۰^{۲}+۶۴۰۰۰۰^{۲}}$

$P_s=\sqrt{۱۰۰۰۰۰۰} \Rightarrow \boxed{P_s=۱۰۰۰V\,A}$

رسم مثلث توان‌ها: شکل (۴-۱۴)

P_e همیشه مثبت است.



شکل (۴-۱۴)

P_S: جمع برداری P_e و P_d است.

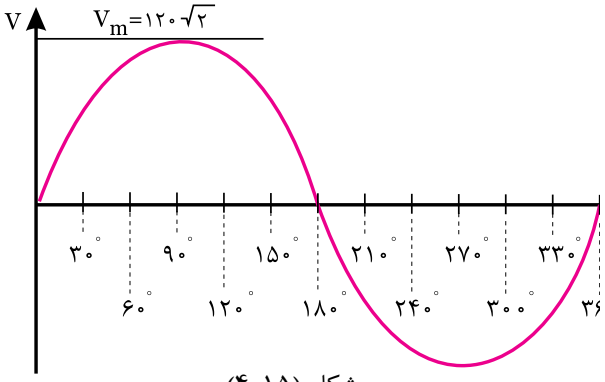
مدار خازنی P_d منفی است.

با توجه به اضلاع مثلث توان و خازنی بودن مدار، مثلث توان رسم می‌شود.

فعالیت ۳

در یک مدار R-C سری، $R=۱۰\,\Omega$، $X_c=۱۰\sqrt{۳}\,\Omega$ است.

چنانچه منحنی ولتاژ مطابق شکل (۴-۱۵) باشد. مطلوبست:



شکل (۴-۱۵)

الف) محاسبه جریان و رسم منحنی جریان روی منحنی ولتاژ

ب) P_e، P_d و P_s را محاسبه کرده و مثلث توان را رسم کنید.

حل

* با معلوم بودن R، X_c ابتدا z را محاسبه می‌کنیم:

$Z=\sqrt{R^{۲}+X_c^{۲}} \Rightarrow Z=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}} \Rightarrow \boxed{Z=.....}$

$Im=\frac{Vm}{.....} \Rightarrow Im=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \boxed{Im=.....}$

* برای تعیین زاویه جریان θi به φ احتیاج داریم:

$\cos\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \cos\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \boxed{\cos\varphi=.....}$

φ عددی منفی است، بنابراین جریان پیش فاز است:

$\varphi=\cos^{-۱}..... \Rightarrow \boxed{\varphi=.....}$

$\theta i=\theta v-\varphi \Rightarrow \theta i=۰-..... \Rightarrow \boxed{\theta i=.....}$

با معلوم بودن Im و θi (پیش فاز نسبت به ولتاژ)منحنی جریان را رسم کنید

ب) محاسبه Pe، Pd و Ps

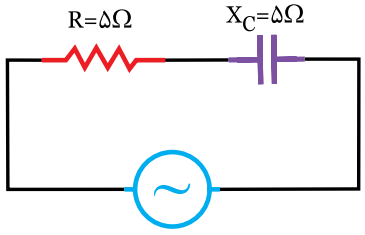
$Pe=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow Pe=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow \boxed{Pe=.....W}$

$Pd=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow Pd=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow \boxed{Pd=.....VAR}$

$Ps=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow Ps=.....\times(.....)^{۲} \Rightarrow \boxed{Ps=.....VA}$

تمرین

در مدار شکل (۴-۱۶) مقادیر R و X_c برابر است. مقادیر زیر را محاسبه کنید:



$I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\,\sin(۱۰۰۰t)$

شکل (۴-۱۶)

الف) امپدانس مدار

ب) معادله ولتاژ کل

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری

راهنمایی: با معلوم بودن X_c و R ، Z را محاسبه کنید.

.....

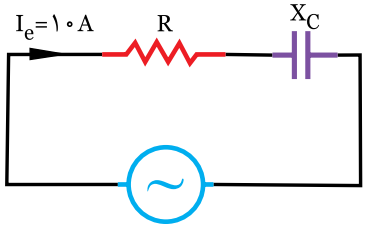
.....

.....

.....

تمرین

در مدار شکل (۴-۱۷) توان اکتیو برابر توان راکتیو است. اگر توان ظاهری $P_s = ۱۰۰۰\sqrt{۲}$ ولت آمپر باشد. مطلوبست:



شکل (۴-۱۷)

الف) R، X_c و z

ب) ولتاژ کل V_e

راهنمایی: چون $P_e=P_d$ است بنابراین مقادیر R و X_c نیز با هم برابر است.

.....

.....

.....

.....

بیشتر بدانید

در مدارات سری R_c و R_L چنانچه مقادیر X_c ، R برابر باشد، می‌توان نوشت:

$R=X_C \Rightarrow$ ..... $Z=R\sqrt{۲}$

$\tan\varphi=Q=۱ \Rightarrow \cos\varphi=\sin\varphi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}=$ ۰/۷۰۷

یعنی جریان ۴۵ درجه پیش فاز است.

$\varphi=-۴۵^\circ$

$P_e=P_d$

$Ps=\sqrt{۲}\ pe$

$V_R=V_c=V_L$ $\quad V_e=\sqrt{۲}\ V_R$

مثال ۴

در یک مدار الکتریکی RC سری، $R=Xc=۱۰\Omega$، اگر جریان مدار $Ie=۲۰A$ باشد، مطلوبست مقادیر:

Ps، Pd، Pe، Q، Z و رسم دیاگرام برداری ولتاژها

حل

در این حالت خاص می‌توان نوشت:

$R=X_c=۱۰\Omega$

$Z=\sqrt{۲}\ R \Rightarrow Z=۱۰\sqrt{۲}$

$Pe=P_d=R.Ie^۲ \Rightarrow Pe=Pd=۱۰\times(۲۰)^۲=۴۰۰\ \omega$

$Ps=\sqrt{۲}\ Ps \Rightarrow$ $Ps=\sqrt{۲}\times۴۰۰$

$\sin\varphi=\cos\varphi=$ ۰/۷۰۷

منفی است زیرا مدار خازنی (پیش فاز) است.

$tq\ \varphi = Q = ۱ \Rightarrow \varphi=-۴۵^\circ$

$V_R=V_c=R\times Ie \Rightarrow VR=Vc=۱۰\times۲۰ \Rightarrow$ $VR = Vc = ۲۰۰\ V$

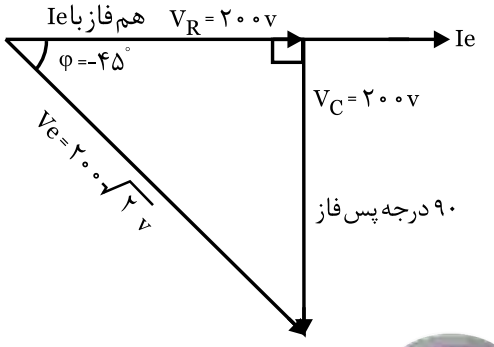
$Ve=\sqrt{۲}\ V_R \Rightarrow$ $Ve\ \sqrt{۲}\times۲۰۰$

روش دیگر برای محاسبه توانها

$Ps=Ve\times Ie$

$Pe=Ps.\cos\varphi$

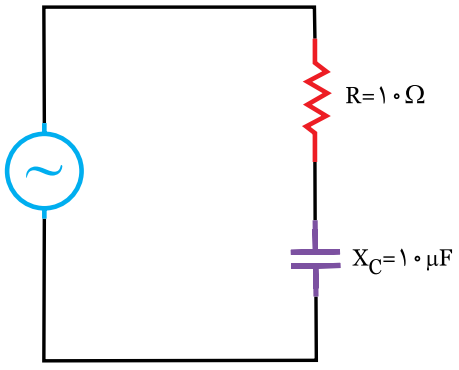
$Pe=Ps.\sin\varphi$



شکل (۴-۱۸)

فعالیت ۴

در مدار شکل (۴-۱۹)، ضریب کیفیت مدار در چه فرکانسی برابر ۱ می‌شود؟



شکل (۴-۱۹)

حل

با توجه به رابطه ضریب کیفیت:

$Q=\frac{Xc}{R} \Rightarrow Q=۱ \Rightarrow R=.....$

با توجه به رابطه Xc فرکانس را محاسبه می‌کنیم:

$Xc=\frac{۱}{۲\pi\times.....\times.....} \Rightarrow f=\frac{۱}{۲\pi\times.....\times.....}$

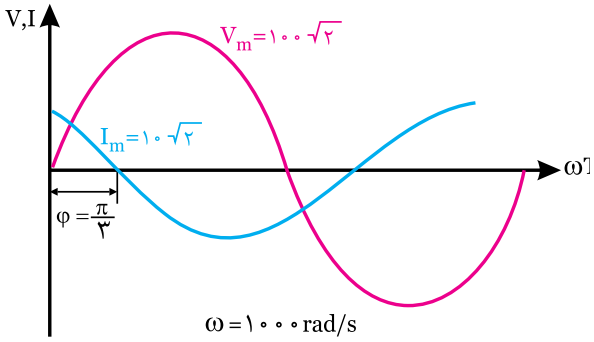
فعالیت ۵

در یک مدار RC سری، مقادیر R و Xc برابر است. جدول زیر را کامل کنید:

$Z=\sqrt{۲}\times.....$	$P_e=.....$	$Ps=\sqrt{۲}\times.....$
$\sin\varphi=.....$	$\cos\varphi=.....$	$\varphi=.....$
$Q=.....$	جریان ..... درجه	ولتاژ ..... درجه .....

مثال ۵

منحنی‌های ولتاژ و جریان در یک مدار Rc سری، مطابق شکل (۲۰-۴) است. مطلوبست مقادیر:



شکل (۲۰-۴)

الف) R و C

ب) ولتاژ هر عنصر

حل

با معلوم بودن مقادیر Vm، Im و φ از روی منحنی می‌توانیم:

الف) ابتدا z را محاسبه کنیم:

$Z=\frac{Vm}{Im} \Rightarrow Z=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{۱۰\sqrt{۲}} \Rightarrow \boxed{Z=۱۰\ \Omega}$

$\varphi=-\frac{\pi}{۳} \Rightarrow \boxed{\varphi=-۶۰}$

* مقادیر R و Xc با معلوم بودن z و φ محاسبه می‌شود:

$\cos\varphi=\frac{R}{Z} \Rightarrow R=Z.\cos\varphi \Rightarrow R=۱۰\times\cos ۶۰^\circ$

$R=۱۰\times۰/۵ \Rightarrow \boxed{R=۵\ \Omega}$

$\sin\varphi=\frac{Xc}{Z} \Rightarrow Xc=Z.\sin\varphi \Rightarrow Xc=۱۰\times\sin ۶۰^\circ$

$Xc=۱۰\times۰/۸۶ \Rightarrow \boxed{Xc=۸/۶\ \Omega}$

$Xc=\frac{۱}{\omega.c} \Rightarrow C=\frac{۱}{\omega.Xc} \Rightarrow C=\frac{۱}{۱۰۰۰\times۸/۶} \Rightarrow \boxed{C=.....}$

ب) برای محاسبه ولتاژ دو سر هر عنصر می‌توان نوشت:

$V_R=R\times I_e \Rightarrow V_R=۵\times۱۰ \Rightarrow \boxed{V_R=۵۰\ V}$

$I_e=\frac{Im}{\sqrt{۲}} \Rightarrow I_e=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \boxed{Ie=۱۰A}$

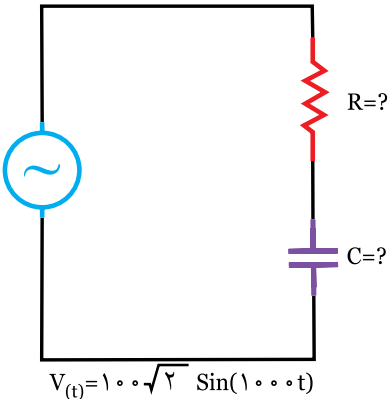
$Vc=Xc\times Ie \Rightarrow Vc=۸/۶\times۱۰ \Rightarrow \boxed{Vc=۸۶\ V}$

فعالیت ۶

در مدار شکل (۲۱-۴) مقادیر توان‌های اکتیو $Pe=۳۰۰\ W$ و توان راکتیو $P_d=۴۰۰\ VAR$ است. مطلوبست:

الف) مقادیر R و C

ب) معادله جریان مدار



شکل (۲۱-۴)

حل

الف) با معلوم بودن Pe و Pd می‌توان Ps (توان ظاهری) را محاسبه کرد:

$Ps=\sqrt{(Pe)^{۲}+(.....)^{۲}} \Rightarrow Ps=\sqrt{(.....)^{۲}+(.....)^{۲}}$

$\Rightarrow$ Ps=۵۰۰ V.A

برای انجام سایر محاسبات به جریان Ie ، احتیاج داریم:

$Ps=.....\times Ie \Rightarrow Ie=\frac{Ps}{.....} \Rightarrow Ie=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Ie=.....(A)

با معلوم بودن Ve، Ie و z را محاسبه می‌کنیم:

$Z=\frac{Ve}{.....} \Rightarrow Z=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Z=.....(Ω)

با معلوم بودن توان‌های مدار و جریان R و Xc محاسبه می‌شود:

$Pe=.....\times Ie^{۲} \Rightarrow R=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ R=.....(Ω)

$Pd=..... \Rightarrow Xc=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Xc=.....(Ω)

$c=\frac{۱}{.....\times.....} \Rightarrow c=\frac{۱}{.....\times.....} \Rightarrow$ c=.....(f)

ب) برای معادله جریان به Im و θi احتیاج داریم:

$Im=\sqrt{۲} \times..... \Rightarrow$ Im=.....

$Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow$ Cos φ=.....

$\varphi=Cos^{-۱}..... \Rightarrow \varphi=.....$

φعددی ..... است , زیرا مدار ..... است

$\varphi=\theta v-\theta i \Rightarrow \theta i=.....-..... \Rightarrow$ θi=.....

معادله جریان با معلوم بودن Im و θi :

$I_{(t)}=.....$

بیشتر بدانید

همانطوری که بررسی گردید، در مدار Rc سری با افزایش فرکانس امپدانس(z) کاهش یافته و جریان (Ie) افزایش می‌یابد. بنابراین از این مدار می‌توان به عنوان «فیلتر بالا گـذر[۱]» استفاده کرد. بدین ترتیب چنانچه فرکانس مدار از حدی پایین‌تر باشد، مدار آن را عبور نمی‌دهد و فرکانس‌های بالاتر از حد مورد نیاز را عبور می‌دهد.

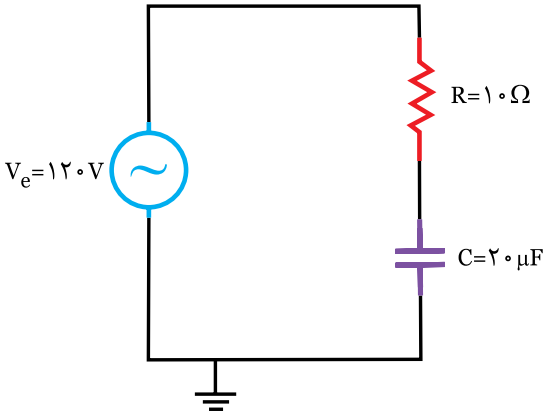
تحقیق کنید

۱- با مراجعه به سایت‌های مختلف جستجوگر مانند Google یا Yahoo روی لغات کلیدی زیر، مطالبی را تهیه کنید و در کلاس ارائه نمایید.

High Pass Filter – فیلتر بالا گذر – مدار Rc سری – Rc circuits Capacitor

۲- برای مطالب فوق می‌توانید از سایت‌های اینترنتی www.wikipedia.com یا www Roshd IR نیز استفاده کنید.

۳- با کمک نرم افزار مولتی سیم، یک مدار Rc سری را بسته و موارد زیر را تحقیق کنید. شکل (۴-۲۲)



شکل (۴-۲۲)

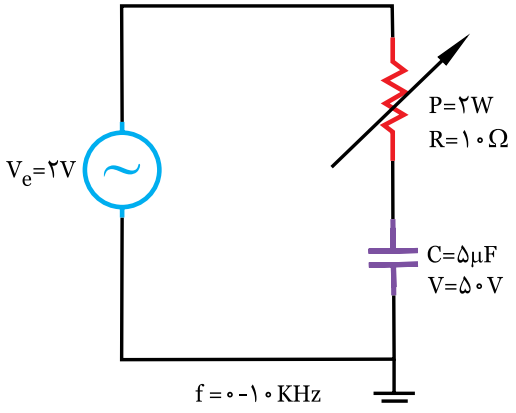
الف) اندازه‌گیری ولتاژ و جریان در کمیت‌های مختلف مدار

ب) اندازه‌گیری زاویه اختلاف فاز

ج) بررسی تاثیر فرکانس روی جریان و امپدانس مدار

د) بررسی تاثیر تغییر مقاومت R و ظرفیت خازن (c) روی امپدانس و جریان مدار

۴- با کمک اسیلوسکوپ و سیگنال ژنراتور در مدار شکل (۴-۲۳) بررسی‌های زیر را انجام دهید.



شکل (۴-۲۳)

۱. High Pass Filter

الف) تعیین زاویه اختلاف فاز و بررسی تاثیر فرکانس روی آن

ب) تعیین دامنه جریان و تاثیر فرکانس روی آن

ج) تاثیر تغییر مقاومت R بروی شکل موج‌های ولتاژ و جریان

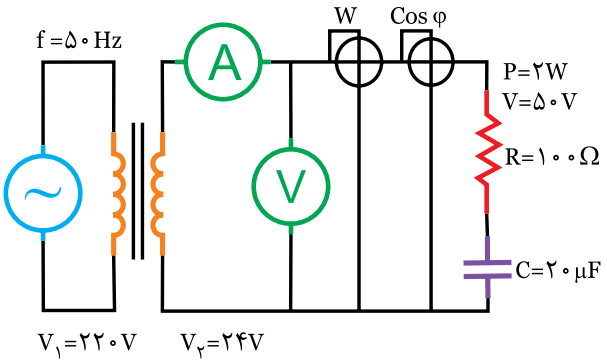
به جای اسیلوسکوپ، می‌توانید از کارت اسیلوسکوپ که روی کامپیوتر قابل نصب است، استفاده کنید.

۵- با کمک دستگاه‌های اندازه‌گیری مثل ولت‌متر، آمپرمتر و Cos φ متر و وات متر تاثیر تغییر مقاومت R، خازن c را روی مقادیر زیر بررسی کنید: شکل (۴-۲۴)

الف)جریان

ب) ضریب قدرت

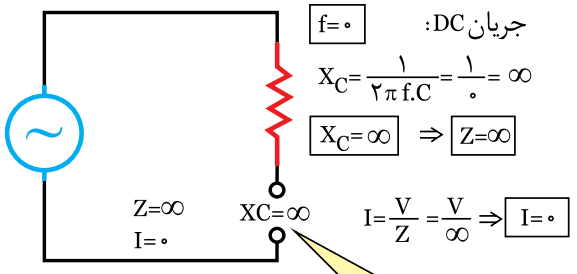
ج) توان اکتیو Pe

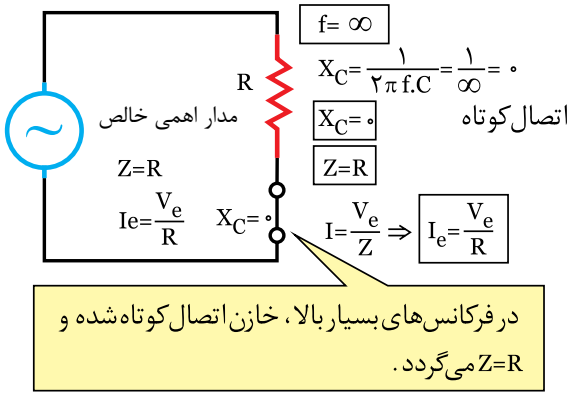


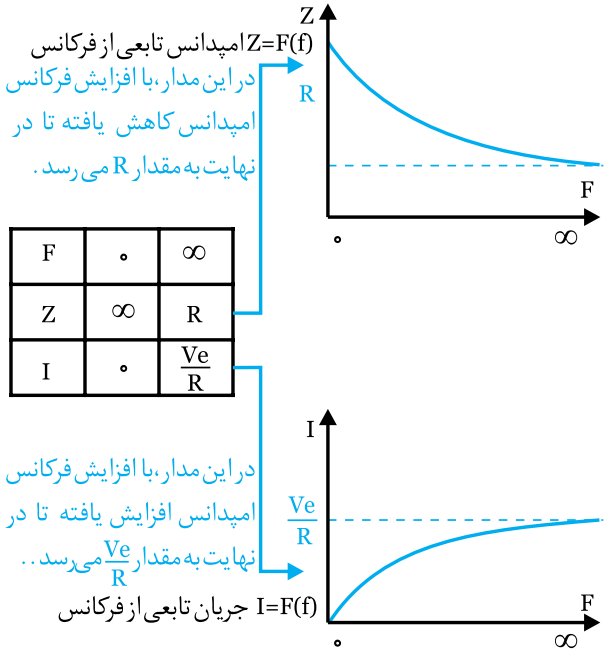
شکل (۴-۲۴)

۴-۶-تاثیر فرکانس بر مدار Rc سری:

در این مدار افزایش فرکانس روی R تاثیری ندارد، در حالیکه مقدار Xc را کاهش می‌دهد. بنابراین می‌توان تاثیر فرکانس را روی امپدانس (z) و جریان (I) بررسی کرد: شکل (۴-۲۵)







شکل (۴-۲۵)

نتایج

- در این مدار، با افزایش فرکانس Xc کاهش می‌یابد زیرا: $\downarrow Xc=\frac{۱}{۲\pi f.c}$

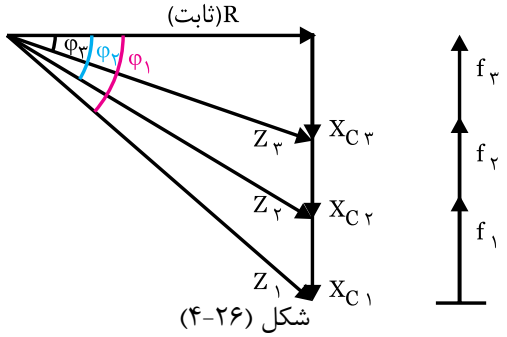
- با کاهش Xc، z نیز کاهش می‌یابد: $\downarrow Z=\sqrt{R^۲+Xc^۲}$

۴-۷- تاثیر فرکانس روی ضریب قدرت (Cos φ) و زاویه اختلاف فاز (φ)

- با کاهش z ، Cos φ افزایش می‌یابد: $\uparrow \text{Cos } \varphi = \frac{R \text{ ثابت}}{Z \downarrow}$

- با افزایش Cos φ ، زاویه اختلاف فاز φ کاهش می‌یابد.

یعنی مدار به حالت اهمی خالص نزدیک می‌شود. شکل (۴-۲۶)



شکل (۴-۲۶)

جدول زیر می‌توان به طور خلاصه تغییرات فرکانس را در مدار Rc سری بررسی کرد:

↑ افزایش f	
مقاومت خازنی (Xc)	$\downarrow Xc = \frac{1}{2\pi f.c}$
امپدانس (Z)	$\downarrow Z = \sqrt{R^2 + Xc^2}\downarrow$
جریان(Ie)	$\uparrow Ie = \frac{Ve}{Z\downarrow}$
ضریب قدرت(Cos φ)	$\uparrow \text{Cos } \varphi = \frac{R}{\downarrow Z}$
زاویه اختلاف فاز (φ)	$\downarrow \varphi$
حالت مدار	اهمی تر می شود

مثال ۶

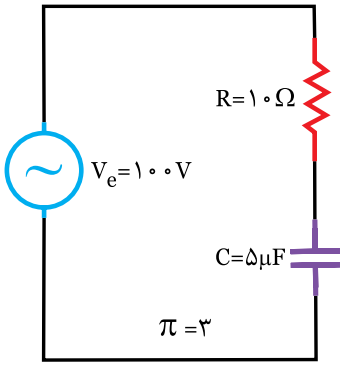
در مدار الکتریکی شکل (۴-۲۷) مقدار امپدانس، جریان و ضریب قدرت را در فرکانس‌های زیر محاسبه کنید:

$f_1 = ۰/۱$ Hz

$f_2 = ۵۰$ Hz

$f_3 = ۱۰$ Hz

$f_4 = ۱۰۰۰۰$ Hz



شکل (۴-۲۷)

حل

ابتدا مقادیر Xc را محاسبه می‌کنیم:

$f_1 = ۰/۱$ Hz

$$Xc_1 = \frac{1}{2\pi f_1 .c_1} \Rightarrow Xc_1 = \frac{1}{2\times ۳\times ۰/۱۸\times ۵\times ۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow Xc_1 = ۳۳۳\text{K}\Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_{c1}^2} \Rightarrow Z_1 = \sqrt{۱۰^2 + (۳۳۳\text{K})^2} \Rightarrow \boxed{Z_1 = ۳۳۳\text{K}\Omega}$$

$$\text{Cos } \varphi_1 = \frac{R}{Z} \Rightarrow \text{Cos } \varphi_1 = \frac{۱۰}{۳۳۳\text{K}\Omega}$$

$$\Rightarrow \text{Cos } \varphi_1 = ۰ \Rightarrow \boxed{\varphi = ۹۰^\circ}$$

$$I_1 = \frac{Ve}{Z_1} = \frac{۱۰۰}{۳۳۳\text{K}\Omega} = ۰/۳ \text{ mA}$$

$f_2 = ۵۰$ Hz

$$Xc_2 = \frac{1}{2\pi f_2 .c} \Rightarrow = \frac{1}{2\times ۳\times ۵۰\times ۵\times ۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Xc_2 = ۶۶۶\ \Omega}$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + Xc_3^2} \Rightarrow Z_2 = \sqrt{۱۰^2 + ۶۶۶^2} \Rightarrow Z_2 = ۶۶۶\ \Omega$$

$$\text{Cos } \varphi_2 = \frac{R}{Z} = \frac{۱۰}{۶۶۶} = ۰/۰۱۵ \Rightarrow \varphi_2 = ۸۹^\circ$$

$$I_2 = \frac{Ve}{Z_2} = \frac{۱۰۰}{۶۶۶} = ۰/۱۵ \text{ A}$$

$f_2 = ۱۰۰۰۰$ Hz

$$Xc_2 = \frac{1}{2\pi f_3 .c} \Rightarrow = \frac{1}{2\times ۳\times ۱۰۰۰۰\times ۵\times ۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Xc_2 = ۳/۳۳\ \Omega}$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + Xc_3^2} \Rightarrow Z_3 = \sqrt{۱۰^2 + ۳/۳۳^2} \Rightarrow Z_3 = ۱۰/۵$$

$$\text{Cos } \varphi_3 = \frac{R}{Z_3} \Rightarrow \text{Cos } \varphi_3 = \frac{۱۰}{۱۰/۵} = ۰/۹۵ \Rightarrow \boxed{\varphi_3 = ۱۷^\circ}$$

$$I_3 = \frac{Ve}{Z_3} = \frac{۱۰۰}{۱۰/۵} = ۹/۵۲ \text{ A}$$

با افزایش فرکانس z کاهش می‌یابد.
با افزایش فرکانس ضریب قدرت Cos φ افزایش می‌یابد.
با افزایش فرکانس جریان افزایش می‌یابد.

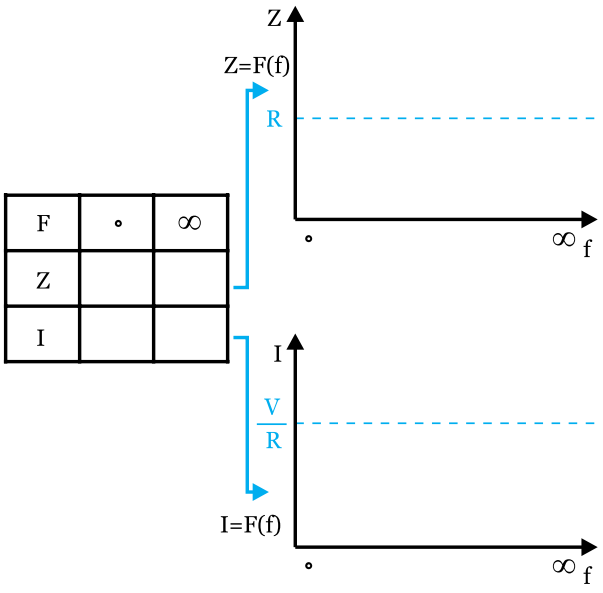
نتایج را بطور خلاصه در جدول زیر می‌توان نوشت:

f	۰/۱Hz	۵۰Hz	۱۰KHz
Xc	۳۳۳KΩ	۶۶۶Ω	۳/۳۳ Ω
Z	۳۳۳KΩ	۶۶۶Ω	۱۰/۵
Cos φ	۰	۰/۰۱۵	۰/۹۵
φ	۹۰	۸۹	۱۷
Ie	۰/۳mA	۰/۱۵A	۹/۵۲A

نتیجه: با افزایش فرکانس، z کاهش، Cos φ افزایش و جریان افزایش می‌یابد.

فعالیت ۷

در مدار شکل (۲۸-۴) جدول مربوط به تغییرات امپدانس و جریان را کامل کنید، سپس منحنی‌های z و I را نسبت به فرکانس را رسم نمایید.



شکل (۲۸-۴)

همراه با افزایش فرکانس در یک مدار RC سری، جدول زیر را کامل کنید.

☐ افزایش ☐ کاهش $Z=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$	☐ افزایش ☐ کاهش $Xc=\frac{1}{2\pi.....}$
☐ افزایش ☐ کاهش $Ie=\frac{Ve}{.....}$	☐ افزایش ☐ کاهش $Cos\ \varphi=\frac{.....}{.....}$
☐ افزایش ☐ کاهش $Q=\frac{.....}{.....}$	☐ افزایش ☐ کاهش $Sin\ \varphi=\frac{.....}{.....}$

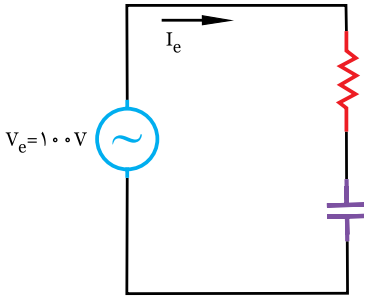
پرسش‌های صحیح و غلط:

در یک مدار RC سری موارد صحیح و غلط را تعیین کنید:

۱- در این مدار، در فرکانس F=۰ مدار به صورت قطع در می‌آید. ☐ صحیح ☐ غلط

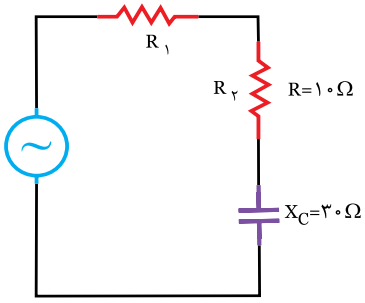
۲- در این مدار، هر چه مقاومت اهمی افزایش یابد، مدار حالت خازنی می‌یابد. ☐ صحیح ☐ غلط

۳- در مدار شکل (۲۹-۴) توان اکتیو برابر با ۳۰۰ وات است. ☐ صحیح ☐ غلط



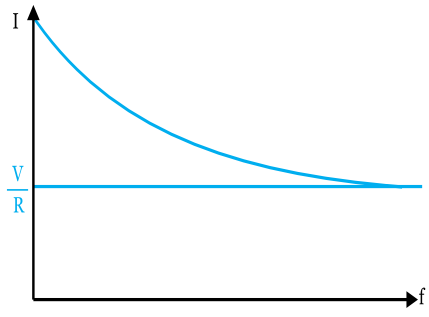
شکل (۲۹-۴)

۴- در مدار شکل (۳۰-۴) اگر مقاومت R_1 برابر ۲۰ شود. ضریب کیفیت برابر ۱ می‌شود. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳۰-۴)

۵- منحنی ( )I=F در این مدار مطابق شکل (۳۱-۴) است. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۳۱-۴)

۶- با توجه به پارامتر مورد نظر، رابطه مربوطه را مشخص کنید. «۲ مورد اضافی است»

۱- ضریب قدرت راکتیو ☐

۲- امپدانس ☐

۳- توان اکتیو ☐

۴- ضریب کیفیت ☐

۵- توان راکتیو ☐

۱) $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$

۲) $\sin\varphi=\frac{Xc}{Z}$

۳) $Pe=R.Ie^{۲}$

۴) $Ps=Ve.Ie$

۵) $Pd=Xc.Ie^{۲}$

۶) $Q=\frac{Xc}{R}$

۷) $Z=\sqrt{R^{۲}+Xc^{۲}}$

۷- در مدار RC سری، با افزایش فرکانس، ضریب قدرت ..... می‌یابد.

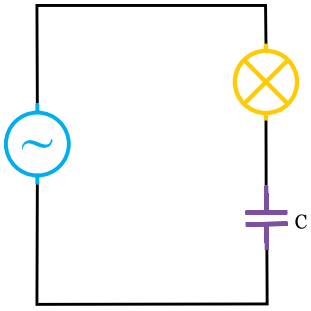
۸- در این مدار، با افزایش فرکانس امپدانس ..... می‌یابد.

۹- در این مدار، افزایش ظرفیت خازنی(c) باعث می‌شود تا مدار حالت ..... می‌یابد.

۱۰- در این مدار، توان راکتیو متناسب با مجذور ..... تغییر می‌کند.

پرسش‌های مفهومی:

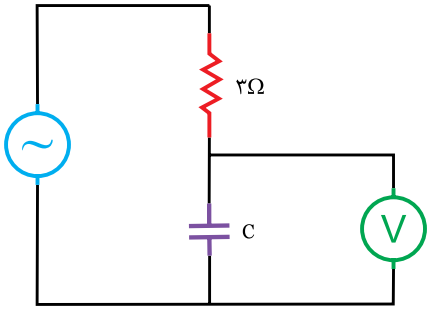
۱۱- در مدار شکل (۳۲-۴) افزایش ظرفیت خازن ..... نور لامپ را به دنبال دارد. زیرا.....



شکل (۳۲-۴)

۱۲- در مدار شکل (۳۳-۴) افزایش فرکانس باعث ..... مقدار نشان داده شده توسط ولت متر می‌گردد، زیرا.....

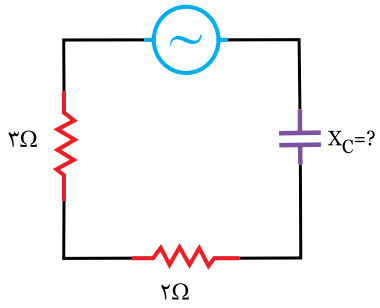
.....



شکل (۳۳-۴)

۱۳- در مدار شکل (۴-۳۴) توان‌های اکتیو با راکتیو برابر است. بنابراین مقاومت خازنی برابر با ..... اهم است. زیرا .....

.....



شکل (۴-۳۴)

برگزیده از سوالات امتحانات نهایی

۱۴- در مدار شکل (۴-۳۵) مطلوبست:

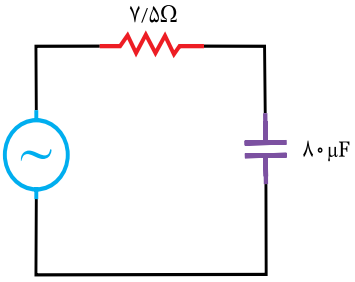
الف) امپدانس مدار

ب) جریان منبع و معادله زمانی آن

ج) ولتاژ دوسر هر المان

د) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

راهنمایی : پس از محاسبه Z، XC و به دنبال آن Ie محاسبه می شود.



شکل (۴-۳۵)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

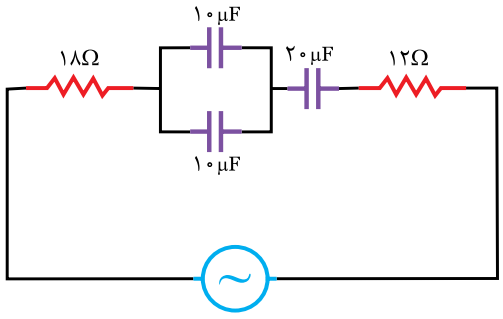
۱۵- در مدار شکل (۴-۳۶) معادله جریان $I=۲\sqrt{۲}\ Sin(۲۵۰۰t+۶۰)$ می‌باشد. مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

ج) توان‌های مدار

راهنمایی: ابتدا مدار را ساده کنید و سپس X_c و z را محاسبه کنید.



شکل (۴-۳۶)

.....

.....

.....

.....

.....

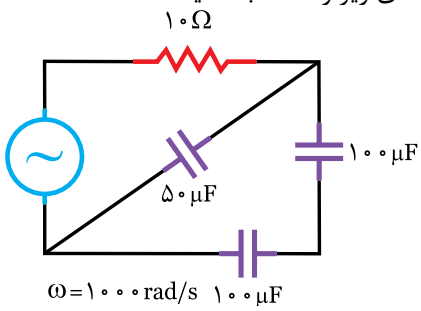
.....

.....

۱۶- در مدار شکل (۴-۳۷) در صورتی که جریان مقاومت ۴ آمپر باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) امپدانس مدار ب) ولتاژ منبع ج) ضریب قدرت د) ضریب کیفیت

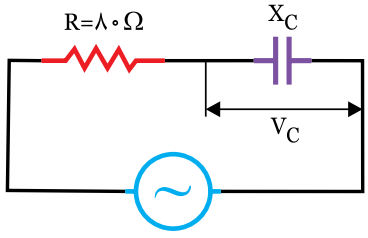
راهنمایی: ابتدا مدار را ساده کنید و پس از محاسبه X_c ،z را محاسبه کنید.



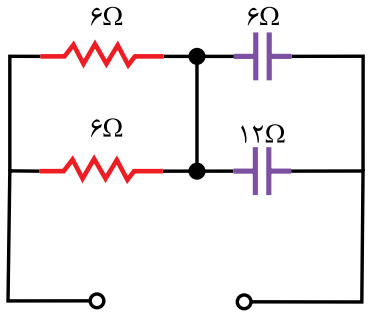
شکل (۴-۳۷)

۱۷- در مدار شکل (۴-۳۸) ولتاژ دو سر خازن ۶۰ ولت است، ضریب توان و اندازه Xc را محاسبه کنید و در صورتی که جریان را مبنا در نظر بگیریم. دیاگرام برداری جریان و ولتاژها را رسم کنید.

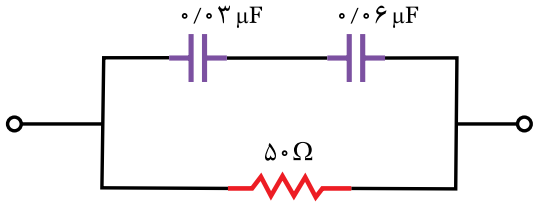
راهنمایی: با معلوم بودن V_c ،V_e و V_R را بدست آورید:



شکل (۴-۳۸)



شکل (۴-۳۹)



شکل (۴-۴۰)

پرسش‌های چند گزینه‌ای

۱۸- در مدار شکل (۴-۳۹) ضریب کیفیت چقدر است؟

الف) ۰/۵

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴

۱۹- در مدار شکل (۴-۴۰) ضریب توان چقدر است؟

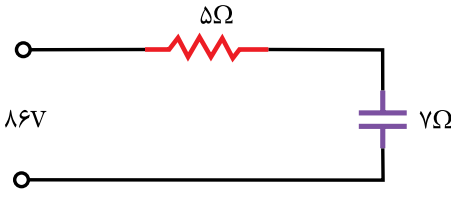
الف) ۰/۲

ب) ۰/۵

ج) ۰/۶

د) ۰/۷

۲۰- در مدار شکل (۴-۴۱) ولتاژ دو سر خازن کدام است؟



شکل (۴-۴۱)

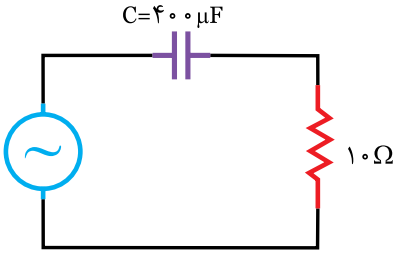
الف) ۵۰

ب) ۷۰

ج) ۶۴

د) ۸۶

۲۱- در مدار شکل (۴-۴۲) ولتاژ دو سر خازن $V_c=250\,Sin\,500\,t$ است، توان مصرفی مدار چند وات است؟



شکل (۴-۴۲)

الف) ۴۰

ب) ۱۶۰

ج) ۸۰

د) ۲۴۰

۲۲- در یک مدار اهمی و خازنی سری، افزایش فرکانس در ضریب کیفیت مدار چه تاثیری می‌گذارد؟

الف) ابتدا افزایش و سپس بی‌تاثیر

ب) بی‌تاثیر

ج) همواره افزایش

د) همواره کاهش

۲۳- خازنی به ظرفیت $C=100\,\mu f$ با یک مقاومت $R=20\,\Omega$ به صورت سری تغذیه می‌شود. در چه فرکانسی ضریب کیفیت $\frac{5}{\pi}$ می‌شود؟

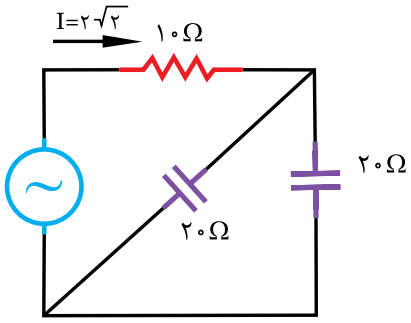
الف) ۲۵۰

ب) ۱۲۵

ج) ۱۰۰

د) ۵۰

۲۴- در مدار شکل (۴-۴۳) ولتاژ منبع تغذیه چند ولت است؟



شکل (۴-۴۳)

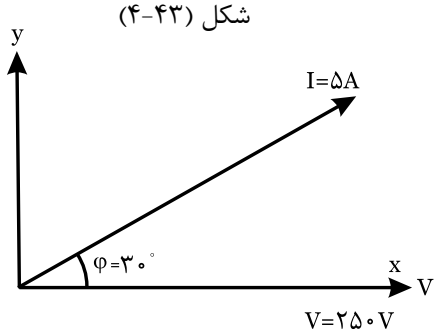
الف) $10\sqrt{2}$

ب) $20\sqrt{2}$

ج) ۶۰

د) ۴۰

۲۵- در یک مدار R_C سری، دیاگرام برداری جریان و ولتاژ مدار مطابق شکل (۴-۴۴) است. نسبت توان راکتیو به توان ظاهری چقدر است؟



شکل (۴-۴۴)

الف) ۵۰

ب) $\frac{1}{2}$

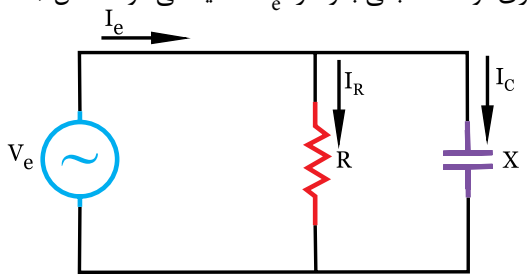
ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

د) $\frac{1}{50}$

خلاصه درس

۴-۸- مدار RC موازی

در این مقاومت اهمی R با یک مقاومت خازنی X_c به صورت موازی توسط منبعی با ولتاژ V_e تغذیه می‌شود. شکل (۴-۴۵)



شکل (۴-۴۵)

در این مدار مانند کلیه مدارهای موازی ولتاژ عامل مشترک و مبنا است.

۴-۹- مثلث جریان

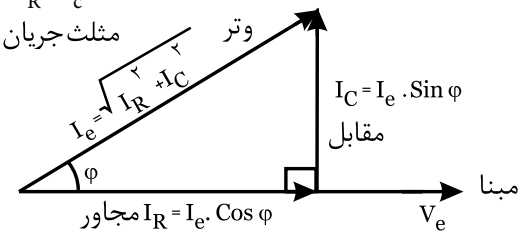
اضلاع این مثلث عبارتند از:

۱- I_R که با V_e هم فاز است. (حالت اهمی)

۲- I_c که ۹۰ درجه نسبت به V_e پیش فاز است. (حالت خازنی)

۳- I_e که وتر این مثلث می‌باشد و به اندازه φ درجه پیش فاز است. شکل (۴-۴۶)

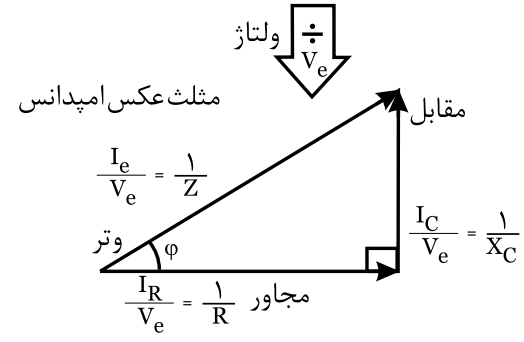
$Ie=\sqrt{I_R^{۲}+I_c^{۲}}$



شکل (۴-۴۶)

۴-۱۰- مثلث عکس امپدانس

اگر اضلاع مثلث جریان را بر عامل مشترک یعنی V_e تقسیم کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴۷)



شکل (۴-۴۷)

$(\frac{۱}{Z})^{۲}=(\frac{۱}{R})^{۲}+(\frac{۱}{X_c})^{۲} \Rightarrow Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R+^{۲}X_c^{۲}}}$

ثابت می شود

۴-۱۱- مثلث توان

اضلاع این مثلث عبارتند از:

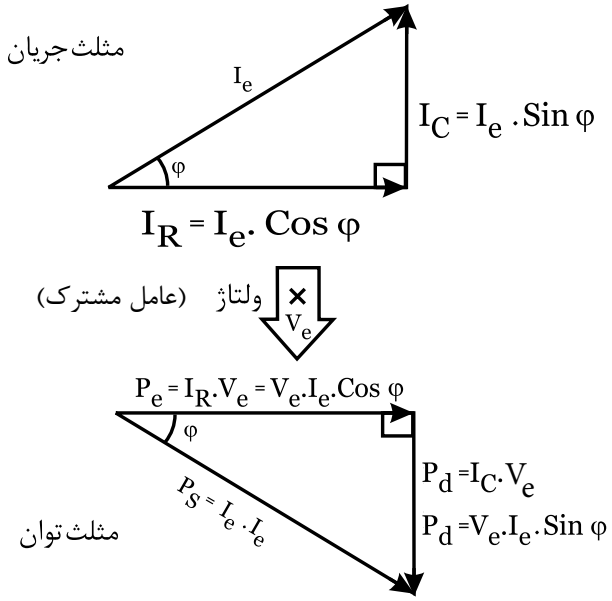
P_e: توان اکتیو که همیشه مقداری مثبت را دارد و ضلع مجاور این مثلث است.

P_d: توان راکتیو که به علت خازنی بودن، همیشه منفی است و ضلع مقابل است.

P_s: توان ظاهری که وتر مثلث است.

اضلاع مثلث توان را به دو شکل می‌توان بدست آورد:

۱) چنانچه اضلاع مثلث جریان را در عامل مشترک یعنی V_e ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید. شکل (۴-۴۸)



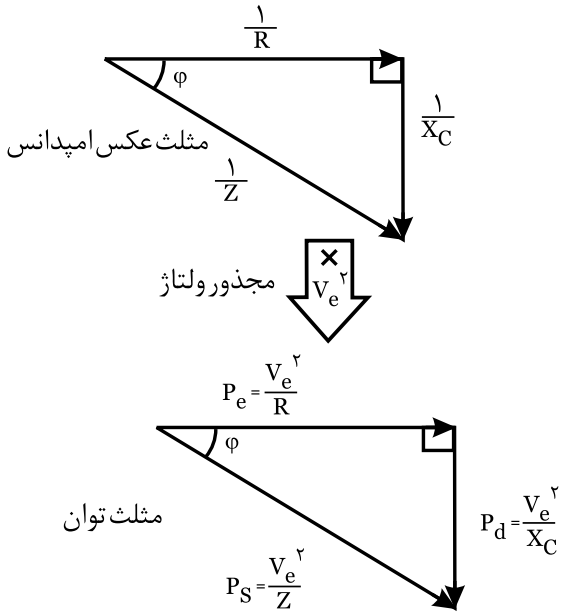
شکل (۴-۴۸)

در مدار R_C موازی:

- جریان در مدار پیش فاز است.

P_d و φ دارای مقادیر منفی هستند.

۲) چنانچه اضلاع مثلث عکس امپدانس را در مجذور عامل مشترک یعنی V_e^2 ضرب کنیم، اضلاع این مثلث بدست می‌آید: شکل (۴-۴۹)



شکل (۴-۴۹)

۴-۱۲- نسبت‌های مثلثاتی مهم

با توجه به اضلاع مثلث‌های جریان، عکس امپدانس و توان می‌توان ضرایب مهم مثلثاتی را بدست آورد:

ضریب قدرت راکتیو

$$\sin\varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{I_c}{I_e}=\frac{\frac{1}{X_c}}{\frac{1}{Z}}=\frac{Z}{X_c}=\frac{P_d}{P_s}$$

ضریب قدرت اکتیو

$$\cos\varphi=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{I_R}{I_e}=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}}=\frac{Z}{R}=\frac{P_e}{P_s}$$

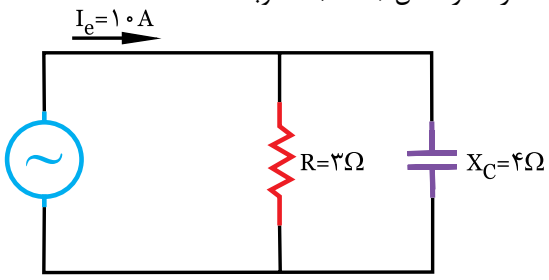
ضریب کیفیت

$$Q=\tan\varphi=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{I_c}{I_R}=\frac{\frac{1}{X_c}}{\frac{1}{R}}=\frac{R}{X_c}=\frac{P_d}{P_e}$$

مثلث توان	مثلث عکس امپدانس	مثلث جریان

مثال ۷

در مدار شکل (۴-۵۰) مطلوبست:



شکل (۴-۵۰)

الف) امپدانس (z) ب) ولتاژ کل (V_e)

ج) توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری:

حل

امپدانس (z) را می‌توان با معلوم بودن R و Xc محاسبه کرد:

$$Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^2+Xc^2}}=\frac{۳\times۴}{\sqrt{۳^2+۴^2}}=\frac{۱۲}{۵}\Rightarrow \boxed{Z=۲/۴\Omega}$$

با معلوم بودن z و Ie می‌توان ولتاژ کل Ve را محاسبه کرد:

$$Ve=Z.Ie=۲/۴\times۱۰\Rightarrow \boxed{Ve=۲۴V}$$

توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری:

$$Ps=\frac{Ve^2}{Z}=\frac{۲۴^2}{۲/۴}=۲۴۰\ VA$$

$$Pd=\frac{Ve^2}{Xc}=\frac{۲۴^2}{۴}=۱۴۴\ VAR$$

$$Pe=\frac{Ve^2}{R}=\frac{۲۴^2}{۳}=۱۹۲\ W$$

توان اکتیو را می توان از رابطه $Pe=Ve.I_R=Ve.Ie.\cos\varphi$ و توان راکتیو $Pd=Ve.Ic=Ve.Ie.\sin\varphi$ و توان ظاهری $Ps=Ve.Ie$ نیز بدست آورد.

فعالیت ۸

در مدار RC موازی روابط زیر را کامل کنید.

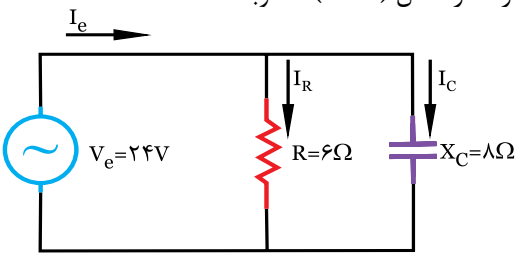
$$Z=\frac{R\times.....}{\sqrt{R^2+.....}}$$

$$\cos\varphi=\frac{.....}{R}=\frac{.....}{Ie}=\frac{Pe}{.....}$$

$$\tan\varphi=Q=\frac{.....}{I_R}=\frac{R}{.....}$$

فعالیت ۹

در مدار شکل (۴-۵۱) مطلوبست:



شکل (۴-۵۱)

الف) جریان هر شاخه　　ب) جریان کل

ج) امپدانس مدار

حل

با معلوم بودن ولتاژ کل و مقاومت هر شاخه، جریان هر شاخه تعیین می‌شود:

$I_R=\frac{Ve}{.....}\Rightarrow I_R=\frac{۲۴}{.....}\Rightarrow$ I_R=.....

$I_C=\frac{.....}{.....}\Rightarrow I_C=\frac{۲۴}{.....}\Rightarrow$ I_C=.....

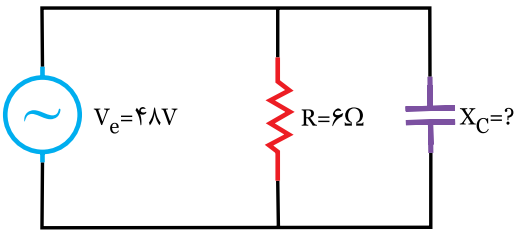
$Ie=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}\Rightarrow Ie=\sqrt{(.....)^۲+(.....)^۲}\Rightarrow$ Ie=.....

$Z=\frac{Ve}{.....}\Rightarrow Z=\frac{۲۴}{.....}\Rightarrow$ Z=.....

تذکر: امپدانس z را می‌توان از رابطه $Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^۲+Xc^۲}}$ نیز محاسبه کرد.

تمرین

۱- در مدار شکل (۴-۵۲) اگر ضریب قدرت مدار برابر ۰/۶ باشد. مطلوبست:



شکل (۴-۵۲)

الف) X_C=?　　ب) z=?

ج) جریان هر شاخه و جریان کل

راهنمایی: با معلوم بودن Cos φ می‌توان Sin φ ، z و به دنبال آن Xc را محاسبه کرد.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرین

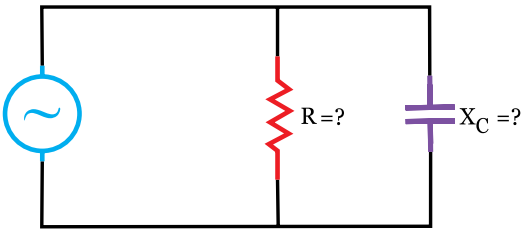
در مدار شکل (۴-۶۲) اگر:

معادله ولتاژ: $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}Sin(۱۰۰۰t)$

و معادله جریان: $I_{(t)}=۲۰\sqrt{۲}Sin(۱۰۰۰t+۴۵)$

باشد. مطلوبست مقادیر: R و C شکل (۴-۵۳)

راهنمایی: با معلوم بودن Ve و Ie می‌توان z و سپس با معلوم بودن θv و θi ، φ را محاسبه کرد.



شکل (۴-۵۳)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

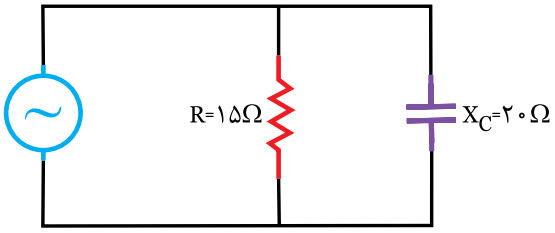
.....

مثال ۸

در مدار شکل (۴-۵۴) مطلوبست:

الف) معادلات ولتاژ و جریان مدار

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار



$I_C=۶\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۱۰۰۰t$

شکل (۴-۵۴)

حل

با معلوم بودن جریان I_c و مقاومت X_c می‌توان ولتاژ کل را محاسبه کرد:

$$V_e=I_c\times X_c=۲۰\times۶=\ ۱۲۰V$$

چون ولتاژ در تمام مدار یکسان است I_R و سپس I_e محاسبه می‌شود:

$$I_R=\frac{V_e}{R}=\frac{۱۲۰}{۱۵}=۸A$$

$$Ie=\sqrt{I_R{}^۲+I_c{}^۲}=\sqrt{۸^۲+۶^۲}\Rightarrow I_e=۱۰A$$

چون جریان در شاخه خازنی ۹۰ درجه پیش فاز است، پس معادله ولتاژ چنین است:

ولتاژ ۹۰ درجه پس فاز: $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t-۹۰)$

برای معادله جریان کل باید φ را محاسبه کرد:

$$\text{Cos}\varphi=\frac{I_R}{Ie}=\frac{۸}{۱۰}\Rightarrow\ \text{Cos}\varphi=۰/۸$$

به علت خازنی بودن φ منفی است.

$$\varphi=\text{Cos}^{-۱}۰/۸\Rightarrow\ \boxed{\varphi=-۳۷}$$

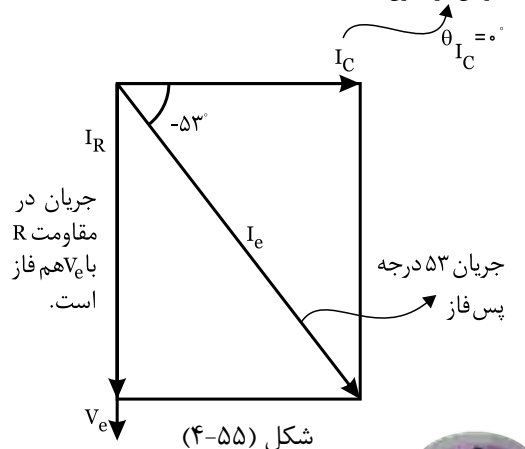
$$\theta i=\theta v-\varphi\Rightarrow\theta i=-۹۰-(-۳۷)\Rightarrow\ \boxed{\theta i=-۵۳}$$

معادله جریان

$$\boxed{I_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t-۵۳)}$$

ب) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار شکل (۴-۵۵)

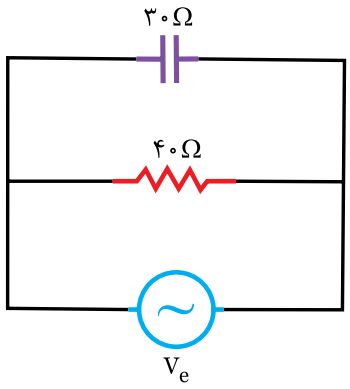
جریان در خازن مبنا است.



شکل (۴-۵۵)

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۴-۵۶) اگر معادله ولتاژ به صورت $V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}۱۰۰۰t$ باشد. مطلوبست:



شکل (۴-۵۶)

الف) جریان موثر هر شاخه و جریان کل

ب) معادله جریان شاخه اهمی و خازنی

ج) رسم دیاگرام برداری جریان‌ها و ولتاژها

حل

با معلوم بودن R، V_e و X_c می‌توان جریان هر شاخه را محاسبه کرد:

$$I_R=\frac{Ve}{.....}=\frac{۱۲۰}{.....}=.....I_{R(t)}=..... \text{Sin}۱۰۰۰t$$

هم فاز با ولتاژ

$$Ic=\frac{Ve}{.....}=\frac{۱۲۰}{.....}=.....I_{c(t)}=۴\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t.....)$$

جریان در شاخه خازنی ..... پیش فاز است.

$I_e=\sqrt{I_R{}^2+(.....)^2} \Rightarrow I_e=\sqrt{(.....)^2+(.....)^2}$

I_e=.....

$\cos\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \cos\varphi=\frac{.....}{.....} \Rightarrow \cos\varphi$=.....

$\varphi=\cos^{-1}$..... $\Rightarrow$ φ=.....

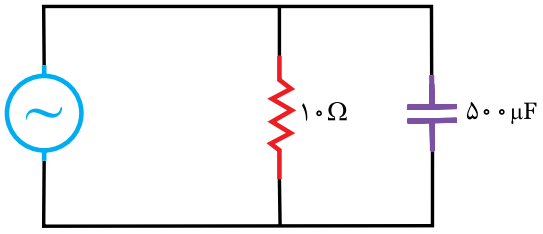
$\theta i=\theta v-$..... $\Rightarrow$ θi=.....

$I_{(t)}$=.....

رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار:

تمرین

۱- در مدار شکل (۴-۵۷) مطلوبست:



$V_{(t)}=160\sqrt{2}\ \sin 250t$

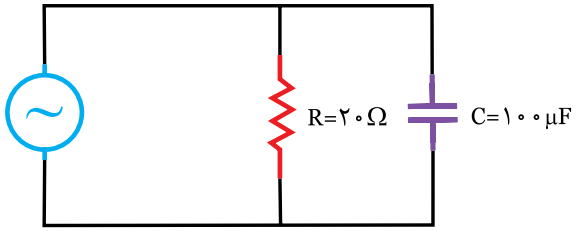
شکل (۴-۵۷)

الف) جریان هر شاخه و معادله زمانی آن‌ها

ب) جریان کل مدار

ج) توان اکتیو، راکتیو و ظاهری مدار

۲- در مدار شکل (۴-۵۸) مطلوبست: (شهریور۸۹)



$V=200\sqrt{2}\ \sin 2000t$

شکل (۴-۵۸)

الف) معادله زمانی جریان هر شاخه

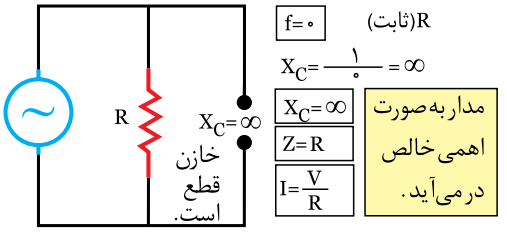
ب) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها

خلاصه درس

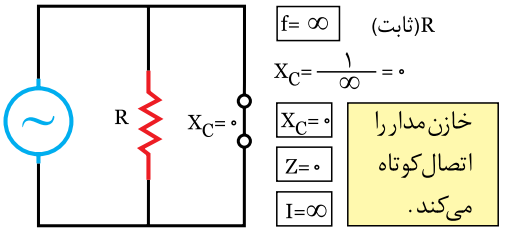
۱۳-۴- تاثیر فرکانس بر مدار RC موازی

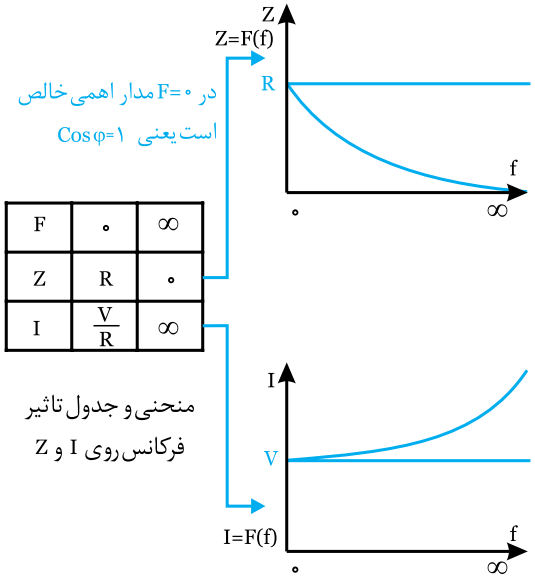
در این مدار با افزایش فرکانس مقاومت اهمی R ثابت است ولی مقاومت خازنی X_C طبق رابطه $X_c=\frac{۱}{۲\pi f.c}$ کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان تاثیر فرکانس را روی پارامترهای z و I چنین بررسی کرد:

الف)



ب)





شکل (۴-۶۰)

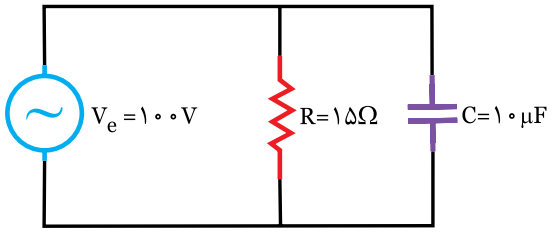
جدول زیر بطور خلاصه تاثیر فرکانس را روی پارامترهای I ،z و Cos φ نشان می‌دهد.

فرکانس f ↑	
مقاومت خازنی	$\downarrow X_c=\frac{۱}{۲\pi f.c}\uparrow$
امپدانس	$\frac{۱}{Z^۲}=\frac{۱}{R^۲}+\frac{۱}{\uparrow Xc^۲}$ ↓ Z
جریان	$\uparrow Ie=\frac{Ve}{Z\downarrow}$
ضریب قدرت	$\downarrow Cos\varphi=\frac{Z\downarrow}{R}$
زاویه اختلاف فاز	φ ↑، مدار خازنی تر می شود

مثال ۹

در یک مدار R_C موازی شکل (۴-۵۹) مقادیر z و I را در دو فرکانس زیر محاسبه کنید:

الف) f=۱Hz ب) f=۱۰KHz



شکل (۴-۵۹)

حل

ابتدا مقادیر Xc را در هر دو فرکانس محاسبه می‌کنیم:

F=۱Hz

$$Xc_۱=\frac{۱}{۲\pi f_۱.c}=\frac{۱}{۲\times۳/۱۴\times۱\times۱\times۱۰^{-۳}}=۱۵/۹\Omega$$

f=۱۰KHz

$$Xc_۲=\frac{۱}{۲\pi f_۲.c}=\frac{۱}{۲\times۳/۱۴\times۱۰\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۱۰^{-۳}}$$

$$=۱/۵۹\times۱۰^{-۳}\Omega\cong ۰$$

سپس مقادیر z و I را در این فرکانس‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$Z_1 = \frac{R.Xc_1}{\sqrt{R^2+Xc_1^2}} = \frac{15\times15/9}{\sqrt{15^2+15/9^2}} \Rightarrow$$

$$Z = \frac{238/5}{21/85} \Rightarrow \quad Z = 10/9\Omega$$

$$Z = \frac{R\,Xc}{\sqrt{R^2+X_c^2}} = \frac{15\times0}{\sqrt{15^2+(1/59\times10)^{-3}}} \cong 0$$

F=10KHz

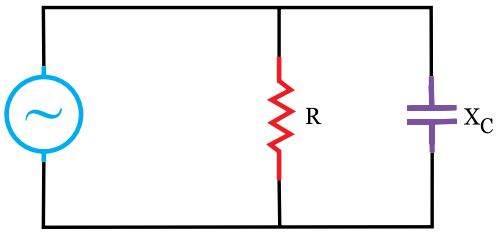
$$I_1 = \frac{Ve}{Z_1} = \frac{100}{15/9} = 6/28A$$

$$I_1 = \frac{Ve}{Z_3} = \frac{100}{0} = \infty$$

در این مدار، با افزایش فرکانس z کاهش و I افزایش می‌یابد.

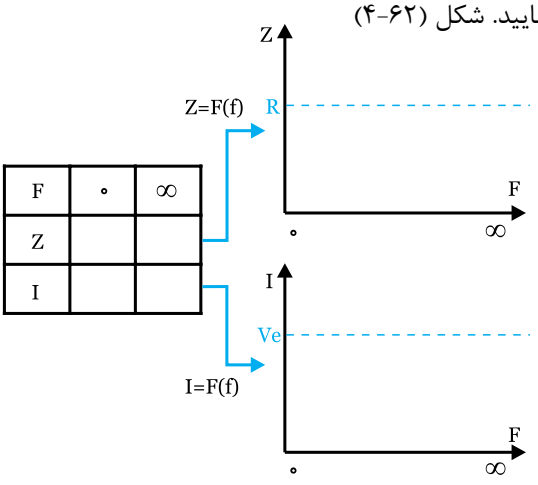
فعالیت ۱۱

در مدار شکل (۴-۶۱) تاثیر فرکانس را روی پارامترهای z و I بررسی کنید.



شکل (۴-۶۱)

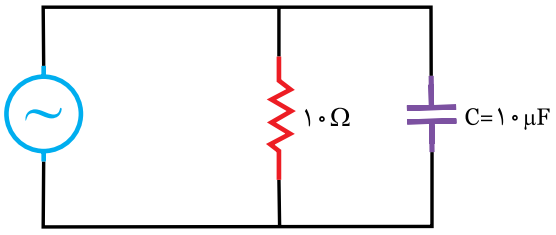
جدول را کامل و منحنی‌های z=F(f) و I=F(f) را رسم نمایید. شکل (۴-۶۲)



F	0	∞
Z		
I		

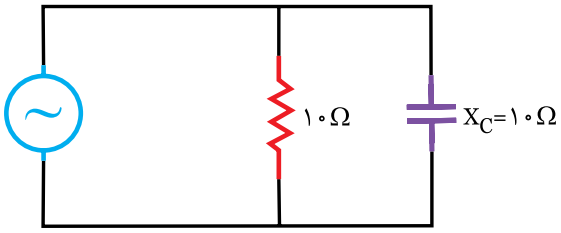
تمرین

۱- در مدار RC موازی شکل (۴-۶۳) مقادیر z، I و Cos φ رادر فرکانس F=0Hz و F=10KHz محاسبه کنید.



شکل (۴-۶۳)

۲- در مدار شکل (۴-۶۴) ابتدا ضریب قدرت را محاسبه کنید در چه فرکانسی ضریب قدرت به ۱ می‌رسد؟



ω =۱۰۰۰(rad/s)

شکل (۴-۶۴)

فعالیت ۱۲

جدول زیر را برای مدار RC موازی کامل کنید:

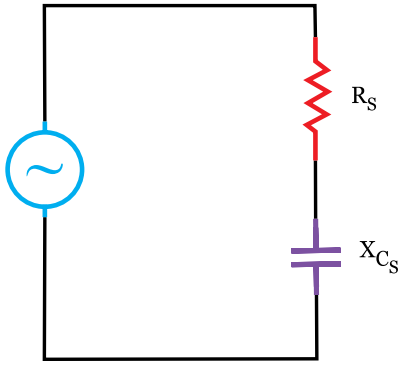
فرکانس افزایش		
مقاومت خازنی	☐ افزایش ☐ کاهش	$X_C = \frac{۱}{\ldots\ldots}$
امپدانس	☐ افزایش ☐ کاهش	$\frac{R\ldots\ldots}{\sqrt{\ }}$
جریان	☐ افزایش ☐ کاهش	$I = \frac{Ve}{\ldots\ldots}$
ضریب قدرت	☐ افزایش ☐ کاهش	$\cos\varphi = \frac{\ldots\ldots}{R}$
زاویه اختلاف فاز	☐ افزایش ☐ کاهش	φ مدار ..... می شود

خلاصه درس

۴-۱۴ تبدیل مدار RC سری به RC موازی

بسیاری از موارد، لازم است تا مدار RC سری را به مدار RC موازی تبدیل کنیم،در فصول آینده در بحث مدارات مختلط مشاهده می‌شود که با این تبدیل می‌توانیم مدار را ساده کرده و آن را مورد تحلیل قرار دهیم. برای تبدیل مدار RC سری به موازی این مراحل را انجام می‌دهیم:

۱- امپدانس z، ضریب قدرت اکتیو Cos φ و ضریب قدرت راکتیو Sin φ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:

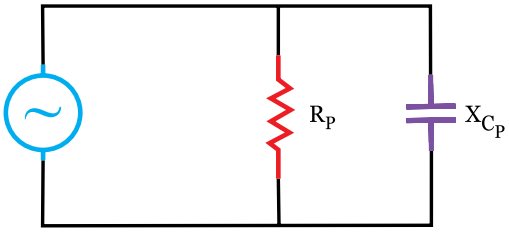


شکل (۴-۶۵)

$$Z = \sqrt{R^۲ + X_{cs}^۲}$$

$$\cos\varphi_s = \frac{Z_s}{R_s} \qquad \sin\varphi_s = \frac{Xc_s}{Z_s}$$

۲- برای تبدیل به حالت موازی، چون مقادیر بدست آمده در هر دو حالت سری و موازی یکسان است، بنابراین مقادیر مقاومت اهمی در حالت موازی R_p و مقاومت خازنی X_{cp} باید تغییر کند که آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



شکل (۴-۶۶)

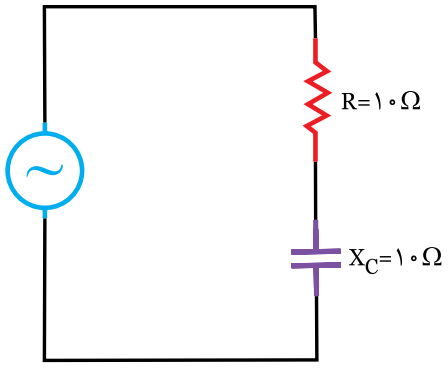
$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} \Rightarrow Rp = \frac{Zs}{\cos\varphi_s}$$

$$\cos\varphi = \frac{Z}{Xc} \Rightarrow Xcp = \frac{Zs}{\sin\varphi_s}$$

$$R_p = \frac{Z^۲}{R_S} \qquad X_{cp} = \frac{Z^۲}{X_{cS}}$$

مثال ۱۰

مدار شکل (۴-۶۷) را به یک مدار RC موازی تبدیل کنید:



شکل (۴-۶۷)

۱) ابتدا امپدانس Cos φ ،(z) و Sin φ را در حالت سری محاسبه می‌کنیم:

$$Z = \sqrt{R^۲ + Xc^۲} = \sqrt{۱۰^۲ + ۱۰^۲} = ۱۰\sqrt{۲}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

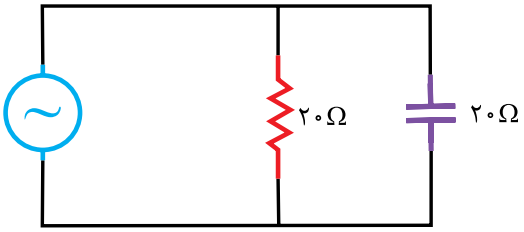
$$\sin\varphi = \frac{Xc}{Z} = \frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۲) با توجه به روابط حالت موازی خواهیم داشت:

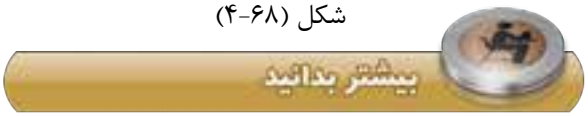
$$\cos\varphi=\frac{Z}{R_p}\Rightarrow R_p=\frac{Z}{\cos\varphi}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=۲۰\Omega$$

$$\cos\varphi=\frac{Z}{Xc}\Rightarrow X_{cp}=\frac{Z}{\sin\varphi}=\frac{۱۰\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=۲۰\Omega$$

بنابراین معادل موازی مدار بالا به صورت شکل (۴-۶۸) است.



شکل (۴-۶۸)



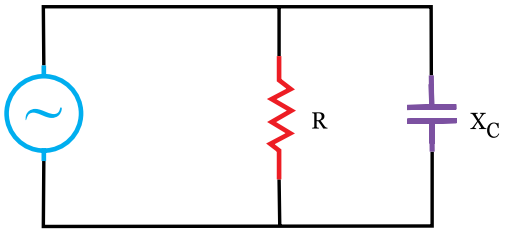
چنانچه مقادیر R و Xc برابر باشد، مقاومت‌های معادل در حالت موازی دو برابر مقاومت‌ها در حالت سری است.

اگر $R=X_c$ $\quad R_p=۲R_s$

$X_{cs}=۲X_{cs}$

۴-۱۵- تبدیل مدار RC موازی به RC سری

برای این تبدیل نیز، ابتدا Cos φ ، z و Sin φ را در حالت موازی محاسبه می‌کنیم.



شکل (۴-۶۹)

$$Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^۲+Xc^۲}}$$

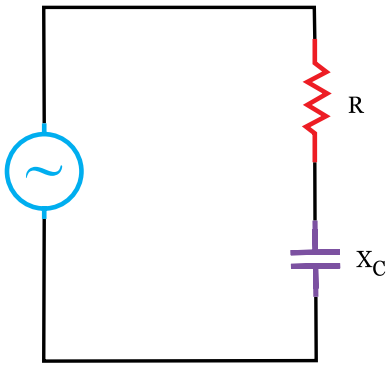
$$\cos\varphi=\frac{Z}{R}$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{Xc}$$

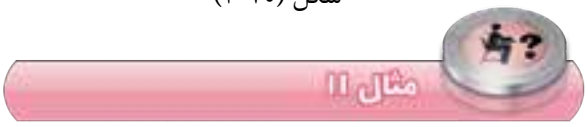
سپس با توجه به روابط مدار R_C سری، می توان نوشت:

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow R_s=Z.\cos\varphi$$

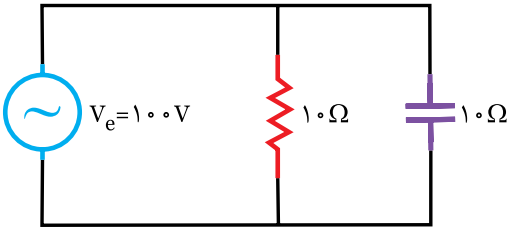
$$\sin\varphi=\frac{Xc}{Z}\Rightarrow Xc_s=Z.\sin\varphi$$



شکل (۴-۷۰)



مدار شکل (۴-۷۱) را به یک مدار سری تبدیل کنید، ضمنا جریان کل مدار را در هر دو حالت محاسبه کنید.



شکل (۴-۷۱)

ابتدا Cos φ ، z و Sin φ را در هر حالت موازی محاسبه می‌کنیم:

$$Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^۲+Xc^۲}}=\frac{۱۰\times۱۰}{\sqrt{۱۰^۲+۱۰^۲}}=\frac{۱۰۰}{۱۰\sqrt{۲}}$$

$$=\frac{۱۰}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۵\sqrt{۲}\ \Omega$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۱۰}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\sin\varphi=\frac{Z}{Xc}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۱۰}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۵\sqrt{۲}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}$$

سپس معادل مدار را در حالت موازی تعیین می‌کنیم:

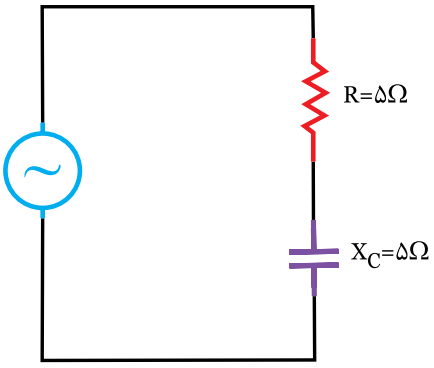
$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}\Rightarrow R=Z.\cos\varphi=۵\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \boxed{R_s=۵\Omega}$$

$$\sin\varphi=\frac{Xc}{Z}\Rightarrow X_c=Z.\sin\varphi=۵\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \boxed{X_{cs}=۵\Omega}$$

با تبدیل مدارات از حالت سری به موازی و
بالعکس جریان و توان‌های مدار ثابت می‌ماند.

$$Ie=\frac{Ve}{Z}=\frac{۱۰۰}{۵\sqrt{۲}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰\sqrt{۲}$$

$$Z=\sqrt{R^{۲}+Xc^{۲}}=\sqrt{۵^{۲}+۵^{۲}}=۵\sqrt{۲}$$

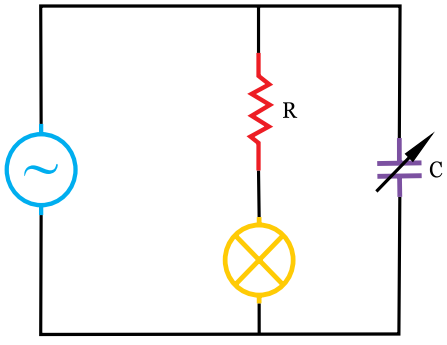


شکل (۴-۷۲)

آزمون

۱) در مدار R_C موازی گزینه‌های صحیح یا غلط را انتخاب کنید.

- در مدار R_C موازی، هرچه ظرفیت خازن افزایش یابد، مدار خازنی‌تر می‌شود. ☐ صحیح ☐ غلط
- با افزایش فرکانس، ضریب قدرت کاهش می‌یابد. ☐ صحیح ☐ غلط
- توان اکتیو، متناسب با ظرفیت خازن تغییر می‌کند. ☐ صحیح ☐ غلط
- زمانی که ضریب قدرت برابر ۰/۷۰۷ است، مقادیر R و X_C برابر است. ☐ صحیح ☐ غلط
- در مدار شکل (۴-۷۳) با افزایش ظرفیت خازن، نور لامپ ثابت می‌ماند. ☐ صحیح ☐ غلط



شکل (۴-۷۳)

۲) روابط مربوط به هر پارامتر را تعیین کنید: (یک گزینه اضافی است)

۱- مقاومت خازنی
۲- توان راکتیو
۳- ضریب کیفیت (مدار R_C موازی)
۴- توان ظاهری
۵- امپدانس

☐ $Z=\frac{R.Xc}{\sqrt{R^{۲}+Xc^{۲}}}$

☐ $Z=\frac{R}{\cos\varphi}$

☐ $Ps=\frac{Ve^{۲}}{Z}$

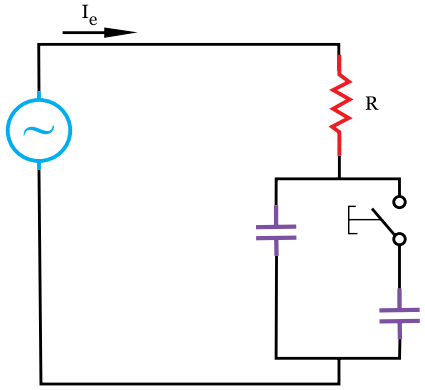
☐ $Xc=\frac{۱}{W.c}$

☐ $Q=\frac{R}{Xc}$

☐ $Pd=\frac{Ve^{۲}}{Xc}$

۳) در مدار شکل (۴-۷۴) با بستن کلید، جریان مدار ..... می‌یابد.

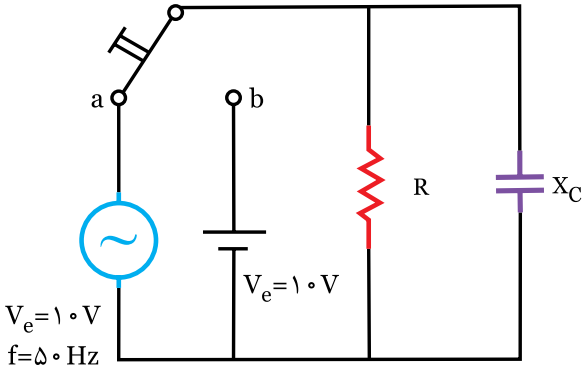
زیرا.....



شکل (۴-۷۴)

۴) در مدار شکل (۴-۷۵) اگر کلید از حالت a به حالت b تبدیل شود. توان راکتیو مدار ..... می‌یابد.

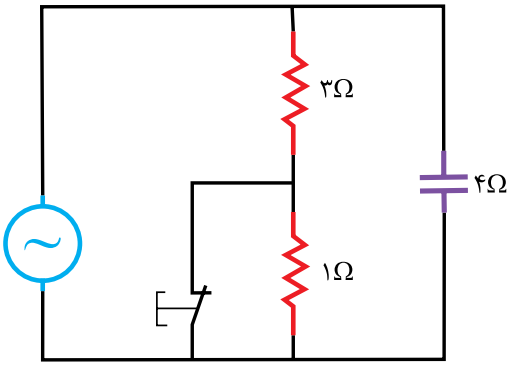
زیرا .....



شکل (۴-۷۵)

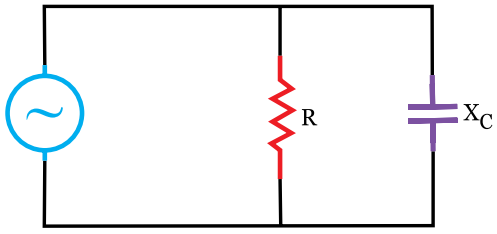
۵) در مدار شکل (۴-۷۶) با قطع کلید، ضریب قدرت ..... می‌یابد.

زیرا .....

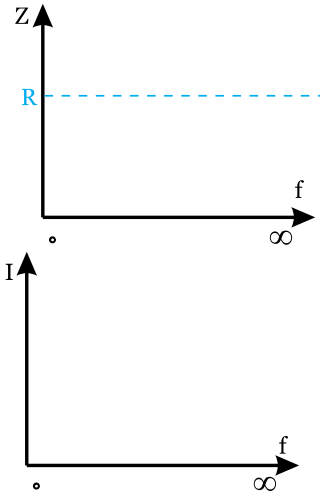


شکل (۴-۷۶)

۶) در مدار شکل (۷۷-۴):



F	۰	∞
Z		
I		



الف) جدول تاثیر F را بروی z و I کامل کنید.

ب) منحنی‌های z=F(f) و I=F(f) را ترسیم کنید.

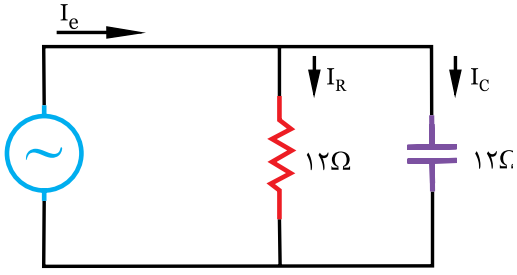
شکل (۷۷-۴)

۷) در مدار شکل (۷۸-۴) معادله جریان در مقاومت $I_{R(t)}=۴\sqrt{۲}\,Sin۱۰۰۰t$ است. مطلوبست:

الف) معادله زمانی ولتاژ منبع

ب) جریان خازن و جریان کل مدار

ج) توان‌های موثر، غیرموثر و ظاهری



شکل (۷۸-۴)

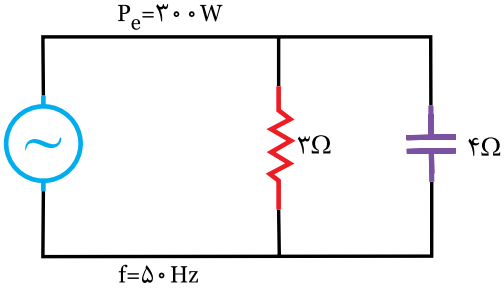
۸) در مدار شکل (۷۹-۴) توان اکتیو ۳۰۰ وات است: (دی ۸۴)

الف)توان راکتیو و ظاهری چقدر است؟

ب) جریان در هر شاخه چقدر است؟

ج) دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌ها را رسم کنید.

راهنمایی: با معلوم بودن P_e و R , V_e را محاسبه کنید.



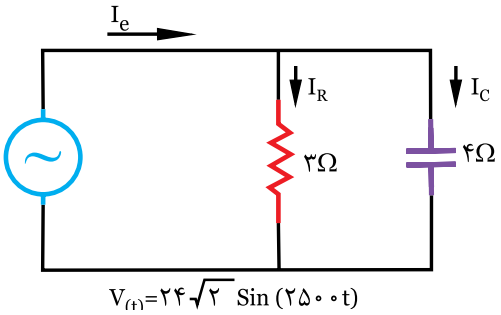
شکل (۷۹-۴)

۹) در مدار شکل (۸۰-۴) مطلوبست: «خرداد۸۷»

الف) جریان هر شاخه و معادله آن

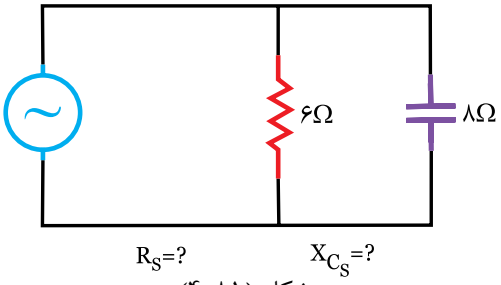
ب) جریان منبع و معادله آن

ج) رسم دیاگرام برداری ولتاژ و جریان‌های مدار



شکل (۸۰-۴)

۱۰) مدار شکل (۸۱-۴) را به یک مدار سری تبدیل کنید و معادل سری را رسم کنید. «خرداد۸۶»



شکل (۸۱-۴)

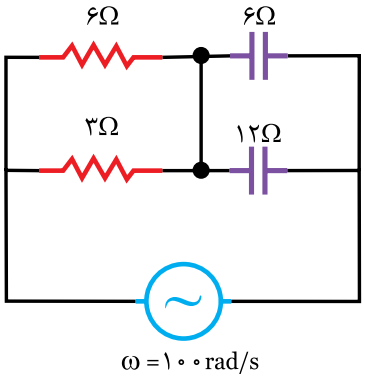
۱۱) در مدار شکل (۸۲-۴) ضریب کیفیت چقدر است؟

الف) ۰/۵

ب) ۱

ج) ۲

د) ۴



شکل (۸۲-۴)

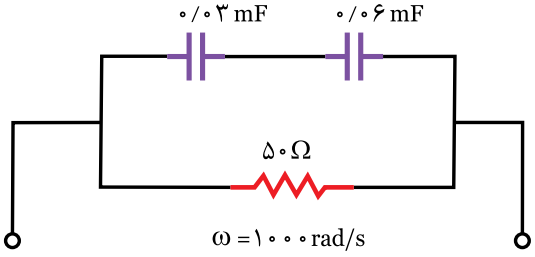
۱۲) در مدار شکل (۸۳-۴) ضریب قدرت راکتیو کدام است؟

الف) ۰/۲

ب) ۰/۵

ج) ۰/۶

د) ۰/۷



شکل (۸۳-۴)

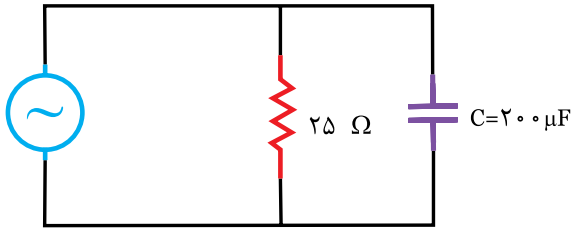
۱۳) در مدار شکل (۸۴-۴) ضریب کیفیت کدام است؟

الف) ۲/۵

ب) ۱/۲۵

ج) ۰/۸

د) ۰/۴



شکل (۸۴-۴)

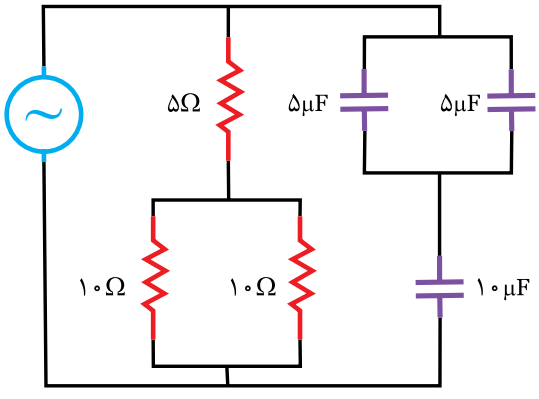
۱۴) جریان موثر (I_e) در مدار شکل (۸۵-۴) چند آمپر است؟

الف) ۱۲/۶

ب) ۱۵/۸

ج) ۸/۳

د) ۱۱/۱



شکل (۸۵-۴)

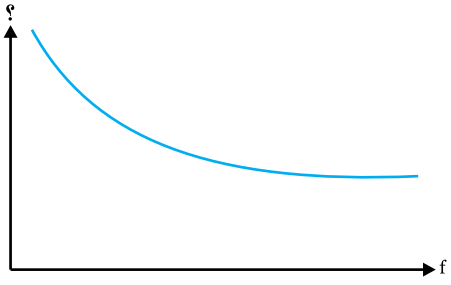
۱۵) منحنی شکل (۸۶-۴) اثر فرکانس را در کدام مدار R_C و بروی کدام کمیت نسان می‌دهد؟

الف) موازی- جریان

ب) موازی - مقاومت

ج) سری - مقاومت

د) سری - جریان



شکل (۸۶-۴)

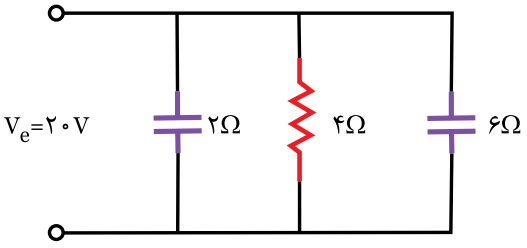
۱۶) ضریب قدرت در مدار شکل (۸۷-۴) کدام است؟

الف) ۰/۳۵

ب) ۰/۴۴

ج) ۰/۸۹

د) ۰/۵



شکل (۸۷-۴)

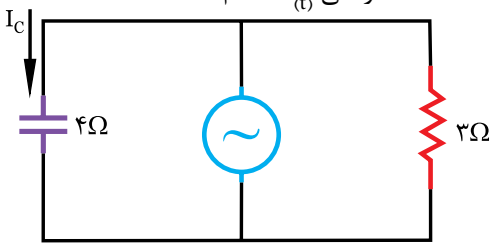
۱۷) در مدار شکل (۸۸-۴) تغییرات جریان به صورت $I_c = ۳Sin۴۰۰t$ است. معادله زمانی $V_{(t)}$ کدام است؟

الف) $V_e=۱۲Sin(۴۰۰t-۳۷^\circ)$

ب) $V_e=۱۲\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t-\frac{\pi}{۲})$

ج) $V_e=۱۲\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t+۵۳^\circ)$

د) $V_e=۱۲\sqrt{۲}\ Sin(۴۰۰t-\frac{\pi}{۲})$



شکل (۸۸-۴)

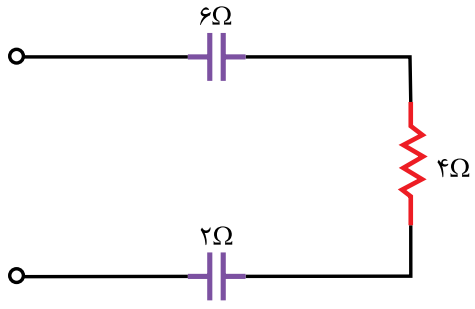
۱۸) در مدار شکل (۸۹-۴) ضریب کیفیت کدام است؟

الف) ۰/۳۵۷

ب) ۰/۵

ج) ۲/۶۶

د) ۲



شکل (۸۹-۴)

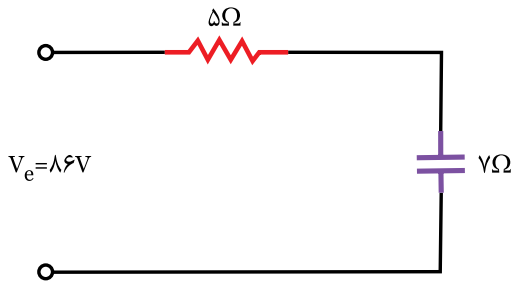
۱۹) در مدار شکل (۹۰-۴) ولتاژ دو سر مقاومت، چقدر است؟

الف) ۵۰

ب) ۷۰

ج) ۶۴

د) ۸۶



شکل (۹۰-۴)

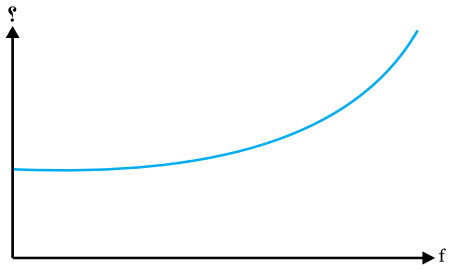
۲۰) شکل (۹۱-۴) مشخصه تغییرات کدام کمیت را در مدار R_C نشان می‌دهد؟

الف) سری- جریان

ب) سری - مقاومت

ج) موازی - جریان

د) موازی - مقاومت



شکل (۹۱-۴)

۲۱) در مدار شکل (۹۲-۴) معادله ولتاژ دو سر خازن کدام است؟

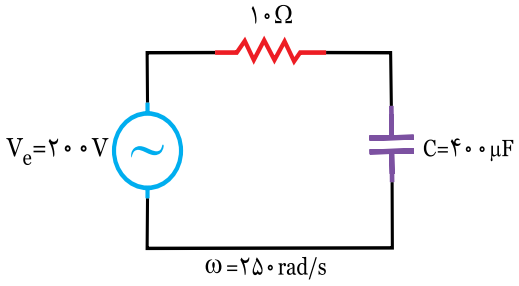
الف)

ب) $۱۴۱\text{Sin}(۲۵۰t - \frac{\pi}{۴})$

ج) $۱۴۱\text{Sin}(۲۵۰t + \frac{\pi}{۴})$

د) $۱۰\text{Sin}(۲۵۰t + \frac{\pi}{۴})$

$۱۰\text{Sin}(۲۵۰t + \frac{\pi}{۴})$



شکل (۹۲-۴)

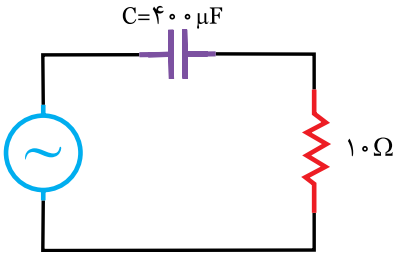
۲۲) در مدار شکل (۹۳-۴) معادله ولتاژ دو سر خازن به صورت V_c=۲۵ Sin ۵۰۰t است، توان مصرفی مدار چند وات است؟

الف) ۴۰

ب) ۱۶۰

ج) ۸۰

د) ۲۴۰



شکل (۹۳-۴)

۲۳) ضریب کیفیت یک مدار R_C سری برابر $\frac{۴}{۳}$ است. این مدار توسط ولتاژی به معادله $V=۲۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰\pi t)$ تغذیه می‌شود، جریان موثر این مدار با R=۶ Ω چند آمپر است؟

الف) ۱۱

ب) ۲۲

ج) $۲۲\sqrt{۲}$

د) $\frac{۱۱۰}{۲}$

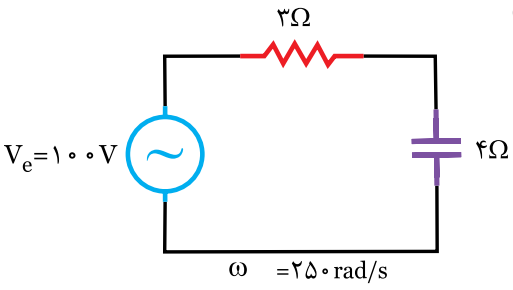
۲۴) حداکثر انرژی ذخیره شده در خازن چند ژول است؟ شکل (۴-۹۴)

الف) $3/2\ j$

ب) $6/4\ j$

ج) $64\ j$

د) $32\ j$



شکل (۴-۹۴)

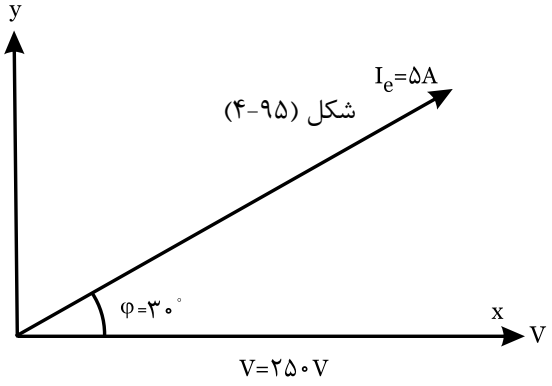
۲۵) در یک مدار R_C سری دیاگرام برداری جریان و ولتاژ مطابق شکل (۴-۹۵) است. نسبت توان اکتیو به توان ظاهری چقدر است؟

الف) ۵۰

ب)

ج)

د)



شکل (۴-۹۵)

$\frac{۱}{۲}$

$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\frac{۱}{۵۰}$