

اتصال سری مقاومت‌های اهمی

هدف‌های رفتاری

در پایان این فصل، از هنرجو انتظار می‌رود:

- ۱- اتصال سری مقاومت‌ها را تعریف کند.
- ۲- مقاومت معادل چند مقاومت سری را تعریف کند.
- ۳- از قانون اهم برای محاسبه‌ی جریان و ولتاژ استفاده کند.
- ۴- چگونگی توزیع ولتاژ را در مدار سری توضیح دهد.
- ۵- کاربرد اتصال سری مقاومت را بیان کند.
- ۶- نسبی بودن پتانسیل الکتریکی را توضیح دهد.
- ۷- مقاومت معادل چند مقاومت سری را محاسبه کند.
- ۸- قانون ولتاژ‌های کیرشهف را در مدار سری به کار گیرد.
- ۹- توان را در مدار سری توضیح دهد.
- ۱۰- قوانین و مشخصات مدار سری را نام ببرد.
- ۱۱- جریان و توان را در مدار سری محاسبه کند.
- ۱۲- نحوه‌ی محاسبه توان مصرفی کل در مدارهای سری را با ذکر رابطه توضیح دهد.

۱-۱۰- اتصال سری مقاومت‌های اهمی^۱

قبل‌با کمیت فیزیکی مقاومت و خصوصیات آن آشنا شده‌اید. این مقاومت‌ها را با استفاده از روش‌های خاص می‌توان به‌هم اتصال داد. یکی از این روش‌ها اتصال سری مقاومت‌هاست که در این فصل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

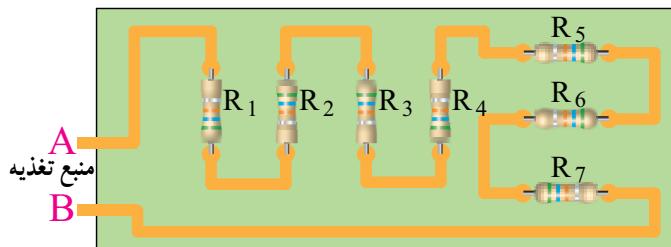
اگر با قطار مسافرت کرده باشید، دیده‌اید که قطار از تعدادی واگن و یک لکوموتیو تشکیل می‌شود. واگن‌ها می‌توانند مشابه یا بزرگ و کوچک باشند. در صورت نامساوی بودن، هر واگن گنجایش حمل بار یا مسافر خاص خود را دارد. اتصال واگن‌ها به یک‌دیگر به صورت پشت سرهم (سری) است؛ یعنی، ابتدای



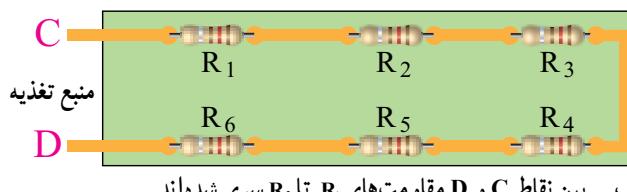
شكل ۱-۱۰- در قطار، واگن‌ها به طور سری پسته می‌شوند.

۱- سری در زبان انگلیسی واژه‌ای به معنای اشیا یا واقعی پشت سرهم و بی در بی است.

مقاومت را با حرف R نمایش می‌دهند که از کلمه‌ی Resistor گرفته شده است. برای نمایش چند مقاومت با مقادیر اهمی متفاوت، آن‌ها را با اندیس‌های ۱ تا n مشخص می‌کنند. برای مثال، مقاومت‌های شکل ۱ در طور سری به هم بسته شده و با علامت مشخصه‌ی R و اندیس مربوط نام‌گذاری گردیده‌اند.



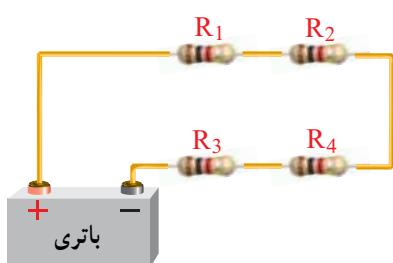
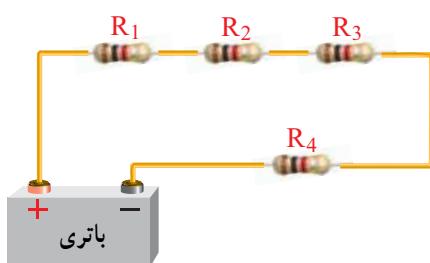
الف— بین نقاط A و B مقاومت‌های R_1 تا R_7 سری شده‌اند.



ب— بین نقاط C و D مقاومت‌های R_1 تا R_7 سری شده‌اند.

۱۰— مقاومت‌های سری

ترتیب قرار گرفتن مقاومت‌ها در مدار سری، در مقاومت کل مدار تأثیری ندارد. به علاوه، چون دو سر هر مقاومت از لحاظ قرار گرفتن در مدار با یک دیگر تفاوتی ندارد، برای آن‌ها ابتدا یا انتهای در نظر نمی‌گیرند (شکل ۵).



شکل ۵— جایه‌جایی مقاومت‌ها در اتصال سری

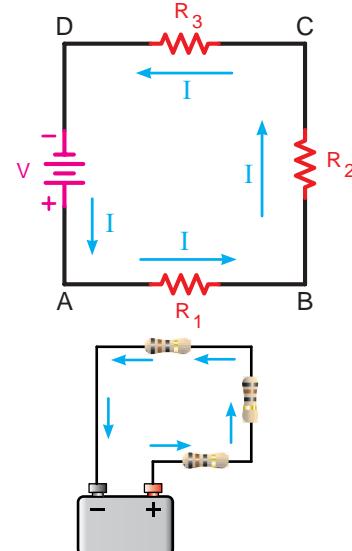
زنجیر نیز نمونه‌ی دیگری از حالت سری است و از حلقه‌های زیادی تشکیل می‌شود. حلقه‌های زنجیر مانند واگن‌های قطار به صورت سری به یک دیگر اتصال دارند. چنان‌چه نیرویی در جهت طولی به زنجیر وارد شود، به طور یکسان به همهٔ حلقه‌های آن منتقل می‌شود (شکل ۲).



شکل ۲—۱۰— نمایش سری بودن حلقه‌های زنجیر

برای سری بستن مقاومت‌ها نیز همین روش دنبال می‌شود. بدین ترتیب که اگر چند مقاومت پشت سرهم طوری به یک دیگر متصل شوند که راهی را برای عبور جریان تشکیل دهند، یک مدار مقاومتی سری درست می‌شود. اتصال مقاومت‌ها با یک دیگر همانند اتصال دانه‌های زنجیر یا واگن‌های قطار است.

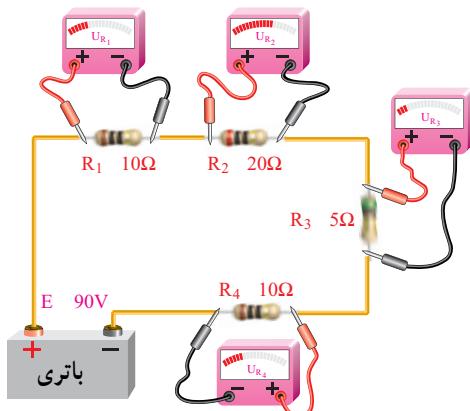
شکل ۳—۱۰— نمای مداری و تصویر ظاهری چند مقاومت سری شده را نشان می‌دهد.



شکل ۳—۱۰— نمای مداری و ظاهری چند مقاومت سری

۲-۱۰- جریان در مدار سری

در یک مدار سری شدت جریان - همانند سرعت در قطار در همه نقاط مدار یکسان است؛ یعنی، جریان وارد شده در هر نقطه از مدار سری با جریان خارج شده از همان نقطه برابر است. بنابراین، اگر - مطابق شکل ۶-۱ در نقاط مختلف یک مدار سری آمپر مترهای قرار دهیم، همه یک جریان را نشان می دهنند.



$$E = U_{R_1} + U_{R_2} + U_{R_3} + U_{R_4}$$

$$90 = 20 + 40 + 10 + 20$$

شکل ۶-۱۰- اندازه گیری ولتاژ در مدار با اتصال سری مقاومت ها

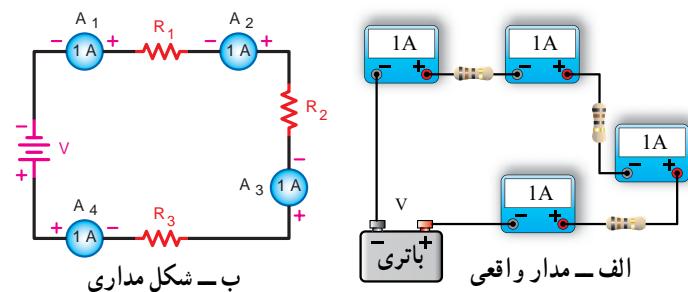
از ولتاژ های اندازه گیری شده توسط ولت متر در یک مدار سری می توان فهمید که اگر مقاومت ها مساوی نباشند، هر مقاومتی که مقدار آن بیشتر باشد، افت ولتاژ دوسر آن نیز بزرگ تر است. بر عکس، مقاومتی که مقدار مقاومت کمتری دارد، افت ولتاژ دوسر آن نیز کمتر است و افت ولتاژ دوسر مقاومت های با مقدار مساوی؛ برابر است. (طبق قانون اهم $I = R \cdot I$)

نتیجه: ولتاژ منبع در مدار سری به نسبت مستقیم مقدار مقاومت های آن مدار تقسیم می شود. یعنی مقاومت بیشتر دارای ولتاژ بیشتر و مقاومت کمتر دارای ولتاژ کمتری است.

۴- مقاومت در مدار سری

به جای چند مقاومت سری می توان یک مقاومتی را انتخاب کرد که مقدار مقاومت آن با مجموع مقاومت چند مقاومت سری برابر باشد. مقاومتی که به جای چند مقاومت سری قرار می گیرد، مقاومت کل یا مقاومت معادل آن چند مقاومت نامیده می شود و آن را با R_T نمایش می دهند. چنان چه مقاومت R_T جایگزین مقاومت های مدار شود، جریان مدار تغییری نخواهد کرد.

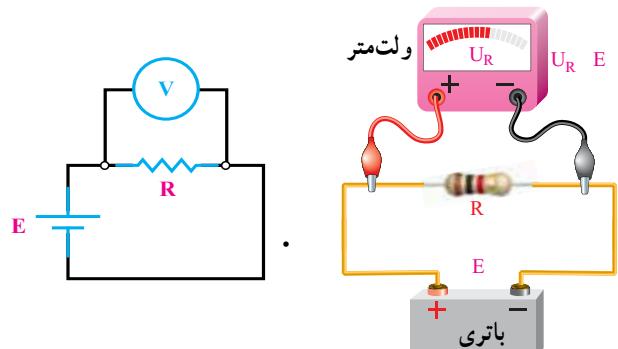
در مدار سری اگر یک یا چند مقاومت به مدار افزوده گردد، شدت جریان مدار کم می شود. لذا برای ثابت نگهداشتن شدت جریان - در حد قبلی - باید به نیروی محرکه می مدار



شکل ۶-۱۱- یکسان بودن شدت جریان در همه نقاط مدار سری

۳-۱۰- ولتاژ در مدار سری

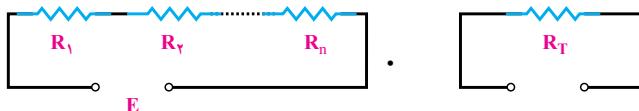
اگر به دوسر یک مقاومت، ولتاژ مشخصی داده شود تمام آن ولتاژ در دوسر مقاومت افت می کند. مطابق شکل ۷-۱ مقدار ولتاژ دوسر مقاومت را به کمک ولت متر می توان اندازه گرفت؛ در واقع، ولتاژ منبع با ولتاژ دوسر مقاومت برابر است.



شکل ۶-۱۱-۱- اندازه گیری ولتاژ دوسر مقاومت

چنان چه تعداد مقاومت ها زیاد باشد، ولتاژ منبع روی همه آن ها تقسیم می شود؛ به طوری که اگر با ولت متر افت ولتاژ های دوسر مقاومت ها را اندازه بگیریم و باهم جمع کنیم، ولتاژ منبع به دست می آید. در شکل ۸-۱ این واقعیت را مشاهده می کید.

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$



شکل ۱۰-۱۰ - مدار سری با n مقاومت

حالت خاص: در صورتی که n مقاومت در مدار سری باهم مساوی باشند، مقاومت معادل از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.
چرا؟

$$R_T = n \cdot R$$

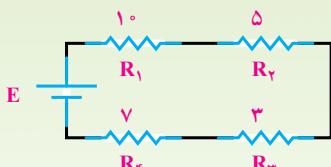
۱۰-۵ - کاربرد قانون اهم'

تاکنون متوجه شده‌اید که جریان و ولتاژ در مدار سری چگونه است اما برای این که بدانید مقدار آن‌ها چگونه تغییر می‌کند و چه قدر است، باید از قانون اهم کمک بگیرید.
قانون اهم به ما می‌گوید که روابط زیر بین ولتاژ، جریان و مقاومت برقرار است.

$$E = IR \quad , \quad I = \frac{E}{R} \quad , \quad R = \frac{E}{I}$$

در اینجا با ذکرچند مثال، با نحوه‌ی کاربرد قانون اهم در مدارهای سری آشنا می‌شویم.

مثال ۱: مقاومت معادل مدار شکل ۱۱-۱۱ را به دست آورید.



شکل ۱۱-۱۱

راه حل:

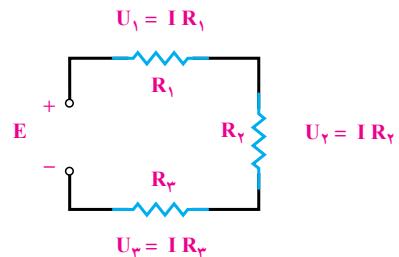
$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R_T = 1 + 5 + 3 + 7 = 20$$

مثال ۲: مقاومت معادل مدارهای شکل ۱۲-۱۲ را به دست آورید. مقاومت معادل کدام مدار بیشتر است؟

افزود. بنابراین، در مدار سری با اضافه کردن تعداد مقاومت‌ها و ثابت بودن ولتاژ منبع، شدت جریان کم می‌شود و این نشان می‌دهد که مقاومت معادل یا مقاومت کل مدار افزایش یافته است. برای محاسبه‌ی مقاومت معادل - یعنی مقاومتی که می‌توان آن را جایگزین مجموعه‌ای از مقاومت‌ها کرد، به شرطی که در شدت جریان مدار تغییری نداهد - به صورت زیر عمل می‌کنیم.
مدار شکل ۹-۹ را با سه مقاومت R_1 , R_2 و R_3 در نظر می‌گیریم.

در مدار سری شدت جریان در تمام نقاط مدار یکسان است.



شکل ۹-۹ - مدار سری با سه مقاومت

در مدار فوق ولتاژ منبع با جمع افت ولتاژها برابر است.
رابطه‌ی آن به این صورت است:

$$E = U_1 + U_2 + U_3 \quad (1)$$

با توجه به قانون اهم، داریم :

$$(2)$$

$$E = I \cdot R_T \quad , \quad U_1 = IR_1 \quad , \quad U_2 = IR_2 \quad , \quad U_3 = IR_3$$

مقادیر روابط ۲ را در رابطه‌ی ۱ قرار می‌دهیم.

$$IR_T = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

با حذف جریان‌ها از طرفین تساوی به رابطه‌ی مقاومت معادل می‌رسیم.

$$I(R_T) = I(R_1 + R_2 + R_3) \quad R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

با توجه به اثبات رابطه‌ی ذکر شده، مقاومت معادل در یک مدار سری از جمع مقاومت‌های تشکیل دهنده‌ی آن مدار به دست می‌آید. شکل ۱۰-۱۰ در حالت کلی رابطه‌ی فوق را برای n مقاومت نشان می‌دهد.

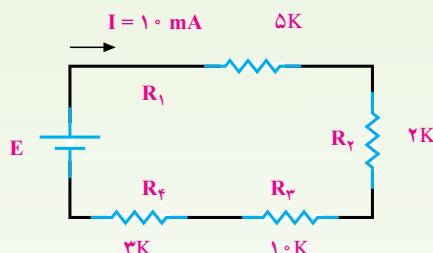
۱- علامت (امگا) به معنای اهم و علامت k به معنای کیلوواهم یا هزار اهم است.

با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{25V}{100} = 0.25A$$

این جریان کل در همه جایی مدار یکسان باقی می‌ماند.
مثال ۴: در مدار شکل ۱۴-۱۴ جریان ۱۰ میلیآمپر از مدار عبور می‌کند. ولتاژ منبع تغذیه چه قدر است؟
راه حل: ابتدا مقاومت معادل (R_T) را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} R_T &= R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \\ &= 5k + 2k + 10k + 3k \\ &= 20k \end{aligned}$$



شکل ۱۴-۱۴

با استفاده از قانون اهم داریم:

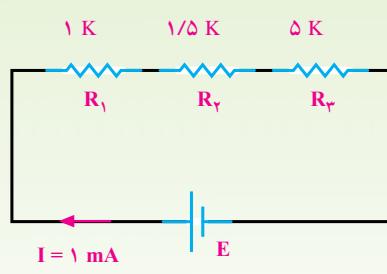
$$E = I \cdot R_T$$

$$E = 10mA \cdot 20k$$

$$E = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3$$

$$= 200V$$

مثال ۵: در مدار شکل ۱۵-۱۵ ولتاژ منبع تغذیه (E) و افت ولتاژ دوسر مقاومت‌ها را به دست آورید.

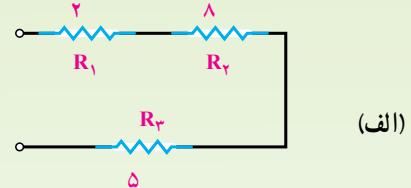


شکل ۱۵-۱۵

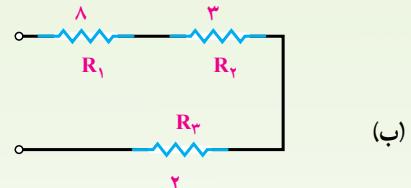
راه حل: به کمک قانون اهم در مورد هر مقاومت می‌توان

راه حل:

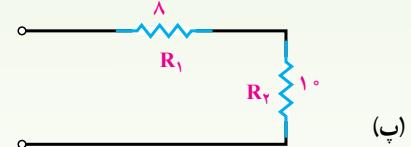
مدار شکل پ دارای مقاومت معادل بزرگ‌تری است.



$$\text{مقادیر مقاومت شکل (الف)} \quad R_T = 2 + 8 + 5 = 15$$



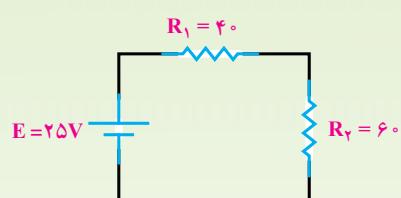
$$\text{مقادیر مقاومت شکل (ب)} \quad R_T = 8 + 3 + 2 = 13$$



$$\text{مقادیر مقاومت شکل (پ)} \quad R_T = 8 + 10 = 18$$

شکل ۱۶-۱۶

مثال ۳: در مدار شکل ۱۳-۱۳ شدت جریان را حساب کنید.



شکل ۱۳-۱۳

راه حل: ابتدا مقدار مقاومت کل (R_T) را با استفاده از رابطه مقاومت معادل سری به دست می‌آوریم.

$$R_T = R_1 + R_2$$

$$= 4 + 6$$

$$= 10\Omega$$

نوشت:

$$U_1 = IR_1 = (1 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^3) = 1V$$

$$U_2 = IR_2 = (1 \cdot 10^{-3} \cdot 1/5 \cdot 10^3) = 1/5V$$

$$U_3 = IR_3 = (1 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^3) = 5V$$

اکنون مقدار ولتاژ منبع تغذیه را حساب می کنیم.

$$E = U_1 + U_2 + U_3$$

$$E = 1 + 1/5 + 5 \quad E = 7V$$

نتیجه: مجموع افت ولتاژهای دوسر مقاومت‌ها با ولتاژ منبع تغذیه برابر است.

ولتاژی که در دوسر هر لامپ افت می کند.

$$U = \frac{E}{n} = \frac{12V}{4} = 3V$$

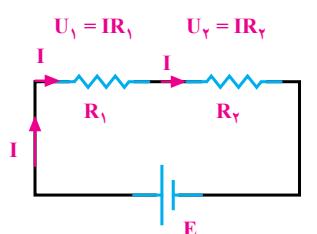
و جریان هر لامپ از قانون اهم بدست می آید.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{3}{2} = 1.5A = 15mA$$

شدت جریان عبوری از لامپ‌ها 15 میلی آمپر که از جریان 3 آمپر هر لامپ کمتر و افت ولتاژ دوسر هر لامپ $3/4$ ولت است که از ولتاژ مورد نیاز هر لامپ یعنی 6 ولت کمتر است. بنابراین، روشنایی لامپ‌ها در حدی نیست که بتوان آن را دید. پس به نظر می‌رسد که لامپ‌ها روشن نیستند.

۶-۱۰- تقسیم ولتاژ بین دو مقاومت سری

می‌دانیم که در یک مدار سری، ولتاژ کل به نسبت مستقیم بین مقاومت‌های مدار تقسیم می‌شود؛ یعنی، هرچه مقدار مقاومت کم‌تر باشد، افت ولتاژ دوسر آن کوچک‌تر و هرچه مقدار مقاومت زیاد‌تر باشد، افت ولتاژ دوسر آن بزرگ‌تر است. برای محاسبه‌ی افت ولتاژ در مقاومت‌های یک مدار سری، مدار شکل ۱۰-۱۷ را در نظر می‌گیریم.



شکل ۱۰-۱۷

ولتاژ دوسر R_2 برابر است با جریان در مقاومت R_1

$$U_2 = IR_2 \quad (1)$$

جریان کل مدار برابر است با :

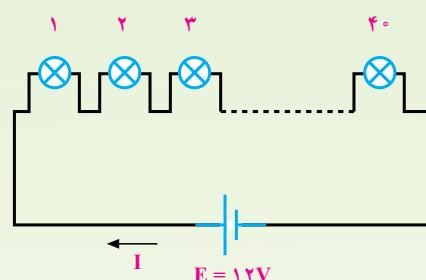
$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

رابطه‌ی ۲ را در رابطه‌ی ۱ قرار می‌دهیم :

$$U_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot R_2$$

اکنون U_2 را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۳ نوشت :

مثال ۶: تعداد 4 لامپ مشابه 6 ولت 3 آمپری را مطابق شکل ۱۰-۱۶ به طور سری به منبع ولتاژ 12 ولتی اتصال داده‌ایم. لامپ‌ها روشن نمی‌شوند. با توجه به این که همه‌ی آن‌ها سالم و اتصالات نیز سالم هستند، علت را شرح دهید.



شکل ۱۰-۱۶

راه حل:

برای حل کردن مثال فوق می‌توانید از قانون اهم استفاده کنید.

$$\text{ مقاومت هر لامپ} = R$$

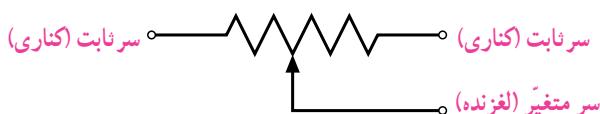
$$\text{قانون اهم} = R = \frac{U}{I}$$

$$= \frac{6V}{0.3} = 20$$

چون لامپ‌ها مشابه یک‌دیگرند، پس ولتاژ منبع به طور مساوی روی آن‌ها تقسیم می‌شود؛ یعنی :

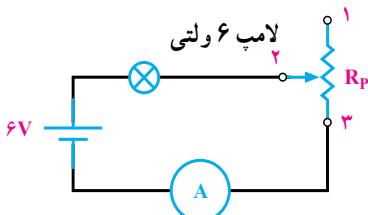
۱۰- رئوستا و پتانسیومتر

قبلاً برای تقسیم ولتاژ، از مقاومت‌های ثابت استفاده کردیم. درنتیجه، ولتاژ‌های ثابتی نیز می‌توانستیم تهیه کنیم اماً در عمل بیشتر از مقاومت‌های متغیر استفاده می‌شود، که به وسیله‌ی این مقاومت‌های متغیر می‌توان ولتاژ‌های متغیری از حداقل تا حداقل ولتاژ منبع به دست آورد که از جمله‌ی آن‌ها مقاومت‌های متغیر رئوستا و پتانسیومتر را می‌توان نام برد. شکل ۱۰-۱۹ نمای الکتریکی یک مقاومت متغیر را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰-۱۹- نمای الکتریکی مقاومت متغیر

سر لغزنده یا متغیر سری است که می‌تواند روی سطح خارجی مقاومت حرکت کند و مقدار مقاومت را نسبت به سرهای ثابت تغییر دهد. اگر از دوسر مقاومت متغیر (یک سر ثابت و یک سر لغزنده) در مدار استفاده شود، مقاومت متغیر به صورت رئوستا در مدار قرار می‌گیرد. با حرکت سر لغزنده، مقدار مقاومت رئوستا و در نتیجه، مقاومت مدار تغییر می‌کند. با تغییر مقاومت مدار، شدت جریان مدار نیز تغییر می‌کند. رئوستا برای کنترل شدت جریان مدار به کار می‌رود و در مدار به صورت سری بسته می‌شود. شکل ۱۰-۲۰ اتصال رئوستا را در مدار نشان می‌دهد.



شکل ۱۰-۲۰- اتصال رئوستا در مدار

با تغییر سر لغزنده از نقطه‌ی ۱ به ۲ و ۳ مقاومت مدار کاهش می‌یابد. با کاهش مقاومت مدار جریان آن افزایش می‌یابد و روشنایی لامپ بیشتر می‌شود. در نقطه‌ی ۳ مقاومت مدار حداقل و شدت جریان حداقل مقدار خود را دارد؛ درنتیجه

$$U_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (3)$$

رابطه‌ی ۳ ولتاژ دوسر مقاومت R_1 را نسبت به ولتاژ کل در مدار سری مشخص می‌کند. همچنین، به روش مشابه مقدار ولتاژ دوسر R_2 برابر است با:

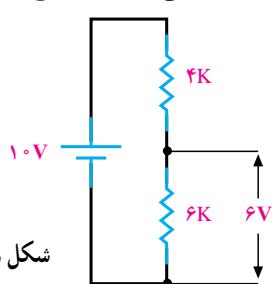
$$U_2 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (4)$$

از مشاهده‌ی روابط ۳ و ۴ معلوم می‌شود که تقسیم ولتاژ روی مقاومت‌ها با مقادیر آن‌ها نسبت مستقیم دارد.

۷- کاربرد سری بستن مقاومت‌ها

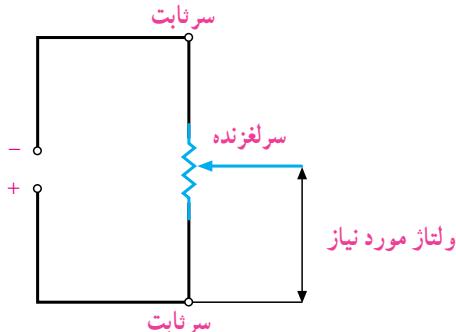
با توجه به مطالبی که تاکنون فرا گرفته‌اید نتیجه می‌شود که از اتصال سری مقاومت‌های اهمی؛ می‌توان در سرزمینه- ساختن مقاومت معادل مورد نظر- کاهش جریان مدار و تقسیم ولتاژ استفاده کرد.

اگر بخواهیم از یک ولتاژ مشخص ولتاژ کمتری داشته باشیم، راه عملی آن است که با استفاده از دو مقاومت، افت ولتاژ لازم را تهیه کنیم و مورد استفاده قرار دهیم؛ مثلاً از ولتاژ ۶ ولت، ۶ ولت آن مورد نیاز است. برای تأمین این ولتاژ، منبع ۱۰ ولتی را با دو مقاومت ۴ و ۶ کیلو اهمی سری می‌کنیم (شکل ۱۰-۱۸). سپس از افت ولتاژ روی مقاومت ۶ کیلو اهمی می‌توانیم برای منظور خاص استفاده نماییم. البته با قرار دادن یک مصرف‌کننده به دوسر مقاومت ۶ کیلو اهم، افت ولتاژ دوسر مقاومت‌ها تغییر می‌کند. به همین دلیل، معمولاً برای تأمین ولتاژ‌های مورد نیاز از مقاومت‌های متغیر استفاده می‌شود که در ادامه درباره‌ی انواع آن‌ها توضیح خواهیم داد.



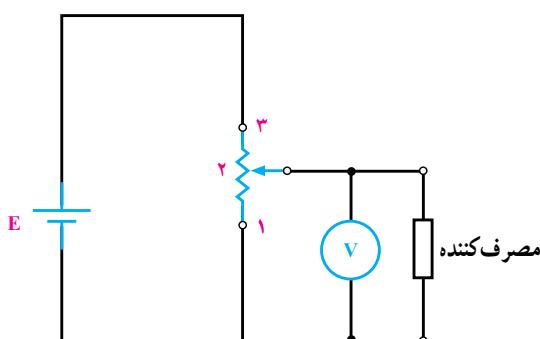
شکل ۱۰-۱۸- تقسیم ولتاژ

متغیری را دریافت کرد.
پتانسیومتر را برای دریافت ولتاژی کمتر از ولتاژ منبع به کار می‌برند. شکل ۲۲-۱۰ آتصال پتانسیومتر را به مدار نشان می‌دهد.



شکل ۲۲-۱۰- آتصال پتانسیومتر در مدار

با وصل کردن ولتاژ منبع به دوسر مقاومت متغیر (پتانسیومتر)، و تنظیم سر لغزنده ولتاژ مورد نیاز را از سر ثابت و سر لغزنده دریافت می‌کنیم.
پتانسیومتر در مدار به صورت موازی بسته می‌شود و کنترل کننده ولتاژ داده شده به مصرف کننده است.



شکل ۲۳-۱۰- دریافت ولتاژ متغیر

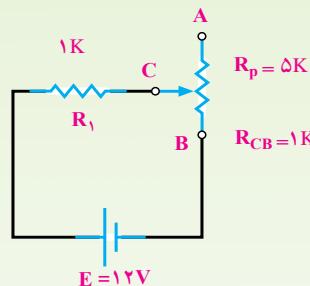
طبق شکل ۲۳-۱۰ با تغییر سر لغزنده از نقطه ۱ به ۲ و ۳ ولت متر ولتاژ بیشتری را نشان می‌دهد.
متناسب با ولتاژ مورد نیاز مصرف کننده، می‌توان سر لغزنده را در جهت مناسب حرکت داد.

مثال ۸: در شکل ۲۴-۱۰ برای دریافت ولتاژ از ۶ تا ۲۴ ولت چه پتانسیومتری را در مدار قرار می‌دهید؟

روشنایی لامپ نیز حداکثر است. عکس این مطلب نیز صادق است. با حرکت سر لغزنده از نقطه ۳ به ۲ و ۱ مقاومت مدار افزایش و جریان کاهش می‌یابد. با کاهش شدّت جریان از روشنایی لامپ کاسته می‌شود.

مثال ۷: شدّت جریان مدار شکل ۲۱-۱۰ را در حالات‌های زیر به دست آورید.

- ۱- سر لغزنده در نقطه A قرار دارد.
- ۲- سر لغزنده در نقطه C قرار دارد.



شکل ۲۱-۱۰

راه حل:

$$\text{حالت ۱} \quad R_T = R_1 + R_p = 1k + 5k = 6k$$

$$I = \frac{12V}{6 \cdot 10^3} = 2mA$$

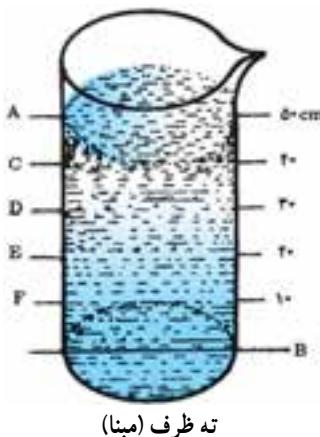
$$\text{حالت ۲} \quad R_T = R_1 + R_{CB} = 1k + 1k = 2k$$

$$I = \frac{12V}{2 \cdot 10^3} = 6mA$$

از مثال فوق مشخص می‌شود که مقاومت مدار در حالت ۱ برابر ۶k و شدّت جریان ۲mA است. در حالت ۲ مقاومت مدار کاهش یافته و به ۲k رسیده است؛ در نتیجه، شدّت جریان افزایش می‌یابد و به ۶mA می‌رسد. بنابراین، با قرار گرفتن یک رئوستا به طور سری در مدار، شدّت جریان کنترل می‌شود.

اگر از هر سه سر مقاومت متغیر (دوسر ثابت و یک سر لغزنده) در مدار استفاده شود، مقاومت متغیر به صورت پتانسیومتر در مدار قرار می‌گیرد. با حرکت سر لغزنده، مقدار مقاومت آن نسبت به سرهای ثابت تغییر می‌کند. با قراردادن ولتاژی به دوسر ثابت می‌توان از سر لغزنده و یکی از سرهای کناری، ولتاژهای

اندیس برای ارتفاع (h) بنویسیم، برای بدست آوردن فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی A تا E چنین عمل می‌کنیم:



ته ظرف (مبنا)

شکل ۲۵-۱۰- نسبی بودن ارتفاع آب

$$h_{AE} = h_{AB} - h_{EB}$$

ارتفاع آب از نقطه‌ی A تا ته ظرف

$$h_{EB} = 2 \text{ cm}$$

$$h_{AE} = 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm}$$

$$h_{AE} = 3 \text{ cm}$$

ارتفاع AE

مثلاً ارتفاع نقطه‌ی D تا ته ظرف چقدر است؟

$$h_{DB} = h_{DB} - h_{BB}$$

$$h_{DB} = 3 \text{ cm} -$$

$$h_{DB} = 3 \text{ cm}$$

برای خلاصه کردن رابطه‌ی تعیین ارتفاع، معمولاً حرف

مبنا را نمی‌نویسند اما در محاسبه، آن را در نظر می‌گیرند؛ مثلاً

h_{AD} برابر است با:

$$h_{AD} = h_A - h_D$$

که h_A یعنی ارتفاع سطح نقطه‌ی A تا ته ظرف (مبنا) و h_D نیز

به همین صورت ارتفاع سطح نقطه‌ی D تا ته ظرف است. اکنون

با توجه به این توضیحات داریم:

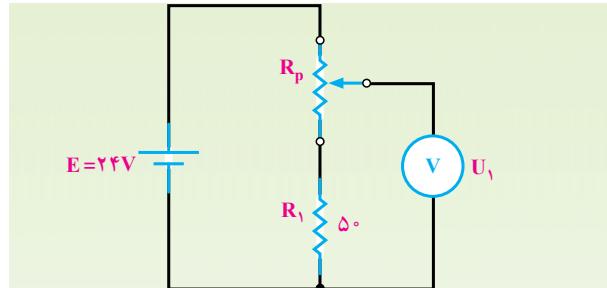
$$h_A = h_{AB} = 5 \text{ cm}$$

A تا نقطه‌ی

$$h_D = h_{DB} = 3 \text{ cm}$$

D تا نقطه‌ی

$$h_{AD} = 5 \text{ cm} - 3 \text{ cm}$$



شکل ۲۴-۱۰

$$\text{راه حل: } U_1 = E \frac{R_1}{R_1 + R_P}$$

$$U_1(R_1 + R_P) = ER_1 . \quad U_1 R_1 + U_1 R_P = ER_1$$

$$U_1 R_P = ER_1 - U_1 R_1$$

$$R_P = \frac{R_1(E - U_1)}{U_1}$$

$$R_P = 5 \cdot \frac{(24 - 6)}{6} = \frac{5 \cdot 18}{6} = 15 \text{ ohm}$$

۹- کاربرد مقاومت‌های متغیر

شدت صدای رادیو و فرستنده‌ها و گیرنده‌های دیگر و نیز روشنایی تصویر تلویزیون به کمک ولوم‌هایی که در جلوی دستگاه تعییه شده است، کم و زیاد می‌شود. این ولوم‌ها چیزی جز مقاومت‌های متغیر نیستند که به صورت رئوستا و پتانسیومتر در مدار قرار گرفته‌اند.

۱۰- نسبی بودن ولتاژ الکتریکی

استوانه‌ی مدرج پر از آب شکل ۲۵-۱۰ را در نظر بگیرید.

ارتفاع سطح آب را می‌توان نسبت به هر نقطه‌ای از ستون آب در لوله‌ی مدرج بدست آورد. فرض کنید می‌خواهیم ارتفاع سطح آب را از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی E بدست آوریم. برای این کار می‌توانیم درجات بین دو نقطه‌ی A و E را بیینیم یا آن که ارتفاع آب را از نقطه‌ی A تا B (ته ظرف) و ارتفاع نقطه‌ی E تا ته ظرف را بخوانیم و از یک دیگر کم کنیم؛ در هر دو صورت به یک جواب می‌رسیم. بنابراین، اگر علامت ارتفاع را h در نظر بگیریم و نقاطی را که می‌خواهیم ارتفاع بین آن‌ها مشخص شود به صورت

(نقطه‌ی C) دارای ولتاژ $+5$ ولت باشد، اختلاف ولتاژ نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی B – که با U_{AB} نمایش داده می‌شود – برابر است با $U_{AC} - U_{BC}$. در نتیجه :

$$U_{AC} = -4V$$

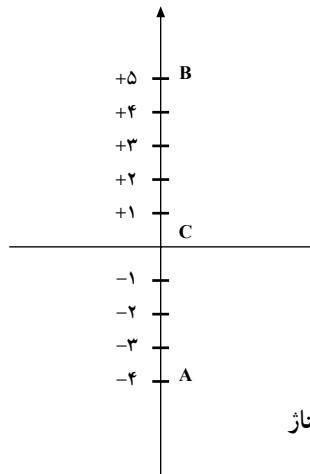
$$U_{BC} = +5V$$

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

ولتاژ A نسبت به C

ولتاژ B نسبت به C

ولتاژ A نسبت به B



شکل ۲۷-۱۰—نسبی بودن ولتاژ

$$U_{AB} = -4V - (+5V)$$

$$U_{AB} = -9V$$

هم‌چنین ولتاژ نقطه‌ی B نسبت به A برابر است با :

$$U_{BA} = U_B - U_A$$

$$U_{BA} = +5V - (-4V)$$

$$U_{BA} = +9V$$

$$U_{AB} = -U_{BA}$$

نتیجه :

یا

$$U_{BA} = -U_{AB}$$

مثال ۹: در مدار شکل ۲۸-۱۰ با تساوی مقاومت‌ها اختلاف ولتاژ نقاط A، B، C و D را نسبت به مبنای E به دست آورید. به کمک اختلاف ولتاژ‌های به دست آمده مقادیر U_{AB} و U_{AC} و U_{AD} را نیز به دست آورید.

$$h_{AD} = 20\text{cm}$$

در مورد تعیین ارتفاع آب در پشت سدها نیز همین روش به کار می‌رود؛ مثلاً وقتی می‌گویند ارتفاع سطح آب تا تاج^۱ سد ۵ متر است، یعنی تفاوت بین ارتفاع سطح آب تا کف سد و ارتفاع بالاترین نقطه‌ی سد تا کف دریاچه‌ی سد ۵ متر است. در شکل ۲۶-۱۰ ارتفاع آب تا تاج سد به خوبی نشان داده شده است.



شکل ۲۶-۱۰—سد کرج

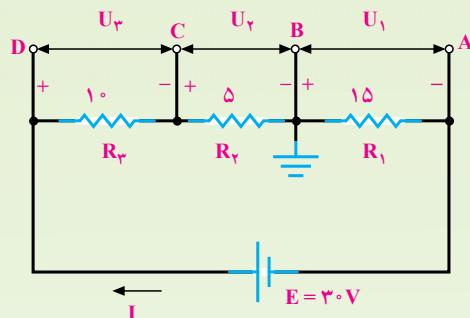
از مطالب گفته شده چنین برمی‌آید که کمیت ارتفاع نسبی است؛ یعنی، باید آن را نسبت به یک مبنای سنجید. کمیت ولتاژ را نیز معمولاً نسبت به یک مبنای سنجند؛ مثلاً وقتی گفته می‌شود ولتاژ نقطه‌ی A مقداری را داراست، این گفته ناقص است. در واقع، شونده وقتی مقدار ولتاژ نقطه‌ی A را می‌شنود، منتظر است که گفته شود نسبت به کجا این مقدار را دارد اما وقتی گفته می‌شود «ولتاژ دوسر مقاومت» جمله کاملاً درست و بجاست؛ زیرا ولتاژ یک سر مقاومت نسبت به سر دیگر آن مورد نظر است یا این که اگر گفته شود «ولتاژ منبع» بیان درستی است؛ زیرا ولتاژ یک طرف منبع نسبت به سر دیگر منبع موردنظر بوده است. بنابراین، در حالت کلی همان‌گونه که ارتفاع آب داخل لوله یا پشت سد را نسبت به ته ظرف یا سطح زمین می‌سنجند، کمیت ولتاژ را هم نسبت به یک مبنای که می‌تواند در هر نقطه‌ای از مدار انتخاب شود – بیان می‌کنند.

مثلاً اگر ولتاژ نقطه‌ی A مطابق شکل ۲۷-۱۰ نسبت به مبنای C برابر ۴ ولت و ولتاژ نقطه‌ی B نسبت به همان مبنای

۱—بالاترین نقطه‌ی سد را از نظر ارتفاع، تاج سد گویند.

$$U_{AB} = U_A - U_B = 20 - 15 = +5V$$

مثال ۱۰: در مدار شکل ۲۹ ۱۰ پتانسیل نقاط A، C و D را نسبت به نقطهٔ اتصال مشترک (B) بدست آورید.



شکل ۱۰-۲۹

راه حل: مقاومت معادل برابر است با:

$$R_T = 10 + 5 + 15 = 30$$

شدّت جریان کل با استفاده از قانون اهم:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{30}{30} = 1A$$

$$\text{افت ولتاژ روی } R_1 = (1)(15) = 15V \quad R_1 = 15V$$

$$\text{افت ولتاژ روی } R_2 = (1)(5) = 5V \quad R_2 = 5V$$

$$\text{افت ولتاژ روی } R_3 = (1)(10) = 10V \quad R_3 = 10V$$

با توجه به جهت جریان در شکل داریم:

$$U_1 = U_B - U_A = 15V \quad \text{و چون } U_1 = U_B - U_A = 15V \text{ مثبت است،}$$

نتیجه می‌گیریم که $U_A < U_B$ است. از طرف دیگر، چون نقطهٔ B مبناست، پس $U_B = 0$ می‌باشد. حال اگر مقادیر U_B و U_1 را در رابطهٔ بالا قرار دهیم، خواهیم داشت $U_A = -15V$ یا

به عبارت دیگر: $U_A = -15V$. منفی شدن U_A بدین معناست

که پتانسیل نقطهٔ A به اندازهٔ ۱۵ ولت از پتانسیل نقطهٔ B مینباشد.

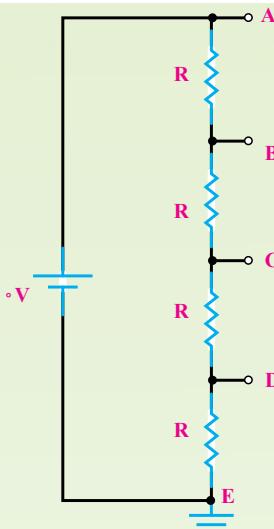
یعنی B کمتر است.

$$U_{AB} = U_A - U_B = -15 - 0 = -15V$$

$$U_{CB} = U_C - U_B = +5 - 0 = +5V$$

$$U_D = U_3 + U_2 = 10 + 5 = 15V$$

$$U_{DB} = U_D - U_B = +15 - 0 = +15V$$



شکل ۱۰-۲۸ ولتاژ نقاط مختلف، نسبت به نقطهٔ مبنای

راه حل: ولتاژ نقطهٔ A نسبت به E برابر است با ولتاژ نقطهٔ A منهای ولتاژ نقطهٔ E؛ یعنی:

$$U_{AE} = U_A - U_E$$

$$U_{AE} = +20V - 0 = +20V$$

با توجه به این که مقاومت‌های موجود در مدار بایک دیگر برابرند و جریان آن‌ها نیز برابر است، پس اختلاف پتانسیل دوسران‌ها نیز باهم برابر است و می‌توان گفت ولتاژ منبع به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود و ولتاژ دوسر هر مقاومت برابر

$$U_R = \frac{20V}{4} = 5V \quad \text{خواهد شد.}$$

اکنون می‌توان پتانسیل نقطهٔ C، D و B را نسبت به نقطهٔ E که نقطهٔ مبنای است – به صورت زیر بدست آورد.

$$U_{BE} = U_B - U_E = 15 - 0 = 15V$$

$$U_{CE} = U_C - U_E = 10 - 0 = 10V$$

$$U_{DE} = U_D - U_E = 5 - 0 = +5V$$

اختلاف پتانسیل نقاط دیگر را نیز می‌توان از روابط زیر بدست آورد.

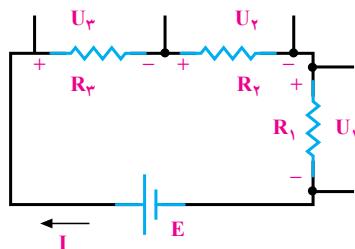
$$U_{AD} = U_A - U_D = +20 - 5 = +15V$$

$$U_{AC} = U_A - U_C = 20 - 10 = +10V$$

$$E - (U_1 + U_2 + U_3) = 0$$

$$E = U_1 + U_2 + U_3$$

یا



شکل ۱۰-۳۱

مثال ۱۲: قانون ولتاژهای کیرشهف را در مدار شکل ۱۰-۳۲ بررسی کنید.

راه حل: جریان کل در مدار زیر (حلقه‌ی بسته) برابر

$$I = \frac{E}{R_T}$$

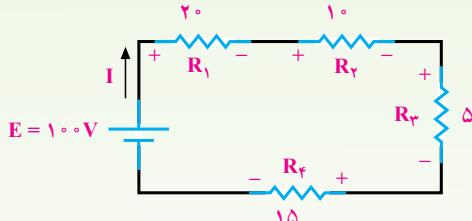
مقاومت معادل برابر است با :

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R_T = 20 + 10 + 5 + 15$$

$$R_T = 50$$

$$I = \frac{100}{50} = 2A$$



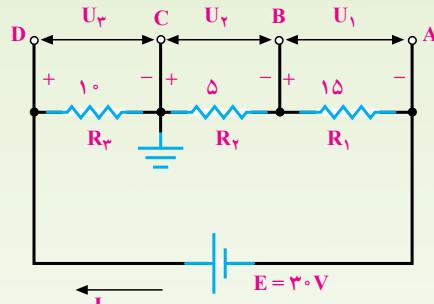
شکل ۱۰-۳۲

افت ولتاژ دوسر R_1 با استفاده از قانون اهم :

$$U_{R_1} = (2)(20) = 40V$$

مثال ۱۱: با تغییر نقطه‌ی مبدا از نقطه‌ی B به نقطه‌ی C

ولتاژ نقاط A، B و D نسبت به نقطه‌ی C در شکل ۱۰-۳۰ در کدام است؟



شکل ۱۰-۳۰

$$U_{AC} = -U_1 - U_2 = -15 - 5 = -20V$$

$$U_{BC} = -U_2 = -5V$$

$$U_{DC} = U_3 = 10V$$

۱۰-۱۱- قانون ولتاژهای کیرشهف (KVL)

رابطه‌ی بین ولتاژهای جزء (افت ولتاژها) و ولتاژ کل را در مدار سری متذکر شدیم. اکنون تقسیم ولتاژ در مدار سری را به گونه‌ای دیگر بیان می‌کنیم.

هر مدار سری شامل تعدادی مصرف‌کننده (مقاومت) و یک منبع تغذیه است که به صورت یک حلقه باهم سری شده‌اند.

قانون ولتاژهای کیرشهف: در هر حلقه جمع جبری افت ولتاژهای دوسر مقاومت‌ها و ولتاژ منبع تغذیه برابر صفر است :

$$E - U = 0$$

در هر مدار بسته، ولتاژ اعمال شده به مدار برابر مجموع

افت ولتاژهای موجود در مدار حلقه است ($E = \sum U$)

یعنی، با توجه به شکل ۱۰-۳۱ می‌توان نوشت :

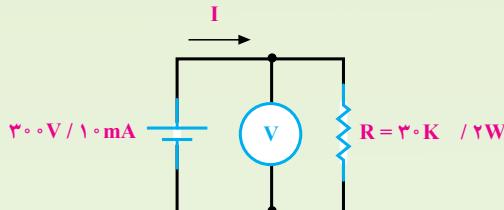
$$E - \sum U = 0$$

K.V.L = Kirchhoff's Voltage Law -۱

-۲- اگر از یک نقطه از مداری در جهت دلخواه گردش کنیم و در یک چرخش کامل به همان نقطه‌ی شروع برسیم، به آن یک حلقه گویند.

-۳- یعنی جمع جبری، پس U به معنای جمع جبری ولتاژهایست.

مثال ۱۳: توانی که یک منبع تغذیه با مشخصات $300\text{V} / 10\text{mA}$ می‌تواند تولید کند، چه قدر است؟ اگر این منبع را مطابق شکل ۱۰-۳۲ به یک مقاومت $2\text{k}\Omega$ متصل کنیم، چه اتفاقی می‌افتد؟



شکل ۱۰-۳۳

$$P_t = E \cdot I$$

$$P_t = 300 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$$

توانی که منبع می‌تواند تولید کند

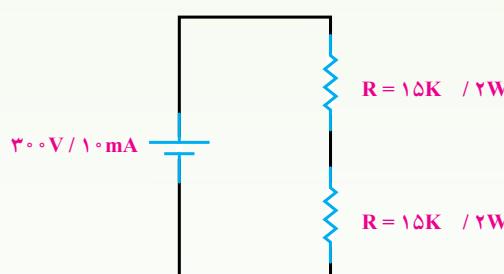
$$I = \frac{E}{R}$$

$$I = \frac{300\text{V}}{2\text{k}\Omega} = 10\text{mA}$$

$$P_R = U_R \cdot I = 300 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$$

توان مصرف شده در مقاومت

چون توان مجاز مقاومت بیش از ۲ وات نیست و اکنون ۳ وات مصرف می‌کند، مقاومت گرم می‌شود و می‌سوزد.
اگر دو مقاومت $2\text{k}\Omega / 15\text{k}\Omega$ را با همان منبع تغذیه سری کنیم (شکل ۱۰-۳۴)، توان مصرفی هر مقاومت $1/5$ وات می‌شود که از توان مجاز آن کمتر است. در نتیجه، برای مقاومت‌ها مسئله‌ای پیش نمی‌آید.



شکل ۱۰-۳۴

ولتاژهای دوسر R_2 و R_4 و نیز با همین روش محاسبه می‌شود:

$$U_{R_1} = (2)(10) = 20\text{V}$$

$$U_{R_3} = (2)(5) = 10\text{V}$$

$$U_{R_4} = (2)(15) = 30\text{V}$$

قانون ولتاژهای کیرشهف در این باره می‌گوید که $E = U$ است؛ یعنی:

$$E = U_{R_1} + U_{R_2} + U_{R_3} + U_{R_4}$$

$$100 = 40 + 20 + 10 + 30$$

$$100 = 100$$

یا

$$E - U_{R_1} - U_{R_2} - U_{R_3} - U_{R_4} = 0$$

$$100 - 40 - 20 - 10 - 30 = 0$$

$$100 - 100 = 0$$

۱۰-۱۲ - توان مصرفی در مدار سری

توان کل در یک مدار سری یا توانی که توسط مقاومت‌های مدار مصرف می‌شود، از مجموع توان‌های مصرف شده‌ی هر یک از مقاومت‌ها بدست می‌آید.
اگر مداری شامل n مقاومت سری باشد، توان کل برابر است با:

$$P_t = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

برای محاسبه‌ی توان تک مقاومت‌ها (توان‌های جزء)

باید از یکی از روابط توان $(P = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI)$ کمک بگیریم.
توضیح: هرگاه در یک مدار سری فقط محاسبه توان کل در نظر باند مقدار آن را بر پایه روابط توان به صورت زیر نیز می‌توان بدست آورد.

$$P_T = U_T \cdot I_T = R_T \cdot I_T^2 = \frac{U_T^2}{R_T}$$

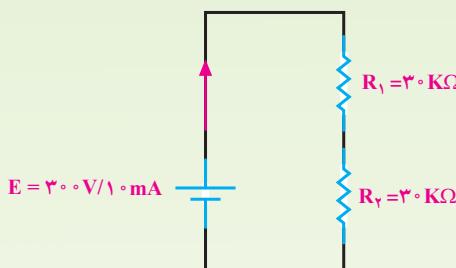
$$P_3 = U_3 I$$

$$P_3 = 100 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1W \quad R_3$$

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 1 + 1 + 1 = 3W$$

نتیجه: توان تولید شده توسط منبع، برابر مجموع توان های مصرف شده در اجزای مدار است.

مثال ۱۴: دو مقاومت $30k$ / $2W$ را به صورت سری به منبع تغذیه $10mA$ وصل می کنیم. توان مصرفی هر مقاومت و توان تولید شده توسط منبع تغذیه را حساب کنید. ابتدا صورت مسئله را به شکل زیر تبدیل می کنیم.



شکل ۱۰-۳۶

راه حل:

$$R_t = R_1 + R_2 = 30 + 30 = 60k$$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{30V}{60k} = 5mA$$

$$U_{R_1} = U_{R_2} = \frac{30}{2} = 15V$$

$$P_{R_1} = P_{R_2} = U_{R_1} \cdot I = U_{R_2} \cdot I$$

$$= 15V \cdot 5mA = 75mW \text{ مقاومت هر}$$

$$P_t = P_{R_1} + P_{R_2} = 75 + 75 =$$

$$= 150mW = 1/5W \text{ توان تولید شده توسط منبع}$$

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{30V}{15k + 15k} = 10mA ,$$

$$U_{R_1} = U_{R_2} = \frac{30}{2} = 15V$$

$$P_{R_1} = U_{R_1} \cdot I$$

$$P_{R_1} = 15 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1/5W$$

$$P_{R_2} = U_{R_2} \cdot I$$

$$P_{R_2} = 15 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1/5W$$

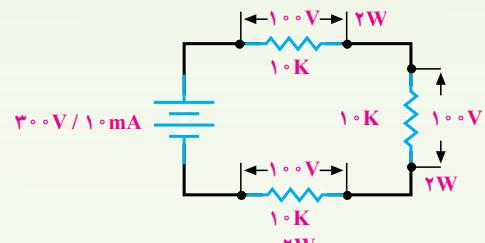
از طرفی، توان تولید شده توسط منبع، برابر مجموع

توان های مصرف شده در مقاومت هاست؛ یعنی :

$$P_t = P_{R_1} + P_{R_2}$$

$$P_t = 1/5 + 1/5 = 3W$$

برای کسب اطمینان از گرم نشدن مقاومت ها، سه مقاومت $10k$ / $2W$ را به صورت سری به همان منبع تغذیه اتصال می دهیم. توان مصرفی هر مقاومت یک وات می شود که از توان مجاز آن بسیار کمتر است (شکل ۱۰-۳۵) در اینجا نیز توان منبع، با مجموع توان های جزء برابر خواهد بود.



شکل ۱۰-۳۵

$$P_t = E \cdot I$$

$$P_t = 30 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 3W \quad \text{توان کل}$$

$$P_1 = U_1 I$$

$$P_1 = 10 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1W \quad \text{توان مصرفی}_1 R_1$$

$$P_2 = U_2 I$$

$$P_2 = 10 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1W \quad \text{توان مصرفی}_2 R_2$$

۱۳- مشخصات مدار سری

۱- شدت جریان در تمام نقاط مدار یکسان و برابر است. $\frac{U_T}{R_T}$

$$I_T = I_1 = I_2 = \dots = I_n$$

۲- مقاومت کل (معادل) از جمع مقاومت‌های جزء مدار حاصل می‌شود و برابر است با

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

۳- ولتاژ کل از جمع افت ولتاژ‌های جزء مدار به دست می‌آید. $E = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

۴- افت ولتاژ دوسر مقاومت‌های جزء با مقدار مقاومت‌های مدار نسبت مستقیم دارد.

$$U_1 = E \frac{R_1}{R_T}, \quad U_2 = E \frac{R_2}{R_T}, \quad U_n = E \frac{R_n}{R_T}$$

۵- توان کل با جمع توان‌های جزء مدار برابر است.

$$P_t = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

۶- مقدار مقاومت کل (معادل) از بزرگترین مقاومت مدار نیز بزرگ‌تر است.

۷- قطع (باز) شدن مدار در یک نقطه باعث قطع جریان کل مدار می‌شود.



پرسش

۱- یک مدار سری مقاومتی چگونه تشکیل می‌شود؟

۲- خصوصیات مدار سری را توضیح دهید.

۳- ولتاژ کل در مدار سری بین مقدار مقاومت‌ها به چه نسبتی تقسیم می‌شود؟

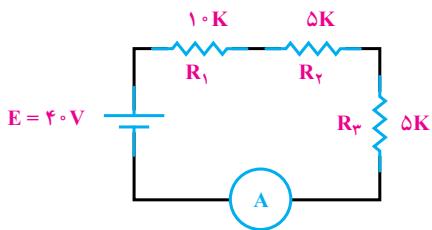
۴- چگونگی استفاده از رئوستا و پتانسیومتر را در مدار شرح دهید.

۵- نسبی بودن پتانسیل را توضیح دهید.

۶- قانون ولتاژ‌های کیرشهف را تعریف کنید و کاربرد آن را در مدار سری شرح دهید.

۷- توان مصرفی و توان مجاز را تعریف کنید.

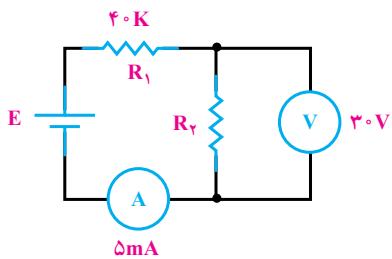
۸- آیا توانی که یک مولد قادر به تولید آن است، می‌تواند از توانی که یک یا چند مصرف‌کننده مصرف می‌کنند، بیشتر یا کمتر باشد؟ در این صورت چه اتفاقی می‌افتد؟ (مثال بزنید).



شکل ۱۰-۳۷

- ۱- در مدار شکل ۱۰-۳۷ مقدار مقاومت کل و جریان مدار چه قدر است؟

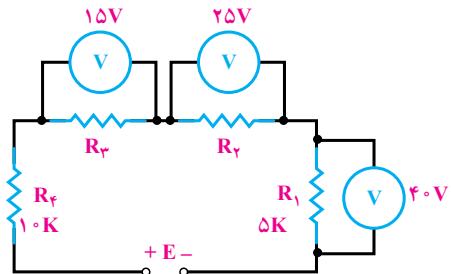
(جواب : $2mA - 20k$)



شکل ۱۰-۳۸

- ۲- در مدار شکل ۱۰-۳۸ مقدار E و R_2 چه قدر است؟

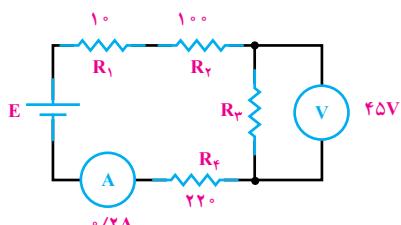
(جواب : $23V$ و $6k$)



شکل ۱۰-۳۹

- ۳- در مدار شکل ۱۰-۳۹ مقدار E چه قدر است؟

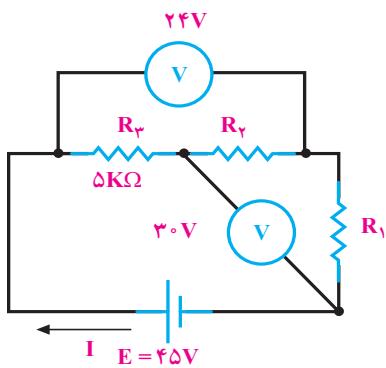
(جواب : $16V$)



شکل ۱۰-۴۰

- ۴- مقاومت معادل مدار شکل ۱۰-۴۰ چه قدر است؟

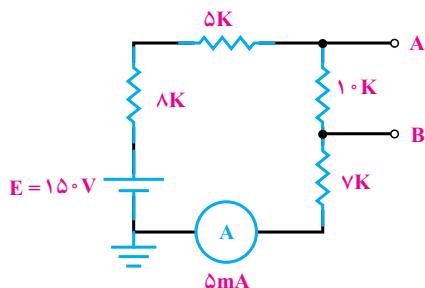
(جواب : 555Ω)



شکل ۱۰-۴۱

۵- در مدار شکل ۱۰-۴۱ مطلوبست محاسبه شدّت جریان کل و مقدار مقاومت‌های R_1 و R_2 چه قدر است؟

(جواب: ۳ mA، ۷ و ۳)



شکل ۱۰-۴۲

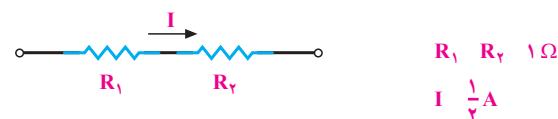
۶- در مدار شکل ۱۰-۴۲ ولتاژ نقطه‌ی A و B نسبت به زمین چه قدر است؟ ولتاژ U_{BA} را نیز محاسبه کنید.

(جواب: +۸۵ V، +۳۵ و -۵۰)

۷- در مدارهای شکل ۱۰-۴۳ توان مصرفی کل و R_t را بدست آورید. در صورتی که توان مجاز مقاومت‌ها در شکل الف و ب $W/5^\circ$ باشد، آیا مقاومت‌ها خواهند سوت؟

(جواب الف - $\frac{1}{3} W$ و ۲)

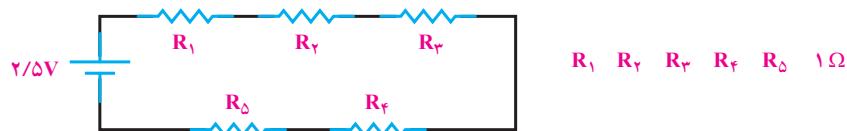
(جواب ب - $1/25 W$ و ۵)



$$R_1 + R_2 = 1 \Omega$$

$$I = \frac{1}{2} A$$

الف)



ب)

شکل ۱۰-۴۳