فصل اول

مفهوم دیجیتال و سیستم اعداد

هدف کلی: شناخت مفهوم دیجیتال، سیستم‌های اعداد، جمع و تفریق در مبنای باینری

کل زمان اختصاص داده شده به فصل : ۱۲ ساعت آموزشی

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود که:

۱ـ مفهوم کمیت‌های آنالوگ و دیجیتال را توضیح دهد.

۲ـ نقش کمیت‌های دیجیتالی را در صنایع و دستگاه‌ها شرح دهد (ارائه مثال‌های کاربردی دیجیتالی در مخابرات، تلفن، دوربین، تلویزیون و ...)

۳ـ مفهوم صفر و یک را بیان کند.

۴ـ دروازه‌های منطقی NOT، OR و AND را به‌صورت کلید الکتریکی قطع و وصل تشخیص دهد.

۵ـ سیستم اعداد دسی‌مال (ده‌دهی)، باینری (دویی)، اکتال (هشت‌تایی) و هگزادسی‌مال (شانزده‌تایی) را شرح دهد.

۶ـ مکمل‌های اعداد را توضیح دهد.

۷ـ اعداد را از یک مبنا به مبنای دیگر تبدیل کند.

۸ـ اعداد را در مبنای باینری جمع و تفریق کند.

۹ـ دلیل کاربرد سیستم‌های اعداد باینری، اکتال و هگزا دسی‌مال را توضیح دهد.

۱۰ـ نقش کد در سیستم دیجیتال را شرح دهد.

۱۱ـ کد BCD را همراه با کاربرد آن در سیستم دیجیتال بیان کند.

۱۲ـ به سؤالات الگوی پرسش پاسخ دهد.

هدف‌های رفتاری در حیطهٔ‌عاطفی

۱۳ـ نظم و ترتیب و حضور به‌موقع در هنرستان و کلاس را رعایت کند.

۱۴ـ تکالیف و مسئولیت‌های واگذار شده را به طور دقیق اجرا کند.

۱۵ـ در موقعیت‌های مناسب برای درک بهتر مفاهیم از آزمایشگاه مجازی استفاده کند.

۱۶ـ از لوازم موجود در کلاس و هنرستان به خوبی مراقبت و نگهداری کند.

۱۷ـ خوب گوش دهد و ابهامات و سؤال‌های خود را بپرسد.

۱۸ـ با دقت و اعتماد به نفس به سؤال‌های مطرح شده پاسخ دهد.

۱۹ـ از شوخی‌های بی‌مورد پرهیز کند.

۲۰ـ حضور فعال و داوطلبانه در امور مختلف داشته باشد.

۲۱ـ توانمندی‌های خود را در موقعیت‌های مناسب بروز دهد.

۲۲ـ در کار گروهی مشارکت فعال و همکاری مؤثر داشته باشد.

۲۳ـ نسبت به حل مشکلات سایر هنرجویان حساس و فعال باشد.

۲۴ـ سایر هنرجویان را در ارتباط با اجرای نظم و مقرارت، راهنمایی و تشویق کند.

۲۵ـ خلاقیت‌های ذاتی خود را در موقعیت‌های مناسب بروز دهد.

1 0001 DIGITAL 1

واژه‌های بنیادی فصل اول

Digital	دیجیتال ـ رقمی	NOT	« نه ـ نفی» منطقی	Hexadecimal	شانزده‌تایی
Low	کم‌ـ پایین(صفرمنطقی)	Decimal	ده دهی	Add	جمع
High	زیاد‌ـ بالا(یک منطقی)	Binary	دودویی	Subtract	تفریق
Gate	دروازه	Bit	واحد شمارش در دیجیتال	Carry	رقم نقلی
OR	« یا » منطقی	Octal	هشت‌تایی		
AND	« و » منطقی	BCD: Binary Coded Decimal			

پیش‌گفتار

اکنون در جهانی زندگی می‌کنیم که نام دهکدۀجهانی را بر آن نهاده‌اند. شبکه‌های اطلاع‌رسانی و ارتباطی و تجهیزات پیشرفتۀمخابراتی و حمل و نقل، بیش از هرزمانی در نزدیک شدن انسان‌ها و افکار آنها به یکدیگر تأثیر گذارند، با وجود آن که امروزه ازهر۶ نفر در دنیا، یک نفر از نشانی پست الکترونیکی[1] (e-mail) بهره‌مند است و بیش از صدها میلیون سایت اینترنتی و صدها میلیون وبلاگ (یادداشت الکترونیکی) توسط کاربران ایجاد شده است. متأسفانه فقر ارتباطات معنوی و توسعۀ فرهنگ اصیل در کشورهای مختلف کاملاً به چشم می‌خورد، آیا انقلاب دیجیتال، پایانی بر مشکلات ارتباطی و اطلاع رسانی بشر هزارۀ سوم خواهد بود؟

مقدمه

از پاپیروس[2] تا اینترنت، عنوانی است که برای شرح کلی و اجمالی تاریخ انقلاب دیجیتالی می‌توان بیان کرد. پیشرفت بزرگ در توسعۀ ارتباطات، یعنی کشف کاغذ چاپ در حدود ۱۰۵سال پیش از میلاد مسیح و اختراع ماشین چاپ توسط گوتنبرگ آلمانی در سال ۱۴۵۰ میلادی، در جهت‌گیری سرعت ارتباطات نقش به سزایی را ایفا کرد.

پس از آن که آدمی دست نوشته را سازمان‌دهی کرد و روش نگارش برروی تکه‌های چوب، چرم و پاپیروس را نیز به کار بست، ساخت قالب‌های چوبی و آغشته کردن آنها به رنگ و نشانه‌گذاری برروی آنها، نخستین حرکت چاپی انسان به‌شمار می‌رود، به دلیل وقت زیادی که این عملکرد طلب می‌کرد و قالب‌ها پس از یک بار استفاده، غیر قابل استفاده می‌شدند، گوتنبرگ پس از سال‌ها تلاش و مطالعه

۱ـ پست الکترونیکی(e-mail: electronic-mail)

۲ـ پاپیروس: وسیله‌ای برای نوشتن، شبیه کاغذ که از گیاه پاپیروس به‌دست می‌آید و به صورت لوله‌هایی از ورقه‌های نازک بوده است.

روی روش‌های مکانیکی و دستی موجود، بالاخره توانست ماشین چاپ خود را با حداقل مشکلات اختراع کند. پس از گوتنبرگ در سال ۱۸۶۶، بهترین ماشین چاپ اختراع شد. و در همین سال‌ها ماشین تلگراف نیز اختراع شد و از شهر بالتیموی آمریکا، پیام تاریخی، «خداوند چه ساخته است؟» به شهر واشنگتن ارسال گردید.

ساخت نخستین ایستگاه‌های رادیویی و سپس تلویزیونی و عرصهٔ رایانه‌های شخصی و تولید ابر رایانه‌های غول‌پیکر و دست‌یابی به تکنولوژی ساخت قدرتمندترین پردازشگرهای مرکزی رایانه‌ها، همه وهمه، انسان را در قرن بیست ویکم، در جامعه دهکده جهانی قرارداد.

رایانه که هدفش جایگزینی با مغز انسان است[1]، در برابر نگاه حیرت‌زده و متعجب ما در حال تغییر و جهش‌های باز هم فوق العاده و بی‌سابقه است.

فناوری اطلاعات و ارتباطات، خواسته یا ناخواسته ما را وارد عصری نو می‌کند که خصوصیت اصلی آن انتقال آنی داده‌ها و گسترش ارتباطات و شبکه‌های الکترونیکی است. شبکه‌های الکترونیکی، حجم بالای اطلاعات تولید شده را طبقه‌بندی می‌کنند و قادرند با قابلیت های ممتاز خود، امکان دست‌یابی آنی را برای کاربران از همهٔ نقاط جهان در زمان بسیار کم (در چند صدم ثانیه)، فراهم کنند.

به نظر می‌آید انقلاب دیجیتالی، هنوز پایانی ندارد. انقلابی که مرزها را در نوردیده و حتی محدود و محصور به مغزهای دانشمندان نیست. انقلاب دیجیتال، همهٔ ساختارهای گفتاری، نوشتاری، فنی، آموزشی و ارتباطی بشر هزارهٔ جدید را تغییر داده است، لذا باید این تغییر را پذیرفت و باور کرد.

در شکل ۱ـ۱ تعدادی از تجهیزات و وسایل دیجیتالی که در زندگی روزمره با آن سرو کار داریم را مشاهده می‌کنید.

۱ـ یادآور می‌شود که تاکنون هیچ کامپیوتری ساخته نشده است که قابلیت‌های مغزانسان را به تمامی داشته باشد.

شکل ۱ـ۱ــ تعدادی از تجهیزات و وسایل دیجیتالی

جهت هنرجویان علاقه‌مند:

جدیدترین وسایل دیجیتالی که در اطراف خود مشاهده می‌کنید و بر روی زندگی شما تأثیر داشته است را شناسایی کنید و به کلاس ارائه دهید.

۱ـ۱ــ مفهوم دیجیتال

یک سیستم (سامانه) دیجیتال، سیستمی است که در آن اطلاعات به صورت رقمی ارائه و پردازش می‌شود. سامانه‌های پایه‌ریزی شده بر مبنای سیگنال‌های پیوسته را سامانه‌های آنالوگ می‌نامند. بعضی از ساعت هایی که زمان را به وسیلهٔ‌عقربه‌های ساعت، دقیقه و ثانیه شمار نشان می‌دهند و حرکتی پیوسته دارند، (نه حرکتی که عقربه‌های ثانیه شمار یک ثانیه، یک ثانیه پرش دارد) مثالی از یک وسیلهٔ‌آنالوگ است، شکل ۲ـ۱ نمونه‌ای از یک ساعت آنالوگ اتومبیل را نشان می‌دهد.

شکل ۲ـ۱ــ ساعت عقربه‌ای آنالوگ اتومبیل

ساعتی که زمان را با ارقام ده‌دهی نشان می‌دهد یک وسیلهٔ دیجیتالی است. شکل۳ـ۱ نمونه‌ای از یک ساعت دیجیتالی اتومبیل را نشان می‌دهد.

شکل ۳ـ۱ـ ساعت دیجیتالی اتومبیل

رانـــنده‌ای که در حال رانندگی اســـت و تمام تمرکز و حواسش به راندن اتومبیل خود است، برای اطلاع از زمان، ساعت دیجیتالی به‌دلیل نمایش اعداد، تمرکز کمتری را نسبت به ساعت عقربه‌ای از او می‌گیرد.

می‌دانیم بیمارانی هستند که نیاز به کنترل مداوم فشار خون خود دارند، این افراد از دســـتگاه سنجش فشار خون آنالوگ و دیجیتال اســـتفاده می‌کنند. دســـتگاه سنجش فشارخون عقربه‌ای، میزان فشار خون را به صورت آنالوگ نشـــان می‌دهد که در این حالت نیاز به همراهی شـــخص دیگری اســـت. در صورتی که بیمار بـــه تنهایی می‌تواند دستگاه سنجش فشارخون دیجیتالی را مورد استفاده قرار دهد. هم چنین او احتیاج به مهارت خاص برای اندازه‌گیری فشار خون توسط دستگاه دیجیتالی ندارد. شکل ۴ـ۱ـ الف دستگاه سنجش فشار خون عقربه‌ای را نشان می‌دهد.

الف) دستگاه سنجش فشار خون عقربه‌ای

ب) دستگاه سنجش فشار خون دیجیتالی

شکل ۴ـ۱ـ دستگاه سنجش فشار خون عقربه‌ای و دیجیتالی

در شکل ۴ـ۱ـ ب دستگاه سنجش فشار خون دیجیتالی که میزان فشـــارخون را به صورت واضح و دقیق نمایش می‌دهد را مشاهده می‌کنید.

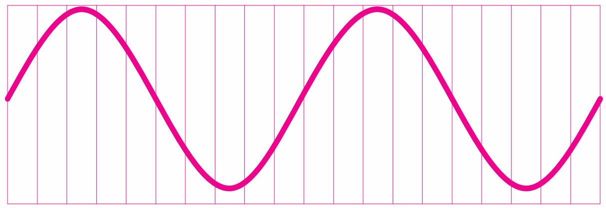
جهت هنرجویان علاقه‌مند: وسایل عقربه‌ای (آنالوگ) و دیجیتالی که در محیط هنرستان وجود دارد را شناسایی کنید و نتایج را به کلاس ارائه دهید.

اطلاعات روی نوارهای کاست صوتی به‌صورت آنالوگ ذخیره می‌شـــوند درحالی که دیسک‌های (CD) لیزری فشرده، اطلاعات را به صورت دیجیتال ذخیره می‌کنند. به عنوان مثال شـــکل ۵ـ۱ـ الف یک سیگنال سینوسی آنالوگ را برای یک سیکل نشان می‌دهد که ممکن است روی یک باریکه از نوار صوتی مغناطیسی ضبط شود.

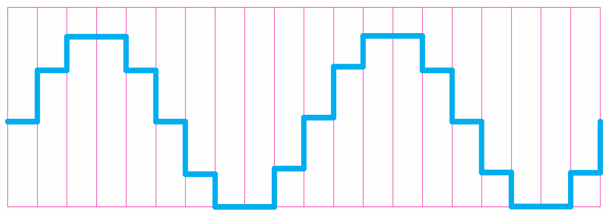
شکل ۵ـ۱ـ ب همان سیگنال سینوسی که در فاصلهٔ زمانی معیـــن و یکنواخت نمونه‌برداری و به صورت یک تابع پله‌ای درآمده است، را نمایش می‌دهد.

شـــکل ۵ـ۱ـ ج این اطلاعات را بـــه صورت دیجیتال نشـــان می‌دهد. هر نمونه به صـــورت یک عدد دودویی (برمبنای ۲) (صفر و یک) و به طور عمودی بر روی نوار نوشته شده است.

نکتهٔ مهم: این تصاویر صرفاً برای آشنایی با امواج آنالوگ و دیجیتالی آمده است و تحلیل آن با توجه به دانسته‌های هنرجویان در این مقطع امکان‌پذیر نیست.



الف) فرم آنالوگ



ب) فرم آنالوگ نمونه‌برداری شده از یک سیگنال سینوسی

0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ج) فرم دیجیتال نمونه‌برداری شده از یک سیگنال سینوسی

شکل ۵ــ۱ــ اطلاعات ذخیره شده بر روی نوار مغناطیسی به صورت آنالوگ و دیجیتال

گرچه کامپیوترهای مدرن مشهودترین مثال از یک سیستم دیجیتالی هستند. مثال‌های دیگری هم‌چون کنترل کننده‌های چراغ راهنمایی، ماشین حساب‌های جیبی و پخش کننده‌های CD که در سطح جامعه در حد گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد و ... نیز وجود دارند.

۱ــ۱ــ۱ــ مزایای سیستم‌های دیجیتال نسبت به آنالوگ:

کامپیوترهای آنالوگ و سایر سیستم‌های آنالوگ، قبل از اینکه تجهیزات دیجیتالی ساخته شوند به مدت طولانی، استفاده می‌شدند. پس چرا سیستم‌های دیجیتالی جای‌گزین سیستم‌های آنالوگ شده‌اند؟ برای پاسخ به این سؤال چندین دلیل وجود دارد:

۱ــ عموماً فناوری‌های دیجیتال، قابلیت انعطاف‌پذیری بیشتری را نسبت به فناوری‌های آنالوگ ارائه می‌دهند، چون به سادگی برای اجرای هر الگوریتم (حل مسأله به‌صورت مرحله مرحله) دل‌خواهی برنامه‌ریزی می‌شوند یا قابل برنامه‌ریزی هستند.

۲ــ مدارهای دیجیتال قابلیت‌های پردازش بسیار قدرتمندتری را تحت عنوان سرعت ارائه می‌دهند.

۳ــ اطلاعات عددی می‌توانند به‌صورت دیجیتالی و با دقت وضوح بیشتری در مقایسه با سیگنال‌های آنالوگ ارائه شوند.

۴ــ ذخیرهٔ اطلاعات و بازیابی آنها در سیستم‌های دیجیتالی ساده‌تر است.

۵ــ ابعاد سیستم‌های دیجیتالی نسبت به سیستم‌های مشابه آنالوگ به طور چشم‌گیری کاهش یافته است.

مزایای سیستم‌های دیجیتال نسبت به آنالوگ

۱ــ قابلیت انعطاف‌پذیری بیشتر

۲ــ سرعت بالاتر

۳ــ دقت وضوح بیشتر

۴ــ بازیابی آسان اطلاعات

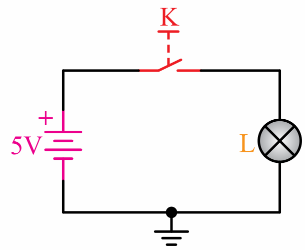
۵ ــ ذخیرهٔ آسان اطلاعات

۶ ــ کاهش ابعاد

جهت هنرجویان علاقه‌مند: با جستجو در سایت‌های مرتبط جدیدترین تولیدات دیجیتالی را شناسایی کنید و در زمینهٔ معرفی، مزایا و امکانات این تجهیزات، مطالبی را تهیه کنید و به کلاس ارائه دهید.

۲ـ۱ـ مفهوم صفر و یک منطقی

من چراغی را روشــن و خامــوش می‌کنم، می‌خواهم به ماشــین بگویم چراغ خاموش یا روشن است، چگونه می‌توانم این مفهوم را به ماشــین منتقل کنم؟ ماشین مفهوم روشــن را نمی‌داند. برای فهماندن به ماشــین مفهوم صفر و یــک را تعریف می‌کنم.می‌گویم اگر ولتاژ به حد معینی رسید یعنی یک است. یعنی لامپ روشن اســت و اگر ولتاژ در حد معینی پاییــن آمد و نزدیک به صفر شــد مفهوم آن صفر است یعنی لامپ خاموش است. یا به عبارت دیگر ماشین چگونه می‌تواند تاریکی و روشنی را تشخیص دهد؟ روشنی به معنی ۱ و تاریکی به معنی صفر است (شکل ۶ـ۱).



شکل ۶ــ۱ــ مدار الکتریکی مولد صفر و یک منطقی

اکنون می‌خواهیم این دو حالــت لامپ را نام‌گذاری کنیم. بــه لغت‌های زیر کــه برای این منظــور به کار رفته‌اند، توجه کنید.

Low ـ Off ـ خاموش → لامپ در حالت خاموش

High ـ On ـ روشن → لامپ در حالت روشن

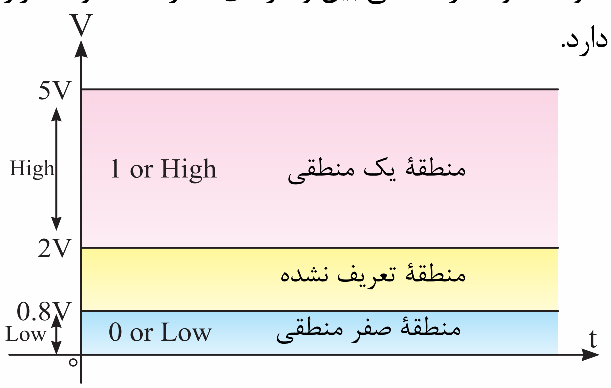
هریک از ایــن لغت‌ها را طبق قراردادی که خود تدوین کرده‌ایم، می‌توانیم به کار ببریم. اما در این زمینه پیشنهاد دیگری نیز می‌توان ارائه کرد:

۰ → لامپ در حالت خاموش

۱ → لامپ در حالت روشن

به نظر می‌رسد پیشنهاد صفر و یک از بقیه موارد جالب‌تر باشد؛ زیرا ســاده و از نظر طول کلمه بســیار کوتاه است. بنابرایــن، دو عــدد «صفر» و «یک» نماد (ســمبل) هایی هســتند که برای نمایش دو وضعیت مختلف (بسته یا باز) به کار می‌روند. در مــورد کلید می‌توان حالت باز را صفر و حالت بســته را یک درنظر گرفت. در مدارهای دیجیتالی، صفر و یک به هیچ عنوان به مفهوم صفر و یک جبری برای نمایش دادن مقدار یک شــیء (مثلاً یک جلد کتاب مبانی دیجیتال) نیســت. در الکترونیــک و کامپیوتر صفر و یک نشــان دهندهٔ ســطوح ولتاژ اســت و به مفهوم خاموش یا روشن بودن لامپ نیســت (هرچند در علوم مهندسی، در هر سیستم دو وضعیتی برای نمایش دادن هر حالت از صفر و یک اســتفاده می‌شــود، مانند باز و بسته بودن یک شیر الکتروهیدرولیکی و ...). بدین معنا که ولتاژ حدود صفر ولت (عمــلاً از صفر تا ۰/۸ ولت) بــه منزلهٔ صفر منطقی و ولتاژ حــدود ۵ ولت (عملاً از ۲ تــا ۵ ولت) به منزلهٔیک منطقی درنظر گرفته می‌شود (ســطوح صفر و یک منطقی ممکن است در سیستم‌های گوناگون با یکدیگر تفاوت داشته باشد اما ولتاژهای حوالی صفر ولت و ۵ ولت از بقیه رایج‌تر است).

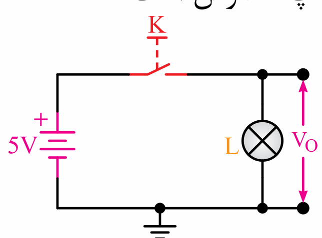
در شــکل ۷ـ۱ ســطح ولتاژ صفر و یک منطقی را مشاهده می‌کنیــد. در این نمودار یک منطقی بیــن ولتاژهای ۲ تا ۵ ولــت و صفر منطقی بین ولتاژهای صفر تا ۰/۸ ولت قرار دارد.



شکل ۷ــ۱ــ سطوح ولتاژ صفر و یک منطقی رایج

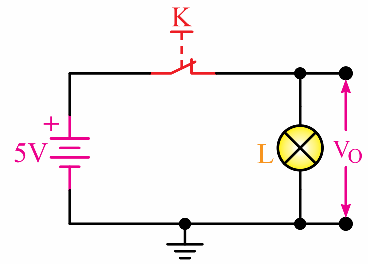
برای تأکید بر این موضــوع که صفر و یک مربوط به نمایش دو وضعیت مختلف یک سیســتم است، بعد از صفر و یک، لغت منطقی را می‌آوریم.

در مدار شــکل ۸ ـ۱، اگر کلید باز باشد، Vo=۰ است. به عبــارت دیگر، خروجی در وضعیت صفر منطقی قرار می‌گیرد و لامپ خاموش است.



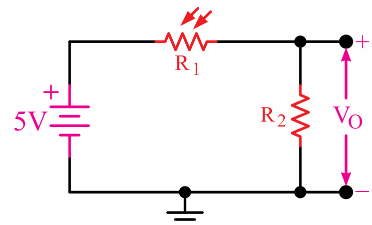
شکل ۸ ــ۱ــ مدار الکتریکی صفر منطقی

در مدار شکل ۹ـ۱، اگر کلید بسته باشد، Vo=۵ v است. بنابراین، خروجی در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد و لامپ روشن است.



شکل ۹ـ۱ ـ مدار الکتریکی در حالت یک منطقی

باتوجه به این که اساس کار کامپیوتر صفر و یک منطقی است، چنان‌چه بخواهیم بودن یا نبودن یک پدیدهٔ فیزیکی را به‌اطلاع کامپیوتر برسانیم، لازم است این پدیدهٔ فیزیکی را به صفر و یک منطقی (در کامپیوتر به سطوح ولتاژ) تبدیل کنیم. برای مثال، برای تبدیل بودن یا نبودن پدیده نور با یک و صفر منطقی، از مدار شکل ۱۰ـ۱ استفاده می‌کنیم.



شکل ۱۰ـ۱ـ مدار مولد صفر و یک منطقی با استفاده از مقاومت تابع نور

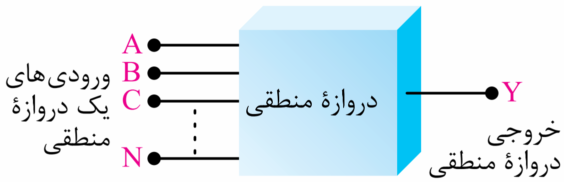
در شکل ۱۰ـ۱ هنگامی که نور به مقاومت تابع نور می‌تابد، مقاومت آن به شدت کاهش می‌یابد و قسمت اعظم ولتاژ منبع ۵ ولتی دو سر مقاومت R_2 افت می‌کند (توزیع ولتاژ بین دو مقاومت سری). لذا خروجی این مدار در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد. برعکس اگر نور به مقاومت نتابد، مقدار مقاومت اهمی آن به شدت افزایش می‌یابد و قسمت اعظم ولتاژ منبع ۵ ولتی دو سر مقاومت تابع نور افت می‌کند بنابراین مقدار بسیار جزیی ولتاژ به دو سر مقاومت R_2 منتقل می‌گردد که باتوجه به مقدار ولتاژ کم آن، خروجی در سطح ولتاژ صفر منطقی قرار می‌گیرد.

در مورد پدیده‌های فیزیکی دیگر نیز با استفاده از مدارهای الکتریکی یا الکترونیکی می‌توان بودن یا نبودن آنها را به صفر یا یک منطقی تبدیل کرد.

۳ـ۱ـ دروازه‌های منطقی پایه
(Basic logic Gates)

دروازه‌های منطقی، اساس کار ماشین‌های حساب، کامپیوترها، مدارهای کنترل و ... است. به عبارت دیگر، یک کامپیوتر یا ماشین حساب و ... از تعدادی دروازه‌های منطقی تشکیل شده است.

در کامپیوتر یا ماشین حساب یک دروازهٔ منطقی در حقیقت یک مدار الکترونیکی است که یک یا چند ورودی و فقط یک خروجی دارد. شکل ۱۱ـ۱ بلوک یک دروازهٔ منطقی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۱ـ۱ ـ بلوک کلی یک دروازهٔ منطقی

در مدارهای غیرکامپیوتری، ساخت دروازه‌های منطقی با استفاده از کلیدها، شستی‌ها، رله‌ها و ... نیز امکان‌پذیر است اما به دلیل پایین بودن سرعت قطع و وصل این گونه قطعات، آنها با قطعات الکترونیکی قابل مقایسه نیستند. لذا در مواردی که سرعت قطع و وصل مطرح نیست و تعداد دروازه‌ها نیز بسیار محدود است، از این قطعات هم برای ساختن دروازه‌های منطقی استفاده می‌شود.

به‌طور خلاصه یک دروازهٔ منطقی، یک مدار الکتریکی یا مدار الکترونیکی یا ... است که باتوجه به‌حالت‌هایی که به ورودی آن داده می‌شود (صفر یا یک منطقی)، خروجی آن نیز در وضعیت صفر یا یک منطقی قرار می‌گیرد. بدین ترتیب، انواع دروازه‌های منطقی وجود دارد که به شرح آنها می‌پردازیم.

> **نکته:** کلید بسته وضعیت یک منطقی و کلید باز وضعیت صفر منطقی را نشان می‌دهد.

۱ـ۳ـ۱ـ دروازهٔ AND یا «وَ»:

شرکتی می‌خواهد فردی را استخدام کند، از شرایط استخدام، داشتن دیپلم و گواهی‌نامهٔ مهارت در کار با کامپیوتر است. بدین ترتیب فردی می‌تواند از دروازهٔ شرکت عبور کند و به استخدام درآید که دیپلم و گواهی مهارت در کار با کامپیوتر داشته باشد، اگر هرکدام از شرایط را نداشته باشد استخدام نمی‌شود.

مثلاً درمورد آقای B دیپلم دارد پس یکی از ورودی‌ها یک است اما گواهی‌نامهٔ‌کار با کامپیوتر را ندارد پس ورودی دوم صفر است. درنتیجه این فرد استخدام نمی‌شود بنابراین خروجی نیز صفر است. یا خانم C دیپلم ندارد پس یکی از ورودی‌ها صفر است، اما گواهی‌نامهٔ‌کار با کامپیوتر را دارد در نتیجه ورودی دوم یک است. باز هم این فرد استخدام نمی‌شود ولی آقای D هم دیپلم و هم گواهی‌نامهٔ مهارت کار با کامپیوتر را دارد پس هر دو ورودی یک است و این فرد استخدام می‌شود. جدول ۱ـ۱ شرط استخدام را برای شرکت مشخص می‌کند.

> مدارهای این فصل با استفاده از نرم افزار ادیسون رسم شده است .

جدول ۱ـ۱ـ شرط استخدام

فرد مراجعه کننده	داشتن دیپلم	داشتن گواهی نامهٔ مهارت در کار با کامپیوتر	وضعیت استخدام
خانم A	ندارد	ندارد	استخدام نمی‌شود
آقای B	دارد	ندارد	استخدام نمی‌شود
خانم C	ندارد	دارد	استخدام نمی‌شود
آقای D	دارد	دارد	استخدام می‌شود

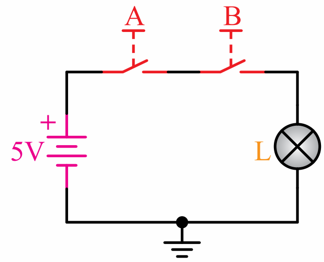
دروازهٔ منطقی AND، دروازه‌ای است که چنان‌چه همهٔ ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشند، خروجی آن نیز در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد. در غیر این صورت حتی اگر یکی از ورودی‌های آن در وضعیت صفر منطقی باشد، خروجی این دروازه در وضعیت صفر منطقی خواهد بود.

عملکرد وضعیت‌های مختلف دروازهٔ منطقی AND را در شکل‌های زیر مشاهده می‌کنید.

در شکل ۱۲ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ منطقی AND را مشاهده می‌کنید هر دو کلید A و B در حالت قطع هستند درنتیجه لامپ روشن نخواهد شد.

شکل ۱۲ـ۱ـ ب مدار دروازهٔمنطقی AND را در این وضعیت نشان می‌دهد.

الف) مدار عملی



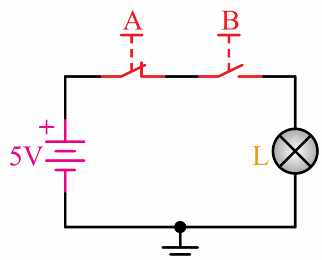
ب) مدار شماتیک

شکل ۱۲ـ۱ـ دروازه منطقی AND در وضعیت قطع هر دو کلید

در شکل ۱۳ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ‌منطقی AND را مشـــاهده می‌کنید. در این مدار کلید A وصل و کلید B قطع است، درنتیجه لامپ روشن نخواهد شد.

شـــکل ۱۳ـ۱ـ ب مدار دروازهٔ منطقیAND را در این وضعیت نشان می‌دهد.

الف) مدار عملی



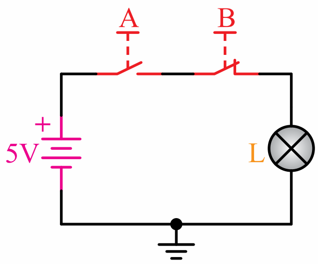
ب) مدار شماتیک

شکل ۱۳ـ۱ـ دروازهٔ منطقی AND در وضعیت قطع بودن کلید B و وصل کلید A

در شکل ۱۴ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ‌منطقی AND را مشاهده می‌کنید. در این مدار کلید A قطع و کلید B وصل است، درنتیجه لامپ روشن نخواهد شد.

شـــکل ۱۴ـ۱ـ ب مدار دروازهٔ منطقـــی AND را در این وضعیت نشان می‌دهد.

الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

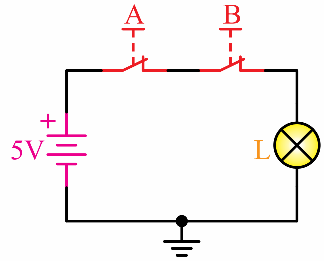
شکل ۱۴ـ ۱ـ دروازهٔ منطقی AND در وضعیت قطع کلید A و وصل کلید B

در شکل ۱۵ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ منطقی AND را مشاهده می‌کنید.

در این مدار هر دو کلید A و B وصل هستند. درنتیجه لامپ روشن خواهد شد.

شـــکل ۱۵ـ۱ـ ب مدار دروازهٔ منطقی AND را در این وضعیت نشان می‌دهد.

الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

شکل ۱۵ــ۱ــ دروازهٔ منطقی AND در وضعیت وصل هر دو کلید A و B

به طور کلی، برای بررسی عملکرد حالت‌های مختلف باز و بسته بودن کلیدها از جدول ۲ــ۱ استفاده می‌کنیم.

جدول ۲ــ۱ــ جدول عملکرد دروازهٔ AND منطقی

وضعیت خروجی	وضعیت کلید B	وضعیت کلید A
۰ منطقی یا ۰ V	باز	باز
۰ منطقی یا ۰ V	بسته	باز
۰ منطقی یا ۰ V	باز	بسته
۱ منطقی یا ۵ V	بسته	بسته

اگر حالت باز کلید را صفر منطقی و حالت بستهٔآن را یک منطقی درنظر بگیریم، جدول ۲ــ۱ به صورت جدول ۳ــ۱ خواهد بود.

جدول ۳ــ۱ــ جدول صحت دروازهٔ منطقی AND

Y	B	A
۰	۰	۰
۰	۱	۰
۰	۰	۱
۱	۱	۱

جدول ۳ــ۱ را جدول صحت (Truth Table) می‌نامند.
این جدول شناسنامهٔ یک دروازه (در اینجا دروازهٔ AND) محسوب می‌شود.

همان‌طور که از جدول صحت نیز پیداست خروجی این دروازهٔمنطقی(Y) زمانی در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد که همهٔ ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشند.

۲ــ۳ــ۱ــ دروازهٔ OR یا «یا»:

شرکتی می‌خواهد فردی را استخدام کند. فرد باید یا دیپلم داشته باشد یا دارای گواهی‌نامهٔ مهارت در رشته حسابداری باشد. اگر یکی از این موارد را داشته باشد می‌تواند استخدام شود. جدول۴ــ۱ وضعیت مراجعه کنندگان برای استخدام را مشخص می‌کند.

جدول ۴ــ۱ــ شرط استخدام

فرد مراجعه کننده	داشتن دیپلم	داشتن گواهی‌نامهٔ مهارت در حسابداری	وضعیت استخدام
خانم A	ندارد	ندارد	استخدام نمی‌شود
آقای B	دارد	ندارد	استخدام می‌شود
خانم C	ندارد	دارد	استخدام می‌شود
آقای D	دارد	دارد	استخدام می‌شود

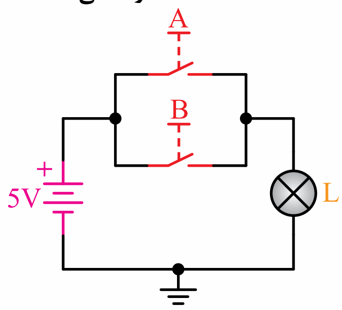
باتوجه به جدول ۴ــ۱ اگر فرد فقط یکی از شرایط را داشته باشد استخدام می‌شود و اگر هر دو شرط را نیز دارا باشد استخدام خواهد شد.

دروازهٔ منطقی OR، دروازه‌ای است که اگر دست کم یکی از ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشد، خروجی آن نیز در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد و چنان‌چه همهٔ ورودی‌های آن در وضعیت صفر منطقی باشند، خروجی آن نیز در وضعیت صفر منطقی خواهد بود. عملکرد دروازهٔ منطقی OR به صورت شکل‌های ۱۶ــ۱ تا ۱۹ــ۱ است.

در این شکل کلیدها به صورت موازی با یکدیگر قرار

گرفته‌اند. اگر هر دو کلید در وضعیت قطع (باز) باشند لامپ روشن نخواهد شد، شکل ۱۶ـ۱ـ الف مدار عملی و شکل ۱۶ـ۱ـ ب مدار شماتیک یکی از وضعیت‌های دروازهٔ منطقی OR را نشان می‌دهد.

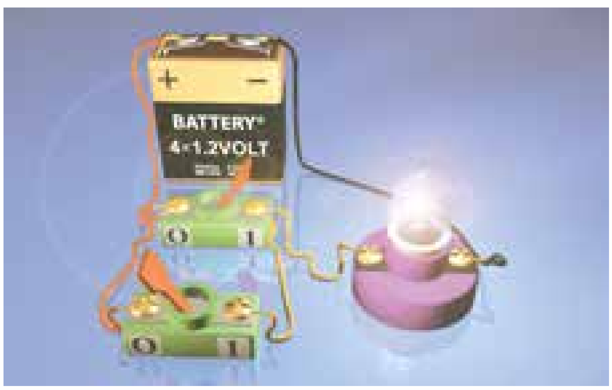
الف) مدار عملی



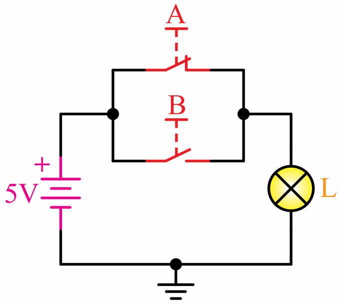
ب) مدار شماتیک

شکل ۱۶ـ۱ـ دروازهٔ منطقی OR در وضعیت قطع هر دو کلید A و B

در شکل ۱۷ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ‌منطقی OR را مشاهده می‌کنید. در این مدار کلید A وصل و کلید B قطع است، دراین حالت لامپ روشن خواهد شد. شکل ۱۷ـ۱ـ ب مدار دروازهٔ‌منطقی OR را در این وضعیت نشان می‌دهد.



الف) مدار عملی

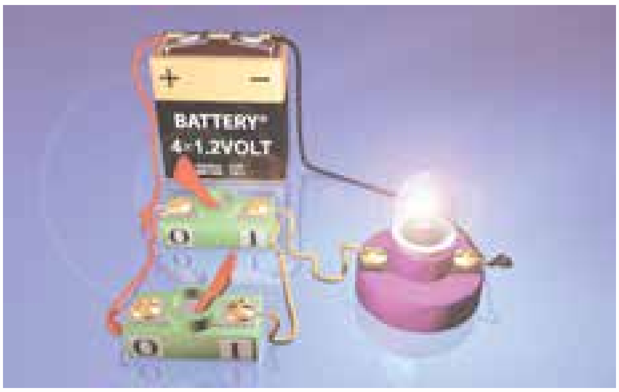


ب) مدار شماتیک

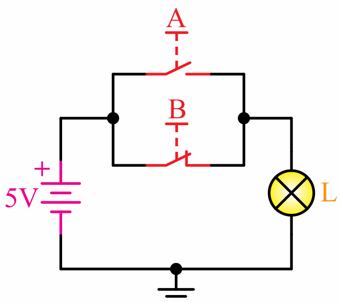
شکل ۱۷ـ۱ـ دروازهٔ منطقی OR در وضعیت بسته بودن کلید A و باز بودن کلید B

در شکل ۱۸ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ‌منطقی OR را مشاهده می‌کنید. در این مدار کلید A باز و کلید B وصل است، در این حالت لامپ روشن خواهد شد.

شکل ۱۸ـ۱ـ ب مدار دروازهٔ‌منطقی OR را در این حالت نشان می‌دهد.



الف) مدار عملی

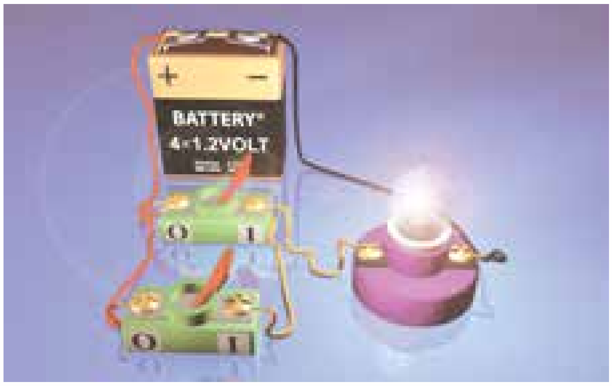


ب) مدار شماتیک

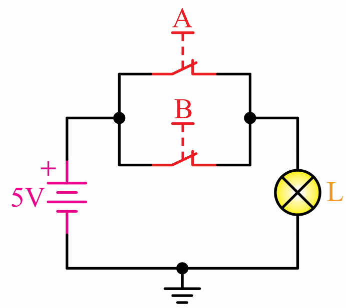
شکل ۱۸ـ۱ـ دروازهٔ منطقی OR در وضعیت بازبودن کلید A و بسته بودن کلید B

در شکل ۱۹ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ منطقی OR را مشـــاهده می‌کنید. در این مدار هر دو کلید A و B بسته هستند، در نتیجه لامپ روشن خواهد شد.

شـــکل ۱۹ـ۱ـ ب مدار دروازهٔ منطقی OR را در این وضعیت نشان می‌دهد.



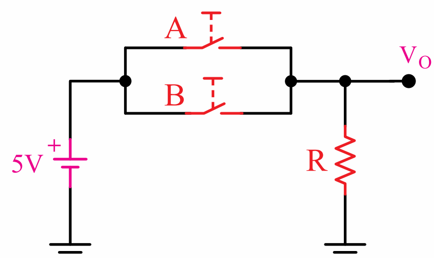
الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

شکل ۱۹ـ۱ـ دروازهٔ منطقی OR در وضعیت بسته بودن هر دو کلید

دروازهٔ منطقی OR، دروازه‌ای اســـت که اگر دست کم یکی از ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشـــد، خروجی آن نیز در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد و چنان‌چـــه همهٔ ورودی‌های آن در وضعیت صفر منطقی باشند، خروجی آن نیز در وضعیت صفر منطقی خواهد بود. عملکرد دروازهٔ OR به صورت شکل ۲۰ـ۱ است.



شکل ۲۰ـ۱ـ عملکرد دروازهٔ OR

در شـــکل ۲۰ـ۱ اگر فقط یکـــی از دو کلید A یا B در وضعیت یک منطقی (حالت بســـته) قرار گیرند، خروجی (Vo) در وضعیت یک منطقـــی قرار خواهد گرفت. برای بررسی عملکرد حالات مختلف باز و بسته بودن کلیدها از جدول ۵ ـ ۱ استفاده می‌کنیم.

جدول ۵ ــ۱ــ جدول تغییرات دروازهٔ منطقی OR

وضعیت کلید A	وضعیت کلید B	وضعیت خروجی
باز	باز	۰ منطقی یا ۰ V
باز	بسته	۱ منطقی یا ۵ V
بسته	باز	۱منطقی یا ۵ V
بسته	بسته	۱ منطقی یا ۵ V

اگر حالت باز کلید را صفر منطقی و حالت بستهٔآن را یک منطقی درنظر بگیریم، جدول ۵ـ۱ به جدول ۶ـ۱ تبدیل خواهد شد.

جدول ۶ــ۱ــ جدول صحت دروازهٔ منطقی OR

A	B	Y
۰	۰	۰
۰	۱	۱
۱	۰	۱
۱	۱	۱

جدول ۶ـ۱ جدول صحت دروازهٔ OR است.

همان‌طور که از این جدول پیداســـت، خروجی دروازه OR زمانی در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد که دست کم یکی از ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشد.

۳ــ۳ــ۱ــ دروازهٔ NOT یا «نه» یا «نفی»:

شـــرکتی می‌خواهد فردی را استخدام کند. اگر فردی دارای سابقهٔ‌کیفری باشد استخدام نمی‌شود، یعنی ورودی (سابقهٔ‌کیفری) هست ولی خروجی صفر است.

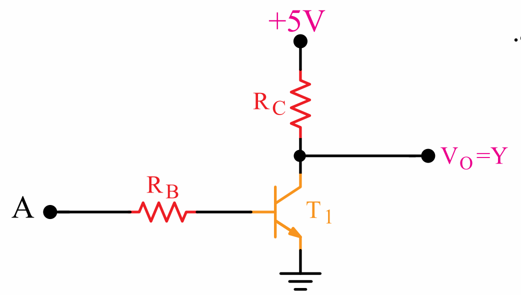
جـــدول ۷ـ۱ وضعیـــت مراجعه‌کنندگان را مشـــخص می‌کند.

جدول ۷ـ۱ـ شرط استخدام

فرد مراجعه کننده	داشتن سابقهٔ کیفری	وضعیت استخدام
آقای A	ندارد	استخدام می‌شود
آقای B	دارد	استخدام نمی‌شود

دروازهٔ NOT، دروازه‌ای است که اولاً یک ورودی دارد؛ ثانیاً خروجی آن زمانی در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد که ورودی آن در وضعیت صفر منطقی باشد.

برای بررسی عملکرد دروازهٔ NOT به شکل ۲۱ـ۱ توجه کنید.



شکل ۲۱ـ۱ـ مدار معادل الکترونیکی دروازهٔ منطقی NOT

اگر به ورودی این مدار (A)، ولتاژ حدود صفر ولت اعمال کنیم، ترانزیستور قطع می‌شود و ولتاژ خروجی آن تقریباً همان ولتاژ تغذیه (در این شکل ۵ ولت) خواهد شد اما با اعمال ولتاژ حدود ۵ ولت ترانزیستور T_1 اشباع می‌شود و ولتاژ خروجی حدود ۰/۲ ولت خواهد شد. این نتایج در جدول ۸ـ۱ خلاصه شده است:

جدول ۸ـ۱ـ جدول تغییرات دروازهٔ NOT

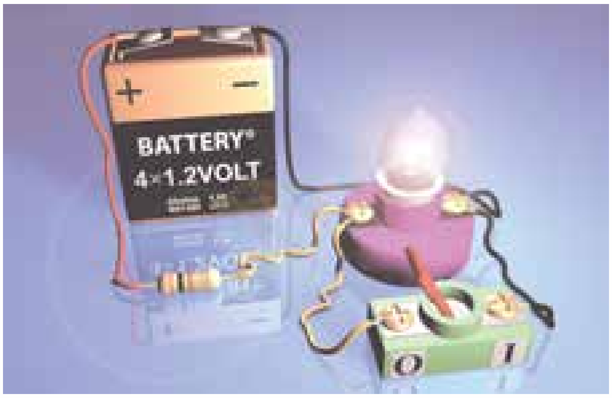
ولتاژ ورودی (A)	ولتاژ خروجی (Y)
۰ V	≈ ۵ V
۵ V	≈ ۰ V

جدول ۸ ـ۱ را می‌توان به صورت جدول ۹ـ۱ نیز نوشت.

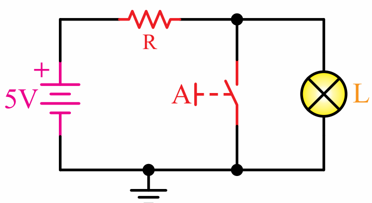
جدول ۹ـ۱ـ جدول صحت دروازهٔ NOT

A	Y
۰	۱
۱	۰

چنان‌چه بخواهیم عملکرد دروازهٔ‌منطقی NOT را با مدار سادهٔ‌کلیدی نمایش دهیم، می‌توانیم از شکل ۲۲ـ۱ استفاده کنیم. در شکل ۲۲ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ منطقی NOT را مشاهده می‌کنید. کلید در حالت باز است ولی لامپ روشن می‌شود و شکل ۲۲ـ۱ـ ب مدار شماتیک این وضعیت را نشان می‌دهد.



الف) مدار عملی

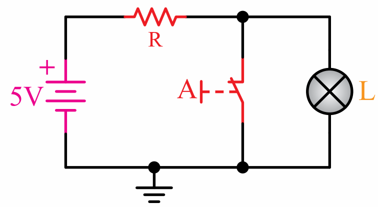


ب) مدار شماتیک

شکل ۲۲ـ۱ـ مدار دروازهٔ منطقی NOT در زمان باز بودن کلید

در شکل ۲۳ـ۱ـ الف مدار عملی دروازهٔ‌منطقی NOT را مشاهده می‌کنید. در این وضعیت کلید بسته است ولی لامپ روشن نمی‌شود. شکل ۲۳ـ۱ـ ب مدار شماتیک حالت بسته بودن کلید را نشان می‌دهد.

الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

شکل ۲۳ـ۱ـ مدار دروازهٔ منطقی NOT در زمان وصل بودن کلید

اگر حالت بـــاز کلید را صفر منطقـــی درنظر بگیریم (جریان عبوری از کلید صفر اســـت)، حالت بستهٔ‌کلید، یک منطقی را نشان می‌دهد. جدول ۱۰ـ۱ عملکرد مدار را نشان می‌دهد.

جدول ۱۰ـ۱ـ جدول تغییرات مدار الکتریکی دروازهٔ NOT

وضعیت لامپ	وضعیت کلید
روشن	باز
خاموش	بسته

۴ـ۱ـ سیستم‌های اعداد

اعـــدادی که در عصـــر حاضر به طور وســـیعی از آنها اســـتفاده می‌کنیم، شـــاید در حدود ۱۰ تا ۱۲ هزار سال پیش به‌وجود آمده‌اند و بعدها برای شـــمارش این اعداد، اسم‌ها و قوانینی وضع شـــد. گسترش شمارش اعداد در مبناهای مختلف، سیستم‌های مختلفی را ایجاد کرد که در حال حاضر هر یک از این سیســـتم‌ها در موارد خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

یکی از مبناهایی که از زمان قدیم تا کنون مورد استفاده قرارگرفته اســـت، مبنای ۱۰ (ده‌دهی) است که بر مبنای شمارش انگشتان دســـت‌ها بوده و چنین ترتیب ذهنی را برای آنها به وجود آورده‌اند.

۱ـ۴ـ۱ـ سیستم ده‌دهی (اعشاری Decimal):

سیستم اعداد ده‌دهی (اعشاری) از ده علامت ۰و۱و۲و...۹ تشکیل شده‌اند. برای شمارش از صفر تا ۹ از این علامت‌ها استفاده می‌کنیم و برای نشان دادن اعداد بزرگ‌تر از ۹، این علامت‌ها را طبق قواعد خاصی با یک دیگر ترکیب می‌کنیم (پشت سر هم قرار می‌دهیم). چنان‌که می‌دانید، موقعیت مکانی هر عدد (هر علامت) یا رقم معنی خاصی دارد؛ مثلاً با دو رقم ۶ و ۴ دو عدد ۴۶ و ۶۴ را می‌توان ساخت که از نظر معنا با هم متفاوت‌اند. در سیستم ده‌دهی، هر عدد را می‌توان به صورت توان‌هایی از ۱۰ نشان داد؛ به این دلیل به آنها سیستم ده‌دهی می‌گویند. مثلاً:

$$۳۲۹۶=۳۰۰۰+۲۰۰+۹۰+۶=$$

$$۳\times۱۰^{۳}+۲\times۱۰^{۲}+۹\times۱۰^{۱}+۶\times۱۰^{۰}$$

به طور کلی، در سیســـتم اعشاری (ده‌دهی) هر عدد صحیح را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$N= a_n\times۱۰^{n}+a_{n-۱}\times۱۰^{n-۱}+....+a_۲\times۱۰^{۲}+a_۱\times۱۰^{۱}+a_۰\times۱۰^{۰}$$

ضرایب a_n , $a_{n-۱}$, ... , $a_۲$, $a_۱$ و $a_۰$ می‌توانند بین صفر تا ۹ باشند. توان‌های ۱۰ ارزش مکانی هر یک از رقم‌ها را مشخص می‌کند. مثلاً:

$$۴۵۵۳۱=۴\times۱۰^{۴}+۵\times۱۰^{۳}+۵\times۱۰^{۲}+۳\times۱۰^{۱}+۱\times۱۰^{۰}$$

یکان   دهگان   صدگان   هزارگان   ده هزارگان

در عـــدد ۴۵۵۳۱، رقم ۴ مربوط به a_n، رقم ۵ مربوط به $a_{n-۱}$، رقم ۵ صدگان مربوط به $a_{n-۲}$، ۳ مربوط به $a_{n-۳}$ و ۱ مربوط به $a_{n-۴}$ است. در این مثال $n=۴$ است درنتیجه $a_n=a_۴$, $a_{n-۱}=a_۳$ و ... $a_{n-۴}=a_۰$ می‌شود.

تمرین کلاسی ۱ـ۱: ضرایب و ارزش مکانی عدد ۸۳۲۹ را مشخص کنید.

۲ـ۴ـ۱ـ سیستم دودویی (Binary):

در سیســـتم دودویی علایم به کار رفته ۰ و ۱ (دوتا) هســـتند. برای شـــمارش صفر و یـــک از این علامت‌ها اســـتفاده می‌کنیم و برای نمایش دادن اعداد بزرگ‌تر از یک، این دو علامت را طبق قواعد خاصی پشت سر هم قرار می‌دهیم. در این سیستم نیز هر علامت متناسب با مکانـــی که در آن قرار می‌گیرد (یا موقعیت رقم)، ارزش

خاصی پیدا می‌کند. به طور کلی در سیستم دودویی هر عدد را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$N=a_n\times 2^n+a_{n-1}\times 2^{n-1}+....+a_2\times 2^2+a_1\times 2^1+a_0\times 2^0$$

در این‌جا ضرایب a_0a_1 .... a_n می‌توانند صفر یا یک باشند.
در سیستم دوتایی به هر رقم صفر یا یک، یک بیت (Binary Digit= Bit) می‌گویند، مثلاً عدد ۱۱۰۱ یک عدد چهار بیتی است.

در گذشته به هر چهار بیت یک نی بل (nibble) می‌گفتند و در حال حاضر به هر هشت بیت یک بایت (Byte) گفته می‌شود. واحد بزرگ‌تر از بایت، کیلوبایت معادل 2^{10} بایت یا ۱۰۲۴بایت و مگابایت معادل 2^{20} بایت یا۱۰۲۴کیلوبایت است.

برای نمایش دادن اعداد باینری (اعداد در مبنای ۲) می‌توانیم باتوجه به ارزش مکانی هر بیت، آن عدد را بنویسیم.

می‌دانیم که در یک سیستم دودویی ارزش اولین بیت برابر یک، ارزش دومین بیت برابر ۲ (دو برابر رقم قبل)، ارزش سومین بیت برابر ۴ (دو برابر رقم قبلی) و ارزش چهارمین بیت برابر ۸ (دو برابر رقم قبلی) و ... است.

عدد باینری (در حالت کلی)	(. . .	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0)$_2$
ارزش مکانی بیت‌ها	(. . .	(۶۴)	(۳۲)	(۱۶)	(۸)	(۴)	(۲)	(۱))$_2$
ارزش مکانی بیت‌ها با پایهٔ۲	(. . .	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0)$_2$

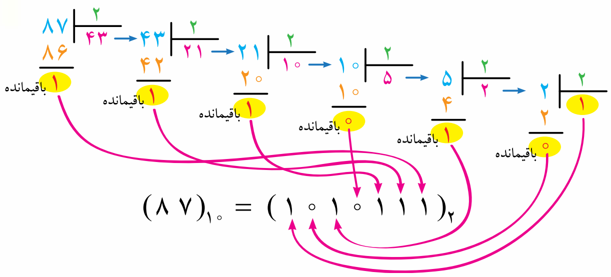
مثال۱ــ۱: عدد باینری ۱۰۰۱۱، دارای ارزش مکانی و ضرایب به صورت زیر است.

$$10011 = 1\times 2^4+0\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0$$

۱۶تایی ۸تایی ۴تایی ۲تایی یکی

ضرایب این عدد به صورت :
$a_0=1$ و $a_1=1$ و $a_2=0$ و $a_3=0$ و $a_4=1$

برای تبدیل کردن اعداد اعشاری به باینری، می‌توانیم از تقسیمات متوالی عدد اعشاری به عدد دو استفاده کنیم. برای مثال عدد اعشاری ۸۷ را به عدد باینری تبدیل می‌کنیم.

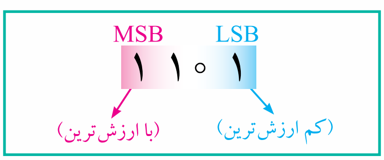


تقسیمات را تا جایی ادامه می‌دهیم تا آخرین خارج قسمت یک شود و سپس در سمت چپ آخرین خارج قسمت را می‌نویسیم و به ترتیب باقیمانده‌های به‌دست آمده را در جلوی آن قرار می‌دهیم.

تمرین کلاسی ۲ــ۱: عدد ۹۵ در مبنای ده‌دهی را به مبنای باینری تبدیل کنید.

تمرین کلاسی ۳ــ۱: عدد ۱۳۶ در مبنای ده‌دهی را به مبنای باینری تبدیل کنید.

در یک عدد باینری مثلاً (۱۱۰۱۱۱) بیت اول از سمت راست کم ارزش‌ترین بیت است که به آن (Least siginificant Bit) LSB می‌گویند. به آخرین بیت در سمت چپ که با ارزش‌ترین بیت است (Most Significant Bit) MSB گفته می‌شود. توجه داشته باشید که ارزش ارقام دقیقاً مشابه سیستم اعشاری است.



مثلاً در سیستم اعشاری عدد ۷۸۳۲، کم ارزش‌ترین رقم عدد ۲ و با ارزش‌ترین رقم عدد ۷ است.

در جدول ۱۱ـ۱، اعداد باینری از صفر تا ۱۵ نمایش داده شده‌اند.

جدول ۱۱ـ۱ـ اعداد اعشاری و معادل باینری آن

باینری	اعشاری ده دهی
۰	۰
۱	۱
۱۰	۲
۱۱	۳
۱۰۰	۴
۱۰۱	۵
۱۱۰	۶
۱۱۱	۷
۱۰۰۰	۸
۱۰۰۱	۹
۱۰۱۰	۱۰
۱۰۱۱	۱۱
۱۱۰۰	۱۲
۱۱۰۱	۱۳
۱۱۱۰	۱۴
۱۱۱۱	۱۵

نکتهٔ۱: چون عملکرد دروازه‌های منطقی پایه در دو حالت صفر و یک تعریف شده است، به همین دلیل از سیستم دودویی (باینری) استفاده می‌شود.

نکتهٔ ۲: در سیستم دودویی هر کیلو بایت معادل $۲^{۱۰}$ بایت است و با واحد کیلو در بقیهٔ‌کمیت‌هایی که تاکنون شناخته‌ایم متفاوت است :

به همین ترتیب داریم:

۱کیلوبایت$=۱KB=۲^{۱۰}\ B$

۱مگابایت$=۱MB=۲^{۱۰}KB=۲^{۲۰}\ B$

۱گیگابایت$=۱GB=۲^{۱۰}MB=۲^{۲۰}KB=۲^{۳۰}\ B$

۱ترا بایت$=۱TB=۲^{۱۰}GB=۲^{۲۰}MB=۲^{۳۰}KB=۲^{۴۰}\ B$

آیا می‌دانید:

از واحدهای کیلوبایت، مگابایت، گیگابایت و ... در رابطه با سنجش ظرفیت چه وسایلی استفاده می‌شود و چه مفهومی دارد؟ توضیح دهید.

۳ـ۴ـ۱ـ سیستم هشت‌تایی (اکتال Octal):

در سیستم اکتال (هشت‌تایی) مبنا، عدد ۸ و تعداد علامت‌ها هشت رقم به صورت (۰و۱و۲و...و۷) است.

برای نمایش دادن اعداد از صفر تا هفت، از این علامت‌ها استفاده می‌شود. برای اعداد بزرگ‌تر از هفت، این علامت‌ها را طبق قواعد خاصی پشت سرهم قرار می‌دهیم. این قاعده‌ها را در ادامه توضیح خواهیم داد.

در این سیستم مانند سیستم ده‌دهی، هر عدد موقعیت خاص خود را دارد. معادل اعشاری اعداد اکتال مشابه اعداد باینری از رابطهٔ‌زیر به دست می‌آید. با این تفاوت که به جای عدد ۲، عدد ۸ قرار می‌گیرد.

$$N=a_n\times ۸^n+a_{n-۱}\times ۸^{n-۱}+\dots+a_۲\times ۸^۲+a_۱\times ۸^۱+a_۰\times ۸^۰$$

ضرایب $a_۰$ تا a_n می‌توانند مقادیری بین صفر تا ۷ باشند، مثلاً عدد اکتال $(۵۲۳۶)_۸$ در سیستم اعشاری برابر است با:

$(۵۲۳۶)_۸=$

$۵\times۸^۳+۲\times۸^۲+۳\times۸^۱+۶\times۸^۰=$

$۵\times۵۱۲+۲\times۶۴+۳\times۸+۶\times۱=$

$۲۵۶۰+۱۲۸+۲۴+۶=(۲۷۱۸)_{۱۰}$

با مثال دیگری دراین رابطه موضوع را روشن‌تر می‌کنیم.

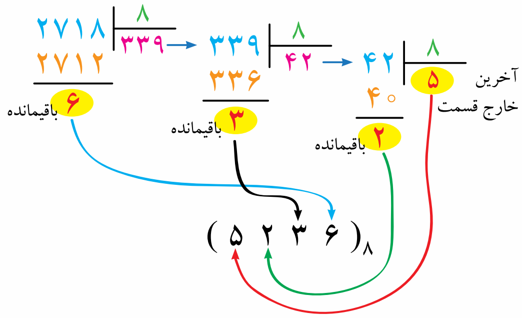
$(۷۰۴۰)_۸=۷\times۸^۳+۰\times۸^۲+۴\times۸^۱+۰\times۸^۰=$

$۷\times۵۱۲+۰\times۶۴+۴\times۸+۰\times۱=$

$۳۵۸۴+۰+۳۲+۰=(۳۶۱۶)_{۱۰}$

برای تبدیل کردن اعداد اعشاری به اکتال، از تقسیم‌های متوالی عدد اعشاری به عدد ۸ استفاده می‌کنیم و همان قواعد خاصی را که در بالا اشاره کردیم توضیح خواهیم داد.

مثال ۲ـ۱: عدد اعشــاری $(۲۷۱۸)_{۱۰}$ را به عدد اکتال تبدیل کنید (به مبنای ۸ ببرید).



تقسیمات را تا جایی ادامه می‌دهیم که خارج قسمت با عدد ۷ مساوی یا کوچکتر شود. مشابه سیستم باینری از ســمت چپ شروع به نوشــتن عدد می‌کنیم. به این ترتیب که آخرین خارج قســمت را ســمت چپ نوشته و به ترتیب باقیمانده را در جلوی آن می‌نویســیم تا به اولین باقی‌ماندهٔ تقسیم برسیم.

$(۲۷۱۸)_{۱۰}=(۵۲۳۶)_۸=(۵۲۳۶)_.$

تمرین کلاسی ۴ـ۱: عدد $(۵۲۳۶)_۸$ را به مبنای اعشاری تبدیل کنید و ببینید آیا همان عدد به دست می‌آید؟

مثال ۳ـ۱: عدد ۳۰۴۵ در مبنای اکتال را به مبنای اعشار (ده‌دهی) تبدیل کنید.

$(۳۰۴۵)_۸=۳\times۸^۳+۰\times۸^۲+۴\times۸^۱+۵\times۸^۰=$

$۳\times۵۱۲+۰\times۶۴+۴\times۸+۵\times۱=$

$۱۵۳۶+۰+۳۲+۵=(۱۵۷۳)_{۱۰}$

تمرین کلاسی ۵ـ۱: اعداد زیر را که در مبنای اکتال هستند به مبنای ده‌دهی (اعشاری) ببرید.

الف) $(۷۵۳)_۸$

ب) $(۱۴۶۲)_۸$

تمرین کلاســـی ۶ـ۱: اعداد ده‌دهی زیر را به مبنای اکتال و باینری ببرید.

الف) ۵۷۲ ب) ۸۴ پ) ۱۰۲۴

۴ـ۴ـ۱ـ سیستم شانزده‌تایی (هگزادسی‌مال Hexa decimal):

در این سیستم (۱۶تایی)، ۱۶ علامت شامل ۰، ۱، ۲،......، ۹، A، B، C، D، E و F به کار می‌روند. در این سیستم برای نمایش عددهای بیشــتر از ۹ و کمتــر از ۱۶ باید از یک علامت استفاده کرد و نمی‌توان مثلاً عدد ۱۰ را به همین صورت نشــان داد چون یک عدد دو رقمی اســت که هم صفر و هم یک دارد و با صفر و یک اصلی اشــتباه می‌شود. به همین دلیل از حروف استفاده می‌شود که:

A=۱۰، B= ۱۱، C= ۱۲، D= ۱۳، E= ۱۴، F= ۱۵

برای اعداد بزرگ‌تر از ۱۶ این علامت‌ها را طبق قواعد خاصی پشت سر هم قرار می‌دهیم. مشابه همان قواعدی که در سیســـتم اکتال بیان شد با این تفاوت که پایه در این جا عدد ۱۶ است. در این سیستم اعداد نیز، هر عدد موقعیت خاص خود را دارد.

معادل اعشــاری اعــداد هگزادســی‌مال از رابطهٔ زیر به‌دست‌می‌آید.

$N=a_n\times۱۶^n+a_{n-۱}\times۱۶^{n-۱}+....+a_۱\times۱۶^۱+a_۰\times۱۶^۰$

ضرایــب $a_۰$ تا a_n می‌توانند مقادیــری بین صفر تا F (۱۵) باشــند. مثلاً عدد $(A۱۴E)_{۱۶}$ در مبنای ۱۶ نوشته شده است. معادل اعشاری آن برابر است با:

$N=A\times۱۶^۳+۱\times۱۶^۲+۴\times۱۶^۱+E\times۱۶^۰=$

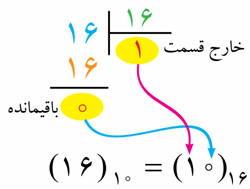
$N=(۱۰)\times۴۰۹۶+۱\times۲۵۶+۴\times۱۶+(۱۴)\times۱=$

$۴۰۹۶۰+۲۵۶+۶۴+۱۴=(۴۱۲۹۴)_{۱۰}$

برای تبدیل کردن اعداد اعشاری به اعداد هگزادسی‌مال،

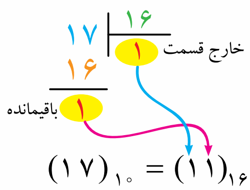
از تقســـیم‌های متوالی عدد اعشاری به عدد ۱۶ استفاده می‌کنیم. هنگام تقســـیم کردن توجه داشته باشید که اگر باقیمانده بین ۱۰ تا ۱۵ باشـــد، باید از حروف A تا F استفاده کنید.

مثال ۴ـ۱: عدد ۱۶ در مبنـــای ده‌دهی را به مبنای هگزادسی‌مال تبدیل کنید.



همانطور کـــه ملاحظه کردید عدد ۱۶ در سیســـتم ده‌دهی به عدد ۱۰ در سیســـتم هگزادســـی‌مال تبدیل شد.

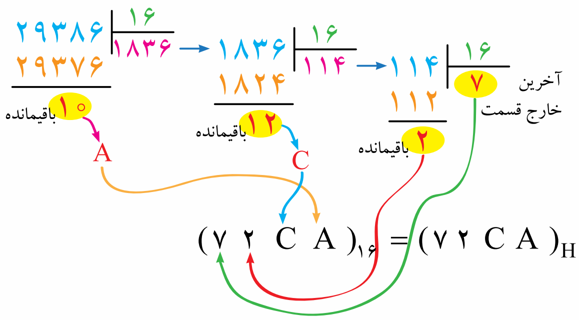
مثال ۵ ـ۱: عـــدد ۱۷ در مبنای ده‌دهی را به مبنای هگزادسی‌مال تبدیل کنید.



با توجه به دو مثال بالا در سیســـتم هگزادســـی‌مال، معـــادل ۱۶ و ۱۷ سیســـتم ده‌دهی، اعـــداد ۱۰ و۱۱ خواهدشد.

اگر بخواهیم ۱۱ را در مبنای هگزادسی‌مال به صورت $(11)_H$ نشان دهیم با ۱۷، اشتباه می شود . لذا ناگزیریم ۱۱ را با علامت دیگری نشـــان دهیم که از علائم A تا F برای اعداد ۱۰ تا ۱۵ استفاده می‌کنیم.

مثال ۶ ـ۱: عدد اعشـــاری $(29386)_{10}$. را به سیستم هگزا دسی‌مال تبدیل کنید.



مشابه سیستم‌های دیگر تقسیم‌های متوالی را تا جایی که آخرین خارج قســـمت با ۱۵ مســـاوی یا کوچک‌تر شـــود ادامه می‌دهیم، سپس از سمت چپ ابتدا آخرین خارج قسمت را می‌نویســـیم و باقیمانده‌ها را در جلوی آن، تا به اولین باقیمانده برسیم.

تمرین کلاســـی ۷ـ۱: عدد ۷۵۶۸ را به مبنای هگزادسی‌مال ببرید.

تمرین کلاسی ۸ ـ۱: عدد $(ABF)_{16}$ در مبنای ۱۶ را به مبنای اعشاری تبدیل کنید.

نکته: موارد کاربری اعداد باینری و هگزادســـی‌مال در زبان ماشین است.

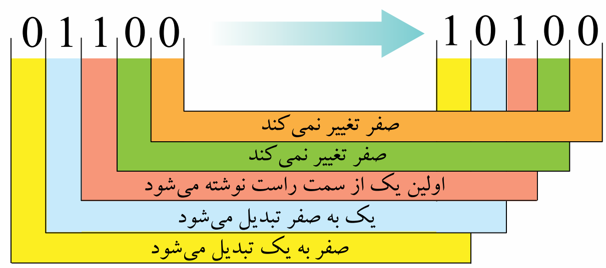
۵ـ۱ـ مکمل‌های اعداد

مکمل‌ها یا متمم‌ها در کامپیوترهای دیجیتال برای ساده کردن عمل تفریق و یا عملیات منطقی به کار می‌روند. در هر مبنایی دو نوع مکمل برای هر سیستم وجود دارد: یکـــی مکمل مبنا یا پایه و دیگری مکمل مبنا منهای یک یا پایهٔ‌کاهش یافته است. در سیستم دودویی چون مبنا ۲ است مکمل ۲ را داریم و مکمل کاهش یافتهٔ پایه که آن را مکمل ۱ می‌نامیم.

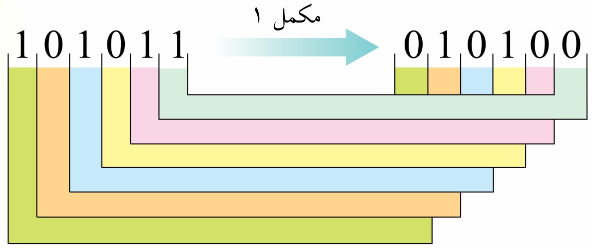
۱ــ۵ــ۱ــ مکمل ۱: برای بدســت آوردن مکمل ۱ در هر عدد دودویی (باینری) کافی اســت صفرها را یک و یک‌هــای آن را به صفر تبدیــل کنیم. مثلاً برای عدد باینــری ۰۱۱۱۰۱ مکمل یا متمم یــک آن به صورت ۱۰۰۰۱۰ خواهدشد.

> **تمرین کلاســی ۹ــ۱:** متمم یا مکمل ۱ عدد باینری ۱۰۰۱۱۰۱ را به‌دست آورید.

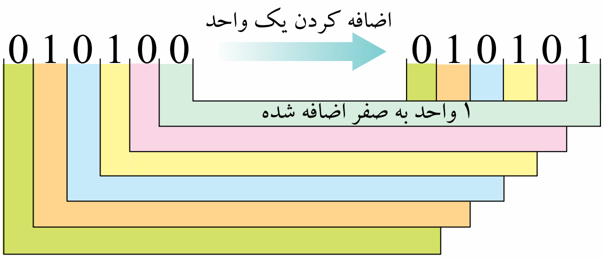
۲ــ۵ــ۱ــ مکمــل ۲: در سیســتم دودویی مکمل ۲ براســاس مبنا یا پایهٔآن تعریف شــده است. برای به دست آوردن مکمل ۲ در هر عدد باینری به صورت زیر عمل می‌کنیم. ابتدا اولین ارقام صفر را از ســمت راست می‌نویسیم به اولین یک که رسیدیم آن را نوشته، سپس بقیهٔ بیت‌هــا را متمم می‌کنیم یعنی یک‌ها را به صفر و صفرها را به یک تبدیل می‌کنیم. مثلاً برای عدد باینری ۰۱۱۰۰ از ســمت راســت، ابتدا دو صفر آن را نوشته و اولین یک از ســمت راســت را نیز می‌نویسیم سپس دومین یک از سمت راست را صفر می‌کنیم و بعد صفر را یک کرده و آن‌را می‌نویسیم .



روش دیگــری نیز برای مکمل ۲ وجــود دارد به این ترتیب کــه ابتدا مکمل ۱ عدد باینری را می‌نویســیم، ســپس یک واحد به عدد به دست آمده اضافه می‌کنیم. به طور مثال مکمل ۲ عدد باینری ۱۰۱۰۱۱ را از روش دوم به دست می‌آوریم.



در این روش همانطور که ملاحظه شد یک‌ها را به صفر و صفرها را به یک تبدیل می‌کنیم که ابتدا مکمل ۱ عدد به دســت می‌آید. سپس به مکمل ۱ عدد به دست آمده یک واحد اضافه می‌شود که این روش را پس از فراگیری جمع در سیستم باینری بهتر درک خواهید کرد.



اگــر عدد مثال دوم را با روش اول نیز تبدیل کنیم به همین نتیجه خواهیم رسید.

$$۱۰۱۰۱۱ \xrightarrow{\text{مکمل ۲}} ۰۱۰۱۰۱$$

اولین یک از ســمت راست را می‌نویسیم دومین یک، صفر می‌شــود و رقم صفر از سمت راست یک شده و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. حاصل در هر دو روش یک سان است. لازم است که هر دو روش را فرا بگیرید.

> **تمرین کلاســی ۱۰ــ۱:** مکمل ۲ عدد باینری ۱۰۱۱۰۱ را از هر دو روش به دست آورید.

مثال ۷ــ۱: مکمل ۲ عدد باینری ۱۰۰۰۱ را از هر دو روش به دست آورید.

روش اول: 01111 ⟵ (مکمل ۲) ⟵ 10001

روش دوم: 01110 ⟵ (مکمل ۱) ⟵ 10001
01111 ⟵ (اضافه کردن یک واحد) ⟵ 01110

تمرین کلاسی ۱۱ــ۱: مکمل ۱ و مکمل ۲ اعداد باینری زیر را بنویسید.
برای به دست آوردن مکمل ۲ از هر دو روش استفاده کنید.

الف) ۱۰۰۱۱۰۰۱۱

ب) ۱۱۱۰۱۰۱۱

پ) ۱۰۱۰۱۰۱

۶ــ۱ــ تبدیل مبناهای اعداد به یکدیگر

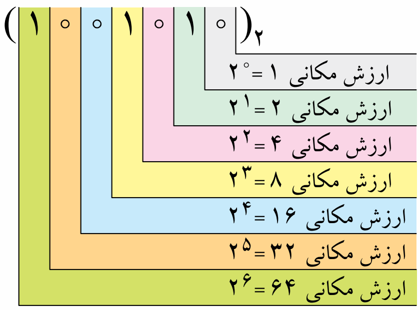
وقتـــی که ما بیش‌تر از یک سیســـتم عـــددی داریم، تبدیل اعداد از یک سیســـتم به سیستم دیگر بسیار مهم است. برای ما آسان‌تر است که با اعداد دسی‌مال سروکار داشته باشیم ولی در سیستم‌های دیجیتال اعداد دودویی (باینری) بیش‌تر به‌کار می‌رود.

از طرفی ما هم به اعداد دسی‌مال احتیاج داریم و هم به اعداد دودویی، زیرا ماشین اعداد دودویی را می‌شناسد درصورتی‌که روی نمایشگر باید اعداد ده‌دهی ظاهر شود. درنتیجه همواره در سیستم‌های دیجیتالی تبدیل اعداد دســـی‌مال به اعداد دودویی در مورد اطلاعات ورودی و برعکس تبدیل اعداد دودویی به اعداد دسی‌مال در مورد اطلاعات خروجی مورد نیاز است.

اکثر سیستم‌های دیجیتال با اعداد در سیستم دودویی کار می‌کنند.

هم‌چنین اســـتفاده از سیســـتم اعداد در مبنای اکتال (هشت‌تایی $۲^۳$) و هگزا دسی‌مال (شانزده‌تایی $۲^۴$) که به صورت توان‌هایی از ۲ نوشته می‌شوند، در ساده‌کردن این تبدیلات بسیار مؤثر هستند.

۱ــ۶ــ۱ــ تبدیـــل مبنای ۲ به ۱۰: بـــرای تبدیل اعداد دودویی به دسی‌مال، ابتدا ارزش مکانی بیت‌های عدد باینری را مشخص می‌کنیم، سپس باتوجه به مقدار بیت در آن ارزش مکانی آنها را با هم جمع می‌کنیم. به عنوان مثال ارزش مکانی عدد زیر را تعیین می‌کنیم.



$۱\times۶۴+۰\times۳۲+۰\times۱۶+۱\times۸+۰\times۴+۱\times۲+۰\times۱=$

$۶۴+۰+۰+۸+۰+۲+۰=۷۴$

$(۱۰۰۱۰۱۰)_۲=۷۴$

مثال ۸ــ۱: عدد باینـــری ۱۰۰۱۱۱۱۰ را به مبنای ده ببرید.

$(۱۰۰۱۱۱۱۰)_۲=$

$۱\times۱۲۸+۰\times۶۴+۰\times۳۲+۱\times۱۶+۱\times۸+۱\times۴+۱\times۲+۰\times۱=$

$۱۲۸+۱۶+۸+۴+۲=۱۵۸$

$۱۰۰۱۱۱۱۰)_۲=۱۵۸$

تمریـــن کلاســـی ۱۲ــ۱:
عدد$(۰۱۱۰۱۱۱۰۱)_۲$را به مبنای ده‌دهی (دسی‌مال) تبدیل کنید.

تمرین کلاسی ۱۳ــ۱: اعداد باینری زیر را به مبنای اعشاری (دسی‌مال) ببرید.

الف) $(۱۰۱۱۱۰۰۱)_۲$

ب) $(۱۰۰۰۰۱)_۲$

۲ـ۶ـ۱ـ تبدیل مبنای ۲ به ۸:

بـــرای این که اعداد را از مبنای باینری به مبنای اکتال (هشـــت‌تایی) تبدیل کنیم، ابتدا بایـــد عدد باینری را به مبنای دسی‌مال برده و سپس با تقسیم‌های متوالی بر ۸ به مبنای اکتال تبدیل کنیم.

به طورمثـــال برای تبدیل عدد باینـــری ۱۰۰۱۱۰ به مبنای اکتال به روش زیر عمل می‌کنیم.

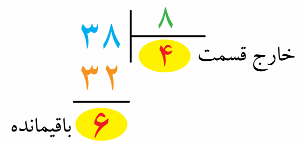
مرحله اول تبدیل به مبنای دسی‌مال:

$۱۰۰۱۱۰=$

$۱\times۳۲+۰\times۱۶+۰\times۸+۱\times۴+۱\times۲+۰\times۱=$

$۳۲+۴+۲=۳۸$

مرحلۀدوم تبدیل عدد اعشاری به مبنای اکتال:



تقسیم‌های متوالی را تا جایی ادامه می‌دهیم که خارج قســـمت کوچکتر یا مساوی ۷ شـــود. از سمت چپ ابتدا آخرین خارج قســـمت را نوشته ســـپس باقیمانده را به ترتیب تا اولین باقیمانده می‌نویسیم.

$(۳۸)_{۱۰}=(۴۶)_۸=(۴۶)_۸$

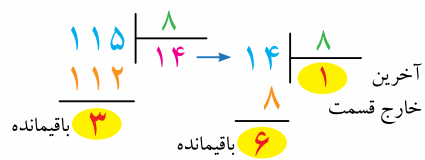
مثال ۹ــ۱: عدد $(۱۱۱۰۰۱۱)_۲$ را به مبنای هشت‌تایی ببرید.

$(۱۱۱۰۰۱۱)_۲=$

$۱\times۲^۶+۱\times۲^۵+۱\times۲^۴+۰\times۲^۳+۰\times۲^۲+۱\times۲^۱+۱\times۲^۰=$

$۱\times۶۴+۱\times۳۲+۱\times۱۶+۰\times۸+۰\times۴+۱\times۲+۱\times۱=$

$۶۴+۳۲+۱۶+۲+۱=۱۱۵$



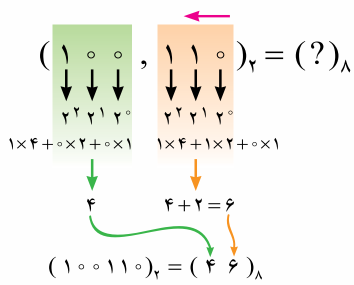
$۱۱۵=(۱۶۳)_۸=(۱۱۱۰۰۱۱)_۲$

تمرین کلاسی ۱۴ــ۱: اعداد باینری زیر را به مبنای اکتال تبدیل کنید.

الف) $(۱۱۰۱۱۱۰۰۱)_۲$

ب) $(۱۰۰۰۰۱)_۲$

روش ســـاده‌تری نیز برای ایـــن تبدیل وجود دارد که ســـرعت کار را بالاتر می‌برد. می‌تـــوان عدد باینری را از سمت راست سه بیت ســـه بیت جدا کنیم و معادل هر قسمت آن را به صورت اکتال بنویسیم، به‌طور مثال:



۱) از سمت راست سه بیت سه بیت جدا می کنیم.

۲) معادل اکتال هر سه بیت را می‌نویسیم.

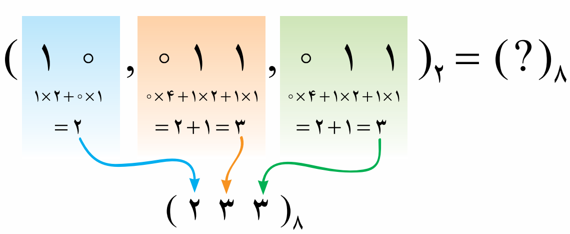
۳) عدد به‌دست آمده در مبنای اکتال است.

تمرین کلاســـی ۱۵ــ۱: اعداد باینری زیر را از روش ساده‌تر به مبنای اکتال ببرید.

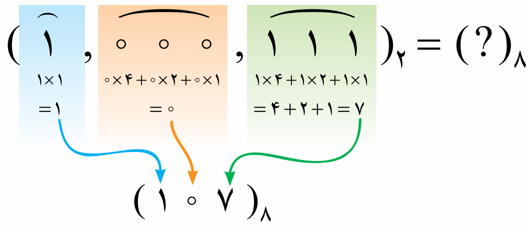
الف) $(۱۱۰۱۱۱۰۰۱)_۲$

ب) $(۱۰۰۰۰۱)_۲$

مثال ۱۰ــ۱: عـــدد $(۱۰۰۱۱۰۱۱)_۲$ را به مبنای اکتال ببرید. (از روش ساده و سریع).



مثال ۱۱ــ۱: عدد $(۱۰۰۰۱۱۱)_۲$ را به مبنای اکتال از روش ساده و سریع ببرید.



نکته: وقتی سه بیت سه بیت از سمت راست جدا می‌کنیم، ممکن است در دستهٔ سمت چپ یک یا دو بیت بماند که درنتیجه فقط همان یک یا دو بیت را برای تبدیل درنظر می‌گیریم.

تمرین کلاسی ۱۶ــ۱: اعداد باینری زیر را از روش سریع‌تر و ساده‌تر به مبنای اکتال تبدیل کنید.

الف) $(۱۰۰۱۱۱۱۱۱)_۲$

ب) $(۱۱۰۰۰۱۰۱)_۲$

پ) $(۱۰۰۱۱۱۰)_۲$

همان طورکه ملاحظه کردید در این جداسازی سه بیتی اگر هر سه بیت یک باشد، بزرگ‌ترین رقم عدد ۷ در سیستم اکتال می‌شود که خود بزرگ‌ترین رقم در سیستم اکتال است.

تمرین کلاسی ۱۷ــ۱: عدد $(۱۰۰۱۱۰۱۱۱۰)_۲$ را از هر دو روش به سیستم اکتال تبدیل کنید. پاسخ‌ها را با هم مقایسه کنید.

۳ــ۶ــ۱ــ تبدیل مبنای ۸ به ۲: برای تبدیل اعداد در مبنای اکتال به مبنای دودویی، ابتدا باید عدد در سیستم اکتال را به سیستم دسی‌مال (اعشاری) برده، سپس با تقسیم‌های متوالی بر ۲ به مبنای دودویی تبدیل کنیم.

به طور مثال برای تبدیل عدد $(۷۵۲)_۸$ به مبنای دودویی به روش زیر عمل می‌کنیم.

مرحلهٔ اول تبدیل به مبنای دسی‌مال:

$(۷۵۲)_۸=$

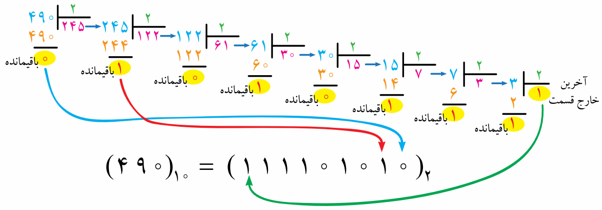
$۷×۸^۲+۵×۸^۱+۲×۸^۰=$

$۷×۶۴+۵×۸+۲×۱=$

$۴۴۸+۴۰+۲=۴۹۰$

$(۷۵۲)_۸=(۴۹۰)_{۱۰}$

مرحلهٔ دوم تبدیل عدد اعشاری به دست آمده به مبنای باینری:



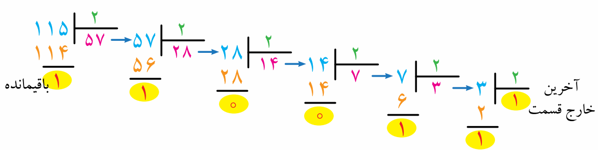
مثال ۱۲ــ۱: عدد اکتال ۱۶۳ را به مبنای باینری تبدیل کنید.

$(۱۶۳)_۸=$

$۱×۸^۲+۶×۸^۱+۳×۸^۰=$

$۱×۶۴+۶×۸+۳×۱=$

$۶۴+۴۸+۳=(۱۱۵)_{۱۰}$



$(۱۱۱۰۰۱۱)_۲ = (۱۱۵)_{۱۰} = (۱۶۳)_۸$

تمرین کلاســـی ۱۸ـ۱: اعداد اکتال زیر را به مبنای باینری تبدیل کنید.

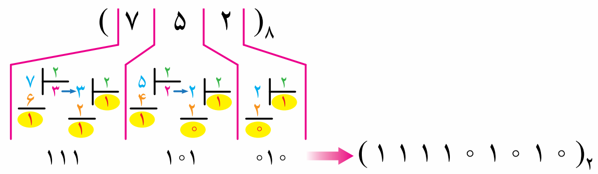
الف) (۴۳۱)$_{۸}$

ب) (۵۰)$_{۸}$

پ) (۷۲۶)$_{۸}$

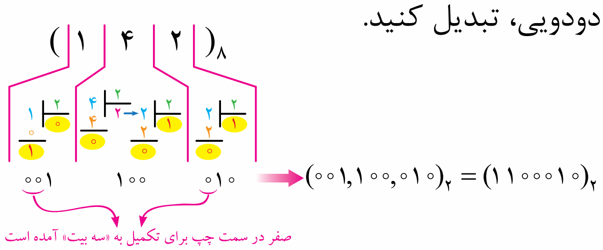
از روش ســـاده‌تر و ســـریع‌تری نیز بـــرای این تبدیل می‌توان استفاده کرد، به این ترتیب که هر رقم در مبنای اکتال را به یک عدد ســـه بیتی در مبنای باینری تبدیل می‌کنیم. بـــرای این کار می‌توان از روش تقســـیم‌های متوالی استفاده کرد و با تمرین زیاد به راحتی می‌توانید معادل باینری هر عدد را بدون اســـتفاده از محاسبات به دست آورید.

به طور مثال برای تبدیل عدد (۷۵۲)$_{۸}$ به مبنای ۲ از مراحل زیر استفاده می‌کنیم.



نکتـــه: اگر در مراحل تقسیم‌های متوالی برای هر رقم، حاصل کم‌تر از سه بیت شد برای تکمیل آن به سه بیت، باید در سمت چپ بیت‌ها، رقم صفر را قرار دهید.

مثال ۱۳ـ۱: عدد (۱۴۲)$_{۸}$ را از روش سریع‌تر به مبنای دودویی، تبدیل کنید.



(۱۴۲)$_{۸}$=(۰۰۱ , ۱۰۰ , ۰۱۰)$_{۲}$

جهت هنرجویان علاقه‌مند:

آیا می‌دانید دلیل ریاضی استفاده از روش‌های ساده‌تر در تبدیلات مبنای ۸ به ۲ و مبنای ۲ به ۸ چیست؟

تحقیق کنید و نتایج تحقیق را به کلاس ارائه دهید.

تمرین کلاسی ۱۹ـ۱:

اعداد در مبنای اکتال زیر را از روش ساده‌تر به مبنای باینری ببرید.

الف) (۵۴۲)$_{۸}$

ب) (۲۶۷)$_{۸}$

پ) (۱۳۰)$_{۸}$

۴ـ۶ـ۱ـ تبدیل مبنای ۲ به ۱۶: به همان روشی که در تبدیل مبنای ۲ به ۸ آموختید، ابتدا باید عدد در مبنای باینری را به سیستم ده‌دهی تبدیل کرد، سپس با تقسیم‌های متوالی بر ۱۶ به مبنای هـگزا دسـی‌مـال (شانزده‌تایی) تبدیل کنیم.

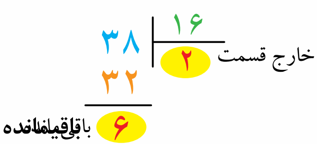
به‌طـــور مثال برای تبدیل عـــدد باینری ۱۰۰۱۱۰ به مبنای هگزادسی‌مال به روش زیر عمل می‌کنیم.

مرحلۀاول تبدیل مبنای دسی‌مال

۱۰۰۱۱۰=۱×۳۲+۰×۱۶+۰×۸+۱×۴+۱×۲+۰×۱ =

۳۲+۴+۲=۳۸

مرحلۀدوم تبدیل به مبنای هگزا دسی‌مال



تقسیم‌های متوالی را تا جایی ادامه می‌دهیم که خارج قسمت کوچک تر یا مساوی ۱۵ شود. (آیا می‌دانید چرا؟) در خارج قسمت یا باقیمانده اگر عدد به دست آمده از ۹ بزرگ‌تر باشد باید طبق آن چه در مبنای هگزا دسی‌مال آموختیم از حروف A، B، .... و F استفاده کنیم.

در خاتمه از سمت چپ ابتدا آخرین خارج قسمت را نوشته، سپس باقیمانده‌ها را به ترتیب تا اولین باقیمانده در جلوی آن می‌نویسیم.

$(۳۸)_{۱۰}=(۲۶)_{۱۶}=(۲۶)_{HEX}=(۲۶)_{H}$

می‌دانیم که مبنای هگزادسی‌مال را با HEX یا H نمایش می‌دهند.

مثال ۱ـ۱۴: عدد $(۱۱۱۰۰۱۱)_۲$ را به مبنای شانزده‌تایی ببرید.

$(۱۱۱۰۰۱۱)_۲=۱\times۶۴+۱\times۳۲+۱\times۱۶+۰\times۸+۰\times۴+۱\times۲+۱\times۱=۱۱۵$

$$\begin{array}{r|l} ۱۱۵ & ۱۶ \\ \cline{2-2} ۱۱۲ & ۷ \ \text{خارج قسمت} \\ \hline ۳ \ \text{باقیمانده} & \end{array}$$

$(۱۱۵)_{۱۰}=(۷۳)_{۱۶}=(۱۱۱۰۰۱۱)_۲$

تمرین کلاسی ۱ـ۲۰: اعداد باینری زیر را به مبنای شانزده‌تایی تبدیل کنید.

الف) $(۱۱۰۰۱۱۰۱)_۲$

ب) $(۱۰۱۰۱۱۰)_۲$

روش ساده‌تری نیز برای این تبدیل وجود دارد که سرعت کار را بالاتر می‌برد. می‌توان عدد باینری را از سمت راست چهار بیت، چهار بیت جدا کنیم و معادل هر قسمت آن را به صورت شانزده‌تایی بنویسیم. به طور مثال:

$$(\underbrace{۱۱۰۱}_{\substack{۸+۴+۰+۱\\=۱۳\\ \downarrow\\ D}}\ \underbrace{۱۱۰۰}_{\substack{۸+۴+۰+۰\\=۱۲\\ \downarrow\\ C}}\ \underbrace{۰۱۰۱}_{\substack{۰+۴+۰+۱\\=۵\\ \downarrow\\ ۵}})_۲ \rightarrow (D\,C\,۵)_{۱۶}$$

۱ـ از سمت راست چهار بیت چهار بیت جدا می‌کنیم.

۲ـ معادل هگزا دسی‌مال هر چهار بیت را می‌نویسیم.

۳ـ عدد به دست آمده در مبنای هگزا دسی‌مال است.

تمرین کلاسی ۱ـ۲۱: اعداد باینری زیر را از روش ساده‌تر به مبنای اکتال ببرید.

الف) $(۱۱۰۱۱۰۰۱)_۲$

ب) $(۱۱۱۰۰۰۰۰۰)_۲$

مثال ۱ـ۱۵: عدد $(۱۱۰۰۱۰۱)_۲$ را به مبنای هگزادسی‌مال ببرید، (از روش ساده و سریع).

$$(\underbrace{۱۱۰}_{۶}\ \underbrace{۰۱۰۱}_{۵})_۲=(\,?\,)_{۱۶} \rightarrow (۶\,۵)_{۱۶}$$

مثال ۱ـ۱۶: عدد $(۱۱۱۱۱۱)_۲$ را به مبنای هگزا دسی‌مال ببرید، (از روش ساده و سریع).

$$(\underbrace{۱۱}_{۳}\ \underbrace{۱۱۱۱}_{۱۵})_۲=(\,?\,)_{۱۶} \rightarrow (۳\,F)_{۱۶}$$

نکته: وقتی چهار بیت، چهار بیت از سمت راست جدا می‌کنیم، ممکن است در دستهٔ سمت چپ یک یا دو بیت بماند که درنتیجه فقط همان یک یا دو بیت را برای تبدیل درنظر می‌گیریم.

تمرین کلاسی ۲۲ـ۱: اعداد باینری زیر را از روش سریع‌تر و ساده‌تربه مبنای هگزا دسی‌مال تبدیل کنید.

الف) $(۱۱۰۰۱۱۱۰۱)_{۲}$

ب) $(۱۱۰۱۰۱۰۰۰۱)_{۲}$

پ) $(۱۱۰۱۰۰۰۰۱۱)_{۲}$

همان‌طور که ملاحظه کردید در این جداسازی چهار بیتی اگر هر چهار بیت یک باشد، بزرگ‌ترین رقم عدد ۱۵ در سیستم هگزا دسی‌مال می‌شود که خود بزرگ‌ترین رقم در سیستم هگزادسی‌مال است که به صورت F می‌نویسیم.

تمرین کلاسی ۲۳ـ۱:

عدد $(۱۱۰۰۱۱۱۱)_{۲}$ را از هر روش به سیستم هگزا دسی‌مال تبدیل کنید. پاسخ‌ها را با هم مقایسه کنید.

۵ـ۶ـ۱ـ تبدیل مبنای ۱۶ به ۲:

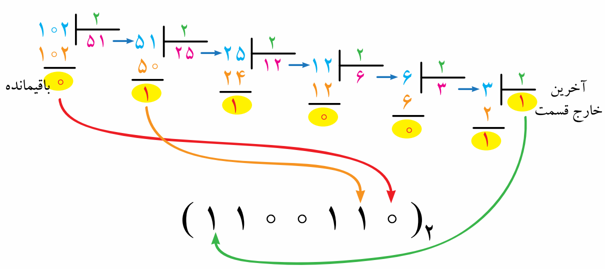
برای تبدیل اعداد در مبنای شانزده‌تایی به مبنای دودویی، ابتدا باید عدد در سیستم شانزده‌تایی را به سیستم ده‌دهی برده، سپس با تقسیم‌های متوالی بر ۲ به مبنای دودویی به روش زیر عمل می‌کنیم.

مرحلهٔ اول تبدیل مبنای دسی‌مال:

$(۶۶)_{۱۶}=۶\times۱۶^{۱}+۶\times۱۶^{۰}=$

$۹۶+۶\times۱=۹۶+۶=۱۰۲$

$(۶۶)_{۱۶}=(۱۰۲)_{۱۰}$



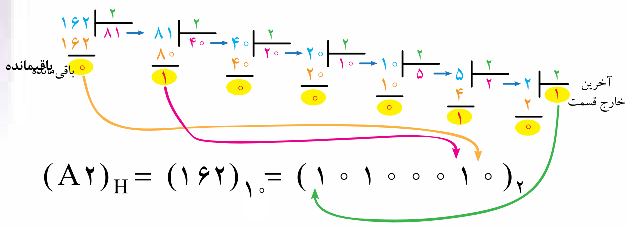
$(۶۶)_{۱۶}=(۱۰۲)_{۱۰}=(۱۱۰۰۱۱۰)_{۲}$

مثال ۱۷ـ۱: عدد هگزادسی‌مال $(A۲)_{H}$ را به مبنای باینری تبدیل کنید.

$(A۲)_{H}=A\times۱۶^{۱}+۲\times۱۶^{۰}=$

$(۱۰)\times۱۶+۲\times۱=۱۶۰+۲=۱۶۲$

$(A۲)_{H}=(۱۶۲)_{۱۰}$



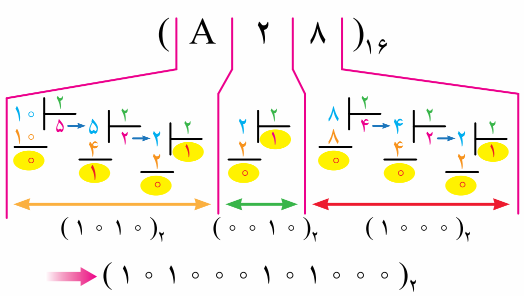
تمرین کلاسی ۲۴ـ۱: اعداد هگزادسی‌مال را به مبنای باینری تبدیل کنید.

الف) $(۱۴۲)_{۱۶}$

ب) $(DE)_{۱۶}$

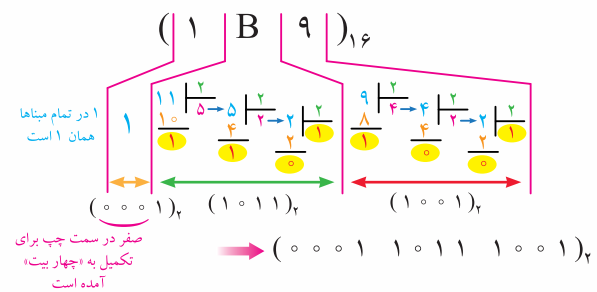
از روش ساده‌تر و سریع‌تر نیز برای این تبدیل می‌توان استفاده کرد، به این ترتیب که هر رقم درمبنای هگزا دسی‌مال را به یک عدد چهار بیتی در مبنای باینری تبدیل می‌کنیم. برای این کار می‌توان از روش تقسیم‌های متوالی استفاده کرد. با تمرین فراوان، به راحتی می‌توانید معادل باینری هر عدد را بدون استفاده از محاسبات به دست آورید.

به طور مثال برای تبدیل عدد $(A۲۸)_{۱۶}$ به مبنای ۲ از مراحل زیر استفاده می‌کنیم.



نکتـــه: اگر در مراحل تقسیم‌های متوالی برای هر رقم، حاصل کم‌تر از چهار بیت شد، برای تکمیل آن به چهار بیت، باید در سمت چپ بیت‌ها رقم صفر را قرار دهید.

مثـــال ۱۸ـ۱: عدد $(۱B۹)_{۱۶}$ را از روش ســـریع‌تر به مبنای دودویی تبدیل کنید.



جهت هنرجویان علاقه‌مند:

آیا می‌دانید دلیل ریاضی استفاده از روش‌های ساده‌تر در تبدیل‌های مبنای ۱۶ به ۲ و مبنای ۲ به ۱۶ چیست؟

تحقیق کنید و نتایج تحقیق را به کلاس ارائه دهید.

تمرین کلاسی ۲۵ـ۱: اعداد در مبنای هگزا دسی‌مال زیر را از روش ساده‌تر به مبنای باینری ببرید.

الف) $(AF)_{۱۶}$

ب) $(۲۱E)_{۱۶}$

پ) $(D۸)_{۱۶}$

۷ـ۱ـ جمع باینری

کلیهٔ اعمال ریاضی بر روی تمامی سیستم‌های اعداد، مشـــابه اعمال ریاضی بر روی اعداد اعشاری است که ما همواره با آن‌ها سروکار داریم.

در این‌جا فقط به بررســـی عمل جمـــع و در ادامه به عمل تفریق بر روی اعداد باینری می‌پردازیم.

جمع در سیســـتم باینری: جمع در این سیستم، شـــبیه به جمع در سیستم اعشـــاری است. در سیستم اعشاری، هرگاه جمع دو رقم از ده بیش‌تر می‌شود، یک واحد به رقم بعد آن اضافه می‌کنیم که به آن **ده بر یک** می‌گوییم. در سیســـتم باینری، هرگاه جمع دو رقم دو شـــود (حالت ۱+۱)، ایجاد **دو بریک**[۱] می‌کند و باید عدد یک را به رقم بعدی اضافه کرد. می‌دانیم که:

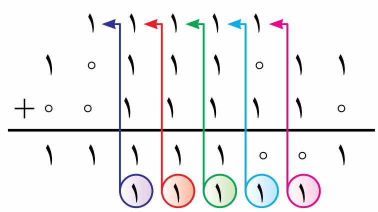
۰ + ۰	۱ + ۰	۰ + ۱	۱ + ۱
۰	۱	۱	۱۰

۱+۱=۱۰ یا

رقم اول نوشته می شود ۱ دو بر یک

یک (۱) به ستون بعدی منتقل می شود.

مثال ۱۹ـ۱:



$(۱۰۱۱۱۰۱۱)_۲+(۱۱۱۱۱۰)_۲=(۱۱۱۱۱۰۰۱)_۲$

تمرین کلاسی ۲۶ـ۱: دو عدد باینری زیر را با هم جمع کنید.

$(۱۰۰۱۱۰۱)_۲+(۱۱۰۰۱۱۱)_۲=(\ ?\ )_۲$

۱ـ دو بر یک در سیستم دوتایی رقم نقلی را ایجاد می‌کند که به آن Carry می‌گویند.

۸ـ۱ـ تفریق باینری

تفریــق یک عدد باینری از عدد باینری دیگر با روشــی مانند تفریق اعداد دسی‌مال انجام می‌پذیرد، یعنی اگر رقم بزرگ‌تر از رقم کوچک‌تر کم شود یک واحد از مکان بعدی قرض گرفته می‌شود و در مکانی که یک واحد قرض گرفته شده یک را به صفر تبدیل می‌کنیم. واحد قرض گرفته شده را Borrow می‌گویند.

۱ −	$\square$ $\cancel{۰}^{۱۰}$ −	۱ −	۰ −
۱	۱	۰	۰
۰	۱	۱	۰

یک واحد Borrow در تفریق $\begin{array}{r} ۰\,- \\ ۱ \\ \hline ۱ \end{array}$ ایجاد شد.

یک به مکان کم ارزش‌تر انتقال می‌یابد و ۱۰ می‌شود.

$$\begin{array}{r} ۱\;۱\;\cancel{۰}^{۱۰}\;۱ \\ -۱\;۰\;۱\;۰ \\ \hline ۰\;۰\;۱\;۱ \end{array}$$

تمرین کلاسی ۲۷ـ۱: دو عدد باینری زیر را از هم کم کنید.

$(۱۱۰۱۰)_۲ - (۰۱۱۱۱)_۲ = (\ ?\ )_۲$

مثال۲۰ـ۱: دو عدد باینری را از هم کم کنید.

$$\begin{array}{r} ۱\;\cancel{۱}^{۰}\;\cancel{۰}^{۱}\;\cancel{۰}^{۱}\;۰^{۱۰}\;۱ \\ -۱\;۰\;۱\;۱\;۱\;۰ \\ \hline ۰\;۰\;۰\;۰\;۱\;۱ \end{array}$$

۹ـ۱ـ نقش کد در سیستم دیجیتال

معنای واقعــی «کدکردن» همان «رمزکــردن» یا به صــورت رمز درآوردن اطلاعات اســت. اولین ســؤالی که مطرح می‌شود آن است که چرا باید اطلاعات را به صورت رمز درآوریم؟

فرض کنید بخواهید پیغامی را از طریق یکی از دوســتان خــود به آمــوزگار یا دوســت دیگری برســانید. درضمن نمی‌خواهید که حامل نامهٔ شــما از پیغامتان باخبر باشــد. پــس بایــد آن را به صورت رمزی که از قبل میان شــما و گیرنــدهٔ نامه به صورت قراردادی وجــود دارد، درآورده، بر روی کاغذ بنویسید و به حامل نامه بسپارید. به این ترتیب تنها گیرندهٔ نامه از متن پیام باخبر خواهدشد. این کار اولین بار توسط اسکندر، سردار مقدونی انجام شد. وی در جنگ‌ها برای ارســال پیام به سرداران سپاه خود نامه‌ها را به صورت رمز می‌نوشت، تا دشــمن از متن آن باخبر نشود. حال اگر گیرندهٔ نامه تنها کلمات رمز را بداند و به هیچ طریق دیگری نتواند کلمات را بفهمد، شما مجبورید حتماً اطلاعات ارسالی خود را به‌صورت کد درآورید. فــرض کنید این بار گیرندهٔ پیام‌ها، کامپیوتر باشــد و بخواهید با کامپیوتر ارتباط برقرار کنید؛ باید تنها کلمات رمزی را که میان شــما و سیستم از قبل قرارداده شده‌است استفاده کنید، تا بتوانید آنچه را که می‌خواهید به کامپیوتر بفهمانید.

لازم به ذکر اســت که تبدیل اطلاعــات به کد، نه فقط برای ایجاد ارتباط لازم اســت، بلکــه یکی از روش‌های با اهمیت در تشخیص خطا و در صورت لزوم برطرف کردن خطا برای اطلاعات پردازش شونده در سیستم می‌باشد. از آنجا که رمز کردن اطلاعات برای ایجاد ارتباط با کامپیوتر صورت می‌گیرد و از طرفی کامپیوتر تنها صفرها و یک‌ها را می‌تواند بفهمد، برای کد کردن اطلاعات کافی است آنها را به صورت رشته‌ای از صفرها و یک‌ها درآوریم.

۱ـ۹ـ۱ـ کــــد BCD: بعضی از ماشین‌هــــای محاسبه‌گـر الکترونیکی عملیات ریاضی را در کد (Binary Coded Decimal) BCD انجام می‌دهند.

در کد BCD هر رقم ده‌دهی را با چهار بیت باینری معادل آن نشان می‌دهند.

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$(۳)_{۱۰} \longrightarrow (۱۱)_۲ \longrightarrow (۰۰۱۱)_{BCD}$

$(۹)_{۱۰} \longrightarrow (۱۰۰۱)_۲ \longrightarrow (۱۰۰۱)_{BCD}$

$(۵)_{۱۰} \longrightarrow (۱۰۱)_۲ \longrightarrow (۰۱۰۱)_{BCD}$

تبدیـــل اعداد ده‌دهی به معـــادل BCD آنها از تبدیل اعـــداد ده‌دهی به معادل باینری آنها به مراتب ســـاده‌تر است، زیرا برای این تبدیل، دانستن معادل باینری ارقام صفر تا ۹ کفایت می‌کند. چرا؟

نکته: در کدBCD وزن‌های مختلفی وجود دارد که در حیطهٔ مطالب این کتاب فقط از وزن ۸۴۲۱ آن استفاده می‌شود.

در وزن ۸۴۲۱ اولین رقم سمت راست در ضریب یک، دومین رقم از سمت راســـت در ضریب ۲، سومین رقم در ضریب۴ و چهارمین رقم از ســـمت راست در ضریب ۸، ضرب می‌شود.

توجه داشته باشید که در این روش نمایش اعداد باید هر رقم ده‌دهی را با چهار بیت باینری نمایش دهیم. در جـــدول ۱ـ۱۲ تفاوت نمایش ارقام ده‌دهی صفر تا ۹ به صورت باینری و BCD نشان داده شده است.

جدول ۱ـ۱۲ ـ اعداد یک رقمی ده‌دهی و معادل باینری و BCD آنها

عدد ده‌دهی	عدد باینری	عدد BCD
۰	۰	۰۰۰۰
۱	۱	۰۰۰۱
۲	۱۰	۰۰۱۰
۳	۱۱	۰۰۱۱
۴	۱۰۰	۰۱۰۰
۵	۱۰۱	۰۱۰۱
۶	۱۱۰	۰۱۱۰
۷	۱۱۱	۰۱۱۱
۸	۱۰۰۰	۱۰۰۰
۹	۱۰۰۱	۱۰۰۱

مطابـــق جدول فوق معادل BCD عدد ده‌دهی ۱۷۵۳ در جدول ۱ـ۱۳ نشان داده شده است.

جدول ۱ـ۱۳ـ معادل BCD عدد ده‌دهی ۱۷۵۳

$(۱\quad ۷\quad ۵\quad ۳)_{۱۰}$

$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$	$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$	$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$	$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۸	۴	۲	۱	۸	۴	۲	۱	۸	۴	۲	۱	۸	۴	۲	۱
۰	۰	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۱
رقم یکان‌هزار				رقم صدگان				رقم ده‌گان				رقم یکان			

تمرین کلاســـی ۱ـ۲۸: جدولی بـــرای تبدیل عددهای ۱۰ تا ۲۰ به کد باینری و BCD رسم کنید و آن را کامل کنید.

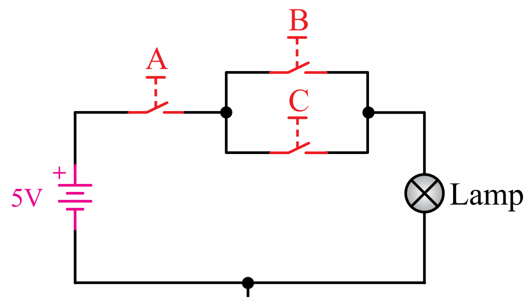
۱۰ـ۱ـ الگوی پرسش

۱ـ کمیت‌های آنالوگ و دیجیتال به چه معناست؟

۲ـ مزایای استفاده از سیستم دیجیتال نسبت به سیستم آنالوگ چیست؟

۳ـ چگونه می‌توان باز و بسته بودن یک در را به سطوح منطقی تبدیل کرد؟

۴ـ در مدار الکتریکی زیر وضعیت کلیدها به چه صورت باشد، لامپ روشن خواهد شد؟



۵ـ آیا می‌توانید برای مدار شکل سؤال قبل جدول تمام حالت‌های کلیدها را رسم و نشان دهید که لامپ در چه صورت روشن و در چه صورت خاموش است؟

۶ـ مزایای استفاده از سیستم اعداد هگزا دسی‌مال چیست؟

۷ـ اعداد زیر را که در سیستم ده‌دهی هستند به سیستم‌های باینری، اکتال و هگزادسی‌مال تبدیل کنید.

الف) ۱۴۲   ب) ۷۵۶

پ) ۱۰۳۰   ت) ۹۵۹

۸ـ اعداد باینری زیر را با استفاده از روش‌هایی که فرا گرفتید به مبنای ۸ و ۱۶ تبدیل کنید و نتیجهٔ استفاده از هر دو روش را با هم مقایسه کنید.

الف) $(۱۰۰۱۰۰۰۱۱)_{۲}$

ب) $(۱۰۱۰۱۰۱)_{۲}$

پ) $(۰۱۱۱۱۰۰۰۱۱)_{۲}$

۹ـ مکمل‌های ۱ و ۲ اعداد زیر را به دست آورید.

الف) $(۱۰۰۱۱۰۱)_{۲}$

ب) $(۱۰۰۱۰۰۱)_{۲}$

پ) $(۱۰۱۰۱۰۱۰۰۱۰)_{۲}$

۱۰ـ جمع و تفریق باینری اعداد زیر را به دست آورید.

الف) a) ۱۰۰۰۱۰۱
b) ۱۰۰۱۱۱

ب) a) ۱۰۰۱۱۱
b) ۱۰۰۰۱۱۱

پ) a) ۱۱۰۰۰۰
b) ۱۱۰۱۱

۱۱ـ اعداد زیر را به صورت نمایش کد BCD بنویسید.

الف) ۷۵۱

ب) ۴۲۰

پ) ۹۸۳

ت) ۶۱۲

۱۲ـ کد کردن اطلاعات چگونه انجام می‌شود؟

۱۳ـ مزایای کد کردن اطلاعات چیست؟

۱۴ـ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(۱۰۱۱۰۰۱۱۱)_{۲}=(?)_{۱۰}$

ب) $(۱۰۱۱۰۱۱۰۰)_{۲}=(?)_{۸}=(?)_{۱۶}$

پ) $(۲۵۶)_{۸}=(?)_{۲}$

ت) $(۱۱۰۱۱)_{۲}+(۱۱۰۰۰)_{۲}=(?)_{۸}$

ث) $(۱۱۰۰۰۰)_{۲}-(۱۰۱۱۰)_{۲}=(?)_{۱۶}$

جهت هنرجویان علاقه‌مند:

آیا می‌دانید برای کد کردن حروف الفبای فارسی به چند بیت نیاز است؟ از چه رابطه‌ای تعداد بیت‌ها به دست می‌آید؟