دینامیک

فصل ۲

دینامیک

نگاهی به فصل :قانون‌های نیوتون از جملهٔ قانون‌های اساسی و بنیادی در دانش فیزیک به‌شمار می‌روند. این قانون‌ها، کاربردهای گسترده‌ای در فنّاوری و غالب رشته‌های مهندسی دارند. در صنعت، امور ساختمانی، دریانوردی، فضانوردی و...، اصول حاکم بر پدیده‌ها از قانون‌های نیوتون پیروی می‌کنند.

شما در فیزیک۲ و آزمایشگاه، با قانون‌های نیوتون آشنا شدید و دیدید که چگونه می‌توان آنها را برای حلّ مسئله‌های دینامیک در یک بُعد به‌کار برد.

در این فصل، پس از یادآوری این قانون‌ها، کاربرد آنهارا در حلّ مسئله‌ها، در دینامیک دوبعدی، بررسی می‌کنیم.

۲ــ۱ــ قانون‌های نیوتون

قانون اول نیوتون : «هر جسمی، حالت سکون یا حرکت یکنواخت خود را روی خط راست حفظ می‌کند، مگر آنکه تحت تأثیر نیرو یا نیروهایی، مجبور به تغییر آن حالت شود.»

قانون دوم نیوتون : «نیروی برآیند وارد بر جسم برابر است با حاصل‌ضرب جرم جسم در شتاب آن». یعنی : $\vec{F} = m\vec{a}$

به عبارت دیگر شتاب یک جسم در همان جهت نیروی برآیند وارد بر آن است و با نیروی برآیند تقسیم بر جرم جسم برابر است :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (۲ــ۱)$$

توجه کنید در رابطهٔ بالا، $\vec{F}$ برآیند نیروهای وارد برجسم است که معمولاً به‌صورت $\Sigma\vec{F}$ نیز نوشته می‌شود.

قانون سوم نیوتون : «هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوّم هم به جسم اوّل

نیرویی **هم‌اندازه،هم راستا و در خلاف سوی آن** وارد می‌کند.»

همچنین، در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که نیرویی که جسم اوّل وارد می‌کند، «کنش» و نیرویی که جسم دوّم وارد می‌کند «واکنش» نام دارد. این دو نیرو همواره هم‌اندازه، هم‌راستا و در سوی مخالف یکدیگرند که هر یک بر دیگری وارد می‌کند.

تمرین ۲ــ۱

با مراجعه به آن‌چه در فیزیک (۲) و آزمایشگاه خوانده‌اید، جمله‌های زیر را کامل کنید.

۱ــ تغییر بردار سرعت بر اثر .... است.

۲ــ اگر در اثر اعمال نیرو، جسم ساکنی به حرکت درآید، در شروع حرکت بردارهای سرعت و .... هم‌جهت‌اند.

۳ــ در مسیر خمیده بردارهای سرعت و نیرو.........

۴ــ اگر جسمی بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی هم‌راستا و هم‌سو با سرعت حرکتِ آن وارد شود، حرکت جسم......... خواهد شد.

۵ــ درصورتی که جسم بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی در خلاف جهت سرعت اعمال شود، حرکت جسم .... خواهد شد.

تمرین ۲ــ۲

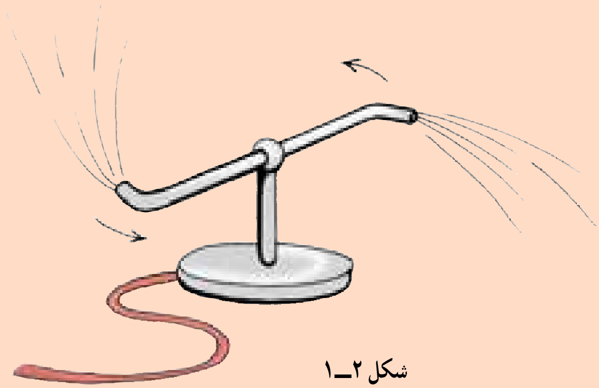
توضیح دهید چرا هنگامی که :

۱ــ با پا به دیواری ضربه می‌زنید، پای شما درد می‌گیرد؟

۲ــ قایقران پارو می‌زند، قایق در آب حرکت می‌کند؟

۳ــ چمدان را از زمین بلند می‌کنید، دست شما به‌طرف پایین کشیده می‌شود؟

۴ــ آب از فواره مطابق شکل ۲ــ۱خارج می‌شود و فواره می‌چرخد؟



شکل ۲ــ۱

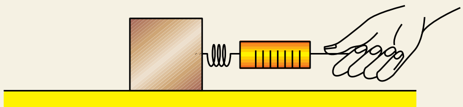
فعالیت ۲ــ۱

در شکل ۲ــ۲ تصویر موشکی در حال پرتاب را مشاهده می‌کنید. براساس قانون سوم نیوتون چگونگی حرکت آن را شرح دهید.

شکل ۲ــ۲

مثال ۲ــ۱

صندوقی به جرم ۱۰kg روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی ۰/۴ و ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲ قرار دارد. مطابق شکل ۲ــ۳ــ الف نیروسنجی به صندوق وصل می‌کنیم و آن را می‌کشیم.



شکل ۲ــ۳ــ الف

الف) نخست با نیرویی برابر با ۲۰N صندوق را می‌کشیم. آیا صندوق شروع به حرکت می‌کند؟ در این حالت، نیروی اصطکاک بین صندوق و سطح چه‌مقدار است؟

ب) نیروی وارد بر صندوق را به ۶۰N می‌رسانیم. در این حالت، نیروی اصطکاک چه‌مقدار است؟ شتاب حرکت صندوق را در این حالت حساب کنید.

پاسخ

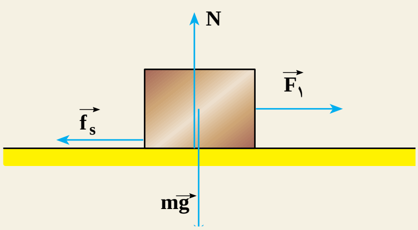
الف) در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم، برای آنکه جسمی به حرکت درآید باید نیروی وارد بر آن از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت بیشتر باشد.

بنابراین، ابتدا نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت (بیشینهٔ نیروی اصطکاک) را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{s\,max} \quad \mu_s N$$

$$\sum F_y \quad ۰ \Rightarrow N \quad mg \quad ۱۰\times۱۰ \quad ۱۰۰N$$

$$f_{s\,max} \quad ۰/۴\times۱۰۰ \quad ۴۰N$$



شکل ۲ــ۳ــ ب

در این حالت، چون نیروی وارد شده‌کمتر از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت است، صندوق ساکن می‌ماند و درنتیجه، شتاب حرکت آن صفر است. بنابر قانون دوم نیوتون داریم :

$\sum F_x \quad ma \Rightarrow F_1 \quad f_s \quad ma$ ۰

f_s ۲۰N

ب) در این حالت، چون نیروی وارد شده بیشتر از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت است، جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک، جنبشی است و با استفاده از رابطهٔ $f_k \quad \mu_k N$ محاسبه می‌شود.

f_k ۰/۲×۱۰۰ ۲۰N

برای محاسبهٔ شتاب حرکت، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم :

$F \quad f_k \quad ma$

۶۰ ۲۰ ۱۰a

a ۴m/s۲

فعالیت ۲ــ۲

جسمی را روی سطح افقی قرار دهید و آن را با یک نیروی افقی بکشید و به‌تدریج نیروی کشش را افزایش دهید تا این‌که جسم در آستانهٔ حرکت قرار گیرد و سپس حرکت کند. حال، به‌طور کیفی، نمودار تغییر نیروی اصطکاک را، برحسب نیروی کشش، رسم کنید.

۲ــ۲ــ چگونگی استفاده از قانون‌های نیوتون در حرکت یک جسم

در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که برای حلّ مسئله‌های دینامیک یک‌بعدی چه نکاتی را باید درنظر بگیریم. اکنون برای حلّ مسئله‌های دینامیک دوبعدی این نکات را یادآوری و تکمیل می‌کنیم :

۱ــ شکل ساده‌ای از جسم و تکیه‌گاه آن رسم می‌کنیم.

۲ــ نیروهایی را که اجسام دیگر بر جسم وارد می‌کنند، روی شکل مشخص می‌کنیم.

۳ــ دستگاه محورهای مختصات مناسب انتخاب می‌کنیم. (ضمن حلّ مسئله، با نحوهٔ انتخاب

دستگاه مختصات مناسب نیز آشنا خواهیم شد.)

۴ــ نیروها را روی محورهای مختصات تجزیه می‌کنیم؛ یعنی، مؤلفه‌های هر نیرو را روی محورها تعیین می‌کنیم.

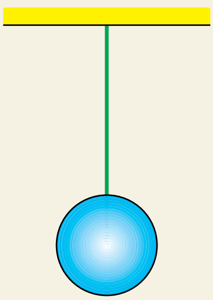
۵ــ با نوشتن قانون دو م نیوتون روی هریک از محورها، شتاب حرکت جسم را روی هر محور محاسبه می‌کنیم؛ به عبارت دیگر، مؤلفه‌های نیرو را روی هر محور به‌طور جداگانه، به‌صورت $F_x \quad ma_x$ و $F_y \quad ma_y$ می‌نویسیم.

۶ــ هرگاه چند جسم به هم متصل باشند، درصورتی که شتاب‌های حرکت آنها یکسان باشند، مجموعه را می‌توانیم به‌عنوان یک دستگاه (با جرمی برابر مجموع جرم‌ها) درنظر بگیریم و قانون دوم را برای آن بنویسیم.

نحوهٔ استفاده از قانون‌های نیوتون در مثال‌های زیر نشان داده شده است.

مثال ۲ــ۲

جسمی به جرم $m \quad ۱۲kg$ را با طنابی که جرم آن ناچیز است، مطابق شکل ۲ــ۴ــالف می‌آویزیم. نیروهای وارد بر جسم را تعیین کنید و مقدار هر یک را به‌دست آورید.

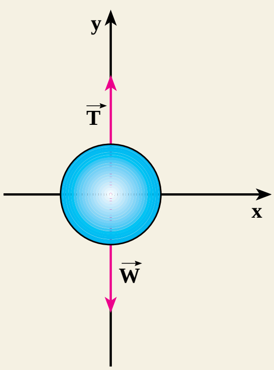


شکل ۲ــ۴ــ الف

پاسخ

نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند از :

نیروی وزن، که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود و نیرویی که از طرف طناب به جسم وارد می‌شود. چون جسم ساکن است، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد؛ درنتیجه باید از طرف طناب، نیرویی در امتداد قائم و رو به بالا بر جسم اعمال شود. این نیرو را نیروی کشش طناب (نخ) می‌نامند که آن را با $\vec{T}$ نمایش می‌دهیم.



شکل ۲ــ۴ــ ب

نیروهای وارد بر جسم، در راستای محور y اند و در شکل ۲ــ۴ــ ب نشان داده شده‌اند. بنابر قانون دو م نیوتون داریم :

$$T \quad mg \quad ma$$

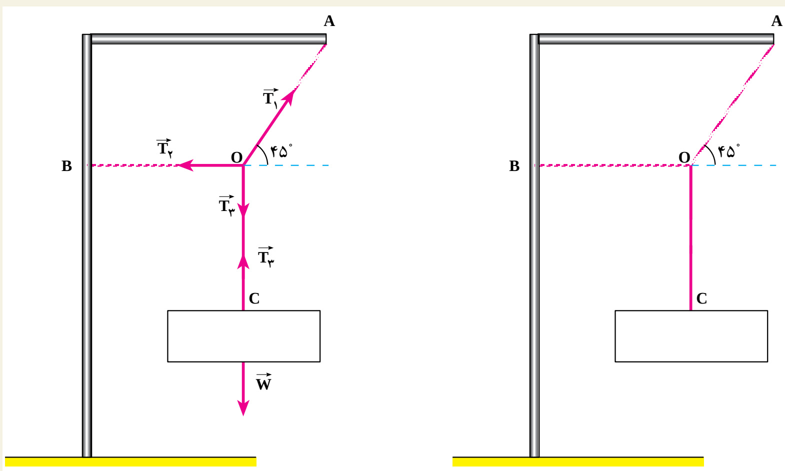
چون a ۰، داریم :

$$T \quad mg \quad ۱۲\times۱۰ \quad ۱۲۰N$$

در هر نقطه از طناب کشیده شده، نیرویی از طرف یک‌بخش بر بخش دیگر وارد می‌شود. نیروی کشش طناب در هر نقطه برابر نیرویی است که در صورت پاره شدن طناب در آن نقطه، باید وارد کنیم تا وضعیّت اولیهٔ آن حفظ شود؛ یعنی، اگر جسم ساکن بوده با جای‌گزینی این نیرو در آن نقطه هم‌چنان ساکن بماند و اگر در حرکت بوده با همان حالت قبل از پاره شدن حرکت کند.

مثال ۲ــ۳

یک تابلوی تبلیغاتی مطابق شکل۲ــ۵ــ الف از پایه‌ای آویزان است.اگر وزن تابلو ۱۲۰N باشد، کشش طناب‌های OA و OB را محاسبه کنید. (از وزن طناب‌ها چشم‌پوشی کنید.)



ب)　　　　　　الف)

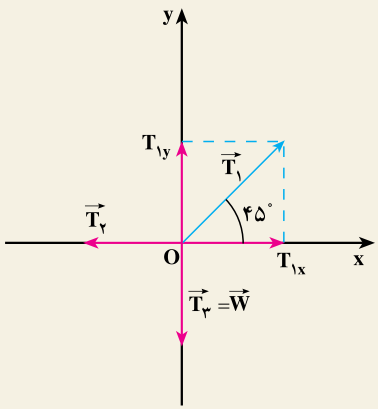
شکل ۲ــ۵

پاسخ

در شکل ۲ــ۵ــ ب نیروهای وارد بر گرهٔ O و تابلو نشان داده شده‌اند. قانون دوم

نیوتون را برای گرۀ O می‌نویسیم. نیروهای وارد بر گره عبارت‌اند از :

$\vec{T}_1$ نیروی کشش طناب در امتداد OA، $\vec{T}_2$ نیروی کشش طناب در امتداد OB و $\vec{T}_3$ نیروی کشش در امتداد OC. داریم : $T_3 = W$ (چرا؟). با انتخاب دستگاه محورهای مختصات مناسب مطابق شکل ۲ــ۵ ــ پ نیروها را روی محورهای مختصات تصویر می‌کنیم.



شکل ۲ــ۵ ــ پ

چون گره در حال سکون است، داریم :

$$F_x = 0 \Rightarrow T_{1x} - T_2 = 0$$

$$F_y = 0 \Rightarrow T_{1y} - W = 0$$

$$T_{1y} = T_1 \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} T_1 \quad \text{و} \quad T_{1x} = T_1 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} T_1$$

با جایگزینی مقادیر T_{1x} و T_{1y} در معادله‌های بالا داریم :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} T_1 - T_2 = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} T_1 - 120 = 0$$

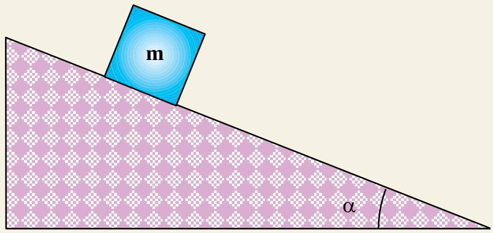
با حلّ این دو معادله داریم :

$$T_1 \simeq 170\,N \quad \text{و} \quad T_2 = 120\,N$$

مثال ۲ــ۴

جسمی به جرم m را روی سطح شیب‌داری که با افق زاویهٔ α می‌سازد، قرار می‌دهیم :

الف) شتاب حرکت جسم و نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه کنید (در این قسمت اصطکاک را نادیده بگیرید).

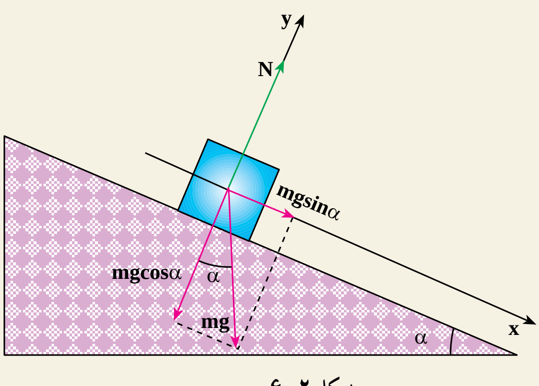


شکل ۲ــ۶ــ الف

ب) اگر بر اثر نیروی اصطکاک، جسم روی سطح ساکن بایستد، نیروی اصطکاک چه‌مقدار خواهد بود. آن را محاسبه کنید.

پاسخ

الف) ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم در امتداد سطح شیب‌دار حرکت می‌کند. محور x را در راستای سطح شیب‌دار و در جهت حرکت و محور y را عمود بر آن سطح انتخاب می‌کنیم.



شکل ۲ــ۶ــ ب

مؤلفه‌های وزن روی محورهای x و y به‌ترتیب عبارت‌اند از :

$mg\cos\alpha$ و $mg\sin\alpha$

با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای محور x داریم :

$F_x \quad mg\sin\alpha \quad ma$

$a \quad g\sin\alpha$

چون جسم در راستای محور y حرکت ندارد :

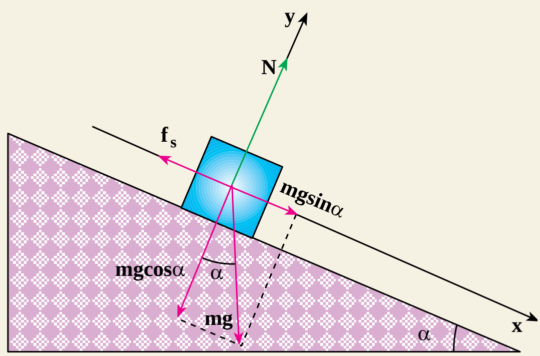
$F_y \quad \circ$

$N \quad mg\cos\alpha \quad \circ$

و در نتیجه :

$N \;\; mg\cos\alpha$

ب) نمودار نیروهای وارد بر جسم در شکل ۲ــ۷ نشان داده شده است. چون جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است :



شکل ۲ــ۷

$F_x \quad \circ$

$mg\sin\alpha \quad f_s \quad \circ$

و از آنجا داریم :

$f_s \quad mg\sin\alpha$

تمرین ۲ــ۳

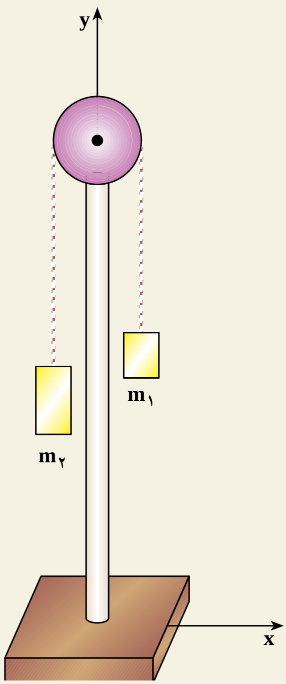
توضیح دهید که آیا می‌توان با استفاده از مثال **۲ــ۴ــ ب** ضریب اصطکاک ایستایی جسم و سطح را محاسبه کرد.

فعالیت ۲ــ۳

آزمایشی برای تعیین ضریب اصطکاک ایستایی سطح‌های مختلف با استفاده از سطح شیب‌دار طراحی کنید.

مثال ۲ــ۵

قرقره‌ای را مطابق شکل **۲ــ۸ــ الف** بر روی پایه‌ای نصب می‌کنیم. دو وزنهٔ $m_1 = 100g$ و $m_2 = 150g$ را با نخی سبک به یکدیگر وصل می‌کنیم و نخ را از شیار قرقره می‌گذرانیم. شتاب حرکت وزنه‌ها و نیروی کشش نخ را محاسبه کنید. این وسیله را **ماشین اتوود** می‌نامند.



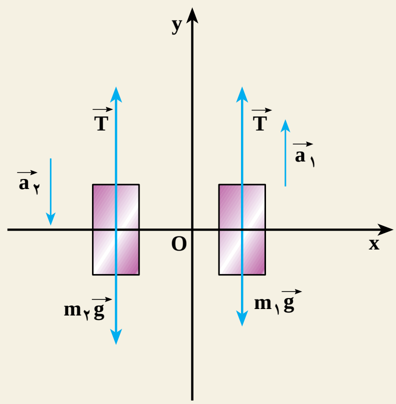
شکل ۲ــ۸ــ الف

پاسخ

نیروهای وارد بر جرم‌های m_1 و m_2 در شکل ۲ــ۸ــ ب رسم شده است. چون جرم نخ، قرقره و نیروی اصطکاک ناچیز است، کشش طناب در تمام نقطه‌های آن یکسان است؛ بنابراین، $T_1 \quad T_2$ و چون $m_2 > m_1$ است، m_2 به‌طرف پایین و m_1 به‌طرف بالا حرکت می‌کند. در این‌صورت، شتاب حرکت m_2 در خلاف جهت محور y و m_1 در جهت محور y خواهد بود؛ پس :

$T \quad m_1g \quad m_1a_1$ (۱)

$T \quad m_2g \qquad m_2a_2$ (۲)



شکل ۲ــ۸ــ ب

چون بزرگی جابه‌جایی وزنه‌ها یکسان است : $a_1 \qquad a_2 \quad a$

با جایگزینی مقادیر m_1 و m_2 در رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت :

T ۰/۱×۱۰ ۰/۱a

T ۰/۱۵×۱۰ ۰/۱۵a

با حلّ این معادله‌ها داریم :

a ۲m/s² و T ۱/۲N

۲ـ۳ـ تکانه (اندازه حرکت)

در شکل ۲ـ۹ یک خودروی سواری و یک کامیون مجاور هم با سرعت یکسان درحرکت‌اند. خودرو و کامیون با نزدیک شدن به چراغ قرمز، باید پس از طی مسافت ۵۰m متوقف شوند. به‌نظر شما، نیروی لازم برای متوقف کردن کدام‌یک از آنها با شتاب ثابت، بیشتر است؟ برای بررسی دقیق‌تر،

شکل ۲ـ۹

فرض کنید جرم کامیون ۱۰ تن و جرم خودروی سواری ۱ تن باشد و هریک با سرعت ۲۰m/s در حرکت باشند. شتاب حرکت کندشونده برای کامیون و خودروی سواری، در این جابه‌جایی، برابر است با :

$$|a_1| = |a_2| = \left|\frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}\right| = \frac{400}{2\times 50} = 4\,m/s^2$$

نیروی لازم برای توقف کامیون برابر است با :

$$F_1 \quad m_1 a \quad 10000\times 4 \quad 4\times 10^4 N$$

و نیروی لازم برای توقف خودروی سواری برابر است با :

$$F_2 \quad m_2 a \quad 1000\times 4 \quad 4\times 10^3 N$$

نتیجه می‌گیریم که نیروی لازم برای متوقف کردن کامیون بیشتر از نیروی لازم برای متوقف کردن خودروی سواری است.

فعالیت ۲ــ۴

فرض کنید در مثال بالا، جرم خودرو و کامیون یکسان، ولی سرعت یکی ۲۰m/s و دیگری ۱۵ m/s باشد. نیروی لازم برای متوقف کردن هر یک از آنهارا محاسبه و با هم مقایسه کنید. نتیجه‌های این فعالیت و مثال قبل را در گروه خود، تجزیه و تحلیل و به کلاس گزارش کنید.

در مثال‌های بالا دیدیم که نیروی لازم برای متوقّف کردن خودروها به جرم و سرعت آنهابستگی دارد. در فیزیک کمیّتی به‌نام تکانه (اندازه حرکت) تعریف می‌شود که به هر دو کمیّت جرم و سرعت بستگی دارد. «**تکانهٔ یک جسم، حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن است.**»

تکانه‌را با $\vec{P}$ نمایش می‌دهند و یکای آن کیلوگرم متر بر ثانیه (kg m/s) است؛ بنابراین، می‌توان نوشت :

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad (۲ــ۲)$$

تکانه، کمیّتی برداری است. چرا؟

رابطهٔ بین نیرو و تکانه : با به‌کارگیری قانون دوم نیوتون، به سادگی رابطهٔ نیرو و تکانه به‌دست می‌آید. با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱ داریم :

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

چون جرم جسم، مقداری ثابت است، می‌توان نوشت :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = d\frac{(m\vec{v})}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (۳ــ۲)$$

یعنی، آهنگ تغییر تکانهٔ یک جسم نسبت به زمان برابر با برآیند نیروهای وارد بر جسم

است؛ به‌بیان دیگر، برآیند نیروهای وارد بر جسم، مشتق تکانهٔ آن نسبت به زمان است.

اگر در بازهٔ زمانی Δt تغییر تکانهٔ یک جسم $\Delta \vec{P}$ باشد، نیروی متوسّط وارد بر آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\vec{\overline{F}} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \qquad (۲\_۴)$$

مثال ۲ــ۶

چکشی به جرم $1/5\,kg$ را با سرعت $10\,m/s$ به سر میخی می‌کوبیم (شکل ۲ــ۱۰).
اگر زمان برخورد چکش با سر میخ $0/005\,s$ باشد، بزرگی نیروی متوسطی که به چکش وارد می‌شود، چه‌قدر است؟

پاسخ

$$\overline{F} = \left|\frac{\Delta P}{\Delta t}\right| = m\left|\left(\frac{v - v_0}{\Delta t}\right)\right|$$

$$\overline{F} = \left|1/5\frac{(0-10)}{0/005}\right| = 3000\,N$$

شکل ۲ــ۱۰

تمرین ۲ــ۴

دو خودروی A و B دارای مشخصات فنی متفاوت‌اند. جرم خودروی A برابر یک تن و جرم خودروی B برابر $800\,kg$ است. سرعت خودروی A حداقل پس از $11/7\,s$ از صفر به $96\,km/h$ می‌رسد ولی سرعت خودروی B حداقل پس از $12/1\,s$، همین مقدار افزایش پیدا می‌کند.

حداکثر برآیند نیروهای وارد بر هر یک از خودروهای A و B را حساب کنید.

مطالعهٔ آزاد

نقش کیسهٔ هوا در تصادف‌های رانندگی

شکل ۲ــ۱۱

حوادث ناشی از سوانح رانندگی هر روز عدّه‌ای را به کام مرگ می‌کشاند یا موجب آسیب‌ها و خسارت‌های فراوان می‌شود؛ از این‌رو، شرکت‌های خودروسازی، همواره می‌کوشند خودروهای خود را با امکانات جدیدی، به منظور کاهش ضایعات ناشی از تصادف، مجهّز کنند.

جاسازی کیسهٔ هوا در خودروها، یکی از روش‌های معمول ایجاد ایمنی است. ساز و کار این وسیله، به این صورت است که هنگام بروز حادثه که به تغییر سرعت ناگهانی خودرو می‌انجامد، بر اثر یک واکنش شیمیایی سریع، گازی در یک کیسهٔ پلاستیکی تولید می‌شود و کیسهٔ پر از گاز در مقابل راننده و سرنشین قرار می‌گیرد. برخورد آنها به‌کیسهٔ هوا، مدت زمان تغییر سرعت یا زمان توقف آنهارا بسیار طولانی‌تر می‌کند؛در نتیجه، طبق رابطهٔ $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ ، با افزایش Δt نیروی متوسط وارد بر سرنشینان کاهش می‌یابد و بدین‌ترتیب از وارد آمدن آسیب جدی به آنها جلوگیری می‌شود.

زمان توقف در برخورد با جسم سخت در حدود هزارم ثانیه است، درحالی‌که کیسهٔ هوا، این زمان را تا چند ثانیه افزایش می‌دهد؛ از این‌رو، نیروی وارد بر سرنشین تا حدود یک هزارم، کاهش می‌یابد.

فعالیت ۲ــ۵

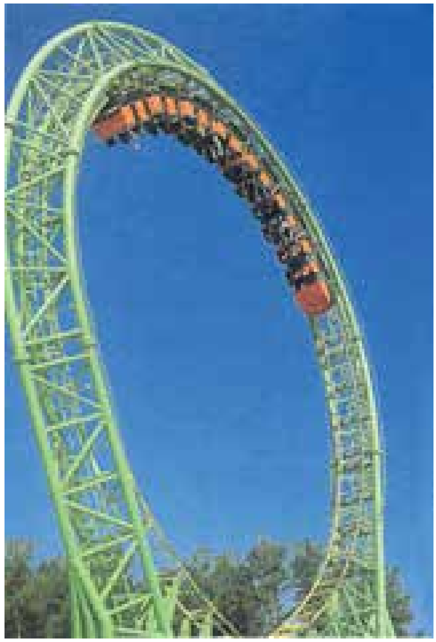
در یک مسابقهٔ پرش با نیزه، ورزشکاری از مانعِ پرش با ارتفاع ۶m بدون خطا عبور می‌کند.

نقش تشک را در جلوگیری از آسیب رسیدن به ورزشکار مورد بحث و بررسی قرار دهید.

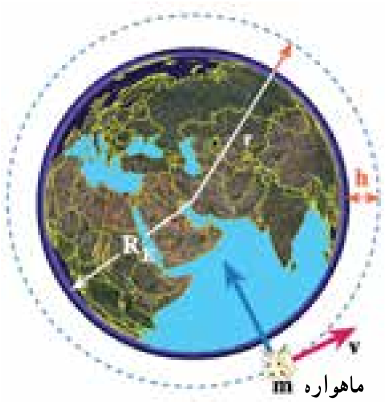
شکل ۲ــ۱۲

۲ــ۴ــ حرکت دایره‌ای

حرکت یک جسم در مسیر دایره‌ای، نمونهٔ دیگری از حرکت در صفحه است. مسیر حرکت ماه و ماهواره‌ها به دور زمین و برخی سیاره‌ها به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است. در بعضی وسایل خانگی مانند لباس‌شویی، آب‌میوه‌گیری و... اجسام درونِ آنهادر مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر، نمونه‌هایی از حرکت اجسام بر مسیر دایره را مشاهده می‌کنید.



شکل ۲ــ۱۳ــ الف ــ تصویری از یک قطار هوایی در پارک تفریحی



شکل ۲ــ۱۳ــ ب ــ طرحی از چرخش ماهوارهٔ امید در مدار زمین

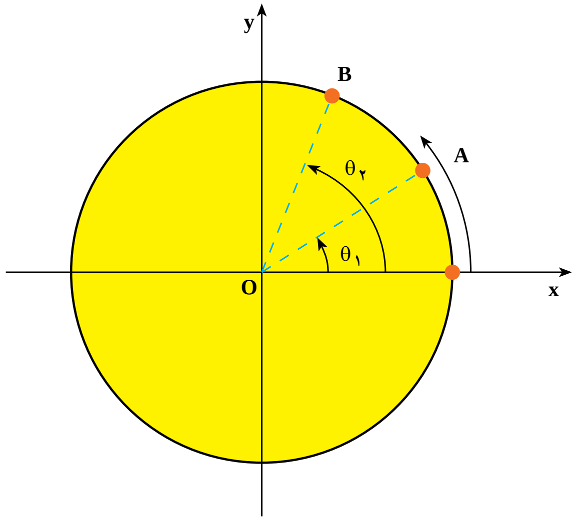
شکل ۲ــ۱۳ــ پ ــ تصویری از حرکت اتومبیل در شیب عرضی جاده

اکنون به بررسی حرکت دایره‌ای و دینامیک آن می‌پردازیم.

سرعت زاویه‌ای متوسط : ذره‌ای را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌ای در جهت مخالف عقربه‌های ساعت در حرکت است (شکل ۲ــ۱۴). در این‌جا منظور از ذره، جسم کوچکی است که ابعاد آن در برابر شعاع دایره ناچیز باشد. مکان ذره را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویهٔ θ نسبت به محور ox نمایش داد. به θ، مکان زاویه‌ای می‌گوییم؛ بنابراین، هنگامی که ذره در نقطهٔ A قرار دارد، مکان آن را با زاویهٔ θ_1 و هنگامی که در نقطهٔ B قرار دارد، مکان آن را با زاویهٔ θ_2 نشان می‌دهیم. $\Delta\theta \quad \theta_2 \quad \theta_1$ را جابه‌جایی زاویه‌ای ذرّه می‌نامیم. سرعت زاویه‌ای متوسط ذره در حرکت دایره‌ای، به‌صورت نسبت جابه‌جایی زاویه‌ای به زمان آن تعریف می‌شود؛ یعنی :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (۲\text{ــ}۵)$$

یکای سرعت زاویه‌ای، رادیان بر ثانیه (rad/s) است.



شکل ۲ــ۱۴

مثال ۲ــ۷

حرکت زمین به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است، سرعت زاویه‌ای متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه کنید.

پاسخ

زمین در مدّت ۳۶۵ روز، یک بار به دور خورشید می‌چرخد و در این مدت ۲π رادیان طی می‌کند؛ بنابراین :

$$\bar{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{۲\pi}{۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶۰۰}=\frac{۲\pi}{۳۱۵۳۶۰۰۰}\simeq ۲\times ۱۰^{-۷}\,(rad/s)$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای : سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را، مانند آنچه در مورد تعریف سرعت لحظه‌ای در فصل (۱) دیدیم،چنین تعریف می‌کنیم :

$$\omega \quad \underset{\Delta t\to ۰}{\text{حد}} \quad \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

یا :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad (۲\text{ـ}۶)$$

از این به بعد، سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را به اختصار **سرعت زاویه‌ای** می‌گوییم.

تمرین ۲ــ۵

مکان زاویه‌ای ذره‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، با رابطهٔ $\theta \quad 2t^2 \quad 6t$ بیان شده است. (t برحسب ثانیه و θ برحسب رادیان)

الف) سرعت زاویه‌ای متوسط ذره را بین لحظه‌های $t_1 \quad 1s$ و $t_2 \quad 2s$ و

ب) سرعت زاویه‌ای آن را در لحظهٔ $t_3 \quad 3s$ حساب کنید.

۲ــ۵ــ حرکت دایره‌ای یکنواخت

هرگاه اندازهٔ سرعت زاویه‌ای ذره‌ای که بر روی مسیر دایره‌ای در حرکت است ثابت بماند، می‌گوییم ذره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌ای متوسط در هر بازهٔ زمانی با سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای ذره برابر است.

$$\overline{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - 0}$$

یا :

$$\theta \quad \omega t \quad \theta_0 \qquad (۲\text{ـ}۷)$$

برای بررسی حرکت دایره‌ای یکنواخت، کمیت‌های زیر را تعریف می‌کنیم :

دوره : زمانی که طول می‌کشد تا ذره روی مسیر دایره‌ای یک دور کامل طی کند، دوره نامیده می‌شود. دوره را با T نمایش می‌دهند و یکای آن ثانیه است.

بسامد : تعداد دورهای ذره را در یک ثانیه بسامد (فرکانس) می‌گویند. بسامد را با f نمایش می‌دهند. یکای بسامد $\frac{1}{s}$ یا هرتز (Hz) است.

روشن است که :

$$T = \frac{1}{f} \qquad (۲ــ۸)$$

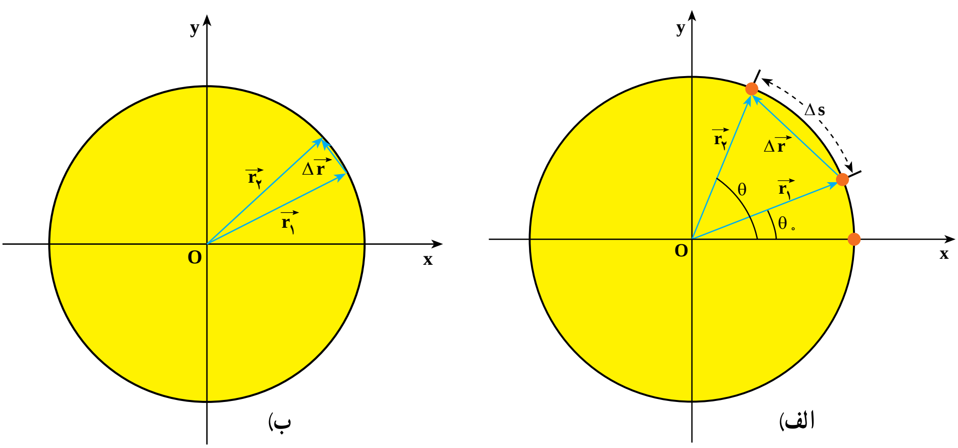
چون ذره در هر دور، 2π رادیان طی می‌کند، سرعت زاویه‌ای آن برابر است با :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad 2\pi f \qquad (۲ــ۹)$$

تمرین ۲ــ۶

سرعت زاویه‌ای گردش ماه به دور زمین را محاسبه کنید (دورهٔ گردش ماه به دور زمین را ۲۹ روز و حرکت آن را دایره‌ای یکنواخت فرض کنید).

سرعت خطی در حرکت دایره‌ای : در فصل قبل دیدید که موقعیت ذره را در صفحه می‌توان با بردار مکان مشخص کرد. اگر بردار مکان ذره در لحظهٔ t_1، $\vec{r}_1$ و در لحظهٔ t_2، $\vec{r}_2$ باشد، جابه‌جایی ذره در بازهٔ زمانی $\Delta t \quad (t_2 \quad t_1)$ برابر $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ خواهد بود. ذره در این بازهٔ زمانی کمان Δs را می‌پیماید (شکل ۲ــ ۱۵ ــ الف). اگر بازهٔ زمانی Δt بسیار کوچک باشد، کمان Δs کوچک می‌شود و می‌توان طول کمان Δs را تقریباً با طول وتر مقابل آن یعنی $|\Delta\vec{r}|$ برابر گرفت (شکل ۲ــ ۱۵ ــ ب).



شکل ۲ــ۱۵

در فصل قبل دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می‌توان از رابطهٔ ۱ــ۱۰ به‌دست آورد و بزرگی سرعت لحظه‌ای نیز با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود :

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

از آن‌جایی که در حالت حد، $|\Delta \vec{r}| \simeq \Delta s$ داریم :

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad (۲ــ۱۰)$$

در درس ریاضی خوانده‌اید که زاویهٔ $\Delta\theta$ برحسب رادیان برابر است با نسبت طول کمان مقابل به آن زاویه، به شعاع دایره.

یعنی :

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

یا :

$$\Delta s = r\Delta\theta \qquad (۲ــ۱۱)$$

بنابراین رابطهٔ ۲ــ۱۰ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت :

$$v = r\frac{d\theta}{dt}$$

یا :

$$v = r\omega \qquad (۲ــ۱۲)$$

در فصل (۱) دیدیم که بردار سرعت جسم، همواره مماس بر مسیر حرکت است. v را سرعت خطی متحرک نیز می‌نامند.

مثال ۲ــ۸

در یک شهربازی، گردونه‌ای افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌ای می‌گرداند (شکل ۲ــ۱۶). به‌طوری که هر فرد حرکت دایره‌ای یکنواختی دارد. اگر گردونه در هر ۱۰ ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر 5m باشد، سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی هر شخص را در این گردونه محاسبه کنید.

شکل ۲ــ۱۶

پاسخ

دورهٔ چرخش $T = ۱۰s$ است.

پس سرعت زاویه‌ای برابر است با :

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۵}\ rad/s$$

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بود با :

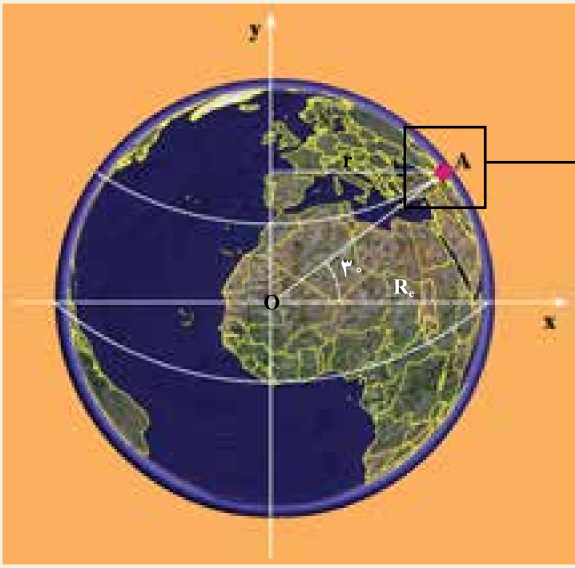
$$v = r\omega = ۵ \times \frac{\pi}{۵} = ۳/۱۴\ m/s$$

تمرین ۲ــ۷

طول عقربه‌های ساعت‌شمار، دقیقه‌شمار و ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری به‌ترتیب ۸ cm، ۱۲cm و ۱۲cm است. سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را محاسبه کنید.

مثال ۲ــ۹

شهر آبادان در مدار جغرافیایی ۳۰° شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی شخصی را که در این شهر زندگی می‌کند حساب کنید. شعاع زمین را $R_e \quad ۶/۴ \times ۱۰^۶ m$ بگیرید.



شکل ۲ــ۱۷

پاسخ

سرعت زاویه‌ای حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است(چرا؟).

با توجه به اینکه دورهٔ چرخش زمین به دور خود، ۲۴ ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌ای هر نقطه از زمین را محاسبه کنیم.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T}$$

$$T \quad ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰ \quad ۸۶۴۰۰ s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{۸۶۴۰۰} = ۷/۲۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ rad/s}$$

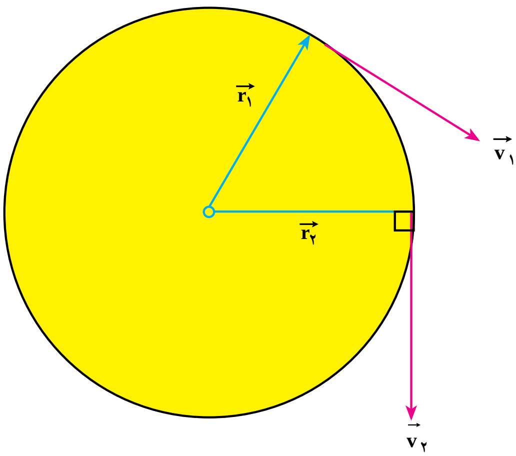
فاصلهٔ آبادان از محور چرخش زمین، با توجه به شکل ۲ـ۱۷ برابر است با :

$$r = 6/4\times10^{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 5/54\times10^{6}\,m$$

و سرعت خطی شخص در آبادان برابر است با :

$$v \quad r\omega \quad 5/54\times10^{6}\times 7/27\times10^{\ 5} \quad 402/76\ m/s$$

شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت : ذره‌ای را درنظر بگیرید که دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت است (شکل ۲ـ۱۸). در فصل قبل دیدیم که بردار سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر است. اگر مکان ذره در لحظهٔ t_1، $\vec{r}_1$ و در لحظهٔ t_2، $\vec{r}_2$ باشد، بردارهای سرعت متحرک در این نقاط به‌ترتیب بر $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ عمودند. بردار $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ در شکل ۲ـ۱۹ رسم شده است. ملاحظه می‌شود با اینکه بزرگی بردار سرعت ثابت است، به علت تغییر راستای بردار سرعت $\Delta\vec{v} \neq 0$ است. اندازهٔ شتاب متوسط حرکت را در این حالت می‌توان با استفاده از رابطهٔ $|\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$ به دست آورد. می‌توان نشان داد، هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، شتاب حرکت از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

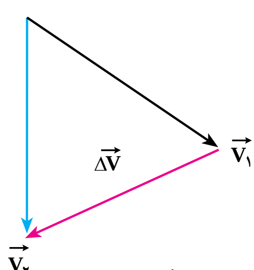


شکل ۲ـ۱۸

$$a = \frac{v^2}{r} \qquad (۲ـ۱۳)$$

یا

$$a \quad r\omega^2 \qquad (۲ـ۱۴)$$



شکل ۲ـ۱۹

راستای این شتاب در راستای شعاع دایره و سوی آن به طرف مرکز است، به این علت این شتاب را شتاب مرکز گرا گویند.

تمرین ۲ــ۸

شتاب مرکزگرای ماه به دور زمین را محاسبه کنید.

فاصلهٔ ماه از زمین $۳/۸ \times ۱۰^{۸}$ m و دورهٔ ماه را **۲۹** روز فرض کنید.

مثال ۲ــ۱۰

خودرویی پیچ جاده‌ای به شعاع ۲۰۰m را با سرعت ثابت ۲۰m/s می‌پیماید. شتاب مرکزگرای این خودرو را محاسبه کنید.

پاسخ

$$a = \frac{v^{۲}}{r}$$

$$a = \frac{۴۰۰}{۲۰۰} = ۲\ m/s^{۲}$$

۲ــ۶ ــ دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

در بخش ۲ــ۵ دیدیم که در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنابر قانون دوم نیوتون نیرو و شتاب هم‌جهت‌اند، در نتیجه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع و به سوی مرکز است. از این‌رو برآیند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شوند، **نیروی مرکزگرا** می‌نامند.

با توجه به رابطه‌های۲ــ۱۳ و۲ــ۱۴ قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به‌صورت زیر بیان می‌شود:

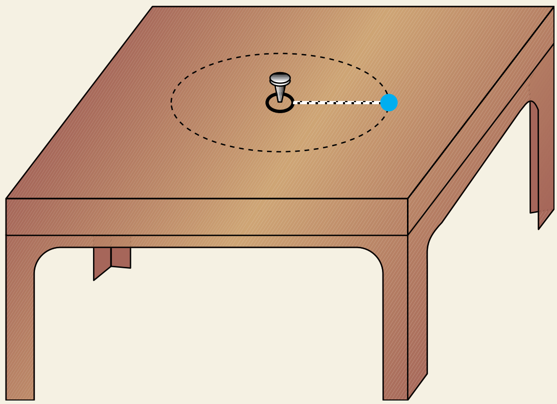
$$F = \frac{mv^{۲}}{r} \qquad \text{(۲ــ۱۵ــ الف)}$$

$$F \quad mr\omega^{۲} \qquad \text{(۲ــ۱۵ــ ب)}$$

در این رابطه، F بزرگی برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع دایره است.

مثال ۲ــ۱۱

مهره‌ای به جرم ۲۰g را به نخی می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقهٔ کوچکی وصل می‌کنیم. سپس حلقه را مطابق شکل ۲ــ۲۰ــ الف با میخ کوتاهی در وسط یک میز ثابت می‌کنیم. نیروی اصطکاک مهره با میز ناچیز است.



شکل ۲ــ۲۰ــ الف

فاصلهٔ مهره از میخ ۲۵cm است، با یک ضربه که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌ای به‌حرکت درمی‌آوریم. نیروهای وارد بر مهره را با رسم شکل مشخص کنید.
اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، بزرگی نیروی کشش نخ را محاسبه کنید.

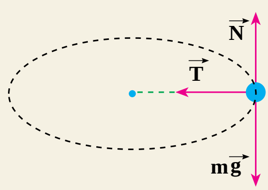
پاسخ

نیروهای وارد بر مهره در شکل ۲ــ۲۰ــ ب نشان داده شده است.

در راستای قائم، نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر جسم اثر می‌کنند. برآیند این دو نیرو صفر است:

$$N \quad mg \quad 0$$

$$N \quad mg$$



شکل ۲ــ۲۰ــ ب

تنها نیروی کشش نخ می‌ماند که در این‌جا همان نیروی مرکزگرا یعنی، $T = \frac{mv^2}{r}$ است. سرعت زاویه‌ای برابر است با :

$$\omega \quad 2\pi f \quad 2\pi \ rad/s$$

و سرعت خطی نیز برابر است با :

$$v = r\omega = 0/25 \times 2\pi = \frac{\pi}{2} \simeq 1/57 \, m/s$$

و نیروی کشش نخ برابر است با :

$$T = m\frac{v^2}{r} = 20 \times 10^{-3} \times \frac{\pi^2}{4} \times \frac{1}{0/25} \simeq 0/2N$$

تمرین ۲ــ۹

در هر یک از موارد زیر چه نیرویی مرکزگرا است؟

۱ــ در حرکت لباس‌هایی که در ماشین‌لباس‌شویی می‌چرخند.

۲ــ در چرخش الکترون به‌دور هسته.

۳ــ در گردش سیاره‌ها به دور خورشید.

مثال ۲ــ۱۲

براساس اصول مهندسی، در سر پیچ‌های جاده‌ها، شیب عرضی ایجاد می‌کنند تا خودروها بدون خطر انحراف و خارج شدن از مسیر، جاده را طی کنند. زاویهٔ شیب عرضی جاده با راستای افق چقدر باید باشد، تا هنگامی که خودرو با بیشینهٔ سرعت مجاز پیچ جاده را می‌پیماید از مسیر جاده منحرف نشود (اصطکاک در عرض جاده قابل چشم‌پوشی است.)

شکل ۲ــ۲۱ــ الف

پاسخ

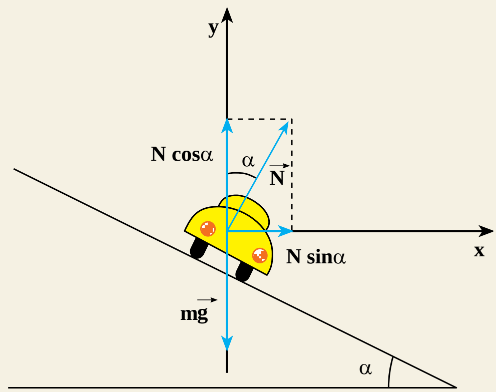
نمودار نیروهای وارد بر خودرو را، در مقطع عرضی جاده، رسم می‌کنیم (شکل ۲ــ۲۱ــ ب).

دو نیرو، یکی نیروی وزن خودرو ($\vec{mg}$) و دیگری نیروی عمودی سطح جاده ($\vec{N}$) بر خودرو وارد می‌شوند. این نیروها را روی محورهای x و y تجزیه می‌کنیم. روی محور y داریم :

$$F_y \quad 0$$

$$N\cos\alpha \quad mg \quad 0$$

$$N\cos\alpha \quad mg$$



شکل ۲ــ۲۱ــ ب

برآیند نیروهای وارد در راستای محور x (که جهت آن متوجه مرکز پیچ است) برابر $N\sin\alpha \quad F_x$ است. در این مثال نیروی مرکزگرا برابر $N\sin\alpha$ است. درنتیجه با استفاده از قانون دوّم نیوتون داریم :

$$N\sin\alpha = m\frac{v^2}{r}$$

که در این رابطه r شعاع انحنای جاده است. درنتیجه :

$$\tan\alpha = \frac{v^2}{rg}$$

تمرین ۲ــ۱۰

در پیچ جاده‌ای حداکثر سرعت مجاز را ۴۰km/h نوشته‌اند، اگر شعاع انحنای این پیچ ۵۰m باشد، زاویهٔ شیب عرضی جاده را با افق محاسبه کنید.

ابوریحان بیرونی

ابوریحان محمدبن‌احمد بیرونی، دانشمند برجستهٔ ایرانی، در نیمهٔ دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم می‌زیست. وی در بیرونِ (حومهٔ) شهر کاث، پایتخت خوارزمشاهیان، به دنیا آمد. او تا سن بیست و پنج سالگی در زادگاه خود مشغول فراگیری علومی چون جغرافیا، ریاضیات، ستاره‌شناسی، پزشکی، فقه، کلام و ... بود. بیرونی اولین فعالیت‌های علمی خود را در حدود سال ۳۸۰ هجری در شهر کاث با رصد آسمان به کمک وسایل نه چندان دقیق آغاز کرد. در سال ۳۸۷ هجری بار دیگر در شهر کاث خسوفی را با هماهنگی انجام شده بین او و ابوالوفاءِ بوزجانی، از برجسته‌ترین منجمان آن دوره، رصد کرد. در واقع، ابوالوفاء نیز همین خسوف را در بغداد رصد کرده بود. با مقایسهٔ نتایج به دست آمده از این دو رصد، بیرونی اختلاف طول جغرافیایی بغداد و کاث را پیدا کرد.

با توجه به اطلاعات به دست آمده، تعداد آثار ابوریحان بیرونی شامل تألیف‌ها، ترجمه‌ها و آثار نیمه تمام او به ۱۸۰ عنوان می‌رسد که دست کم ۱۱۵ عنوان از آنها به ریاضیات و نجوم اختصاص دارد و از این تعداد تنها ۲۸ عنوان به دست ما رسیده است.

بیرونی در کتاب «اِفراد المقال فی امر الظلال»، یکی از نظریات مشهور ارسطو را با تکیه بر آزمایش رد می‌کند. نکتهٔ مهم و مورد توجه در آزمایش‌های بیرونی، شیوهٔ علمی او در انجام‌دادن آزمایش‌هاست. وی مانند یک محقق امروزی در آزمایش خود به نکاتی توجه می‌کند؛ از جمله: هنگام مقایسهٔ خاصیتی ویژه از دو ماده می‌کوشد تا سایر شرایط برای آنها یکسان باشد و نیز به تکرار در آزمایش تأکید می‌کند تا مطمئن شود که نتایج حاصل از فرایند اتفاقی نیست.

دیدگاه بیرونی دربارهٔ چیستی کهکشان راه شیری که در کتاب التفهیم آمده از اهمیتی بسزا برخوردار است؛ زیرا در میان طبیعی‌دانان مسلمان کمتر کسی به آن پرداخته است و همگی از نظریات ارسطو در این زمینه پیروی می‌کرده‌اند. تنها بیرونی و ابن هیثم نظریاتی نو دراین زمینه مطرح کرده‌اند. بیرونی چنین می‌گوید: «مجرّه را پارسیان راه کاهکشان خوانند و هندوان راه بهشت و آن جمله‌شدن ستارگان است از جنس ستارگان ابری و ...»

بیرونی در بخشی از کتاب افراد المقال فی‌امرالظلال سخن احمد بن‌طیب سرخسی در کتاب «ارکان الفلسفه» دربارهٔ سیاهی هوا بر فراز نقاط مرتفع را نشانهٔ مبالغهٔ وی در پیروی از نظریه‌ای که از کتاب «الحس والمحسوس» ارسطو برمی‌آید، می‌داند. ابوریحان بر آن است که در این باره باید فقط با استناد به آزمایش و تجربه سخن گفت و می‌گوید که هیچ‌گاه از تغییر رنگ هوا در سرما یا نبود گرما سخنی نرفته است و قله کوه دماوند با بلندی بسیارش دیده می‌شود و هیچ نشانه‌ای از سیاهی در آن نیست.

مطالعهٔ آزاد

۲ــ۷ــ قانون‌های کپلر

نظریهٔ زمین مرکزی بطلمیوس تا قرن شانزدهم میلادی، نظریه‌ای قابل قبول برای توصیف حرکت سیاره‌ها بود، به‌گونه‌ای که دانشمندان ایرانی به‌ویژه خواجه‌نصیرالدین‌توسی، این نظریه را گسترش دادند و حرکت سیارات را با دقّت زیادی مورد بررسی قرار دادند.

در سال ۱۵۳۳ میلادی کوپرنیک، منجم لهستانی در کتاب خود به‌نام «دربارهٔ مدارهای گردش اجسام آسمانی» نظریهٔ خورشید مرکزی را ارایه کرد که تحول بسیار بزرگی در شناخت بشر از جهان به‌وجود آورد.

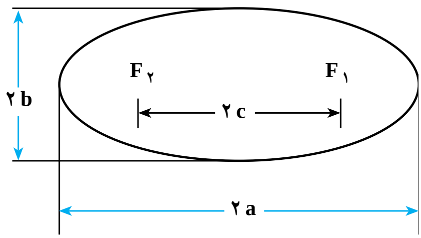
تیکوبراهه، اخترشناس دانمارکی، سال‌های زیادی را به رصد ستاره‌ها پرداخت و موقعیت سیاره‌ها را در میان ستاره‌های ثابت آسمان در زمان‌های مختلف ثبت کرد. کپلر پس از ۲۰ سال تحقیق و بررسی در سال ۹۸۸ هجری خورشیدی (۱۶۰۹ میلادی) دو قانون دربارهٔ حرکت سیاره‌ها به دور خورشید، بیان کرد. ۹ سال پس از آن نیز قانون دیگری دربارهٔ حرکت سیاره‌ها به‌دست آورد. اکنون به بیان این سه قانون می‌پردازیم :

قانون اوّل : «مسیر حرکت تمام سیاره‌ها به دور خورشید، بیضی است، که خورشید یکی از کانون‌های آن است.»

در درس ریاضی خوانده‌اید که اگر فاصلهٔ بین دو کانون بیضی $2c$، قطر بزرگ آن

۲a و قطر کوچک آن ۲b باشد، نسبت c/a را **خروج از مرکز بیضی** می‌گویند و آن را با e نمایش می‌دهند.

به شکل ۲ــ۲۲ توجه کنید. هرقدر e کوچک‌تر باشد فاصلهٔ بین دو کانون در مقایسه با قطر بیضی کمتر است و شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود. خروج از مرکز سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی و میانگین فاصلهٔ آنها از خورشید در جدول ۲ــ۱ آورده شده است.



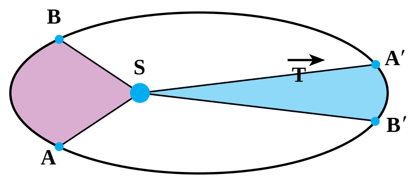
شکل ۲ــ۲۲

جدول ۲ــ۱

نام سیاره	خروج از مرکز $e=\frac{c}{a}$	میانگین فاصلهٔ سیاره از خورشید برحسب m
تیر (عطارد)	/۲ ۶	۵/۷۹×۱ ^{۱}
ناهید (زهره)	/ ۷	۱/ ۸×۱ ^{۱۱}
زمین	/ ۱۷	۱/۴۹×۱ ^{۱۱}
بهرام (مریخ)	/ ۹۳	۲/۲۸×۱ ^{۱۱}
برجیس (مشتری)	/ ۴۸	۷/۷۸×۱ ^{۱۱}
کیوان (زحل)	/ ۵۶	۱/۴۳×۱ ^{۱۲}
اورانوس	/ ۴۸	۲/۸۷×۱ ^{۱۲}
نپتون	/ ۹	۴/۵×۱ ^{۱۲}
پلوتو	/۲۴۹	۵/۹×۱ ^{۱۲}

با توجه به جدول بالا می‌بینیم که مسیر بیشتر سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی، به دایره نزدیک است. پس می‌توان خورشید را مرکز دایره فرض کرد.

قانون دوم : «شعاع حامل هر سیاره (خطی که خورشید را به سیاره وصل می‌کند) در زمان‌های مساوی، مساحت‌های مساوی را جاروب می‌کند.» مسیر یک سیاره به دور خورشید، در شکل ۲ــ۲۳ نشان داده شده است. در این شکل،دو قسمت هاشور زده دارای مساحت برابرند. در نتیجه بنابر قانون دوّم کپلر، سیاره کمان‌های AB و A´B´ را در زمان‌های مساوی می‌پیماید. اما چون سیاره در مسیر AB به خورشید نزدیک‌تر است. در نتیجه طول کمان AB از طول کمان A´B´ بیشتر است، از این رو سیاره کمان AB را با سرعت بیشتری می‌پیماید تا کمان A´B´ را.



شکل ۲ــ۲۳

گفتیم اگر خروج از مرکز بیضیِ مسیر سیاره کوچک باشد، می‌توان آن را دایره فرض کرد که در این‌صورت قسمت‌های هاشور خورده به دو قطاع مساوی دایرهٔ روبه‌رو به کمان‌های مساوی تبدیل می‌شوند. درنتیجه سیاره تمام مسیر را با سرعت ثابت می‌پیماید که در این‌صورت حرکت سیاره به دور خورشید را می‌توان حرکت دایره‌ای یکنواخت فرض کرد. مسیر حرکت زمین به دور خورشید نیز بسیار نزدیک به دایره است و سرعت این حرکت حدود ۳۰km/s محاسبه شده است.

قانون سوم : «مجذور دورهٔ حرکت هر سیاره به دور خورشید با مکعب فاصلهٔ میانگین آن از خورشید متناسب است. یعنی اگر T دورهٔ سیاره و r فاصلهٔ میانگین آن از خورشید باشد، نسبت $\frac{T^2}{r^3}$ برای تمام سیاره‌ها یکسان است.»

تمرین‌های فصل دوم

۱ــ براساس قانون سوم نیوتون، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

الف) نیروهای وارد بر یک شخص، هنگامی که جسمی را هُل می‌دهد، و همچنین نیروهای وارد بر جسم چگونه است؟

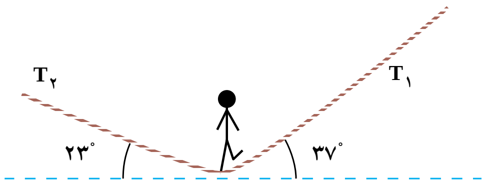
ب) نقش نیروهای مختلف در هنگام راه رفتن ما بر روی زمین چگونه است؟

۲ــ به جسمی به جرم $۱۰۰ kg$ نیروی ثابت F در راستای قائم به‌طرف بالا وارد می‌شود. جسم از حال سکون با شتاب $۵ m/s^۲$ به‌طرف بالا حرکت می‌کند و پس از $۲۰ s$ نیروی F حذف می‌شود.

الف) مقدار نیروی F را تعیین کنید.

ب) جسم تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ $g = ۱۰ m/s^۲$ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

۳ــ یک بازیگر سیرک به وزن $۶۰۰ N$ روی طنابی مطابق شکل ۲ــ۲۴، درحال تعادل است. نیروهای کشش طناب رامحاسبه کنید.



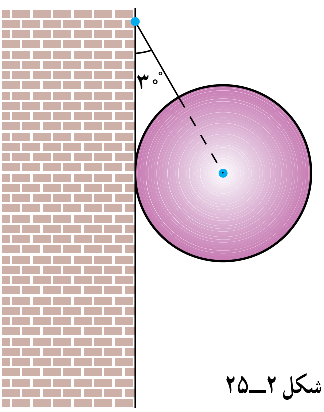
شکل ۲ــ۲۴

۴ــ جسمی را با سرعت اولیهٔ $v_۰$ در امتداد سطح شیب‌داری که با افق زاویهٔ α می‌سازد به بالا پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی جسم و سطح را μ_k بگیرید :

الف) این جسم تا چه مسافتی روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود؟ (برحسب $v_۰$، α و μ_k)

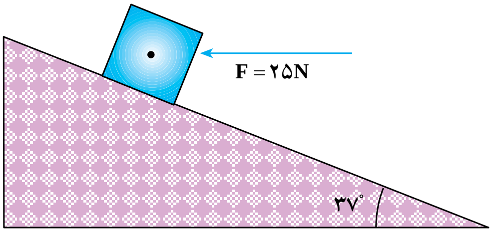
ب) اگر جسم دوباره به پایین حرکت کند، سرعت آن را هنگام رسیدن به پایین سطح شیب‌دار برحسب $v_۰$، α و μ_k محاسبه کنید.

۵ــ کره‌ای به جرم $۲۰ kg$ را، مطابق شکل ۲ــ۲۵، به‌وسیلهٔ کابلی به دیوار قائم و بدون اصطکاک آویزان می‌کنیم. نیروی کشش کابل و واکنش دیوار را محاسبه کنید.



شکل ۲ــ۲۵

۶ــ جسمی به جرم ۲kg روی سطح شیب‌داری با زاویهٔ °۳۷ نسبت به افق، توسط نیروی افقی ۲۵N F مطابق شکل ۲ــ۲۶ به بالا رانده می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح ۰/۲ است. شتاب حرکت جسم را محاسبه کنید.



شکل ۲ــ۲۶

۷ــ دو جسم به جرم‌های ۱kg m_1 و ۲kg m_2 مطابق شکل ۲ــ۲۷ روی سطح افقی صافی قراردارند. نیروی افقی $\vec{F}$ باعث می‌شود که دو جسم با شتاب $۳ m/s^۲$ به حرکت درآیند. اندازهٔ نیروی F و نیروی تماسی‌ای که دو جسم بریکدیگر وارد می‌کنند را در هر یک از دو شکل «الف» و «ب» محاسبه کنید.

(ب)　　　(الف)

شکل ۲ــ۲۷

۸ــ پاسخ مسئلهٔ ۷ را برای حالتی که ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح ۰/۱ باشد، بنویسید.

۹ــ کتابی را مانند شکل ۲ــ۲۸ به دیوار فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) آیا نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است؟ چرا؟

ب) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیرویی افزایش می‌یابد؟


شکل ۲ــ۲۸


شکل ۲ــ۲۹

۱۰ــ از یک لولهٔ آتش‌نشانی آب با آهنگ $5kg/s$ با سرعت $5m/s$ به دیوار مقابل برخورد می‌کند (شکل ۲ــ۲۹). نیروی متوسط وارد بر دیوار توسط آب را حساب کنید. (از برگشت آب از روی دیوار چشم‌پوشی کنید.)

۱۱ــ پره‌های یک بالگرد (هلیکوپتر) در هر دقیقه ۹۰۰ دور می‌گردد. کمیّت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

الف) دوره، بسامد و سرعت زاویه‌ای؛

ب) سرعت خطی و شتاب مرکزگرای نقطه‌ای که فاصلهٔ آن از محور دوران $3m$ است.

۱۲ــ برای اینکه خودرویی بتواند در پیچ جاده‌ای به شعاع $120m$ در شرایطی که اصطکاک در عرض جاده ناچیز است با سرعت $54km/h$ حرکت کند، شیب عرضی جاده چقدر باید باشد؟

۱۳ــ ماهواره‌ای در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. اگر جرم ماهواره $m = 250kg$، جرم زمین $M_E = 5/98 \times 10^{24}$ kg، ثابت جهانی گرانش $G= 6/67 \times 10^{-11} N.m^2/kg^2$. فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین $2600km$ و شعاع زمین $6400km$ باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید :

الف) نیروی گرانش بین ماهواره و زمین

ب) سرعت ماهواره

پ) دورهٔ گردش ماهواره

۱۴ــ یک ماهواره در چه فاصله‌ای از مرکز زمین باید قرار گیرد تا همواره در یک نقطه در بالای خط استوا باشد؟ جرم زمین $5/98\times10^{24}kg$ و $G= 6/67 \times 10^{-11} N.m^2/kg^2$.


شکل ۲ــ۳۰ــ ماهوارهٔ امید

۱۵ــ جرم ماهوارهٔ امید (شکل ۲ــ۳۰) تقریباً ۲۷ کیلوگرم و فاصلهٔ آن از سطح زمین حدوداً ۲۵۰ کیلومتر است. با توجه به داده‌های مسئلهٔ ۱۳، دوره، سرعت و نیروی گرانش بین این ماهواره و زمین را به دست آورید.