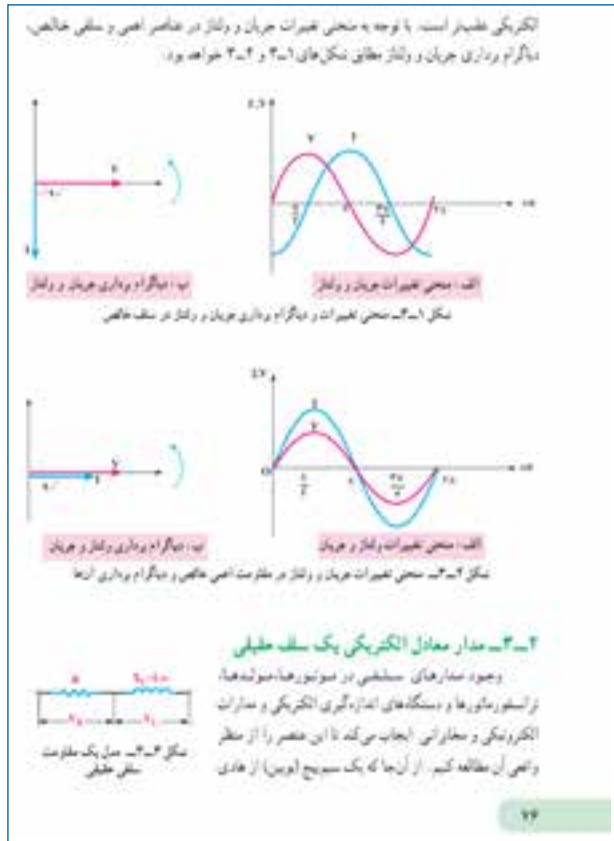


هدفهای رفتاری: در پایان این فصل از هنرجو انتظار می رود:

- ۱- مقادیر جریان، ولتاژ، اختلاف فاز، مقاومت ظاهری، ضریب توان، توانهای مؤثر، غیرمؤثر و ظاهری را در مدارهای R-L (سری و موازی) محاسبه کند.
- ۲- دیگرام برداری ولتاژها را در مدارهای R-L سری و جریانها را در مدارهای R-L موازی رسم کند.
- ۳- ضریب کیفیت مدارهای R-L سری و موازی را محاسبه کند.
- ۴- اثر تغییرات فرکانس را بر مقاومت ظاهری، جریان و ضریب قدرت در مدارهای R-L سری و موازی تشریح کند.
- ۵- منحنیهای اثر تغییرات فرکانس را بر روی پارامترهای امپدانس و جریان در مدارهای R-L سری و موازی از طریق نقطه‌یابی رسم کند.
- ۶- معادلات زمانی ولتاژ و جریان عناصر در مدارهای R-L سری و موازی را به دست آورد.
- ۷- مدارهای R-L سری را به موازی و بالعکس تبدیل کند.

۱-۳- مقدمه

الف) در این فصل برای ایجاد انگیزه هنرجویان از الکتروموتورها، ترانسفورماتورها، چوکها و مدارهای الکترونیکی و مخابراتی با فرکانسهای مختلف می توان به عنوان کاربرد مدار R-L یاد کرد و اشاره کرد که برای تحلیل این نمونه از وسایل الکتریکی و الکترونیکی می توان از مدار معادل R-L استفاده نمود.



یادآوری

سلف از مدارهای جریان مستقیم فقط شامل مقاومت

اهمی R خواهد بود که مقاومت اهمی سیم پیچ است ولی

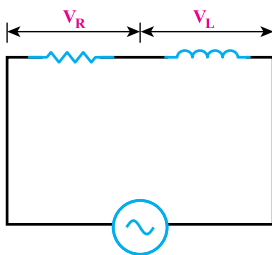
در مدار متناوب راکتانس سلفی X_L خواهد داشت که

جمع برداری این دو، مقاومت ظاهری یا Z را برای یک

سیم پیچ یا سلف حقيقي معادل می کند.

در مدارهای R-L سری ولتاژ سلف و ولتاژ مقاومت

هم فاز نیست (V_R و V_L).

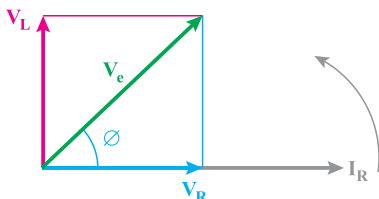


ب) برای تحلیل مدارهای R-L و R-C و حتی R-L-C سری و موازی و قراردادی را به این

صورت تنظیم می کنیم، در مدارهای سری مبنا جریان الکتريکی است و در مدارهای موازی مبنا ولتاژ

شاخه‌های موازی است. در حالت سری با ثابت بودن جریان، ولتاژها جمع برداری خواهند شد و در حالت موازی با ثابت ولتاژ، جریان‌های هر شاخه جمع برداری می‌شوند تا جریان کل I_e به دست آید.

یادآوری



ولتاژ دو سر مقاومت و جریان آن با همدیگر هم‌فازند ولی ولتاژ دو سر سلف 90° درجه الکتریکی از جریان سلف جلوتر است.

تذکره: اگر مقاومت در مدار وجود نداشت و سلف خالص باشد اختلاف فاز ϕ برابر 90° الکتریکی است ولی به دلیل وجود مقاومت اهمی در سیم‌پیچ واقعی این زاویه بین صفر تا 90° خواهد بود. (ج) ضریب توان (قدرت): مقایسه اثر اهمی مدار نسبت به امپدانس کل مدار است. این ضریب توان، ضریب توان مؤثر است. به عبارت دیگر چقدر از کل امپدانس، جنس مقاومتی دارد.

$$p.f = \cos\phi = \frac{R}{Z}$$

(د) ضریب توان غیر مؤثر یا $\sin\phi$: به نسبت راکتانس القایی سلف به امپدانس کل مدار گفته می‌شود. به عبارت دیگر چه مقدار از کل امپدانس غیر اهمی است.

$$\sin\phi = \frac{X_L}{Z}$$

(ه) توان‌های مؤثر، غیر مؤثر و ظاهری: در مدارهای سری به دلیل ثابت بودن جریان در

همه المان‌ها بهتر است از رابطه $\begin{cases} P_e = RI_e^2 \\ P_d = X_L I_e^2 \end{cases}$ استفاده کنیم. یادآور می‌شود حتماً در رابطه توان باید از جریان مؤثر I_e استفاده شود.

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

اگرچه روابط زیر نیز قابل استناد هستند (مخصوصاً با داشتن معادلات زمانی ولتاژ و جریان کل)

$$P_e = V_e I_e \cos\phi \text{ (W)}$$

$$P_d = V_e I_e \sin\phi \text{ (VAR)}$$

$$P_S' = V_e I_e = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} \quad (V \cdot A)$$

و) ضریب کیفیت Q : ضریب کیفیت در واقع مقایسه اثر سلفی و اهمی مدار است که با $\tan\phi$ نیز نشان داده می‌شود. در مدارهای خازنی شبیه این مقایسه بین خازن و مقاومت وجود دارد و از رابطه

$$Q = \tan\phi \quad \text{یا} \quad Q = \frac{X_L}{R} \quad \text{به دست می‌آید. در کتاب درسی از رابطه زیر نیز استفاده شده است:}$$

$$Q = \frac{\text{انرژی ذخیره شده ماکزیمم} (2\pi)}{\text{انرژی مصرفی در هر سیکل}}$$

این انرژی در سیم پیچ از رابطه $W = \frac{1}{2} L I_m^2$, در مقاومت اهمی از رابطه $W = P \cdot t$ به دست می‌آید. انرژی مصرفی مربوط به مقاومت اهمی است و انرژی ذخیره شده مربوط به سلف می‌باشد.

تذکر: برای محاسبه اختلاف فاز بین ولتاژ کل و جریان کل (ϕ) از دو رابطه $\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L}{R} \right)$

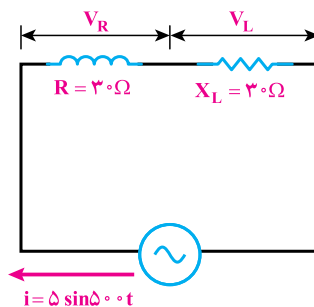
$\phi = \cos^{-1} \frac{R}{Z}$ می‌توان استفاده کرد. کاربرد این دو رابطه در مثال ۱ صفحه ۸۲ کتاب درسی دیده می‌شود. همانطور که در معادلات زمانی مثال صفحه ۸۲ کتاب درسی می‌بینیم معادله زمانی جریان کل با معادله زمانی ولتاژ مقاومت از نظر زمانی کاملاً یکسان است. ولی معادله زمانی ولتاژ سلف 90° درجه جلوتر از جریان منظور شده است (صفحه ۸۳ کتاب درسی).

نکته: هرگاه مقادیر R و X_L برابر باشند حتماً اختلاف زاویه ϕ برابر 45° خواهد بود. این حالت برای مدارات $R-C$ ، (مقاومت و خازن) نیز صدق می‌کند.

۱-۱-۳- حل تمرین شماره ۱ صفحه ۹۵ کتاب درسی (شکل ۱-۳)

(الف)

هدف: محاسبه ولتاژ دو سر X_L و R و معادلات زمانی آنها



شکل ۱-۳

همانطور که در شکل مشاهده می‌شود مقدار معادله زمانی جریان مشخص شده است.

یادآوری

۱- در مدارات سری، جریان منبع را مبنا در نظر می‌گیریم. (با توجه به KVL)

$$i_R(t) = i_L(t) = i(t)$$

۲. با توجه به هم‌فاز بودن جریان و ولتاژ در مقاومت R

$$\theta_{V_R} = \theta_{i_R}$$

۳- پس با توجه به پس‌فاز بودن ولتاژ سلف

$$\theta_{V_L} = \frac{\pi}{2} + \theta_{i_R}$$

گام ۱) با استفاده از مقدار ماکزیمم جریان (ضریب $\sin\theta$) و مقدار مقاومت، ولتاژ دو سر مقاومت را می‌یابیم و معادله زمانی مقاومت را با توجه به زاویه $\theta_1 = 0^\circ$ می‌نویسیم.

$$I_m = 5 \text{ A}$$

$$V_{Rm} = R \cdot I_m = 30 \times 5 = 150 \text{ V}$$

$$V_R(t) = R \cdot I_m \sin(\omega t + \theta_1) = 150 \sin(500t)$$

گام ۲) با استفاده از مقدار ماکزیمم جریان (ضریب $\sin\theta$) و مقدار سلف، ولتاژ دو سر سلف را می‌یابیم.

$$X_L = L\omega \rightarrow 30 = L \times 500 \rightarrow L = 0.06 \text{ H}$$

$$V_{Lm} = X_L \cdot I_m = 30 \times 5 = 150 \text{ V}$$

$$X_L(t) = X_L \cdot I_m \sin((\omega t + \theta_1) + \frac{\pi}{2}) = 150 \sin(500t + 0 + 90) = 150 \sin(500t + 90)$$

توجه داشته باشید علاوه بر θ_1 باید اختلاف فاز 90° بین جریان سلف و مقاومت را محاسبه کنید.

(ب)

هدف: محاسبه ولتاژ منبع و معادله زمانی آن

ولتاژ V_R با جریان I_e هم‌فاز است ولی ولتاژ V_L از جریان I_e 90° جلوتر خواهد بود.

V_L و V_R هم‌فاز نیستند، بنابراین برای محاسبه V_e از جمع برداری $\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$

استفاده می‌شود.

گام ۱) محاسبه ولتاژ منبع با توجه به فرمول زیر
 $\alpha = 90^\circ$, $\cos\alpha = 0$, زاویه دو بردار \vec{V}_R و \vec{V}_L می باشد.

$$\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$$

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{150^2 + 150^2} = 150\sqrt{2} \text{ V}$$

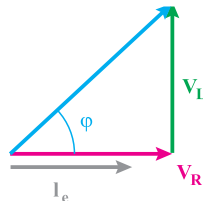
گام ۲) با توجه به مقدار ماکزیمم به دست آمده برای ولتاژ و اختلاف فاز ϕ معادله زمانی ولتاژ را می توانیم به صورت زیر بنویسیم.

$$V_e(t) = V_{e_m} \sin(\omega t + \phi) = 150 \sin(50^\circ t + 45^\circ)$$

(ب)

هدف: رسم دیاگرام برداری جریان ولتاژ

ولتاژ V_R با جریان I_e هم فاز است ولی ولتاژ V_L از جریان I_e 90° جلوتر خواهد بود. V_L هم فاز نیستند، بنابراین برای محاسبه V_e از جمع برداری $\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$ استفاده می شود.
 گام ۱) ابتدا بردار ولتاژ، مقاومت و جریان را رسم می کنیم. ولتاژ سلف 90° جلوتر از V_R می باشد و آن را در ادامه ولتاژ مقاومت می کشیم، در نهایت ولتاژ دو سر منبع بر ایند این دو ولتاژ خواهد بود. (شکل ۲-۳).



شکل ۲-۳

بادآوری

در رسم دیاگرام برداری همیشه طول بردار جریان کوتاه تر از بردار ولتاژ کل تصویر گردد.

(ت)

هدف: محاسبه اکتیو، راکتیو، ظاهری و مثلث توان

در محاسبه توان ها، از مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان ها استفاده می کنیم.

گام ۱) با توجه به محاسبات در زیر توان ها قابل محاسبه می باشند.

$$P_S = \begin{cases} V_e I_e \\ \frac{V_e^2}{Z} \\ Z I_e^2 \end{cases} \text{ : بادآوری}$$

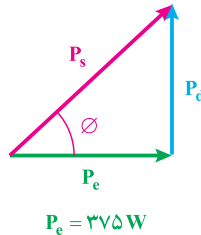
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150 \text{ V}, \quad I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \text{ A}$$

$$P_s = V_e I_e = 150 \times \frac{5}{\sqrt{2}} = 375\sqrt{2} \text{ V.A}$$

$$P_e = V_e I_e \cos \varphi = P_s \cos \varphi = 150 \times \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 375 \text{ W}$$

$$P_d = V_e I_e \sin \varphi = 150 \times \frac{5}{\sqrt{2}} \sin 45 = 375 \text{ V.A.R}$$

گام ۲) مثلث توان با توجه به مثبت بودن P_d (پس فاز) به صورت زیر خواهد بود.
چون مدار سلفی است مثلث توان به صورت زیر خواهد بود (شکل ۳-۳).



شکل ۳-۳

۲-۱-۳- حل تمرین شماره ۲ صفحه ۹۵ کتاب درسی

$$V_{(t)} = 200 \sin(314t + 20^\circ)$$

$$I_{(t)} = 10 \sin(314t - 10^\circ)$$

هدف: با توجه به معادلات زمانی جریان و ولتاژ مقدار R و L محاسبه شود.

گام ۱) محاسبه امپدانس کل مدار

$$V_e = \frac{200}{\sqrt{2}}, \quad I_e = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{\frac{200}{\sqrt{2}}}{\frac{10}{\sqrt{2}}} = 20$$

تذکره: به هنرجویان بگویید که هرگاه در مسائل معادلات ولتاژ و جریان کل را داشته باشیم مقدار Z و φ قطعاً قابل دسترسی است.

گام ۲) محاسبه فاز بین ولتاژ و جریان

$$\varphi = \theta_V - \theta_I = 20^\circ - (-10^\circ) = 30^\circ$$

گام ۳) محاسبه مقاومت اهمی و مقاومت سلفی

$$R = Z \cos \varphi = 20 \cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \Omega$$

$$X_L = Z \sin \varphi = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \Omega$$

گام ۴) مقدار اندازه L را می توان با استفاده از مقاومت سلفی به دست آورد.

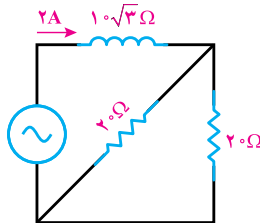
$$X_L = L\omega \rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{314} = 0.032 \text{ H}$$

۳-۱-۳- حل تمرین شماره ۴ صفحه ۹۵ کتاب درسی (شکل ۳-۴)

هدف: محاسبه ولتاژ منبع

گام ۱) مدار را به ساده ترین شکل تبدیل کنیم.

$$(20 \parallel 20) = \frac{20 \times 20}{20 + 20} = 10 \Omega$$



شکل ۳-۴

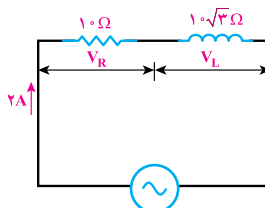
در شکل ۳-۵ کافی است امپدانس مدار را محاسبه کنیم.

با توجه به مقادیر مقاومت اهمی و مقاومت سلفی می توان اندازه ولتاژ هریک را به دست آورد.

گام ۲) محاسبه مقادیر ولتاژ مقاومت اهمی و مقاومت سلفی

$$V_R = R.I_c = 20 \times 10 = 200 \text{ V}$$

$$V_L = X_L.I_m = 20 \times 10\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$$



شکل ۳-۵

گام ۳) ولتاژ منبع، جمع برداری دو ولتاژ محاسبه شده در گام دوم می‌باشد. ولتاژ V_R با جریان I_e هم فاز است ولی V_L از جریان I_e ، 90° جلوتر خواهد بود. V_L و V_R هم فاز نیستند، بنابراین برای محاسبه V_e از جمع برداری $\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$ استفاده می‌شود.

$$\cos 90^\circ = 0, \quad \alpha = 90^\circ$$

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 40 \text{ V}$$

یادآوری

به طور کلی هرگاه بین دو کمیت یکسان اختلاف فاز وجود داشته باشد باید از جمع برداری استفاده نمود.

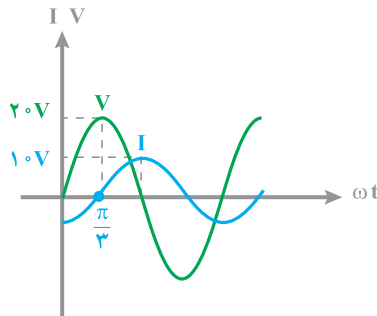
راه حل دوم:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10)^2 + (10\sqrt{3})^2} = 20 \text{ v}$$

$$V_e = Z.I_e = 20 \times 2 = 40 \text{ v}$$

۴-۱-۳- حل تمرین شماره ۹ صفحه ۹۶ کتاب درسی (شکل ۳-۶)

هدف: با توجه به تابع تغییرات ولتاژ و جریان در شکل ۳-۶ باید مقدار R و X_L را بیابیم.



شکل ۳-۶

یادآوری

در این تمرین هم مانند تمرین شماره ۲ مقادیر ولتاژ کل و جریان کل آورده شده است. همچنین اختلاف فاز از طریق منحنی نشان داده شده است. پس مقدار Z و ϕ به سادگی قابل دسترسی است.

گام ۱) از شکل می‌توان مقدار ماکزیمم ولتاژ و جریان و اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان را استخراج کرد.

$$V_m = 20\text{ V} , I_m = 10\text{ V} , \phi = \frac{\pi}{3}$$

گام ۲) با استفاده از ولتاژ ماکزیمم و جریان ماکزیمم می‌توان مقدار امپدانس کل مدار را بیابیم.

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{20}{10} = 2\Omega$$

گام ۳) مقادیر R و X_L به صورت زیر قابل محاسبه‌اند.

$$R = Z \cos \phi = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{1}{2} = 1\Omega$$

$$X_L = Z \sin \phi = 2 \sin \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\Omega$$

۳-۲- مدار R-L موازی

در این مدارات مبنای تحلیل و محاسبات ولتاژ شاخه موازی است و جریان‌ها جمع برداری می‌شوند.

۳-۲- مدار R-L موازی

مدارهای R-L موازی از یک مقاومت اهمی و یک راکتانس القایی با اتصال موازی تشکیل می‌شوند. مدار الکتریکی اتصال موازی R-L به صورت شکل ۳-۷ است. این مدارها به طور گسترده در مدارهای الکترونیکی و مخابراتی به کار می‌روند. ولتهای آمواج و فشارهای آمواج از جمله کاربردهای این مدارهاست. با توجه به مدار شکل ۳-۷ می‌توان گفت که جریان مدار I_0 از دو جریان I_R و I_L تشکیل می‌شود. چون ولتاژ بر سر راکتانس القایی و مقاومت اهمی با هم برابرند و زاویه فاز جریان‌های I_R و I_L یکسان نیستند، در مطالعه مدارهای R-L موازی، ولتاژ را مبنای قرار می‌دهند و با گرم برداری I_R و I_L را بر اساس ولتاژ مبنای رسم می‌کنند. بردار جریان I_0 با ولتاژ هم‌فاز و بردار جریان I_L از ولتاژ 90° پس‌فاز است و مطابق شکل ۳-۸ رسم می‌شود.

جریان کل مدار I_0 از جمع برداری I_R و I_L بدست می‌آید:

$$\vec{I}_0 = \vec{I}_R + \vec{I}_L \quad (3-27)$$

شکل ۳-۸: بردار برداری مدار R-L موازی

۳-۳- محاسبه امپدانس مدار R-L موازی: با توجه به شکل ۳-۷ و دیگر گرم برداری جریان‌ها شکل ۳-۸ می‌توان نوشت:

$$I_0 = \frac{V}{Z} \quad I_R = \frac{V}{R} \quad I_L = \frac{V}{X_L}$$

$$\vec{OC} = \vec{OX} + \vec{OH} \quad \text{و} \quad \vec{OB} = \vec{AC}$$

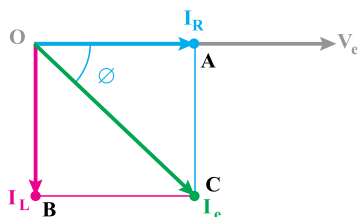
$$I_0^2 = I_R^2 + I_L^2 \quad (3-28)$$

با جایگزین کردن مقادیر I_R و I_L در رابطه ۳-۲۸ می‌توان نوشت:

همان‌طور که در کتاب درسی نیز اشاره شده است این مدارها در مخابرات و الکترونیک کاربرد دارند به‌عنوان مثال فیلترها و تله‌های امواج از جمله کاربرد این نوع مدار می‌باشد. در این مدارها جریان‌های شاخه‌ها جمع برداری می‌شود در صورتی که ولتاژ آنها با هم برابر است.

طبق رابطه فیثاغورث در مثلث قائم‌الزاویه داده شده شکل ۳-۷ داریم :

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 \quad (OB=AC)$$



شکل ۳-۷

و از آنجا مقادیر جریان جایگذاری شده و رابطه روبرو به دست می‌آید.

$$I_R^2 + I_L^2 = I_e^2$$

در این مدارات مقدار $\cos \phi$ و $\tan \phi$ از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$\cos \phi = \frac{Z}{R}, \quad \tan \phi = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{L\omega}$$

در این مدارها نیز ماکزیمم انرژی ذخیره شده در سلف‌ها خواهد بود و انرژی مصرفی مربوط به مقاومت اهمی می‌باشد و داریم :

$$Q = \frac{2\pi (\text{انرژی ذخیره شده ماکزیمم})}{\text{انرژی مصرفی در هر سیکل}} = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{L\omega}$$

در ضمن برای محاسبه توان‌ها چون ولتاژ سلف و مقاومت یکی است بهتر است توان‌ها را از روابط زیر به دست آوریم :

$$\begin{cases} P_e = \frac{V_e^2}{R} (w) \\ P_d = \frac{V_e^2}{X_L} (V.A.R) \end{cases}$$

تذکره: با داشتن معادلهٔ زمانی جریان کل و ولتاژ کل در مدارهای مختلف سری و موازی به سادگی مقادیر Z و φ به دست می‌آید.

$$Z = \frac{V_m}{I_m}, \quad \varphi = \theta_V - \theta_I$$

معلمین و همکاران عزیز بهتر است از هنرجویان خواسته نشود که تک تک روابط آورده شده در مدارهای متناوب برای حالت‌های سری و موازی را از بر کنند بلکه با آموختن راه به دست آوردن روابط و خصوصیات مدارهای راکتیو سلفی و خازنی در اتصال با مقاومت اهمی آنها را در تشخیص و تعیین رابطه صحیح هدایت کنیم.

در مثال شمارهٔ ۲ صفحهٔ ۸۶ کتاب که مربوط به $R-L$ موازی است نیز مشاهده می‌شود که معادله زمانی ولتاژ منبع و جریان مقاومت هم فاز هستند ولی معادله زمانی جریان سلف 90° از ولتاژ منبع عقب تر و پس فاز است. این پس فاز بودن به دلیل ماهیت سلفی کل مدار است.

در این مثال برای محاسبه توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری، در کتاب درسی از رابطه $P_e = RI_e^2$ و $P_d = X_L I_e^2$ استفاده شده است ولی با استفاده از رابطه‌های زیر نیز همان جواب‌ها به دست می‌آید.

$$\begin{cases} P_e = \frac{V_e^2}{R} = \frac{120^2}{30} = 480 \text{ W} \\ P_d = \frac{V_e^2}{X_L} = \frac{120^2}{40} = 360 \text{ V.A.R} \end{cases}$$

یادآوری

در مدارهای $R-L$ سری، مقدار مقاومت، بیشتر تعیین کننده نوع خاصیت مدار است (اهمی یا سلفی بودن) ولی در مدارهای $R-L$ موازی عکس مقاومت یعنی هدایت^۱ بیشتر تعیین کننده کیفیت اهمی و یا سلفی بودن مدار است.

۱-۲-۳- حل تمرین شمارهٔ ۱۰ صفحهٔ ۹۶ کتاب درسی (شکل ۸-۳)

(الف)

هدف: محاسبه امپدانس

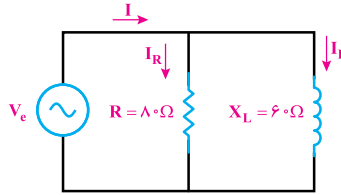
گام ۱) با استفاده از فرمول زیر می‌توان امپدانس مدار را محاسبه کرد.

۱- عکس مقاومت را اصطلاحاً موهو (Z) می‌گویند.

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{80 \times 60}{\sqrt{80^2 + 60^2}} = 48 \Omega$$

(ب)

هدف: محاسبه ولتاژ منبع و نوشتن معادله زمانی آن



شکل ۳-۸

یادآوری

۱- در مدارات موازی، ولتاژ منبع را مبنا در نظر می‌گیریم.

$$V_R(t) = V_L(t) = V(t)$$

۲- با توجه به هم‌فاز بودن جریان و ولتاژ در مقاومت R

$$\theta_{V_R} = \theta_{i_R}$$

۳- با توجه به پس‌فاز بودن ولتاژ سلف

$$\theta_{i_L} = \frac{\pi}{2} + \theta_{V_R}$$

گام ۱) محاسبه مقدار مؤثر ولتاژ کل با استفاده از جریان کل مدار

$$I_m = 5\sqrt{2} \text{ A}, \quad I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 \text{ A}$$

گام ۲) محاسبه ولتاژ ماکزیمم منبع مدار

$$V_e = Z \cdot I_e = 5 \times 48 = 240 \text{ V}$$

گام ۳) محاسبه زاویه مربوط به ولتاژ (مدار سلفی، مقاومتی است و بین جریان و ولتاژ اختلاف

فاز وجود دارد).

$$V_m = \sqrt{2} V_e = 240\sqrt{2} \text{ V}$$

گام ۴) نوشتن معادله زمانی ولتاژ

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X_L}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{80}{60}\right) = 53^\circ$$

$$\varphi = \theta_V - \theta_I \rightarrow 53^\circ = \theta_V - 0^\circ \rightarrow \theta_V = 53^\circ$$

$$V(t) = 24\sqrt{2} \sin(250t + 53^\circ)$$

(پ)

هدف: محاسبه جریان I_L و I_R و نوشتن معادله آنها
گام ۱) محاسبه مقدار مقاومت و جریان مقاومت سلفی

$$I_R = \frac{V_m}{R} = \frac{240\sqrt{2}}{80} = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

$$I_L = \frac{V_m}{X_L} = \frac{240\sqrt{2}}{60} = 4\sqrt{2} \text{ A}$$

گام ۲) نوشتن معادلات زمانی جریان مقاومت اهمی و سلفی
بردار جریان I_R با ولتاژ هم فاز می باشند.

$$I_R(t) = 3\sqrt{2} \sin(250t + 53^\circ)$$

بردار جریان I_L (به دلیل خاصیت سلفی) از ولتاژ 90° پس فاز می باشد.

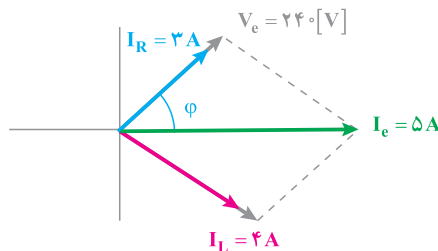
$$I_L(t) = 4\sqrt{2} \sin(250t + 53^\circ - 90^\circ) = 4\sqrt{2} \sin(250t - 37^\circ)$$

(ت)

هدف: رسم دیاگرام برداری ولتاژ جریان های مدار
گام ۱) محاسبه مقادیر مؤثر جریان ها و ولتاژ

$$I_R = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3 \text{ A}, \quad I_L = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4 \text{ A}$$

گام ۲) دیاگرام برداری I_R و I_L را بر اساس ولتاژ مبنا رسم می کنیم مطابق شکل ۳-۹. بردار
جریان I_R با ولتاژ هم فاز و بردار جریان I_L از ولتاژ 90° پس فاز است.



شکل ۳-۹

هدف : محاسبه توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری و مثلث توان
گام ۱) محاسبه توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری و مثلث توان

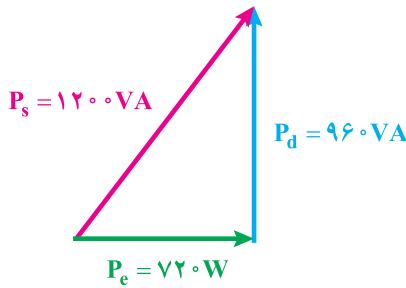
$$\cos \varphi = \cos 53^\circ = 0.6, \quad \sin \varphi = 0.8$$

$$P_e = I_e \cdot V_e \cos \varphi = 5 \times 240 \times 0.6 = 720 \text{ W}$$

$$P_d = I_e \cdot V_e \sin \varphi = 240 \times 5 \times 0.8 = 960 \text{ V.A.R}$$

$$P_s = I_e \cdot V_e = 240 \times 5 = 1200 \text{ V.A}$$

گام ۲) رسم مثلث توان بر اساس مقادیر توان ها
چون ماهیت مدار سلفی است مثلث توان ها شبیه شکل ۳-۱ خواهد بود.



شکل ۳-۱

۳-۳- اثر فرکانس شبکه بر مدارهای R-L سری و موازی

در ولتاژ مستقیم، $f=0$ و مدار R-L سری تبدیل به یک مقاومت ساده می شود ($Z=R$). ولی

در مدار R-L موازی مدار به حالت اتصال کوتاه می رود ($Z=0$) پس در حالت سری $I_e = \frac{V_e}{R}$ و در حالت موازی $I_e = \infty$ خواهد بود.

هرچه فرکانس مدار افزایش یابد مدار R-L سری بیشتر خاصیت القایی پیدا می کند زیرا $X_L = L\omega$ زیاد می شود ولی در مدار R-L موازی عکس این حالت نتیجه می شود (خاصیت سلفی کم می شود).

$$P_s = V_s I_s \cos \varphi = 120 \times 5 \times 0.75 = 45 \text{ VAR}$$

$$P_s = V_s I_s = 120 \times 5 = 600 \text{ VA}$$

مثال ۳-۱ در مثال‌های ۱ و ۲ ضریب کیفیت مدار را محاسبه کنید.

راه حل:

در مثال ۱ ضریب کیفیت وار است با:

$$Q = \frac{I_m R}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{8}{4} = 2 \text{ یا } 1.33$$

در مثال ۲ ضریب کیفیت وار است با:

$$Q = \frac{R}{X_L} = \frac{4}{8} = 0.5$$

با وجود این که در دو مثال ۱ و ۲ نسبت راکتانس منظم به مقاومت اهمی وار است، در مدار سری ضریب کیفیت بزرگ‌تر است. به عبارت دیگر، خاصیت منظم بیش‌تر نمایان است. این معنی آنست که در مدار موازی خاصیت اهمی مدار بیش‌تر دیده می‌شود. مطلب دیگر آنست که نشان می‌دهد که در مدار سری، مقاومت و در مدار موازی، عکس مقاومت همین‌گسندی خاصیت مدار است.

۳-۱-۱ اثر فرکانس شبکه بر مدارهای R-L

در مدار R-L سری ارتباط عناصر مدار به صورت $Z^2 = R^2 + (\omega L)^2$ است. به طوری که اگر مقاومت اهمی مدار تغییر نکند، تغییرات فرکانس در مقاومت الکتریکی $X_L = \omega L$ اثر می‌گذارد و امپدانس مدار را تغییر می‌دهد. اگر فرکانس مدار $f = 10$ باشد، اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی برابر صفر خواهد بود و امپدانس مدار $Z = R$ می‌شود. این حداقل مقداری است که امپدانس مدار R-L سری دارد. در این حالت، از مدار جریان $I = \frac{V_s}{R}$ عبور می‌کند، این مقدار جریان، حداکثر جریانی است که از مدار R-L سری با دامنه‌ی ولتاژ ثابت V_s می‌گذرد. اگر فرکانس از صفر به بی‌نهایت افزایش یابد، $Z \rightarrow \infty$ ، امپدانس (Z) افزایش یافته، مقدار امپدانس نری بی‌نهایت می‌شود. در این حالت، از مدار جریانی عبور نخواهد کرد. مدار R-L مثل مدار باز عمل می‌کند. بنابراین، با افزایش فرکانس مدار R-L سری را عملاً می‌توان به مدار باز تبدیل کرد. مطلب V_s در جدول زیر آورده شده است.

f_{max}	∞	∞
Z_{max}	R	∞
I_{max}	$\frac{V_s}{R}$	0

۳-۴- تبدیل R-L سری به موازی و برعکس

برای تبدیل این دو حالت به همدیگر باید برای ثابت بودن اثر مدار مقدار Z و φ در هر حالت یکی

باشد، برای تبدیل موازی به سری داریم:

حالت سری $\rightarrow \cos \varphi_s$

حالت موازی $\rightarrow \cos \varphi_p$

امپدانس موازی $\rightarrow Z_p$

امپدانس سری $\rightarrow Z_s$

$$\cos \varphi_s = \cos \varphi_p$$

$$\frac{R_s}{Z_s} = \frac{Z_p}{R_p} \Rightarrow R_s = \frac{Z_p^2}{R_p}$$

بر همین اساس داریم :


$$X_S = \frac{Z_P^Y}{X_{L_P}}$$

برای تبدیل سری به موازی نیز داریم :

$$\begin{cases} R_P = \frac{Z_S^Y}{R_S} \\ X_P = \frac{Z_S^Y}{X_{L_S}} \end{cases}$$

۳-۹- تبدیل مدار RL سری به موازی و برعکس

هر گاه بخواهیم یک مدار RL سری را به RL موازی و بالعکس تبدیل کنیم باید Z_P و Z_S در حالت سری با R_P و X_P در حالت موازی برابر باشند. همان طوری که اشاره شد روابط ابتدایی و غیره قدرت در مدارهای RL سری و RL موازی به صورت زیر است :



$$\begin{cases} Z_S = \sqrt{R_S^2 + X_{L_S}^2} \\ \cos \phi_S = \frac{R_S}{Z_S} \end{cases} \quad \begin{cases} Z_P = \frac{R_P X_{L_P}}{\sqrt{R_P^2 + X_{L_P}^2}} \\ \cos \phi_P = \frac{Z_P}{R_P} \end{cases}$$

۱- در تبدیل مدار RL موازی به RL سری داریم :

شرط اول تبدیل

معادله طرفین را قرار می دهیم

مدار R_P را به دست می آوریم

با توجه به شرط دوم تبدیل $Z_S = Z_P$ در معادله R_P قرار می دهیم.

بر پایه همین مراحل برای راکتانس معادل در مدار سری نیز چنین می توان نوشت :

$$R_S = \frac{Z_S^2}{R_P}$$

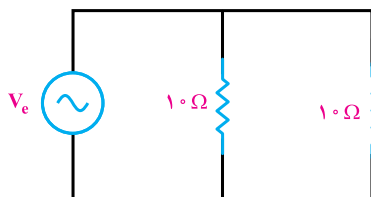
$$X_S = \frac{Z_S^2}{X_{L_P}}$$

۱۳

تذکره: برای به دست آوردن معادل سری به موازی و بالعکس بهتر است ابتدا مقدار Z را به دست آوریم. سپس در ادامه مقدار $\cos \phi$ و از آنجا مقدار $\sin \phi$ را حساب کنیم تا به کمک آنها R و X_L جدید به دست آید.

۱-۴-۳- حل تمرین شماره ۱۳ صفحه ۹۷ کتاب درسی (شکل ۳-۱۱)

هدف: تبدیل مدار R-L موازی به یک مدار R-L سری.



شکل ۳-۱۱

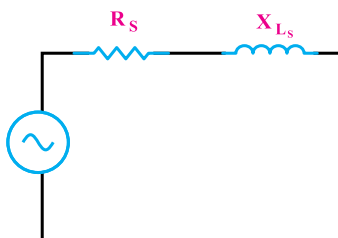
گام ۱) امپدانس معادله مدار را محاسبه می‌کنیم.

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{10 \times 10}{\sqrt{10^2 + 10^2}} = 5\sqrt{2} \Omega$$

گام ۲) $\cos \varphi$ و $\sin \varphi$ را بیابید.

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = 45^\circ, \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گام ۳) می‌توان مقاومت اهمی معادل سری مدار مقاومت سلفی معادل سری مدار را با استفاده از روابط زیر محاسبه کرد (شکل ۳-۱۲).



شکل ۳-۱۲

$$R_s = Z \cos \varphi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Omega$$

$$X_{L_s} = Z \sin \varphi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Omega$$