۶ـ۱ـالف ـ مقدمه : پتانسیل گره

تعریف گره(Node) : به محل برخورد شاخه‌ها و یا انشعاب جریان‌ها گره گفته می‌شود.

گره مبنا : گره‌ای است که بیشترین انشعاب را دارا باشد، پتانسیل آن به عنوان مبنای پتانسیل صفر در نظر گرفته می‌شود.

تذکر۱: هر شاخه می‌تواند شامل المان‌های مقاومت، منبع جریان و منبع ولتاژ باشد که دو سر آن به گره مبنا و گرهٔ مورد نظر متصل باشد. در ضمن اگر بین دو گره المانی نباشد و اتصال کوتاه شده باشد، یک گره در نظر گرفته می‌شود.

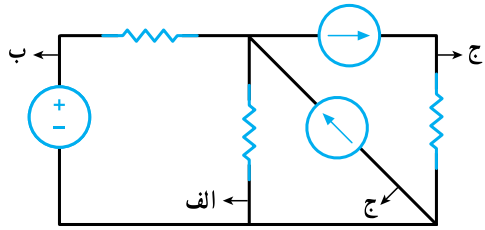
تذکر۲: اساس تحلیل پتانسیل گره بر مبنای جریان شاخه‌ها (KCL) می‌باشد و می‌دانیم هر جریانی طبق قانون اهم به صورت $I=\frac{\text{اختلاف پتانسیل}}{\text{مقاومت}}$ می‌باشد.

سه حالت در محاسبه جریان شاخه‌ها پیش می‌آید : (شکل ۲۱ـ۱)

الف) شاخه فقط شامل یک مقاومت باشد.

ب) شاخه علاوه بر مقاومت دارای منبع ولتاژ نیز باشد.

ج) شاخه شامل منبع جریان یا منبع جریان و مقاومت باشد.



شکل ۱ـ۲۱

۱ـ۶ـب ـ روش پتانسیل گره

در مرحله ۴ با توجه به انواع شاخه به هنرجویان یادآور شوید که :

در شاخهٔ الف : $I=\frac{V}{R}=\frac{V_{\text{گره}}-V_{\text{مرجع}}}{R}$

در شاخهٔ ب : $I=\frac{V}{R}=\frac{V_{\text{گره}}-V_{\text{منبع}}}{R}$

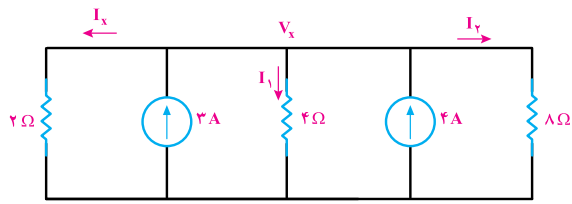
در شاخهٔ ج : مقدار منبع جریان=I

برای قسمت (ج) جهت توسط خود منبع مشخص می‌شود که اگر جریان به سمت گره باشد (ورودی) با علامت منفی و اگر از گره دور شود (خروجی) با علامت مثبت در محاسبات منظور خواهد شد.

۱ـ۶ـ۱ـ حل تمرین شمارهٔ ۱۲ صفحهٔ ۵۰ کتاب درسی از روش پتانسیل گره (شکل ۱ـ۲۲)

هدف : یافتن پتانسیل V_x و جریان I_x با استفاده از روش پتانسیل گره

گام ۱) تعیین جریان شاخه‌ها و نام‌گذاری گره‌ها



شکل ۱ـ۲۲

گام ۲) نوشتن kcl در گرهٔ V_x

$$KCL) I_x+I_1+I_2-3-4=0$$

$$\frac{V_x}{2}+\frac{V_x}{4}+\frac{V_x}{8}=7 \quad , \quad 7V_x=56 \quad , \quad V_x=8\ v$$

$$I_x = \frac{V_x}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴\ A$$

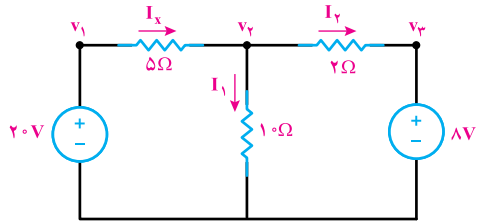
گام ۳) با توجه به معادلات به‌دست آمده، مقادیر V_x و I_x را می‌یابیم.

تذکر: هنگام نوشتن kcl می توان جریان ورودی را مثبت و خروجی را منفی در نظر گرفت این فرض تأثیری در جواب‌های مسئله نخواهد داشت.

۲ـ۶ـ۱ـ حل تمرین شماره ۲۱ صفحه ۵۳ کتاب درسی از روش پتانسیل گره (شکل ۲۳ـ۱)

هدف : محاسبهٔ I_x با استفاده از روش پتانسیل گره

گام ۱) تعیین جریان شاخه‌ها و نام‌گذاری گره‌ها



شکل۲۳ـ۱

گام ۲) معادلات جریان را در گره دوم می‌نویسیم.

$$V_۱ = ۲۰v \quad , \quad V_۳ = ۸v$$

$$KCL) I_x - I_۱ - I_۲ = ۰$$

$$\frac{V_۱ - V_۲}{۵} - \frac{V_۲}{۱۰} - \frac{V_۲ - V_۳}{۲} = ۰ \quad , \quad V_۲ = ۱۰v$$

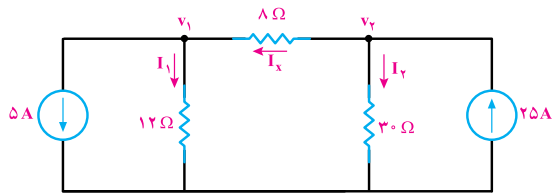
گام ۳) I_x را به صورت زیر محاسبه می کنیم.

$$I_x = \frac{V_۱ - V_۲}{۵} = \frac{۲۰ - ۱۰}{۵} = ۲\ A$$

۳ـ۶ـ۱ـ حل تمرین شماره ۶ صفحهٔ ۴۸ کتاب درسی از روش پتانسیل گره (شکل ۲۴ـ۱)

هدف : محاسبه I_x با استفاده از روش پتانسیل گره

گام ۱) تعیین جریان شاخه‌ها و نام‌گذاری گره‌ها



شکل۲۴ـ۱

$$KCL_1) 5 + I_1 + \frac{V_1 - V_2}{8} = 0$$

$$KCL_2) \frac{V_2}{30} + \frac{V_2 - V_1}{8} - 25 = 0$$

گام ۲) معادلات جریان را در گره اول و دوم می‌نویسیم.

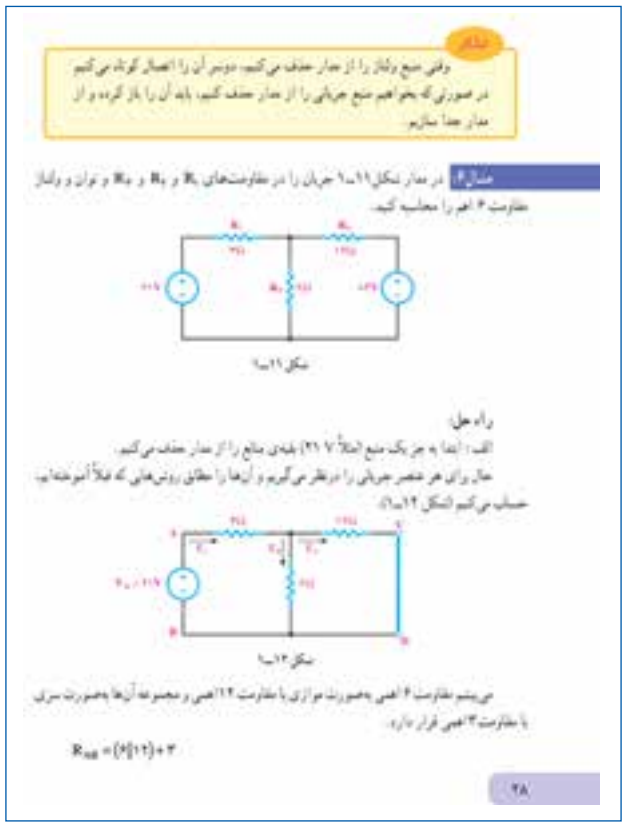
$$\begin{cases} 5V_1 - 3V_2 = -120 \\ -15V_1 + 19V_2 = 3000 \end{cases} \rightarrow V_1 = 134/4\,v \text{ و } V_2 = 264\,v$$

گام ۳) I_x را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$I_x = \frac{V_2 - V_1}{8} = \frac{264 - 134/4}{8} = 16/2\,A$$

۷ـ۱ـالف ـ مقدمه: جمع آثار

یکی دیگر از روش‌های تحلیل مدارهای الکتریکی که دارای چند منبع تغذیه بوده و هریک از آنها جریانی را در مدار ایجاد می‌کند، روش جمع آثار است.

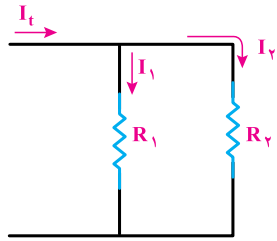


یادآوری

اگر جریان مدار بین دو شاخه تقسیم شود رابطه تقسیم جریان به‌صورت زیر استفاده می‌شود (شکل ۲۵ــ۱).

$$I_1 = \frac{I_t \times R_2}{R_1 + R_2}$$ ← مقاومتی که جریانش خواسته نشده

$$I_2 = \frac{I_t \times R_1}{R_1 + R_2}$$



شکل ۲۵ـ۱

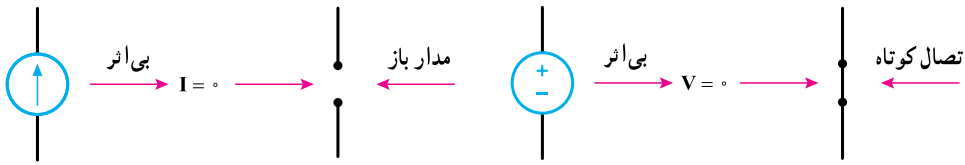
تذکر۱: به‌دست‌آوردن I_t به کمک قانون اهم می‌باشد، اگر در مسئله منبع ولتاژ وجود داشته باشد :

$$I_t = \frac{V_t}{R_t}$$

تذکر۲: جمع آثار مربوط به جمع تأثیر جریان و ولتاژهای مدار می‌باشد، ولی توان را به کمک این روش از اثر جمع توان‌ها نمی‌توان محاسبه کرد.

۷ـ۱ـب ـ روش جمع آثار

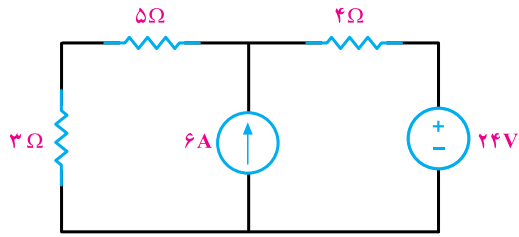
در این روش منابع مدار را بی‌اثر می‌کنیم و فقط یکی از آنها را نگه می‌داریم، بی اثر کردن منبع جریان به معنی اتصال باز شدن آن منبع و بی اثر کردن منبع ولتاژ به معنی اتصال کوتاه آن منبع تلقی می‌شود (شکل ۲۶ــ۱).



شکل ۲۶ـ۱

۱ـ۷ـ۱ـ حل تمرین شماره ۵ صفحه ۴۸ کتاب درسی از روش جمع آثار (شکل ۲۷ـ۱)

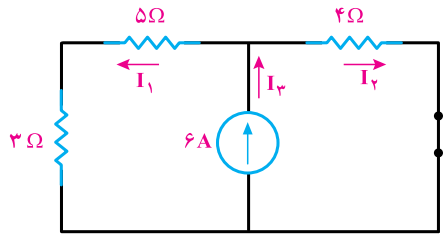
هدف : محاسبه توان مقاومت ۳Ω به روش جمع آثار



شکل۲۷ـ۱

حالت ۱) حذف منبع ولتاژ

مطابق شکل ۲۸ـ۱ منبع ولتاژ ۲۴ ولتی اتصال کوتاه شده است.



شکل۲۸ـ۱

گام ۱) مقاومت‌های سری را به یک مقاومت تبدیل کنید.

گام ۲) با استفاده از معادلات تقسیم جریان، جریان هر شاخه به صورت زیر قابل محاسبه است :

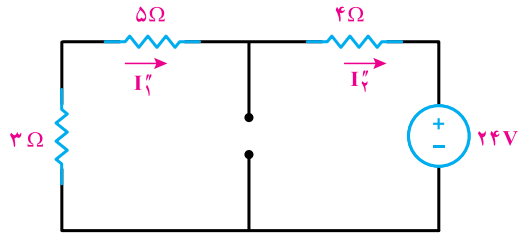
$I_۳=۶A$

$$I'_۲ = I_۳ \times \frac{۸}{۸+۴} = ۴A \qquad (\rightarrow): I'_۲ \text{ جهت جریان}$$

$$I'_۱ = I_۳ \times \frac{۴}{۸+۴} = ۲A \qquad (\leftarrow): I'_۱ \text{ جهت جریان}$$

حالت ۲) حذف منبع جریان

مطابق شکل ۲۹ـ۱ محل منبع جریان به مدار باز تبدیل شده‌است.



شکل۲۹ـ۱

با توجه به اینکه یک حلقه داریم، با استفاده از روش جریان حلقه می‌توان جریان مقاومت را یافت.

جهت جریان I_1'' و I_2'' به‌صورت (⟶) می‌باشد.

$$I_1'' = I_2''$$

$$KVL) \quad 3I_1'' + 5I_1'' + 4I_2'' + 24 = 0$$

$$8I_1'' + 4I_2'' + 24 = 0$$

$$12I_1'' = -24 \quad , \quad I_1'' = I_2'' = -2$$

نتیجه :

در این قسمت باید مقادیر به‌دست آمده از حالت ۱ و ۲ را با هم جمع کرد.

چون جریان‌های I_1' و I_1'' خلاف جهت هم هستند از هم کم می‌شوند :

$$I_1 = I_1' - I_1''$$

$$I_1 = 2 - (-2)$$

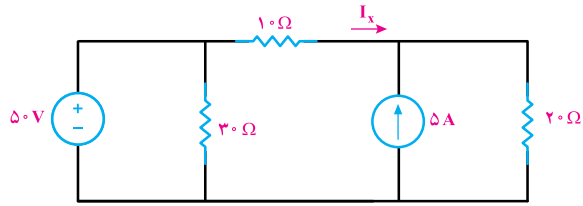
$$= 4A$$

با استفاده از جریان محاسبه شده در قسمت‌های قبل می‌توان مقدار نهایی توان را یافت.

$$P_{3\Omega} = R \times I_1^2 = 3 \times (4)^2 = 48\ W$$

۲-۷-۱- حل تمرین شماره ۷ صفحه ۴۹ کتاب درسی از روش جمع آثار (شکل ۳۰-۱)

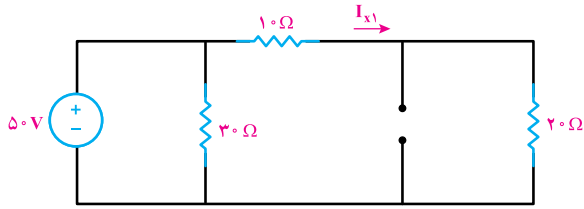
هدف : به‌دست آوردن جریان I_x از روش جمع آثار



شکل ۳۰-۱

گام ۱) منبع ۵ آمپر را حذف می‌کنیم.

حذف منبع جریان مطابق شکل ۳۱-۱



شکل ۳۱-۱

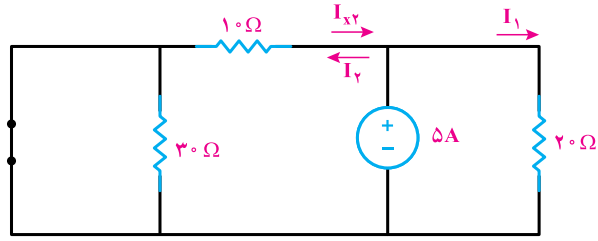
پس از حذف منبع مدار به شکل زیر خواهد بود و با روش تحلیل جریان خانه I_{x_1} را می‌یابیم.

$$۵۰=۱۰I_{x_1}+۲۰I_{x_1}=۳۰I_{x_1}$$

$$I_{x_1}=\frac{۵۰}{۳۰}$$

گام ۲) منبع ۵۰ ولت را حذف می‌کنیم.

حذف منبع ولتاژ مطابق شکل ۳۲ـ۱



شکل۳۲ـ۱

می‌توان مقاومت ۳۰Ω را از مدار حذف کرد و جریان ۵A بین ۲۰Ω و ۱۰Ω که با همدیگر موازی هستند تقسیم می‌شود.

$$I=\frac{۵\times۲۰}{۱۰+۲۰}=\frac{۱۰۰}{۳۰}=\frac{۱۰}{۳}A$$

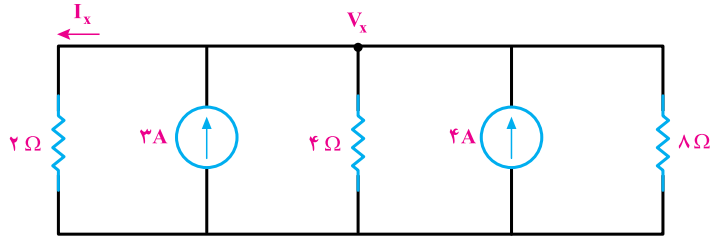
$$I_{x_2}=-I=-\frac{۱۰}{۳}A$$

$$I_x=I_{x_1}+I_{x_2}$$

$$I_x=\frac{۵}{۳}-\frac{۱۰}{۳}=-\frac{۵}{۳}A$$

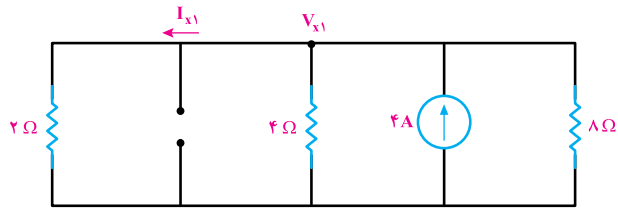
۳ـ۷ـ۱ـ حل تمرین شماره ۱۲ صفحه ۵۰ کتاب درسی از روش جمع آثار (شکل ۳۳ـ۱)

هدف : یافتن پتانسیل V_x و جریان I_x با استفاده از روش جمع آثار



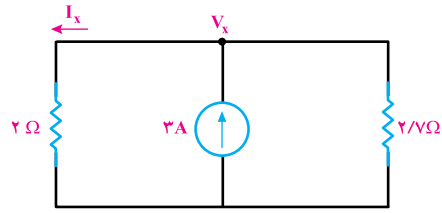
شکل۳۳ـ۱

گام ۱) ابتدا منبع جریان ۳ آمپری را حذف می‌کنیم. (شکل ۳۴ـ۱)



شکل۱ـ۳۴

ـ با استفاده از تبدیل منابع جریان و ولتاژ، این مرحله را محاسبه می‌کنیم (شکل ۳۵ـ۲).

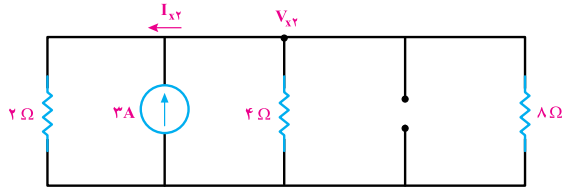


شکل۱ـ۳۵

$$I_{x_1} = ۴ \times \frac{۲/۷}{۲+۲/۷} = ۲/۲۷A$$

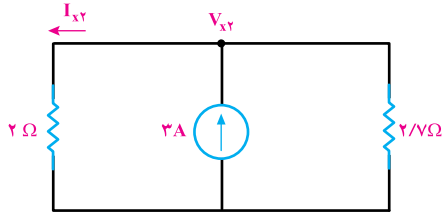
$$V_{x_1} = (۲ \| ۲/۷) \times ۴ = ۴/۵۹۵\ \upsilon$$

گام ۲) منبع جریان ۴ آمپری را مطابق شکل ۳۶ـ۱ حذف می‌کنیم.



شکل۱ـ۳۶

با استفاده از تقسیم جریان، مطابق شکل ۳۷ـ۱ جریان و ولتاژ را در این مرحله محاسبه می‌کنیم.



شکل۱ـ۳۷

$$I_{x_2} = ۳ \times \frac{۲/۲۷}{۲+۲/۲۷} = ۱/۷۳ \text{ A}$$

$V_{x_2}=(۲\|۲/۷)\times ۳=۳/۴۴۶ \text{ v}$

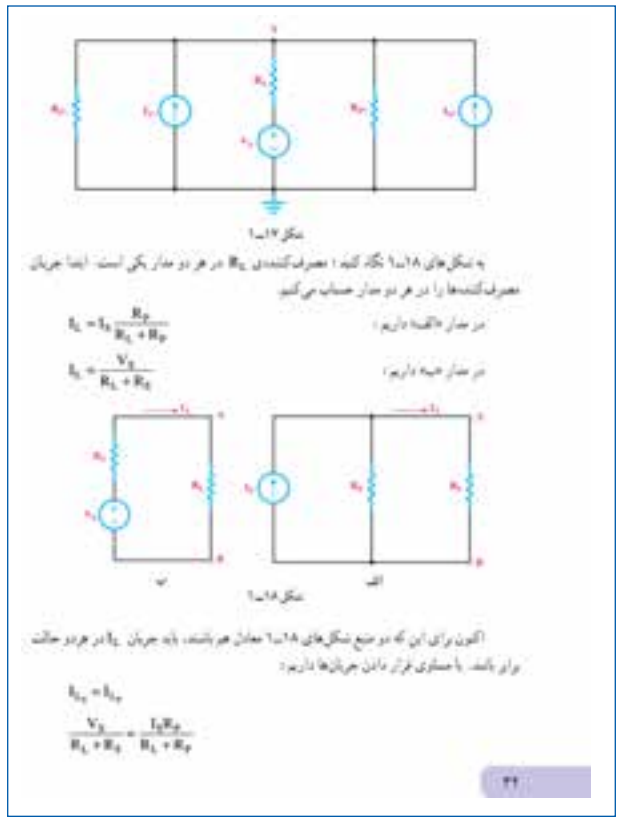
گام ۳) جریان و ولتاژ کل حاصل جمع مقادیر در گام ۱ و گام ۲ می‌باشد.

$I_x=I_{x_1}+I_{x_2}=۲/۲۷+۱/۷۳=۴ \text{ A}$

$V_x=V_{x_1}+V_{x_2}=۴/۵۹۵+۳/۴۴۶=۸ \text{ V}$

۸ـ۱ـ تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یکدیگر

منبع جریان و منبع ولتاژ را با شرایط زیر می‌توان به یکدیگر تبدیل کرد.



۱ــ منبع جریان موازی با مقاومت باشد و منبع ولتاژ با مقاومت سری شده‌باشد.

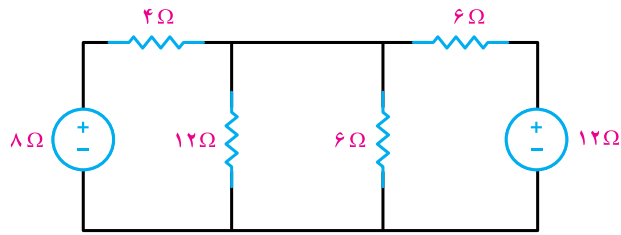
۲ــ خواسته مسئله مقاومت سری شده با منبع ولتاژ و یا موازی با منبع جریان و یا خود منابع نباشد.

۳ــ بین منبع جریان و ولتاژی که به‌هم تبدیل می‌شوند قانون اهم برقرار است.

۴ــ مصرف کننده از مدار در هر دو حالت جریان برابر دریافت کند.

استفاده از تبدیل منابع می‌تواند سرعت حل مسائل را افزایش دهد ولی اهمیت تعمیق یادگیری در روش‌های گفته شده برای هنرجویان شرح داده شود.

مثال ۱ : توان مقاومت ۱۲Ω در شکل ۳۸ــ۱ را به‌دست آورید.



شکل۳۸ـ۱

حل : از تبدیل منابع استفاده می‌کنیم :

$$۱۲V, ۶\Omega \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{۱۲}{۶} \rightarrow I = ۲A$$

$$۸V, ۴\Omega \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{۸}{۴} \rightarrow I = ۲A$$

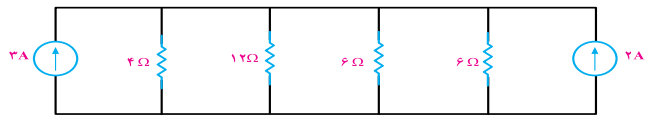
مدار معادل شکل (۳۳ــ۱) با تبدیل منبع شکل ۳۹ــ۱ خواهد بود.

پلاریته منبع ولتاژ نشان‌دهنده جهت جریان نیز خواهد بود.

با توجه به جهت جریان در مقاومت ۱۲Ω می‌توان دو منبع را با هم جمع کرد.

$$۲A+۲A=۴A$$

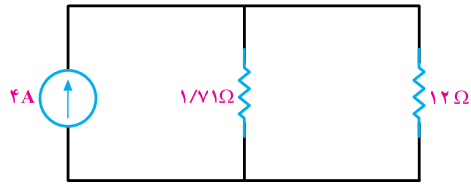
$$۶\|۶\|۴ \rightarrow R=۱/۷۱\Omega$$



شکل۳۹ـ۱

بعد از خلاصه کردن المان‌های مقاومت و منبع جریان مدار زیر به‌دست می‌آید. (شکل ۴۰ــ۱)

$$I = \frac{۴ \times ۱/۷۱}{۱۲ + ۱/۷۱} = ۰/۵A$$

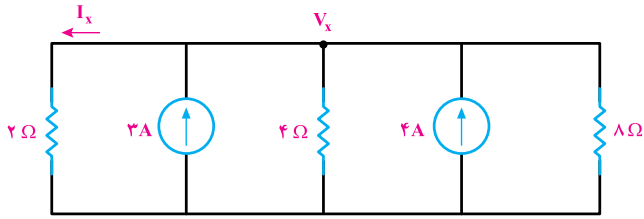


شکل ۴۰ـ۱

$P=RI^2 \rightarrow P=12(0/5)^2=3\ W$

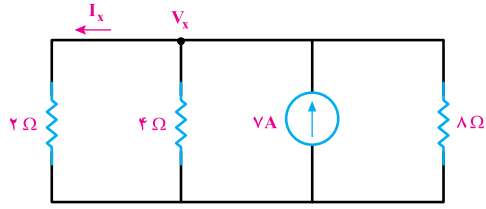
۱ـ ۸ ـ۱ـ حل تمرین شماره ۱۲ صفحه ۵۰ کتاب درسی از روش جریان حلقه با کمک تبدیل منبع (شکل ۴۱ـ۱)

هدف : محاسبه پتانسیل V_x و جریان I_x با استفاده از روش جریان حلقه به کمک تبدیل منبع



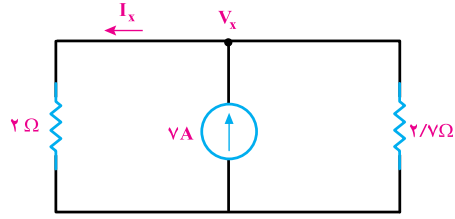
شکل ۴۱ـ۱

گام ۱) می‌توان تمام جریان‌هایی که با هم موازی هستند را به یک منبع جریان معادل تبدیل کرد و مقاومت‌های موازی را به یک مقاومت معادل تبدیل کرد. (شکل ۴۲ـ۱)



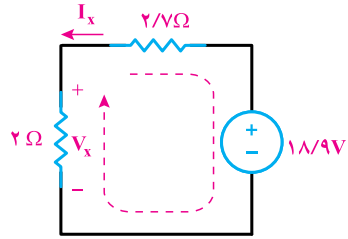
شکل ۴۲ـ۱

توجه: به دلیل اینکه I_x مجهول مورد نظر ماست، مقاومت ۲ اهمی مطابق شکل ۴۳ـ۱ را ثابت نگه می‌داریم.



شکل ۴۳ـ۱

گام ۲) با استفاده از تبدیل منابع مطابق شکل ۴۴ـ۱ مقاومت و جریان موازی را به یک مقاومت و ولتاژ سری تبدیل می کنیم.



شکل ۴۴ـ۱

گام ۳) با نوشتن KVL در حلقه، V_x و I_x را می‌توانیم محاسبه کنیم.

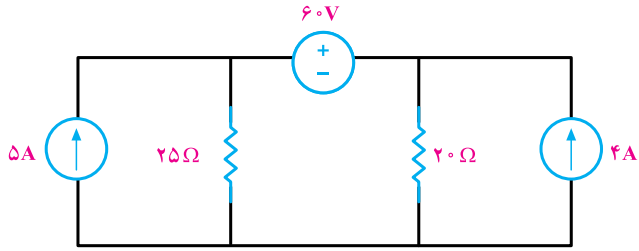
$$KVL) -۱۸/۹ + ۲/۷I_x + ۲I_x = ۰$$

$$۴/۷I_x = ۱۸/۹ \ , \ I_x = ۴A$$

$$V_x = ۲I_x = ۲ \times ۴ = ۸V$$

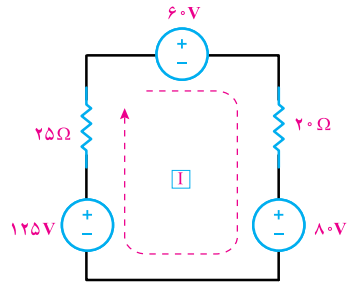
۲ـ۸ـ۱ـ حل تمرین شماره ۲ صفحه ۴۷ کتاب درسی از روش جریان حلقه و تبدیل منبع (شکل ۴۵ـ۱)

هدف : محاسبه توان منبع ولتاژ ۶۰ ولتی با استفاده از روش جریان حلقه و تبدیل منبع



شکل۴۵ـ۱

گام ۱) منابع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کرده و مطابق شکل ۴۶ـ۱ به صورت زیر خواهد شد.



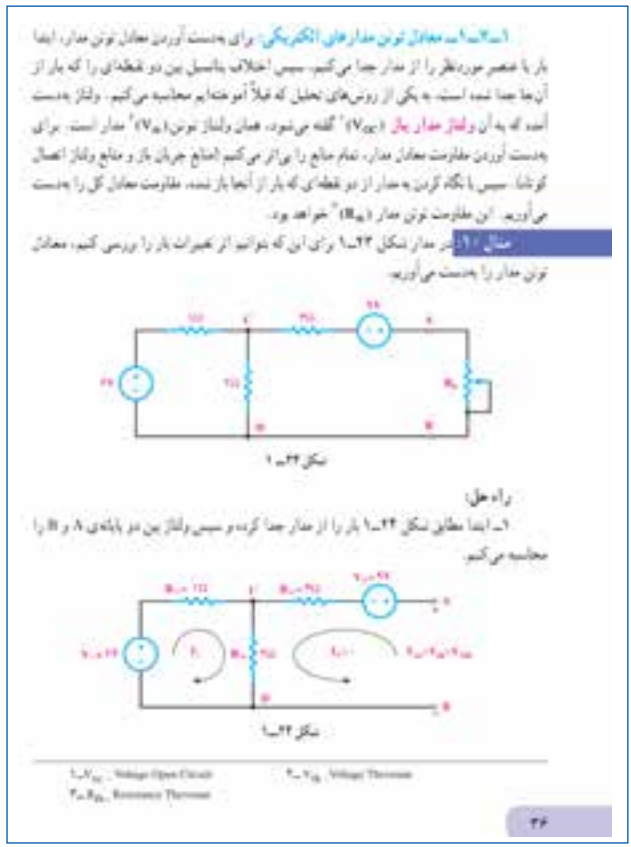
شکل۴۶ـ۱

گام ۲) نوشتن kvl در حلقه و محاسبه توان مورد نظر

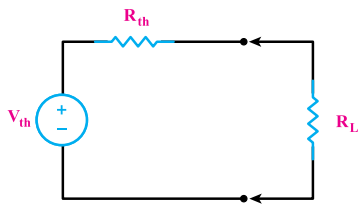
KVL) $-۱۲۵+۲۵I-۶۰+۲۰I+۸۰=۰$, $۴۵I=۱۰۵$, $I=۲/۳A$

$P=V.I \rightarrow P=۶۰\times۲/۳=۱۴۰\ W$ تولیدی

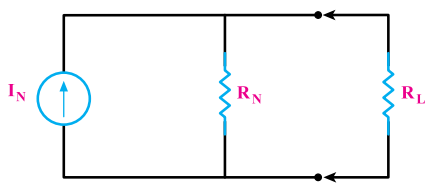
۹ـ۱ـ مدار معادل تونن و نورتن



اگر بتوانیم از دید مصرف‌کننده مدار را به منبع ولتاژ واقعی (منبع ولتاژ و مقاومت سری با آن) تبدیل کنیم مدار معادل تونن به دست آمده است شکل ۴۷ـ۱ و اگر به منبع جریان واقعی تبدیل کنیم (منبع جریان و مقاومت موازی با آن) مدار معادل نورتن به‌دست می‌آید. (شکل ۴۸ـ۱)



شکل۴۷ـ۱



شکل ۴۸ـ۱

برای محاسبه V_{th} که به آن V_{OC} یا ولتاژ مدار باز نیز گفته می‌شود کافی است مقاومت مصرف‌کننده از دو سر A و B را از مدار جدا کرده و V_{AB} محاسبه شود.

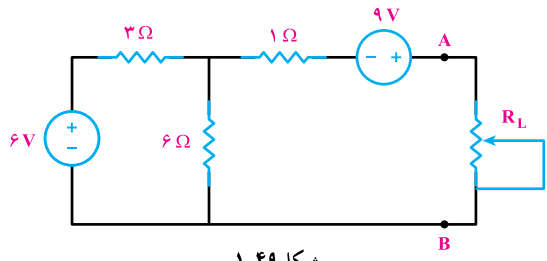
$$V_{AB}=V_A-V_B$$

برای محاسبه R_{th} پس از باز کردن R_L (مقاومت بار) از مدار، مقاومت معادل دیده شده از دو سر باز مدار را حساب می‌کنیم. به شرط آنکه منابع در مدار بی اثر شده باشند.

برای محاسبه جریان I_N که به آن I_{SC} یا جریان اتصال کوتاه نیز گفته می‌شود کافی‌است مقاومت مصرف کننده از دو سر B و A از مدار جدا شود و سپس دو سر A و B را به هم اتصال کوتاه کنیم. جریان عبوری از قسمت اتصال کوتاه همان I_{SC} می‌باشد.

محاسبه R_N و R_{th} کاملاً شبیه همدیگر است (به‌عبارت دیگر $R_N = R_{th}$).

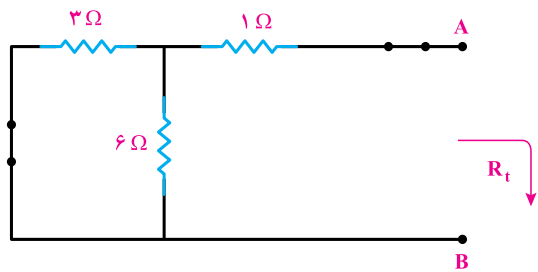
مثال: جریان مصرف کننده در شکل ۴۹ـ۱ را از دو روش معادل تونن مدار و معادل نورتن مدار بیابید.



شکل ۴۹ـ۱

$(R_L=10\Omega)$

مقاومت R_L از مدار جدا می‌شود و تمام منابع موجود در مدار هم‌زمان بی‌اثر می‌شود تا بتوان R_{th} را حساب کرد (شکل ۵۰ـ۱).



شکل ۵۰ـ۱

R_t همان R_{th} می‌باشد.

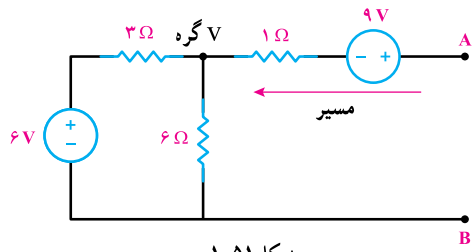
$$R_{th}=(3\|6)+1=3\ \Omega$$

* برای محاسبه V_{th} یا V_{OC} به صورت زیر عمل می‌کنیم (روش انتخابی : پتانسیل گره).

$$V_{OC}= V_{AB}= V_A - V_B$$

نقطه B به زمین مدار متصل است (شکل ۱ــ۵۱) $V_B = ۰$ پس باید V_A را بیابیم.

$$V_A = V_{\text{مسیر}} + V_{\text{گره}}$$



شکل ۱ـ۵۱

هنگام حرکت از نقطه A به گره مدار از منبع ولتاژ و مقاومت ۱Ω می‌گذریم.

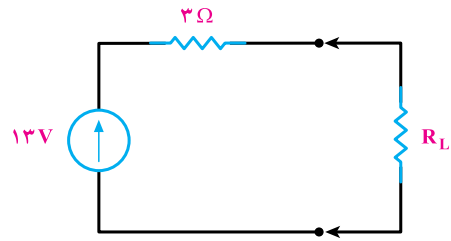
$$V_{\text{مسیر}} = +۹ + ۱ \times ۰ = ۹V$$

تذکر: چون مدار باز است از مقاومت ۱Ω هیچ جریانی عبور نمی‌کند پس ولتاژ دو سر آن صفر است.

$$KCL: \frac{V-۶}{۳} + \frac{V}{۶} + ۰ = ۰ \rightarrow ۳V = ۱۲ \rightarrow V = ۴v$$

$$V_A = ۹ + ۴ = ۱۳ \rightarrow V_{AB} = ۱۳ - ۰ = ۱۳V = V_{th}$$

مدار معادل تونن مطابق شکل ۱ــ۵۲ به صورت زیر است :



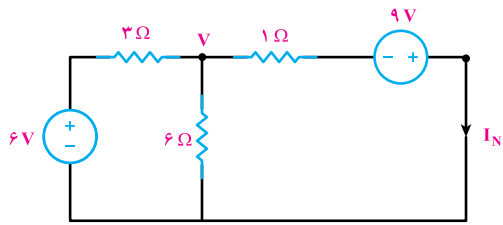
شکل ۱ـ۵۲

$$R_L = ۱۰\Omega \rightarrow I_L = \frac{V}{R_t} = \frac{۱۳}{۱۳} = ۱A$$

روش محاسبه I_N : R_L را از مدار باز کرده و جای آن اتصال کوتاه می‌گذاریم (شکل ۱ــ۵۳).

$$\xrightarrow{\text{پتانسیل گره}} \left(\frac{V-۶}{۳} + \frac{V}{۶} + \frac{V-(-۹)}{۱} = ۰\right) \times ۶$$

$$۲V-۱۲+V+۶V+۵۴=۰\rightarrow ۹V=-۴۲\rightarrow V=-\frac{۴۲}{۹}=-۴/۶۶\,V$$

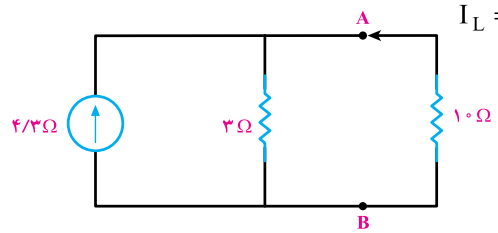


شکل۵۳ـ۱

با جاگذاری V در رابطه $I_N=\frac{V+۹}{۱}(I_N=\frac{-۴/۶۶+۹}{۱}=۴/۳A)$ I_N به‌دست می‌آید. البته برای حل این مسئله باز به هنرجویان تأکید شود روش‌های جمع آثار و حلقه نیز می‌تواند مفید باشد در ضمن به اتصال متقابل منبع ولتاژ ۹ ولتی با گره V توجه نمایید.

اینک مدار معادل نورتن مطابق شکل ۵۴ـ۱ خواهد بود.

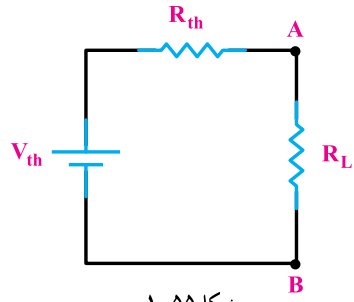
$$I_L=\frac{۴/۳\times ۳}{۳+۱۰}\simeq ۱A$$



شکل۵۴ـ۱

۱۰ـ۱ـ توان ماکزیمم منتقل شده به بار

R_L به عنوان مصرف کننده هنگامی بیشترین توان را از مدار تحویل می‌گیرد که مقدار R_L با R_{th} یا R_N مدار برابر باشد (شکل ۵۵ـ۱).



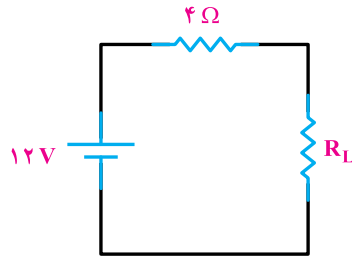
شکل۵۵ـ۱

$$P = R_L I_L^2 \rightarrow P = R_L \left(\frac{V_{th}}{R_L + R_{th}}\right)^2 \rightarrow P = \frac{V_{th}^2 \times R_L}{(R_L + R_{th})^2}$$

تابع تعریف شده مقدار توان دریافتی از منبع به‌ازای تغییر R_L می‌باشد که اگر P' (مشتق توان نسبت به R_L) را به‌دست آوریم.

$$P' = 0 \Rightarrow R_L = R_{th}$$

البته در کلاس مناسب است که مثالی به‌صورت شکل ۵۶ـ۱ طرح شود و برای R_L مقادیر ۳Ω، ۴Ω و ۵Ω استفاده شود و در هر حالت P محاسبه شود.



شکل ۵۶ـ۱

- $R_L = 3\Omega \rightarrow I_L = \frac{12}{4+3} = 1/71 \text{ A}$

$$P_L = R_L I_L^2 \rightarrow P_L = 3(1/71)^2 = 8/77 \text{ W}$$

- $R_L = 4\Omega \rightarrow I_L = \frac{12}{4+4} = 1/5 \text{ A}$

$$P_L = 4(1/5)^2 = 9 \text{ W}$$

- $R_L = 5\Omega \rightarrow I_L = \frac{12}{9} = 1/33 \text{ A}$

$$P_L = 5(1/33)^2 = 8/84 \text{ W}$$

نتیجه اینکه در حالتی که R_L با مقاومت سری شده برابر بود توان دریافتی بیشترین مقدار یعنی 9W به‌دست آمد.

* می‌توان توان ماکزیمم منتقل شده به بار را از دو رابطه

$$P_{max} = \frac{th}{4\ th}, \quad P_{max} = \frac{}{4} R_N I_N$$

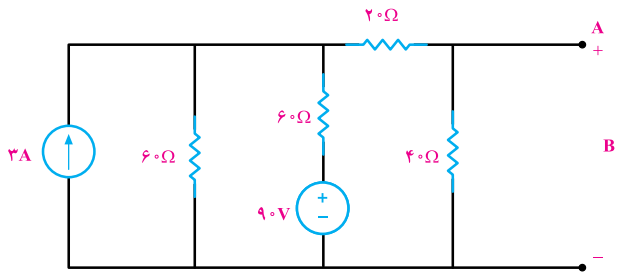
نیز به‌دست آورد.

یادآوری

توان ماکزیمم هنگامی‌به R_L می‌رسد که $R_L=R_{th}$ یا $R_L=R_N$ باشد.

۱ـ۱۰ـ۱ـ

مثال۱ : مطلوبست محاسبه معادل تونن مدار الکتریکی زیر از دو نقطه A و B (شکل ۵۷ـ۱).



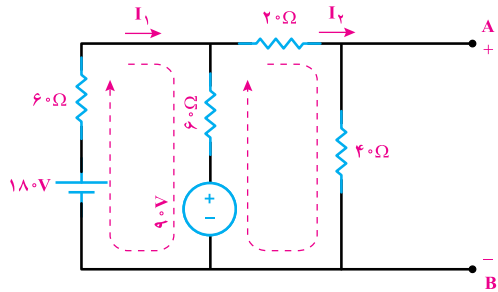
شکل۵۷ـ۱

ابتدا به محاسبه V_{OC} می‌پردازیم.

گام۱) با استفاده از تبدیل منابع مقاومت و جریان موازی را به یک مقاومت و ولتاژ سری مبدل می‌کنیم.

گام۲) تعیین جریان شاخه‌ها و نوشتن kvl

مطابق شکل ۵۸ـ۱ در دو مسیر نشان داده شده kvl می‌نویسیم :



شکل۵۸ـ۱

$$KVL_1) -۱۸۰+۶۰I_1+۶۰I_1-۶۰I_2+۹۰=۰$$

$$KVL_2) -۹۰+۶۰I_2-۶۰I_1+۲۰I_2+۴۰I_2=۰$$

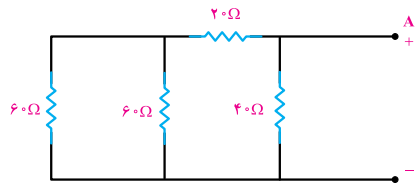
$$\begin{cases}۱۲۰I_1-۶۰I_2=۹۰\\ -۶۰I_1+۱۲۰I_2=۹۰\end{cases} \quad , \quad \begin{cases}I_1=۱/۵\,A\\ I_2=۱/۵\,A\end{cases}$$

گام ۳) با توجه به جریان‌های حاصل از حل دستگاه V_{th} را می‌یابیم.

$$V_{AB}=۴۰I_{۲}=۶۰\ V$$

سپس مقاومت معادل را می‌یابیم.

گام ۴) تمامی منابع را حذف کرده و مقاومت معادل دیده شده از دو سر A و B را می‌یابیم (شکل ۵۹ـ۱).

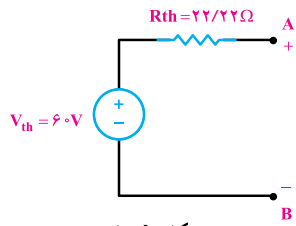


شکل ۵۹ـ۱

$$R_{th}=((۶۰\|۶۰)+۲۰)\|۴۰=۲۲/۲۲\Omega$$

گام ۵) معادل تونن مدار مانند شکل زیر از مقاومت معادل مدار سری با V_{th} تشکیل شده.

مطابق شکل ۶۰ـ۱ مدار تونن دیده شده از دو سر A و B رسم می‌شود.



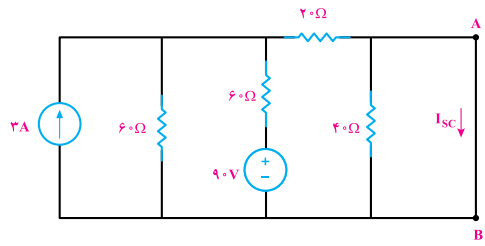
شکل ۶۰ـ۱

۲ـ۱۰ـ۱ـ

مثال ۲ : مطلوبست محاسبهٔ معادل نورتن مدار شکل ۶۱ـ۱ از دو سر A و B.

ابتدا به محاسبه I_{SC} می‌پردازیم.

گام ۱) دو سر A و B را اتصال کوتاه کرده و جریان عبوری از این شاخه را I_{SC} می‌نامیم (شکل ۶۱ـ۱).

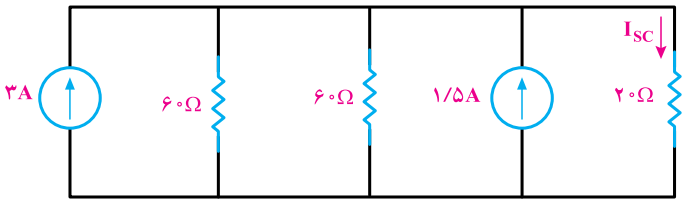


شکل ۶۱ـ۱

مقاومت ۴۰ اهمی اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود.

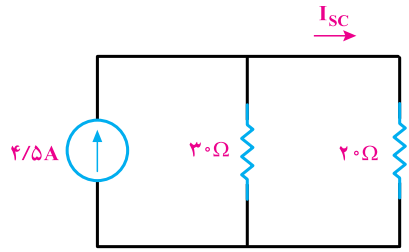
گام ۲) مقاومت ۶۰ اهمی و منبع ۹۰ ولتی را به اتصال موازی تبدیل می‌کنیم (شکل ۶۲ــ۱).

مطابق شکل ۶۲ــ۱ تبدیل منبع صورت می‌گیرد.



شکل ۶۲ــ۱

گام ۳) کلیهٔ منابع جریان موازی با هم را به یک منبع جریان مبدل کرده و مقاومت‌های موازی را به یک مقاومت معادل تبدیل می‌کنیم (جریان I_{SC} از مقاومت ۲۰ اهمی عبور می‌کند.) (شکل ۶۳ــ۱).

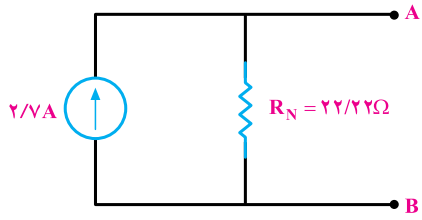


شکل ۶۳ــ۱

گام ۴) با استفاده از تقسیم جریان می‌توان جریان عبوری از مقاومت ۲۰ اهمی I_{SC} را محاسبه کرد.

$$I_{SC}=\frac{۴/۵\times ۳۰}{۵۰}=۲/۷\ A$$

گام ۵) معادل نورتن مدار مانند شکل ۶۴ــ۱، از مقاومت معادل مدار، موازی با I_{SC} تشکیل شده است.



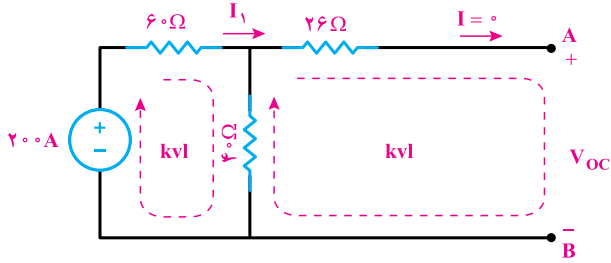
شکل ۶۴ــ۱

۳-۱۰-۱-

مثال۳ : مطلوبست محاسبهٔ معادل تونن مدار شکل ۶۵ ــ۱ .

ابتدا به محاسبهٔ V_{OC} می‌پردازیم.

گام ۱) تعیین جریان شاخه‌ها و نوشتن kvl مطابق شکل نشان داده شده (شکل ۶۵ــ۱) در دو مسیر آورده شده kvl می‌نویسیم.



شکل۶۵ـ۱

$$KVL) -۲۰۰+۶۰I_۱+۴۰I_۱=۰$$

$$I_۱=۲\ A$$

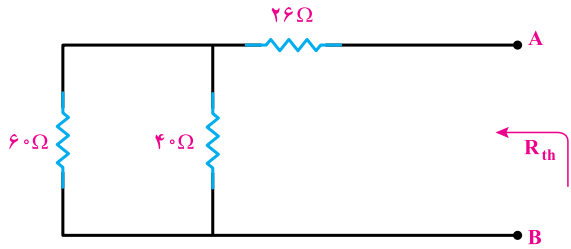
$$V_{OC}=۴۰I_۱=۸۰V$$

گام ۲) با توجه به جریان‌های حاصل از حل دستگاه V_{th} را می‌یابیم.

$$V_{OC}=V_{th}=۸۰V$$

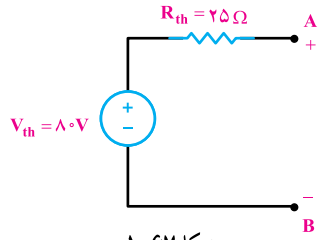
سپس مقاومت معادل را می‌یابیم.

گام ۳) تمامی منابع را حذف کرده و مقاومت معادل دیده شده از دو سر A و B را می‌یابیم (شکل ۶۶ــ۱).



شکل۶۶ـ۱

گام ۴) معادل تونن مدار مانند شکل زیر از مقاومت معادل مدار سری V_{th} تشکیل شده است (شکل ۶۷ــ۱).



شکل۶۷ـ۱

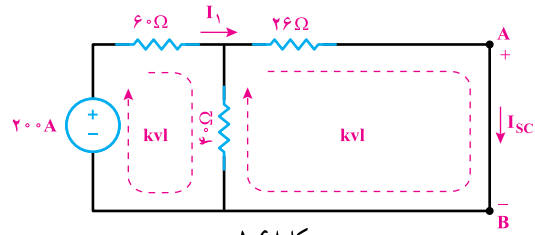
$$R_{th} = (۶۰ \| ۴۰) + ۲۶ = ۲۵\Omega$$

۴ـ۱۰ـ۱ـ

مثال۴ : مطلوبست محاسبهٔ معادل نورتن مدار شکل ۶۸ــ۱

ابتدا به محاسبهٔ I_{SC} می‌پردازیم.

گام۱) دو سر A و B را اتصال کوتاه کرده و جریان عبوری از این شاخه را I_{SC} می‌نامیم (شکل ۶۸ــ۱).



شکل۶۸ـ۱

گام۲) kvl را برای دو حلقه دیده شده در شکل ۶۸ــ۱ به صورت زیر می‌نویسیم :

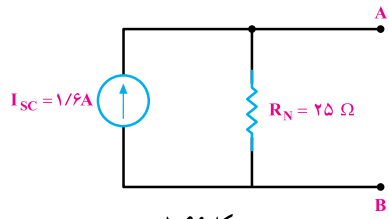
$$KVL_۱) -۲۰۰ + ۶۰I_۱ + ۴۰I_۱ - ۴۰I_{sc} = ۰$$

$$KVL_۲) ۴۰I_{sc} - ۴۰I_۱ + ۲۶I_{sc} = ۰$$

گام۳) حل دستگاه و محاسبه مقادیر جریان‌ها

$$\begin{cases} ۱۰۰I_۱ - ۴۰I_{sc} = ۲۰۰ \\ -۴۰I_۱ + ۶۶I_{sc} = ۰ \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} I_۱ = ۲/۶۴\,A \\ I_{sc} = ۱/۶\,A \end{cases}$$

گام۴) معادل نورتن مدار مانند شکل زیر، از مقاومت معادل مدار، موازی با I_{SC} تشکیل شده است (شکل ۶۹ــ۱).



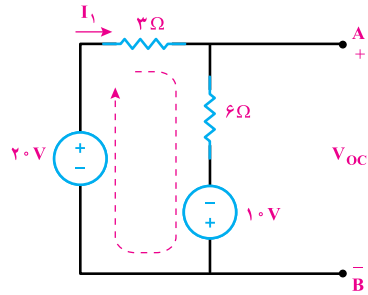
شکل۶۹ـ۱

۵ـ۱۰ـ۱ـ حل تمرین ۱۳ صفحه ۵۰ کتاب درسی (شکل ۷۰ـ۱)

هدف : محاسبهٔ معادل تونن مدار از دو سر A و B

ابتدا به محاسبه V_{OC} می‌پردازیم.

گام ۱) تعیین جریان شاخه‌ها و نوشتن KVL و سپس محاسبه مقاومت R_{th}



شکل ۷۰ـ۱

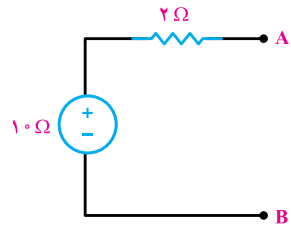
$$KVL) -۲۰+۳I_۱+۶I_۱-۱۰=۰$$

$$I_۱=۳/۳\ A \quad , \quad R_{th}=۶\|۳=۲\Omega$$

گام ۲) با توجه به جریان‌های حاصل از حل دستگاه V_{th} را می‌یابیم.

$$V_{OC}= V_{AB}=V_{th}=۶\times ۳/۳-۱۰=۱۰\ V$$

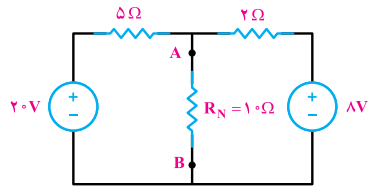
گام ۳) مطابق شکل ۷۱ـ۱ مدار معادل تونن ترسیم می‌شود.



شکل ۷۱ـ۱

۶ـ۱۰ـ۱ـ حل تمرین شماره ۲۱ صفحه ۵۳ کتاب درسی (شکل ۷۲ـ۱)

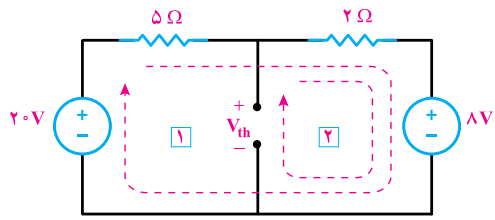
هدف : محاسبه جریان R_L از روش مدار معادل تونن



شکل ۷۲ـ۱

در ابتدا V_{OC} را می‌یابیم. برای این‌کار ابتدا R_L را از مدار باز می‌کنیم.

گام ۱) بار R_L را حذف کرده و مطابق شکل ۷۳ـ۱ داریم :



شکل۷۳ـ۱

گام ۲) نوشتن KVL در حلقه‌های مربوطه، حل معادلات و یافتن V_{th}

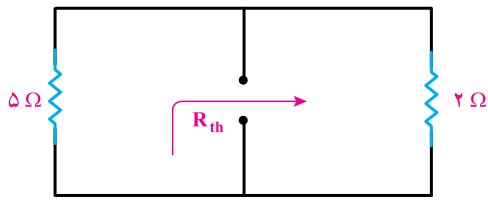
در حلقه بزرگ $KVL_{۱}) -۲۰+۵I+۲I+۸=۰$

$KVL_{۲}) -V_{th}+۲I+۸=۰$

$$\begin{cases} I=۱/۷۱\,A \\ V_{th}=۱۱/۴۳\,A \end{cases}$$

محاسبه R_{th}

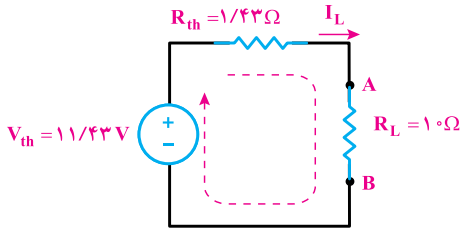
گام ۳) حذف تمام منابع و محاسبه مقاومت معادل از دو سر B و A (شکل ۷۴ـ۱).



شکل۷۴ـ۱

معادل تونن مدار یک مقاومت و ولتاژ سری می‌باشد.

گام ۴) مقاومت R_L را به دو سر A و B وصل می‌کنیم و مطابق شکل ۷۵ـ۱ با نوشتن یک KVL مقدار جریان بار I_L را به‌دست می‌آوریم.



شکل۷۵ـ۱

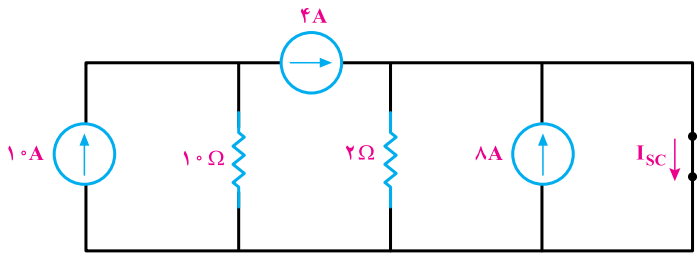
گام ۵) KVL مربوطه را نوشته و I_L را محاسبه می‌کنیم.

$$KVL) -۱۱/۴۳ + ۱/۴۳ I_L + ۱۰ I_L = ۰ \quad , \quad I_L = ۱A$$

۷ـ۱۰ـ۱ـ حل تمرین شماره ۲۱ صفحه ۵۳ کتاب درسی

هدف : محاسبهٔ جریان R_L را از روش مدار معادل نورتن برای دریافت توان ماکزیمم :

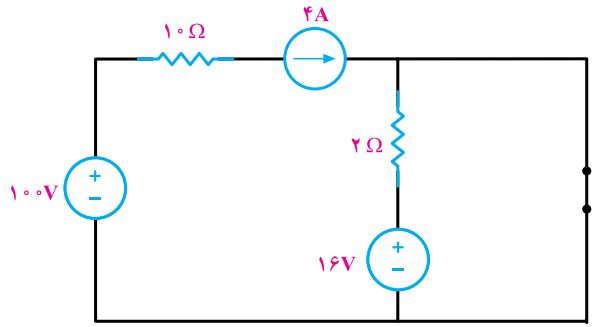
ابتدا مطابق شکل ۷۶ـ۱ به محاسبهٔ I_{SC} می‌پردازیم.



شکل۷۶ـ۱

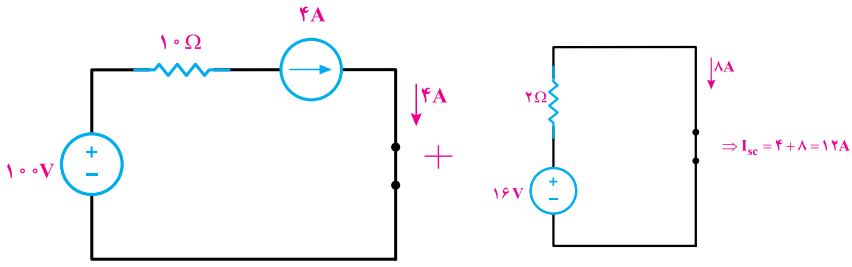
گام ۱) بار R_L را اتصال کوتاه می‌کنیم.

گام ۲) با استفاده از تبدیل منابع مدار مطابق شکل ۷۷ـ۱ معادل خواهد شد.



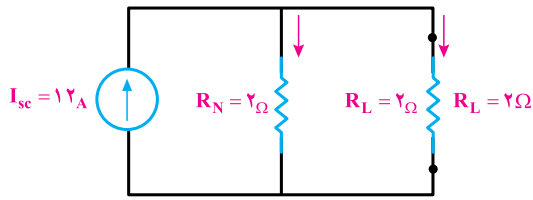
شکل۷۷ـ۱

مدار بالا دقیقاً مانند ۲ مدار به صورت زیر عمل می‌کند.



مدار (۱) شکل۷۸ـ۱ مدار (۲)

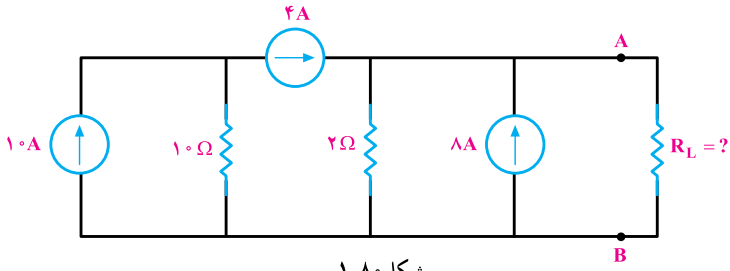
بنابراین جریان I_{SC} معادل ۱۲A از جمع اثر دو مدار دیده شده خواهد بود. با توجه به مقدار R_N برابر ۲Ω (دریافت توان ماکزیمم) و مدار معادل نورتن و برابر R_L و R_N مقدار جریان R_L برابر ۶A خواهد بود. (شکل ۷۹ـ۱)



شکل ۷۹ـ۱

۸ـ۱۰ـ۱ـ حل تمرین شماره ۲۱ صفحه ۵۳ کتاب درسی (شکل ۸۰ـ۱)

در شکل ۸۰ـ۱ مقدار R_L چقدر باشد تا حداکثر توان به آن منتقل شود در این حالت حداکثر توان چند وات است؟



شکل ۸۰ـ۱

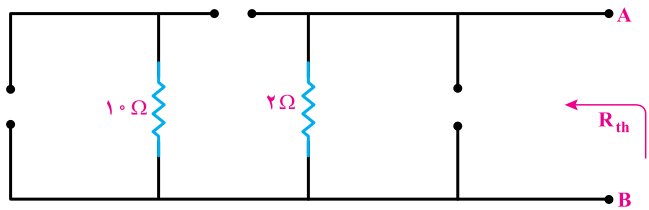
هدف :

۱) محاسبه توان ماکزیمم

۲) محاسبه R_L تحت شرایطی که P_{max} به بار برسد.

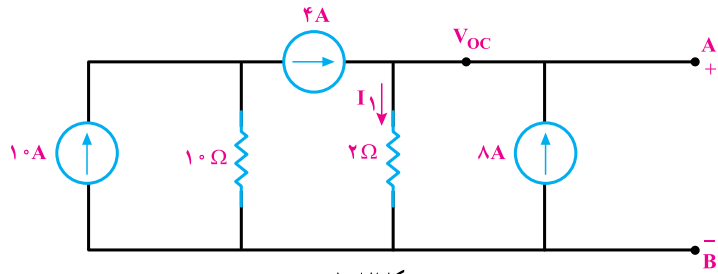
۳) برای اینکه ماکزیمم توان اتفاق بیفتد، باید بار با مقاومت دیده شده از دو سر بار برابر باشد.

گام ۱) محاسبه R_{th} دیده شده از دو سر بار مطابق شکل ۸۱ـ۱ منابع را بی‌اثر می‌کنیم. یعنی هر سه منبع جریان باز می‌شوند و مقدار R_{th}=۲Ω به‌دست می‌آید.



شکل ۸۱ـ۱

گام ۲) محاسبهٔ V_{OC} همان‌طور که در شکل ۸۲ــ۱ دیده می‌شود با استفاده از kcl می‌توانیم جریان I_1 را به‌دست آوریم و از آنجا به مقدار V_{OC} برسیم.

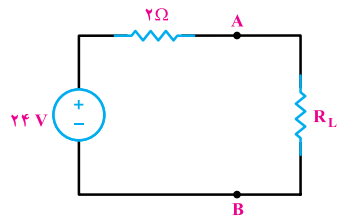


شکل۸۲ـ۱

KCL) $۴+۸-I_1=۰$, $I_1=۱۲$ A

$V_{OC}=۲I_1=۲۴$ V

گام ۳) بار R_L را به دو سر معادل تونن اضافه کرده تحت شرایطی که $R_L=R_{th}$ شود. (شکل ۸۳ــ۱)



شکل۸۳ـ۱

$R_{th}=۲\Omega$

گام ۴) محاسبه P_{max} با توجه به فرمول مربوطه.

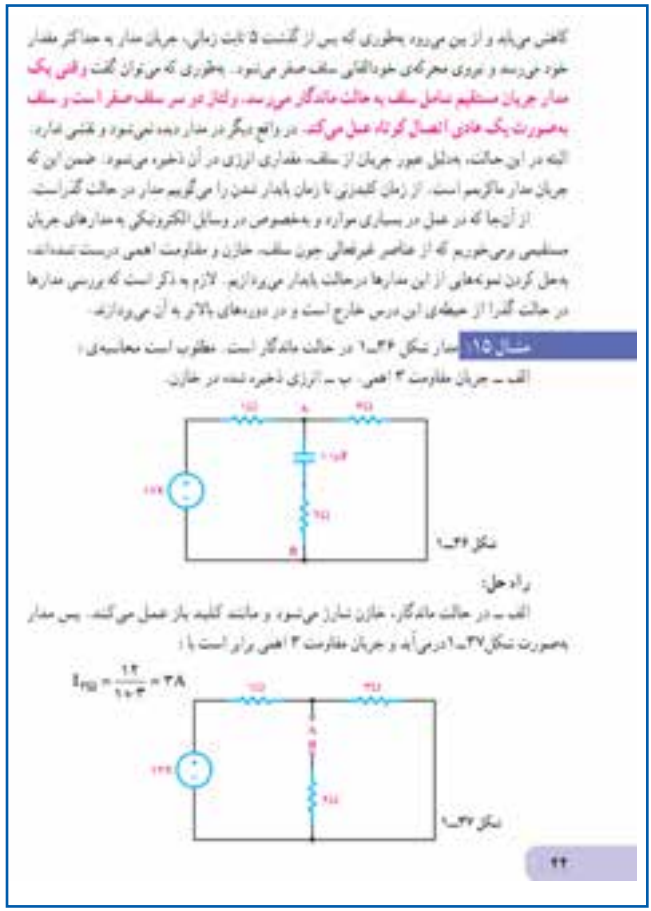
$$P_{max}=\frac{V_{th}^{۲}}{۴R_{th}}$$

$$P_{max}=\frac{(۲۴)^{۲}}{۴(۲)}=\frac{۲۴\times۲۴}{۸}=۷۲\ W$$

۱۱ـ۱ـ وجود سلف و خازن در مدارهای جریان مستقیم

هنرجویان در درس مبانی برق با مفهوم ثابت‌زمانی آشنا شده‌اند و به رفتار سلف و خازن در حالتی که از اتصال آنها به منبع جریان و ولتاژ بیش از ۵ ثابت‌زمانی گذشته باشد اشاره شده‌است.

خازن پس از ۵ ثابت‌زمانی تقریباً به حالت ماندگار خود رسیده است و دیگر از آن جریانی عبور نمی‌کند و می‌توان آن را مدار باز در نظر گرفت.



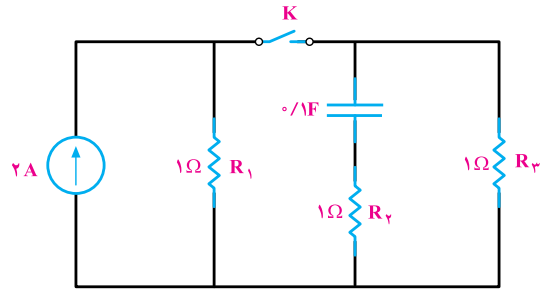
سلف نیز پس از ۵ ثابت‌زمانی تقریباً به حالت ماندگار خود رسیده‌است و می‌توان آن را به صورت اتصال کوتاه در نظر گرفت.

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه $W_C = \frac{1}{2}CV_C^2$ و بار خازن از رابطه $q=C.V$ محاسبه می‌شود.

انرژی ذخیره شده در سلف از رابطه $W_L = \frac{1}{2}LI_L^2$ به‌دست می‌آید.

۱ـ۱۱ـ۱ـ حل تمرین شماره ۱۸ صفحه ۵۱ کتاب درسی (شکل ۸۴ـ۱)

هدف : در شکل ۸۴ـ۱ پس از وصل کلید مدار و رسیدن مدار به حالت پایدار انرژی ذخیره شده در خازن را بیابید.



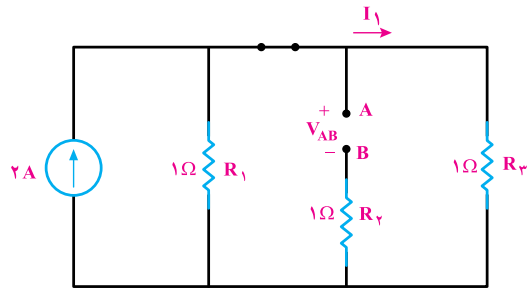
شکل۸۴ـ۱

گام ۱) اتصال کلید K

خازن پس از رسیدن مدار به حالت پایدار (تعداد ۵ ثابت‌زمانی) خود به صورت اتصال باز در نظر گرفته می‌شود.

تحلیل مدار با شرایط جدید، مدار پس از رسیدن به حالت پایدار به صورت زیر خواهد بود.

مطابق شکل ۸۵ـ۱ خازن از محل دو سر A و B باز می‌شود.



شکل۸۵ـ۱

گام ۲) برای محاسبه انرژی ذخیره شده در خازن، باید ولتاژ دو سر خازن (A و B) محاسبه شود.

تذکر: مقاومت R_2 سری شده با خازن، با باز شدن خازن از مدار خارج می‌شود و چون جریانی از این مقاومت عبور نمی‌کند پس ولتاژ دو سر خازن یا V_{AB} همان ولتاژ دو نقطه A و C است. ($V_{AB}=V_{AC}$)

مقاومت R_1 و R_3 با همدیگر موازی هستند پس

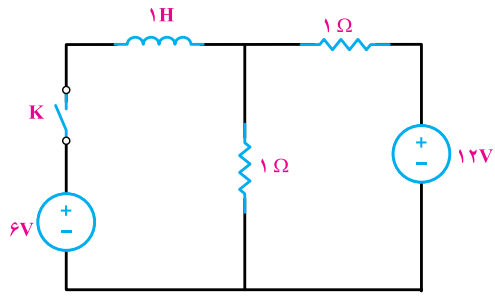
$$I_1 = ۲\times\frac{۱}{۱+۱}=۱\,A$$
$$V_{AB}=۱\times۱=۱\,V$$

گام ۳) تعیین انرژی ذخیره شده در خازن با توجه به فرمول زیر :

$$W_C=\frac{۱}{۲}CV_{AB}^{۲}=\frac{۱}{۲}(۰/۱)(۱)^{۲}=۰/۰۵\,j$$

۲ـ۱۱ـ۱ـ حل تمرین شماره ۱۸ صفحه ۵۲ کتاب درسی (شکل ۸۶ ـ ۱)

هدف : محاسبه انرژی ذخیره شده در سلف در حالت ماندگار

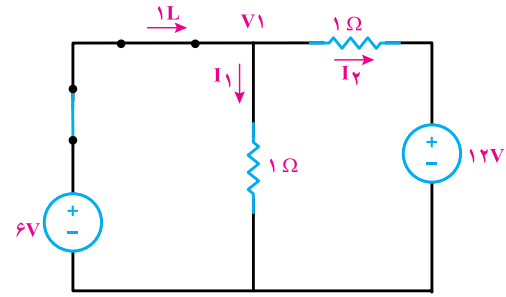


شکل۸۶ـ۱

گام ۱) اتصال کلید K

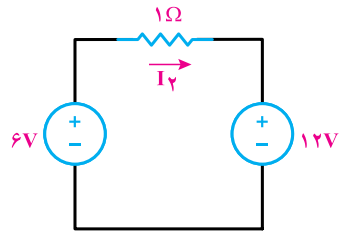
مدار پس از گذشت ۵ ثابت‌زمانی به حالت پایدار خود خواهد رسید و سلف اتصال کوتاه می‌شود.

تحلیل مدار با شرایط جدید، مدار پس از رسیدن به حالت پایدار به صورت نشان داده شده در شکل ۸۷ ــ ۱ خواهد بود.



شکل۸۷ـ۱

گام ۲) مقاومت موازی با منبع ولتاژ حذف می‌شود و مطابق شکل ۸۸ ــ ۱ مدار زیر تشکیل می‌شود.



شکل۸۸ـ۱

$$I_۲=\frac{۶-۱۲}{۱}=-۶\ A$$

$$V_۱=۶\ v\rightarrow I_۱=۶\ A$$

$$KCL)\ -۶-I_L+۶=۰\quad ,\quad I_L=۰\ A$$

یادآوری

مقاومت موازی شده با منبع ولتاژ و مقاومت سری شده با منبع جریان بی‌اثر هستند.

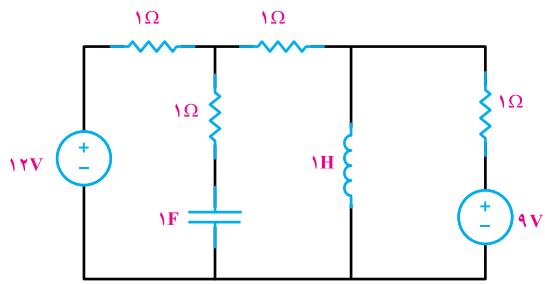
گام ۳) تعیین انرژی ذخیره شده در سلف با توجه به فرمول زیر :

$$W_L=\frac{۱}{۲}LI_L^۲=\frac{۱}{۲}(۱)(۰)^۲=۰\ W$$

مقدار انرژی ذخیره شده صفر است.

۳ـ۱۱ـ۱ـ حل تمرین شماره ۱۹ صفحه ۵۲ کتاب درسی (شکل ۸۹ ـ ۱)

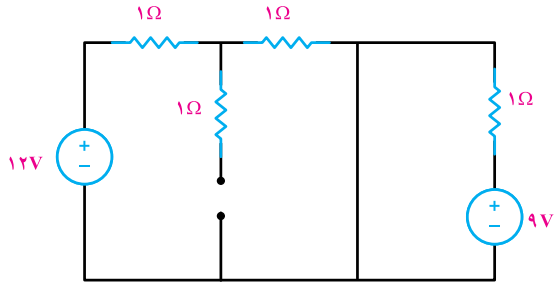
هدف : تعیین توان هرکدام از منابع ولتاژ در حالت پایدار (ماندگار)



شکل ۸۹ـ۱

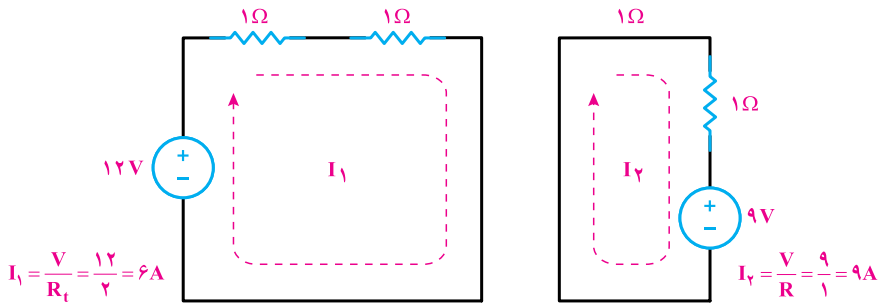
توجه: برای تحلیل مدار در حالت پایدار باید سلف را اتصال کوتاه کرده و خازن را اتصال باز کنید.

گام ۱) مدار را در حالت ماندگار فرض می‌کنیم که به‌صورت شکل ۹۰ــ۱ خواهد بود.



شکل ۹۰ـ۱

مدار بالا دقیقاً مثل دو شبکه و دو مدار جدا عمل می‌کنند. پس برای تحلیل آن دو مدار را جداگانه تحلیل می‌کنیم.



شکل۹۱ـ۱

گام ۲) پس از محاسبهٔ جریان‌ها به روش تحلیل جریان خانه، توان را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$P_{۱۲V}=۱۲\times(۶)=۷۲\ W$ تولیدی

$P_{۹V}=۹(I_۲)=۹(۹)=۸۱\ W$ تولیدی

هنرآموزان گرامی

شرح راهنمای تدریس فصل اول کتاب مدارهای الکتریکی و توضیح شیوه حل بعضی مسائل آن در اینجا پایان می‌یابد. پیشنهاد می‌شود همکاران ارجمند، هنرجویان را برای کسب مهارت بیشتر در حل تمرین و تسلط بر تحلیل مدارهای مختلف، تشویق به استفاده از کتاب کار مدار الکتریکی (کد ۴۷۱/۲) نمایند تا با حل مسائل بیشتر به مهارت کافی در درس مدار الکتریکی برسند.