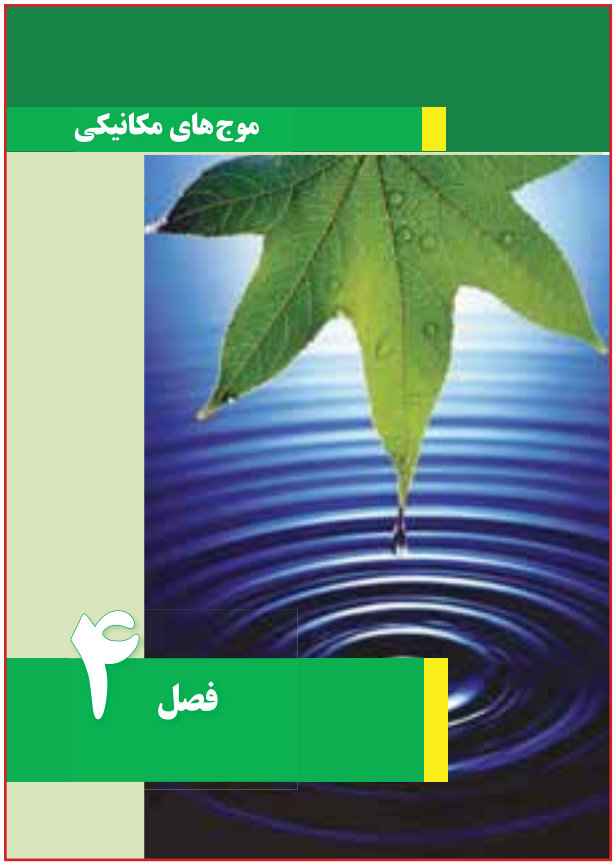
فصل چهارم

موج‌های مکانیکی



توماس یانگ (۱۸۲۹ـ۱۷۷۳میلادی) فرزند ارشد در میان ده خواهر و برادر بود که در میلورتن انگلستان به دنیا آمد. با وجود آنکه در دورسِت‌شایر به مدرسهٔ کامپتون رفت و بعد از آن هم معلم خصوصی داشت، وی را می‌توان تا حدودی خود آموخته به‌شمار آورد. معروف است که قبل از نوجوانی به چند زبان تسلط پیدا کرده بود، و به همین خاطر اغلب از او به کودک نابغه یاد می‌کردند. یانگ در نوزده سالگی در لندن شروع به تحصیل پزشکی کرد، و چند روز بعد از آغاز بیست‌ویک‌سالگی‌اش به‌عنوان یکی از جوان‌ترین اعضا به عضویت افتخارآمیز انجمن سلطنتی لندن انتخاب شد. پنج سال بعدی را یانگ برای ادامهٔ تحصیلات پزشکی‌اش در ادینبرا، گوتینگن، و کمبریج گذراند. در سال ۱۷۹۹ به لندن رفت و مشغول طبابت شد. از آن به بعد مشغله و منبع اصلی درآمدش پزشکی بود، ولی البته دو سال بسیار مهم (۱۸۰۱ـ۱۸۰۳) را هم عهده‌دار سمت استادی فلسفهٔ طبیعی در مؤسسهٔ سلطنتی تازه تأسیس بریتانیای کبیر بود.

یانگ اگرچه کلاس‌های درس خسته‌کننده‌ای داشت و قادر به جلب توجه مخاطبان نبود، اما جزوه‌های منتشر شده‌اش حاکی از اشراف او بر علم و کارهای نوآورانه‌اش در زمینه‌های متعدد و به‌ویژه در نورشناسی است. در همان دوران تحصیل پزشکی، رساله‌ای دربارهٔ بینایی و سپس رساله‌ای دربارهٔ صوت نوشته بود، و ضمن پرداختن به پدیدهٔ زنش آن را با استفاده از تداخل دو موج صوتی تحلیل کرده بود. در یکی از مقاله‌های خود درسال ۱۸۰۰، یانگ ابتدا به شباهت‌های میان صوت و نور پرداخته بود و استدلال کرده بود که نظریهٔ موجی در مقایسه با نظریهٔ رایج ذره‌ای قابل قبول‌تر است. طی سه سال بعد، سه مقالهٔ دیگر هم به چاپ رساند و نشان داد که نظریهٔ موجی‌اش در تبیین پدیده‌ها نظریهٔ قدرت‌مندی است. مقالهٔ اول (که در سال ۱۸۰۲ به چاپ رسید) با این اظهارنظر شروع شد که نور همان موجی است که در اثیر فراگیر تولید می‌شود، و بسامد همین موج‌هاست که به ایجاد حس رنگ می‌انجامد.

مهم‌ترین کار نوآورانهٔ یانگ، کاربرد اصل سادهٔ تداخل در نورشناسی بود. وقتی دو موج مشابه همفاز یا ناهمفاز (با اختلاف فاز 180°) باشند، تداخل سازنده یا ویرانگر به‌وجود می‌آید. یانگ برخلاف اصل تداخلی که بعدها آگوست فرنل آن را فرمول‌بندی کرد، با تداخل دو پرتو نور سروکار داشت. تداخل را قانونی عام درنظر گرفت، و آن را برای توجیه پدیده‌هایی از قبیل حلقه‌های نیوتون، رنگ‌های لایه‌های نازک، فریزهای پراش داخلی در سایهٔ تار، و (در سال ۱۸۰۷) فریزهای حاصل از آزمایش معروف دو شکاف یانگ به‌کار گرفت. در اواخر دههٔ ۱۸۱۰ هم، با فرض آنکه نور حرکت ارتعاشی عرضی است، نظریه‌اش را برای توضیح پدیدهٔ قطبش نیز به‌کار برد.

نوآوری‌های دیگری هم با نام یانگ پیوند خورده‌اند که نمونه‌اش معرفی مدول کشسانی و وسیله‌ای برای اندازه‌گیری اپتیکی ابعاد ذرات و تارهاست. یانگ دربارهٔ موضوعات پزشکی و زبان‌های باستانی نیز مقالات زیادی نوشت، و از جمله به خواندن خط تصویری هیروگلیف مصریان روی کتیبهٔ روزتا پرداخت. یانگ که از اعضای فعال جامعهٔ علمی لندن بود، از سال ۱۸۰۴ تا پایان عمرش سمت دبیری خارجی انجمن سلطنتی را برعهده داشت، و از سال ۱۸۱۸ تا ۱۸۲۸ هم دبیر شورای تعیین طول جغرافیایی بود. یانگ عضو حزب محافظه‌کار بود، و در سال ۱۸۰۴ با زنی از طبقهٔ اشراف ازدواج کرد.

موج های مکانیکی

نگاهی به فصل : مبحث موج یکی از مبحث‌های مهم فیزیک است. بیشترین اطلاعاتی که از جهان اطرافمان دریافت می‌کنیم، از طریق انتشار موج‌ها صورت می‌گیرد.

برخی از موج‌ها برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند؛ این‌گونه موج‌ها را **موج‌های مکانیکی** می‌نامند. تشکیل موج بر سطح آب راکد، در اثر وزش باد یا هر عامل دیگری که باعث برهم‌زدن تعادل آب شود، نمونه‌ای آشنا از موج‌های مکانیکی است. انتقال صوت از منبع به شنونده، با موج‌های صوتی که در هوا منتشر می‌شوند، صورت می‌گیرد. موج صوتی نیز نوعی موج مکانیکی است که در فصل اول فیزیک (۲) با ویژگی‌های آن بیشتر آشنا می‌شوید.

نوع دیگری از موج‌ها که می‌توانند در محیط‌های غیرمادی (خلأ) نیز منتشر شوند، **موج‌های الکترومغناطیسی** نامیده می‌شوند. برای مثال هم‌اکنون که در حال خواندن این نوشته‌ها هستید، اطلاعات را به صورت نوری که از صفحهٔ کتاب باز می‌تابد دریافت می‌کنید. نور نوعی موج الکترومغناطیسی است. در فصل دوم فیزیک (۲) با ماهیت و ویژگی‌های این گونه موج‌ها آشنا می‌شوید. هرچند ماهیت موج‌های مکانیکی و الکترومغناطیسی با یکدیگر تفاوت دارند، اما رفتار و ویژگی‌های آنها از جهت‌های زیادی، مشابه یکدیگر است. برای مثال هر دو در حین انتشار می‌توانند انرژی را از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر منتقل کنند.

۴ــ۱ــ موج

پیش از این با نیروی کشسانی فنر آشنا شدیم. اگر در یک فنر تغییر طولی ایجاد کنیم، بین هر دو حلقهٔ مجاور فنر نیروی کشسانی به‌وجود می‌آید که می‌خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند. به فنر یا هر محیط دیگری که مانند فنر عمل می‌کند محیط کشسان گفته می‌شود. پس محیط کشسان محیطی است که وقتی در آن تغییر شکلی ایجاد شود نیروهای کشسان ایجاد شده بین اجزای محیط، تمایل دارند محیط را به حالت اول خود برگردانند. بیشتر جامدها، مایع‌ها و گازها محیط‌های کشسان هستند. مثلاً اگر یک تیغهٔ فنری را خم کرده و رها کنیم، به حالت اول برمی‌گردد. اگر توپی را که بر سطح آرام آب درون تشتکی

هدف‌های آموزشی فصل

انتظار می‌رود دانش‌آموزان با خواندن این فصل با موارد زیر آشنا شوند :

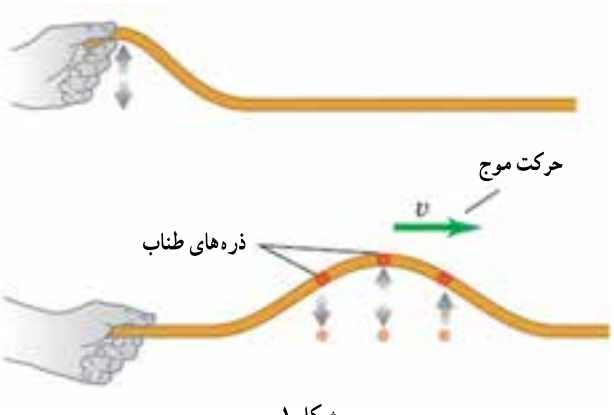
- مفهوم موج مکانیکی و تفاوت انواع موج‌های مکانیکی.
- نحوهٔ استفاده از رابطهٔ بین سرعت، بسامد و طول موج برای یک موج دوره‌ای.
- پیدا کردن سرعت یک موج در یک طناب یا تار کشیده.
- توصیف یک موج سینوسی به کمک یک تابع ریاضی.
- تشخیص نقاط هم‌فاز و ناهم‌فاز در یک لحظهٔ معین روی نقش یک موج.

موج‌های مکانیکی ۱

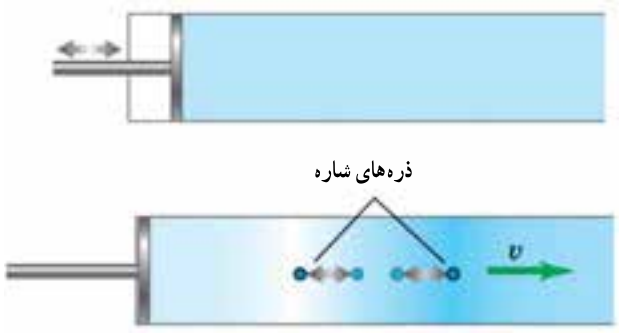
راهنمای تدریس : پیش از آغاز بخش ۴ــ۱ کتاب درسی، ضمن توجه دادن دانش‌آموزان به مقدمهٔ فصل، از آنها بخواهید آنچه از مفهوم موج می‌دانند (در علوم دورهٔ راهنمایی به‌طور کامل با مفاهیم موج به‌طور کیفی آشنا شده‌اند) را در کلاس درس به بحث بگذارند. بحث‌های مطرح شده توسط دانش‌آموزان، به شما کمک می‌کند تا با دانسته‌های قبلی و همچنین برداشت‌های نادرست آنها نسبت به مفهوم موج آشنا شوید و در حین آموزش بخش‌های مختلف این فصل سعی کنید که این برداشت‌های نادرست را که در طول سال‌های قبل در ذهن آنها شکل گرفته است اصلاح نمایید.

افزون بر نکاتی که در «نگاهی به فصل» کتاب درسی به آنها اشاره شده است، می‌توانید به مثال‌های دیگری از پدیده‌های موجی، از قبیل برجستگی‌ها و فرورفتگی‌های سطح آب درون یک استخر، آواهای موسیقی و تکان‌های لرزه‌ای که توسط زمین‌لرزه شروع می‌شوند، اشاره نمایید.

از آنجا که در این فصل تأکید روی موج‌هایی است که روی یک ریسمان یا تار کشیده حرکت می‌کنند، بهتر است در ابتدا محدودهٔ بحث را برای دانش‌آموزان تبیین نمایید.



شکل ۱



شکل ۲

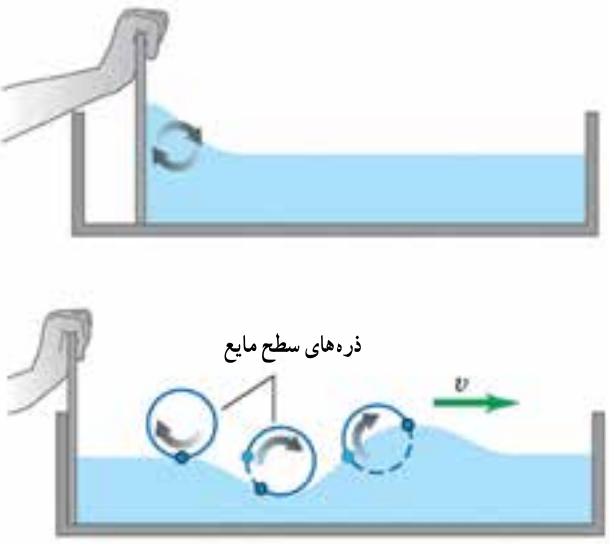
۴ــ۱ــ موج

راهنمای تدریس : در این بخش دانش‌آموزان فرا می‌گیرند که موج‌های مکانیکی تنها در محیط‌هایی حرکت می‌کنند که کشسان باشند. به عبارت دیگر، موج مکانیکی به‌عنوان یک آشفتگی، وقتی درون یک محیط کشسان حرکت می‌کند ذره‌های سازنده محیط را دستخوش انواع مختلف جابه‌جایی‌ها می‌کند.

در شکل ۱، محیط انتشار موج، سیم یا طناب در حال کشش است. اگر انتهای چپ را کمی رو به بالا تکان دهیم یا به حرکت درآوریم، این آشفتگی در امتداد طول طناب انتشار می‌یابد.

در شکل ۲ محیط انتشار موج، مایع یا گازی درون یک لوله است که در انتهای راست آن دیواره‌ای صلب و در انتهای چپ آن پیستون قابل حرکتی قرار دارد که می‌تواند به جلو یا عقب حرکت کند.

در شکل ۳ محیط انتشار موج، مایعی درون یک کانال، مانند آب درون یک جوی یا کانال آبیاری است. وقتی تختهٔ مسطح در انتهای چپ را یک بار جلو و عقب کنیم، یک آشفتگی موجی در طول کانال حرکت می‌کند.



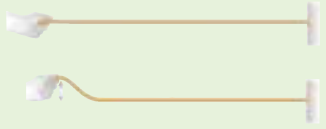
شکل ۳

این مثال‌ها، سه چیز مشترک دارند. نخست، در هر حالت آشفتگی با سرعت معینی درون محیط حرکت می‌کند یا منتشر می‌شود. (سرعت موج، با سرعت حرکت ذره‌های محیط که توسط موج آشفته می‌شوند برابر نیست.) دوم این‌که، خود محیط درون فضا منتقل نمی‌شود بلکه تک‌تک ذره‌های آن حول نقطهٔ تعادلشان به جلو و عقب یا بالا و پایین حرکت می‌کنند. آنچه که حرکت می‌کند نقش کلی آشفتگی موج است. سوم، برای به حرکت

قرار دارد، کمی بیشتر در آب فرو برده و رها کنیم، به حالت اول برمی‌گردد. به همین ترتیب اگر انتهای سُرنگی را با دست مسدود کرده و پیستون را به درون آن فروببریم و رها کنیم، پیستون به حالت اول برمی‌گردد. در همهٔ این مثال‌ها، تیغهٔ فنری، آب و هوای درون سرنگ محیط‌هایی کشسان هستند.

فعالیت ۴ــ۱

طناب درازی را به نقطه‌ای محکم کنید و آن را بکشید (شکل ۴ــ۱ــ الف) اکنون مطابق شکل (۴ــ۱ــب) تغییر شکلی در آن ایجاد کنید. رفتار بعدی طناب را مشاهده و نتیجهٔ مشاهده‌های خود را به کلاس گزارش کنید. همین آزمایش را با یک فنر تکرار کنید.



شکل ۴ــ۱

یک محیط کشسانِ در حال تعادل را درنظر بگیرید. اگر تغییر شکلی در جزء کوچکی از این محیط ایجاد نموده و آن را به حال خود رها کنیم چه روی می‌دهد؟

مثلاً فنری را درنظر بگیرید که روی یک سطح افقی صاف به حال سکون قرار دارد (شکل ۴ــ۲ــ الف). اگر مطابق شکل ۴ــ۲ــب، چند حلقهٔ فنر را به یک سمت بکشیم و تغییر شکلی در آن ایجاد کرده و آن را رهایش کنیم، می‌بینیم که حلقه‌های جابه‌جا شده به‌جای اول برگشته و حلقه‌های مجاور آن از وضع تعادل خارج می‌شوند و همان شکل حلقه‌های قبلی را به خود می‌گیرند. این تغییر شکل، جزء به جزء در طول فنر منتقل می‌شود و تا آخر در آن پیش می‌رود (شکل‌های ۴ــ۲ــپ و ت) علت انتقال تغییر شکل، وجود نیروی بازگرداننده بین حلقه‌های فنر است.

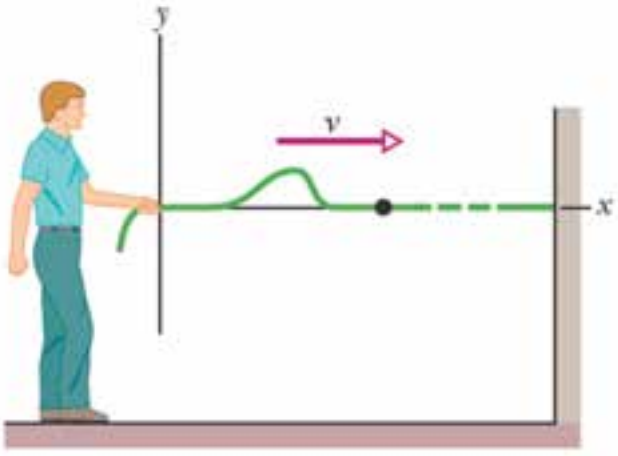
۹۷

درآوردن هر کدام از این سامانه‌ها، باید با انجام کار مکانیکی روی سامانه به آن انرژی بدهیم. حرکت موجی، این انرژی را از یک ناحیهٔ محیط به ناحیهٔ دیگر منتقل می‌کند. موج‌ها، تنها انرژی را از یک ناحیه به ناحیهٔ دیگر منتقل می‌کنند نه ماده را.

پس از بررسی مثال‌های بالا و توجه دادن آنها به ویژگی‌های مشترک موج‌های مکانیکی، لازم است تا به تمایز بین **موج** و **تپ** **موج** نیز توجه کنند.

مثال شکل ۱، مثالی از تپ‌موج است. دست تنها یک بار طناب را به بالا و پایین تکان می‌دهد و در حین این کار نیرویی عمودی به آن وارد می‌شود. نتیجهٔ این کار ایجاد یک «برجستگی» یا «تپ» است که در امتداد طول طناب حرکت می‌کند. کشش موجود در طناب پس از عبور تپ، آن را به شکل خط راست بازمی‌گرداند.

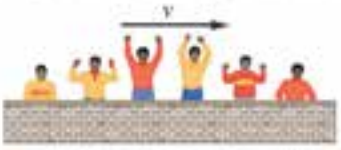
برای انجام این فعالیت ساده در کلاس درس، یک سر ریسمانی را به قسمتی از کلاس که مناسب است محکم ببندید و سپس ریسمان را از سر دیگر آن بکشید تا به‌صورت خط راست درآید. آنگاه یک تکان رو به بالا و پایین در ریسمان کشیده شده ایجاد کنید (شکل ۴)، تا یک تپ موج در راستای ریسمان کشیده شده منتشر شود. (این فعالیت را به‌جای فعالیت ۴ کتاب درسی نیز می‌توانید انجام دهید.)



شکل ۴ــ ارسال یک تپ در راستای یک ریسمان کشیده. این تپ و حرکت آن به علت اینکه ریسمان تحت کشش است ایجاد می‌شود. وقتی بخش انتهایی ریسمان را به سمت بالا حرکت می‌دهیم بخش مجاور در ریسمان نیز به‌دلیل کشش بین دو بخش به سمت بالا کشیده می‌شود. وقتی بخش مجاور به سمت بالا حرکت می‌کند این بخش، بخش بعدی را بالا می‌کشد و این ادامه می‌یابد. در ضمن وقتی انتهای ریسمان را به سمت پایین بکشید هر بخشی توسط بخش‌هایی که قبلاً به پایین رفته‌اند به‌طرف پایین کشیده می‌شود. نتیجهٔ نهایی این است که تغییر شکلی در ریسمان (تپ موج) با سرعت v در راستای ریسمان حرکت می‌کند.

مثال پیشنهادی

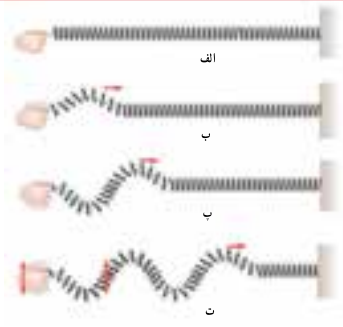
تپ موج انسانی : در ضمن مسابقه‌های ورزشی در یک استادیوم بزرگ پر از جمعیت، تماشاگران تپی را در ورزشگاه می‌فرستند (شکل ۵). وقتی این تپ به گروهی از تماشاگران می‌رسد، آنها با فریاد از روی صندلی‌ها بلند شده



شکل ۵

و سپس می‌نشینند. آیا آنچه بیان شد واقعاً مشابه انتشار یک تپ در ریسمان کشیده شده است؟

پاسخ : آری. با بلند شدن و نشستن تماشاگرها، در واقع آشفتگی ایجاد شده یا همان تپ درون جمعیت منتشر می‌شود. هنگام انتشار تپ موج، هیچ‌کدام از تماشاگران، مشابه ذره‌های ریسمان، از جای خود به جای دیگر حرکت نمی‌کنند.



شکل ۴ــ۲

به همین ترتیب، هرگاه تغییر شکلی (و یا آشفتگی) در یک جزء از محیط کشسانی که به‌حال تعادل است، ایجاد کنیم، به علت وجود نیروی کشسانی بین اجزای محیط، آن تغییر شکل، جزء به جزء در محیط منتقل می‌شود. تغییر شکل ایجاد شده در محیط را تپ و انتقال تپ در محیط را انتشار می‌گوییم.

فعالیت ۴ــ۲

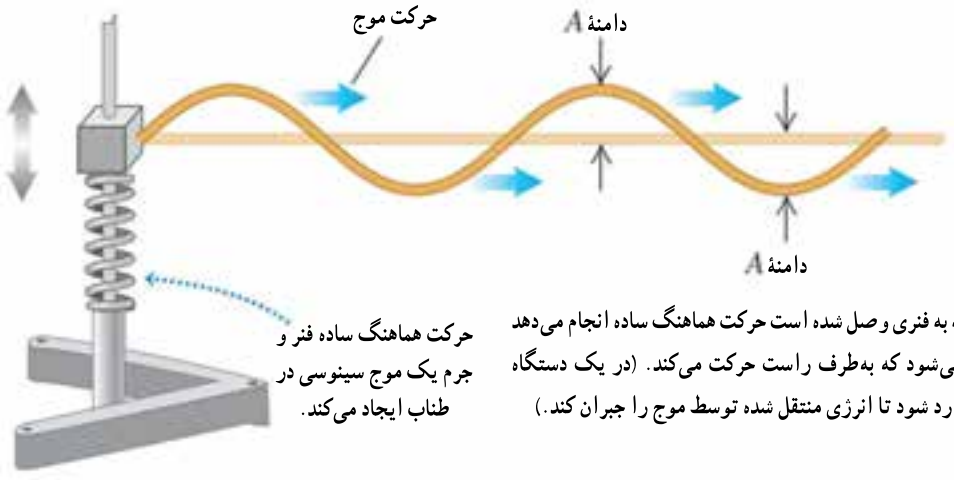
سنگ کوچکی را از بالای سطح آبِ آرامِ استخر یا برکه‌ای رها کنید و آنچه را که رخ می‌دهد به دقت مشاهده کنید. نتیجهٔ مشاهدهٔ خود را به کلاس گزارش کنید.

موج سینوسی : اگر یک جزء از محیط کشسانی را که در حال تعادل است با حرکت هماهنگ ساده به نوسان درآوریم، با نوسان آن جزء، تپ‌های متوالی در محیط تولید و به‌دنبال یکدیگر، منتشر می‌شوند. چنین موجی را، **موج سینوسی** می‌نامیم. چشمهٔ موج سینوسی، نوسانگری است که می‌تواند،

موج سینوسی

راهنمای تدریس : در این قسمت دانش‌آموزان به‌طور دقیق‌تری به ارتباط نوسان، مبحث فصل پیش، و موج پی می‌برند.

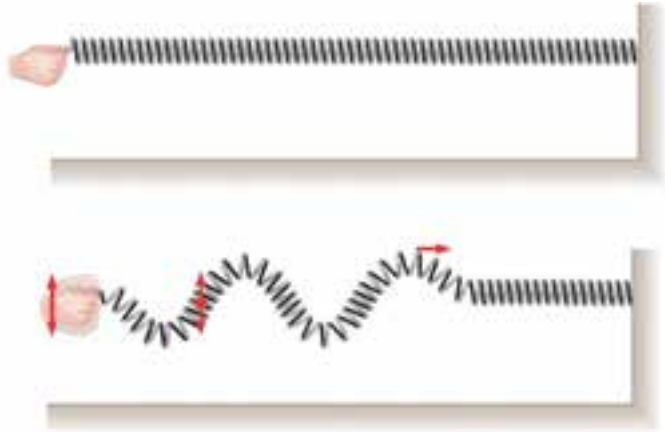
چنانچه به کمک دستگاهی مطابق شکل ۶ بتوان سر طناب را با حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A، بسامد f، بسامد زاویه‌ای $\omega = 2\pi f$، و دورهٔ $T = \frac{1}{f}$ به حرکت درآورد موجی که حاصل



شکل ۶ــ قطعه‌ای به جرم m که به فنری وصل شده است حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و یک موج سینوسی در طناب ایجاد می‌شود که به‌طرف راست حرکت می‌کند. (در یک دستگاه واقعی باید نیروی محرکی به قطعهٔ m وارد شود تا انرژی منتقل شده توسط موج را جبران کند.)

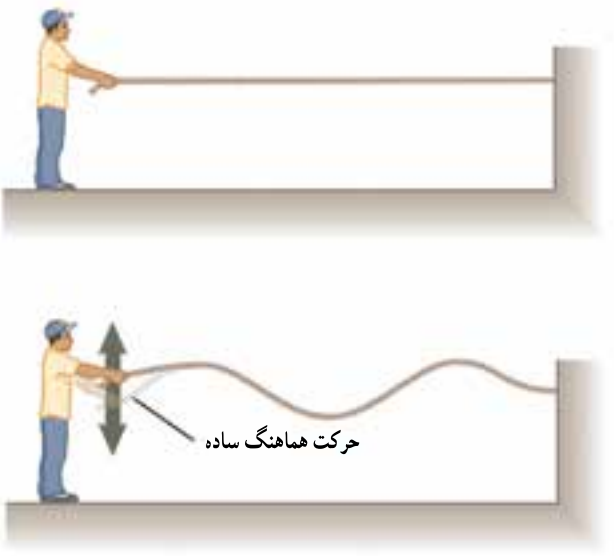
می‌شود رشتهٔ متقارنی از **برآمدگی‌ها** و **فرورفتگی‌ها**ست. این موج‌های دوره‌ای که با حرکت هماهنگ ساده به‌وجود می‌آیند، **موج‌های سینوسی** نامیده می‌شوند.

به‌جای دستگاه شکل ۶، چنانچه فنر بلندی را از یک سر آن مطابق شکل ۷ با دامنهٔ ثابتی به نوسان درآورید، موجی تقریباً سینوسی در آن ایجاد می‌شود. انجام این فعالیت ساده در کلاس درس می‌تواند درک بهتری برای دانش‌آموزان فراهم کند.



شکل ۷ــ با انتشار موج، هر ذرهٔ فنر به بالا و پایین نوسان می‌کند.

به‌جای فنر می‌توانید از یک طناب یا ریسمان بلند نیز استفاده کنید (شکل ۸).



شکل ۸

همچنین اگر فنر را در امتداد طول آن به نوسان درآوریم (شکل ۹)، موجی دوره‌ای به‌صورت تراکم و انبساط در آن ایجاد و به حرکت درمی‌آید.

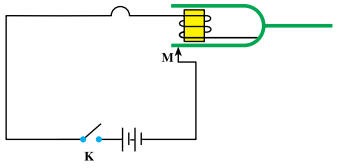
با بسامد (یا دوره) و دامنهٔ ثابتی، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. دیاپازون یکی از وسیله‌هایی است که به‌عنوان چشمهٔ موج در آزمایش‌ها به‌کار برده می‌شود.

مطالعهٔ آزاد

نوسان دیاپازون با دامنهٔ ثابت

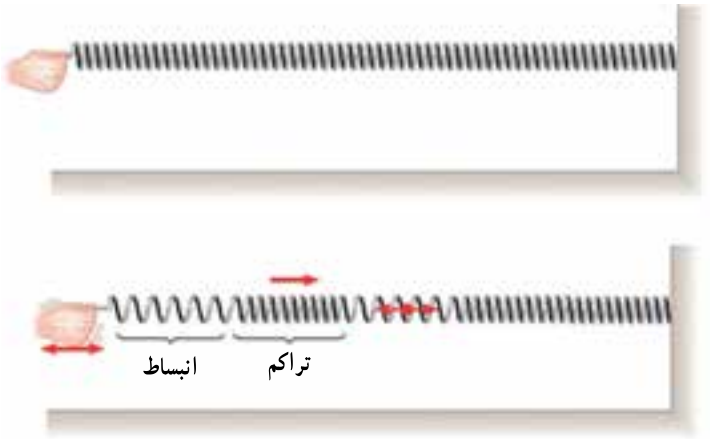
شکل ۴ــ۳

دیاپازون، دوشاخه‌ای مانند شکل ۴ــ۳ است که اگر به یکی از شاخه‌های آن ضربه‌ای وارد کنیم، هر دو شاخه با حرکت هماهنگ ساده نوسان می‌کنند. این نوسان میرا است و دیاپازون بعد از تعدادی نوسان از حرکت باز می‌ایستد. برای آنکه نوسان‌های دیاپازون ادامه یابد، می‌توان آن را در مداری الکتریکی مانند شکل ۴ــ۴ قرار داد. در این مدار، توسط آهنربای الکتریکی، نیروی مغناطیسی‌ای به‌طور دوره‌ای، بر شاخه‌های دیاپازون (که خود از مادهٔ مغناطیسی ساخته شده است) وارد و آن را به نوسان دائم وادار می‌کند. با اتصال کلید K جریان الکتریکی در مدار برقرار و شاخه‌های دیاپازون، جذب آهنربای الکتریکی می‌شوند. در نتیجه در نقطهٔ M، شاخهٔ دیاپازون از مدار جدا شده و جریان الکتریکی نیز قطع می‌شود. با قطع جریان، خاصیت مغناطیسی از بین می‌رود و شاخه‌های دیاپازون به‌جای اول برمی‌گردند و دوباره اتصال برقرار می‌شود و این عمل، ادامه می‌یابد. به‌این ترتیب نوسان‌های دیاپازون پایدار می‌ماند.



شکل ۴ــ۴

۹۹

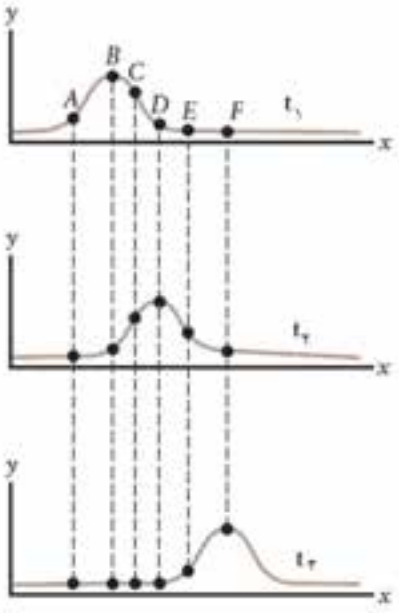


شکل ۹

مثال مفهومی پیشنهادی

شکل ۱۰ نقش یک تپ را در یک طناب نشان می‌دهد که مربوط به سه زمان مختلف است. دریافت خود را از این شکل با توجه به مفاهیمی که از فصل ۳ تاکنون فراگرفته‌اید بیان کنید.

پاسخ : بهتر است ابتدا این مثال را به‌صورت پرسش در کلاس درس مطرح کنید. انتظار می‌رود دانش‌آموزان، اشاره کنند که تپ به‌طرف راست در حال حرکت است و هنگام حرکت ذره‌های طناب را به بالا و پایین به نوسان درمی‌آورد. نقش تپ هنگام حرکت تغییری نمی‌کند و هر ذرهٔ طناب پس از نوسان به حالت تعادل خود بازمی‌گردد.



شکل ۱۰

بسامد موج

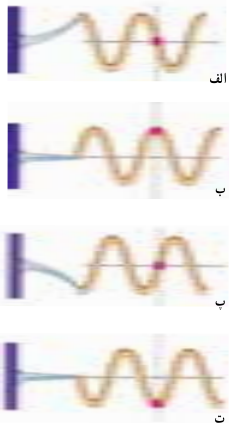
راهنمای تدریس : آنچه در این قسمت دانش‌آموزان باید به آن توجه کنند و همواره در بررسی مبحث موج و حل مسئله‌های آن مورد توجه قرار دهند این است که برای انتشار موج (در این کتاب موج سینوسی) در هر محیط کشسان (از قبیل : یک تار یا ریسمان کشیده)، باید ذره‌های سازندهٔ محیط را دستخوش حرکت نوسانی (در این کتاب نوسانی ساده) نمود.

با هر بسامدی که چشمهٔ موج (نوسانگر مولد موج) این آشفتگی را در محیط کشسان ایجادکند، موج نیز با همان بسامد به حرکت درمی‌آید و ذره‌های دیگر را به نوسان وامی‌دارد. این موضوع در شکل ۱۱ نشان داده شده‌است. همان‌طور که دیده می‌شود بسامد نوسان‌های چشمه موج (نقطه a) با بسامد نوسان‌های یک نقطهٔ دلخواه از محیط کشسان (مثلاً نقطهٔ b) یکسان است.

موج‌های ایجاد شده در طناب، فنر و سطح آب، نمونه‌هایی از موج‌های مکانیکی‌اند. این موج‌ها در محیط‌های مادّی کشسان تولید و منتشر می‌شوند.

بسامد موج : وقتی یک چشمهٔ موج با بسامد f در محیطی کشسان شروع به نوسان می‌کند، ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان وامی‌دارد. به همین ترتیب، همهٔ ذره‌های محیط با همان بسامدِ چشمهٔ موج به نوسان درمی‌آیند.

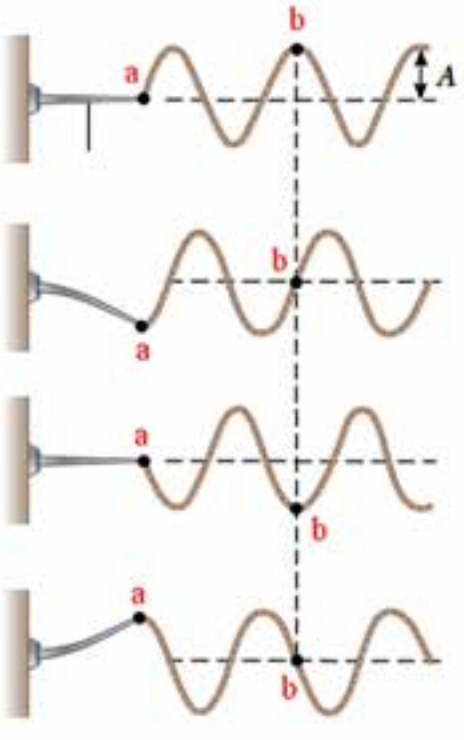
شکل ۴ــ۶ ــ الف تا ت چگونگی نوسان یک ذرهٔ محیط را، که با رنگ قرمز مشخص شده است، ضمن انتشار موج نشان می‌دهد.



شکل ۴ــ۶ ــ ضمن انتشار موج به طرف راست، یک ذره از طناب، حرکت هماهنگ ساده با بسامد موج، انجام می‌دهد.

انتشار موج : شکل ۴ــ۷ حالت‌های مختلف طنابی را نشان می‌دهد که در آن موجی سینوسی منتشر می‌شود. در این شکل‌ها، یک قلّهٔ موج را با پیکان مشخص کرده‌ایم. در حالت‌های مختلف شکل مشاهده می‌شود که پیکان در جهت محور x جابه‌جا می‌شود که نشان دهندهٔ پیشروی موج در طول طناب است. این شکل‌ها، وضعیت نقطه‌های مختلف طناب را در بازه‌های زمانی $\frac{T}{8}$ نشان می‌دهد. اگر در یک لحظهٔ معین یکی از نقطه‌های طناب در قلهٔ موج باشد و پس از t ثانیه نقطهٔ دیگری که به فاصلهٔ x از آن واقع است به همان وضعیت برسد، سرعت پیشروی موج که آن را **سرعت انتشار** می‌نامیم برابر است با :

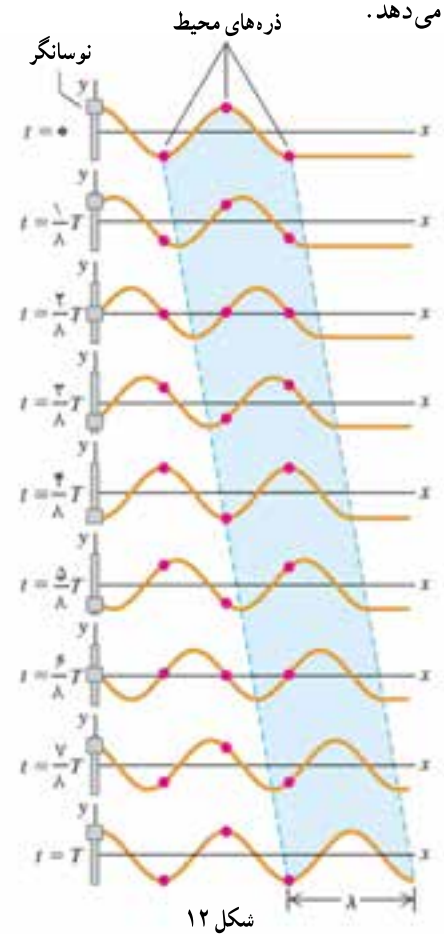
$$v = \frac{x}{t} \qquad (۱ــ۴)$$



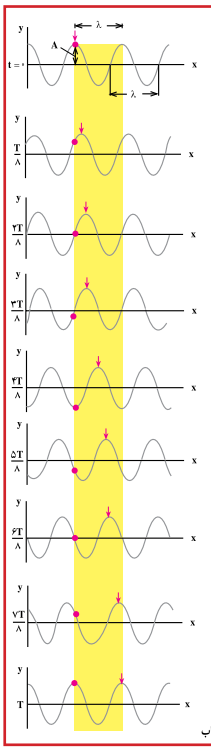
شکل ۱۱

انتشار موج

راهنمای تدریس : یکی از اشتباه‌های رایج دانش‌آموزان در مبحث موج این است که فکر می‌کنند با انتشار موج، ذره‌های محیط نیز به حرکت درمی‌آیند و از جایی به جایی دیگر منتقل می‌شوند. به عبارت دیگر، حرکت نوسانی ذره‌های محیط کشسان حول نقطه تعادل را با حرکت (که می‌تواند در هر جهتی باشد) اشتباه می‌گیرند. هر چند تا اینجا چندین بار توجهٔ دانش‌آموزان را به این نکته جلب کرده‌ایم با این حال به روش مباحثه روی این موضوع دوباره تأکید کنید. شکل ۱۱ و یا شکل ۱۲ که یک موج سینوسی در حال حرکت به‌طرف راست را درون یک طناب نشان می‌دهد می‌تواند مناسب باشد. مزیت شکل ۱۲ نسبت به شکل ۴ــ۷ کتاب درسی این است که وضعیت سه نقطه از محیط کشسان هنگام حرکت موج نشان داده شده است. در شکل ۱۲ طناب در یک دورهٔ کامل T و در بازه‌های زمانی $\frac{1}{8}$ دوره نشان داده شده است. قسمت سایه‌دار حرکت یک طول موج از موج را نشان می‌دهد.



شکل ۱۲



سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط (جنس، دماو...) بستگی دارد اما به شرایط فیزیکی چشمهٔ موج (بسامد، دامنه و...) بستگی ندارد. برای مثال، سرعت انتشار موج در یک طناب که با نیروی F کشیده شده است، به نیروی کشش طناب و نیز به‌جرم واحد طول آن بستگی دارد. سرعت انتشار موج عرضی (درهمین فصل با موج‌های طولی و عرضی آشنا می‌شویم) در طناب (و یا در تار) یکنواختی به جرم m و طول L از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/L}}$$ (۴ـ۲ـ الف)

برای سادگی، $\frac{m}{L}$ (که جرم واحد طول است) را با μ نشان می‌دهیم.

$$\mu = \frac{m}{L}$$

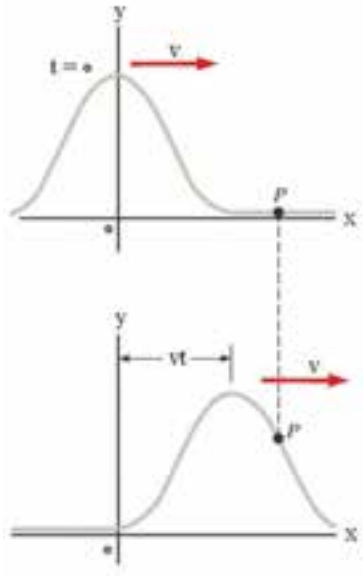
در نتیجه، سرعت انتشار موج در یک طناب را می‌توان از رابطهٔ زیر به‌دست آورد :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$ (۴ـ۲ـ ب)

در این رابطه، F، نیروی کشش طناب برحسب نیوتون، μ، جرم واحد طول طناب برحسب کیلوگرم بر متر و v سرعت انتشار موج مکانیکی در طناب برحسب متر بر ثانیه است.

شکل ۴ـ۷ـ انتشار موج در طناب

در این قسمت سرعت انتشار موج نیز باید برای دانش‌آموزان مطرح شود. به این منظور می‌توانید تپ موجی را درنظر بگیرید که با سرعت v درحال حرکت است. این تپ موج در دو وضعیت $t = 0$ و $t = t$ در شکل ۱۳ نشان داده شده است. (لازم است توجه شود که منظور از سرعت موج، بزرگی سرعت موج است.) تپ موج در بازهٔ زمانی t مسافت x را طی کرده و نسبت x/t آن سرعت موج v نامیده می‌شود.



شکل ۱۳

سرعت موج در یک طناب کشیده شده، موضوع دیگری است که در این قسمت مورد بررسی قرارگرفته است. پیش از این دیدیم که سرعت موج از رابطهٔ $v = \frac{x}{t}$ به‌دست می‌آید. از آنجایی که هر طول موج $x = \lambda$ در مدت یک دوره $t = T$ توسط موج طی می‌شود، داریم $v = \lambda/T$. دانش‌آموزان باید توجه کنند هر چند سرعت موج به طول موج و دوره، یا طبق رابطهٔ $v = \lambda f$ به بسامد و طول موج بستگی دارد، اما سرعت موج فقط به ویژگی‌های محیط کشسانی که موج در آن منتشر می‌شود بستگی دارد. اگر موج در محیطی مانند آب، هوا، یا یک ریسمان کشیده حرکت کند، باید باعث شود که ذره‌های محیط موقع گذشتن موج نوسان کنند. برای اینکه این امر روی دهد، محیط هم باید دارای جرم باشد (به‌طوری که انرژی جنبشی بتواند وجود داشته باشد) و هم کشسانی داشته باشد (به‌طوری که انرژی پتانسیل بتواند وجود داشته باشد) بنابراین، ویژگی‌های جرم و کشسانی محیط مشخص می‌کنند که یک موج با چه سرعتی می‌تواند در محیط حرکت کند.

مثال ۴ـ۱

ریسمانی به طول یک متر و جرم ۱۰۰g بین دو نقطه محکم کشیده شده است. اگر نیروی کشش ریسمان برابر ۴۰N باشد، سرعت انتشار موج‌های عرضی را در این طناب، محاسبه کنید.

پاسخ

ابتدا جرم واحد طول ریسمان را محاسبه می‌کنیم :

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{0/1}{1} = 0/1 kg/m$$

اکنون به کمک رابطهٔ ۴ـ ۲ سرعت انتشار را به‌دست می‌آوریم :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$V = \sqrt{\frac{40}{0/1}} = 20 m/s$$

فعالیت ۴ـ۳

در فعالیت ۴ـ۱، مشاهدهٔ انتقال تپ، به دلیل آنکه سرعت انتشار آن در طناب زیاد است، مشکل است. چه راه‌هایی پیشنهاد می‌کنید تا بتوان با کاهش سرعت انتشار، انتقال تپ را مشاهده کرد؟ پیشنهادهای خود را در کلاس به بحث بگذارید.

طول موج : به حالت‌های مختلف شکل ۴ـ۷ توجه کنید. در مدتی که یک نقطهٔ محیط (مثلاً نقطهٔ واقع در قلهٔ موج) یک نوسان انجام می‌دهد، یعنی در مدت یک دوره T، قلهٔ موج که با علامت پیکان مشخص شده است، به اندازهٔ پهنای نوار زرد رنگ پیش می‌رود اندازهٔ این پیشروی را **طول موج** می‌نامیم و آن را با λ نشان می‌دهیم. اگر به هر نقطهٔ دیگر موج، مثلاً دژهٔ موج هم توجه کنید، می‌بینید که در مدت یک دوره به اندازهٔ طول موج منتقل می‌شود. بنابراین، طول موج را می‌توان به صورت مسافتی

مثال پیشنهادی

سرعت موج در یک طناب کشیده شده را به کمک تحلیل ابعادی به‌دست آورید. (هر چند تحلیل ابعادی به‌عنوان بخشی مستقل در کتاب‌های درسی فیزیک مطرح نشده است ولی می‌توانید این مثال را در قالب یک فعالیت کلاسی به دانش‌آموزان بدهید تا به‌صورت گروهی روی آن کار کنند.)

حل : در تحلیل ابعادی به‌دقت ابعاد تمام کمیت‌های فیزیکی را که به مسئلهٔ مورد بررسی مربوط‌اند، بررسی می‌کنیم تا کمیت‌هایی را که آنها به‌دست می‌دهند معین شوند. در اینجا، جرم و کشسانی را برای یافتن سرعت v که دارای بعد طول تقسیم بر زمان یا LT^{-1}، است درنظر می‌گیریم. برای جرم، از جرم عنصر طناب که بیانگر جرم m طناب تقسیم بر طول l طناب است، استفاده می‌کنیم. این نسبت را چگالی خطی μ طناب می‌نامیم. پس بعد $\mu = m/L$، جرم تقسیم بر طول ML^{-1}، است.

دانش‌آموزان باید توجه کنند که نمی‌توان موجی را در طول طناب فرستاد مگر آنکه طناب تحت کشش باشد (شکل ۱۴)، این بدان معناست که باید طناب را کشیده و در دو انتها با نیروهایی محکم ببندیم یا نگه‌داریم. کشش F در طناب با بزرگی این دو نیرو برابر است. وقتی موج در طول طناب حرکت کند، عنصرهای طناب را، به‌دلیل کشیدگی اضافی که بخش‌های مجاور طناب به‌خاطر کشش به یکدیگر وارد می‌کنند، جابه‌جا می‌کند. پس می‌توانیم کشش در طناب را به کشیدگی (کشسانی) طناب مربوط کنیم. کشش و نیروهای کشیدگی ایجاد شده دارای بعد نیرو هستند یعنی، MLT^{-2} (از رابطهٔ $F = ma$).

هدف در اینجا این است که μ (با بعد ML^{-1}) و F (با بعد MLT^{-2}) را طوری ترکیب کنیم که v (با بعد LT^{-1}) حاصل شود. به این ترتیب خواهیم داشت :

$$v = C\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

که در آن C ثابتی بدون بعد است که با رهیافت قانون دوم نیوتون می‌توان نشان داد مقدار آن برابر یک است.

شکل ۱۴

فعالیت ۳ـ۴

پاسخ : همان‌طور که در فعالیت نیز مطرح شده، از دانش‌آموزان بخواهید تا به‌طور گروهی روی این موضوع فکر کنند و پیشنهادهای خود را مطرح سازند. یک روش مؤثر برای این منظور، عکس گرفتن از موج یا تپ موج در حال انتشار در یک طناب است. دوربین‌های دیجیتال امروزی قادرند تا با سرعت بالا، در یک ثانیه چندین عکس پی‌در پی از یک پدیده یا موضوع بگیرند.

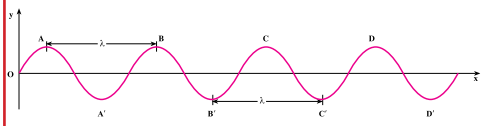
تمرین پیشنهادی

طنابی به طول ۲/۵ m و جرم ۰/۱۲ kg با چه نیرویی باید کشیده شود تا موجی با سرعت ۲۰ m/s در آن حرکت کند؟

پاسخ : ۱۹/۲ N

که موج در مدت یک دوره می‌پیماید، تعریف کرد.

شکل ۴ـ۸ که انتشار موج را در یک طناب نشان می‌دهد، فاصلهٔ دو قلهٔ متوالی موج و یا فاصلهٔ دو درهٔ متوالی برابر طول موج است.



شکل ۴ـ۸

بار دیگر به شکل ۴ـ۸ توجه کنید. در این شکل نقطه‌های دیگری نیز می‌توان یافت که فاصلهٔ آنها از یکدیگر برابر طول موج است. همچنین می‌توان دریافت که هر دو نقطه که فاصلهٔ آنها از یکدیگر برابر طول موج است، همواره در وضعیت نوسانی مشابهی قرار دارند. به چنین دونقطه‌ای، نقاط **هم‌فاز** گفته می‌شود. برای مثال نقطه‌های A و B و C و D، همه در قلهٔ موج واقع‌اند و در نتیجه هم‌فازند. به همین ترتیب، نقطه‌هایی که فاصلهٔ آنها از یکدیگر دو، سه و یا ... n برابر λ (n عددی است صحیح) باشند، همواره در یک وضعیت نوسانی‌اند. پس می‌توان گفت : **نقطه‌هایی از محیط که فاصلهٔ آنها از یکدیگر مضرب صحیحی از طول موج یا مضرب زوجی از نصف طول موج باشد، هم‌فازند.**

اگر فاصلهٔ دو نقطهٔ هم فاز را با Δx نشان دهیم داریم :

$$\Delta x = n\lambda = 2n\frac{\lambda}{2} \qquad (۴ـ۳)$$

اکنون به دو نقطهٔ متوالی طناب در شکل ۴ـ۸ که یکی در قلهٔ موج (نقطهٔ A) و دیگری در درهٔ موج (نقطهٔ A′) قرار دارد توجه کنید. اگر حرکت این دو نقطه را دنبال کنید، متوجه خواهید شد که حرکت آنها همواره در جهت‌های مخالف یکدیگر است. چنین دو نقطه‌ای را در **فاز مخالف** می‌نامیم. فاصلهٔ این دو نقطه از یکدیگر، در راستای انتشار، برابر نصف طول موج است. به همین ترتیب نقطه‌های دیگری نیز می‌توان مشخص کرد که با یکدیگر در فاز مخالف‌اند. فاصلهٔ این نقطه‌ها از یکدیگر مضرب فردی از نصف طول موج است. بنابراین : **نقطه‌هایی از محیط که فاصلهٔ آنها از یکدیگر مضرب فردی از نصف طول موج باشد، در فاز مخالف‌اند.** برای این نقطه‌ها داریم :

$$\Delta x = (2n-1)\frac{\lambda}{2} \qquad (۴ـ۴)$$

پرسش ۴ـ۱

روی شکل ۴ـ۸ نقطه‌هایی را که هم‌فازند و نقطه‌هایی را که در فاز مخالف‌اند پیدا کنید.

رابطهٔ طول موج با سرعت و بسامد : اگر زمان انتشار برابر یک دوره یعنی $t = T$ باشد، مسافتی که موج در این مدت می‌پیماید، برابر طول موج می‌شود، یعنی $x = \lambda$ است. با توجه به تعریف طول موج و رابطهٔ ۴ـ۱ داریم :

$$\lambda = vT \qquad (۴ـ۵)$$

چون دوره و بسامد، عکس یکدیگرند خواهیم داشت :

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \qquad (۴ـ۶)$$

مثال ۴ـ۲

نیروی کشش طنابی ۱۲N و جرم واحد طول آن ۳۰g/m است. الف : اگر سر این طناب را با دیاپازونی که بسامد آن ۱۰۰Hz است، عمود بر راستای طناب به نوسان درآوریم، طول موج در طناب را پیدا کنید. ب : اگر نیروی کشش طناب را نصف کنیم، بسامد و طول موج در طناب را حساب کنید.

پاسخ

$$\mu = 30\,g/m = 0/03\,kg/m$$

الف) با استفاده از رابطهٔ ۴ـ۲ داریم :

پرسش پیشنهادی

الف) زیر موج شکل ۱۵، موج دیگری رسم کنید که طول موج آن دو برابر و دامنهٔ آن نصف باشد. طول موج و دامنهٔ این موج را روی شکل مشخص کنید.

ب) حداقل دو نقطهٔ همفاز و دو نقطهٔ با فاز مخالف را روی هر یک از موج‌ها مشخص کنید.

شکل ۱۵

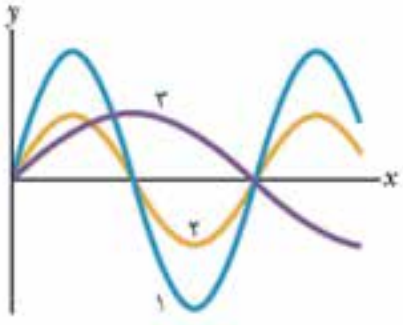
پرسش ۴ـ۱

پاسخ : نقطه‌های A، B، C و D با یکدیگر هم فازند.

نقطه‌های A′، B′، C′ و D′ با یکدیگر هم‌فازند.

نقطه‌های (A′ , A)، (B , B′)، (C , C′)، (D , D′)، (A , B′)، (A , C′)، (A , D′)، ... با یکدیگر در فاز مخالف‌اند.

پرسش پیشنهادی



شکل ۱۶

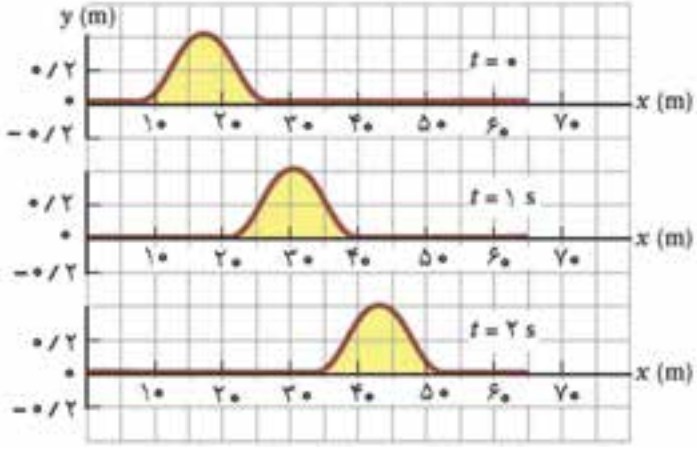
شکل ۱۶ سه موج را نشان می‌دهد که به‌طور جداگانه در طول طنابی که تحت کشش معینی در امتداد محور x قرار دارد، ارسال شده‌اند. موج‌ها را به ترتیب بزرگی هر یک از کمیت‌های زیر مرتب کنید.

الف) طول موج.

ب) سرعت موج‌ها.

پ) بسامد زاویه‌ای موج‌ها.

تمرین پیشنهادی



شکل ۱۷

شکل ۱۷ عکس فوری از یک تپ موج را در سه لحظهٔ مختلف نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حال حرکت است. بزرگی سرعت تپ موج را برآورد کنید.

پاسخ : ۱۳ m/s

۴ــ۲ــ موج‌های عرضی ــ موج‌های طولی

راهنمای تدریس : این بخش عمدتاً جنبهٔ یادآوری برای دانش‌آموزان دارد، زیرا دانش‌آموزان در دورهٔ راهنمایی با بیشتر مفاهیم این فصل، از جمله موج‌های عرضی و طولی آشنا شده‌اند. شکل ۱۸ نمایش مناسبی از موج‌های طولی (شکل الف) و عرضی (شکل ب) است.

برای تولید موج‌های طولی دوره‌ای، افزون بر روشی که کتاب درسی به آن اشاره کرده است (شکل ۴ــ۱۰ کتاب درسی)، می‌توانیم لوله‌ای دراز و پرشده از شاره‌ای را در نظر بگیریم که پیستونی در انتهای چپ آن قرار دارد. اگر پیستون را با حرکت هماهنگ در امتداد خطی موازی محور لوله به جلو و عقب حرکت دهیم (شکل ۱۹)، سبب انتشار یک موج طولی دوره‌ای در شاره می‌شود. هر ذره درون شاره موازی با جهت

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v=\sqrt{\frac{۱۲}{۰/۰۳}}=۲۰\,m/s$$

طول موج را از رابطهٔ ۴ــ۶ محاسبه می‌کنیم :

$$\lambda=\frac{v}{f}$$

$$\lambda=\frac{۲۰}{۱۰۰}=۰/۲m$$

ب : با تغییر نیروی کشش طناب، سرعت انتشار موج در طناب تغییر می‌کند، اما بسامد موج همچنان برابر بسامد دیاپازون است. با تغییر سرعت انتشار، طول موج تغییر می‌کند. داریم :

$$f_۲=f_۱=۱۰۰Hz$$

از رابطهٔ ۴ــ۲ و با توجه به اینکه $\mu_۱=\mu_۲$ است داریم :

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}}$$

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{۶}{۱۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

چون بسامد نوسان‌ها ثابت است، از رابطهٔ ۴ــ۶ نتیجه می‌شود :

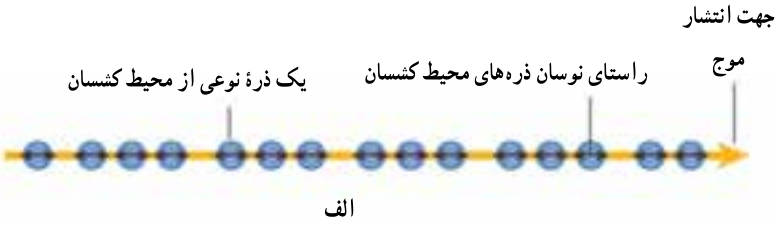
$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\lambda_۲=۰/۲\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cong۰/۱۴m$$

۴ــ۲ــ موج‌های عرضی ــ موج‌های طولی

گفتیم وقتی یک چشمهٔ موج با بسامد f در محیطی کشسان نوسان می‌کند ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان درمی‌آورد و بدین ترتیب همهٔ ذرات محیط به نوسان درمی‌آیند. راستای نوسان این ذره‌ها، ممکن است عمود بر راستای انتشار موج و یا موازی با آن باشد.

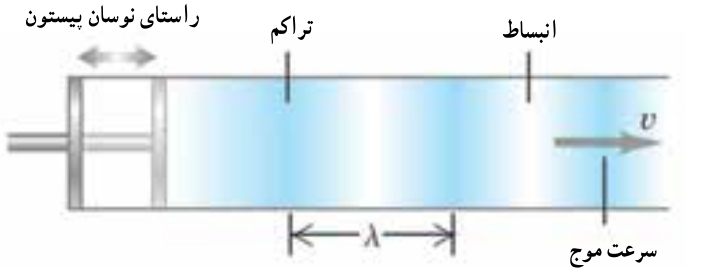
انتشار موج به‌طور هماهنگ ساده (یعنی چپ و راست) با همان دامنهٔ A و دورهٔ T پیستون نوسان می‌کند.



الف

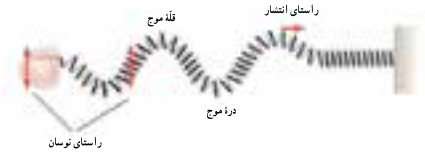
ب

شکل ۱۸



شکل ۱۹

الف) موج عرضی : اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، عمود بر راستای انتشار موج باشد موج را عرضی می‌نامند. برای مثال موج‌های ایجاد شده در فنر در شکل ۴ــ۹ عرضی‌اند. موج عرضی در فنر و یا در طناب با قلّه‌ها و دره‌ها قابل تشخیص است.



شکل ۴ــ۹ــ موج عرضی در فنر

ب) موج طولی : اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، موازی با راستای انتشار موج باشد، موج را طولی می‌نامند. برای مثال در شکل ۴ــ۱۰ وقتی دست خود را در امتداد افق به نوسان درآوریم، حلقه‌های فنر به چپ و راست، یعنی در امتداد طول فنر، نوسان می‌کنند و موج طولی در طول فنر منتشر می‌شود.

شکل ۴ــ۱۰ــ انتشار موج طولی در فنر

وقتی موج طولی در فنر منتشر می‌شود، حلقه‌های فنر، به طور متناوب به هم نزدیک یا از هم دور می‌شوند. وقتی به هم نزدیک می‌شوند، حلقه‌ها متراکم شده و وقتی از هم دور می‌شوند، حلقه‌ها انبساط پیدا می‌کنند. موج طولی در فنر را با همین تراکم‌ها و انبساط‌های پی در پی می‌توان تشخیص داد. در فنر می‌توان هر دو نوع موج عرضی و طولی را ایجاد کرد.

۱۰۷

پرسش پیشنهادی

شخصی مطابق شکل ۲۰ انتهای x فنری را به جلو و عقب در راستای پیکان‌ها به نوسان در می‌آورد و موجی پیش رونده در آن به‌وجود می‌آورد.

الف) این موج طولی است یا عرضی؟ توضیح دهید.

ب) جاهایی که فاصلهٔ حلقه‌های فنر به هم نزدیک‌تر از معمول است چه نام دارند؟

پ) جاهایی که فاصلهٔ حلقه‌های فنر از هم دورتر از معمول است، چه نام دارند؟

شکل ۲۰

۴ــ۳ــ تابع موج

راهنمای تدریس: بهتر است ابتدا کمی در خصوص اهمیت توصیف ریاضی موج به کمک یک تابع صحبت کنید. دانش‌آموزان باید به این درک برسند که بسیاری از ویژگی‌های موج‌های دوره‌ای را می‌توان با استفاده از مفهوم‌های سرعت موج، دامنه، دوره، بسامد و طول موج توصیف کرد با این وجود، اغلب به جزئیات بیشتری برای توصیف وضعیت و حرکت تک‌تک ذره‌های محیط در زمان‌های خاص در حین انتشار موج نیازمندیم. به این منظور به مفهوم **تابع موج**، یعنی تابعی که وضعیت هر ذرهٔ محیط را در هر لحظه به‌دست دهد نیازمندیم. چون در محیط‌های کشسان مورد بررسی در این کتاب، توسط چشمهٔ موجی که به‌طور هماهنگ ساده نوسان می‌کند، آشفتگی موجی به‌وجود می‌آید، به این ترتیب روی موج‌های سینوسی متمرکز خواهیم شد. به عبارت دیگر، موج‌های سینوسی هنگامی که در محیط کشسان به حرکت درمی‌آیند، هر ذرهٔ محیط را دستخوش حرکت هماهنگ ساده حول وضع تعادلشان می‌کنند.

الف) **موج عرضی:** اگر راستای نوسان ذره‌های محیط عمود بر راستای انتشار موج باشد موج را عرضی می‌نامند. برای مثال موج‌های ایجاد شده در فنر در شکل ۴ــ۹ عرضی‌اند. موج عرضی در فنر و یا در طناب با فاصله‌ها و دفعه‌ها قابل تشخیص است.

فاصله موج
راستای انتشار
راستای نوسان

شکل ۴ــ۹ــ موج عرضی در فنر

ب) **موج طولی:** اگر راستای نوسان ذره‌های محیط موازی یا راستای انتشار موج باشد موج را طولی می‌نامند. برای مثال در شکل ۴ــ۱۰ وقتی دیاپازون را به نوسان درآوریم، حلقه‌های فنر به چپ و راست، یعنی در امتداد طول فنر، نوسان می‌کنند و موج طولی در طول فنر منتشر می‌شود.

راستای انتشار
راستای نوسان

شکل ۴ــ۱۰ــ انتشار موج طولی در فنر

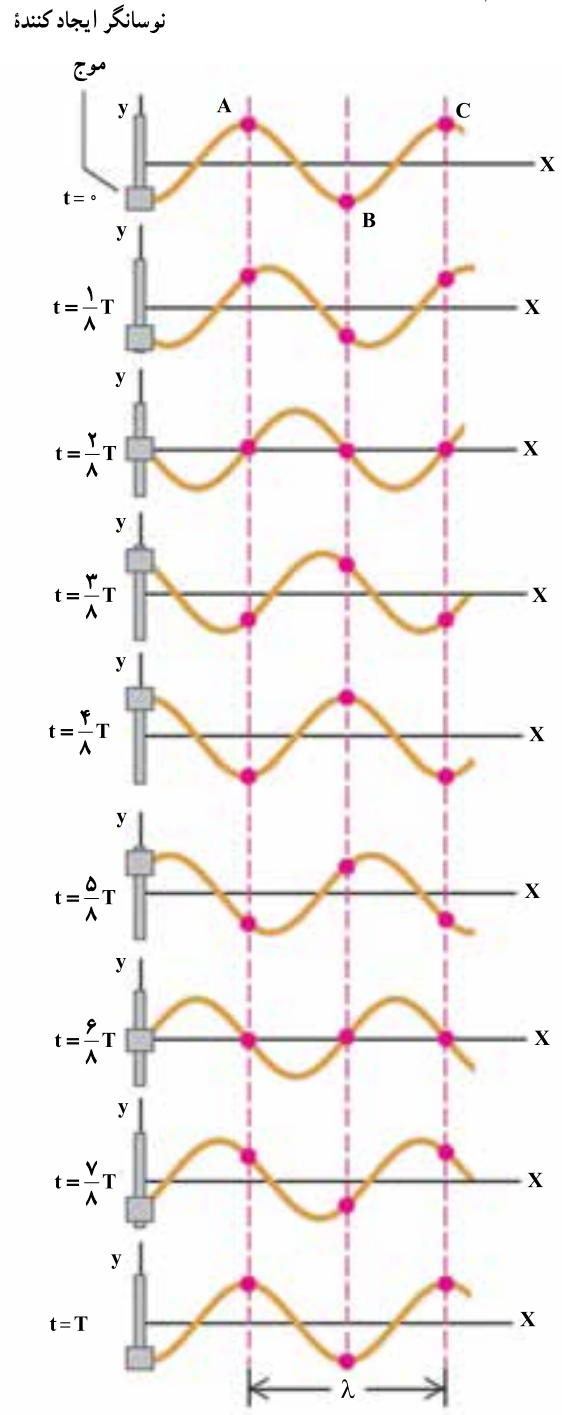
وقتی موج طولی در فنر منتشر می‌شود، حلقه‌های فنر، به طور متناوب به هم نزدیک یا از هم دور می‌شوند. وقتی به هم نزدیک می‌شوند، حلقه‌ها متراکم شده و وقتی از هم دور می‌شوند، حلقه‌ها انبساط پیدا می‌کنند. موج طولی در فنر را با همین تراکم‌ها و انبساط‌های پی در پی می‌توان تشخیص داد. در فنر می‌توان هر دو نوع موج عرضی و طولی را ایجاد کرد.

۴ــ۳ــ تابع موج

وقتی یک موج در یک محیط همگن در حال انتشار است، شکل موج، در ضمن انتشار از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر، تغییر نمی‌کند. مثلاً اگر شکل یک تپ در یک لحظه (مثلاً در $t=0$) و در نقطه‌ی A به صورت شکل ۴ــ۱۱ــ الف باشد، پس از Δt ثانیه (در لحظه‌ی t) این تپ به نقطه‌ی B

۱۱۴

پس از به‌دست آوردن تابع موج، توصیه می‌شود پیش از حل هر مثالی، تابع موج را به کمک دانش‌آموزان در یک دورهٔ نوسان رسم کنید (شکل ۲۱).



شکل ۲۱ــ رد نوسان‌های سه نقطه از طناب وقتی یک موج سینوسی در امتداد آن انتشار می‌یابد. طناب در بازه‌های زمانی $\frac{1}{8}$ دوره برای یک دورهٔ کامل T نشان داده شده است. سه نقطهٔ اختیاری روی طناب (A,B,C) ، به ترتیب نصف طول موج از هم فاصله دارند.

به‌جای t در رابطهٔ ۴ـ۷ مشخص می‌شود. بنابراین خواهیم داشت :

$$u = A\sin\omega(t-\frac{x}{v}) = A\sin(\omega t-\frac{\omega x}{v}) \qquad (۴ـ۸)$$

و با توجه به رابطه‌های $\omega=\frac{2\pi}{T}$ و $\lambda = vT$ داریم :

$$u = A\sin(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x) \qquad (۴ـ۹)$$

$\frac{2\pi}{\lambda}$ را با k نشان می‌دهند و به آن عدد موج می‌گویند.

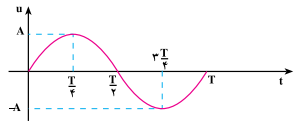
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{v} \qquad (۴ـ۱۰)$$

یکای عدد موج در SI رادیان بر متر (rad/m) است. در نتیجه رابطهٔ ۴ـ۹ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$u = A\sin(\omega t-kx) \qquad (۴ـ۱۱)$$

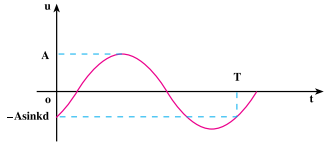
رابطهٔ ۴ـ۱۱ وضعیت نوسانی نقطه‌ای از محیط را که به فاصلهٔ x از مبدأ مختصات (چشمهٔ موج) واقع است، در لحظهٔ t نشان می‌دهد. به این رابطه **تابع موج** می‌گوییم.

تابع موج تابعی دو متغیره است؛ یعنی در آن، u، تابع دو متغیر زمان (t) و مکان (x) است برای مثال، اگر به یک نقطهٔ محیط نگاه کنیم (x را ثابت بگیریم) خواهیم دید که این نقطه در لحظه‌های مختلف وضعیت‌های نوسانی متفاوتی پیدا می‌کند؛ یک لحظه در وضعیت تعادل است، لحظه‌ای دیگر از وضع تعادل خارج شده و فاصلهٔ آن از وضع تعادل برابر u می‌شود و در لحظه‌ای دیگر، در دورترین فاصله از وضع تعادل قرار می‌گیرد (u = A). به عبارت دیگر u تابع زمان است. پس با ثابت گرفتن x، می‌توان تابع u را برحسب زمان (t) برای هر یک از ذره‌های محیط به دست آورد و نمودار آن را نیز رسم کرد. مثلاً این تابع برای چشمهٔ موج، که آن را مبدأ مختصات گرفته‌ایم ($x=0$) به‌صورت $u = A\sin\frac{2\pi}{T}t$ و نمودار آن نیز به‌صورت زیر است :



شکل ۴ـ۱۲

تابع u برای یک ذره که به فاصلهٔ x=d از چشمهٔ موج واقع است، $u = A\sin(\frac{2\pi}{T}t-kd)$ خواهد بود. نمودار u برای این نقطه در شکل ۴ـ۱۳ آمده است. توجه کنید که شروع نمودار به d بستگی دارد.



شکل ۴ـ۱۳

مثال ۴ـ۳

یک چشمهٔ موج با بسامد ۱۰۰Hz نوسان‌هایی با دامنهٔ ۵mm ایجاد می‌کند که با سرعت ۱۰۰m/s در امتداد محور x منتشر می‌شوند. طول موج و عدد موج را محاسبه کنید و تابع موج آن را نیز بنویسید.

پاسخ

با استفاده از رابطهٔ ۴ـ۶ داریم :

$$\lambda=\frac{v}{f}$$

$$\lambda=\frac{100}{1000}=0/1\,m$$

با توجه به رابطهٔ ۴ـ۱۰ خواهیم داشت :

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k=\frac{2\pi}{0/1}=20\pi\,rad/m$$

با استفاده از رابطهٔ ۴ـ۱۱ داریم :

$$u = A\sin(\omega t-kx) = A\sin(2\pi ft-kx)$$

$$u = 5\times10^{-3}\sin(200\pi t-20\pi x) = 5\times10^{-3}\sin 20\pi(10t-x)$$

مثال پیشنهادی

الف) تابع موج را به ازای یک زمان معین، مثلاً t=۰ رسم کنید.

ب) تابع موج را به ازای یک مکان معین، مثلاً x=۰ رسم کنید.

پاسخ : الف) اگر در معادلهٔ موج زمان t را برابر صفر قرار دهیم خواهیم داشت :

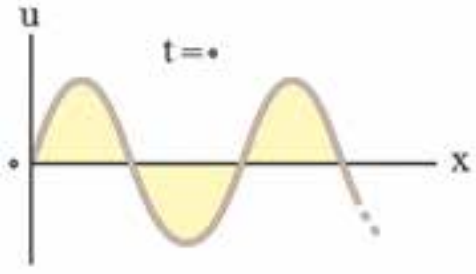
$$u=A\sin kx$$

شکل ۲۲ منحنی موج (نقش موج) را در t=۰ نشان می‌دهد.

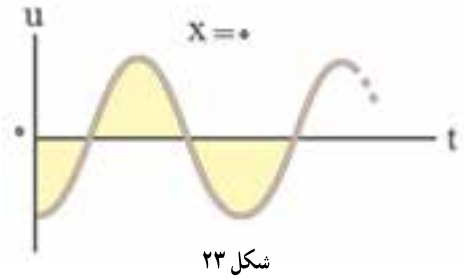
ب) اگر در معادلهٔ موج مکان x را برابر صفر قرار دهیم، داریم :

$$u=-A\sin\omega t$$

شکل ۲۳ منحنی موج را به ازای x=۰ نشان می‌دهد.



شکل ۲۲



شکل ۲۳

یک موج که در طول طنابی حرکت می‌کند با رابطهٔ زیر داده شده است (در SI).

$u(x,t)=۰/۰۴ \sin(۲/۷۲t - ۷۲/۱ x)$

الف) دامنهٔ این موج چقدر است؟

ب) طول موج، دورهٔ تناوب و بسامد این موج چقدر است؟

پ) سرعت این موج چقدر است؟

ت) جابه‌جایی u به ازای $x= ۲۲/۵ cm$ و $t = ۱۸/۹ s$ چقدر است؟

پاسخ : الف) $A=۰/۰۴ m$؛ ب) $\lambda= ۸/۷۱ cm$، $T = ۲/۳۱ s$، $f=۰/۴۳۳ Hz$؛ پ) $v= ۳/۷۷ cm/s$؛ ت) $u= ۲/۳۵۲ cm$.

موجی با سرعت $۵ m/s$ در جهت $+x$ در طول طناب کشیده شده‌ای به‌طور هماهنگ ساده در حال حرکت است. شکل نمودار این موج را به ازای $x=۰$ نشان می‌دهد.

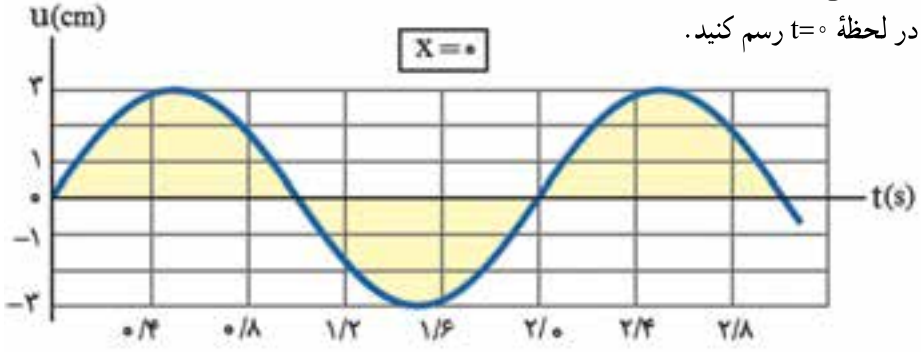
الف) دورهٔ موج چقدر است؟

ب) طول موج چقدر است؟

پ) دامنهٔ موج چقدر است؟

ت) تابعی بنویسید که این موج را توصیف کند (در SI).

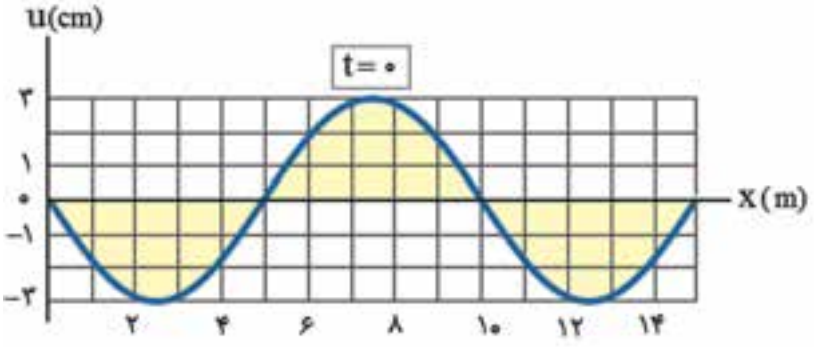
ث) نمودار موج را در لحظهٔ $t=۰$ رسم کنید.



شکل ۲۴

پاسخ : الف) $T=۲s$؛ ب) $\lambda= ۱۰ m$؛ پ) $A=۳cm$؛ ت) $u = (x,t) = ۰/۰۳ \sin(\pi t - \frac{x}{۵۰})$

ث) شکل ۲۵ را ببینید.



شکل ۲۵

تمرین ۴ـ۱

پاسخ : از مقایسهٔ تابع موج داده شده با تابع موج $u=A\sin(\omega t-kx)$ به سادگی می‌توان کمیت‌های موردنظر را به‌دست آورد.

$v=۵\ m/s$ ،$\lambda=۰/۵m$ ،$f=۱۰\ Hz$ ،$A=۰/۰۲m$

تمرین‌های پیشنهادی

تابع موجی که در راستای محور x منتشر می‌شود به‌صورت زیر توصیف می‌شود :

$$u(x,t)=(۱/۲cm)\sin(۱۰\pi t+۲/۵\pi x)$$

در این معادله t بر حسب ثانیه و x بر حسب متر است.

الف) نموداری از u(t) به ازای $x=۰$ رسم کنید.

ب) نموداری از u(x) به ازای $t=۰$ رسم کنید.

پ) دوره، طول موج و دامنهٔ موج را پیدا کنید؟

ت) موج با چه سرعتی منتشر می‌شود؟

ث) موج در چه جهتی از محور x در حال حرکت است؟

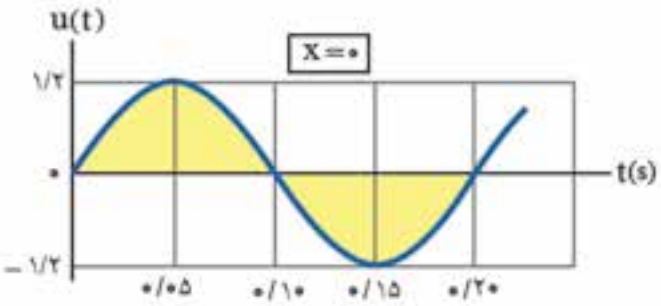
پاسخ : الف) شکل ۲۶ را ببینید. محور قائم بر حسب cm است.

ب) شکل ۲۷ را ببینید.

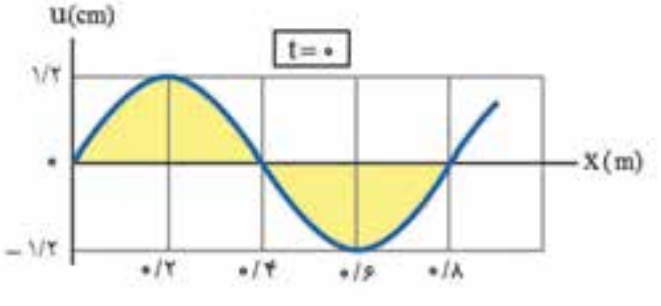
پ) $A=۱/۲cm$ ،$\lambda=۰/۸m$ ،$T=۰/۲s$.

ت) $v=۴m/s$.

ث) خلاف جهت محور x.



شکل ۲۶



شکل ۲۷

تمرین ۴ـ۱

تابع موجی که در جهت محور x منتشر می‌شود برحسب یکاهای SI به‌صورت $u=۰/۰۲\sin(۲۰\pi t-۴\pi x)$ است. دامنه، بسامد، طول موج و سرعت انتشار این موج را محاسبه کنید.

اگر موج عرضی باشد، نوسان ذره‌های محیط عمود بر محور x (مثلاً در راستای محور y) است. برای نشان دادن راستای نوسان، نام محوری را که نوسان در راستای آن انجام می‌شود زیرنویس u قرار می‌دهیم. برای مثال، تابع زیر نشان دهندهٔ یک موج عرضی است که نوسان آن در راستای محور y و انتشار آن در جهت محور x است :

$$u_y=A\sin(\omega t-kx) \qquad (۱۲ـ۴)$$

حال اگر موج طولی در جهت محور x منتشر شود، تابع آن به‌صورت زیر خواهد بود :

$$u_x=A\sin(\omega t-kx) \qquad (۱۳ـ۴)$$

همچنین می‌توان نشان داد که اگر موج در خلاف جهت محور x منتشر شود، تابع آن به‌صورت زیر خواهد بود :

$$u_x=A\sin(\omega t+kx) \qquad (۱۴ـ۴)$$

در رابطه‌های ۴ـ۱۲ و ۴ـ۱۳ به $\varphi=\omega t-kx$ و یا $\varphi=\omega t+kx$ ، **فاز موج** گفته می‌شود. چون شکل موج در هنگام انتشار، تغییر نمی‌کند، فاز آن هم با گذشت زمان و انتشار موج، ثابت می‌ماند.

تمرین ۴ـ۲

نشان دهید که در تابع‌های $u=A\sin(\omega t-kx)$ و $u=A\sin(\omega t+kx)$ به ترتیب سرعت‌های انتشار موج مثبت و منفی است، یعنی این تابع‌ها، موج‌هایی را نشان می‌دهند که در جهت محور x و در خلاف جهت آن منتشر می‌شوند.

۱۱۱

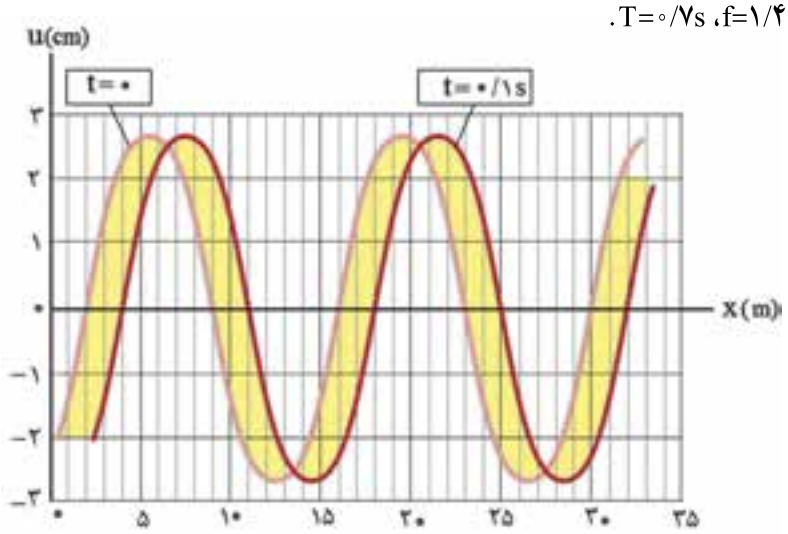
شکل ۲۸ نقش یک موج عرضی را در لحظهٔ t=۰ و t=۰/۱ s نشان می‌دهد. (توجه کنید که مقیاس در محور افقی و محور قائم متفاوت است) مطلوب است :

الف) دامنه، طول موج و سرعت موج.

ب) بسامد و دورهٔ موج.

پاسخ : الف) A=۲/۶cm ، λ= ۱۴m ، v=۲۰m/s

ب) f=۱/۴ Hz ، T=۰/۷s.



شکل ۲۸

تمرین‌های ۴ـ۲ و ۴ـ۳

پاسخ : فاز تابع موج $u=A\sin(\omega t-kx)$ برابر است؛

$$\varphi=\omega t-kx$$

از آنجا که فاز در حین انتشار موج تغییر نمی‌کند و مقداری ثابت است، با مشتق‌گیری از طرفین معادله داریم

$$\frac{d\varphi}{dt}=\omega-k\frac{dx}{dt}\Rightarrow\frac{dx}{dt}=\frac{\omega}{k}=v>0$$

همچنین به‌طور مشابه، فاز تابع موج $u=A\sin(\omega t-kx)$ عبارت است از

$$\varphi=\omega t+kx\Rightarrow\frac{d\varphi}{dt}=\omega+k\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\omega}{k}=-v<0$$

با توجه به اینکه علامت سرعت انتشار نشان‌دهنده جهت انتشار موج است، نتیجه می‌شود که دو موج در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کند.

تمرین ۴ـ۳

نقش یک موج را در لحظه‌ای مانند شکل ۴ـ۸ درنظر بگیرید. نشان دهید نقاطی که وضعیت نوسانی یکسان در هر لحظه دارند دارای اختلاف فاز $2n\pi$ هستند که $n=0,1,\ldots$ و نقاطی که وضعیت نوسانی قرینه دارند دارای اختلاف فاز π $(2m-1)$ هستند که $m=1,2,\ldots$.

مثال ۴ـ۴

با دیاپازونی به بسامد ۵۰Hz سر طناب کشیده شده‌ای را به نوسان درمی‌آوریم. دامنهٔ نوسان‌ها ۵mm در راستای محور y و سرعت انتشار موج در طناب برابر ۱۰۰m/s و نوسان‌ها در جهت مثبت محور x منتشر می‌شود.

الف) تابع موج ایجاد شده در طناب را بنویسید.

ب) معادلهٔ نوسان نقطهٔ M از طناب را که به فاصلهٔ ۲۵cm از سر طناب (نقطهٔ O) واقع است بنویسید.

پاسخ

الف) با استفاده از رابطه‌های $\omega=2\pi f$ ، $\lambda=\frac{v}{f}$ و $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ داریم :

$$\omega=2\pi f=100\pi\,rad/s$$

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{100}{50}=2m$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{2}=\pi\,rad/m$$

با استفاده از رابطهٔ ۴ـ۱۲ داریم :

$$u_y=A\sin(\omega t-kx)$$

$$u_y=5\times10^{-3}\sin(100\pi t-\pi x)$$

ب) برای نقطهٔ مزبور داریم :

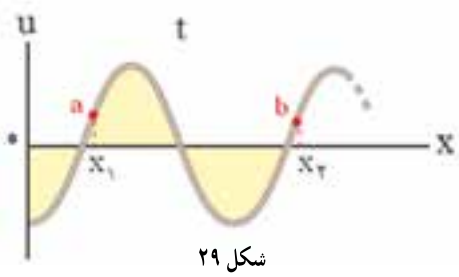
$$x=0/25m=\frac{1}{4}m$$

۱۱۲

پاسخ : الف) شکل ۲۹ نقش موجی را در یک لحظهٔ معین t نشان می‌دهد که دو نقطهٔ هم فاز a و b روی آن مشخص شده است.

فاز موج در نقطهٔ a برابر $\omega t-kx_a$ و در نقطهٔ b برابر $\omega t-kx_b$ است. اختلاف فاز این دو نقطه برابر است با

$$\Delta\varphi=k(x_b-x_a)$$



شکل ۲۹

چون فاصلهٔ دو نقطه a و b از یکدیگر مضرب صحیحی از طول موج است از رابطهٔ (۴ــ۳) کتاب درسی داریم

$$\Delta x=n\lambda$$

که در اینجا $n=1$ است. به این ترتیب در حالت کلی داریم

$$n=1,2,3,\ldots$$

$$\Delta\varphi=nk\lambda=2n\pi$$

پاسخ : ب) به‌طور مشابه برای هر دو نقطه‌ای که در فاز مخالف باشند می‌توان نشان داد که $\Delta\varphi=(2n-1)\pi$ است. از رابطهٔ (۴ــ۴) نیز باید استفاده کنید.

تمرین پیشنهادی

انتهای آزاد طنابی را مطابق شکل ۳۰ با بسامد ۲۰Hz و دامنهٔ 5cm در جهت محور y به نوسان درمی‌آوریم. اگر در مبدأ زمان ($t=0$) جابه‌جایی این نقطه نسبت به وضع تعادل $+2/5cm$ باشد،

شکل ۳۰

الف) معادلهٔ نوسان این نقطه را به‌دست آورید.

ب) اگر سرعت انتشار موج 6m/s باشد، معادلهٔ نوسان نقطهٔ M به فاصلهٔ 30cm از انتهای آزاد سیم را به‌دست آورید. (فرض کنید $\pi\approx 3rad$)

پاسخ : الف) $u_y=5\times10^{-2}\sin(40\pi t+\frac{\pi}{6})$

ب) چون سرعت جسم مثبت است، موج در جهت مثبت محور x منتشر می‌شود. بدین ترتیب وضعیت نوسانی نقطه M به‌صورت $u_y=A\sin(\omega t+\varphi_0-kx_M)$ خواهد بود. با توجه به مقادیر داده شده داریم (در SI)

$$u_y=5\times10^{-2}\sin(40\pi t-0/1)$$